Matematyka 5

z plusem

Podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej

Małgorzata Dobrowolska Marta Jucewicz
Marcin Karpiński Piotr Zarzycki

Matematyka 5
z plusem

Podręcznik dla klasy piątej szkoły podstawowej

gdańskie
wydawnictwo
oświatowe

Redakcja: *Małgorzata Dobrowolska, Agnieszka Szulc*

Okładka i opracowanie graficzne: *Jarosław Zakrzewski*

Zdjęcie na okładce: *Dorota Borucka-Gan*

Ilustracje: *Bartłomiej Brosz, Magdalena Bryczkowska, Sławomir Kilian, Przemysław Liput*

Fotografie: *Archiwum GWO, Shutterstock*

Grafika komputerowa: *Leszek Jakubowski, Sławomir Kilian*

Skład (TEX): *Łukasz Sitko, Joanna Szyller*

Korekta: *Aleksandra Golecka-Mazur*

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników szkolnych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki na poziomie klasy piątej szkoły podstawowej na podstawie recenzji rzeczoznawców: dr Moniki Fabijańczyk, dr. Witolda Pająka i dr Joanny Dobkowskiej.

Numer w wykazie: 780/2/2024/z1

ISBN 978-83-8118-684-1

© Copyright by Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe

Wydawca: Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 80-309 Gdańsk, al. Grunwaldzka 413

Gdańsk 2024. Wydanie pierwsze

Druk i oprawa: Quad/Graphics, Wyszków

Podręcznik został wyprodukowany na papierze posiadającym certyfikaty FSC, PEFC, EU-Ecolabel oraz Blue Angel.

treści usunięte z podstawy programowej w 2024 r.

Spis treści

LICZBY I DZIAŁANIA 9
Zapisywanie i porównywanie liczb 10
Dodawanie i odejmowanie w pamięci 13
Mnożenie i dzielenie w pamięci 16
Kolejność działań 21
Szacowanie wyników działań 24
Działania pisemne — dodawanie i odejmowanie 28
Działania pisemne — mnożenie 30
Działania pisemne — dzielenie 31
Zadania tekstowe 35
Przed klasówką 41
W krainie łamigłówek 42

WŁASNOŚCI LICZB NATURALNYCH 43
Wielokrotności 44
Dzielniki 47
Cechy podzielności liczb 50
Liczby pierwsze i liczby złożone 56
Rozkład liczby na czynniki pierwsze 58
Obliczanie NWD i NWW 60
Przed klasówką 63
W krainie łamigłówek 64

UŁAMKI ZWYKŁE 65
Ułamki zwykłe i liczby mieszane 66
Ułamek jako iloraz 70
Skracanie i rozszerzanie ułamków 73
Porównywanie ułamków 76
Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach 80
Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach 84
Mnożenie ułamków przez liczby naturalne 87
Ułamek liczby naturalnej 90
Mnożenie ułamków 93
Dzielenie ułamków przez liczby naturalne 96

Dzielenie ułamków ... 98
Przed klasówką ... 101
W krainie łamigłówek ... 102

FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE ... 103
Proste prostopadłe i proste równoległe ... 104
Kąty ... 107
Mierzenie kątów ... 110
Kąty przyległe, wierzchołkowe. Kąty utworzone przez trzy proste ... 113
Wielokąty ... 116
Rodzaje trójkątów ... 118
Konstruowanie trójkąta o danych bokach ... 121
Miary kątów w trójkątach ... 124
Prostokąty i kwadraty ... 126
Równoległoboki i romby ... 128
Trapezy ... 132
Czworokąty — podsumowanie ... 136
Oś symetrii figury ... 138
Przed klasówką ... 141
W krainie łamigłówek ... 142

UŁAMKI DZIESIĘTNE ... 143
Zapisywanie ułamków dziesiętnych ... 144
Porównywanie ułamków dziesiętnych ... 148
Różne sposoby zapisywania długości i masy ... 150
Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych ... 153
Mnożenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... ... 156
Dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000... ... 159
Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne ... 161
Mnożenie ułamków dziesiętnych ... 164
Dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne ... 166
Dzielenie ułamków dziesiętnych ... 169
Szacowanie wyników działań na ułamkach dziesiętnych ... 171
Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych ... 173
Procenty a ułamki ... 175
Przed klasówką ... 181
W krainie łamigłówek ... 182

POLA FIGUR 183
Pole prostokąta i kwadratu 184
Zależności między jednostkami pola 188
Pole równoległoboku 190
Pole rombu 193
Pole trójkąta 195
Pole trapezu 199
Pola wielokątów — podsumowanie 202
Przed klasówką 205
W krainie łamigłówek 206

LICZBY CAŁKOWITE 207
Liczby ujemne 208
Dodawanie liczb całkowitych 213
Odejmowanie liczb całkowitych 217
Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych 220
Przed klasówką 223
W krainie łamigłówek 224

OBJĘTOŚĆ FIGURY 225
Jednostki objętości 226
Objętość prostopadłościanu 229
Litry i mililitry 231
Przed klasówką 235
W krainie łamigłówek 236

UZUPEŁNIAJĄCE ZADANIA RACHUNKOWE 237

ODPOWIEDZI I WSKAZÓWKI 248

Od autorów

Podręcznik składa się z ośmiu rozdziałów podzielonych na tematy. Każdy rozdział jest poprzedzony stroną zawierającą historyjkę obrazkową lub propozycję zabawy dla uczniów. Stronę tę nauczyciel może wykorzystać jako zachętę do nowego tematu lub do sprawdzenia wiadomości z młodszych klas.

Wśród zadań na końcu każdego tematu znajdują się zadania trudniejsze, oznaczone gwiazdką, oraz superzagadki — są one przeznaczone dla uczniów szczególnie zainteresowanych matematyką.

Zestaw zadań *Przed klasówką*, zamieszczony na końcu każdego rozdziału, obejmuje tematykę w nim omawianą. Można go wykorzystać jako powtórzenie lub przygotowanie do klasówki.

W krainie łamigłówek znalazły się zadania wymagające umiejętności logicznego rozumowania. Mamy nadzieję, że pomogą one nauczycielowi pokazać uczniom, jak ciekawa może być matematyka.

Na końcu podręcznika umieszczono blok rachunkowych zadań uzupełniających. Odsyłacze do zadań z tego bloku znajdują się na końcu wielu tematów i mają postać: 3–5 / 237 (3–5 to numery zadań, a 237 to numer strony, na której się one znalazły).

Liczby i działania

NAJWIĘKSZE PAŃSTWA EUROPY[1]

Państwo	Powierzchnia w km^2	Liczba ludności w tys.	Mieszkańcy stolicy w tys.
Białoruś	207 600	9 407	2 021
Bułgaria	110 400	6 926	1 222
Finlandia	390 900	5 533	656
Francja	544 000	64 958	2 187
Grecja	132 000	10 707	638
Hiszpania	505 900	47 362	3 266
Islandia	103 000	368	131
Niemcy	357 100	83 305	3 822
Norwegia	385 200	5 391	708
Polska	312 700	38 375	1 863
Rumunia	238 400	19 260	2 155
Szwecja	447 400	10 381	960
Ukraina	603 500	44 237	2 967
Wlk. Brytania[2]	242 500	67 363	8 962
Włochy	302 100	60 553	2 826

[1] Uwzględniono państwa, których większa część terytorium leży w Europie.

[2] Dane dotyczą Zjednoczonego Królestwa, które obejmuje też Irlandię Płn.

W tabeli wymieniono kilkanaście największych państw europejskich.

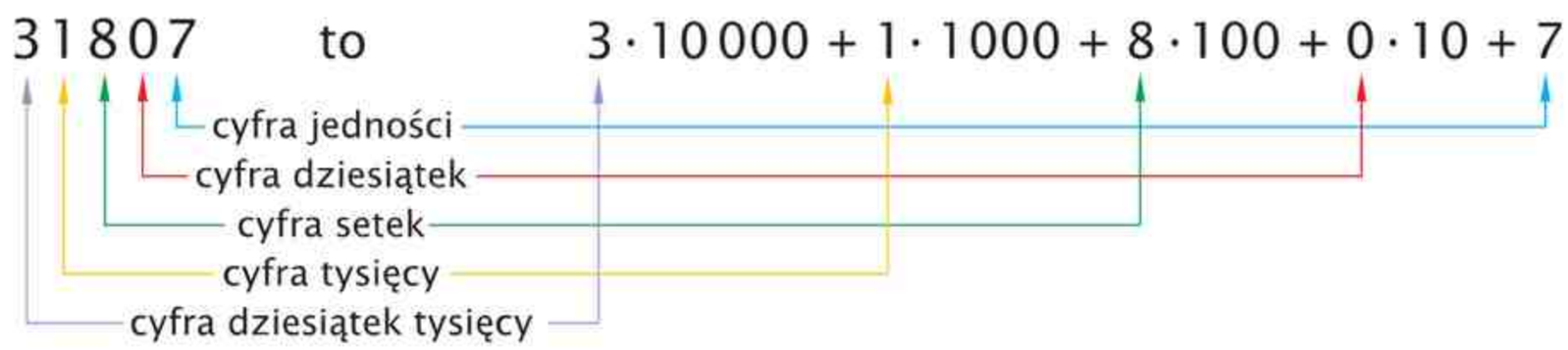
1. Wymień podane państwa w kolejności od największego do najmniejszego pod względem powierzchni.
2. Odczytaj z tabeli liczbę mieszkańców Islandii, Szwecji i Włoch.
3. Które z państw podanych w tabeli ma więcej mieszkańców niż Polska?
4. Na mapie zaznaczone są stolice państw wymienionych w tabeli. W których stolicach mieszka więcej niż 2 miliony ludzi?

Ułóż podobne pytania.

Zapisywanie i porównywanie liczb

Liczby 0, 1, 2, 3, ..., 100, 101, ... nazywamy **liczbami naturalnymi**. Przypomnijmy sobie podstawowe wiadomości dotyczące tych liczb.

Kolejne cyfry w zapisie, np. liczby pięciocyfrowej, oznaczają, z ilu dziesiątek tysięcy, tysięcy, setek, dziesiątek i jedności składa się ta liczba.



Obok podano przykłady dużych liczb. Zwróć uwagę, ile zer występuje w zapisie każdej z nich.

1000 — tysiąc
1000 000 — milion (tysiąc tysięcy)
1000 000 000 — miliard (tysiąc milionów)
1000 000 000 000 — bilion (tysiąc miliardów)

Łatwiej odczytać liczby, gdy ich cyfry pogrupujemy po trzy (zaczynając od prawej strony).

grupa miliardów	grupa milionów	grupa tysięcy	grupa jedności	
		516	308	pięćset szesnaście tysięcy trzysta osiem
	1	007	025	jeden milion siedem tysięcy dwadzieścia pięć
25	120	900	000	dwadzieścia pięć miliardów sto dwadzieścia milionów dziewięćset tysięcy

Ciekawostka

Duże liczby przydają się na przykład do określania wielkości w astronomii. Oto nazwy niektórych liczb większych od biliona:

1 000 000 000 000 000 — biliard
1 000 000 000 000 000 000 — trylion

Jedynka i 24 zera to kwadrylion.
Jedynka i 100 zer to googol (czyt. gugol).

Rok świetlny (odległość, jaką pokonuje światło w ciągu roku) to ponad 9 biliardów metrów.
Odległość Ziemi od środka naszej Galaktyki to około 260 trylionów metrów.
Masa Słońca to około 2000 kwadrylionów ton.

ZADANIA

1. Przeczytaj liczby.

a) 7023 72 030 700 023 702 300 700 230

b) 8 570 034 85 700 340 800 507 340 8 000 005 734

2. Zapisz słowami liczby.

60 090 506 000 6 250 502 19 000 050 3 007 120 330

3. Zapisz cyframi liczbę:

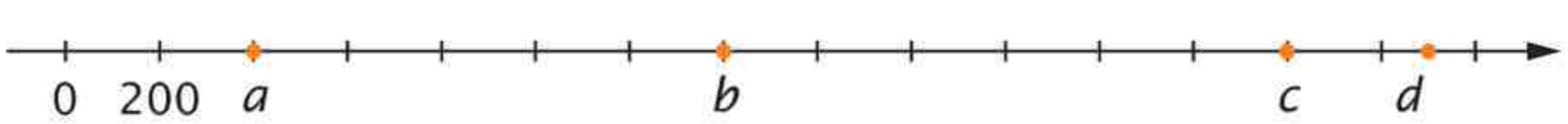
a) trzysta cztery tysiące siedemdziesiąt,

b) dwieście milionów trzysta dwa tysiące trzynaście,

c) pięć miliardów pięćset milionów siedemnaście tysięcy.

4. Odczytaj, jakie liczby oznaczono literami na osi liczbowej.

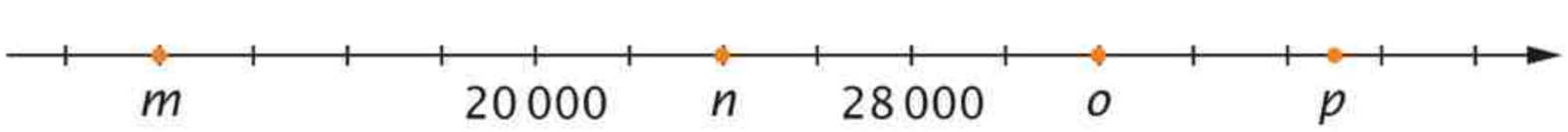
a)

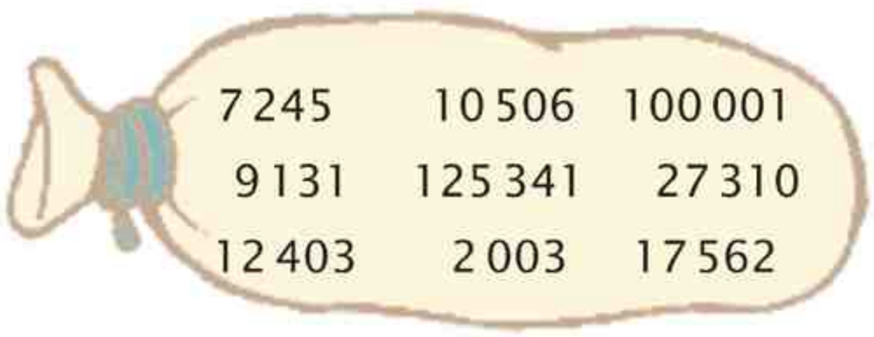


b)

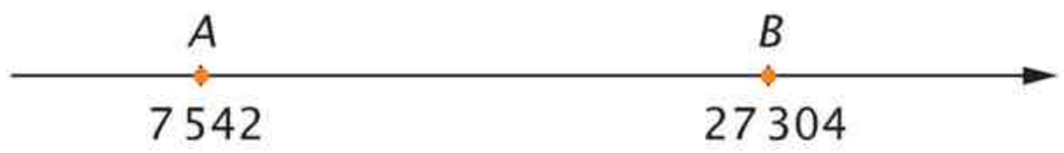
c)

d)



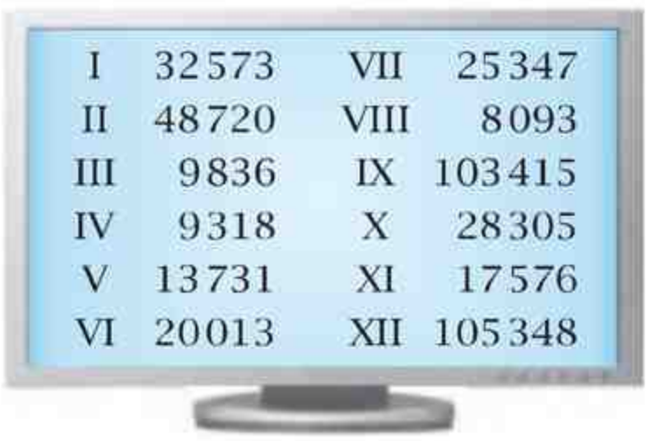


5. Które z liczb podanych obok leżą na osi liczbowej między punktami A i B?



6. Jakie cyfry kryją się pod kleksami?

3859 < 3▒59 < ▒187 < ▒187 < 6010



7. Obok pokazano zestawienie zysków (w złotych) firmy *Maks* w kolejnych miesiącach roku. Wymień nazwy miesięcy, zaczynając od tego, w którym zysk był największy, a kończąc na tym, w którym zysk był najmniejszy.

8. Ustal, która kwota jest większa:

a) 3576 mln zł czy 11247 tys. zł,

b) 5250 mln zł czy 2 mld zł,

c) 9990 mld zł czy 9 bln zł,

d) 326 250 mln zł czy 3 bln zł.

tys. — tysiąc
mln — milion
mld — miliard
bln — bilion

9. Monter ma oznaczyć drzwi mieszkań w wieżowcu kolejnymi numerami od 1 do 78. Wykorzysta do tego tabliczki z cyframi. Ilu potrzebuje tabliczek z cyfrą 1, a ilu — z cyfrą 9? Ile łącznie tabliczek zużyje?

10. a) Wypisz wszystkie liczby dwucyfrowe, których cyfra dziesiątek jest o 5 większa od cyfry jedności.

b) Wypisz wszystkie liczby czterocyfrowe, w których pierwsza i ostatnia cyfra są jednakowe, a suma wszystkich cyfr to 5.

11. a) Na początku liczby trzycyfrowej Jacek dopisał cyfrę 1. O ile większą liczbę otrzymał?

b) Asia zapisała liczbę trzycyfrową, a następnie dopisała dwie jedynki na początku. O ile większą liczbę otrzymała?

c) Nela zapisała liczbę trzycyfrową, a następnie dopisała do niej dwa zera na końcu. Ile razy większą liczbę otrzymała?

12. Które cyfry należałoby skreślić w liczbie 5263807, aby pozostałe cyfry utworzyły jak największą liczbę czterocyfrową?

super zagadka

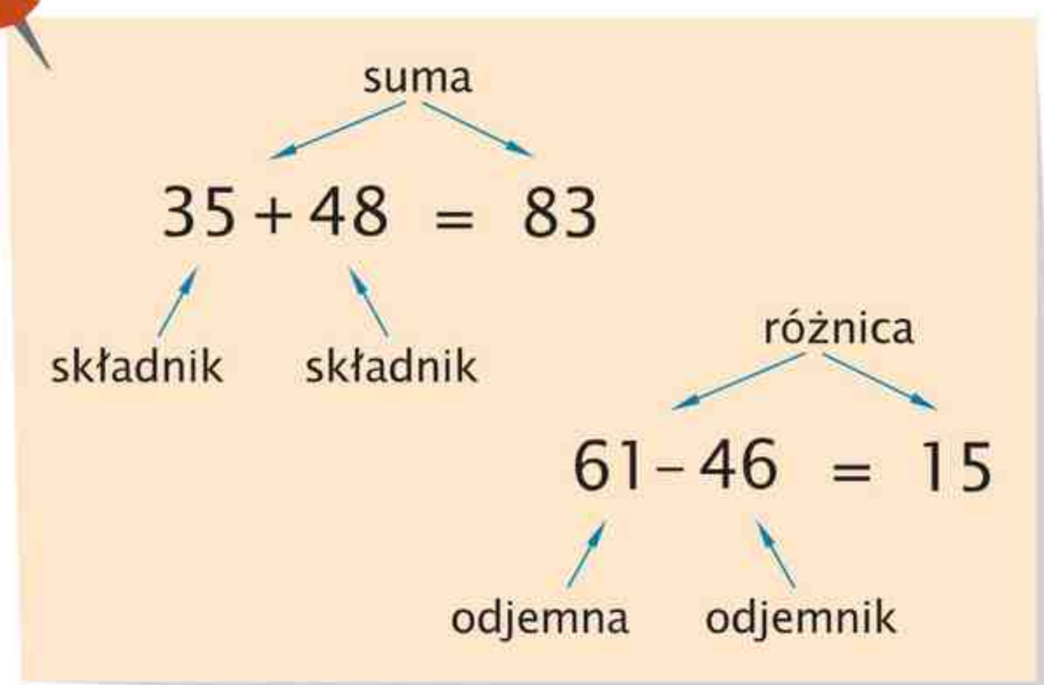
1–2 / 237

Liczby A, B i C są czterocyfrowe. Ponadto wiadomo, że:

Cyfra setek liczby A jest większa niż cyfra setek liczby B.
Cyfra tysięcy liczby A jest mniejsza niż cyfra tysięcy liczby B.
Cyfra tysięcy liczby C i cyfra tysięcy liczby B są równe.
Cyfra setek liczby C jest większa niż cyfra setek liczby A.

Która z liczb A, B i C jest największa, a która najmniejsza?

Dodawanie i odejmowanie w pamięci



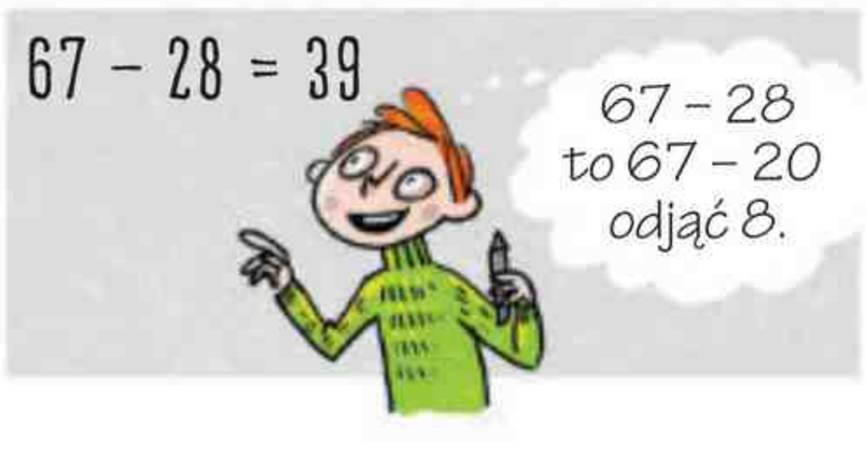
ĆWICZENIE. Oblicz w pamięci. Wyjaśnij, w jaki sposób wykonujesz rachunki.

a) $33 + 15$
b) $48 + 36$
c) $150 + 60$
d) $250 + 330$
e) $30 - 12$
f) $52 - 45$
g) $120 - 95$
h) $1500 - 700$

Poniżej pokazujemy po dwa sposoby dodawania i odejmowania. Być może ty wykonujesz takie rachunki jeszcze inaczej.

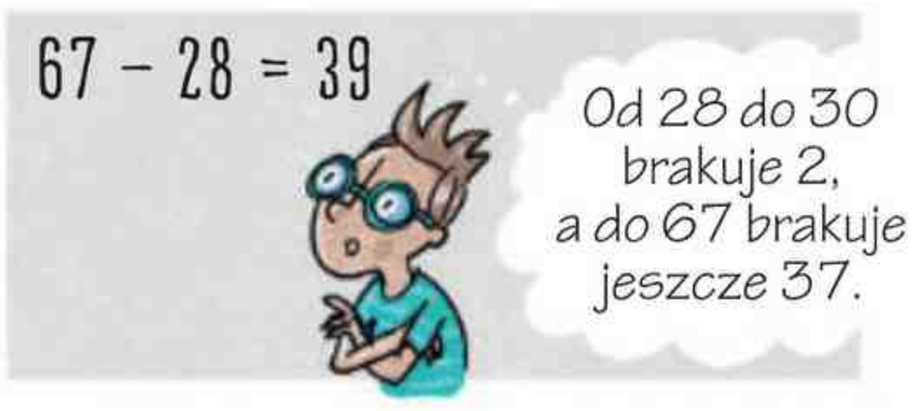
DODAWANIE – SPOSÓB I

ODEJMOWANIE – SPOSÓB I



DODAWANIE – SPOSÓB II

ODEJMOWANIE – SPOSÓB II



ZADANIA

1. Oblicz w pamięci.

a) $36 + 42$
$72 + 18$
$62 + 29$
b) $23 + 85$
$67 + 48$
$86 + 73$
c) $120 + 450$
$370 + 240$
$280 + 320$
d) $1500 + 610$
$2010 + 327$
$950 + 130$
e) $80 - 35$
$39 - 27$
$61 - 16$
f) $91 - 79$
$83 - 14$
$54 - 28$
g) $970 - 230$
$500 - 160$
$1200 - 700$
h) $2000 - 1400$
$1580 - 310$
$5050 - 100$

2. a) Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę o 30 od niej większą oraz liczbę o 40 mniejszą.

97 120 330 801 1300 2000 5005

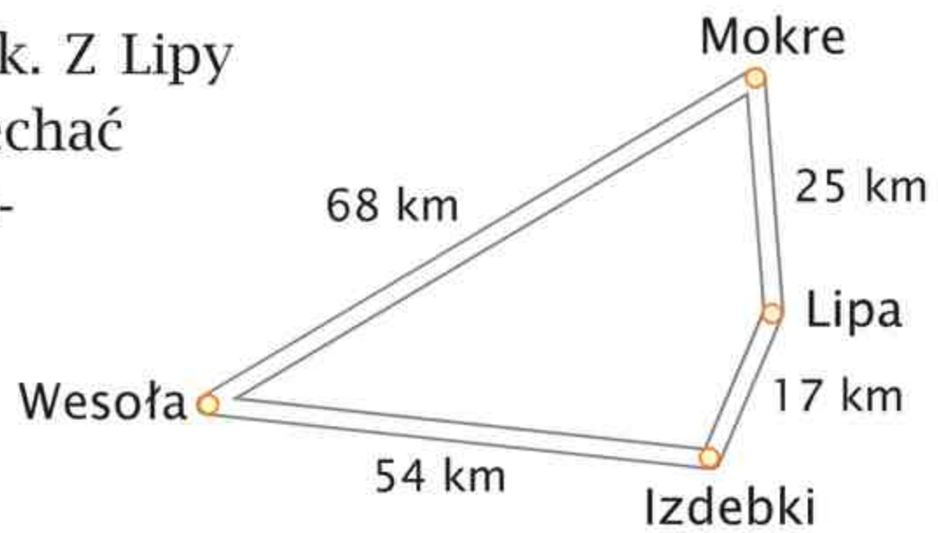
b) Oblicz, o ile mniejsza od 1000 jest każda z podanych liczb.

600 550 830 320 480 296 108

3. a) Oblicz sumę dwóch liczb, z których jedna jest równa 12, a druga jest o 8 większa.

b) Różnica dwóch liczb wynosi 13, odjemna jest równa 37. Znajdź odjemnik.

4. Popatrz na rysunek obok. Z Lipy do Wesołej można dojechać przez Mokre lub przez Izdebki. O ile dłuższa jest droga przez Mokre od drogi przez Izdebki?



5. Panowie A i B czekają w kolejce do rejestracji pojazdów. Pan A otrzymał bilet z numerem 088, a pan B — z numerem 113.

a) Obecnie obsługiwana jest osoba z biletem o numerze 081. Ile osób czekających w kolejce do rejestracji jest przed panem A, a ile — przed panem B?

b) Jak długo czeka już pan A, a jak długo — pan B?

6. Ile dni mają poszczególne kalendarzowe pory roku?

Gdy dodajemy kilka liczb, możemy je przestawiać i łączyć w dowolny sposób.

$6 + 23 + 94 = (6 + 94) + 23$

7. Oblicz sprytnie.

a) $17 + 54 + 3$

b) $29 + 37 + 43$

c) $1250 + 186 + 14$

d) $542 + 79 + 8 + 21$

8. Od pewnej liczby trzycyfrowej odjęto liczbę o 5 od niej mniejszą. Jaką liczbę otrzymano?

9. Po dodaniu dwóch liczb otrzymaliśmy 150. Ustal, jaką sumę otrzymamy, gdy każdy ze składników:

a) zwiększymy o 25,

b) zmniejszymy o 5,

c) zwiększymy 2 razy,

d) zwiększymy 4 razy.

Marta

$147 + 59 = 150 + 56 = 206$

Piotrek

$147 + 59 = 207 - 1 = 206$

10. Marta i Piotrek obliczali tę samą sumę dwóch liczb. Wyjaśnij, na czym polega sposób Marty, a na czym — sposób Piotrka. Oblicz tymi sposobami:

a) $259 + 48$

b) $656 + 39$

c) $748 + 34$

d) $896 + 28$

11. Popatrz, jak Ewa obliczała różnicę liczb. Na czym polega jej sposób? Oblicz tym sposobem:

a) $563 - 74$

b) $1347 - 53$

Ewa

$738 - 42 = 700 - 4 = 696$

12. Wymyśl metodę szybkiego:

a) odejmowania 99 od liczby czterocyfrowej,

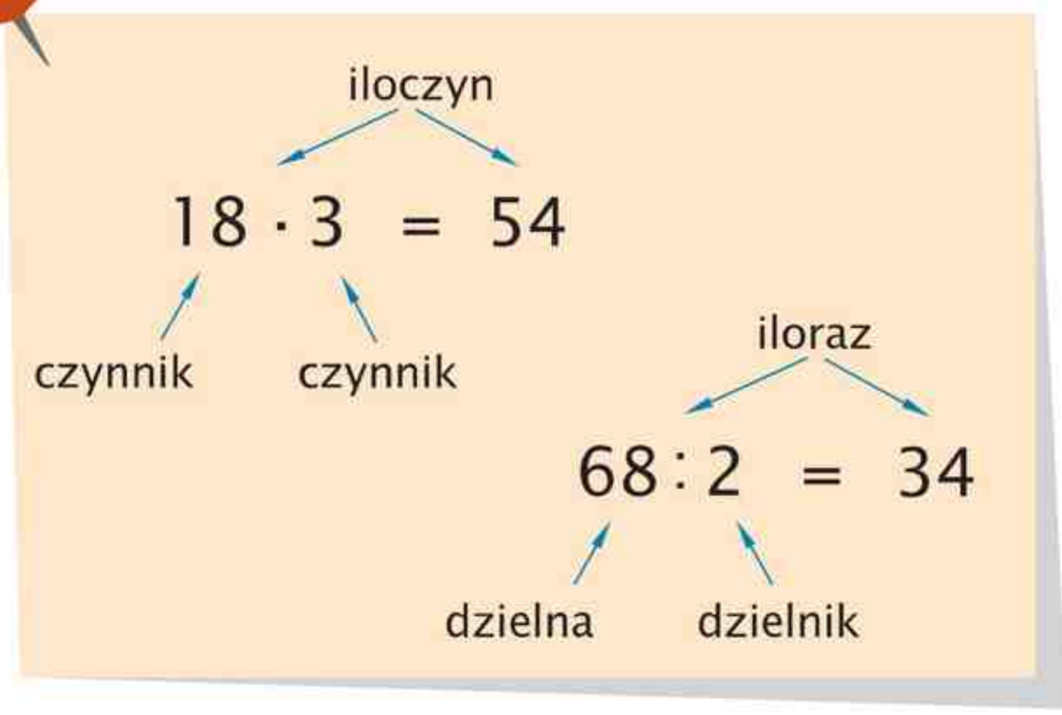
b) dodawania 999 do liczby czterocyfrowej.

super zagadka

3–5 / 237

W południe i o północy kukułka w zegarze kuka 12 razy, o godzinie 1 w dzień i 1 w nocy kuka raz, o godzinie 2 w dzień i o 2 w nocy — dwa razy itd. Oprócz tego w połowie każdej pełnej godziny kukułka kuka jeden raz. Ile razy kukułka kuka w ciągu całej doby?

Mnożenie i dzielenie w pamięci

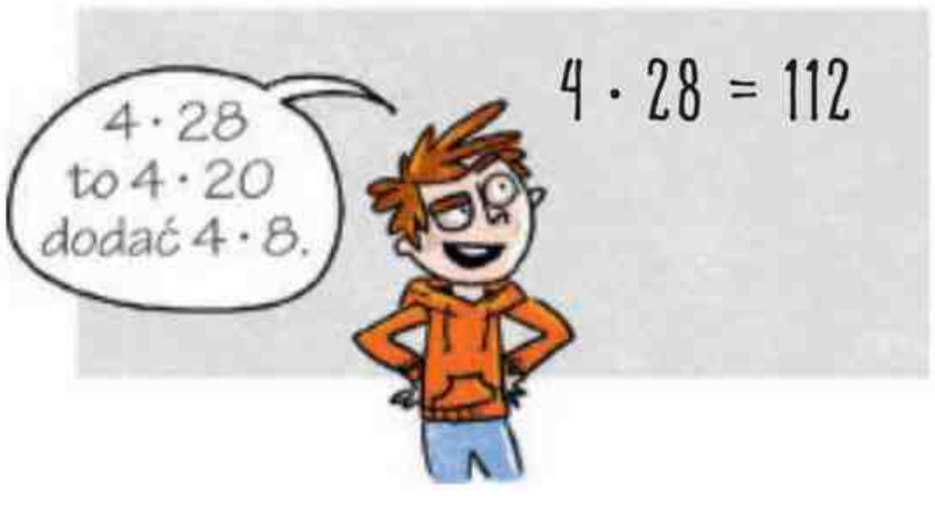


ĆWICZENIE A. Oblicz w pamięci podane iloczyny i ilorazy. Wyjaśnij, w jaki sposób wykonujesz rachunki.

a) $4 \cdot 21$
b) $3 \cdot 102$
c) $1004 \cdot 5$
d) $130 \cdot 10$
e) $28 : 2$
f) $48 : 4$
g) $36 : 3$
h) $120 : 40$

Poniżej przypominamy, jak można wykonać mnożenie, a jak — dzielenie. Czy znasz inny sposób wykonania tych rachunków w pamięci?

MNOŻENIE



DZIELENIE

ĆWICZENIE B. Oblicz.

$3 \cdot 40$ $\quad 3 \cdot 10 \cdot 4$ $\quad 12 \cdot 10$ $\quad 100 \cdot 12$ $\quad 3 \cdot 400$ $\quad 30 \cdot 40$

Przypomnij sobie, że gdy mnożymy liczby przez 10, 100 lub przez 1000, wystarczy dopisać odpowiednio jedno, dwa lub trzy zera.

PRZYKŁADY

$124 \cdot 10 = 1240$

$38 \cdot 100 = 3800$

PRZYKŁADY

$13 \cdot 20 = 260$

$13 \cdot 2 \cdot 10$

$150 \cdot 400 = 60\,000$

$15 \cdot 4 \cdot 1000$

Gdy mnożymy liczby, w których na końcu występują zera, to można najpierw zapisać, jaki iloczyn otrzymalibyśmy, gdyby zer końcowych nie było, a następnie dopisać zera.

ĆWICZENIE C. Które z poniższych ilorazów są równe 4, a które są równe 40?

8 : 2 80 : 20 80 : 2

800 : 200 800 : 20 8000 : 2000 8000 : 200

Wynik dzielenia się nie zmienia, gdy dzielną i dzielnik zwiększymy lub zmniejszymy tyle samo razy. Zatem dzielenie liczb z zerami na końcu możemy uprościć, dzieląc dzielną i dzielnik przez 10, 100 lub 1000. Można więc dzielenie zapisać na przykład tak:

$$24000 : 600 = 240 : 6 = 40$$

24 000 : 100 600 : 100

Gdy obliczamy iloraz liczb z zerami na końcu, najwygodniej skreślić w dzielnej i dzielniku po tyle samo zer. Tak jak to robi Marcin.

Marcin

a) $270ø : 1ø = 270$

b) $150øøø : 1øøø = 150$

c) $49øø : 7øø = 49 : 7 = 7$

d) $360øø : 9øø = 360 : 9 = 40$

ĆWICZENIE D. Ile zer może się kryć pod kolorowymi kleksami?

a) 32 : 8 = 4 b) 32 : 8 = 40

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $4 \cdot 22$ b) $6 \cdot 60$ c) $36 \cdot 10$ d) $20 \cdot 60$

$3 \cdot 28$ $3 \cdot 120$ $250 \cdot 100$ $4 \cdot 800$

$7 \cdot 51$ $2 \cdot 240$ $30 \cdot 1000$ $30 \cdot 400$

$5 \cdot 16$ $5 \cdot 120$ $10 \cdot 8000$ $700 \cdot 40$

2. Oblicz.

a) 48 : 2 b) 240 : 8 c) 360 : 10 d) 800 : 20

96 : 3 360 : 9 2700 : 100 2400 : 600

65 : 5 180 : 6 48 000 : 10 1200 : 40

60 : 15 200 : 25 660 000 : 100 30 000 : 600

3. Liczbę 10000 starożytni Grecy nazywali miriadą. Zapisz cyframi i nazwij liczby: 5 miriad i 100 miriad.

4. Wykonaj mnożenie oraz dzielenie każdej z podanych liczb przez liczbę zapisaną w kółku.

a) (2) 210 3200 1024

b) (3) 36 1200 129

c) (5) 105 600 350

d) (20) 180 1000 500

e) (40) 240 600 160

f) (50) 350 750 4500

$3^2 = 3 \cdot 3$

$40^2 = 40 \cdot 40$

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$

$20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20$

5. Oblicz.

a) 6^2 3^3 8^2 7^2

b) 10^2 100^3 1000^2

c) 30^2 60^2 50^3 90^2

6. a) Iloraz dwóch liczb wynosi 1. Co możesz powiedzieć o dzielnej i dzielniku? Jaka jest różnica tych liczb?

b) Dzielną i dzielnik pewnego ilorazu zwiększono 2 razy. Co można powiedzieć o wyniku dzielenia?

c) Pewną liczbę podzielono przez liczbę 3 razy od niej mniejszą. Jaki wynik otrzymano?

$38 : 4 = 9$ r 2

Sprawdzenie:

$4 \cdot 9 + 2 = 38$

7. Podaj iloraz i resztę z dzielenia.

a) 19 : 3 d) 50 : 6 g) 206 : 25

b) 28 : 5 e) 118 : 20 h) 100 : 3

c) 76 : 7 f) 97 : 9 i) 107 : 2

8. Podaj iloraz i resztę z dzielenia przez 10 oraz przez 100 każdej z podanych liczb.

137 248 1106 1234

9. Jakimi liczbami można zastąpić symbole?

♠ : 8 = 7 r 5 48 : ♦ = 9 r 3 ♥ : 3 = 6 r ♣

10. Jaki jest dzisiaj dzień tygodnia? Jaki dzień tygodnia będzie za 3 tygodnie i 3 dni? Jaki dzień tygodnia będzie za 50 dni?

11. a) Ile to groszy? 7 zł 25 zł 17 zł 80 gr 3 mln zł

b) Ile to złotych? 200 gr 1000 gr 10 000 gr 1 mln gr

1 km = 1000 m
1 m = 100 cm
1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm

12. a) Wyraź w centymetrach:

8 dm 35 dm 7 m 4 dm 7 cm 3 m 50 cm

b) Wyraź w metrach:

300 cm 1000 cm 20 dm 3 km 2 km 50 m

c) Wyraź w gramach:

6 kg 47 kg 15 dag

3 kg 150 g 15 dag 2 g

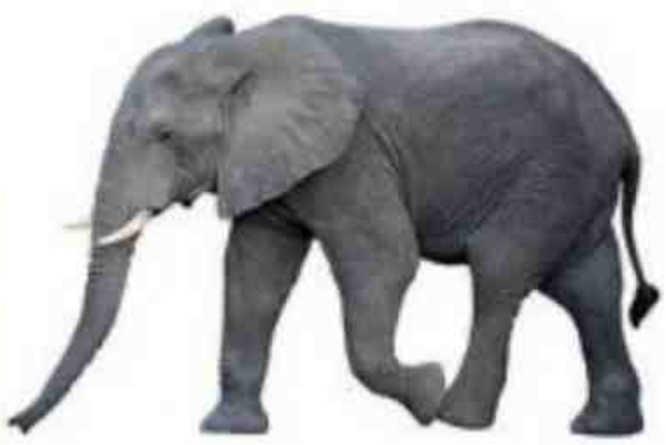
d) Wyraź w kilogramach:

200 dag 1000 dag 5000 g

20 t 3 t 350 kg

1 t = 1000 kg
1 kg = 100 dag
1 kg = 1000 g
1 dag = 10 g

13. Masy podane na tabliczkach dopasuj do fotografii.



30 000 dag	15 dag
15 000 g	15 g
6000 g	6000 kg

Gdy mnożymy kilka liczb, możemy je przestawiać i łączyć w dowolny sposób.

$25 \cdot 13 \cdot 4 = 25 \cdot 4 \cdot 13$

14. Oblicz sprytnie.

a) $5 \cdot 17 \cdot 2$

b) $36 \cdot 4 \cdot 25$

c) $2 \cdot 87 \cdot 50$

d) $40 \cdot 18 \cdot 25$

Ciekawostka

Niektórzy ludzie mają niezwykłą umiejętność wykonywania w pamięci rachunków na liczbach wielocyfrowych. Jedną z najsłynniejszych rachmistrzyń była Hinduska — Shakuntala Devi (czyt. Szakuntala Dewi), która podczas licznych pokazów demonstrowała swoje zdolności. Szczególnie zadziwiła publiczność, gdy zaledwie po 28 sekundach podała wynik mnożenia dwóch liczb 13-cyfrowych. Devi, podobnie jak inni rachmistrzowie, korzystała ze sprytnych metod rachunkowych.

Oto przykłady rachunkowych sztuczek, które umożliwiają obliczanie w pamięci wyników pozornie skomplikowanych działań.

Przykład 1. Zamiast mnożyć przez 4, możemy najpierw pomnożyć przez 2, a potem otrzymany wynik pomnożyć jeszcze raz przez 2. Podobny sposób można stosować przy mnożeniu przez 6, 8, 12 itp.

$87 \cdot 4 = 87 \cdot 2 \cdot 2 = 174 \cdot 2 = 348$ $\quad$ $75 \cdot 6 = 75 \cdot 2 \cdot 3 = 150 \cdot 3 = 450$

Przykład 2. Zamiast mnożyć przez 5, możemy najpierw pomnożyć przez 10 (dopisać jedno zero) i otrzymaną liczbę podzielić przez 2.

$89 \cdot 5 = 890 : 2 = 445$ $\quad$ $362 \cdot 5 = 3620 : 2 = 1810$

15. Przeczytaj ciekawostkę. Oblicz sprytnie.

a) $38 \cdot 4$ $\quad$ c) $6 \cdot 45$ $\quad$ e) $75 \cdot 12$ $\quad$ g) $35 \cdot 8$

b) $213 \cdot 4$ $\quad$ d) $55 \cdot 6$ $\quad$ f) $25 \cdot 12$ $\quad$ h) $15 \cdot 18$

16. Przeczytaj ciekawostkę.

a) Każdą z liczb: 78, 126, 87, 560, 1240 pomnóż sprytnie przez 5.

b) Wymyśl swoją metodę pamięciowego mnożenia przez 50 i zastosuj ją do obliczenia iloczynów: $47 \cdot 50$, $148 \cdot 50$, $294 \cdot 50$.

17. Wymyśl metodę mnożenia przez 25. Zapisz trzy liczby trzycyfrowe i pomnóż je przez 25 twoim sposobem.

super zagadka

6–9 / 237

W wyniku dzielenia dwóch liczb otrzymano 20. Jaki wynik otrzymalibyśmy, gdybyśmy:

a) dzielną zwiększyli 5 razy,

b) dzielnik zmniejszyli 4 razy,

c) dzielnik zwiększyli 2 razy, a dzielną zmniejszyli 2 razy?

Kolejność działań

Przypomnijmy sobie, jakie reguły stosujemy, wykonując obliczenia, w których jest więcej niż jedno działanie.

Gdy dodajemy kilka liczb, to działania te możemy wykonywać w dowolnej kolejności. Podobnie można postępować, gdy mnożymy kilka liczb. Gdy w wyrażeniu występują różne działania (inne niż tylko dodawanie albo tylko mnożenie), kolejne obliczenia należy wykonywać zgodnie z regułami, które podajemy poniżej.

✓ Jeśli występują nawiasy, zaczynamy od wykonania obliczeń w nich zawartych.

PRZYKŁADY

$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$

$(19 - 13) : 3 = 6 : 3 = 2$

ĆWICZENIE. Gdyby powyższe przykłady zapisać bez nawiasów, otrzymalibyśmy: $2 \cdot 3 + 5$ oraz $19 - 13 : 3$. Które działania należałoby wówczas wykonać jako pierwsze?

✓ Mnożenie i dzielenie wykonujemy zawsze przed dodawaniem i odejmowaniem.

PRZYKŁADY

$3 + 5 \cdot 2 = 3 + 10 = 13$

$18 - 12 : 3 = 18 - 4 = 14$

✓ Występujące obok siebie dodawanie i odejmowanie wykonujemy w kolejności od lewej do prawej.

PRZYKŁADY

$20 - 3 + 5 = 17 + 5 = 22$

$78 - 18 - 8 = 60 - 8 = 52$

✓ Występujące obok siebie mnożenie i dzielenie wykonujemy w kolejności od lewej do prawej.

PRZYKŁADY

$24 : 3 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$

$96 : 8 : 2 = 12 : 2 = 6$

✓ Potęgowanie wykonujemy przed innymi działaniami.

PRZYKŁADY

$5^2 - 2^3 = 25 - 8 = 17$

$12 : 2^2 = 12 : 4 = 3$

ZADANIA

1. Wskaż, które działanie trzeba wykonać jako pierwsze, i oblicz wartość wyrażenia.

a) $48 : 8 - 2$ $\quad 48 : (8 - 2)$

b) $20 - 7 + 5$ $\quad 20 - (7 + 5)$

c) $32 : 2 \cdot 4$ $\quad 32 : (2 \cdot 4)$

2. Oblicz.

a) $3 \cdot 7 - 4 \cdot 5$

b) $6 \cdot (2 + 7)$

c) $10 \cdot 6 + 12 : 3$

d) $15 + 16 : 4 \cdot 2$

e) $100 - 2 \cdot (13 - 7)$

f) $23 - 12 : (2 \cdot 3)$

g) $10 \cdot 6 + 12 : 3 + 1$

h) $5 \cdot (4 + 7) - 6 \cdot 3$

i) $4^2 - 9$

j) $6^2 - 2^3$

k) $(5 - 3)^2 \cdot 4^2$

l) $70 - (7 - 4) : 3$

3. Oblicz.

a) $5 \cdot (2 + 3 \cdot 8 - 7)$

b) $3 \cdot 8 - 2 \cdot (3 + 2 \cdot 4)$

c) $(3 + 9 : 3) \cdot (3 \cdot 5 - 2 \cdot 7)$

d) $(8 \cdot 6 - 2 \cdot 3^2 - 6) : (6 : 3)$

e) $12 \cdot 2 : 6 - (12 : 6 \cdot 2 - 1)$

f) $18 : (4^2 : 2^2 + 2)$

4. Zapisz odpowiedź w postaci jednego wyrażenia i wykonaj obliczenia.

a) Jaka liczba jest 6 razy większa od różnicy liczb 37 i 33?

b) Jaka liczba jest o 9 większa od ilorazu liczby 8 przez 2?

c) Jaka liczba jest o 15 mniejsza od iloczynu liczb 18 i 3?

$3 \cdot 2^2 + 8 - 6 : 2$

5. Wyrażenie zapisane obok przepisz trzy razy. Wstaw nawiasy na trzy różne sposoby i wykonaj obliczenia.

6. Zgadnij, jaką liczbą należy zastąpić kwadracik.

a) $5 \cdot \square - 10 = 15$

b) $\square : 4 + 3 = 8$

c) $(17 - 2 + 3) : \square = 3$

d) $(6 + \square \cdot 5) : 7 = 8$

7. Jaki znak działania ($+$, $-$, $\cdot$ czy $:$) został zamazany?

a) $23 - (5 \blacksquare 4) = 22$

b) $7 \cdot 4 \blacksquare 2 - 1 = 55$

c) $9 \blacksquare 3 + 12 = 54 - 3 \cdot 5$

d) $48 \blacksquare (4^2 : 2 - 4) = 12$

Warto wiedzieć

Gdy mnożymy przez wyrażenie w nawiasie, które jest sumą (lub różnicą) liczb, możemy stosować reguły kolejności działań, ale ten sam wynik otrzymamy, gdy będziemy obliczać w inny sposób.

Na przykład zamiast obliczać tak:

$$2 \cdot (8 + 5) = 2 \cdot 13 = 26$$
$$5 \cdot (20 - 6) = 5 \cdot 14 = 70$$

możemy obliczać tak:

$$2 \cdot (8 + 5) = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 5 = 16 + 10 = 26$$
$$5 \cdot (20 - 6) = 5 \cdot 20 - 5 \cdot 6 = 100 - 30 = 70$$

8. Przeczytaj informacje w ramce. Oblicz na dwa sposoby.

a) $6 \cdot (11 + 2)$ b) $(12 - 4) \cdot 8$ c) $4 \cdot (22 - 5)$ d) $3 \cdot (9 + 8 + 5)$

9. Oblicz sprytnie sumę wszystkich liczb z ramki.

297 58 58
297 58 58 58

10. Olek sprytnie wymyślił, jak znaleźć iloraz i resztę z dzielenia liczby 1234 przez 99. Popatrz na zapiski Olka i postaraj się zrozumieć jego metodę. Oblicz tą metodą iloraz i resztę z dzielenia liczby 2345 przez 99.

Zapisz dowolną liczbę czterocyfrową i znajdź iloraz, a następnie resztę z dzielenia tej liczby przez 99.

1234 = (iloraz) · 99 + [reszta]

Wiadomo, że:

1234 = 12 · 100 + 34
1234 = 12 · (99 + 1) + 34
1234 = 12 · 99 + 12 · 1 + 34
1234 = (12) · 99 + [46]

Zatem:

1234 : 99 = 12 reszta 46

super zagadka

10–13 / 237–238

Z kart z liczbami i znakami matematycznymi ułożono poniższe wyrażenie o wartości 65. Wykorzystując wszystkie te karty, można też ułożyć wyrażenie o wartości 88. Jakie to wyrażenie?

(1 2 + 5) · 4 − 3

Szacowanie wyników działań

W różnych sytuacjach praktycznych (na przykład przy robieniu zakupów) czasem nie trzeba wykonywać dokładnych obliczeń. Wystarczy oszacować wynik, czyli określić jego przybliżoną wartość. Poniżej podajemy kilka przykładów, jak można oszacować wyniki działań.

CENTRUM OGRODNICZE

1. Pan Kowalski ma 500 zł. Czy ta kwota wystarczy na zakup kosiarki i siewnika?

$317 + 229$ to więcej niż 500

$317 + 229$ to więcej niż $300 + 200$

Zatem kwota 500 zł nie wystarczy.

3. Czy 1000 zł wystarczy na zakup dwóch jodeł kaukaskich i dwóch jałowców?

$2 \cdot 296 + 2 \cdot 188$ to mniej niż 1000

$2 \cdot 296 + 2 \cdot 188$ to mniej niż $2 \cdot 300 + 2 \cdot 200$

Zatem kwota 1000 zł wystarczy.

2. Czy 1000 zł wystarczy na zakup trzech jodeł kaukaskich?

$3 \cdot 296$ to mniej niż 900

$3 \cdot 296$ to mniej niż $3 \cdot 300$

Zatem 1000 zł wystarczy.

4. Pani Katarzyna ma w portfelu dokładnie 243 zł. Oszacuj, ile cebulek begonii może kupić za tę kwotę.

$243 : 6$ to około 40

$243 : 6$ to nieco więcej niż $240 : 6$

Za 243 zł można kupić 40 cebulek.

ZADANIA

1. Ustal, czy po wykonaniu obliczeń otrzymasz liczbę większą, czy mniejszą niż 1000.

a) $248 + 642$

b) $59 + 357 + 604$

c) $2879 - 1842$

d) $1225 - 271$

e) $4 \cdot 243$

f) $3 \cdot 347$

g) $4578 : 4$

h) $59\,825 : 60$

i) $5 \cdot 98 + 482$

j) $3 \cdot 187 + 4 \cdot 78$

k) $5 \cdot 18 + 873$

l) $2 \cdot (278 + 294)$

2. Oszacuj, ile to pełnych setek.

a) $325 + 461$
b) $679 + 254$
c) $758 + 469$
d) $675 - 462$
e) $819 - 435$
f) $1375 - 589$
g) $4 \cdot 218$
h) $5 \cdot 197$
i) $6 \cdot 178$
j) $595 : 5$
k) $842 : 9$
l) $1780 : 6$

3. Oszacuj, jaką największą cyfrą można zastąpić gwiazdkę.

a) $187 + 249 + 313 > \bigstar 00$
b) $349 + 578 + 406 > 1\bigstar 00$
c) $2 \cdot 308 + 3 \cdot 407 > 1\bigstar 00$
d) $5 \cdot 41 + 7 \cdot 211 > 1\bigstar 00$

4. Jedna z dwóch liczb zapisanych kolorem niebieskim jest wynikiem podanego działania. Oszacuj wynik i wskaż tę liczbę.

a) $5957 + 4396$ 9553 10 353
b) $17243 - 8529$ 8714 11 714
c) $48 \cdot 187$ 8976 89 276
d) $9048 : 29$ 32 312

Mieszko I, pierwszy historyczny władca Polski z dynastii Piastów, rozpoczął panowanie około 960 roku, a ostatni król z tej dynastii zmarł w 1370 roku. Pierwszy król z dynastii Jagiellonów rozpoczął panowanie w Polsce w 1386 roku, a ostatni z Jagiellonów zmarł w 1572 roku.

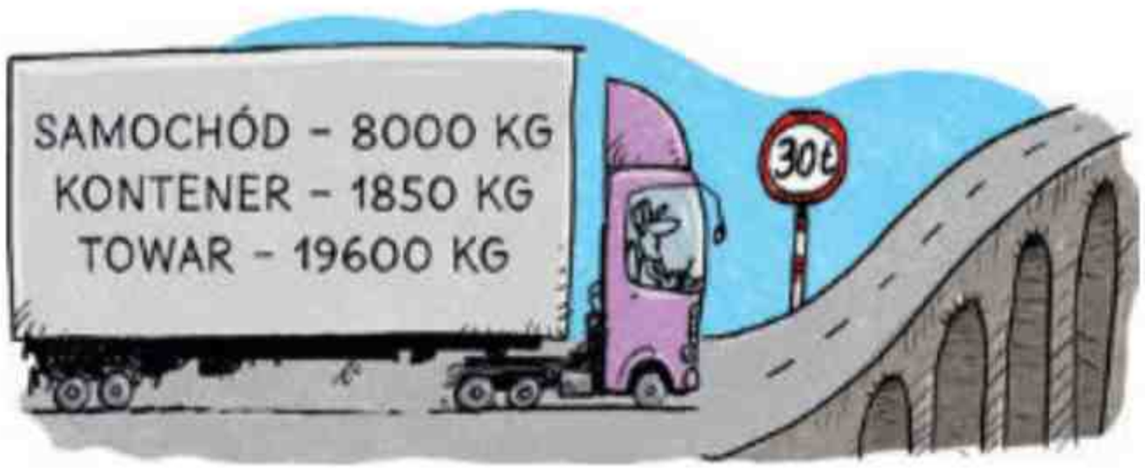
5. Przeczytaj informacje podane obok. Oszacuj, czy w Polsce dłużej panowała dynastia Piastów, czy Jagiellonów.

6. Które z podanych zdań są prawdziwe?

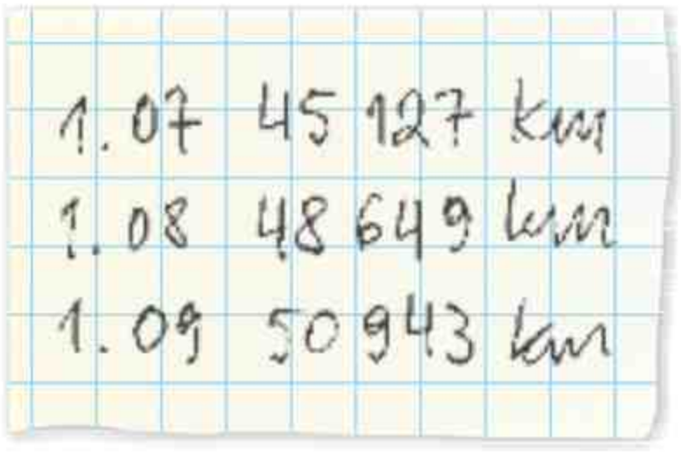
① Komputer kosztuje 2650 zł, drukarka kosztuje 399 zł, więc za komputer z drukarką trzeba zapłacić więcej niż 3000 zł.

② W Szkole Podstawowej nr 1 jest 567 uczniów, a w szkole nr 2 jest 827 uczniów, więc w obu tych szkołach razem jest więcej niż 1500 uczniów.

③ Jeśli książka ma 88 stron, a na każdej stronie mieści się przeciętnie 1980 znaków, to książka ma ponad dwa miliony znaków.



7. Przyjrzyj się rysunkowi. Czy ciężarówka może wjechać na most?



8. Liczniki samochodowe pokazują, ile kilometrów przejechał samochód. Na początku każdego miesiąca pan Woźniak notuje stan licznika swojego samochodu. Popatrz na jego notatki. Oszacuj, czy pan Woźniak przejechał więcej kilometrów w lipcu czy w sierpniu.

9. Poniżej podano ceny kilku towarów w pewnym sklepie.

Odpowiedz, nie wykonując dokładnych rachunków.

a) Czy kupując leżak, stolik i hamak, zapłacisz więcej czy mniej niż 250 zł?

b) Czy 1000 zł wystarczy, aby kupić 8 lamp ogrodowych?

c) Czy za stolik i 4 krzesła zapłacisz więcej niż 270 zł?

d) Jacek za parasol i dwie lampy ogrodowe chce zapłacić banknotami o nominale 100 zł. Ile banknotów musi podać kasjerce?

10. Poniżej podano długości wybranych rzek europejskich. Które zdania są prawdziwe?

Nazwa rzeki	Źródło rzeki (państwo)	Długość rzeki	Ujście rzeki
Dunaj	Niemcy	2860 km	Morze Czarne, Rumunia
Loara	Francja	1012 km	Ocean Atlantycki, Francja
Łaba	Czechy	1165 km	Morze Północne, Niemcy
Odra	Czechy	854 km	Morze Bałtyckie, Polska
Ren	Szwajcaria	1233 km	Morze Północne, Holandia
Sekwana	Francja	775 km	kanał La Manche, Francja
Tag	Hiszpania	1007 km	Ocean Atlantycki, Portugalia
Wisła	Polska	1047 km	Morze Bałtyckie, Polska

① Dunaj jest ponad 3 razy dłuższy niż Wisła.

② Wisła jest dłuższa od Sekwany o ponad 200 km.

③ Wśród wymienionych rzek można wskazać pięć rzek, których długość różni się od długości Wisły o mniej niż 200 km.

11. Rozwiąż poniższe zadania, nie wykonując rachunków pisemnych (oszacuj wyniki odpowiednich działań).

a) W wiadrze mieści się 13 l wody. Czy w beczce o pojemności 255 l zmieści się woda z 25 takich wiader?

b) W skrzynce mieści się 18 kg jabłek. Czy w 12 skrzynkach zmieści się więcej czy mniej niż 245 kg jabłek?

c) W autobusie są 42 miejsca dla pasażerów. Czy piętnastoma autobusami można przewieźć więcej czy mniej niż 600 osób?

12. Popatrz na tabelę zamieszczoną na str. 9 podręcznika i odpowiedz na pytania, nie wykonując dokładnych rachunków.

a) Czy w Norwegii, Szwecji i Finlandii mieszka razem więcej osób niż w Polsce?

b) Czy to prawda, że w Londynie mieszka ponad 4 razy więcej osób niż w Warszawie?

c) Czy łączna powierzchnia Polski i Ukrainy jest większa niż łączna powierzchnia Niemiec i Francji?

13. Na podstawie informacji podanych w tabeli oszacuj:

a) ilu Japończyków przypada na jednego Francuza, a ilu — na jednego Polaka,

b) ilu Chińczyków przypada na jednego Estończyka, a ilu — na jednego mieszkańca USA.

Kraj	Liczba ludności w 2022 roku
Chiny	1 410 540 tys.
USA	337 342 tys.
Japonia	124 215 tys.
Francja	67 872 tys.
Polska	37 654 tys.
Estonia	1332 tys.

super zagadka

Oszacuj, czy od twojego urodzenia minęło już milion godzin.

Działania pisemne – dodawanie i odejmowanie

Przypomnij sobie, jak wykonujemy dodawanie i odejmowanie sposobem pisemnym.

DODAWANIE

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 9526 \\ +\ 947 \\ \hline 10473 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 50742 \\ 3678 \\ +\ 1906 \\ \hline 56326 \end{array}$$

ODEJMOWANIE

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 613} \\ 573 \\ -148 \\ \hline 425 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 4\,916} \\ 3506 \\ -\ 287 \\ \hline 3219 \end{array}$$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $3574 + 247$ c) $120\,672 - 1880$ e) $7542 + 379 + 50\,748$

b) $6027 - 549$ d) $400\,547 - 7965$ f) $175 + 2963 + 540 + 13$

2. Oszacuj najpierw wynik działania, a następnie wykonaj obliczenia sposobem pisemnym. Porównaj wynik szacowania z dokładnym wynikiem.

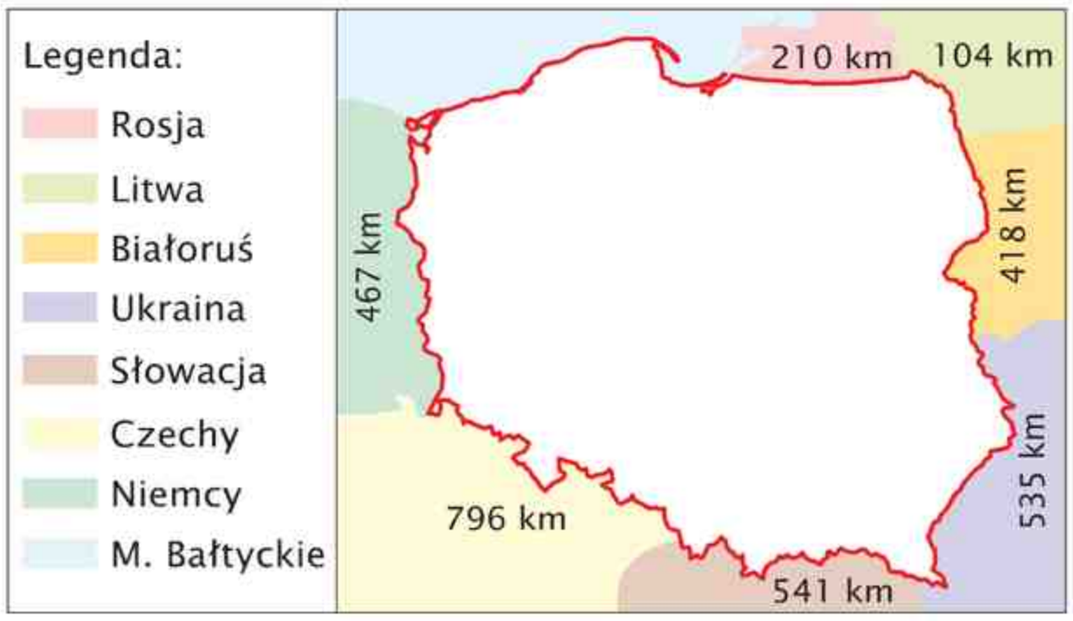
a) $976 + 845$ b) $1357 - 489$ c) $3805 - 1786$

3. Obok przedstawione są zaszyfrowane rachunki z roku 1807. Rozszyfruj je.

4. Adam Mickiewicz urodził się 24 grudnia 1798 r. i zmarł 26 listopada 1855 r. Która rocznica urodzin Mickiewicza i która rocznica jego śmierci przypada w bieżącym roku?

5. Równik Ziemi ma długość 40 076 km. Równoleżnik przechodzący przez Warszawę ma długość 24 645 km. O ile kilometrów ten równoleżnik jest krótszy od równika?

6. Na mapie podano długości granic lądowych Polski z sąsiednimi państwami.



a) Oblicz, jaka jest łączna długość tych granic.

b) O ile dłuższa jest granica ze Słowacją od granicy z Białorusią?

c) O ile krótsza jest granica z Niemcami niż granica z Czechami?

Ciekawostka

Za towar, który kosztuje 268 zł, klient zapłacił dwoma banknotami po 200 zł. Aby wiedzieć, ile reszty należy się klientowi, trzeba znać różnicę 400 – 268. Kasjerka nie obliczała jednak tej różnicy, tylko wydała resztę w nieco inny sposób:

Można powiedzieć, że kasjerka zamieniła odejmowanie na dodawanie:

$$400 - 268 = 2 + 30 + 100 = 132$$

Stosując podobną metodę, można obliczać inne różnice. Oto przykłady:

$370 - 253 = 7 + 40 + 70 = 117$

do 260 do 300 do 370

$4000 - 1927 = 3 + 70 + 2000 = 2073$

do 1930 do 2000 do 4000

7. W podobny sposób, jak opisano to w ciekawostce, oblicz:

a) $700 - 289$ b) $6000 - 1841$ c) $2176 - 1500$

super zagadka

14–18 / 238

Suma trzech kolejnych liczb naturalnych jest równa 270 309. Co to za liczby?

Działania pisemne – mnożenie

W poniższych przykładach przypominamy, jak wykonuje się mnożenie sposobem pisemnym. Zwróć uwagę, że gdy mnożymy liczby, w których występują zera na końcu, to działania takie możemy uprościć.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 827 \\ \cdot\ \ 6 \\ \hline 4962 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1745 \\ \cdot\ \ 308 \\ \hline 13960 \\ +5235 \\ \hline 537460 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3540 \\ \cdot\ \ 2800 \\ \hline 2832 \\ +708 \\ \hline 9912000 \end{array}$$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $3574 \cdot 375$
b) $507 \cdot 2542$
c) 275^2
d) 32^3
e) $20\,150 \cdot 37$
f) $357\,000 \cdot 420$
g) $10\,750^2$
h) 480^3

2. W dużej sali kinowej jest 36 rzędów po 18 foteli w każdym rzędzie. Ile jest miejsc w tej sali?

3. Sebastian sprawdził w komputerze, że wykonane przez niego cyfrowe zdjęcie ma wymiary 2592 piksele $\times$ 1944 piksele. Ile pikseli mieści się w tym zdjęciu? Ile to pełnych megapikseli? (1 megapiksel to 1 mln pikseli).

$$\begin{array}{r} 932 \\ \cdot\ \ \square\square \\ \hline \square\square\square \\ +\square\square\square\square \\ \hline 5\square\square\square \end{array}$$

super zagadka

Rozszyfruj mnożenie pisemne.

19–21 / 238

Działania pisemne – dzielenie

W przykładach obok przypominamy, jak się wykonuje sposobem pisemnym dzielenie przez liczby jednocyfrowe.

PRZYKŁADY

```
 493
3451 : 7
-28
 65
-63
 21
-21
  0
```

3451 : 7 = 493

```
 942
7539 : 8
-72
 33
-32
 19
-16
  3
```

7539 : 8 = 942 r 3

ĆWICZENIE A. Wykonaj dzielenie.

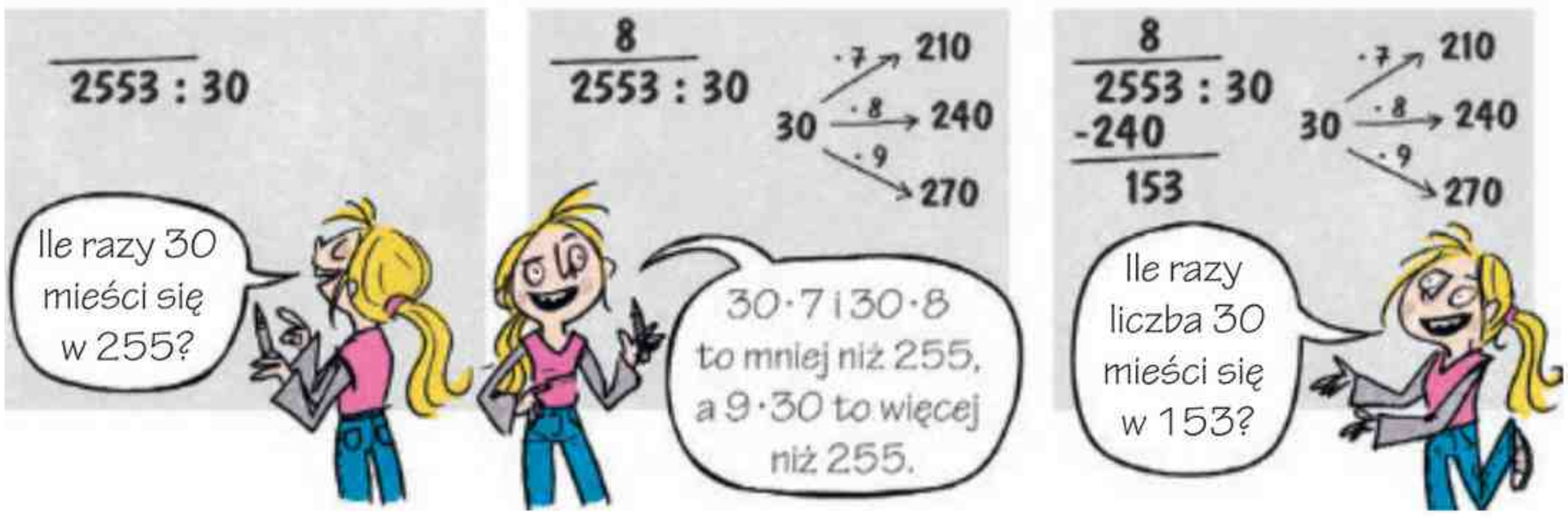
a) $379 : 6$

b) $1536 : 4$

Przy dzieleniu pisemnym przez liczby dwucyfrowe, trzycyfrowe i większe postępujemy podobnie jak przy dzieleniu przez liczby jednocyfrowe. Największa trudność to oszacowanie wyników w kolejnych etapach dzielenia.

ĆWICZENIE B. Ustal, ile razy 20, ile razy 30, a ile razy 40 mieści się w każdej z liczb: 83, 165, 137, 125, 213, 399.

Popatrz, w jaki sposób Basia zaczęła dzielić liczbę 2553 przez 30.



ĆWICZENIE C. Jak myślisz, jak wyglądały dalsze rachunki Basi? Ustal wynik dzielenia.

ĆWICZENIE D. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $975 : 30$ b) $6248 : 20$ c) $1765 : 50$ d) $563 : 40$

Umiejętność szacowania wyników dzielenia przez liczby typu 20, 30, 40 itd. przydaje się przy dzieleniu przez inne liczby. Na przykład iloraz 28 982 : 31 obliczamy tak:

Dzielimy 289 przez 31. Szacujemy, że 30 w liczbie 289 mieści się 9 razy, i sprawdzamy, czy 31 też mieści się 9 razy.

Dzielimy 108 przez 31. Szacujemy, że 30 w liczbie 108 mieści się 3 razy, i sprawdzamy, czy 31 też mieści się 3 razy.

Dzielimy 152 przez 31. Szacujemy, że 30 w liczbie 152 mieści się 5 razy, ale ponieważ $31 \cdot 5 = 155$, więc 31 w liczbie 152 mieści się 4 razy.

```
   9
 28982 : 31
-279
  10
```

```
   93
 28982 : 31
-279
  108
-  93
   15
```

```
   934
 28982 : 31
-279
  108
-  93
   152
 -124
    28
```

Z ostatniego etapu dzielenia odczytujemy wynik:

$$28\,982 : 31 = 934 \text{ r } 28$$

ZADANIA

1. Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę:

a) 3 razy mniejszą: 3648 4521 68 040 235 086

b) 5 razy mniejszą: 795 1540 3575 20 065

2. Oblicz sposobem pisemnym.

a) 545 : 40
b) 765 : 50
c) 687 : 20
d) 3459 : 30
e) 352 : 11
f) 874 : 32
g) 3570 : 59
h) 8874 : 87
i) 11 130 : 91
j) 6436 : 99
k) 62 148 : 28
l) 172 843 : 53

3. Podziel najmniejszą liczbę pięciocyfrową przez największą liczbę dwucyfrową.

4. Jacht Ksantypa, zwycięzca regat, przepłynął 2262 mile morskie w ciągu 26 dni. Jaką odległość pokonywał ten jacht przeciętnie w ciągu doby?

5. Podczas pewnego losowania w lotto aż 12 osób trafiło szóstkę. Do podziału była kwota 19 076 940 zł. Ile złotych wygrała każda z tych osób?

6. Trasa z Warszawy do Rzymu ma długość około 2000 km. Leszek z Lidką zamierzają pokonać tę drogę pieszo, przemierzając codziennie 24 km. Oblicz, jak długo będą wędrować.

7. Zmierz, jak długi jest twój jeden krok. Ile pełnych kroków musisz wykonać, aby przejść 1 km?

8. W pewnej gminie o powierzchni 24 km^2 mieszka 7800 osób. Ile osób przypada na 1 km^2?

9. Zastąp literę odpowiednią liczbą.

a) $12 \cdot x = 1008$ b) $y \cdot 12 = 2424$ c) $425 : z = 17$

10. Czy iloraz liczby pięciocyfrowej przez liczbę dwucyfrową może być liczbą dwucyfrową?

11. Dzielenie liczb z zerami na końcu można uprościć, skreślając po tyle samo zer w dzielnej i dzielniku. Korzystając z tej możliwości, oblicz:

a) 70 200 : 90 c) 1 339 000 : 13 000

b) 249 000 : 300 d) 6 650 000 : 70 000

36Ø : 3Ø = 12

150Ø : 5Ø = 30

48ØØ : 4ØØ = 12

12. Pan Fogg odbył w 80 dni podróż dookoła świata. Ile kilometrów dziennie pokonywał średnio pan Fogg?

Długość równika wynosi około 40 000 km. Przyjmijmy, że pan Fogg pokonał trasę tej właśnie długości.

13. a) Zbyszek i Mirek wykonywali dzielenie 43 600 : 300 różnymi sposobami. Który chłopiec zapisał poprawny wynik?

Obliczenia Zbyszka

```
   145
 43600 : 300 = 145
-300
 1360
-1200
  1600
 -1500
   100

43600 : 300 = 145 reszta 100
```

Obliczenia Mirka

```
   145
 436ØØ : 3ØØ = 145
-3
 13
-12
  16
 -15
   1

43600 : 300 = 145 reszta 1
```

b) Podaj wynik dzielenia 39 100 : 400, jeśli wiadomo, że 391 : 4 = 97 reszta 3.

c) Oblicz: 58 500 : 80, 65 700 : 90, 109 600 : 5000.

14. W stołówce było 1000 kotletów. Przyszli atleci i każdy poprosił o 90 kotletów. Wystarczyło dla wszystkich z wyjątkiem ostatniego atlety. Ile kotletów zostało dla ostatniego atlety?

super zagadka

Rozszyfruj dzielenie pisemne.

```
   3□9
 □□□□ : 19
-□□
 ---
  □□□
 -□□□
 ----
     5
```

22–24 / 239

Zadania tekstowe

ĆWICZENIE A. Przeczytaj uważnie poniższe teksty. Odpowiedz na zadane pytania i ułóż kilka własnych.

Tekst 1

Kasia z rodzicami i jej dwie koleżanki — jedna z mamą, a druga z tatą — wybrali się do teatru. Bilet dla osoby dorosłej kosztował 76 zł, a dla dziecka był dwa razy tańszy.

1. Ilu dorosłych było w grupie, która wybrała się na spektakl?
2. Ile kosztował bilet dla dziecka?

Tekst 2

Państwo Paproccy mają troje dzieci: Anię, Piotra i Andrzeja. Andrzej ma 9 lat i jest o 3 lata starszy od Ani, a od Piotrka jest o 4 lata młodszy.

1. Które z dzieci państwa Paprockich jest najstarsze?
2. Ile lat ma Ania?

Tekst 3

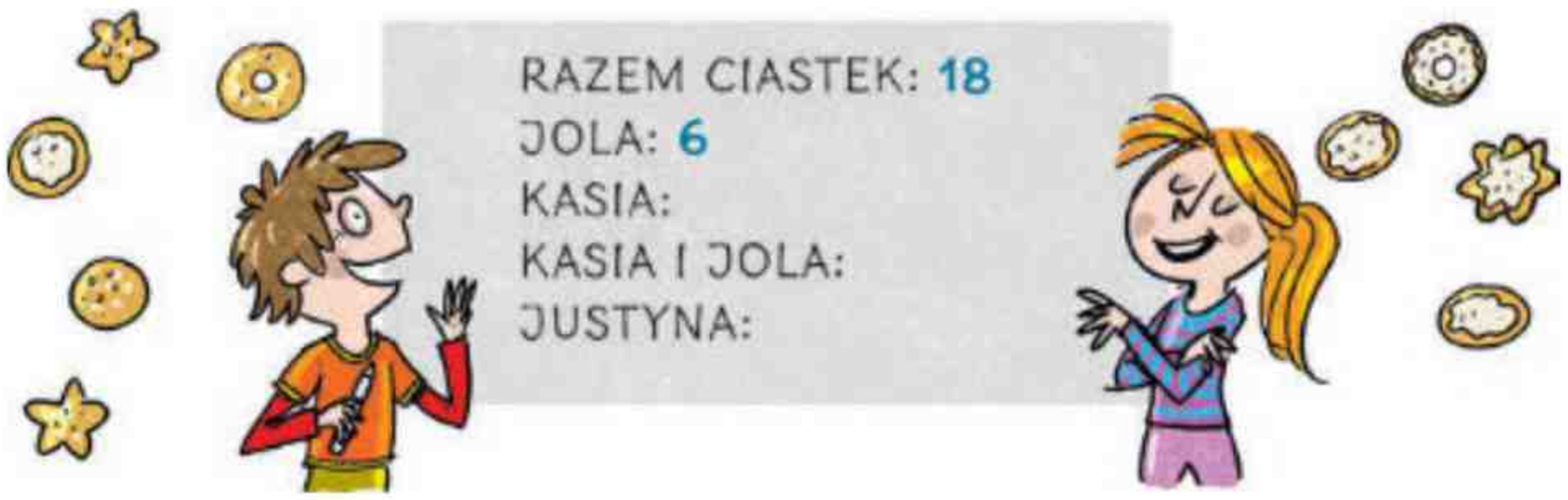
W sklepie były 54 pary kaloszy. Ustawiono je na półkach, po sześć par na każdej. Pod koniec deszczowego dnia okazało się, że sprzedano wszystkie kalosze z pięciu półek oraz dwie pary z szóstej półki.

1. Ile było półek, z których nie sprzedano żadnej pary kaloszy?
2. Ile par kaloszy sprzedano tego deszczowego dnia?

Rozwiązywanie zadania tekstowego warto zacząć od uporządkowania i zapisania informacji zawartych w treści zadania.

ĆWICZENIE B. Uczniowie klasy piątej zaczęli rozwiązywać na tablicy poniższe zadanie. Jak myślisz, jak je dalej rozwiązywali?

Justyna upiekła 18 marcepanowych ciasteczek i zaprosiła swoje dwie koleżanki. Już po kwadransie wszystkie ciasteczka znikły. Jola zjadła 6 ciasteczek — o 2 mniej niż Kasia. Ile ciasteczek zjadła Justyna?



Informacje podane w zadaniu wygodnie jest czasem zilustrować.

ĆWICZENIE C. Antek zaczął rozwiązywanie poniższego zadania od sporządzenia rysunku. Korzystając z tego rysunku, znajdź odpowiedź na pytanie.

Dziesięć drzewek posadzono w rzędzie co 5 m. Jaka jest odległość między pierwszym a ostatnim drzewkiem?

ĆWICZENIE D. Jakie działania trzeba wykonać, aby rozwiązać poniższe zadanie? Które z tych działań potrafisz wykonać w pamięci?

Na widowni w kinie jest 6 rzędów po 18 miejsc i 8 rzędów po 22 miejsca. Na premierę nowego filmu zostało już tylko 9 wolnych miejsc. Ile biletów kupiono do tej pory?

ZADANIA

Uwaga. Zadania na str. 37–40 wymagają wykonywania różnych obliczeń. Nie zawsze te działania trzeba wykonywać sposobem pisemnym. Tam, gdzie to możliwe, spróbuj liczyć w pamięci.

1. Marcin przeczytał 80 stron książki. Do połowy książki brakuje mu 12 stron. Ile stron zostało Marcinowi do przeczytania?

2. Pani Ewelina zapłaciła za telewizor i głośniki 6873 zł. Ile by zapłaciła, gdyby wybrała inny telewizor — tańszy o 270 zł — oraz inne głośniki — droższe o 250 zł?

3. Pan Wojtek dostał w spadku po dziadku duży księgozbiór. Postanowił zostawić sobie dokładnie połowę wszystkich książek, a resztę przekazał dwóm szkołom. Biblioteka szkoły podstawowej otrzymała od pana Wojtka 271 książek, a biblioteka liceum — 524. Ile książek liczył odziedziczony księgozbiór?

4. Dwie osoby kupowały kwiaty w kwiaciarni „Azalia". Pan Wojtek miał banknot stuzłotowy i kupił dwa cyklameny oraz dracenę. Pani Ania kupiła cztery begonie i dwie azalie. Podała kasjerce trzy banknoty o nominale 50 zł. Ile złotych zapłaciła każda z tych osób za kwiaty i ile otrzymała reszty?

5. W pewnej stacji telewizyjnej emisja 30 sekund reklamy kosztuje 8000 zł. Ile kosztuje blok reklamowy trwający dwie i pół minuty?

6. W klasie Va jest 13 dziewczynek i 14 chłopców. W klasie Vb jest o 3 uczniów mniej niż w klasie Va, za to chłopców jest aż dwa razy mniej. Ile jest dziewczynek w klasie Vb?

7. Jacek, Kuba i Maciek zbierają stare monety. Jacek ma w swojej kolekcji 47 monet, Kuba — 39, a Jacek z Kubą razem mają 2 razy więcej monet niż Maciek. Kto ma więcej monet — Jacek czy Maciek? O ile więcej?

8. Dawniej w wagonach I klasy było 9 przedziałów, a w każdym z nich — 6 miejsc siedzących. W wagonach II klasy było 10 przedziałów po 8 miejsc siedzących. Ile miejsc siedzących było we wszystkich przedziałach pociągu, który miał 2 wagony I klasy i 5 wagonów II klasy?

9. a) Kopa to 60 sztuk, a mendel to czwarta część kopy. Kopa mendli — ile to sztuk?

b) Tuzin to 12 sztuk. Gros to tuzin tuzinów. Tuzin grosów — ile to sztuk? Gros tuzinów — ile to sztuk?

10. Kierowniczka sklepu odzieżowego kupiła w hurtowni 10 takich samych marynarek i zapłaciła 1680 zł. Tyle samo zapłaciła za 8 jednakowych spódnic. Ile złotych zapłaciłaby w tej hurtowni, gdyby kupiła 8 marynarek i 5 spódnic?

11. Kasia, Jaś i Piotr to rodzeństwo. Gdy urodził się Jaś, Piotr miał 5 lat. Kasia ma 6 lat i jest teraz 2 razy młodsza od Jasia. Ile lat ma teraz Jaś, a ile — Piotr?

12. Ojciec Wirgiliusz uczył sto dwadzieścia troje dzieci. Dziewczynek było o 5 więcej niż chłopców. Ilu było chłopców?

13. W pewnej stadninie jest 48 koni. Klaczy jest 3 razy więcej niż ogierów. Ile ogierów jest w tej stadninie?

14. Dwie fontanny przelewają łącznie 120 litrów wody w ciągu minuty. Mniejsza fontanna przelewa 3 razy mniej wody niż większa. O ile więcej wody w ciągu jednej minuty przelewa większa fontanna?

15. W podróż przez pustynię wyruszyła karawana 17 wielbłądów. Każdy wielbłąd niósł 16 bukłaków z wodą. Wędrowcy codziennie zużywali wodę z 9 bukłaków. Po 12 dniach dotarli do oazy. Ile bukłaków wody zostało im w zapasie?

16. a) W klatce *C* bloku, w którym mieszka Karol, mieszkania mają kolejne numery od 72 do 115. Ile jest tych mieszkań?

b) W książce, którą czyta Kalina, są dwa rozdziały. Pierwszy rozdział zaczyna się na stronie 9, a kończy na stronie 123. Drugi rozdział zaczyna się na następnej stronie i kończy na stronie 221. Który z tych rozdziałów liczy więcej stron i o ile więcej?

c) Julek zapisał wszystkie liczby nieparzyste od 13 do 127. Ile liczb zapisał?

17. W szkole Kasi jest 436 uczniów. Sprawdź, czy można ich wszystkich ustawić czwórkami. Jak długa będzie kolumna uczniów tej szkoły ustawionych czwórkami, gdy odległość między kolejnymi czwórkami będzie wynosić 1 m?

18. W pewnym biegu narciarskim wzięło udział 40 uczestników. Kolejni zawodnicy startowali co 45 sekund. Pierwszy zawodnik wyruszył o godzinie 14 : 30. O której wystartował piętnasty zawodnik, a o której — ostatni?

19. a) Przyjrzyj się rysunkom. Ile dekagramów waży banan, ile — pomarańcza, a ile — ananas?

b) Koszulka, spodnie i pasek kosztują razem 150 zł. Koszulka i pasek kosztują razem 68 zł, a spodnie i pasek — 107 zł. Ile kosztuje każda z tych rzeczy?

20. Liczbę a zwiększono dwukrotnie, a otrzymany wynik powiększono o liczbę a. Wynik tej ostatniej operacji zmniejszono czterokrotnie, otrzymując liczbę 270. Ile wynosi liczba a?

21. Pani Agnieszka była w 8 krajach, a pan Zbyszek w 15 krajach. Pani Agnieszka odwiedziła 3 kraje, w których nie był pan Zbyszek. Ile jest krajów, które odwiedził pan Zbyszek, a pani Agnieszka — nie?

super zagadka

W autobusie jechało 37 osób. Na przystanku przy teatrze wysiadło kilku pasażerów, ale wsiadło dwa razy więcej osób, niż wysiadło. Na kolejnym przystanku wysiadło 8 osób i wsiadła pani z dwojgiem dzieci. Teraz w autobusie jedzie 40 osób. Ilu pasażerów wysiadło przy teatrze?

Przed klasówką

1. Która z podanych liczb jest 100 razy większa niż 100 tysięcy?

A. 10 000 C. 10 mln

B. 1 mln D. 100 mln

2. O ile większa jest suma liczb 45 i 26 od ich różnicy?

A. o 52 B. o 19 C. o 71 D. o 90

3. Wybierz właściwą odpowiedź.

Jedna doba to około:

A. 90 tys. sekund B. 9 tys. sekund

Jeden milion sekund to około:

C. 5 dni D. 12 dni

4. Oceń prawdziwość zdań na podstawie podanych cen.

① Za salaterkę i 6 talerzyków trzeba zapłacić mniej niż 100 zł. PRAWDA / FAŁSZ

② Za dzbanek i 6 filiżanek trzeba zapłacić ponad 240 zł. PRAWDA / FAŁSZ

③ Za 12 filiżanek i 12 talerzyków trzeba zapłacić ponad 440 zł. PRAWDA / FAŁSZ

5. Wybierz właściwą odpowiedź.

Reszta z dzielenia 359 przez 27 jest:

A. dwucyfrowa B. jednocyfrowa

Reszta z dzielenia 8620 przez 160 jest:

C. dwucyfrowa D. trzycyfrowa

6. Jaką liczbę otrzymamy, gdy do liczby 3572 dodamy liczbę o 129 od niej mniejszą i liczbę o 129 od niej większą?

7. a) Jaka jest cyfra milionów liczby 9 876 543 210?

b) Jaka jest cyfra dziesiątek wyniku dzielenia 45 824 : 32?

8. a) Ile jest liczb trzycyfrowych mniejszych od 351?

b) Ile jest liczb czterocyfrowych większych od 5483?

9. Pani Helenka otrzymuje 24 zł za godzinę pracy. Ile pieniędzy zarobiła, pracując przez trzy dni po 6 godzin dziennie?

10. Na skraju lasu rosną obok siebie klon, lipa i topola. Klon jest o 6 m wyższy od lipy, ale 2 razy niższy od topoli. Lipa ma 8 m wysokości. Ile metrów wysokości ma topola?

klon

lipa

topola

11. Pewien rok szkolny skończył się 23 czerwca, a następny rok szkolny rozpoczął się 1 września. Ile dni trwały wtedy wakacje?

12. W roku 2000 dzień 1 września wypadł w piątek. 122 dni później rozpoczął się XXI wiek. Jaki to był dzień tygodnia?

w krainie
łamigłówek

1 Przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij ją tak, aby:

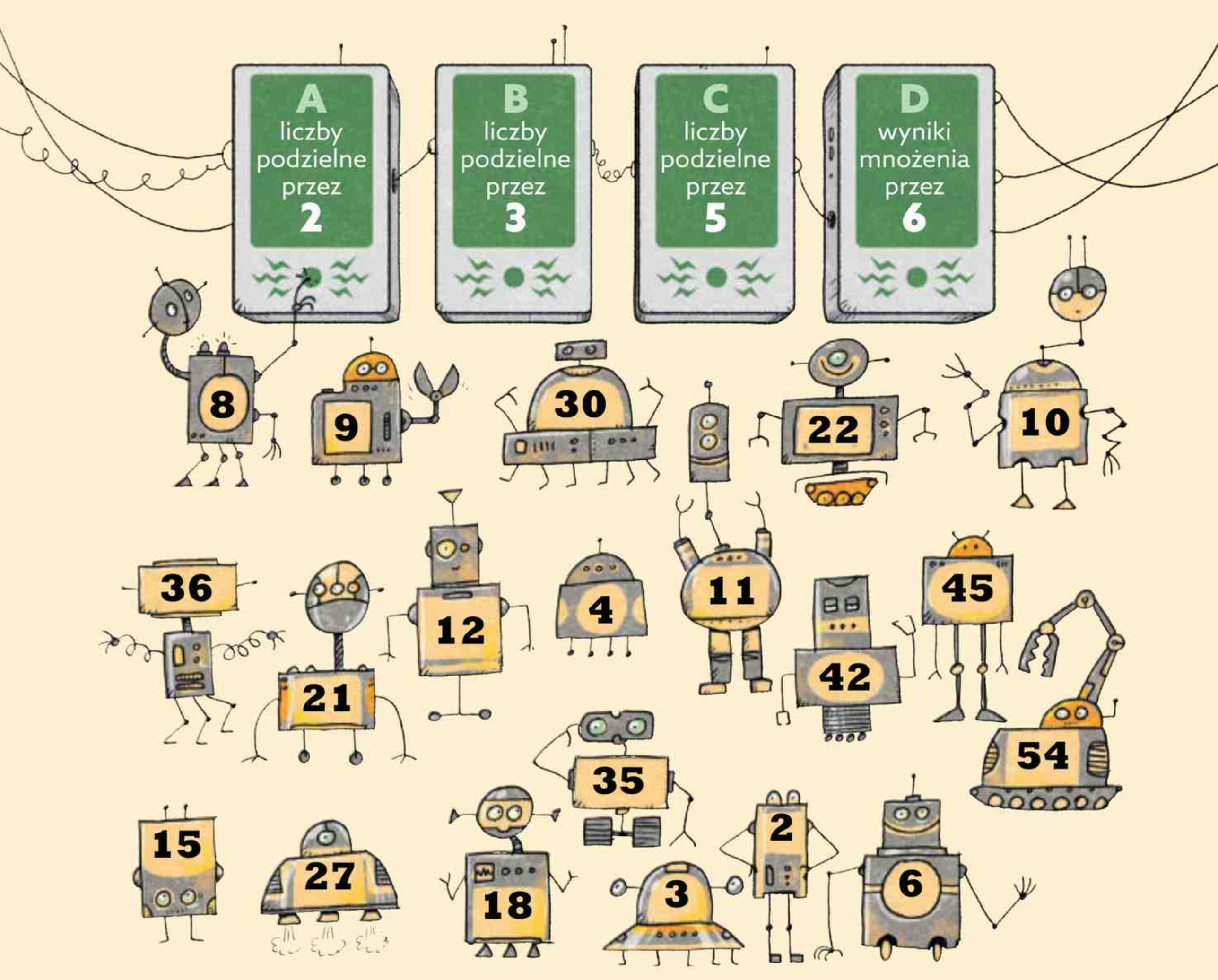
- w każdym rzędzie było dziewięć różnych cyfr od 1 do 9,
- w każdej kolumnie były cztery różne cyfry,
- suma liczb w każdej kolumnie była równa odpowiedniej liczbie w kółku.

22 20 14 23 23 17 26 19 16

	9	8	6	5	1	7	3	4
9	4		7	1	8			
5		1		8			4	
	1				5	4		3

2 Pewien człowiek chce przewieźć łódką przez rzekę wilka, kozę i kapustę. Do łódki może zabrać tylko jedno z trojga — albo wilka, albo kozę, albo kapustę. Na brzegu rzeki nie można oczywiście pozostawić ani wilka z kozą, ani kozy z kapustą. Jak przewieźć wilka, kozę i kapustę z jednego brzegu na drugi?

Własności liczb naturalnych



1. Do każdej ze stacji *A*, *B*, *C*, *D* dopasuj cztery roboty, które można na niej naładować.
2. Które roboty można naładować zarówno na stacji *A*, jak i na *B*?
3. Na których stacjach można naładować robota nr 30?
4. Którego robota nie można naładować na żadnej ze stacji?

Wielokrotności

ĆWICZENIE A. Szklanki sprzedaje się w kompletach po 6 sztuk. Ile jest szklanek w dwóch, ile w trzech, a ile w czterech kompletach?

Jeśli w komplecie jest 6 szklanek, to liczba szklanek, które można kupić, wynosi:

0, 6, 12, 18, 24, 30, ...

Te liczby nazywamy **wielokrotnościami** liczby 6.

Każda wielokrotność liczby 6 jest wynikiem mnożenia liczby 6 przez pewną liczbę naturalną:

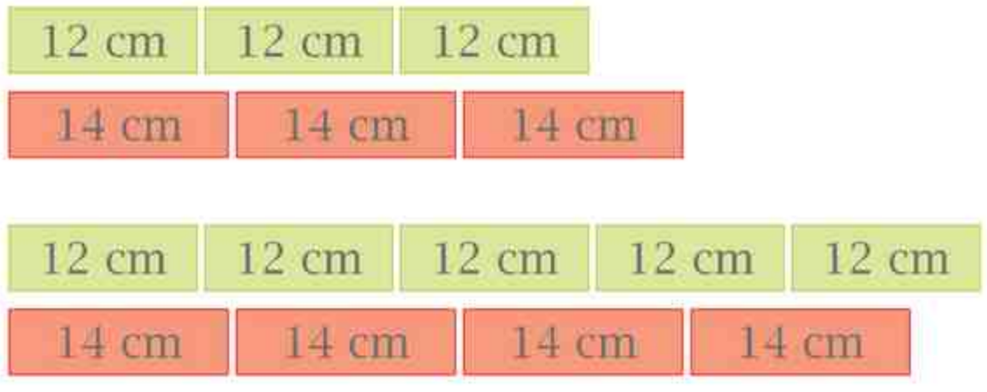
$$0 = 6 \cdot 0, \quad 6 = 6 \cdot 1, \quad 12 = 6 \cdot 2, \quad 18 = 6 \cdot 3, \quad 24 = 6 \cdot 4, \quad \ldots$$

ĆWICZENIE B. a) Zapisz kilka wielokrotności liczby 7.

b) Spośród liczb: 0, 3, 8, 16, 37, 240, 351 wskaż te, które są wielokrotnościami liczby 2.

Zauważ, że liczby parzyste są wielokrotnościami liczby 2, a liczby, które nie są wielokrotnościami liczby 2, są liczbami nieparzystymi.

Ola układała zielone paski z jednakowych prostokątów o długości 12 cm, a Wojtek układał czerwone paski z jednakowych prostokątów o długości 14 cm (zob. rysunek obok).



ĆWICZENIE C. Jakie długości mają zielone, a jakie — czerwone paski przedstawione na rysunku? Jakie inne długości mogą mieć paski ułożone z zielonych prostokątów, a jakie — ułożone z czerwonych?

Po kilku próbach Oli i Wojtkowi udało się ułożyć oba paski — zielony i czerwony — tej samej długości. Zastanówmy się, jaką długość mógł mieć każdy z nich.

Długości zielonych pasków wyrażone w centymetrach to wielokrotności liczby 12, a długości czerwonych to wielokrotności liczby 14. Zatem jeśli długość obu pasków ma być taka sama, to musi być zarówno wielokrotnością liczby 12, jak i liczby 14. Innymi słowy, musimy znaleźć **wspólną wielokrotność** liczb 12 i 14.

Wielokrotności liczby 12: 0 12 24 36 48 60 72 84 96 108 120 132 144 156 168 180 192 204 216 228 240 252 264 276 288 300 312 324 336

Wielokrotności liczby 14: 0 14 28 42 56 70 84 98 112 126 140 154 168 182 196 210 224 238 252 266 280 294 308 322 336 350 364 378

Obok zapisano kolejne wielokrotności liczb 12 i 14. Zaznaczone liczby: 84, 168, 252, 336 to wspólne, różne od zera wielokrotności liczb 12 i 14. Najmniejszą z nich jest 84. Możemy to zapisać w skrócie tak:

NWW (12, 14) = 84

Czytamy: najmniejsza wspólna wielokrotność liczb 12 i 14 to 84.

Uwaga. Zawsze gdy szukamy najmniejszej wspólnej wielokrotności dwóch liczb różnych od 0, rozważamy tylko wielokrotności różne od 0.

ĆWICZENIE D. Wypisz kilka wielokrotności liczb 6 i 9. Znajdź NWW (6, 9).

ZADANIA

1. Podaj kilka przykładów liczb, które są wielokrotnościami:
a) liczby 8 b) liczby 20 c) liczby 150 d) liczby 4000

2. Jakie liczby można wpisać w miejscu kwadracika?

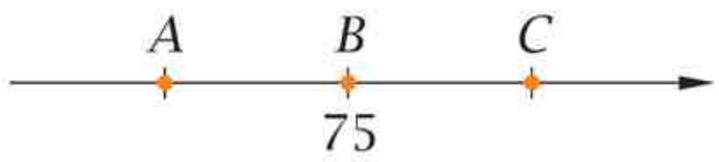
Liczba 12 jest wielokrotnością liczby ■ .

3. Spośród liczb podanych obok wypisz te, które są wielokrotnościami liczby:
a) 3 b) 8 c) 17

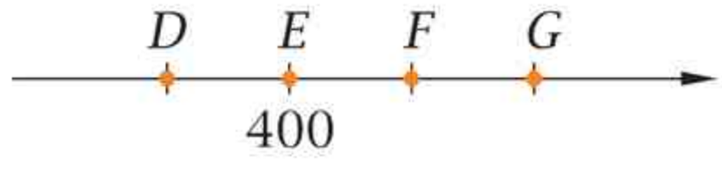
4. a) Znajdź najmniejszą spośród liczb, które są większe od 200 i są wielokrotnościami liczby 30.

b) Znajdź największą spośród liczb, które są mniejsze od 200 i są wielokrotnościami liczby 40.

5. a) Liczby A, B i C to kolejne wielokrotności liczby 15. Jakie współrzędne mają punkty A i C?



b) Liczby D, E, F i G to kolejne wielokrotności liczby 8. Jakie współrzędne mają punkty D, F i G?



Pięciokrotność liczby 15 to liczba równa $5 \cdot 15$.

6. a) Pięciokrotność liczby 15 jest trzykrotnością pewnej liczby. Jaka to liczba?

b) Od sześciokrotności pewnej liczby odjęto dwukrotność tej liczby i otrzymano 24. O jakiej liczbie mowa?

7. Które z podanych zdań są prawdziwe?

① Nie ma liczb parzystych, które są wielokrotnościami liczby 5.

② Każda liczba nieparzysta jest wielokrotnością liczby 3.

③ Każda liczba naturalna jest wielokrotnością liczby 1.

④ Liczba 0 jest wielokrotnością każdej liczby naturalnej.

⑤ Każda wielokrotność liczby 6 jest wielokrotnością liczby 3.

8. Trzycyfrowa liczba 4 ■ 6 jest wielokrotnością liczby 52. Jaką cyfrą należy zastąpić kwadracik?

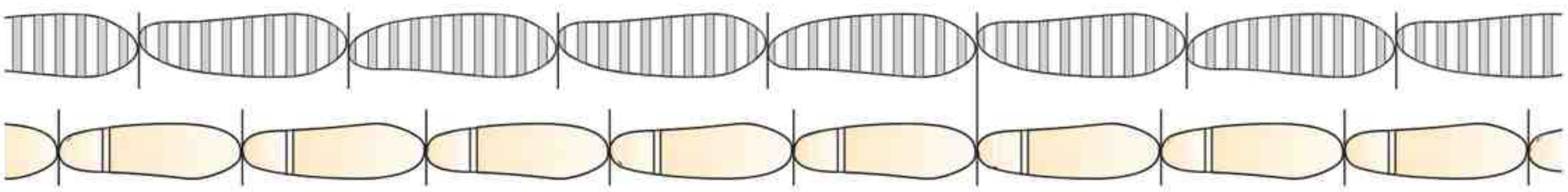
9. Podaj NWW (najmniejszą wspólną wielokrotność) liczb:

a) 2 i 10
b) 6 i 4
c) 3 i 4
d) 1 i 523
e) 5 i 11
f) 40 i 20
g) 2, 3 i 4
h) 5, 10 i 15

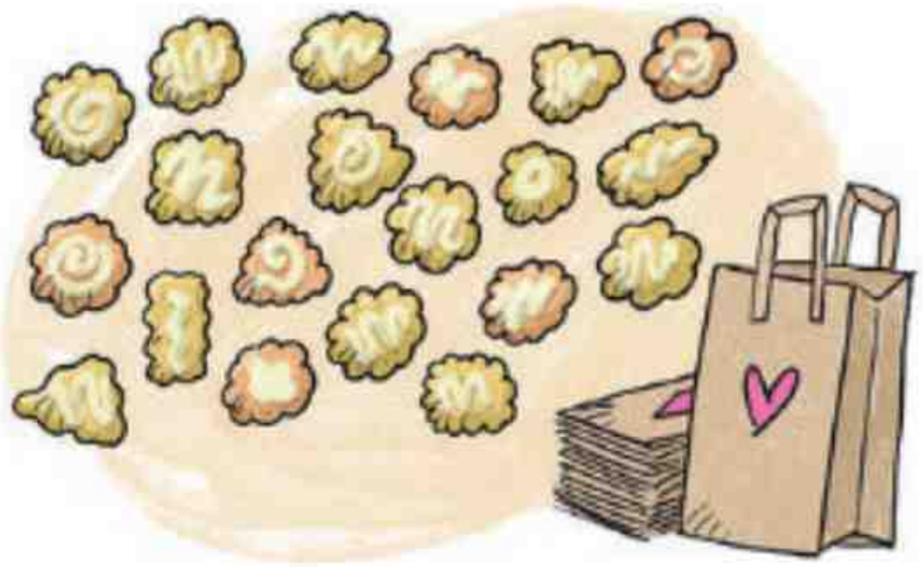
super zagadka

25–26 / 239

Ania i Iza mierzyły stopami długość podwórka. Stopa Ani ma 24 cm, a Izy — 20 cm. Dziewczynki po każdym postawieniu stopy rysowały kreskę. Kreska Ani i kreska Izy 20 razy znalazły się na jednej linii. Czy podwórko ma więcej niż 20 m?



Dzielniki



ĆWICZENIE A. a) Mamy 20 ciasteczek, które chcemy zapakować do torebek po tyle samo sztuk. Po ile ciasteczek może być w torebkach?

b) Po ile ciasteczek mogłoby się znaleźć w torebkach, gdybyśmy rozdzielali 16 ciasteczek?

Mówimy, że dana liczba jest podzielna przez jakąś liczbę, gdy dzieli się przez nią bez reszty.

ĆWICZENIE B. Wymień te liczby naturalne, przez które jest podzielna liczba 20.

Każdą liczbę, przez którą liczba 20 jest podzielna, nazywamy jej **dzielnikiem**. Dzielnikami liczby 20 są: 1, 2, 4, 5, 10 i 20.

ĆWICZENIE C. a) Wypisz wszystkie dzielniki liczby 18.
b) Ile dzielników ma liczba 1? Ile dzielników ma liczba 7?

PRZYKŁADY

dzielniki liczby 10:	dzielniki liczby 12:	dzielniki liczby 13:
1, 2, 5, 10	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 13

Zauważ, że każda liczba naturalna większa od 1 ma co najmniej dwa dzielniki, bo jest podzielna przez 1 i przez samą siebie.

Marta zauważyła, że najłatwiej znaleźć wszystkie dzielniki danej liczby, gdy wypisze się możliwe iloczyny. Popatrz, jak Marta znalazła dzielniki liczby 32.

ĆWICZENIE D. a) Wyjaśnij, na czym polega sposób Marty.

b) Znajdź dzielniki liczby 36.

Kartkę o wymiarach 18 cm × 24 cm chcemy pociąć na jednakowe kwadraty o bokach wyrażonych w pełnych centymetrach. Taką kartkę można podzielić na przykład na kwadraty o boku 1 cm, a także na kwadraty o boku 2 cm. Długość boku kwadratów musi być wyrażona liczbą, która jest zarówno dzielnikiem liczby 18, jak i liczby 24. Zatem długość boku największych możliwych kwadratów jest **największym wspólnym dzielnikiem** tych liczb.

Dzielniki liczby 18:

1 2 3 6 9 18

Dzielniki liczby 24:

1 2 3 4 6 8 12 24

Obok wypisano dzielniki liczb 18 i 24. Zaznaczone liczby: 1, 2, 3, 6 to wspólne dzielniki tych liczb. Największym wspólnym dzielnikiem jest 6. Możemy to zapisać w skrócie tak:

NWD (18, 24) = 6

Czytamy: największy wspólny dzielnik liczb 18 i 24 to 6.

Wobec tego największe kwadraty, na jakie można podzielić kartkę o wymiarach 18 cm × 24 cm, to kwadraty o wymiarach 6 cm × 6 cm.

ĆWICZENIE E. Znajdź NWD (12, 15).

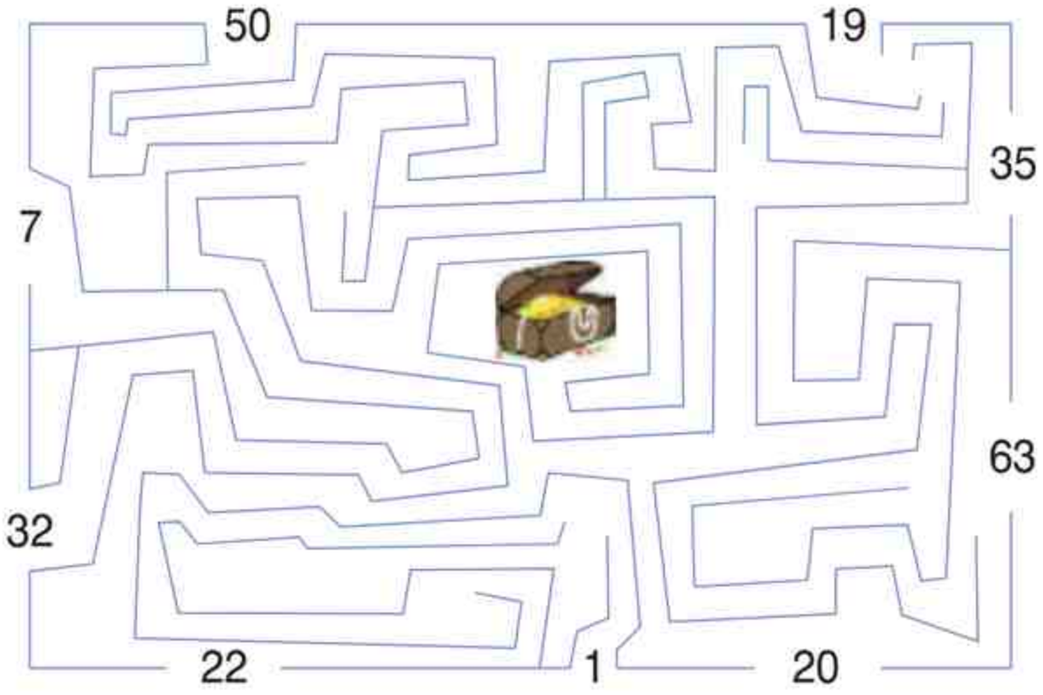
ZADANIA

1. Wypisz wszystkie dzielniki podanej liczby.

a) 5 b) 6 c) 18 d) 25 e) 45 f) 100

2. Które z podanych zdań są prawdziwe?

① Liczba 1 jest dzielnikiem każdej liczby naturalnej.
② Liczba 2 jest dzielnikiem każdej liczby parzystej.
③ Liczba 3 jest dzielnikiem każdej liczby nieparzystej.
④ Każdy dzielnik liczby 24 jest dzielnikiem liczby 12.



3. Które z podanych liczb są dzielnikami liczby 120?

1 12 25 60 120 240

4. Wejście do skarbu jest oznaczone liczbą, dla której suma wszystkich dzielników jest równa 63. Znajdź to wejście.

5. Wypisz wszystkie liczby trzycyfrowe, których dzielnikiem jest:

a) 100 b) 200 c) 125 d) 350

6. a) Ile jest liczb trzycyfrowych, których dzielnikiem jest 50?

b) Ile jest liczb czterocyfrowych, których dzielnikiem jest 500?

Ciekawostka

Liczba doskonała to liczba, która jest równa sumie wszystkich swoich dzielników mniejszych od niej. Dotychczas znaleziono tylko 49 liczb doskonałych.

7. Przeczytaj ciekawostkę.

a) Wypisz dzielniki liczby 6 mniejsze od 6 i oblicz ich sumę. Czy 6 jest liczbą doskonałą?

b) Czy 28 jest liczbą doskonałą?

8. Podaj przykład liczby trzycyfrowej, której dzielnikami są liczby 10 i 7. Znajdź najmniejszą liczbę trzycyfrową, która spełnia te warunki.

9. Znajdź NWD (największy wspólny dzielnik) liczb:

a) 21 i 35 d) 9 i 19 g) 28 i 5 j) 10 i 320

b) 25 i 26 e) 2 i 49 h) 11 i 64 k) 2 i 489

c) 4 i 12 f) 36 i 2 i) 7 i 12 l) 3 i 301

10. Mamy 28 jabłek i 32 gruszki. Chcemy ze wszystkich tych owoców utworzyć jednakowe zestawy jabłek i gruszek. Jaka jest największa możliwa liczba takich zestawów?

11. Znajdź wszystkie liczby naturalne większe od 0, ale mniejsze od 30, które można wpisać w miejscu znaku zapytania.

a) NWD (11, ?) = 11 c) NWD (20, ?) = 1 e) NWD (?, ?) = 7

b) NWD (6, ?) = 6 d) NWD (?, 50) = 5 f) NWD (?, ?) = 8

super zagadka

27–30 / 239

Pewna liczba ma cztery dzielniki, a ich suma jest równa 40. Jednym z dzielników jest 9. Znajdź tę liczbę.

Cechy podzielności liczb

ĆWICZENIE A. a) Sprawdź, czy liczba 218 jest podzielna przez 4.
b) Sprawdź, czy liczba 2248 jest podzielna przez 9.

Aby ustalić, czy dana liczba jest podzielna przez inną liczbę, można wykonać dzielenie i sprawdzić, czy reszta z dzielenia jest równa 0. Czasami, aby to ustalić, nie trzeba wykonywać dzielenia.

ĆWICZENIE B. Spośród liczb podanych na rysunku wypisz:
a) liczby podzielne przez 2,
b) liczby podzielne przez 5,
c) liczby podzielne przez 10,
d) liczby podzielne przez 100.

Spróbuj opisać, czym charakteryzują się liczby podzielne przez 10, a czym — liczby podzielne przez 100. Czym charakteryzują się liczby podzielne przez 2, a czym — liczby podzielne przez 5?

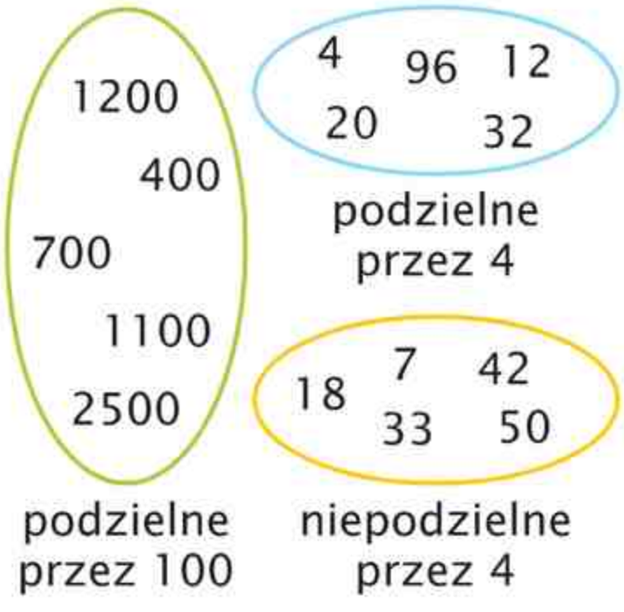
Aby rozstrzygnąć, czy liczby są podzielne przez 2, 5, 10 lub 100, można korzystać z poniższych **cech podzielności liczb**.

Liczba jest podzielna przez 2 — tylko wtedy, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6, 8.

Liczba jest podzielna przez 10 — tylko wtedy, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0.

Liczba jest podzielna przez 5 — tylko wtedy, gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 lub 5.

Liczba jest podzielna przez 100 — tylko wtedy, gdy jej ostatnie dwie cyfry to 00.



ĆWICZENIE C. Przyjrzyj się liczbom w pętlach. Zauważ, że liczby z zielonej pętli także są podzielne przez 4.

a) Wybierz jedną liczbę z zielonej pętli i jedną z niebieskiej. Czy ich suma jest podzielna przez 4?

b) Czy można wybrać jedną liczbę z zielonej pętli i jedną z żółtej tak, aby ich suma była podzielna przez 4?

Wiadomo, że liczba 100 jest podzielna przez 4. Każda liczba naturalna większa od 100 jest sumą wielokrotności liczby 100 i liczby jednocyfrowej lub dwucyfrowej. Podzielność przez 4 zależy więc od dwóch ostatnich cyfr. Opisuje to cecha podzielności podana obok.

ĆWICZENIE D. Zapisz każdą z liczb: 324, 1538, 2745, 8504 w postaci sumy wielokrotności liczby 100 i liczby jednocyfrowej lub dwucyfrowej. Ustal, które z podanych liczb są podzielne przez 4.

ĆWICZENIE E. Klara i Irek zastanawiają się, co można powiedzieć o liczbach podzielnych przez 3. Czy któreś z nich ma rację?

ĆWICZENIE F. Zapisz w zeszycie liczby: 15, 17, 18, 21, 42, 53, 69, 122, 327. Podkreśl na czerwono liczby podzielne przez 3, a na niebiesko — te z liczb, których suma cyfr jest podzielna przez 3.

Liczby podzielne przez 3 mają wspólną cechę. Suma ich cyfr też jest liczbą podzielną przez 3. Na przykład dla liczb: 18, 42, 327, które są podzielne przez 3, otrzymujemy:

Suma cyfr liczby 18 to $1 + 8 = 9$.

Suma cyfr liczby 42 to $4 + 2 = 6$.

Suma cyfr liczby 327 to $3 + 2 + 7 = 12$.

Suma cyfr liczb niepodzielnych przez 3 nie jest podzielna przez 3. Na przykład dla liczb: 17, 67, 122 otrzymujemy:

Suma cyfr liczby 17 to $1 + 7 = 8$.

Suma cyfr liczby 67 to $6 + 7 = 13$.

Suma cyfr liczby 122 to $1 + 2 + 2 = 5$.

ĆWICZENIE G. Narysujcie na tablicy i uzupełnijcie poniższą tabelę, a następnie przyjrzyjcie się jej uważnie. Co można zauważyć?

Liczba	15	27	46	54	908	918	951	3081
Czy jest podzielna przez 9?	nie	tak						
Ile wynosi suma cyfr?	6	9						
Czy suma cyfr jest podzielna przez 9?	nie	tak						

Cechy podzielności liczb przez 3 i przez 9 nie przypominają poznanych dotąd cech podzielności. Aby rozstrzygnąć, czy dana liczba jest podzielna przez 3 lub przez 9, musimy najpierw ustalić, ile wynosi suma cyfr tej liczby.

ZADANIA

1. Spośród podanych liczb wypisz liczby podzielne:

a) przez 2, c) przez 10,

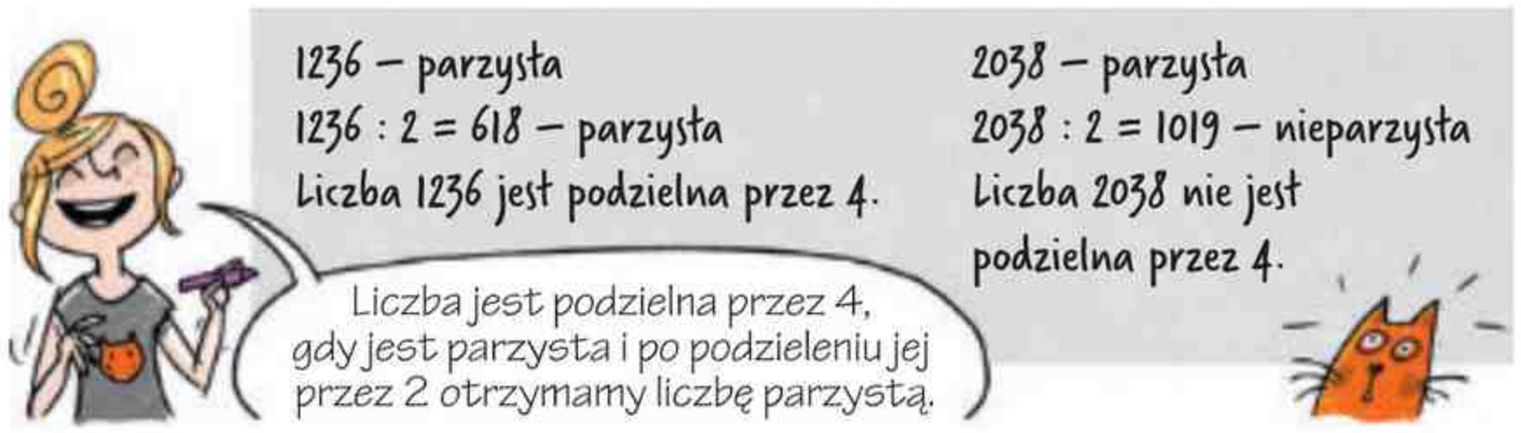
b) przez 5, d) przez 100.

2. Wypisz kilka liczb podzielnych przez 25. Czy potrafisz sformułować cechę podzielności przez 25?

3. Które z podanych liczb są podzielne przez 4?

1242 764 508 317 696 72 518 12 472

4. Przyjrzyj się rysunkowi poniżej. Asia sprawdzała, czy liczby 1236 oraz 2038 są podzielne przez 4, ale nie korzystała przy tym z cechy podzielności przez 4.



Sprawdź sposobem Asi, które z liczb: 612, 506, 832, 7980, 2446 są podzielne przez 4.

Ciekawostka

Obieg Ziemi wokół Słońca trwa 365 dni, 5 godzin, 48 minut i 46 sekund, czyli nieco dłużej niż zwykły rok kalendarzowy, liczący 365 dni. Aby wyrównać tę różnicę, przyjęto, że niektóre lata mają 366 dni. Nazywamy je **latami przestępnymi**. W takim roku luty jest o 1 dzień dłuższy i ma 29 dni.

Rok jest przestępny, gdy liczba oznaczająca ten rok jest podzielna przez 4. Na przykład latami przestępnymi były 1940, 1944, 1948, 1952, ... Od tej reguły jest jednak pewien wyjątek — **nie są przestępne** lata: 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, czyli oznaczone liczbami podzielnymi przez 100, lecz niepodzielnymi przez 400. Za to lata: 1600, 2000, 2400 **są przestępne**.

5. Przeczytaj ciekawostkę.

a) Czy rok twojego urodzenia był rokiem przestępnym?

b) Czy obecny rok jest przestępny? Podaj dwa najbliższe lata, które będą przestępne.

c) Które z podanych lat są przestępne?

1724 r. 1800 r. 1850 r. 1978 r. 1980 r. 2000 r. 2100 r.

d) Zapisz ostatnie lata wieków: XVI, XVII i XVIII. Które z nich to lata przestępne?

6. Popatrz na starą legitymację. Podaj najbliższą od dzisiaj datę, kiedy pan Jan będzie mógł obchodzić rocznicę urodzin w dniu odpowiadającym dacie urodzenia.

7. Wśród liczb podanych obok odszukaj liczby podzielne:

a) przez 3, b) przez 9.

125 1234 10011 9124 36054
1001001 12033 123456

8. a) Podaj przykład liczby trzycyfrowej, która jest podzielna przez 3, a nie jest podzielna przez 9.

b) Czy potrafisz podać przykład liczby podzielnej przez 9 i niepodzielnej przez 3?

9. Przeczytaj ogłoszenie zamieszczone obok i ustal, jaka liczba zaginęła w Biurze Numerów.

10. Które z podanych sum są podzielne przez 3, a które — przez 9?

$10^2 + 7$ $10^3 + 8$ $100^2 + 2$
$100^3 + 8$ $1000^2 + 6$

11. Zapisz najmniejszą i największą liczbę dziesięciocyfrową o różnych cyfrach. Czy te liczby są podzielne przez 3?

12. a) Zapisz kilka liczb trzycyfrowych podzielnych przez 3, używając tylko cyfr 0, 1 lub 2 (cyfry mogą się powtarzać). Ile jest takich liczb?

b) Zapisz liczbę dziesięciocyfrową podzielną przez 9, używając tylko cyfr 0 lub 1. Ile takich liczb można zapisać?

13. Obok podano klucz do szyfru.

a) Jakie słowa zaszyfrowano poniżej?

1325 1001 508 123 4085

16 2031 715 64 123

b) Utwórz dwa inne słowa z podanych liter i zaszyfruj je liczbami co najmniej trzycyfrowymi.

14. Suma cyfr pewnej wielkiej liczby a wynosi 5421. Czy liczba a jest podzielna przez 3? Czy jest podzielna przez 9?

15. Zapisz liczby czterocyfrową i pięciocyfrową, takie, że każda z nich:

a) jest podzielna przez 5 i przez 4,

b) jest podzielna przez 3 i przez 2,

c) jest podzielna przez 3 i niepodzielna przez 9.

16. a) Podaj przykład liczby trzycyfrowej podzielnej przez 3 i przez 5. Czy liczba ta jest podzielna przez 15?

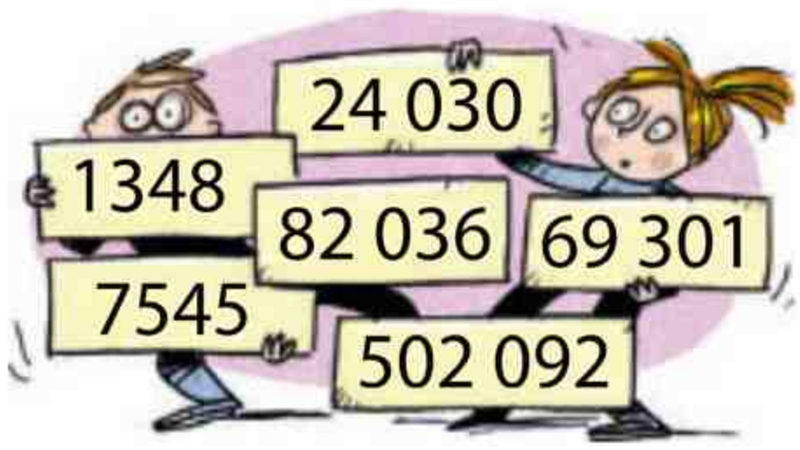
b) Sprawdź, nie wykonując dzielenia, czy liczby: 96, 120, 5703, 4105 są podzielne przez 15.

17. Korzystając z cech podzielności, wśród liczb podanych obok odszukaj wielokrotności:

a) liczby 6,

b) liczby 12,

c) liczby 20.



18. Nie wykonując dzielenia, ustal reszty z dzielenia podanych liczb przez 5 oraz reszty z dzielenia przez 4.

4325 6703 9032 5249 8318

19. a) Nie wykonując dzielenia, znajdź reszty z dzielenia przez 3 liczb: 824, 7012, 99 016.

b) Zapisz dziewięć kolejnych liczb trzycyfrowych. Nie wykonując dzielenia, znajdź reszty z dzielenia tych liczb przez 9.

super zagadka

Jaką cyfrą należy zastąpić znak ◆, aby otrzymać liczbę, której resztą z dzielenia przez 12 jest 2?

22◆6

31–35 / 239–240

Liczby pierwsze i liczby złożone

ĆWICZENIE A. Zapisz, ile dzielników ma każda z liczb: 4, 5, 12, 13.

Każda liczba naturalna większa od 1 ma co najmniej dwa dzielniki, gdyż jest podzielna przez 1 i przez samą siebie.

ĆWICZENIE B. Podaj trzy przykłady liczb, które mają:

a) więcej niż dwa dzielniki,

b) tylko dwa dzielniki.

Liczbę naturalną, która ma dokładnie dwa dzielniki, nazywamy **liczbą pierwszą**. Przykłady liczb pierwszych:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

Liczbę naturalną różną od zera, która ma więcej niż dwa dzielniki, nazywamy **liczbą złożoną**. Przykłady liczb złożonych:

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16

Liczby 0 i 1 nie są ani pierwsze, ani złożone.

Ciekawostka

Liczb pierwszych jest nieskończenie wiele. Znajdowanie ich nie jest jednak łatwe. Od pewnego czasu używa się do tego komputerów i dzięki temu co jakiś czas są odkrywane coraz większe liczby pierwsze.

Na przykład w 2018 roku odkryto za pomocą komputerów kolejną ogromną liczbę pierwszą, która ma aż 24 862 048 cyfr. Gdyby cyfry tej liczby zapisać jedna za drugą na pasku papieru, to miałby on długość około 100 km.

ZADANIA

1. Uzasadnij, że liczby: 1712, 3795, 1616, 1719, 9321 są złożone (dla każdej z nich znajdź dzielnik różny od 1 i różny od tej liczby; możesz skorzystać z cech podzielności liczb).

2	3	5	7	11	13	17	19
23	29	31	37	41	43	47	53
59	61	67	71	73	79	83	89
97	101	103	107	109	113	127	131
137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223
227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311
313	317	331	337	347	349	353	359
367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503
509	521	523	541	547	557	563	569
571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719
727	733	739	743	751	757	761	769
773	787	797	809	811	821	823	827
829	839	853	857	859	863	877	881
883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997

2. Obok zamieszczono wszystkie liczby pierwsze mniejsze od 1000. Odpowiedz na pytania:

a) Jaka jest najmniejsza trzycyfrowa liczba pierwsza, a jaka największa?

b) Ile jest liczb pierwszych mniejszych od 1000?

c) Ile jest liczb złożonych mniejszych od 1000?

3. a) Liczba 1999 jest liczbą pierwszą. Wypisz jej dzielniki.

b) Jakie cyfry na pewno nie mogą być cyframi jedności liczby pierwszej większej od 10?

4. Które z podanych zdań są prawdziwe?

① Każda liczba parzysta większa od 2 jest złożona.

② Iloczyn dwóch liczb pierwszych jest liczbą złożoną.

③ Liczba 1 jest najmniejszą liczbą pierwszą.

④ Suma dwóch nieparzystych liczb pierwszych jest liczbą pierwszą.

5. Liczba 29 jest liczbą pierwszą. Znajdź NWD (100, 29).

6. Wśród dziewięciu liczb podanych obok są cztery liczby pierwsze. Które to liczby?

5374	111 111	101
6987	70 077	823
1997	41 983	$10^3 - 1$

super zagadka

Ile dzielników ma trzecia potęga liczby pierwszej?

Rozkład liczby na czynniki pierwsze

ĆWICZENIE. Każdą z liczb: 18, 12, 45, 33, 32 przedstaw w postaci iloczynu dwóch lub więcej czynników różnych od 1. Postaraj się, aby wszystkie czynniki były liczbami pierwszymi.

$4 = 2 \cdot 2$

$78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$

$196 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$

Każdą liczbę złożoną można przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych, czyli rozłożyć ją na czynniki pierwsze. Obok pokazano rozkłady na czynniki pierwsze liczb: 4, 78 i 196.

Gdy chcemy znaleźć rozkład danej liczby na czynniki pierwsze, można zacząć od zapisania tej liczby w postaci iloczynu dwóch liczb, niekoniecznie pierwszych, a dopiero potem szukać czynników pierwszych.

PRZYKŁADY

$100 = 4 \cdot 25 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

$52 = 2 \cdot 26 = 2 \cdot 2 \cdot 13$

$420 = 42 \cdot 10 = 2 \cdot 21 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Uwaga. Gdy czynniki się powtarzają, to rozkład na czynniki pierwsze można zapisać, używając potęg. Na przykład: $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $52 = 2^2 \cdot 13$, $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Rozkład na czynniki pierwsze można także znajdować, stosując inny zapis. Poniżej pokazano, jak można znaleźć rozkład na czynniki pierwsze liczby 420.

	420	2	← liczba pierwsza, przez którą dzieli się 420
420 : 2 →	210	2	← liczba pierwsza, przez którą dzieli się 210
210 : 2 →	105	3	← liczba pierwsza, przez którą dzieli się 105
105 : 3 →	35	5	← liczba pierwsza, przez którą dzieli się 35
35 : 5 →	7	7	← liczba pierwsza, przez którą dzieli się 7
7 : 7 →	1		

$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Uwaga. Gdy stosujemy powyższy zapis, to podczas szukania liczb pierwszych, przez które dzielą się kolejno otrzymane liczby, warto korzystać z cech podzielności liczb. Na przykład liczba 105 jest podzielna przez 3, bo suma jej cyfr jest podzielna przez 3.

ZADANIA

1. Znajdź rozkład na czynniki pierwsze liczby, która jest równa iloczynowi:

a) $4 \cdot 6$ b) $8 \cdot 9$ c) $45 \cdot 14$ d) $12 \cdot 10 \cdot 15$

2. Rozłóż podane liczby na czynniki pierwsze.

a) 30 42 50 c) 276 567 910

b) 88 120 280 d) 1610 1530 1092

3. a) Jaka to liczba, w której rozkładzie na czynniki pierwsze występuje sześć liczb: trzy dwójki, dwie trójki i piątka?

b) W rozkładzie na czynniki pierwsze liczby 546 występuje dwójka, trójka, trzynastka i jeszcze jedna liczba. Jaka?

4. Korzystając z rozkładów na czynniki pierwsze liczb 65 i 66, rozłóż na czynniki pierwsze podaną liczbę.

$65 = 5 \cdot 13$

$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

a) $7 \cdot 65$ b) $2 \cdot 66$ c) $65 \cdot 66$ d) 65^2

5. Rozłóż na czynniki pierwsze podaną liczbę.

a) 14^2 b) $(7 \cdot 5)^2$ c) 15^3 d) $(4 \cdot 11)^2$

6. Ile dwójek i ile piątek występuje w rozkładzie na czynniki pierwsze liczby równej iloczynowi $4 \cdot 6 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 14 \cdot 19$? Ile zer na końcu ma ta liczba?

7. Ile liczb mniejszych od 1000 ma w rozkładzie na czynniki pierwsze co najmniej jedną dwójkę i co najmniej jedną piątkę?

□□□	3
6□	□
21	□
□	□
1	

super zagadka

Rozszyfruj podany obok zapis rozkładu pewnej liczby na czynniki pierwsze.

36–38 / 240

Obliczanie NWD i NWW

Aby znaleźć największy wspólny dzielnik (NWD) dwóch liczb, można wypisać wszystkie dzielniki każdej z liczb, ustalić, które dzielniki są wspólne, i wybrać największy z nich (zob. str. 48). Rozkładanie liczb na czynniki pierwsze pozwala na znajdowanie NWD w inny sposób.

Poniżej zapisano rozkłady na czynniki pierwsze liczb 126 i 420.

$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ $\qquad$ $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

ĆWICZENIE A. Korzystając z powyższych równości, ustal, które z podanych iloczynów są dzielnikami liczby 126, a które są dzielnikami liczby 420. Które z tych iloczynów są wspólnymi dzielnikami liczb 126 i 420?

$3 \cdot 3$ $\quad$ $2 \cdot 3$ $\quad$ $5 \cdot 7$ $\quad$ $2 \cdot 2 \cdot 3$ $\quad$ $2 \cdot 3 \cdot 7$ $\quad$ $3 \cdot 3 \cdot 7$

Dzielnikami danej liczby są liczby pierwsze występujące w jej rozkładzie na czynniki pierwsze oraz ich iloczyny. Szukając NWD dwóch liczb, możemy więc postępować w następujący sposób:

1. Rozkładamy obie liczby na czynniki pierwsze.
2. Wybieramy (np. podkreślamy) wspólne czynniki pierwsze.
3. Obliczamy iloczyn wybranych czynników.

Analogicznie można ustalić, że $\text{NWD}(126, 420) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

PRZYKŁAD

315	3
105	3
35	5
7	7
1	

390	2
195	3
65	5
13	13
1	

$\text{NWD}(315, 390) = 3 \cdot 5 = 15$

Aby znaleźć najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb, możemy wypisywać ich kolejne wielokrotności tak długo, aż znajdziemy wielokrotność jednakową dla obu tych liczb (zob. str. 45). Pokażemy teraz inny sposób szukania NWW.

ĆWICZENIE B. Korzystając z podanych wyżej rozkładów liczb 126 i 420 na czynniki pierwsze, zapisz rozkłady na czynniki pierwsze następujących ich wielokrotności:

$2 \cdot 126$ $\quad$ $10 \cdot 126$ $\quad$ $12 \cdot 420$ $\quad$ $20 \cdot 420$

Wszystkie czynniki pierwsze, które występują w rozkładzie danej liczby, muszą występować w rozkładzie każdej jej wielokrotności.

Najmniejszą liczbą, w której rozkładzie występują wszystkie liczby z rozkładu liczby 126 i z rozkładu liczby 420, czyli NWW(126, 420), jest poniższy iloczyn.

Te liczby występują w rozkładzie liczby 126.

$$\text{NWW}(126, 420) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 1260$$

Te liczby występują w rozkładzie liczby 420.

Szukając NWW dwóch liczb, postępujemy tak:

1. Rozkładamy obie liczby na czynniki pierwsze.
2. Z rozkładu mniejszej z liczb odrzucamy (np. skreślamy) każdy z czynników, który występuje w rozkładzie większej liczby.
3. Obliczamy iloczyn większej z dwóch liczb przez nieodrzucone czynniki mniejszej liczby.

PRZYKŁAD

882	2
441	3
147	3
49	7
7	7
1	

420	~~2~~
210	2
105	~~3~~
35	5
7	~~7~~
1	

$\text{NWW}(882, 420) = 882 \cdot 2 \cdot 5 = 8820$

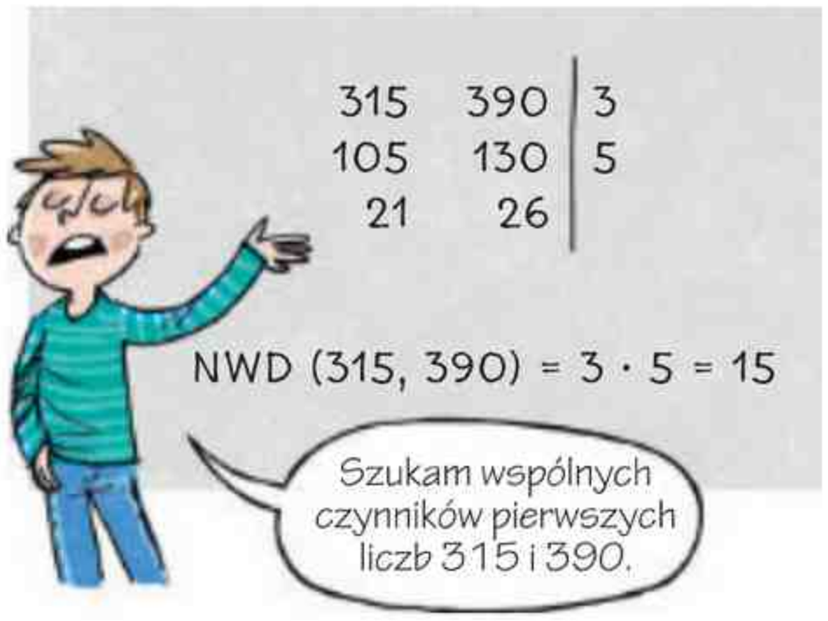
$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$

ZADANIA

1. Znajdź NWD podanych liczb.

a) 36 i 90 b) 126 i 72 c) 72 i 108 d) 875 i 1225

2. Piotrek wymyślił swój sposób obliczania NWD dwóch liczb. Popatrz, jak obliczył NWD(315, 390). Wyjaśnij, na czym polega jego sposób. Oblicz NWD(80, 950) sposobem Piotrka.



3. Znajdź NWW podanych liczb.

a) 12 i 45 b) 140 i 66 c) 450 i 42 d) 245 i 105

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$$

$$660 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

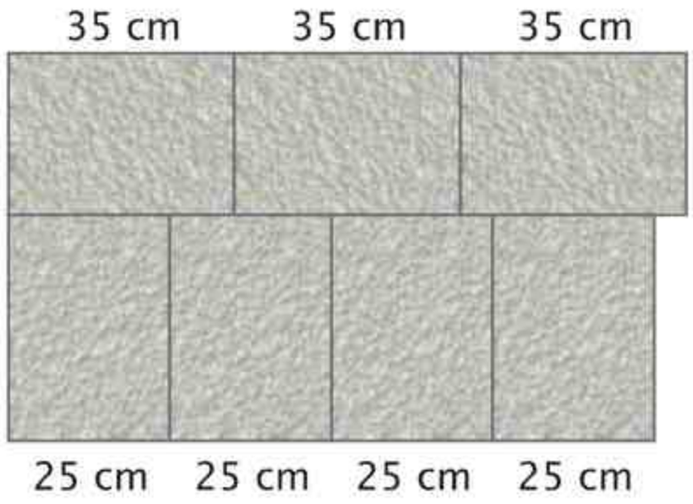
4. Korzystając z podanych rozkładów liczb, znajdź:

a) NWD (42, 70) i NWW (42, 70)

b) NWD (42, 660) i NWW (42, 660)

c) NWD (70, 660) i NWW (70, 660)

5. Prezydenta w Polsce wybiera się co 5 lat, a posłów do Sejmu co 4 lata. Co ile lat posłów oraz prezydenta wybierano by w tym samym roku, gdyby kadencje nie były skracane ani wydłużane?



6. Marcin zaczął układać chodnik z dwóch rzędów płytek o wymiarach $25\text{ cm} \times 35\text{ cm}$ w sposób pokazany na rysunku. Zakończył układanie w momencie, gdy górny i dolny rząd płytek miały tę samą długość. Jak długi kawałek chodnika ułożył?

7. Stolarz chce pociąć na jak największe jednakowe sześcienne kostki drewniany prostopadłościan o wymiarach $16\text{ cm} \times 24\text{ cm} \times 40\text{ cm}$. Jakie wymiary powinna mieć każda kostka?

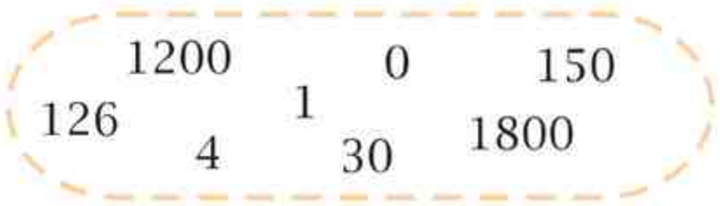
super zagadka

39–41 / 240

Troje dzieci jednocześnie rozpoczęło śpiewanie swojego refrenu. Wyśpiewanie każdej sylaby trwa sekundę. Kiedy po raz pierwszy zabrzmi potrójne „bum”?

Przed klasówką

1. Przyjrzyj się liczbom w pętli. Wybierz właściwe odpowiedzi.



Ile jest dzielników liczby 600 wśród liczb zapisanych w pętli?

A. trzy B. cztery

Ile jest wielokrotności liczby 3 wśród liczb zapisanych w pętli?

C. pięć D. sześć

2. Oceń prawdziwość zdań.

① Liczba 1 jest dzielnikiem każdej liczby naturalnej. PRAWDA / FAŁSZ

② Wśród liczb naturalnych mniejszych od 30 jest osiem wielokrotności liczby 4. PRAWDA / FAŁSZ

③ Liczba 36 ma dziesięć dzielników. PRAWDA / FAŁSZ

④ Każda liczba parzysta jest podzielna przez 4. PRAWDA / FAŁSZ

3. Ustal, ile jest liczb, które spełniają jednocześnie trzy warunki:

- są wielokrotnościami liczby 50,
- są większe od 500,
- są mniejsze od 1000.

4. Ustal, ile spośród liczb: 920, 1074, 3948, 5526, 23 542, 60 756 jest:

a) podzielnych przez 4,

b) podzielnych przez 3,

c) podzielnych przez 9.

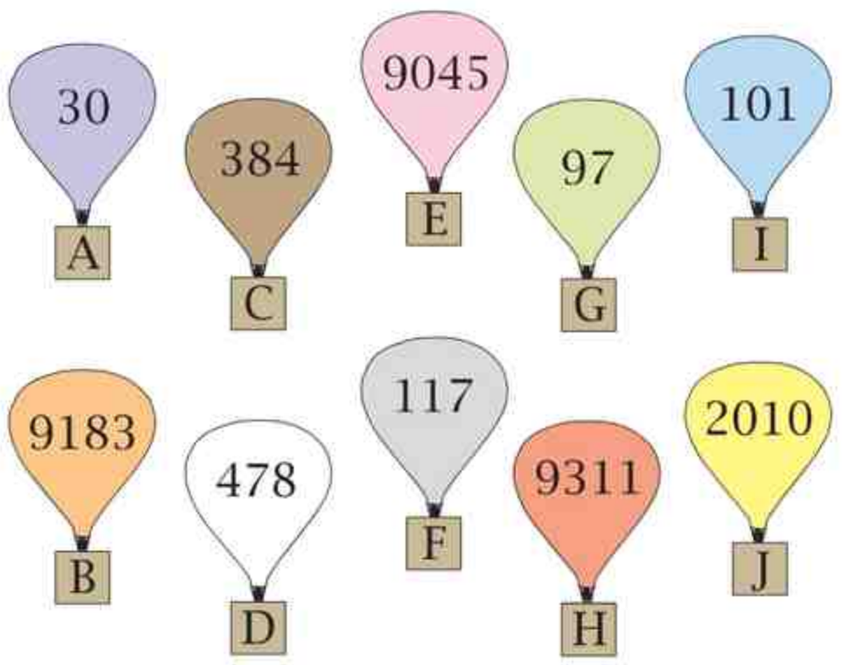
5. Wypisz wszystkie pary cyfr, którymi można zastąpić kwadracik i kółeczko, aby zdanie było prawdziwe.

a) Liczba 15 jest dzielnikiem 92■●.

b) Liczba 2■57● jest podzielna przez 18.

6. Ile jest liczb pierwszych mniejszych od 30?

7. Trzy spośród dziesięciu balonów biorących udział w zawodach oznaczono liczbami pierwszymi. Które to balony?



8. W rozkładzie na czynniki pierwsze pewnej liczby występuje pięć liczb: dwie piątki, dwie trójki i jedna dwójka. Co to za liczba?

9. Jaka jest najmniejsza liczba, która jest podzielna:

a) przez 9 i przez 12,

b) przez 8, przez 16 i przez 25?

10. Julek ma dwie listewki, jedna ma długość 188 cm, a druga — 124 cm. Chce je pociąć na mniejsze kawałki, tak aby każdy kawałek miał tę samą długość. Jaką największą długość mogą mieć tak otrzymane kawałki listewki?

11. O godzinie 7:45 z przystanku początkowego odjechały jednocześnie autobusy linii 139 i 144. Autobus linii 139 kursuje co 12 minut, a linii 144 — co 15 minut. Oblicz, w jakich godzinach między ósmą a dwunastą autobusy obu tych linii odjeżdżają jednocześnie z przystanku początkowego.

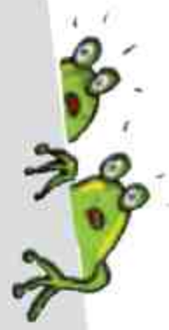
3 Pewien żyjący w XVI wieku kronikarz, miłośnik matematyki, zamiast daty (dzień, miesiąc i rok) zapisywał jedną liczbę, która była równa iloczynowi czterech liczb: numeru dnia, numeru miesiąca, liczby utworzonej z dwóch pierwszych cyfr roku i liczby utworzonej z dwóch ostatnich cyfr roku. W którym roku kronikarz wpisał do kroniki zamiast daty liczbę 4995?

4 Pani Marta, wieszając firanki, zawsze postępuje tak samo. Zaczyna od przyczepienia dwiema żabkami końców firanki, i środka firanki jedną żabką. Następnie przyczepia żabkami środki każdej części firanki. I tak dalej. Liczbę żabek, która pozwala na taki sposób powieszenia firanki, nazwijmy liczbą firankową.

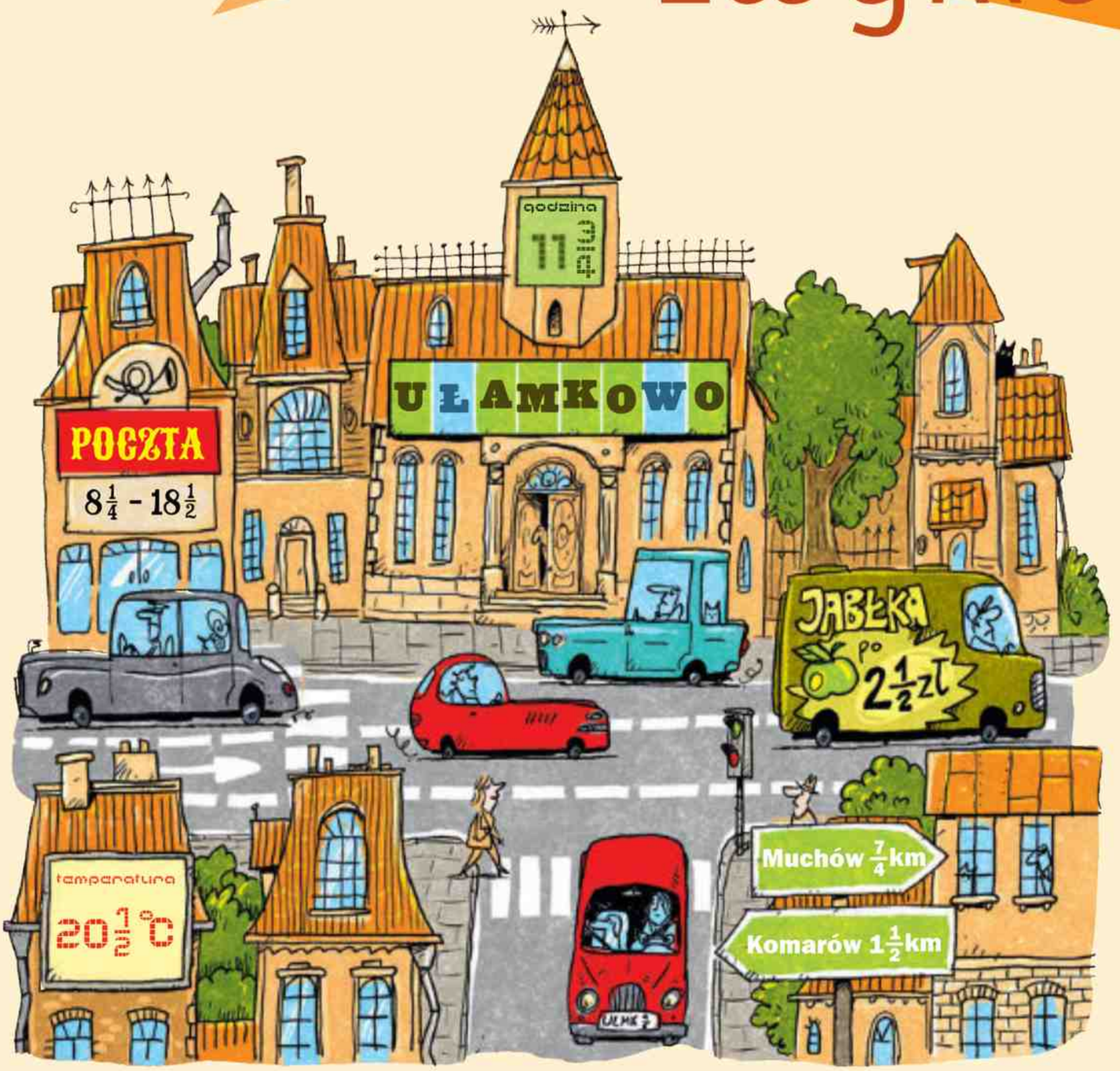
Liczba firankowa nr 1
jest równa 3.

Liczba firankowa nr 2
jest równa 5.

Jakie są liczby firankowe: nr 3, nr 4, nr 5 i nr 7?



Ułamki zwykłe

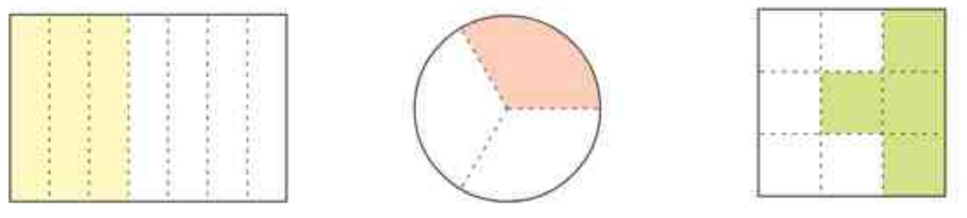


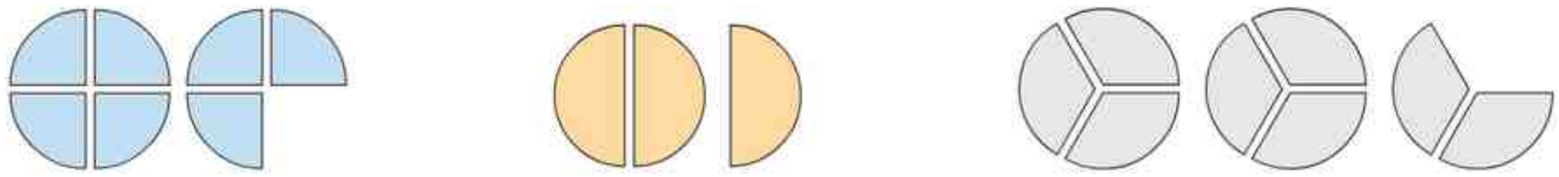
Mieszkańcy Ułamkowa przepadają za ułamkami zwykłymi i liczbami mieszanymi. Używają ich wszędzie; ostatnio doszło nawet do tego, że na zegarkach elektronicznych zamiast 23:01 wyświetla się napis $23\frac{1}{60}$.

1. Jaka część liczby samochodów na rysunku ma czerwony kolor?
2. Jaka część liter napisu „Ułamkowo” jest na zielonym tle?
3. Która miejscowość, Komarów czy Muchów, jest bliżej Ułamkowa?
4. Ile minut, według zegara na rysunku, zostało do godziny dwunastej?
5. Która godzina jest teraz na twoim zegarku? Jak na to pytanie odpowiedziałby mieszkaniec Ułamkowa?

Ułamki zwykłe i liczby mieszane

ĆWICZENIE A. Dopasuj ułamki $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{8}{3}$ do rysunków.





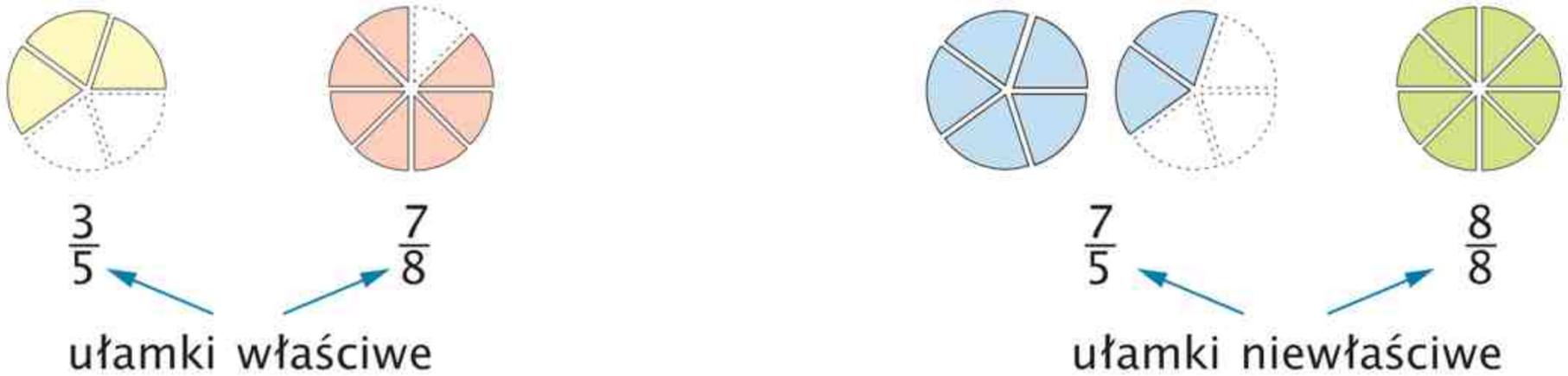
Liczby $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$ i $\frac{4}{9}$ to przykłady **ułamków zwykłych**. W ułamku liczba występująca nad kreską ułamkową to licznik, a liczba pod kreską ułamkową to mianownik.

ĆWICZENIE B. Podaj przykłady ułamków:

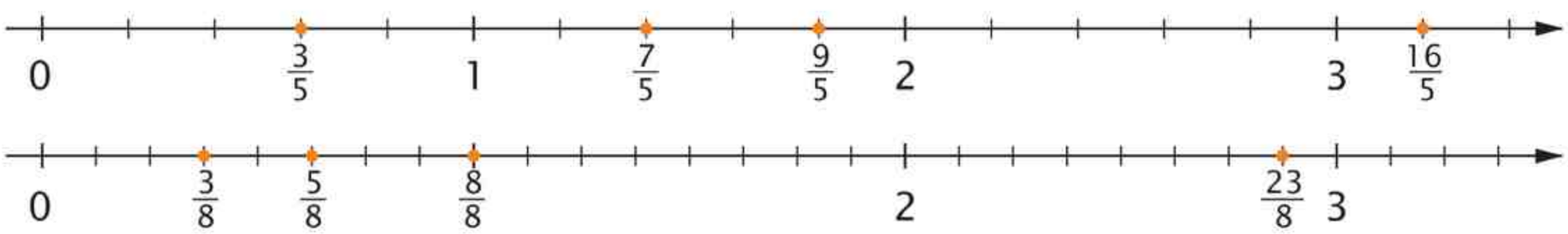
a) o liczniku 5,
b) o mianowniku 11,
c) o liczniku większym od mianownika,
d) o mianowniku większym od licznika.

Ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika, nazywamy **ułamkiem właściwym**. Ułamki właściwe są liczbami mniejszymi od 1.

Gdy licznik jest większy od mianownika lub równy mianownikowi, to taki ułamek nazywamy **ułamkiem niewłaściwym**. Ułamki niewłaściwe są liczbami większymi od 1 lub równymi 1.



Ułamki można zaznaczać na osi liczbowej.

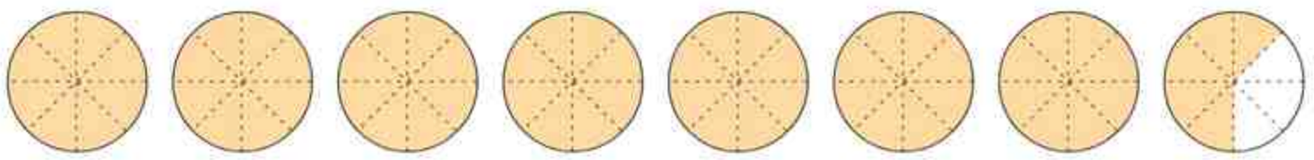


ĆWICZENIE C. Dopasuj liczby $2\frac{1}{3}$, $2\frac{3}{4}$ i $2\frac{5}{8}$ do rysunków.

Liczby $2\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{2}$ i $3\frac{5}{8}$ to przykłady **liczb mieszanych**. W liczbie mieszanej wyróżniamy część całkowitą i część ułamkową. Liczby mieszane to zapisane inaczej ułamki niewłaściwe.

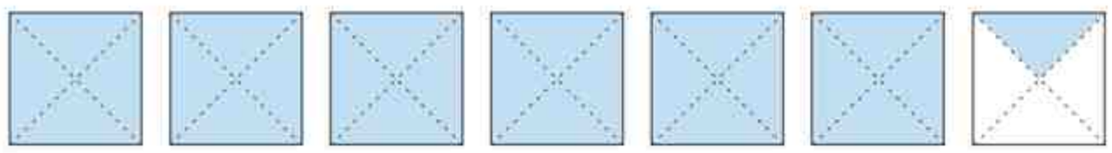
ĆWICZENIE D. Przyjrzyj się rysunkom i odpowiedz:

a) 7 kół i $\frac{5}{8}$ koła — ile to ósmych części koła?



$7\frac{5}{8} = \frac{?}{8}$

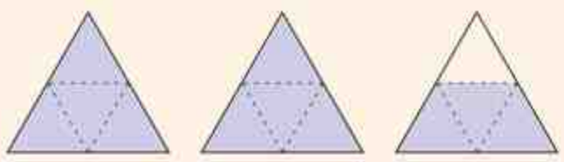
b) 6 kwadratów i $\frac{1}{4}$ kwadratu — ile to czwartych części kwadratu?



$6\frac{1}{4} = \frac{?}{4}$

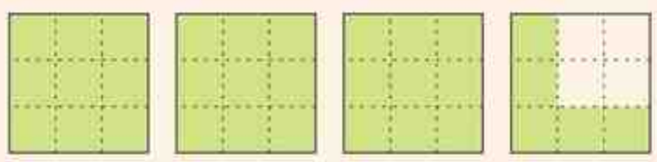
Popatrz, jak zamieniamy liczby naturalne i liczby mieszane na ułamki.

PRZYKŁADY



$2 = \frac{8}{4}$ ← $2 \cdot 4$

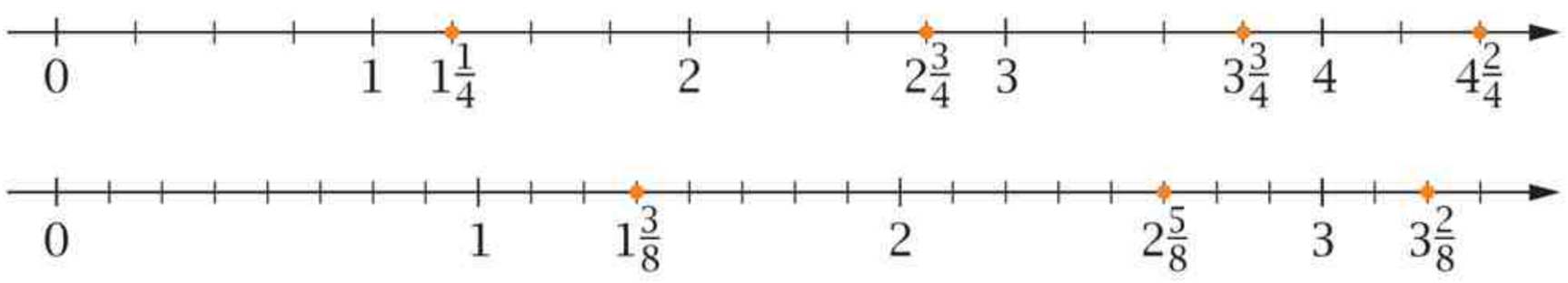
$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ ← $2 \cdot 4 + 3$



$3 = \frac{27}{9}$ ← $3 \cdot 9$

$3\frac{5}{9} = \frac{32}{9}$ ← $3 \cdot 9 + 5$

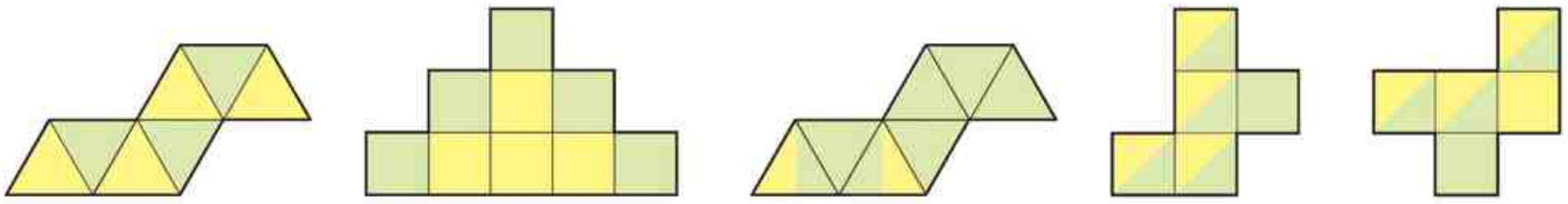
ĆWICZENIE E. Na osiach liczbowych zaznaczono kropkami kilka liczb mieszanych. Jakimi ułamkami można zastąpić te liczby?



ZADANIA

1. Narysuj kilka jednakowych kwadratów. Zaznacz kolorem czerwonym $\frac{5}{8}$ kwadratu, kolorem żółtym $\frac{11}{8}$ kwadratu, a kolorem zielonym $2\frac{3}{8}$ kwadratu.

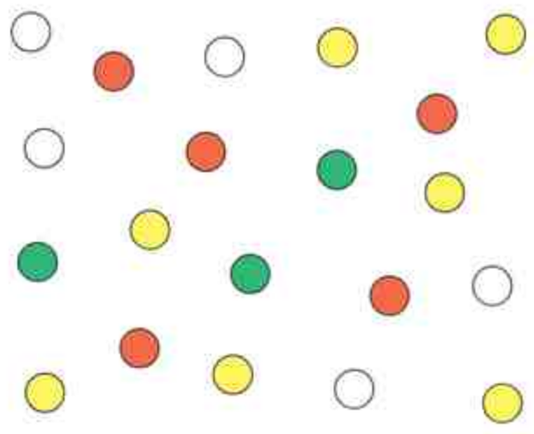
2. Jaka część każdej z figur jest zamalowana kolorem zielonym, a jaka — żółtym?



3. Na rysunku zamalowano niektóre kółka. Zapisz za pomocą ułamka:

a) jaką część wszystkich kółek stanowią kółka czerwone, a jaką — żółte,

b) jaką część zamalowanych kółek stanowią kółka czerwone, a jaką — zielone.



KLUB TANECZNY **Cza-Cza**

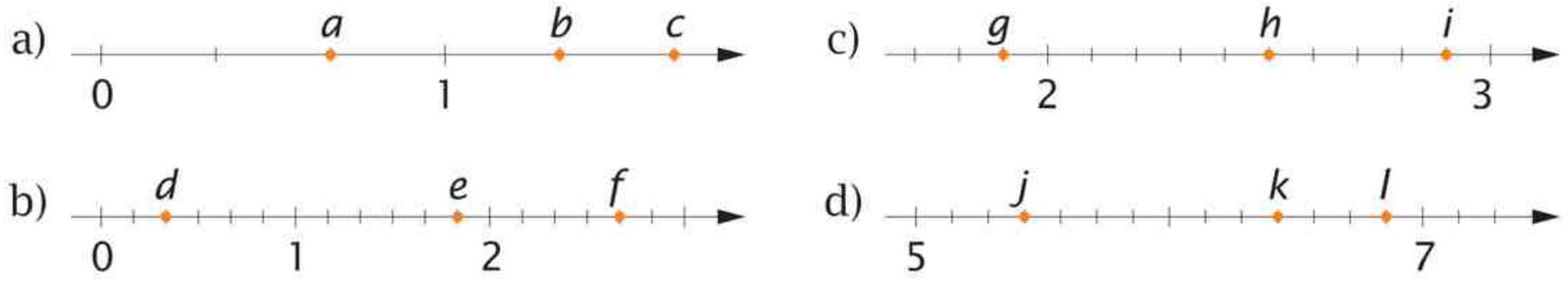
	11 lat	12 lat	13 lat
Liczba dziewczynek	5	7	9
Liczba chłopców	3	2	5

4. Do klubu *Cza-cza* należą dzieci w wieku od 11 do 13 lat.

a) Jaką część liczby dzieci należących do klubu stanowią dziewczynki, a jaką — chłopcy?

b) Jaką część liczby dziewczynek stanowią dwunastolatki?

5. Jakie liczby zaznaczono kropkami na osi liczbowej?



6. Wypisz wszystkie ułamki niewłaściwe, w których suma licznika i mianownika jest równa 10.

7. Podaj odpowiedzi w postaci ułamków zwykłych lub liczb mieszanych.

1 cm = 10 mm,
więc 1 mm = $\frac{1}{10}$ cm

1 kg = 100 dag,
więc 1 dag = $\frac{1}{100}$ kg

a) 7 mm — jaka to część centymetra?
2 cm 9 mm — ile to centymetrów?

b) 27 dag — jaka to część kilograma?
2 kg 5 dag — ile to kilogramów?

c) 4 doby — jaka to część tygodnia?
3 tygodnie i 2 doby — ile to tygodni?

d) 29 minut — jaka to część godziny?
3 godziny 7 minut — ile to godzin?

8. a) $\frac{1}{4}$ godziny — ile to minut? $1\frac{1}{4}$ godziny — ile to minut?

b) $\frac{1}{3}$ doby — ile to godzin? $2\frac{1}{3}$ doby — ile to godzin?

c) $\frac{1}{5}$ km — ile to metrów? $4\frac{1}{5}$ km — ile to metrów?

9. Zamień na ułamki niewłaściwe.

a) $3\frac{1}{5}$, $5\frac{4}{5}$

b) $7\frac{3}{10}$, $2\frac{9}{10}$

c) $4\frac{5}{9}$, $5\frac{8}{9}$

d) $8\frac{1}{7}$, $9\frac{6}{7}$

e) $10\frac{1}{3}$, $20\frac{2}{3}$

f) $100\frac{1}{10}$, $50\frac{9}{10}$

10. Podróżnicy pokonali 75 km w ciągu trzech dni. Pierwszego dnia przeszli 21 km, a drugiego — 13 km. Jaką część całej trasy przeszli pierwszego dnia, jaką — drugiego, a jaką — trzeciego?

11. W akwarium pływało 45 rybek — 21 gupików, 12 neonek i pielęgniczki. Wpuszczono jeszcze 3 pielęgniczki. Jaką część liczby wszystkich rybek stanowią teraz pielęgniczki?

super zagadka

42–45 / 240

Dominika zapisała ułamek właściwy, w którym suma licznika i mianownika jest równa 20. Gdyby licznik tego ułamka zwiększyła o 3, a mianownik zmniejszyła o 3, to otrzymałaby ułamek równy 1. Jaki ułamek zapisała Dominika?

Ułamek jako iloraz

Jeśli chcemy podzielić 4 jednakowe torciki między pięcioro dzieci, możemy postąpić w następujący sposób:

Każdy torcik dzielimy na 5 równych części.

Z każdego torcika dzieci otrzymują po jednej części, czyli po $\frac{1}{5}$ torcika.
Każde dziecko ma więc na talerzu 4 kawałki, czyli $\frac{4}{5}$ torcika.

Zatem wynikiem dzielenia $4 : 5$ jest ułamek $\frac{4}{5}$; $4 : 5 = \frac{4}{5}$.

ĆWICZENIE A. Wyobraź sobie, że masz podzielić sprawiedliwie 3 czekolady między dzieci. Wyraź za pomocą ułamka, jaką część czekolady dostanie każde dziecko, gdy dzieci jest:

a) czworo, b) pięcioro, c) dziesięcioro.

PRZYKŁADY

$8 : 7 = \frac{8}{7}$ $\quad \frac{1}{6} = 1 : 6$

$2 : 5 = \frac{2}{5}$ $\quad \frac{9}{4} = 9 : 4$

Każdy iloraz możemy zapisać w postaci ułamka i odwrotnie — każdy ułamek możemy zapisać w postaci ilorazu dwóch liczb. Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia.

Wiemy już, że ułamek to iloraz dwóch liczb. Korzystając z tego, możemy zamieniać ułamki niewłaściwe na liczby naturalne lub na liczby mieszane.

ĆWICZENIE B. Zapisz każdy z ułamków: $\frac{24}{6}$, $\frac{35}{7}$, $\frac{49}{7}$, $\frac{48}{6}$, $\frac{5}{1}$, $\frac{0}{9}$ w postaci ilorazu i oblicz ten iloraz.

$\frac{20}{4} = 20 : 4 = 5$

Popatrz, jak można zamienić ułamek $\frac{7}{3}$ na liczbę mieszaną. Wyobraź sobie, że rozdzielamy 7 ciastek między 3 osoby.

Każda osoba otrzyma 2 całe ciastka i jedno ciastko zostanie do podziału.

$\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2$ reszta 1

Po podziale ostatniego ciastka każda osoba otrzyma dodatkowo $\frac{1}{3}$ ciastka, czyli będzie miała $2\frac{1}{3}$ ciastka.

$\frac{7}{3} = 7 : 3 = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$

Zamieniając ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną, możemy skorzystać z dzielenia z resztą.

PRZYKŁADY

$\frac{21}{4} = ?$	$\frac{17}{5} = ?$	$\frac{48}{6} = ?$
$21 : 4 = 5$ r 1	$17 : 5 = 3$ r 2	$48 : 6 = 8$
$\frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$	$\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$	$\frac{48}{6} = 8$

Zamianę ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną lub liczbę naturalną nazywamy wyłączaniem całości z ułamka.

ZADANIA

1. a) Zapisz podane ilorazy w postaci ułamków.

$3 : 4$ $\quad 72 : 13$ $\quad 1 : 17$ $\quad 130 : 21$

b) Zapisz podane ułamki w postaci ilorazów.

$\frac{3}{5}$ $\quad \frac{7}{2}$ $\quad \frac{1}{8}$ $\quad \frac{35}{12}$ $\quad \frac{19}{101}$

2. Pewien bogaty książę w dniu swoich urodzin rozdzielił 27 jednakowych mieszków ze złotem między 40 poddanych. Jaką część mieszka otrzymał każdy poddany?

3. Samochód pana Jana spala 7 litrów benzyny na 100 km.

a) Zapisz za pomocą ułamka, ile benzyny spala na 1 km.

b) Ile kilometrów przejedzie na 1 litrze benzyny?

4. Korzystając z tabeli na str. 9, zapisz w postaci ułamka:

a) ile osób przypada w Islandii na 1 km^2,

b) ile kilometrów kwadratowych powierzchni Islandii przypada na jednego mieszkańca.

5. Wyłącz całości z ułamków.

a) $\frac{7}{5}$ $\frac{16}{5}$ $\frac{78}{5}$

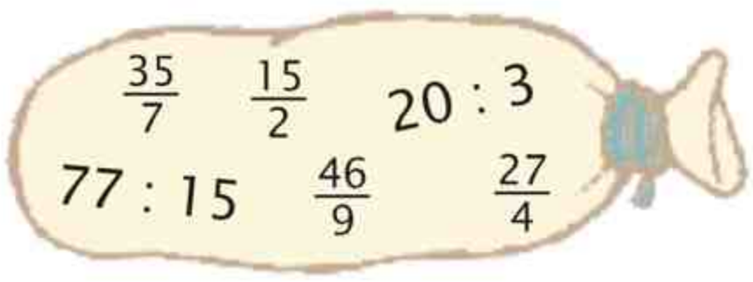
b) $\frac{16}{7}$ $\frac{25}{7}$ $\frac{38}{7}$

c) $\frac{10}{9}$ $\frac{13}{9}$ $\frac{25}{9}$

d) $\frac{15}{13}$ $\frac{43}{13}$ $\frac{100}{13}$

e) $\frac{47}{10}$ $\frac{107}{10}$ $\frac{523}{10}$

f) $\frac{107}{100}$ $\frac{739}{100}$ $\frac{1027}{100}$

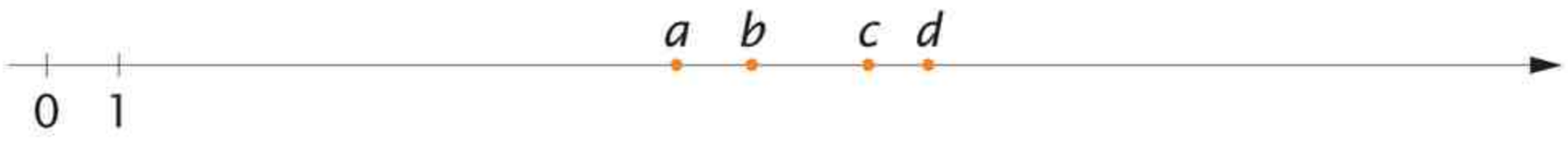


6. Spośród podanych liczb wybierz liczby:

a) większe od 5 i mniejsze od 6,

b) większe od 6 i mniejsze od 7.

7. Na osi liczbowej zaznaczono liczby: $\frac{49}{5}$, $\frac{49}{4}$, $\frac{26}{3}$ i $\frac{80}{7}$. Dopasuj te liczby do liter.



super zagadka

46–47 / 241

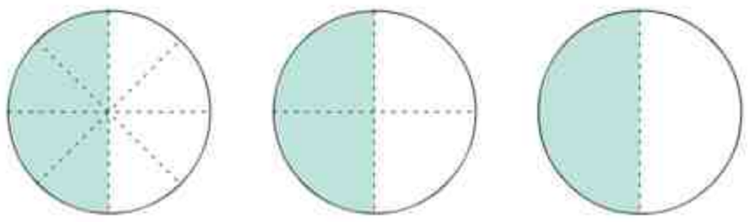
Mama opowiedziała Natalii taką historię:

Mój dziadek miał czarne perły. Podzielił je równo pomiędzy trzech swoich synów. Tak się złożyło, że każdy z nich miał czworo dzieci. Mój ojciec podzielił sprawiedliwie swoje perły między moje trzy siostry i mnie.

Jaką część pereł swojego dziadka otrzymała mama Natalii?

Skracanie i rozszerzanie ułamków

Popatrz na rysunki obok.



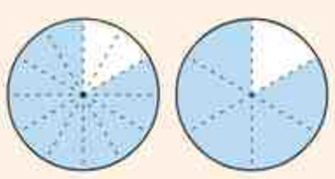
$\frac{4}{8}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{2}$

Każdy z ułamków: $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$ i $\frac{1}{2}$ opisuje taką samą część koła, zatem ułamki te są równe.

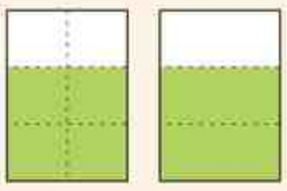
$$\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Dzieląc licznik i mianownik ułamka przez ich wspólny dzielnik, otrzymujemy tę samą liczbę, ale inaczej zapisaną. Taką operację nazywamy **skracaniem ułamka**.

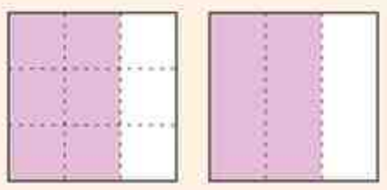
PRZYKŁADY



$\frac{10}{12} \xrightarrow[:2]{} \frac{5}{6}$



$\frac{4}{6} \xrightarrow[:2]{} \frac{2}{3}$



$\frac{6}{9} \xrightarrow[:3]{} \frac{2}{3}$

Niektórych ułamków, np. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{8}$, nie można skrócić. Nazywamy je **ułamkami nieskracalnymi**.

ĆWICZENIE A. Podaj po dwa przykłady ułamków:

a) skracalnych, b) nieskracalnych.

Czasami po skróceniu ułamka od razu otrzymujemy ułamek nieskracalny, a czasem ułamek, który można jeszcze skrócić.

Na przykład ułamek $\frac{36}{60}$ można skrócić przez 12.

Można to zapisać tak:

$$\frac{36}{60} = \frac{3}{5}$$

Można to też zapisać tak:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{36}}}{\underset{5}{\cancel{60}}} = \frac{3}{5}$$

Ułamek $\frac{36}{60}$ można też najpierw skrócić przez 6, a potem przez 2.

Można to zapisać tak:

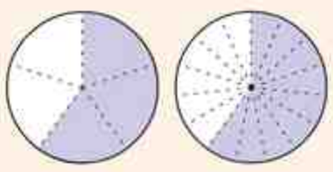
$$\frac{36}{60} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Można to też zapisać tak:

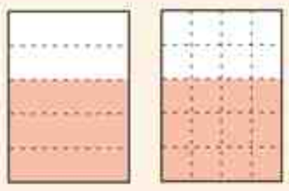
$$\frac{\overset{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{36}}}{\underset{\underset{5}{\cancel{10}}}{\cancel{60}}} = \frac{3}{5}$$

Pomnożenie licznika i mianownika ułamka przez tę samą liczbę różną od 0 nazywamy **rozszerzaniem ułamka**. Dany ułamek i ułamek po rozszerzeniu są równe.

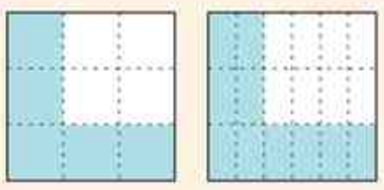
PRZYKŁADY



$\frac{3}{5} \overset{\cdot 3}{=} \frac{9}{15}$



$\frac{3}{5} \overset{\cdot 4}{=} \frac{12}{20}$



$\frac{5}{9} \overset{\cdot 2}{=} \frac{10}{18}$

ĆWICZENIE B. Jakimi liczbami należy zastąpić znaki zapytania?

a) $\frac{2}{3} = \frac{?}{12}$ $\quad \frac{1}{4} = \frac{?}{12}$ $\quad$ b) $\frac{3}{8} = \frac{?}{24}$ $\quad \frac{5}{6} = \frac{?}{24}$ $\quad$ c) $\frac{13}{15} = \frac{?}{30}$ $\quad \frac{5}{6} = \frac{?}{30}$

Dwa ułamki o różnych mianownikach możemy rozszerzyć tak, aby miały jednakowy mianownik. Mówimy wówczas, że sprowadzamy te ułamki do wspólnego mianownika.

$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ $\quad \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$

wspólny mianownik

Zwróć uwagę, że wspólnym mianownikiem dwóch ułamków zawsze może być iloczyn ich mianowników. Często jednak można znaleźć wspólny mianownik mniejszy niż ten iloczyn.

ZADANIA

1. Zamień podane ułamki na ułamki nieskracalne.

$\frac{4}{6}$ $\quad \frac{18}{12}$ $\quad \frac{30}{40}$ $\quad \frac{35}{45}$ $\quad \frac{25}{100}$ $\quad \frac{27}{18}$ $\quad \frac{125}{500}$ $\quad \frac{16}{128}$

2. Skróć ułamki.

$\frac{70}{300}$ $\quad \frac{130}{400}$ $\quad \frac{20}{6400}$ $\quad \frac{210000}{3500}$

$\frac{1250\text{Ø}\text{Ø}}{77\text{Ø}\text{Ø}} = \frac{1250}{77}$

3. W 2022 roku liczba ludności świata przekroczyła 8 000 000 000, z tego około 4 600 000 000 ludzi mieszkało w Azji, a około 745 000 000 — w Europie. Zapisz za pomocą ułamków, jaka część ludności świata mieszkała wówczas w Azji, a jaka — w Europie, a następnie skróć te ułamki.

4. Zapisz w postaci ułamka nieskracalnego, jaką częścią godziny jest:

a) 5 minut
b) kwadrans
c) 20 minut
d) 48 minut
e) 10 sekund
f) 30 sekund

5. Skróć ułamki. Skorzystaj z cech podzielności liczb.

a) $\frac{30}{201}$
b) $\frac{27}{117}$
c) $\frac{45}{165}$
d) $\frac{54}{252}$

$\frac{28}{84} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 7}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{1}{3}$

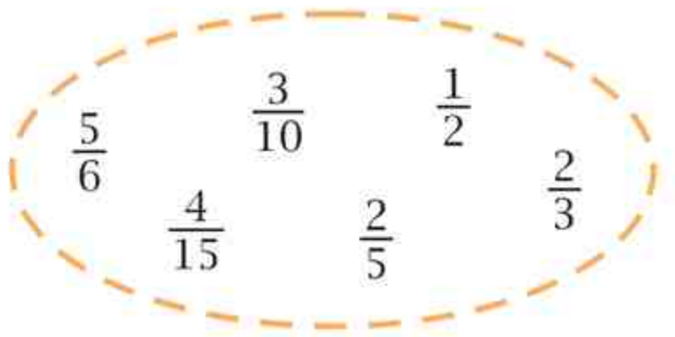
$\frac{168}{210} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7}{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{4}{5}$

6. Asia uwielbia rozkładać liczby na czynniki pierwsze. Robi to szybko i dokładnie. Tę umiejętność wykorzystuje do skracania ułamków. Obok pokazano zapiski Asi. Skróć metodą Asi następujące ułamki:

a) $\frac{36}{196}$
b) $\frac{15}{210}$
c) $\frac{60}{99}$

7. Każdy z ułamków, które zapisano obok, rozszerz do ułamka:

a) o mianowniku 30,
b) o liczniku 60.



8. Sprowadź podane ułamki do wspólnego mianownika. Postaraj się, aby był on jak najmniejszy.

a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{8}$
b) $\frac{5}{12}$ i $\frac{3}{4}$
c) $\frac{7}{6}$ i $\frac{5}{9}$
d) $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{2}$
e) $\frac{4}{15}$ i $\frac{7}{20}$
f) $\frac{11}{18}$ i $\frac{5}{12}$

9. Jaką cyfrą można zastąpić znak $\triangle$, aby ułamek $\frac{1\triangle}{\triangle 1}$ był nieskracalny? Czy istnieje tylko jedno rozwiązanie?

super zagadka

48–51 / 241

Zapisz w postaci ułamka nieskracalnego, jaką częścią doby jest 6 godzin lekcyjnych.

Porównywanie ułamków

Przypomnijmy sobie najpierw, jak porównujemy dwa ułamki o jednakowych mianownikach lub jednakowych licznikach.

ĆWICZENIE A. Spośród czterech podanych ułamków wybierz liczby:

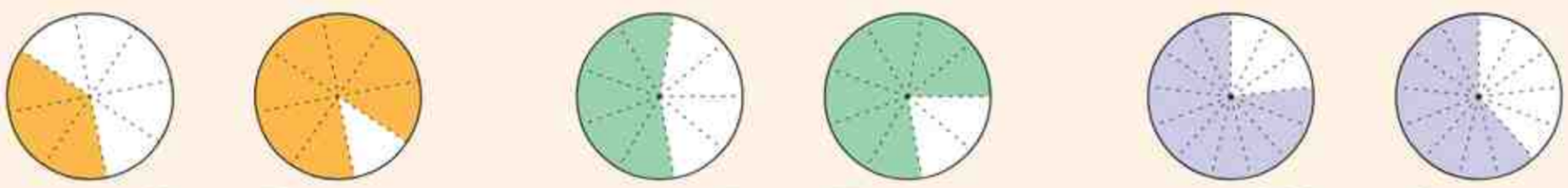
a) większe od $\frac{5}{7}$: $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{8}{7}$

b) mniejsze od $\frac{1}{5}$: $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

c) większe od $\frac{2}{5}$: $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{10}$

Jeśli dwa ułamki mają jednakowe mianowniki, to ten ułamek jest większy, który ma większy licznik.

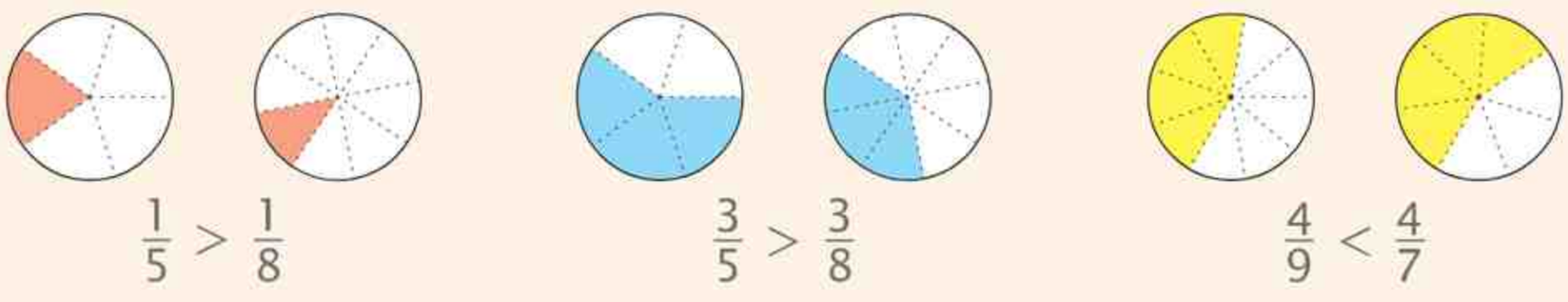
PRZYKŁADY



$\frac{3}{8} < \frac{7}{8}$ $\quad$ $\frac{5}{9} < \frac{7}{9}$ $\quad$ $\frac{10}{13} > \frac{8}{13}$

Jeśli dwa ułamki mają jednakowe liczniki, to ten ułamek jest większy, który ma mniejszy mianownik.

PRZYKŁADY



$\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{4}{9} < \frac{4}{7}$

Aby określić, która z dwóch liczb mieszanych jest większa, najpierw porównujemy ich części całkowite. Jeśli części całkowite są równe, to porównujemy części ułamkowe.

ĆWICZENIE B. Porównaj liczby:

a) $2\frac{7}{31}$ i $3\frac{1}{100}$ $\qquad$ b) $2\frac{3}{7}$ i $2\frac{3}{5}$

ĆWICZENIE C. Ułamki $\frac{2}{5}$ i $\frac{3}{8}$ mają różne liczniki i różne mianowniki. Wymyśl, w jaki sposób można porównać te ułamki.

Gdy dwa ułamki mają różne liczniki i różne mianowniki, to łatwo je porównamy, gdy sprowadzimy te ułamki do wspólnego mianownika.

PRZYKŁADY

$\frac{2}{5} \; ? \; \frac{7}{15}$

$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

Zatem

$\frac{2}{5} < \frac{7}{15}$

$\frac{5}{12} \; ? \; \frac{4}{9}$

$\frac{5}{12} = \frac{15}{36} \quad \frac{4}{9} = \frac{16}{36}$

Zatem

$\frac{5}{12} < \frac{4}{9}$

$2\frac{1}{3} \; ? \; 2\frac{2}{7}$

$2\frac{1}{3} = 2\frac{7}{21} \quad 2\frac{2}{7} = 2\frac{6}{21}$

Zatem

$2\frac{1}{3} > 2\frac{2}{7}$

ZADANIA

1. Podaj kilka przykładów ułamków mniejszych od $\frac{5}{7}$:

a) o mianowniku 7,

b) o liczniku 5.

2. Porównaj liczby.

a) $\frac{4}{15}$ i $\frac{3}{15}$

b) $\frac{7}{12}$ i $\frac{7}{10}$

c) $\frac{7}{22}$ i $\frac{9}{22}$

d) $\frac{8}{17}$ i $\frac{8}{19}$

e) $\frac{12}{25}$ i $\frac{12}{23}$

f) $\frac{11}{16}$ i $\frac{13}{16}$

3. Porównaj liczby.

a) $\frac{5}{6}$ i $\frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{7}$ i $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{7}$ i $\frac{2}{5}$

d) $\frac{5}{13}$ i $\frac{1}{3}$

e) $\frac{6}{5}$ i $\frac{25}{27}$

f) $\frac{15}{17}$ i $\frac{9}{8}$

4. Porównaj liczby.

a) $6\frac{3}{14}$ i $6\frac{5}{14}$

b) $5\frac{4}{7}$ i $5\frac{4}{9}$

c) $4\frac{5}{14}$ i $4\frac{10}{28}$

d) $3\frac{3}{8}$ i $3\frac{2}{6}$

e) $10\frac{2}{3}$ i $10\frac{5}{8}$

f) $15\frac{7}{9}$ i $15\frac{5}{6}$

5. W ostatnich wyborach do samorządu szkolnego Ola uzyskała $\frac{6}{13}$ wszystkich głosów, a Jacek $\frac{2}{5}$ wszystkich głosów. Kto zdobył więcej głosów — Ola czy Jacek?

6. Paweł przejechał na hulajnodze elektrycznej $6\frac{3}{7}$ km, a Mateusz — $6\frac{4}{9}$ km. Który z chłopców przejechał dłuższą trasę?

7. Odcinki AB i CD na rysunku poniżej mają takie same długości. Każdy z nich jest podzielony na jednakowe części: jeden na 21 części, a drugi na 15 części. Który z zaznaczonych odcinków jest dłuższy — czerwony czy niebieski?

8. Zapisz kilka ułamków:

a) o mianowniku 35 mniejszych od $\frac{1}{2}$,

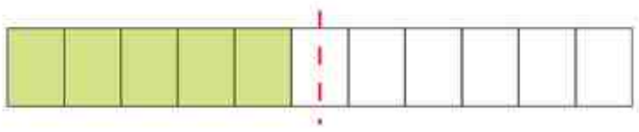
b) nieskracalnych o mianowniku 24 mniejszych od $\frac{1}{2}$,

c) właściwych o mianowniku 27 większych od $\frac{1}{2}$,

d) właściwych nieskracalnych o mianowniku 46 większych od $\frac{1}{2}$.

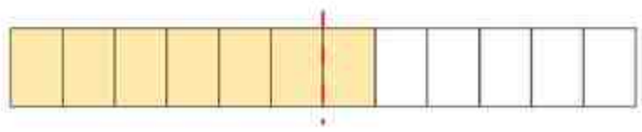
Ciekawostka

Warto pamiętać, że gdy licznik ułamka jest mniejszy od połowy mianownika, to ułamek jest mniejszy od $\frac{1}{2}$.



$\frac{5}{11} < \frac{1}{2}$

Gdy licznik ułamka jest większy od połowy mianownika, to ułamek jest większy od $\frac{1}{2}$.



$\frac{7}{12} > \frac{1}{2}$

Wobec tego łatwo porównać dwa ułamki, jeśli da się ustalić, że jeden z nich jest mniejszy od $\frac{1}{2}$, a drugi jest większy od $\frac{1}{2}$.

Na przykład $\frac{3}{7} < \frac{6}{11}$, bo $\frac{3}{7}$ to mniej niż $\frac{1}{2}$, a $\frac{6}{11}$ to więcej niż $\frac{1}{2}$.

9. Za pomocą metody opisanej w ciekawostce porównaj liczby:

a) $\frac{8}{17}$ i $\frac{5}{9}$

b) $\frac{8}{13}$ i $\frac{9}{20}$

c) $\frac{13}{27}$ i $\frac{16}{31}$

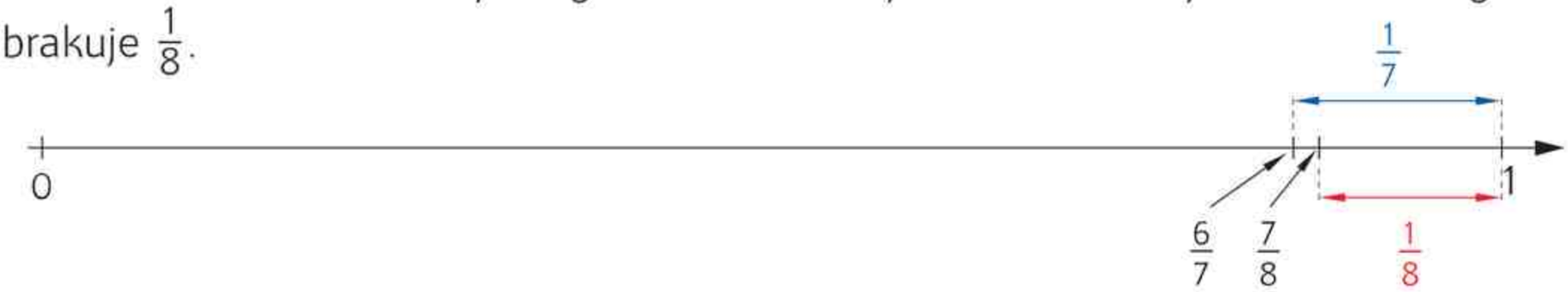
d) $2\frac{3}{4}$ i $2\frac{7}{15}$

e) $4\frac{2}{5}$ i $4\frac{10}{19}$

f) $7\frac{6}{11}$ i $7\frac{11}{24}$

Ciekawostka

Dość łatwo porównuje się dwa ułamki, gdy w każdym z nich licznik jest o 1 mniejszy od mianownika. Wystarczy ustalić, który z tych ułamków leży bliżej liczby 1 na osi liczbowej. Na przykład: $\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$, bo od liczby $\frac{6}{7}$ do 1 brakuje $\frac{1}{7}$, a od liczby $\frac{7}{8}$ do 1 brakuje $\frac{1}{8}$.

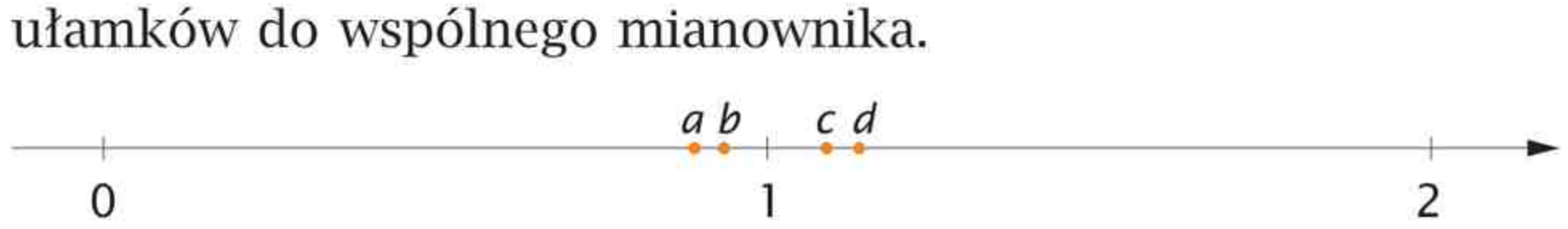


W podobny sposób możemy postępować, gdy w obu porównywanych ułamkach mianownik różni się od licznika o tę samą liczbę, np. o 2.

10. Korzystając z metody opisanej w powyższej ciekawostce, porównaj liczby:

a) $\frac{6}{7}$ i $\frac{4}{5}$ b) $\frac{9}{10}$ i $\frac{11}{12}$ c) $\frac{5}{7}$ i $\frac{6}{8}$ d) $\frac{37}{39}$ i $\frac{53}{55}$

11. Na osi liczbowej zaznaczone są liczby: $\frac{8}{7}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{12}{11}$. Dopasuj litery do tych liczb. Spróbuj to zrobić, nie sprowadzając ułamków do wspólnego mianownika.



DRUGA KOLEJKA MISTRZOSTW

Zawodnik	Liczba rzutów celnych	Liczba rzutów niecelnych
Wysociński	2	3
Długonogi	21	14
Kozłowski	12	21
Podajski	12	18
Prędki	5	10

12. W koszykówce ustala się skuteczność zawodnika, obliczając stosunek liczby rzutów celnych do liczby wszystkich rzutów, czyli iloraz tych liczb. W tabeli podano informacje o rzutach pięciu koszykarzy. Oblicz, który zawodnik był najskuteczniejszy w drugiej kolejce mistrzostw, a który był najmniej skuteczny.

super zagadka

52–53 / 241

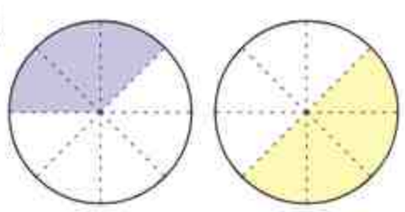
Zapisz ułamek właściwy większy od $\frac{1}{3}$, używając wszystkich dziesięciu cyfr, każdej tylko raz.

Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

Przypomnijmy sobie, jak dodajemy i jak odejmujemy ułamki o jednakowych mianownikach.

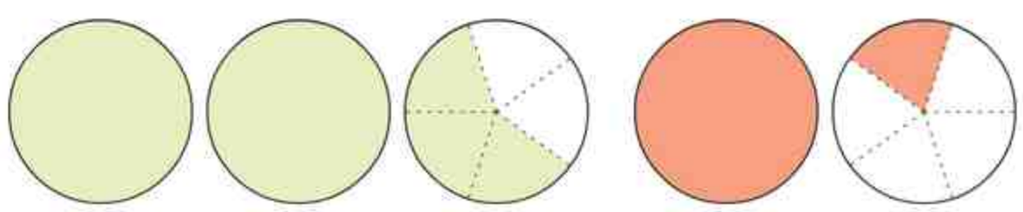
ĆWICZENIE A. Popatrz na rysunki i oblicz sumy liczb.

a)



$\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = ?$

b)



$2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5} = ?$

Obliczając sumę ułamków o jednakowych mianownikach, dodajemy ich liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmian. Jeśli w wyniku otrzymamy ułamek niewłaściwy, to warto wyłączyć z niego całości.

Gdy dodajemy liczby mieszane, wygodnie jest obliczać osobno sumę części całkowitych i sumę części ułamkowych.

PRZYKŁADY

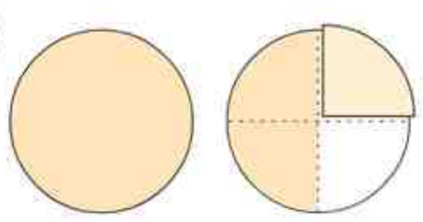
$$\frac{4}{11} + \frac{6}{11} = \frac{10}{11}$$

$$\frac{6}{13} + \frac{8}{13} = \frac{14}{13} = 1\frac{1}{13}$$

$$6\frac{4}{9} + 3\frac{7}{9} = 9\frac{11}{9} = 10\frac{2}{9}$$

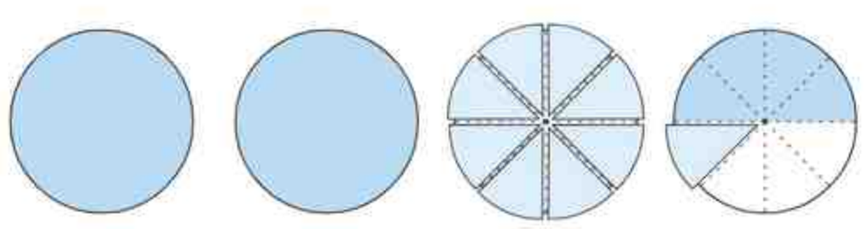
ĆWICZENIE B. Popatrz na rysunki i oblicz różnice liczb.

a)



$1\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = ?$

b)



$3\frac{5}{8} - 1\frac{1}{8} = ?$

PRZYKŁADY

$$\frac{9}{11} - \frac{5}{11} = \frac{4}{11}$$

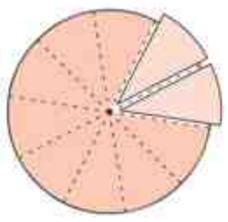
$$3\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = 3\frac{2}{5}$$

$$10\frac{7}{9} - 6\frac{2}{9} = 4\frac{5}{9}$$

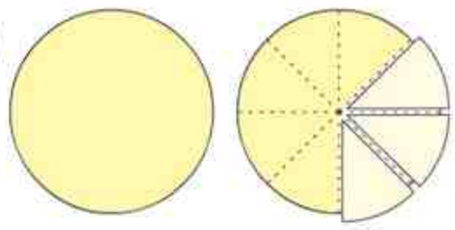
Obliczając różnicę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, odejmujemy ich liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmian.

W przykładach takich jak obok, odejmując liczby mieszane, można obliczać osobno różnicę części całkowitych i różnicę części ułamkowych.

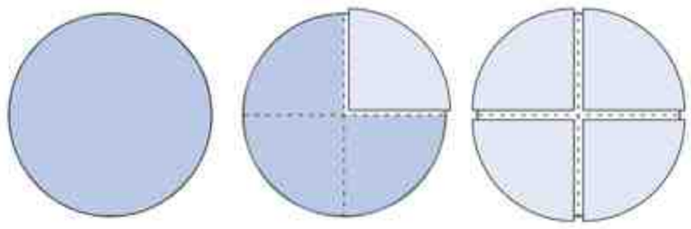
ĆWICZENIE C. Oblicz różnice liczb.

a) 

$1 - \frac{2}{10} = ?$

b) 

$2 - \frac{3}{8} = ?$

c) 

$3 - 1\frac{1}{4} = ?$

Gdy ułamki lub liczby mieszane odejmujemy od liczb naturalnych, możemy od razu podać wynik lub najpierw zapisać odjemną w inny sposób i potem wykonać odejmowanie. Popatrz, jak takie rachunki wykonuje Julka, a jak — Arek.

Od $\frac{5}{7}$ do jedynki brakuje $\frac{2}{7}$.

$$1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

Liczbę 1 zapisuję jako $\frac{7}{7}$ i odejmuję od niej $\frac{5}{7}$.

$$1 - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

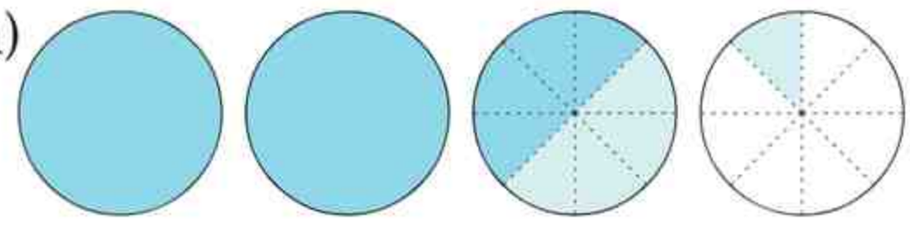
Od $1\frac{1}{3}$ do dwójki brakuje $\frac{2}{3}$, a do piątki jeszcze 3.

$$5 - 1\frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$$

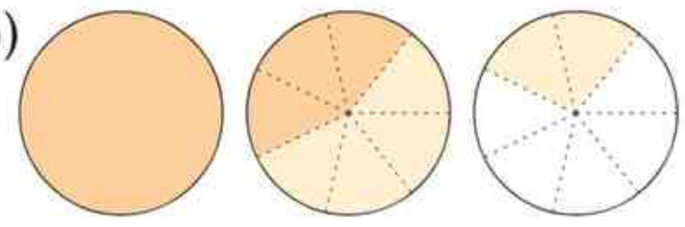
Liczbę 5 zapisuję jako $4\frac{3}{3}$ i odejmuję $1\frac{1}{3}$.

$$5 - 1\frac{1}{3} = 4\frac{3}{3} - 1\frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$$

ĆWICZENIE D. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.

a) 

$3\frac{1}{8} - \frac{5}{8} = 2\frac{?}{8} - \frac{5}{8} = ?$

b) 

$2\frac{2}{7} - \frac{6}{7} = 1\frac{?}{7} - \frac{6}{7} = ?$

W przykładach zapisanych obok część ułamkowa odjemnej jest mniejsza niż część ułamkowa odjemnika. W takich sytuacjach przed wykonaniem odejmowania zapisujemy odjemną w innej postaci.

PRZYKŁADY

$$4\frac{5}{13} - \frac{6}{13} = 3\frac{18}{13} - \frac{6}{13} = 3\frac{12}{13}$$

$$8\frac{2}{7} - 5\frac{6}{7} = 7\frac{9}{7} - 5\frac{6}{7} = 2\frac{3}{7}$$

$$2\frac{7}{18} - 1\frac{13}{18} = 1\frac{25}{18} - 1\frac{13}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $\frac{9}{15}+\frac{4}{15}$

b) $\frac{7}{11}+\frac{2}{11}$

c) $4\frac{3}{8}+2\frac{4}{8}$

d) $\frac{3}{9}+\frac{7}{9}$

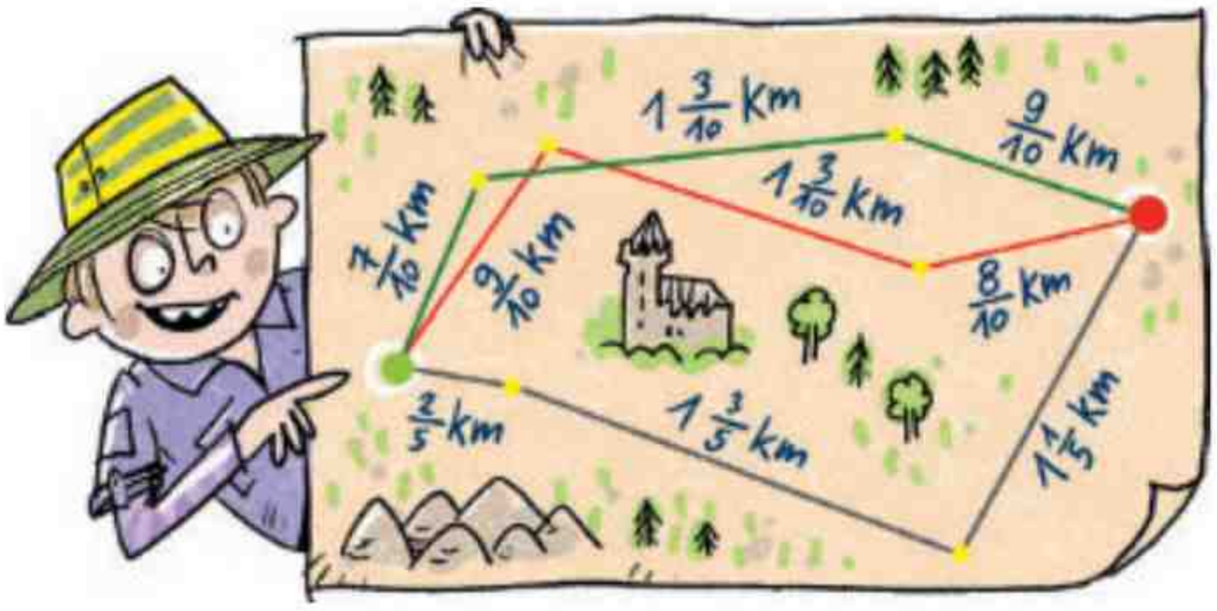
e) $3\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$

f) $4\frac{3}{5}+\frac{2}{5}$

g) $4\frac{6}{7}+2\frac{1}{7}$

h) $3\frac{5}{10}+4\frac{9}{10}$

i) $2\frac{4}{6}+7\frac{5}{6}$



2. Popatrz na mapkę szlaków turystycznych sporządzoną przez Wojtka i ustal, który szlak jest najdłuższy.

3. Oblicz.

a) $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}$

b) $1\frac{5}{12}-\frac{1}{12}$

c) $4\frac{2}{5}-3$

d) $6\frac{6}{7}-2\frac{4}{7}$

e) $1-\frac{2}{3}$

f) $4-\frac{3}{8}$

g) $6-5\frac{4}{10}$

h) $8-2\frac{6}{11}$

i) $1\frac{2}{6}-\frac{5}{6}$

j) $6\frac{5}{14}-\frac{7}{14}$

k) $8\frac{3}{9}-2\frac{5}{9}$

l) $7\frac{1}{5}-5\frac{3}{5}$

4. a) Dodaj $3\frac{4}{5}$ do każdej z liczb: $\frac{1}{5}$, $\frac{4}{5}$, $1\frac{1}{5}$, $10\frac{2}{5}$, 20, $8\frac{2}{5}$.

b) Odejmij $1\frac{4}{7}$ od każdej z liczb: 8, $9\frac{5}{7}$, $11\frac{6}{7}$, $18\frac{1}{7}$, $20\frac{2}{7}$, $33\frac{3}{7}$.

5. Zastąp litery a, b i c odpowiednimi liczbami.

a) $a+3\frac{5}{9}=4\frac{7}{9}$

b) $b-3\frac{5}{9}=4\frac{2}{9}$

c) $5\frac{1}{12}-c=\frac{7}{12}$

6. Oblicz.

a) $\frac{6}{11}+2\frac{3}{11}+3\frac{4}{11}$

b) $3\frac{8}{9}-1\frac{3}{9}+4\frac{5}{9}$

c) $3\frac{11}{15}-\left(4\frac{1}{15}-\frac{6}{15}\right)$

d) $\left(4\frac{5}{13}-1\frac{5}{13}\right)+\left(6\frac{2}{13}-1\frac{11}{13}\right)$

7. Od sumy liczb $2\frac{3}{7}$ i $4\frac{6}{7}$ odejmij różnicę liczb $6\frac{2}{7}$ i $2\frac{5}{7}$.

8. Obok narysowano komplet ułamkowych klocków. Liczby na klockach oznaczają ich długości.

a) Wybierz kilka klocków tak, aby łączna ich długość wynosiła $4\frac{5}{10}$.

b) Czy łączna długość trzech najdłuższych klocków jest większa niż łączna długość pozostałych klocków?

9. Do pięciolitrowego gąsiora, w którym było $2\frac{3}{4}$ litra soku, dolano $1\frac{3}{4}$ litra takiego samego soku. Ile soku trzeba dolać do gąsiora, aby był pełny?

10. Paweł wymyślił inny sposób odejmowania ułamków.

Paweł M.

$$2\frac{2}{7} - \frac{6}{7} = 2\frac{2}{7} - \frac{2}{7} - \frac{4}{7} = 2 - \frac{4}{7} = 1\frac{3}{7}$$

$$8\frac{2}{9} - 3\frac{7}{9} = 5\frac{2}{9} - \frac{7}{9} = 5\frac{2}{9} - \frac{2}{9} - \frac{5}{9} = 5 - \frac{5}{9} = 4\frac{4}{9}$$

Wyjaśnij, na czym polega sposób Pawła, i oblicz tym sposobem podaną różnicę.

a) $4\frac{1}{9} - \frac{7}{9}$ b) $5\frac{3}{10} - \frac{9}{10}$ c) $3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$ d) $5\frac{3}{8} - 1\frac{5}{8}$

super zagadka

54–58 / 242

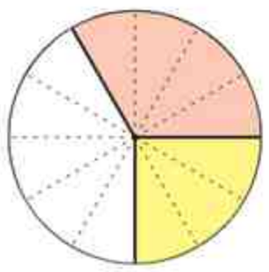
Wszyscy uczniowie klasy Vc uczą się języka angielskiego lub niemieckiego. Języka angielskiego uczy się $\frac{4}{5}$ uczniów tej klasy, a niemieckiego — $\frac{2}{5}$ uczniów. Jaka część uczniów klasy Vc uczy się obu języków?

Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

Wiesz, jak obliczać sumy i różnice ułamków o jednakowych mianownikach. Pokażemy teraz, jak dodawać i odejmować ułamki o różnych mianownikach.

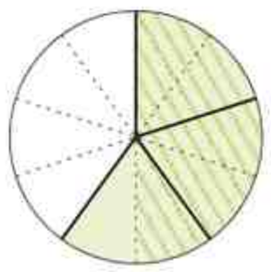
ĆWICZENIE. Ustal, jakimi liczbami należy zastąpić znaki zapytania.

a)



$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{?}{12} + \frac{?}{12} = \frac{?}{12}$

b)



$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{?}{10} - \frac{?}{10} = \frac{?}{10}$

Aby dodać lub odjąć ułamki o różnych mianownikach, najpierw sprowadzamy je do wspólnego mianownika.

PRZYKŁADY

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10}{15} - \frac{6}{15} = \frac{4}{15}$

$4\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} = 4\frac{3}{12} + 2\frac{4}{12} = 6\frac{7}{12}$

$5\frac{2}{9} - \frac{5}{6} = 5\frac{4}{18} - \frac{15}{18} = 4\frac{22}{18} - \frac{15}{18} = 4\frac{7}{18}$

ZADANIA

1. a) Do każdej z podanych liczb dodaj $1\frac{5}{6}$.

$\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{2}{3}$ $\quad$ $2\frac{1}{12}$ $\quad$ $1\frac{3}{4}$ $\quad$ $1\frac{1}{5}$ $\quad$ $2\frac{7}{8}$ $\quad$ $3\frac{4}{9}$

b) Od każdej z podanych liczb odejmij $\frac{3}{5}$.

$1\frac{9}{10}$ $\quad$ $2\frac{1}{15}$ $\quad$ $1\frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$ $\quad$ $4\frac{1}{2}$ $\quad$ $5\frac{7}{20}$ $\quad$ $1\frac{3}{7}$

2. Znajdź wynik działania. Postaraj się liczyć w pamięci.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ $\quad$ c) $2\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ $\quad$ e) $2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ $\quad$ g) $15\frac{1}{2} + 6\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ $\quad$ d) $1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ $\quad$ f) $3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$ $\quad$ h) $12\frac{1}{4} - 8\frac{1}{2}$

3. Oblicz.

a) $\frac{4}{5}+\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$

d) $\frac{4}{7}+\frac{1}{2}$

e) $\frac{8}{9}-\frac{1}{3}$

f) $\frac{3}{10}-\frac{1}{5}$

g) $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$

h) $\frac{5}{7}-\frac{1}{4}$

i) $2\frac{2}{5}+3\frac{1}{2}$

j) $4\frac{3}{7}+2\frac{2}{3}$

k) $2\frac{3}{8}+1\frac{1}{6}$

l) $4\frac{1}{2}+2\frac{3}{5}$

m) $4\frac{1}{4}-2\frac{2}{3}$

n) $5\frac{1}{9}-1\frac{5}{6}$

o) $3\frac{1}{15}-1\frac{1}{10}$

p) $5\frac{5}{13}-3\frac{1}{2}$

4. Przedstaw liczbę $1\frac{5}{12}$ w postaci sumy dwóch ułamków o różnych mianownikach.

5. Jakie liczby kryją się pod kleksami?

a) ■ $+\frac{4}{5}=1\frac{1}{2}$

b) $5\frac{4}{9}+$ ■ $=7\frac{1}{2}$

c) ■ $-2\frac{3}{4}=5\frac{6}{7}$

6. Oblicz.

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

b) $1\frac{2}{5}+3\frac{4}{10}+2\frac{1}{2}$

c) $4\frac{1}{3}-2\frac{2}{5}+1\frac{1}{5}$

d) $7-3\frac{1}{3}-2\frac{1}{8}$

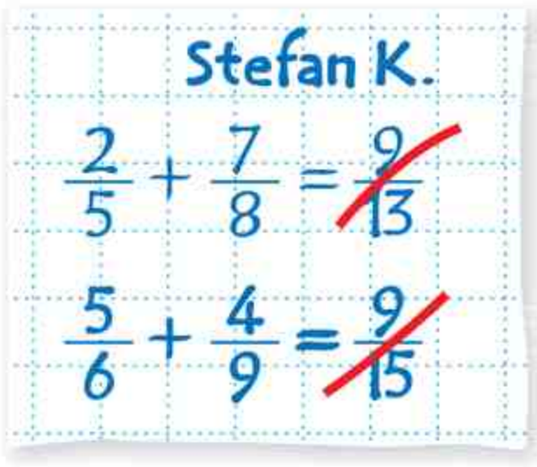
e) $3\frac{3}{4}-2\frac{2}{3}+6-3\frac{5}{6}$

f) $10-\left(2\frac{1}{9}-\frac{1}{2}+1\frac{5}{6}\right)$

g) $\left(4\frac{1}{3}-2\frac{2}{5}\right)-\left(6\frac{3}{5}-5\frac{2}{3}\right)$

h) $3\frac{1}{4}+2\frac{2}{5}-\left(4\frac{1}{3}-2\frac{2}{3}\right)$

7. Stefan nie potrafi dodawać ułamków. Na czym polegają jego błędy?



8. W słoju było $3\frac{1}{2}$ litra jagód. Jaś odsypał $\frac{2}{5}$ litra jagód, a Małgosia — $\frac{3}{10}$ litra. Ile litrów jagód zostało w słoju?

9. Europa zajmuje około $\frac{1}{50}$ powierzchni Ziemi, a pozostałe kontynenty — około $\frac{27}{100}$. Jaką część powierzchni Ziemi zajmują morza i oceany?

MATURA Z JĘZYKA POLSKIEGO

Maturzyści są już po pierwszym pisemnym egzaminie! Prace z języka polskiego pisali, wybierając jeden z czterech tematów. Przeprowadziliśmy ankietę w kilku trójmiejskich liceach. Okazało się, że $\frac{2}{5}$ uczniów wybrało trzeci temat. Pierwszy temat wybrała $\frac{1}{3}$ uczniów, a drugi – $\frac{1}{5}$. Czwarty z tematów maturalnych dotyczył

10. Dawniej egzamin maturalny z języka polskiego był nieco inny niż obecnie. Przeczytaj fragment notatki prasowej z 1992 roku. Jaka część ankietowanych uczniów na egzaminie maturalnym z języka polskiego wybrała temat czwarty? Który temat cieszył się największą popularnością?

11. Paweł swoim sposobem odejmuje dwa ułamki o różnych mianownikach.

Paweł M.

$$2\frac{1}{10} - \frac{4}{5} = 2\frac{1}{10} - \frac{8}{10} = 2\frac{1}{10} - \frac{1}{10} - \frac{7}{10} = 2 - \frac{7}{10} = 1\frac{3}{10}$$

$$3\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4} = 1\frac{4}{12} - \frac{9}{12} = 1\frac{4}{12} - \frac{4}{12} - \frac{5}{12} = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Oblicz sposobem Pawła.

a) $4\frac{5}{9} - \frac{2}{3}$ b) $3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}$ c) $5\frac{2}{15} - 2\frac{17}{20}$

super zagadka

59–61 / 242

Gra UŁAMKOWE KOŚCI

1) Każdy gracz w przypadającej na niego kolejce rzuca dwa razy kostką do gry; wynik pierwszego rzutu zapisuje jako licznik, a wynik drugiego — jako mianownik ułamka.

2) Gracze ustalają liczbę kolejek i wykonują rzuty na zmianę.

3) Po wszystkich kolejkach gracze dodają ułamki. Wygrywa ten, który otrzymał największą sumę.

a) Ola i Ela rozegrały trzy kolejki gry *Ułamkowe kości*. Oto wyniki ich rzutów:

Ola: 1 i 3, 4 i 5, 6 i 3

Ela: 1 i 5, 2 i 1, 2 i 6

Która z dziewczynek zwyciężyła?

b) Jaką największą, a jaką najmniejszą sumę ułamków można otrzymać, wyrzucając w trzech kolejkach (czyli w sześciu rzutach) za każdym razem inną liczbę oczek?

Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

ĆWICZENIE A. Koperta na list waży $\frac{2}{5}$ dag. Podaj w dekagramach:

- ile ważą 2 koperty,
- ile waży 5 kopert,
- ile waży 7 kopert.

Na rysunku jest 7 butelek z sokiem, po $\frac{2}{3}$ litra w każdej. Zastanówmy się, jak obliczyć, ile soku jest w tych butelkach, czyli ile wynosi iloczyn $7 \cdot \frac{2}{3}$.

Taki iloczyn możemy zastąpić sumą siedmiu ułamków $\frac{2}{3}$.

$$7 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Obliczając iloczyn liczby naturalnej i ułamka, mnożymy tę liczbę przez licznik ułamka, a mianownik pozostawiamy bez zmiany. Gdy otrzymamy ułamek niewłaściwy, warto wyłączyć z niego całości.

PRZYKŁADY

$$4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4 \cdot 1}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{3}{11} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{11} = \frac{15}{11} = 1\frac{4}{11}$$

ĆWICZENIE B. Worek z karmą dla kotów waży $2\frac{1}{5}$ kg. Podaj w kilogramach:

- ile ważą 2 worki karmy,
- ile waży 5 worków karmy.

Obliczając iloczyn liczby naturalnej przez liczbę mieszaną, zamieniamy liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy, a następnie mnożymy liczbę naturalną przez otrzymany ułamek.

PRZYKŁADY

$$3 \cdot 2\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

$$4 \cdot 1\frac{2}{5} = 4 \cdot \frac{7}{5} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$

Uwaga. Można również postąpić tak: najpierw pomnożyć liczbę naturalną przez część całkowitą liczby mieszanej, następnie — przez część ułamkową, a na koniec dodać oba wyniki, np. $3 \cdot 2\frac{1}{4} = 3 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{4} = 6 + \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$.

Gdy obliczamy iloczyn liczby naturalnej i ułamka, warto — jeśli to możliwe — ułatwić sobie obliczenia, wykonując skracanie. Zobacz, jak zrobił to Jacek.

Jacek K.

$\frac{8}{9} \cdot 6 = \frac{8 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$ $\qquad 21 \cdot 1\frac{6}{7} = 21 \cdot \frac{13}{7} = \frac{\overset{3}{\cancel{21}} \cdot 13}{\underset{1}{\cancel{7}}} = 39$

Uwaga. W każdym z przykładów Jacka można było uprościć zapis.

$\frac{8}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \overset{2}{\cancel{6}} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$ $\qquad 21 \cdot 1\frac{6}{7} = \overset{3}{\cancel{21}} \cdot \frac{13}{\underset{1}{\cancel{7}}} = 39$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $3 \cdot \frac{7}{8}$ $\qquad$ d) $2\frac{1}{5} \cdot 3$ $\qquad$ g) $5 \cdot \frac{7}{10}$ $\qquad$ j) $4 \cdot 5\frac{5}{12}$

b) $\frac{8}{7} \cdot 3$ $\qquad$ e) $5 \cdot 10\frac{1}{2}$ $\qquad$ h) $\frac{2}{7} \cdot 14$ $\qquad$ k) $6\frac{3}{8} \cdot 6$

c) $2 \cdot 1\frac{1}{7}$ $\qquad$ f) $10 \cdot 8\frac{2}{3}$ $\qquad$ i) $\frac{5}{18} \cdot 12$ $\qquad$ l) $3 \cdot 5\frac{5}{6}$

2. Znajdź liczbę:

a) 5 razy większą niż $\frac{7}{30}$, $\qquad$ c) 4 razy większą niż $\frac{8}{15}$,

b) 8 razy większą niż $8\frac{1}{4}$, $\qquad$ d) 7 razy większą niż $2\frac{3}{8}$.

3. Człowiek wypija przeciętnie $2\frac{1}{2}$ litra płynów w ciągu dnia. Ile litrów płynów wypija przeciętnie w ciągu roku?

$2 \cdot \frac{7}{8} \cdot 14 = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 7 \cdot \overset{7}{\cancel{14}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}$

4. Oblicz.

a) $2 \cdot \frac{7}{8} \cdot 14$ $\qquad$ b) $2\frac{8}{15} \cdot 5 \cdot 6$ $\qquad$ c) $2 \cdot 3 \cdot 1\frac{1}{9}$

5. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami.

$6 \cdot \frac{\square}{2} = 15$ $\qquad 4 \cdot \frac{\square}{16} = 3\frac{3}{4}$ $\qquad \square \cdot \frac{5}{14} = \frac{20}{7}$

6. Oblicz.

a) $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) \cdot 6$ $\qquad$ b) $1\frac{5}{6} - 2 \cdot \frac{3}{4}$ $\qquad$ c) $1\frac{7}{10} \cdot 10 + 3 \cdot 1\frac{1}{12}$

7. Pan Kowalski ma 180 m^2 trawnika. Czy siedem opakowań nawozu *Zieleń łąk* wystarczy do jego użyźnienia?

8. Samochód pana Krzysia spala przeciętnie $5\frac{1}{2}$ litra benzyny na 100 km. Pan Krzyś przejechał w czasie wakacji 3700 km. Ile litrów benzyny spalił jego samochód?

1 stopa = $\frac{1}{3}$ jarda

1 cal = $\frac{1}{36}$ jarda

9. Cal, stopa i jard to jednostki długości używane na przykład w USA. Zapisz, ile to jardów:

a) 12 stóp c) 8 cali e) 4 stopy i 2 cale

b) 19 stóp d) 26 cali f) 2 stopy i 4 cale

10. Korzystając z równości $3\frac{12}{31} \cdot 248 = 840$, oblicz w pamięci iloczyny: $3\frac{12}{31} \cdot 124$, $6\frac{24}{31} \cdot 248$ i $3\frac{12}{31} \cdot 249$.

super zagadka

62–63 / 242

KANGUR MATEMATYCZNY

Uczestnik konkursu rozwiązuje 10 zadań po 3 punkty, 10 po 4 punkty i 10 po 5 punktów.

Zasady obliczania punktów

- Na starcie każdy uczestnik otrzymuje 30 punktów.
- Za dobrą odpowiedź zdobywa odpowiednio 3 punkty, 4 punkty lub 5 punktów.
- W wypadku braku odpowiedzi otrzymuje 0 punktów.
- Za złe odpowiedzi do zadań odejmuje się punkty: w zadaniu za 3 punkty odejmuje się $\frac{3}{4}$ punktu, w zadaniu za 4 punkty — 1 punkt, a w zadaniu za 5 punktów — $1\frac{1}{4}$ punktu.

Przeczytaj zasady konkursu *Kangur matematyczny*.

a) W tabelce przedstawiono, jak Ewa poradziła sobie z zadaniami *Kangura matematycznego*. Ile punktów zdobyła?

	za 3 pkt	za 4 pkt	za 5 pkt
Liczba dobrych odpowiedzi	8	7	5
Liczba złych odpowiedzi	1	2	5
Brak odpowiedzi	1	1	0

b) Jaką maksymalną, a jaką minimalną liczbę punktów można uzyskać w tym konkursie?

Ułamek liczby naturalnej

ĆWICZENIE A. Ustal, ile to złotych.

a) $\frac{1}{4}$ kwoty 100 zł, $\frac{3}{4}$ kwoty 100 zł

b) $\frac{1}{3}$ kwoty 24 zł, $\frac{2}{3}$ kwoty 24 zł

c) $\frac{1}{5}$ kwoty 30 zł, $\frac{4}{5}$ kwoty 30 zł

ĆWICZENIE B. Wstążka ma długość 60 cm. Ustal, jaką długość ma podana część wstążki, a następnie wykonaj mnożenie.

a) $\frac{1}{4}$ wstążki $\frac{1}{4} \cdot 60$

b) $\frac{3}{4}$ wstążki $\frac{3}{4} \cdot 60$

c) $\frac{1}{3}$ wstążki $\frac{1}{3} \cdot 60$

d) $\frac{2}{3}$ wstążki $\frac{2}{3} \cdot 60$

Państwo Nowakowie wybrali się na wycieczkę samochodową trasą liczącą 240 km. Zaplanowali, że po przejechaniu $\frac{3}{4}$ trasy zatrzymają się na odpoczynek. Ania Nowakówna i pan Nowak obliczali, każde swoim sposobem, po ilu kilometrach mają się zatrzymać. Popatrz na ich zapiski.

Tak obliczała Ania:

$\frac{1}{4}$ liczby 240 to $240 : 4 = 60$

$\frac{3}{4}$ liczby 240 to $3 \cdot 60 = 180$

Tak obliczał pan Nowak:

$\frac{3}{4} \cdot 240^{60} = 180$

1

Aby obliczyć ułamek danej liczby, możemy pomnożyć ułamek przez tę liczbę.

PRZYKŁADY

$\frac{7}{8}$ liczby 6 to $\frac{7}{8} \cdot 6 = \frac{7 \cdot \cancel{6}^{3}}{\cancel{8}_{4}} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$

$2\frac{1}{5}$ liczby 9 to $2\frac{1}{5} \cdot 9 = \frac{11}{5} \cdot 9 = \frac{99}{5} = 19\frac{4}{5}$

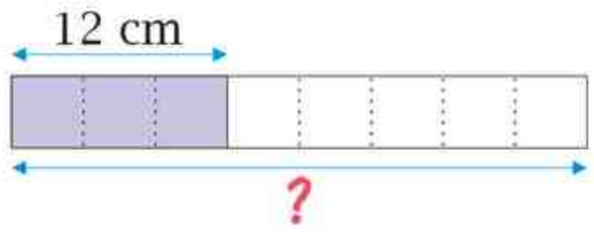
ĆWICZENIE C. Zastanów się i odpowiedz na pytania.

a) $\frac{1}{2}$ pewnej kwoty to 17 zł. Jaka to kwota?

b) $\frac{1}{3}$ ceny butów to 40 zł. Ile kosztują buty?

c) $\frac{1}{12}$ ceny telewizora to 300 zł. Ile kosztuje telewizor?

ĆWICZENIE D. Zamalowana część paska ma długość 12 cm i stanowi ona $\frac{3}{8}$ paska. Czy te informacje wystarczą do obliczenia długości całego paska?



Wiesz już, jak obliczyć ułamek danej liczby. Można też wykonać operację odwrotną — gdy znamy ułamek liczby, możemy ustalić, jaka to liczba.

PRZYKŁAD

Ania odcięła $\frac{3}{5}$ wstążki. Odcięta część miała długość 18 cm. Jaką długość miała cała wstążka?

$\frac{3}{5}$ to 18, więc $\frac{1}{5}$ to 6 (trzy razy mniej) zatem $\frac{5}{5}$ to $5 \cdot 6 = 30$

Odp. Początkowo wstążka miała długość 30 cm.

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $\frac{1}{6}$ liczby 20

b) $\frac{3}{5}$ liczby 30

c) $2\frac{3}{4}$ liczby 20

d) $\frac{1}{7}$ liczby 10

e) $\frac{3}{5}$ liczby 18

f) $2\frac{1}{3}$ liczby 20

2. Tuzin to 12 sztuk, a kopa — 60. Oblicz, ile to sztuk:

a) $\frac{3}{4}$ tuzina

b) $3\frac{2}{3}$ tuzina

c) $\frac{7}{10}$ kopy

d) $5\frac{1}{5}$ kopy

3. Dorosły kot przesypia przeciętnie $\frac{2}{3}$ doby. Ile to godzin?

4. Kontrola jakości w fabryce ołówków ustaliła, że przeciętnie $\frac{3}{200}$ wyprodukowanych ołówków nie spełnia norm jakości. Ilu wybrakowanych ołówków można się spodziewać wśród 1600 ołówków z tej fabryki?

5. W 1995 roku Ludwik Jerzy Kern, autor książek dla dzieci, otrzymał na swoje urodziny koszyk zawierający $1\frac{1}{4}$ kopy jaj. Jajek w koszyku było tyle, ile lat miał wówczas pan Kern. W którym roku się urodził?

6. Harcerze odbyli trzydniową wycieczkę. Trasa liczyła 60 km. Pierwszego dnia harcerze pokonali $\frac{2}{5}$ trasy, a drugiego — $\frac{2}{3}$ pozostałej części drogi. Ile kilometrów przeszli trzeciego dnia?

7. Marysia miała w skarbonce 128 zł. Przez kolejne trzy dni wybierała po $\frac{3}{4}$ kwoty, która była w skarbonce. Ile pieniędzy było w skarbonce czwartego dnia?

8. a) Jaka to liczba, której $\frac{1}{7}$ wynosi 12?

b) Jaka to masa, której $\frac{1}{9}$ wynosi 8 kg?

c) Jaka to liczba, której $\frac{2}{3}$ wynosi 20?

d) Jaka to odległość, której $\frac{3}{4}$ wynosi 18 km?

9. W klasie V a jest 10 dziewczynek, które uczęszczają na kółko teatralne. Stanowią one $\frac{2}{3}$ uczennic tej klasy. Ile dziewczynek jest w klasie V a?

10. Pani Ewa w spadku po pradziadku otrzymała 14 tys. zł. Stanowiło to $\frac{2}{15}$ całego spadku. Jaka była wartość całego spadku?

11. Przed wykonaniem prac firma budowlana otrzymała 6000 zł zaliczki. Kwota ta stanowiła $\frac{3}{5}$ wynagrodzenia. Jaką kwotę powinna otrzymać firma po zakończeniu prac?

12. Państwo Jóźwiakowie kupili na raty meble do kuchni. Zapłacili już za nie 21 000 zł, a do spłaty pozostało im jeszcze $\frac{3}{10}$ ceny mebli. Ile kosztowały meble?

super zagadka

64–65 / 243

Przeczytaj fragment artykułu. Ile razy wyświetlono wideoklip Hippodrum w marcu, a ile — w kwietniu?

Fenomen grupy Hippo

Ostatnio na rynku pojawił się nowy zespół muzyczny Hippo. Jego kariera rozwija się w oszałamiającym tempie. W lutym pojawił się debiutancki wideoklip grupy – zatytułowany Hippodrum – i już w pierwszym miesiącu miał 50 000 wyświetleń. W marcu liczba ta wzrosła o $\frac{1}{5}$, a w kwietniu w porównaniu z marcem była wyższa o $\frac{1}{10}$.

Mnożenie ułamków

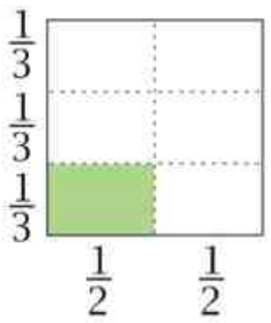
Przyjmijmy, że każdy z poniższych kwadratów ma bok długości 1. Na kolejnych rysunkach zaznaczono kolorami:

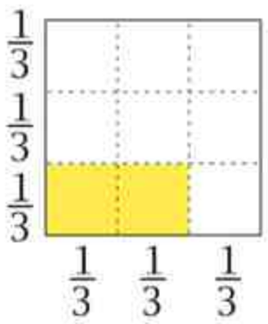
$\frac{1}{6}$ kwadratu, $\frac{2}{9}$ kwadratu, $\frac{8}{15}$ kwadratu.

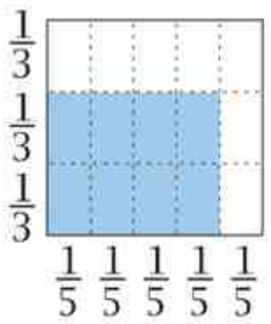
Kolorowe części kwadratów to prostokąty o bokach:

$\frac{1}{3}$ i $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ i $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}$ i $\frac{4}{5}$

Pole każdego z zaznaczonych prostokątów to iloczyn długości jego boków.



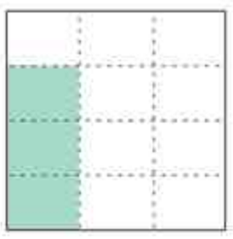


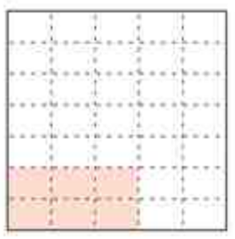


Wartość tego iloczynu można odczytać z rysunku. Wynikają stąd równości:

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

ĆWICZENIE A. Zapisz pola zamalowanych części kwadratów o boku 1 w postaci iloczynu ułamków i podaj wynik tego iloczynu.





Czy domyślasz się, jak się mnoży ułamki?

Obliczając iloczyn dwóch ułamków, mnożymy licznik pierwszego ułamka przez licznik drugiego ułamka oraz mianownik pierwszego ułamka przez mianownik drugiego ułamka.

Aby pomnożyć liczby mieszane, najpierw zamieniamy je na ułamki niewłaściwe.

PRZYKŁADY

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{4}{9} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{27}$$

$$2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{5} = \frac{8}{3} \cdot \frac{16}{5} = \frac{128}{15} = 8\frac{8}{15}$$

Z poprzedniego tematu wiemy, że obliczając ułamek liczby naturalnej, mnożymy ułamek przez tę liczbę. Podobnie postępujemy, obliczając ułamek dowolnego ułamka — wykonujemy mnożenie.

Gdy mnożymy ułamki, warto — jeśli to możliwe — uprościć obliczenia, wykonując skracanie.

Można zapisać tak:

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\cdot 3}{5\cdot\underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

$$1\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{7}=\frac{7}{4}\cdot\frac{6}{7}=\frac{\overset{1}{\cancel{7}}\cdot\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{4}}\cdot\underset{1}{\cancel{7}}}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

Można też skracać tak:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5}\cdot\frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$$

$$1\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{7}=\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}\cdot\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{7}}}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

ĆWICZENIE B. Jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki?

$\frac{2}{3}\cdot\square=1$ $\frac{5}{3}\cdot\square=1$ $3\cdot\square=1$ $\frac{1}{7}\cdot\square=1$

Jeżeli iloczyn dwóch liczb jest równy 1, to każdą z tych liczb nazywamy **odwrotnością** drugiej liczby.

Odwrotność danego ułamka otrzymamy, gdy zamienimy licznik z mianownikiem (oczywiście licznik musi być różny od 0). Na przykład:

Odwrotnością liczby $\frac{2}{3}$ jest $\frac{3}{2}$. Odwrotnością liczby $\frac{1}{4}$ jest $\frac{4}{1}=4$.

Odwrotnością liczby $\frac{3}{2}$ jest $\frac{2}{3}$. Odwrotnością liczby 5 jest $\frac{1}{5}$.

Inne przykłady liczb i ich odwrotności przedstawiono w tabeli. Zwróć uwagę, że odwrotnością liczby 1 jest 1.

Liczba	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{5}$	$1\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	1
Odwrotność liczby	3	$\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{2}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{4}{5}$	1

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7}$ b) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{8}$ c) $\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}$

d) $\frac{7}{15}\cdot\frac{10}{21}$ e) $2\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}$ f) $\frac{5}{9}\cdot 4\frac{1}{10}$

g) $2\frac{1}{2}\cdot 5\frac{1}{3}$ h) $3\frac{3}{4}\cdot 4\frac{1}{5}$ i) $5\frac{6}{7}\cdot 4\frac{2}{3}$

j) $\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{9}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}$ k) $\frac{4}{7}\cdot 1\frac{3}{4}\cdot 3\frac{1}{2}$ l) $1\frac{5}{8}\cdot 3\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{26}$

2. Oblicz.

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$ $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ $\left(\frac{8}{7}\right)^2$ $\left(1\frac{1}{8}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$ $\left(1\frac{1}{4}\right)^3$

$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$

$\left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$

3. a) Znajdź liczbę, która stanowi $\frac{4}{5}$ liczby $3\frac{1}{2}$.

b) Znajdź liczbę stanowiącą $\frac{3}{4}$ połowy liczby $5\frac{4}{5}$.

4. Oblicz.

a) $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) \cdot 6\frac{2}{3}$ b) $4 \cdot 3\frac{1}{8} - \left(2\frac{1}{2}\right)^2$ c) $1\frac{1}{8} \cdot \left(4\frac{3}{5} - 2\frac{7}{10}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^3$

5. W butelce było $2\frac{1}{2}$ litra soku. Jacek wypił $\frac{1}{4}$ soku, a Ala — połowę tego, co zostało. Ile litrów soku zostało w butelce?

6. Jakie ułamki zamalowano?

$\frac{3}{10} \cdot$ ▮ $= \frac{3}{14}$ ▮ $\cdot \frac{5}{6} = 1\frac{1}{4}$

7. Znajdź odwrotności liczb: $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{7}$ 7 $1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{12}$ $4\frac{3}{5}$

8. a) Która liczba jest większa: $\frac{3}{8}$ czy jej odwrotność?

b) Pewna liczba naturalna i jej odwrotność są równe. Co to za liczba?

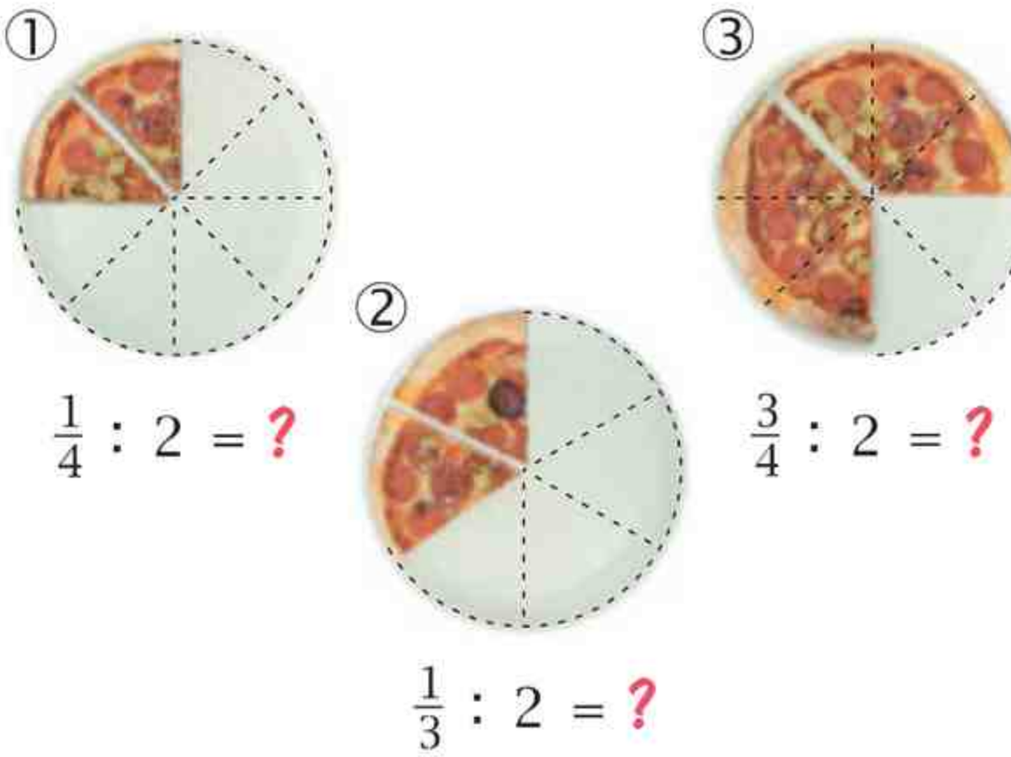
9. Liczby: $a = 1$, $b = \frac{4}{5}$, $c = 1\frac{1}{2}$, $d = \frac{1}{3}$ i $e = 1\frac{3}{4}$ uporządkuj w kolejności od najmniejszej do największej, a następnie uporządkuj w kolejności od najmniejszej do największej odwrotności tych liczb.

super zagadka

66–67 / 243

Powierzchnia Oceanu Spokojnego to około $\frac{1}{2}$ powierzchni wszystkich wód. Lądy stanowią około $\frac{3}{10}$ powierzchni Ziemi. Czy Ocean Spokojny zajmuje więcej niż $\frac{1}{4}$ powierzchni Ziemi?

Dzielenie ułamków przez liczby naturalne



ĆWICZENIE. a) Różne kawałki pizzy podzielono sprawiedliwie między dwoje dzieci. Jaką część pizzy otrzymało każde dziecko?

b) Oblicz iloczyny:

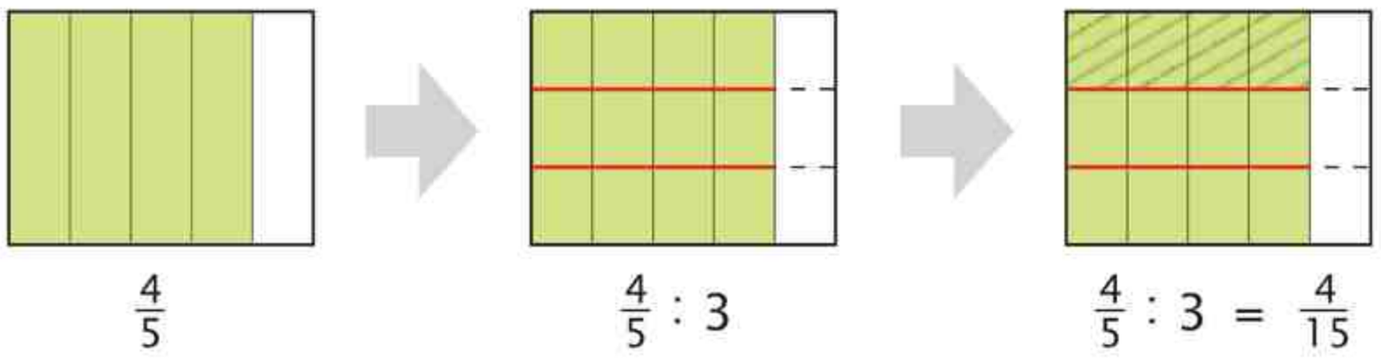
$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

c) Porównaj wyniki dzielenia z wynikami mnożenia.

Po wykonaniu ćwiczenia można zauważyć, że dzielenie ułamka przez 2 możemy zastąpić mnożeniem tego ułamka przez $\frac{1}{2}$, czyli przez odwrotność liczby 2.

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Przyjrzyj się rysunkom. Na pierwszym rysunku zaznaczono $\frac{4}{5}$ prostokąta. Na kolejnym rysunku $\frac{4}{5}$ prostokąta podzielono na trzy równe części, a następnie zakreskowano jedną z nich. Jaka to część prostokąta?



Dzielenie ułamka $\frac{4}{5}$ przez 3 możemy zastąpić mnożeniem tego ułamka przez $\frac{1}{3}$, czyli przez odwrotność liczby 3.

$$\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

Aby podzielić ułamek przez liczbę naturalną, mnożymy ten ułamek przez jej odwrotność.

Aby podzielić liczbę mieszaną przez liczbę naturalną, najpierw zamieniamy liczbę mieszaną na ułamek.

PRZYKŁADY

$$\frac{3}{7} : 5 = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{35}$$

$$1\frac{1}{3} : 8 = \frac{4}{3} : 8 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{8}_{2}} = \frac{1}{6}$$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $\frac{4}{5} : 2$

b) $\frac{2}{7} : 3$

c) $\frac{4}{7} : 2$

d) $\frac{5}{9} : 3$

e) $1\frac{1}{2} : 3$

f) $2\frac{1}{4} : 6$

g) $4\frac{1}{5} : 7$

h) $2\frac{4}{7} : 9$

i) $20\frac{2}{3} : 31$

j) $10\frac{1}{5} : 9$

k) $10\frac{2}{11} : 21$

l) $1\frac{1}{99} : 15$

2. Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę 3 razy od niej mniejszą.

$1\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{1}{3}$ $1\frac{2}{3}$

3. Oblicz.

a) $4\frac{1}{2} : 6 + 3\frac{2}{3}$

b) $\left(5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5}\right) : 2$

c) $\left(5\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}\right)^2 : 7$

4. Jakie liczby kryją się pod kleksami?

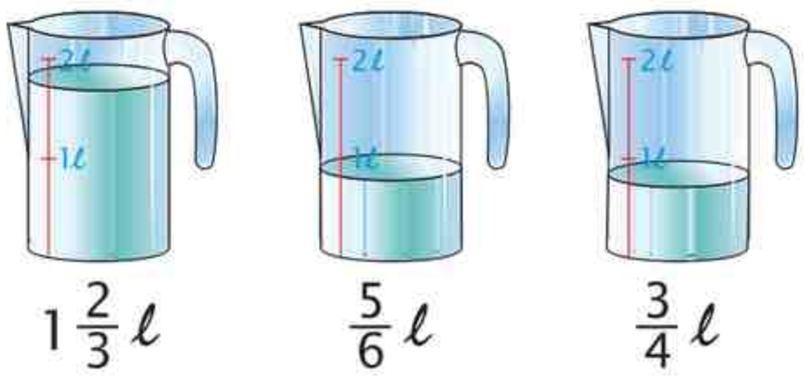
$\frac{1}{2} :$ ■ $= \frac{1}{4}$ $\frac{2}{3} :$ ■ $= \frac{2}{15}$ ■ $: 4 = \frac{1}{8}$ ■ $: 5 = \frac{3}{10}$

5. Pan Wojtek jest kierowcą TIR-a. Do pracy dojeżdża swoim małym samochodem osobowym. Policzył, że w ostatnim miesiącu TIR spalał $24\frac{1}{2}$ litra paliwa na 100 km, a samochód osobowy — 4 razy mniej. Ile litrów paliwa spalał na 100 km mały samochód pana Wojtka?

6. Antek i jego czterej koledzy wyruszyli na tygodniowy biwak. Wszyscy razem codziennie zjadali $3\frac{3}{4}$ bochenka chleba. Piątego dnia dołączyli do nich jeszcze trzej koledzy i odtąd codziennie cała grupa zjadała $5\frac{1}{2}$ bochenka. Chłopcy za każdym razem dzielili chleb na równe porcje. Ile chleba zjadł Antek podczas całego biwaku?

super zagadka

68–69 / 243



Ile litrów wody należy przelać z pierwszego dzbanka do drugiego, a ile — do trzeciego, aby we wszystkich było tyle samo wody?

Dzielenie ułamków

Ile odcinków o długości $\frac{1}{4}$ m mieści się w odcinku o długości 2 m?

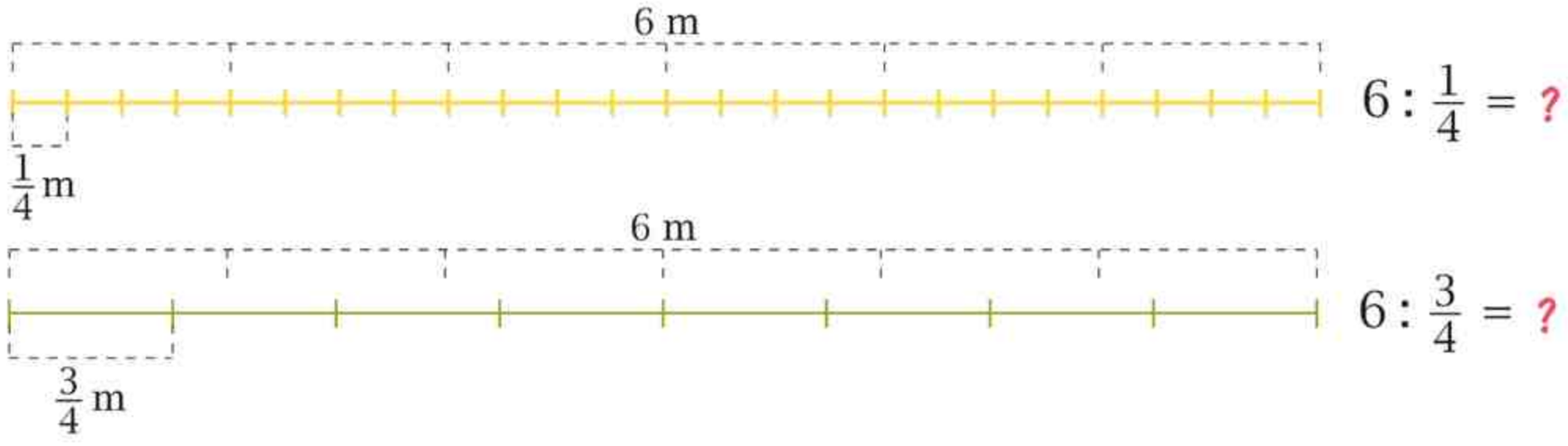
ĆWICZENIE A. Przeczytaj zadanie w ramce. Które z poniższych działań ilustruje to zadanie?

$2 \cdot \frac{1}{4}$ $\quad$ $2 : 4$ $\quad$ $2 : \frac{1}{4}$

ĆWICZENIE B. Przyjrzyj się rysunkom i odpowiedz na pytania.

Ile odcinków o długości $\frac{1}{4}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?

Ile odcinków o długości $\frac{3}{4}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?

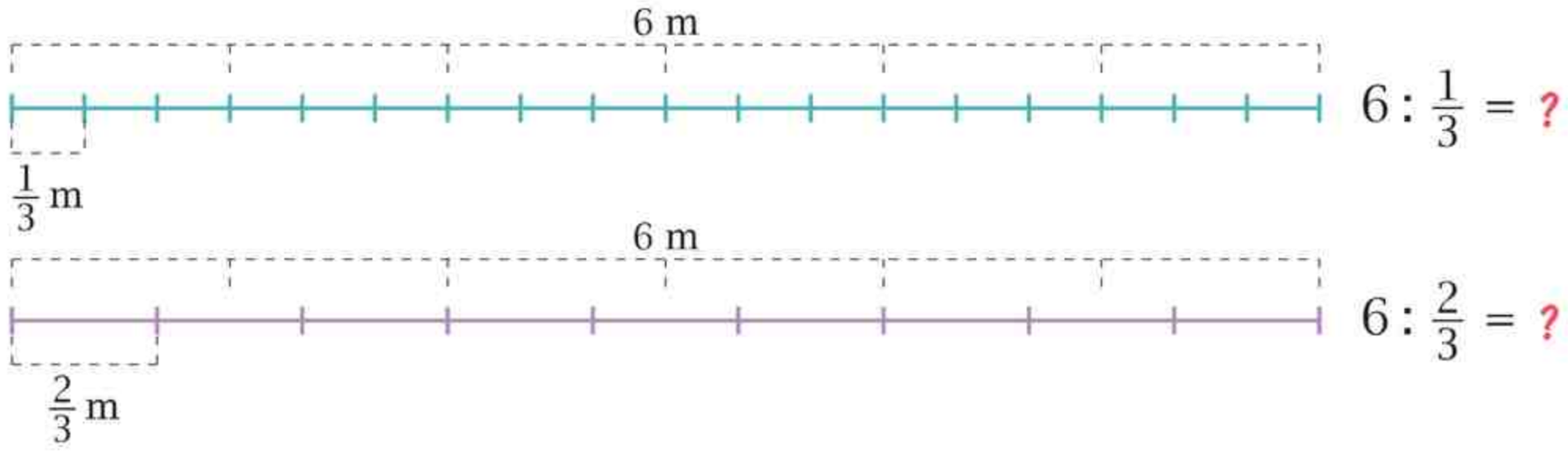


Porównaj otrzymane liczby z wynikami mnożenia $6 \cdot 4$ oraz $6 \cdot \frac{4}{3}$.

ĆWICZENIE C. Przyjrzyj się kolejnym rysunkom.

Ile odcinków o długości $\frac{1}{3}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?

Ile odcinków o długości $\frac{2}{3}$ m mieści się w odcinku o długości 6 m?



Porównaj otrzymane liczby z wynikami mnożenia $6 \cdot 3$ oraz $6 \cdot \frac{3}{2}$.

Rozwiązując ćwiczenia B i C, można było zauważyć, że dzielenie przez ułamek można zastąpić mnożeniem przez jego odwrotność.

$6 : \frac{1}{4} = 6 \cdot 4$ (odwrotność $\frac{1}{4}$) $\quad$ $6 : \frac{3}{4} = 6 \cdot \frac{4}{3}$ (odwrotność $\frac{3}{4}$) $\quad$ $6 : \frac{1}{3} = 6 \cdot 3$ (odwrotność $\frac{1}{3}$) $\quad$ $6 : \frac{2}{3} = 6 \cdot \frac{3}{2}$ (odwrotność $\frac{2}{3}$)

PRZYKŁADY

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$$

$$2\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$$

$$2\frac{1}{6} : 1\frac{2}{3} = \frac{13}{6} : \frac{5}{3} = \frac{13}{\cancel{6}_{2}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{5} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$$

Aby podzielić liczbę przez ułamek, mnożymy tę liczbę przez odwrotność ułamka.

Gdy dzielna lub dzielnik jest liczbą mieszaną, zamieniamy ją na ułamek niewłaściwy.

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

d) $\frac{3}{7} : \frac{9}{28}$

e) $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

f) $5\frac{1}{3} : \frac{4}{9}$

g) $\frac{7}{8} : 1\frac{5}{16}$

h) $\frac{2}{9} : 2\frac{2}{3}$

i) $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3}$

j) $7\frac{1}{5} : 1\frac{1}{5}$

k) $2\frac{3}{4} : 4\frac{2}{5}$

l) $1\frac{5}{12} : 1\frac{7}{10}$

2. Pan Konrad, właściciel hurtowni, zapakował $22\frac{1}{2}$ kg kawy do jednakowych paczek po $2\frac{1}{2}$ kg. Ile otrzymał takich paczek?

3. Ile puszek farby *Extra Biała* trzeba kupić, aby wystarczyło jej do dwukrotnego pomalowania 105 m^2 powierzchni?

4. Pani na zakończenie lekcji powiedziała: *Ułóżcie w domu zadania tekstowe ilustrujące działanie* $2\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$. Czy zadania przygotowane przez Jacka i Asię są właściwe?

Jacek
Ola kupiła $2\frac{1}{2}$ kg cukierków, a Ala kupiła 4 razy mniej cukierków. Ile kilogramów cukierków kupiła Ala?

Asia
Dwa i pół litra soku rozlewamy do ćwierćlitrowych szklanek. Ile szklanek zapełnimy?

5. Jakie liczby kryją się pod kleksami?

a) ■ $\cdot \frac{4}{7} = \frac{9}{11}$

b) ■ $: \frac{6}{13} = \frac{4}{9}$

c) ■ $: 3\frac{1}{6} = 1\frac{2}{3}$

6. Spośród 20 uczniów obliczających iloraz $5\frac{1}{3} : \frac{4}{3}$ sześciu podało wynik $7\frac{1}{9}$, sześciu — wynik $\frac{4}{9}$ i ośmiu — wynik 4. Jaka część liczby uczniów podała niepoprawny wynik?

7. W dawnej Polsce powierzchnie pól, łąk i lasów określano w łanach lub morgach. 1 łan był równy $43\frac{1}{5}$ morgi.

a) $\frac{1}{2}$ łana — ile to mórg ziemi?

b) 216 mórg ziemi — ile to łanów?

8. Liczby p, r, s i t uporządkuj w kolejności rosnącej.

a) $p = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ $r = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ $s = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ $t = \frac{1}{3} : \frac{1}{5}$

b) $p = 1\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ $r = 1\frac{1}{4} - \frac{2}{3}$ $s = 1\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$ $t = 1\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$

c) $p = 2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{9}$ $r = 2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{9}$ $s = 2\frac{5}{6} \cdot 1\frac{1}{9}$ $t = 2\frac{5}{6} : 1\frac{1}{9}$

9. Oblicz.

a) $\left(3\frac{3}{5} + 2\frac{4}{5}\right) : \frac{6}{7}$ b) $\frac{3}{4} : 4\frac{1}{2} + 7 : 1\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{5} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)$

10. Pan Kargul obsiał $\frac{4}{9}$ swojego pola żytem, a $\frac{1}{5}$ — owsem. Połowę reszty pola wydzierżawił swojemu sąsiadowi, panu Pawlakowi. Jaką część pola pana Kargula dzierżawi pan Pawlak?

11. Dzielenie danej liczby najpierw przez $\frac{4}{5}$, a potem przez $\frac{3}{4}$ można zastąpić mnożeniem przez pewien ułamek. Ustal, jaki to ułamek.

super zagadka

70–71 / 243

Rozszyfruj to dzielenie (trójkąt, kwadrat i kółko zastępują trzy różne cyfry).

Uwaga. Zadanie ma cztery rozwiązania.

$$\frac{\triangle}{\square} : \frac{\triangle}{\bigcirc} = \frac{1}{\triangle}$$

Przed klasówką

1. Wybierz poprawne odpowiedzi.

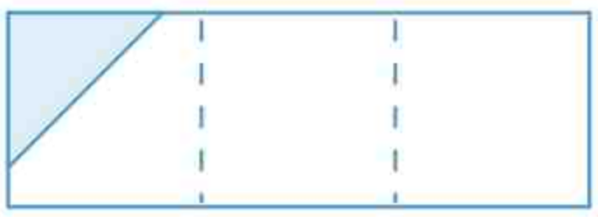
Ile jest ułamków właściwych nieskracalnych o mianowniku 8?

A. cztery B. sześć

Ile jest ułamków nieskracalnych niewłaściwych o liczniku 6?

C. jeden D. dwa

2. Zacieniowany obszar stanowi $\frac{1}{3}$ kwadratu. Jaką część figury złożonej z trzech takich kwadratów stanowi ten obszar?



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{27}$

3. Oceń prawdziwość zdań.

① Liczba $\frac{17}{3}$ jest większa od liczby $3\frac{2}{3}$.
PRAWDA / FAŁSZ

② Liczba $2\frac{2}{9}$ jest mniejsza od liczby $\frac{81}{9}$.
PRAWDA / FAŁSZ

③ Liczba $\frac{32}{7}$ jest równa liczbie $4\frac{4}{7}$.
PRAWDA / FAŁSZ

④ Liczba $5\frac{1}{4}$ jest mniejsza od liczby $\frac{17}{4}$.
PRAWDA / FAŁSZ

4. Które z liczb w ramce są większe od $\frac{1}{3}$ i jednocześnie mniejsze od $\frac{3}{4}$?

2 : 8

$\frac{2}{3}$ $\frac{9}{24}$ $\frac{3}{15}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{4}{5}$

5. Oblicz.

a) $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-1$ c) $6-3\frac{1}{3}+2\frac{5}{6}$

b) $4-\frac{7}{8}+\frac{3}{4}$ d) $2\frac{5}{8}-1\frac{3}{4}+3\frac{1}{2}$

6. Oblicz.

a) $\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{7}$ d) $12\cdot\frac{7}{9}$ g) $\frac{7}{16}:\frac{5}{8}$

b) $1\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4}$ e) $3\frac{5}{6}\cdot 4$ h) $6\frac{6}{7}:3\frac{3}{14}$

c) $2\frac{8}{9}\cdot 1\frac{2}{13}$ f) $5\frac{6}{7}:3$ i) $3\frac{8}{9}:2\frac{1}{3}$

7. Jaką liczbę należy dodać do liczby $2\frac{5}{6}$, aby otrzymać $6\frac{2}{9}$?

8. Znajdź sumę odwrotności $\frac{3}{4}$ i $1\frac{2}{3}$.

9. Ustal, jaką liczbą należy zastąpić kwadracik.

a) $\frac{1}{4}+\frac{\square}{8}=1$ c) $\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{\square}=1$

b) $\frac{7}{4}-\frac{\square}{8}=1$ d) $\frac{4}{3}:\frac{8}{\square}=1$

10. a) Kostka masła waży $\frac{1}{5}$ kg. Ile waży ćwierć takiej kostki?

b) Bochenek chleba waży $\frac{7}{10}$ kg. Ile waży półtora bochenka chleba?

11. $3\frac{1}{2}$ litra soku rozlano do ćwierćlitrowych kubków. Ile kubków napełniono?

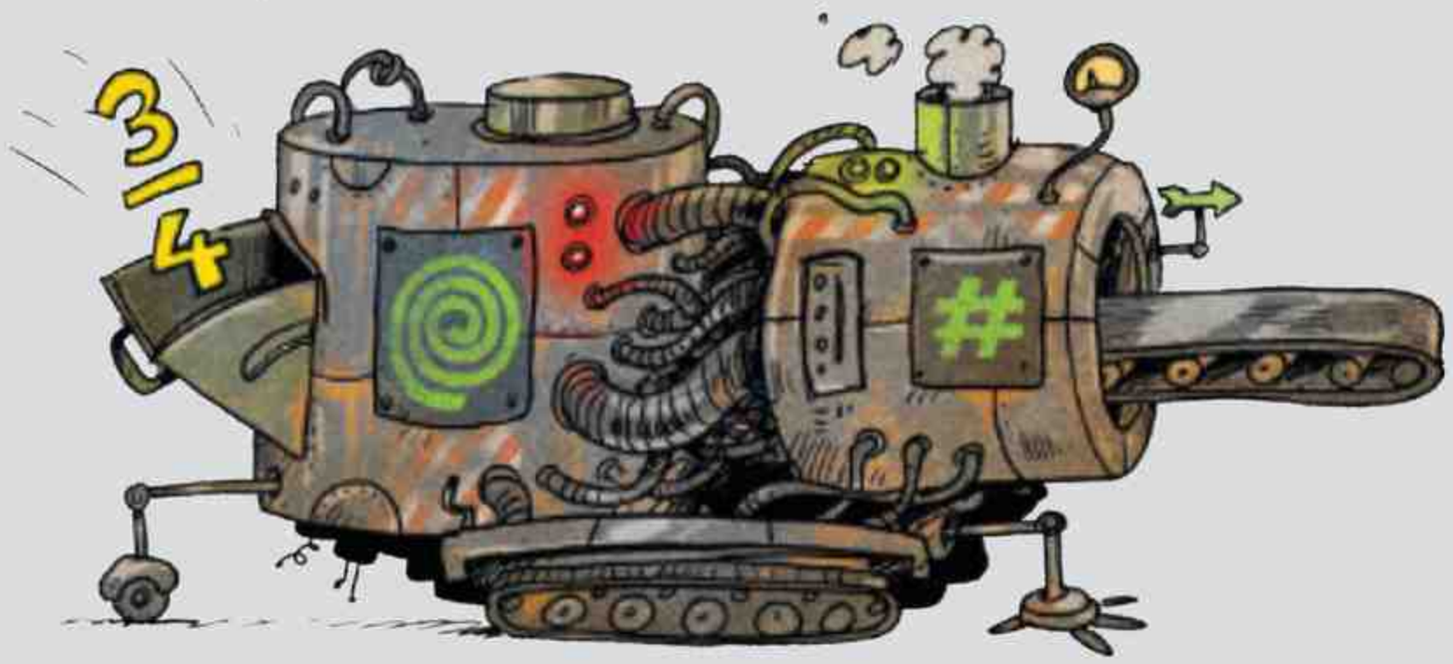
12. Pierwszy etap wyścigu ma 20 km, co stanowi $\frac{5}{8}$ całej trasy. Jaką długość ma pozostała część trasy?

13. W jednym opakowaniu jest $\frac{1}{5}$ litra jogurtu. Ile opakowań trzeba kupić, aby mieć $2\frac{1}{2}$ litra jogurtu?

14. Do świątecznej dekoracji użyto 400 różnokolorowych gwiazdek — dużych i małych. Duże gwiazdki stanowiły $\frac{2}{5}$ wszystkich gwiazdek, a wśród małych gwiazdek $\frac{3}{8}$ miało kolor czerwony. Ile małych czerwonych gwiazdek użyto do świątecznej dekoracji?

w krainie
łamigłówek

5 Maszynka ułamkowa składa się z dwóch części. Są one oznaczone symbolami @ i # i wykonują dwie różne operacje. Po wrzuceniu do tej maszynki liczby 2 otrzymano liczbę 1, a po wrzuceniu liczby $\frac{1}{3}$ otrzymano 6. Jakiej liczby można się spodziewać po wrzuceniu do maszynki liczby $\frac{3}{4}$?



6

— Mamo, ile waży ten posążek? — zapytał Piotr, wskazując posążek Thotha, egipskiego boga mądrości, patrona matematyków.

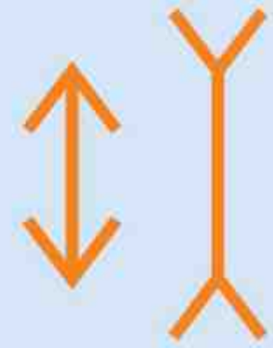
— $\frac{3}{4}$ kilograma i jeszcze $\frac{3}{4}$ posążka — odpowiedziała mama.

Ile kilogramów waży posążek?

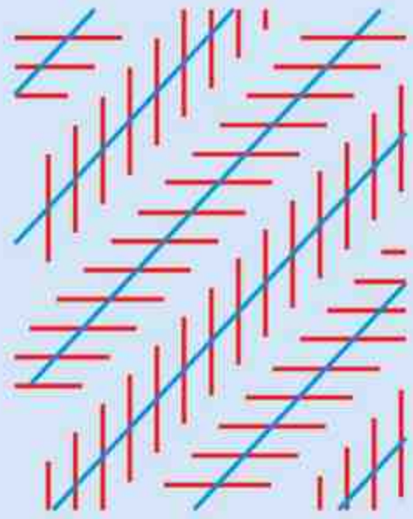
Figury na płaszczyźnie

Na rysunkach przedstawione są tzw. złudzenia optyczne. Spróbuj najpierw odpowiedzieć na pytania, nie korzystając z żadnych przyrządów. Następnie sprawdź, czy twoje odpowiedzi są poprawne.

Czy te odcinki
mają taką samą długość?

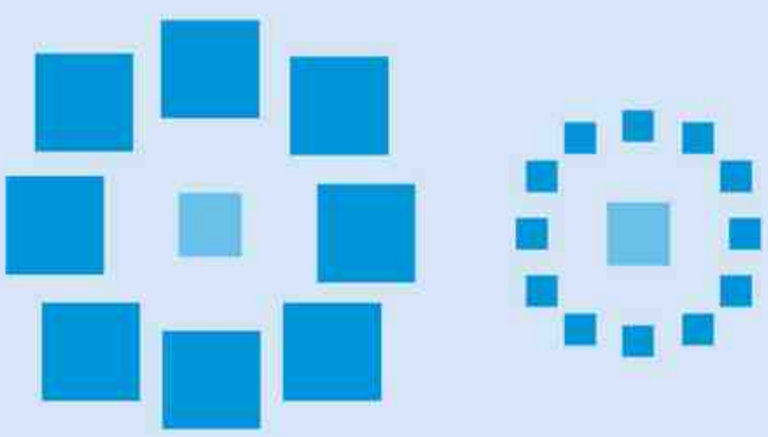


Czy pionowe odcinki
mają taką samą długość?

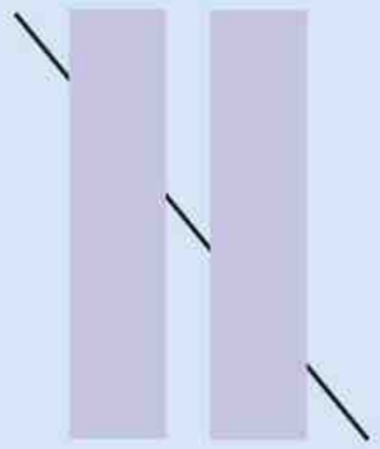


Czy niebieskie linie
są równoległe?

Czy czerwone linie
są liniami prostymi?



Czy jaśniejsze kwadraty
są identyczne?



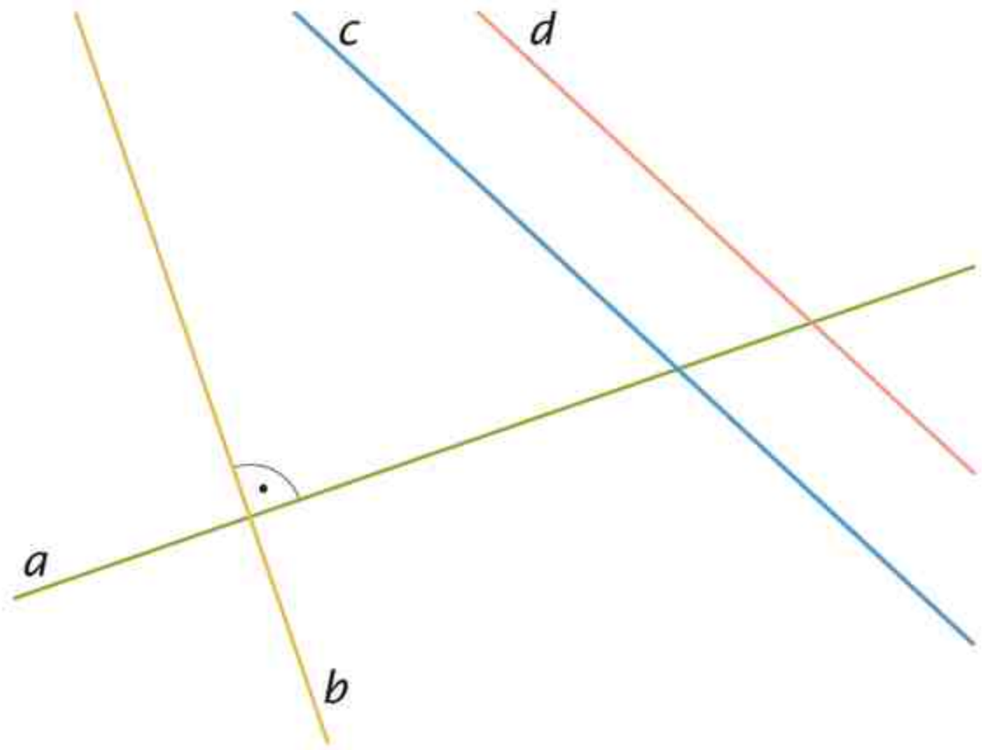
Czy czarne odcinki leżą
na jednej prostej?

Proste prostopadłe i proste równoległe

Przypomnij sobie, jak względem siebie mogą być położone dwie proste.

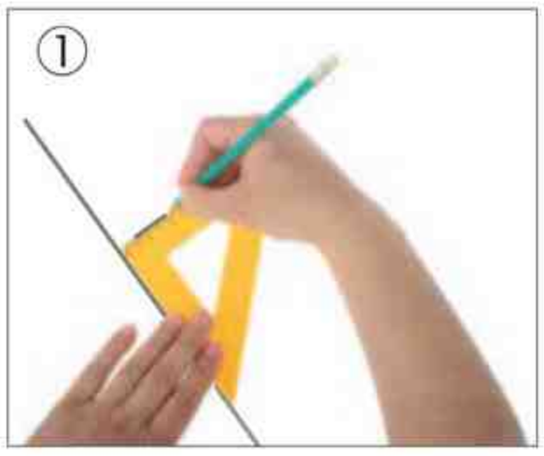
Na rysunku obok proste a i b są prostopadłe, a proste c i d są równoległe. Zapisujemy to tak:

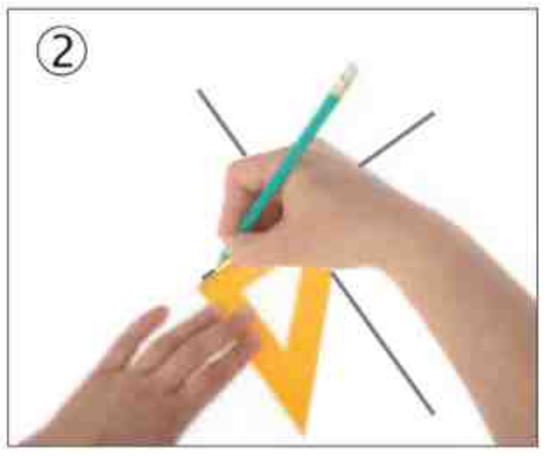
$a \perp b$ $\qquad$ $c \parallel d$



ĆWICZENIE A. Spośród prostych a, b, c i d wypisz wszystkie pary prostych, które się przecinają, ale nie są prostopadłe.

RYSOWANIE PROSTYCH PROSTOPADŁYCH ZA POMOCĄ EKIERKI

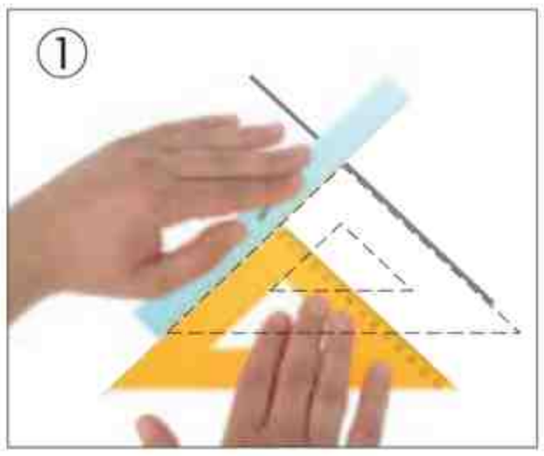


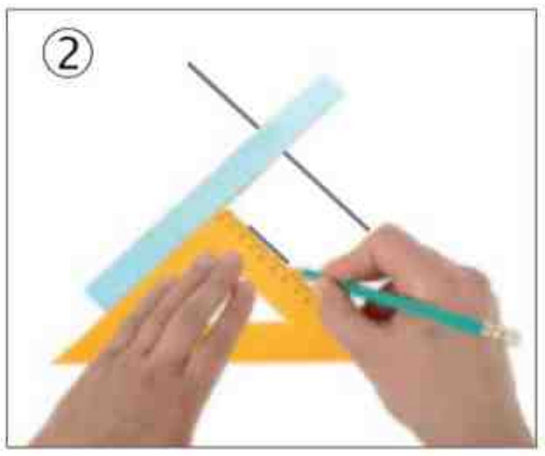


1. Rysujemy prostą. Przykładamy do niej jeden z prostopadłych boków ekierki, a wzdłuż drugiego prostopadłego boku ekierki rysujemy linię.

2. Przedłużamy narysowaną linię.

RYSOWANIE PROSTYCH RÓWNOLEGŁYCH ZA POMOCĄ LINIJKI I EKIERKI



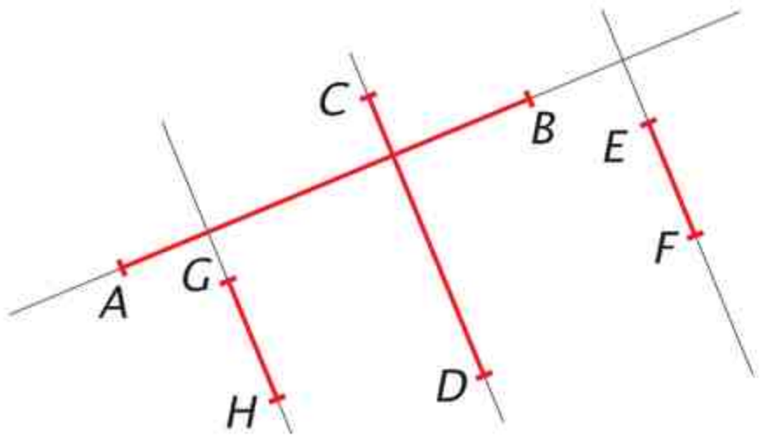


1. Rysujemy prostą i przykładamy do niej jeden z prostopadłych boków ekierki. Do drugiego prostopadłego boku ekierki przykładamy linijkę i, przytrzymując linijkę, przesuwamy ekierkę.

2. Przytrzymując ekierkę, rysujemy prostą.

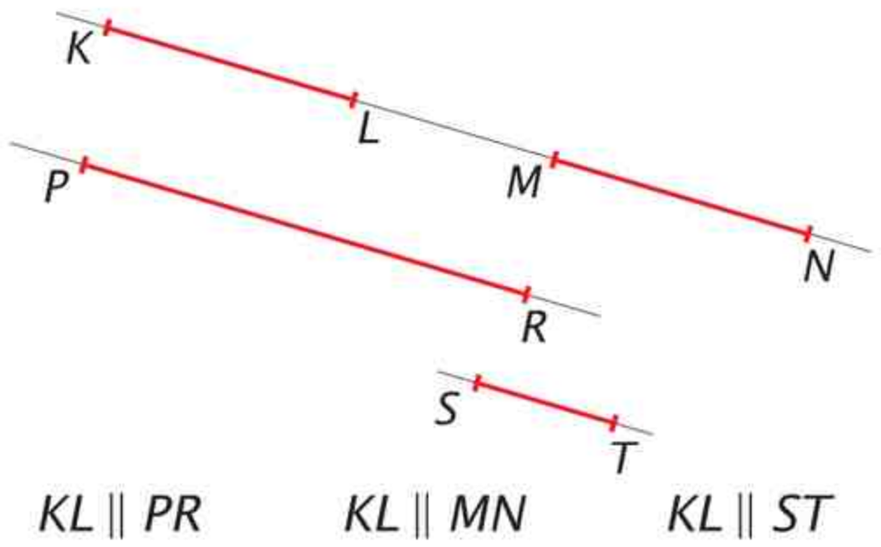
ĆWICZENIE B. Narysuj prostą i oznacz ją literą p. Narysuj trzy proste prostopadłe oraz trzy proste równoległe do prostej p.

O dwóch odcinkach mówimy, że są prostopadłe, jeśli leżą na prostych prostopadłych.

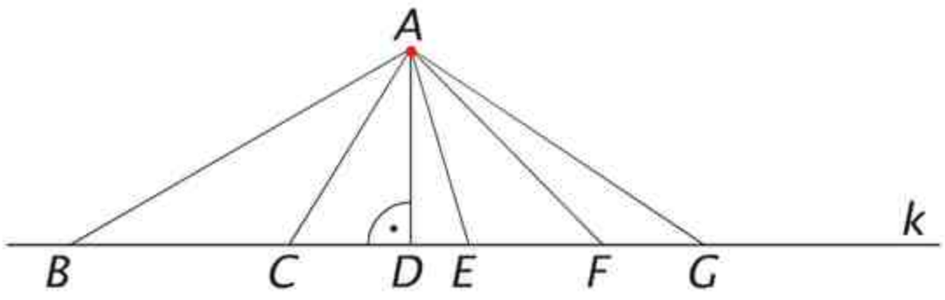


$AB \perp CD$ $AB \perp GH$ $AB \perp EF$

O dwóch odcinkach mówimy, że są równoległe, jeśli leżą na prostych równoległych lub na jednej prostej.

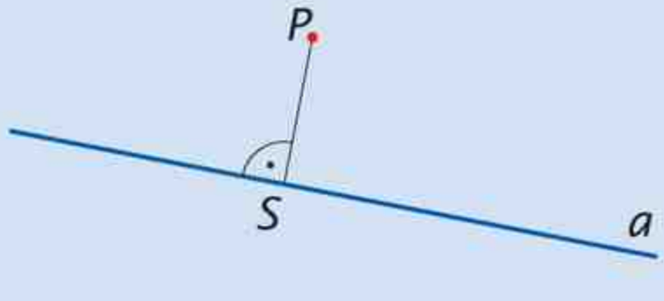


$KL \parallel PR$ $KL \parallel MN$ $KL \parallel ST$



ĆWICZENIE C. Który z odcinków (na rysunku obok) łączących punkt A z prostą k jest najkrótszy?

Odległość punktu od prostej to długość najkrótszego odcinka łączącego ten punkt z prostą; odcinek ten jest prostopadły do prostej.



Długość odcinka PS to odległość punktu P od prostej a.

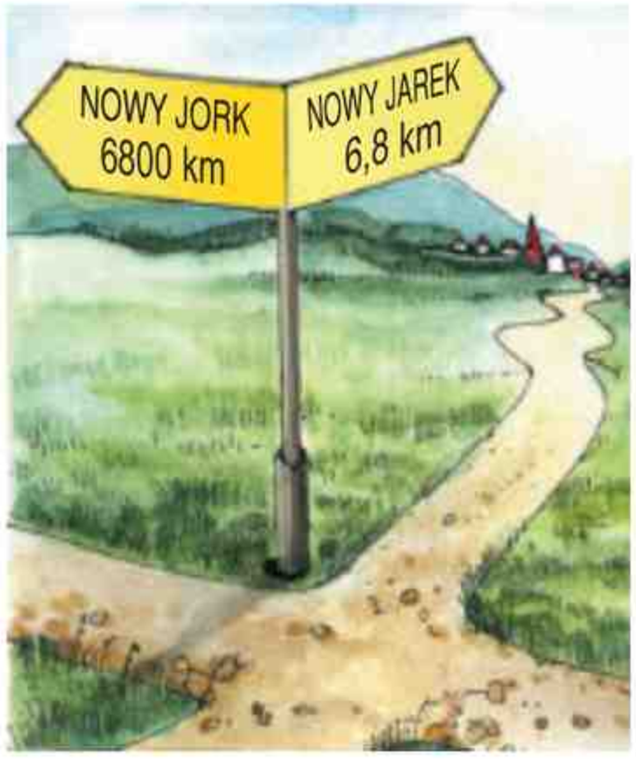
ĆWICZENIE D. Narysuj dwie proste równoległe. Zaproponuj, jak zmierzyć odległość między nimi.

Odległość między prostymi równoległymi to długość najkrótszego odcinka łączącego te proste, czyli odcinka do nich prostopadłego.

Długość odcinka KL to odległość między prostymi a i b.

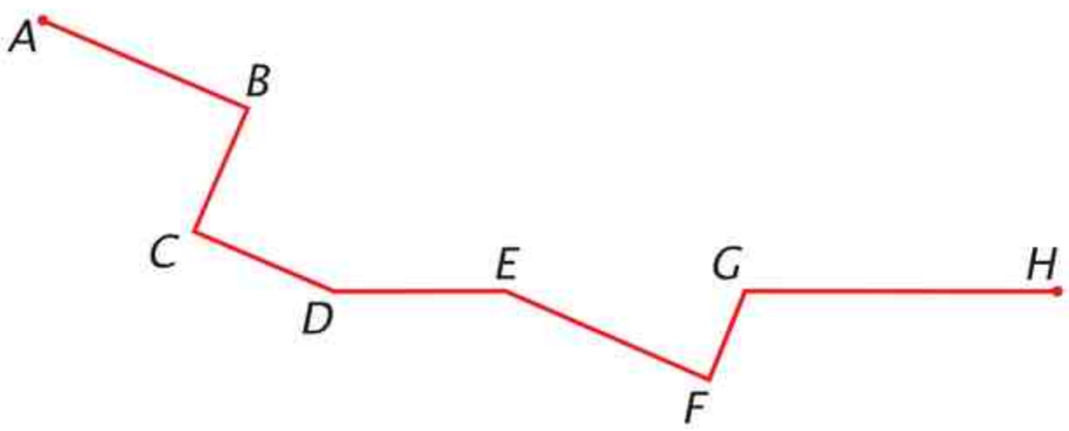
ZADANIA

1. Narysuj dwie proste prostopadłe. Oznacz je literami a i b. Narysuj dowolną prostą c prostopadłą do prostej b i prostą d prostopadłą do prostej c. Wypisz pary prostych prostopadłych i pary prostych równoległych (użyj znaków $\perp$ i $\parallel$).



2. W Nowym Jarku jest dziewięć ulic. O każdej parze ulic można powiedzieć, że są prostopadłe lub równoległe. Narysuj, jak może wyglądać plan Nowego Jarku.

3. W dzielnicy Kolorowa są cztery ulice: Zielona, Szara, Ruda i Żółta. Ulica Zielona jest prostopadła do Szarej, Szara jest równoległa do Rudej, a Ruda jest prostopadła do Żółtej. Jakie jest wzajemne położenie ulic Zielonej i Żółtej?



4. Znajdź cztery pary boków prostopadłych oraz cztery pary boków równoległych łamanej *ABCDEFGH*.

5. Narysuj łamaną *ABCDEF*, taką, że $BC \perp DE$ i $AB \parallel EF$.

6. Narysuj prostą i oznacz ją literą *a*.

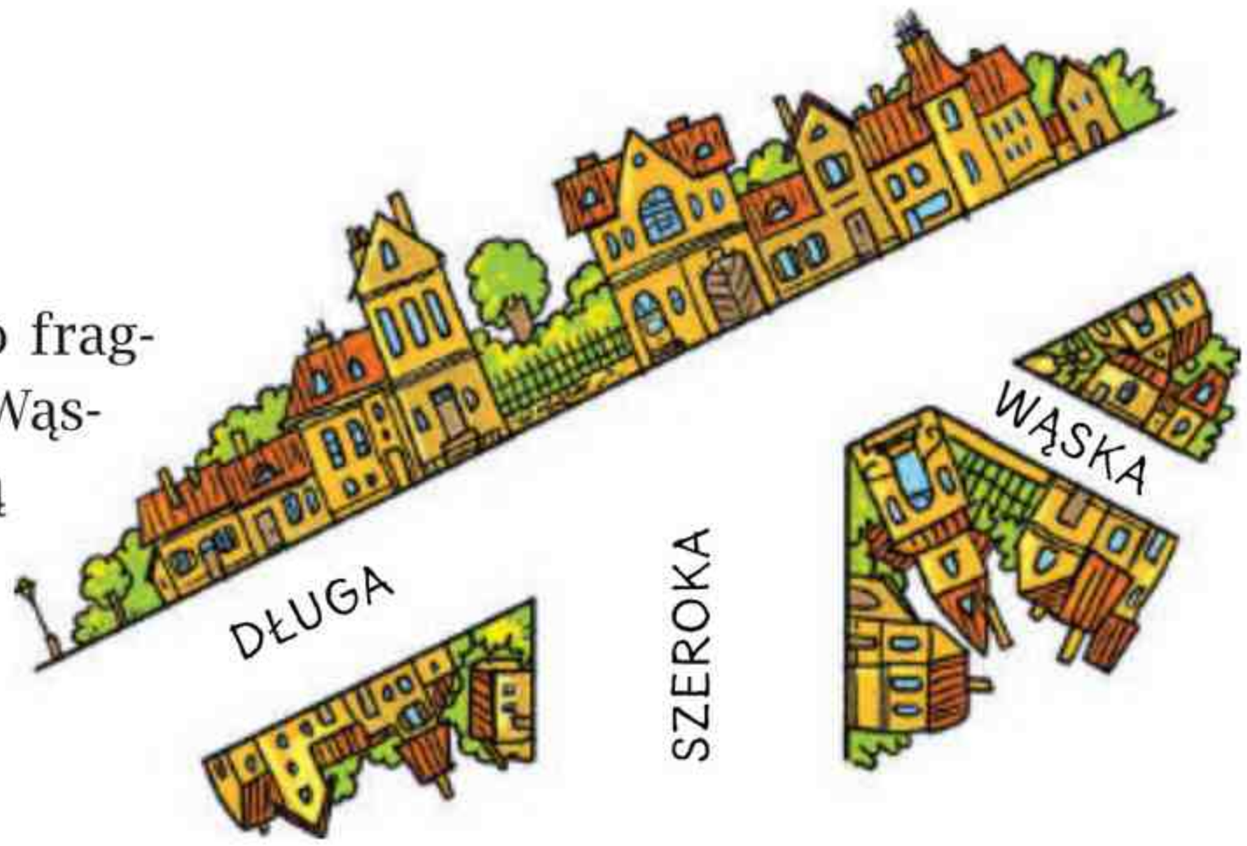
a) Zaznacz kilka punktów, których odległość od prostej *a* wynosi 1 cm 2 mm.

b) Narysuj prostą równoległą do prostej *a*, której odległość od prostej *a* wynosi 3 cm. Ile jest takich prostych?

7. Odległość między prostymi równoległymi *k* i *l* wynosi 4 cm, a odległość między prostymi równoległymi *l* i *m* wynosi 5 cm. Jaka może być odległość między prostymi *k* i *m*?

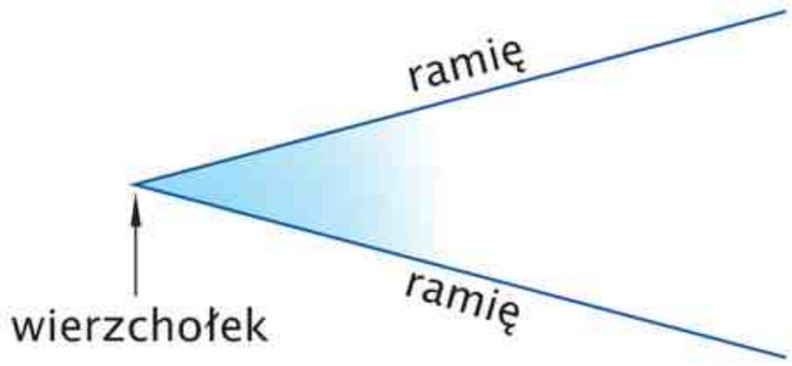
super zagadka

Na rysunku przedstawiono fragment planu miasta. Ulica Wąska ma szerokość 4 m. Jaką szerokość ma ulica Długa, a jaką — Szeroka?

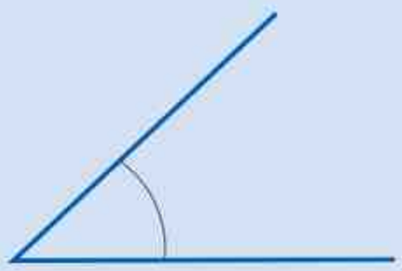


Kąty

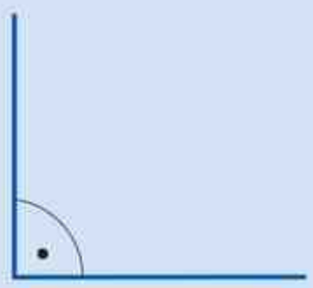
Dwie półproste o wspólnym początku to **ramiona** pewnego kąta, a ich wspólny początek to **wierzchołek** kąta. Kąt zaznaczamy, zacieniowując go lub rysując mały łuk.



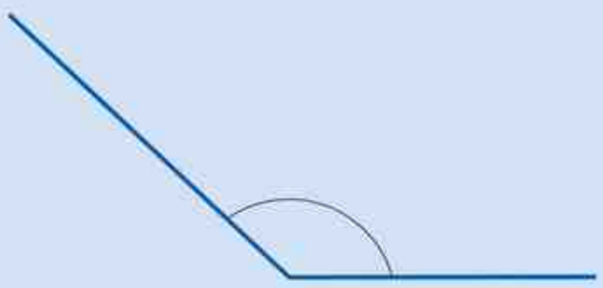
Rozróżniamy następujące rodzaje kątów:



To jest **kąt ostry.**
Jest on mniejszy od kąta prostego.

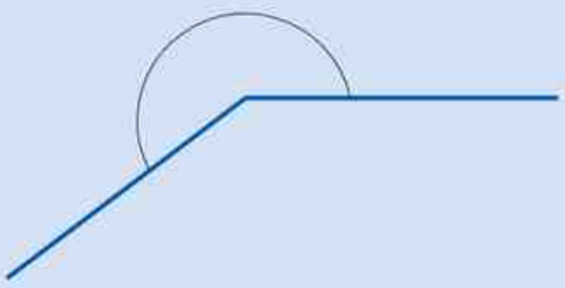


To jest **kąt prosty.**
Ramiona tego kąta są prostopadłe.

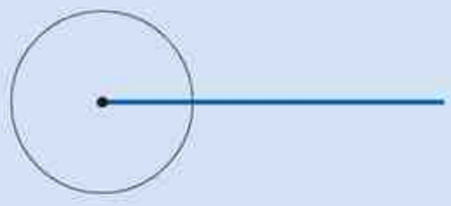


To jest **kąt rozwarty.**
Jest on większy od kąta prostego i mniejszy od kąta półpełnego.

To jest **kąt półpełny.**
Ramiona tego kąta tworzą prostą.

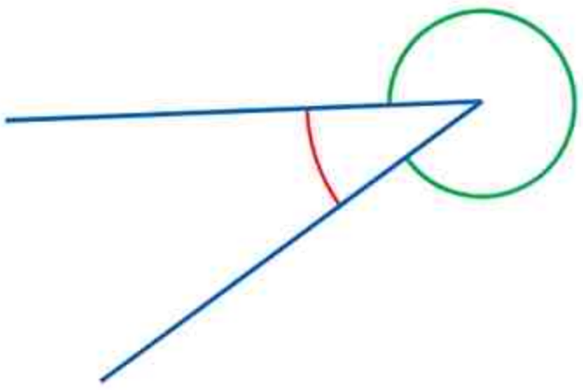


To jest **kąt wklęsły.**
Jest on większy od kąta półpełnego i mniejszy od kąta pełnego.



To jest **kąt pełny.**
Ramiona tego kąta się pokrywają.

Kąty, które nie są wklęsłe, tzn. kąty ostre, kąty rozwarte oraz kąt prosty, półpełny i pełny, nazywamy kątami **wypukłymi**.



Zauważ, że rysując dwie półproste o wspólnym początku, wyznaczamy dwa kąty. Dlatego zwykle zaznaczamy (na przykład łukiem), o który kąt chodzi. Na rysunku obok zaznaczone są dwa kąty, jeden z nich jest ostry (ten kąt jest także wypukły), a drugi jest wklęsły.

ĆWICZENIE A. Narysuj i zaznacz łukiem: kąt ostry, kąt prosty, kąt rozwarty, kąt półpełny oraz kąt wklęsły.

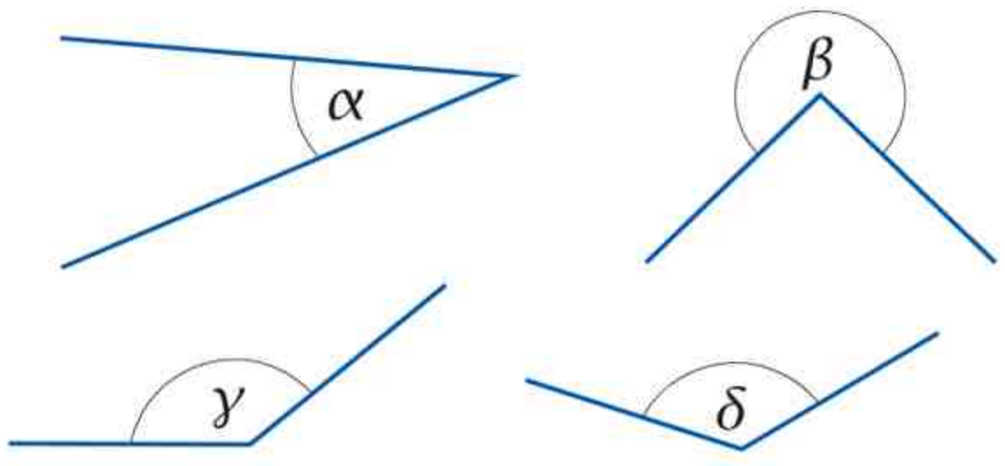
Kąty możemy oznaczać za pomocą małych liter alfabetu greckiego:

α — czytamy: alfa,

β — czytamy: beta,

γ — czytamy: gamma,

δ — czytamy: delta.

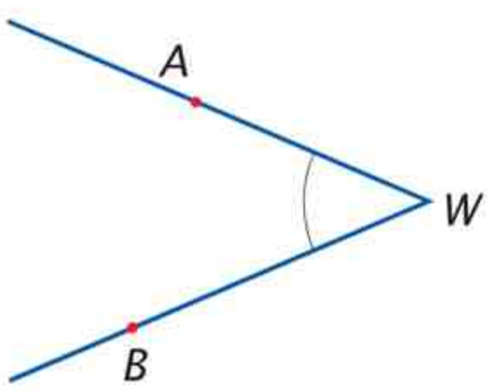


Ciekawostka

Popatrz, jak wyglądają wielkie i małe litery alfabetu greckiego. Czy domyślasz się, jak powstało słowo „alfabet"? Czy wiesz, jak powstało słowo „abecadło"?

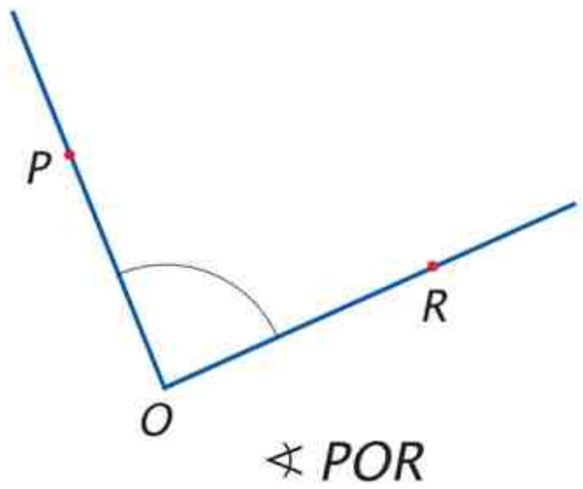
A α	alfa	H η	eta	N ν	ni	T τ	tau
B β	beta	Θ θ	teta	Ξ ξ	ksi	Y υ	ypsilon
Γ γ	gamma	I ι	jota	O o	omikron	Φ ϕ	fi
Δ δ	delta	K κ	kappa	Π π	pi	X χ	chi
E ε	epsilon	Λ λ	lambda	P ρ	ro	Ψ ψ	psi
Z ζ	dzeta	M μ	mi	Σ σ	sigma	Ω ω	omega

Kąty możemy też oznaczać za pomocą trzech wielkich liter. Pierwsza litera oznacza punkt leżący na jednym ramieniu kąta, druga — wierzchołek kąta, a trzecia — punkt leżący na drugim ramieniu kąta. Słowo „kąt" można zastąpić znakiem $\sphericalangle$. Oto przykłady:



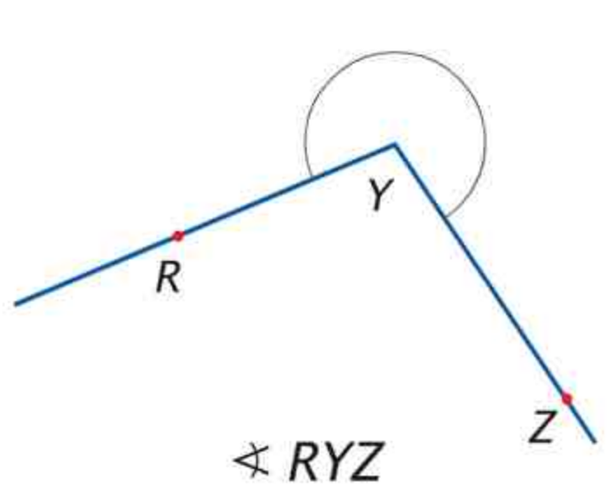
$\sphericalangle BWA$

(czytamy: *kąt BWA*)



$\sphericalangle POR$

(czytamy: *kąt POR*)

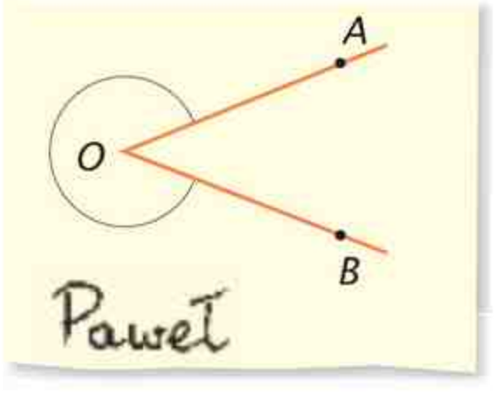


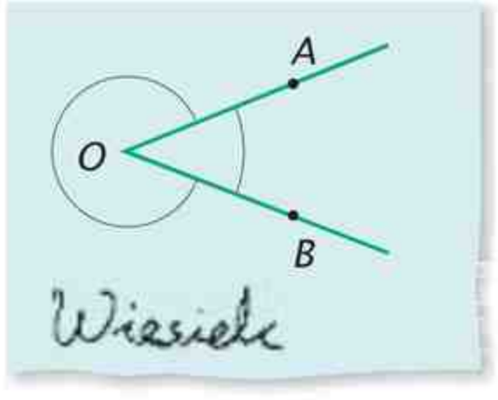
$\sphericalangle RYZ$

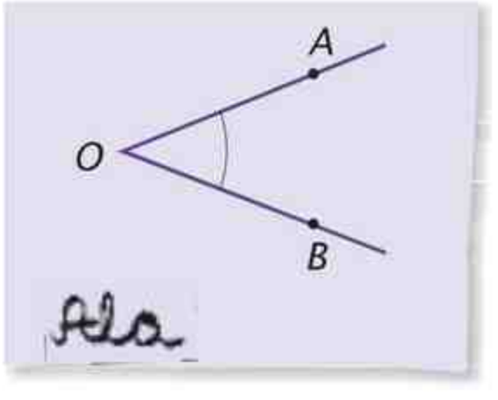
(czytamy: *kąt RYZ*)

Uwaga. Przy nazywaniu kąta trzema literami środkowa litera zawsze oznacza wierzchołek kąta. Kolejność pozostałych liter nie ma znaczenia.

ĆWICZENIE B. Dzieci miały zaznaczyć łukiem kąt ostry *AOB*. Które z nich poprawnie wykonało zadanie?

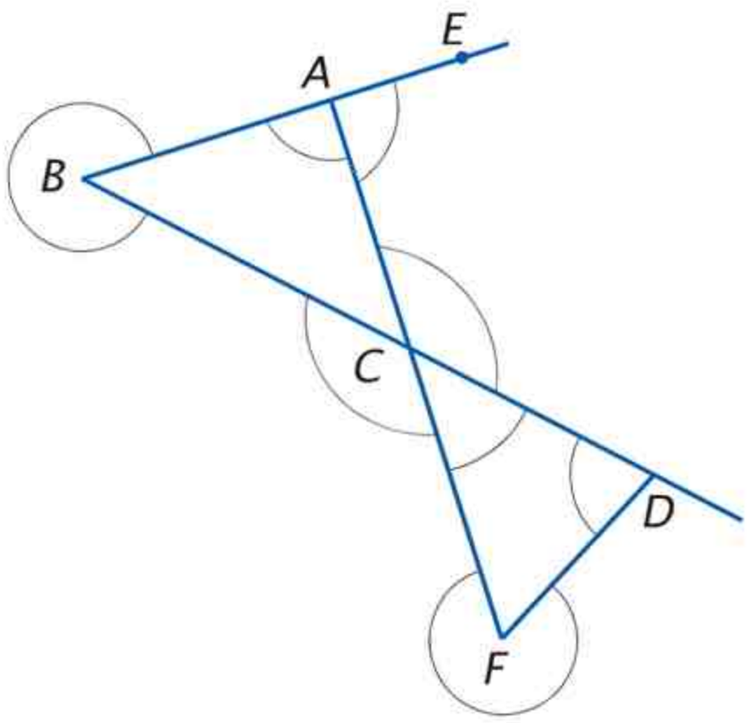






ZADANIA

1. Wśród kątów zaznaczonych łukami na rysunku znajdź po dwa kąty ostre, proste, rozwarte i wklęsłe.



2. Kąty α, β i γ mają wspólny wierzchołek. Kąt α jest półpełny, kąt β jest prosty, a kąt γ — ostry. Czy kąty α, β i γ mogą razem tworzyć kąt pełny?

3. a) Narysuj czworokąt *ABCD*, w którym $\sphericalangle ABC$ i $\sphericalangle BCD$ to kąty rozwarte.

b) Narysuj czworokąt *KLMN*, w którym $\sphericalangle LKN$ jest ostry, a $\sphericalangle KLM$ jest rozwarty.

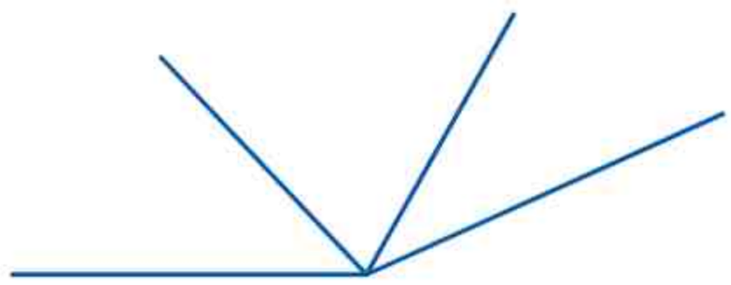
c) Narysuj czworokąt *PRST*, w którym $\sphericalangle PRS$ jest wklęsły, a $\sphericalangle RST$ jest rozwarty.

4. a) Ile czasu mija, gdy godzinowa wskazówka zegara obraca się o kąt pełny?

b) Czy kąt, o jaki obraca się minutowa wskazówka zegara w ciągu 30 minut i 1 sekundy, jest kątem wklęsłym?

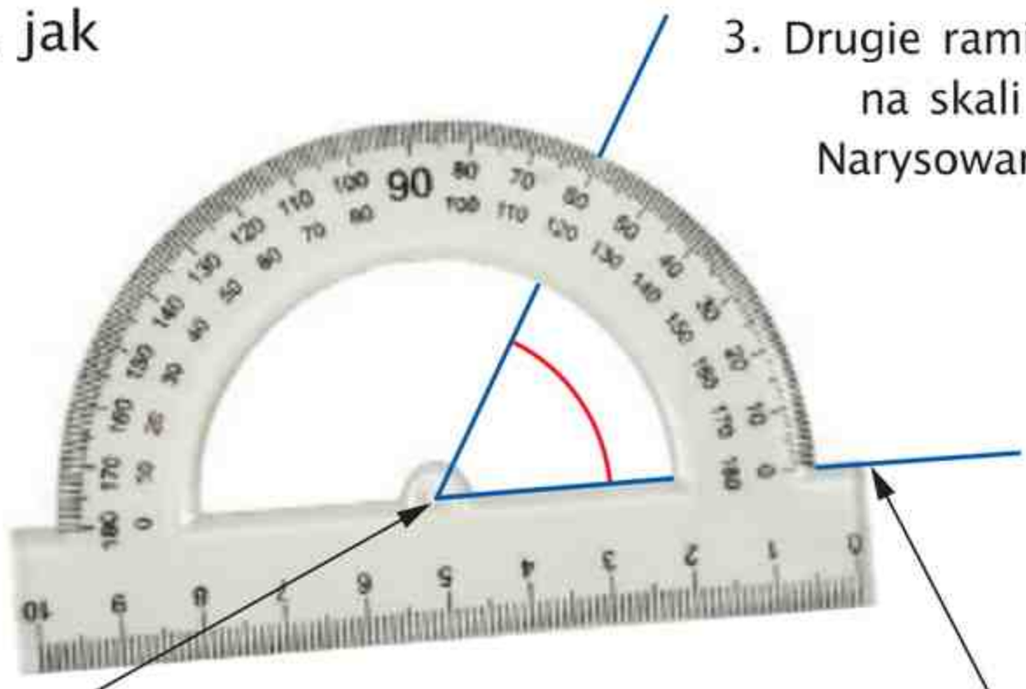
super zagadka

Ile kątów wklęsłych widzisz na rysunku obok?



Mierzenie kątów

Przypomnij sobie, jak mierzymy kąty za pomocą kątomierza.

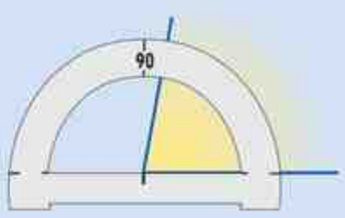


1. Ten punkt kątomierza przykładamy do wierzchołka kąta.

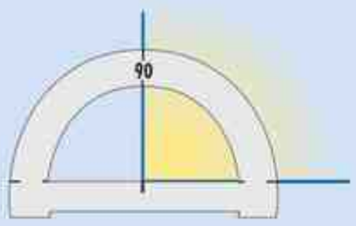
2. Jedno ramię kąta przechodzi przez punkt 0 na skali.

3. Drugie ramię kąta wskazuje na skali miarę kąta. Narysowany kąt ma 60°.

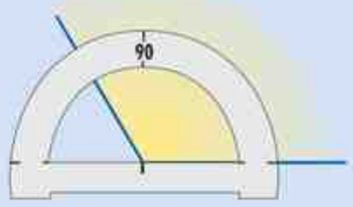
Gdy znamy miarę kąta, możemy określić, jaki to rodzaj kąta.



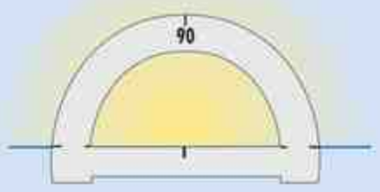
Kąt ostry ma mniej niż 90°.



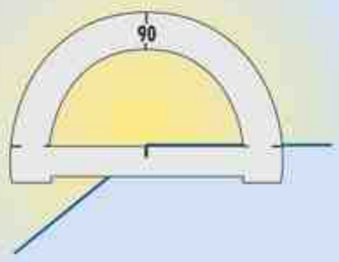
Kąt prosty ma 90°.



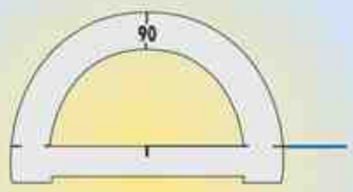
Kąt rozwarty ma więcej niż 90° i mniej niż 180°.



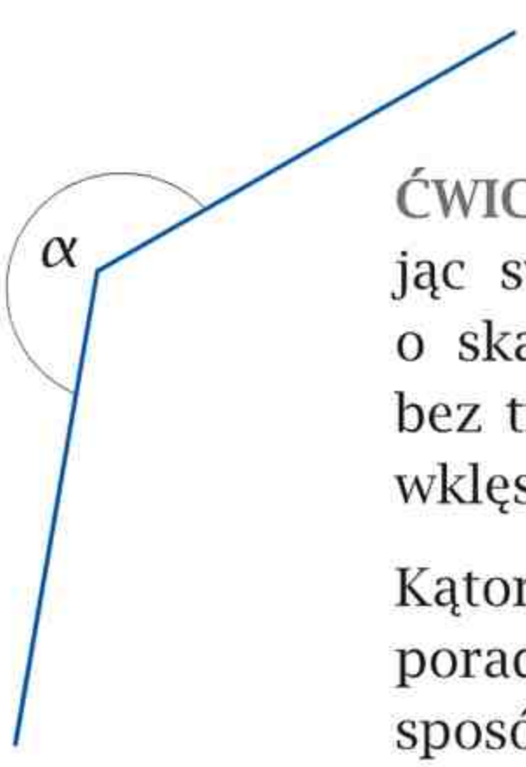
Kąt półpełny ma 180°.



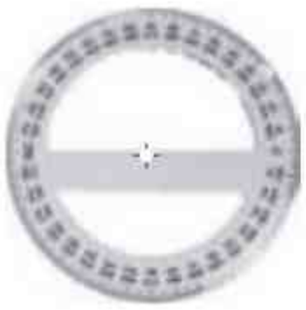
Kąt wklęsły ma więcej niż 180° i mniej niż 360°.



Kąt pełny ma 360°.



ĆWICZENIE. Ela, używając swojego kątomierza o skali od 0° do 360°, bez trudu zmierzyła kąt wklęsły α.

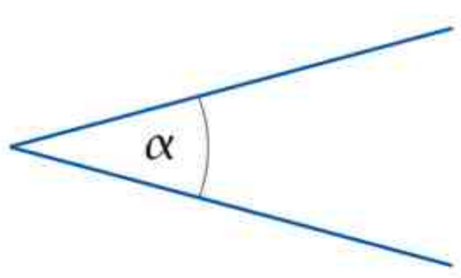


Kątomierz Eli

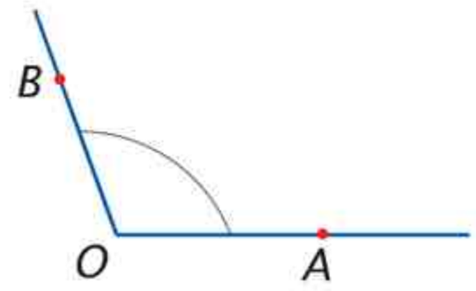
Kątomierz Leszka

Kątomierz Leszka ma skalę od 0° do 180°, ale on także poradził sobie ze zmierzeniem kąta α. Jak myślisz, w jaki sposób Leszek ustalił miarę tego kąta?

Zamiast pisać, że kąt α ma 30°, a kąt *AOB* ma 110°, możemy stosować skrócone zapisy, takie jak pod rysunkami obok.



$\alpha = 30^\circ$



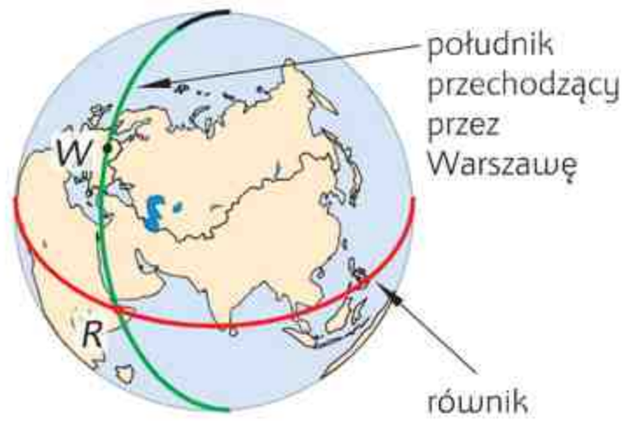
$\sphericalangle AOB = 110^\circ$

Ciekawostka

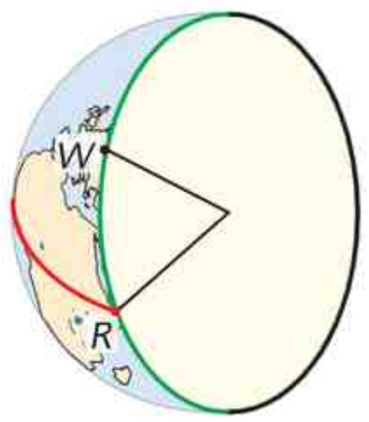
Do określenia miary kąta z dokładnością większą niż 1° używa się mniejszych jednostek, które nazywamy minutami i sekundami. 1′ (jedna minuta) to miara kąta 60 razy mniejszego niż kąt o mierze 1° (1° = 60′). 1″ (jedna sekunda) to miara kąta 60 razy mniejszego niż kąt o mierze 1′ (1′ = 60″). Minuty i sekundy stosujemy na przykład wtedy, gdy określamy długość i szerokość geograficzną.

SZEROKOŚĆ GEOGRAFICZNA

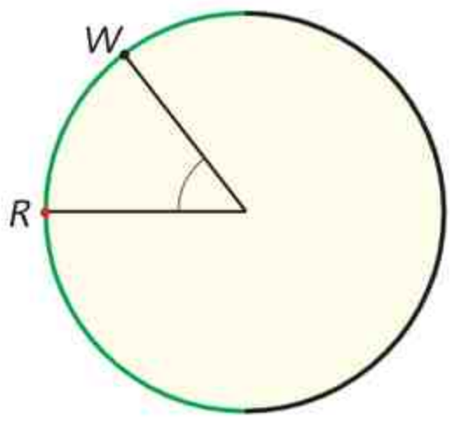
Na globusie zaznaczono równik i południk, na którym leży Warszawa (*W*).



Wyobraź sobie, że globus przecinamy na pół wzdłuż zaznaczonego południka.

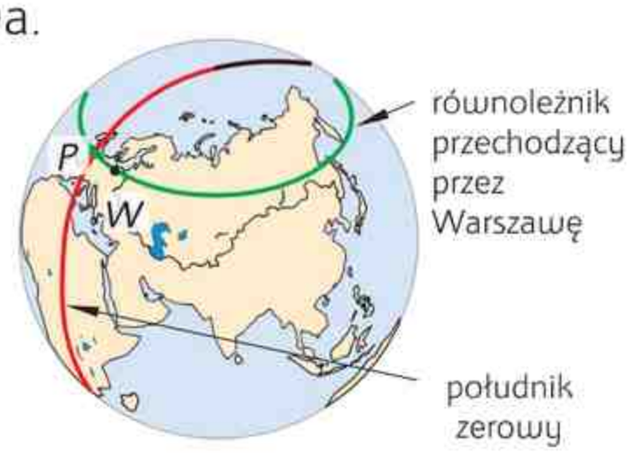


Otrzymamy przekrój w kształcie koła. Zaznaczony kąt ma miarę 52° 12′. Oznacza to, że Warszawa ma szerokość geograficzną północną 52° 12′.

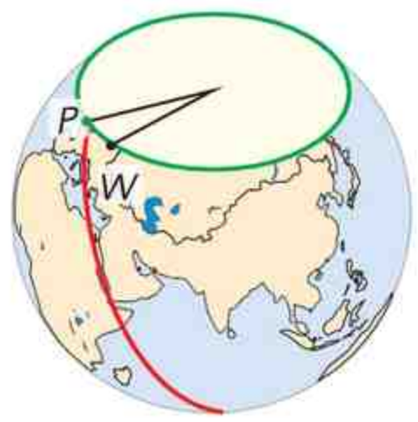


DŁUGOŚĆ GEOGRAFICZNA

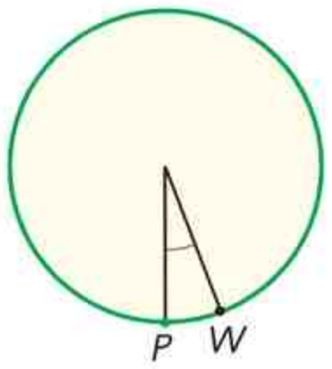
Na globusie zaznaczono południk zerowy i równoleżnik, na którym leży Warszawa.



Wyobraź sobie, że globus przecinamy wzdłuż zaznaczonego równoleżnika.

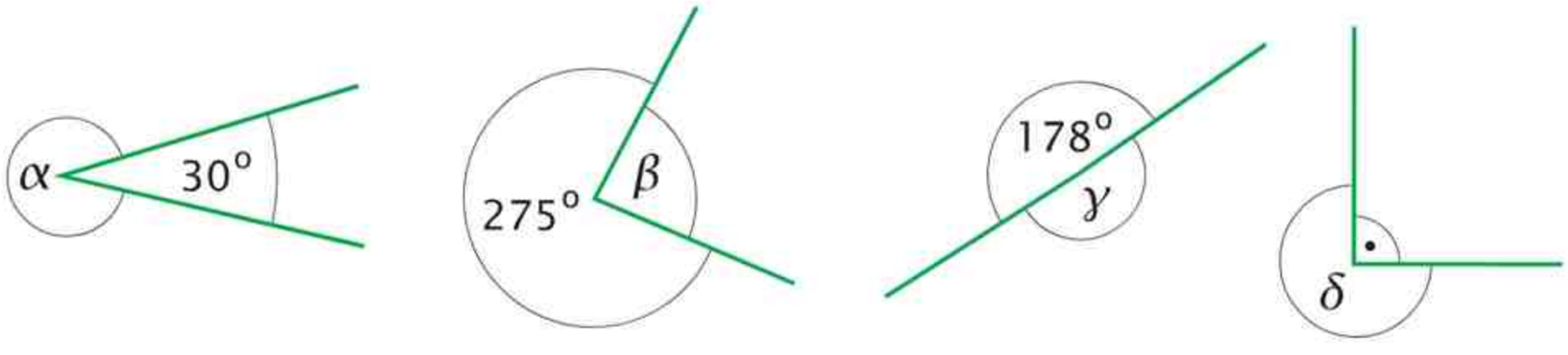


Otrzymamy przekrój w kształcie koła. Zaznaczony kąt ma miarę 21° 02′. Oznacza to, że Warszawa ma długość geograficzną wschodnią 21° 02′.



ZADANIA

1. Jakie miary mają kąty α, β, γ i δ?



2. Używając kątomierza, narysuj kąt o mierze:

a) 60° b) 125° c) 175° d) 210° e) 340°

3. Kąt ABC ma miarę 60°, kąt DBC ma miarę 25°. Jaką miarę ma kąt wklęsły DBA? Rozpatrz dwa przypadki.

4. Podaj miarę kąta, o jaki obraca się minutowa wskazówka zegara w ciągu:

a) kwadransa, b) pół godziny, c) 3 kwadransów.

5. Podaj miarę kąta, o jaki obraca się godzinowa wskazówka zegara w ciągu:

a) godziny, b) 7 godzin, c) pół godziny.

6. Kąty α i β tworzą razem kąt prosty. Oblicz miarę kąta β, jeśli:

a) $\alpha = 20°30'$ c) $\alpha = 30°30'30''$

b) $\alpha = 85°20'$ d) $\alpha = 10°30''$

$1° = 60'$

$1' = 60''$

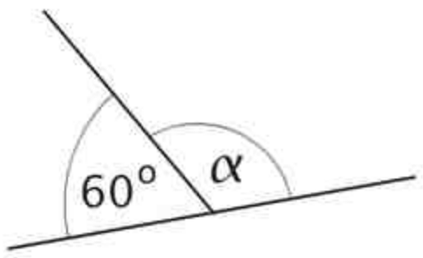
super zagadka

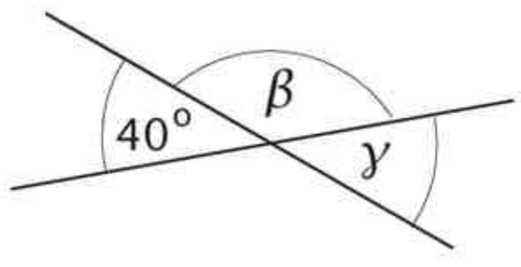
a) Jaką miarę ma kąt wklęsły, utworzony przez wskazówki zegara (godzinową i minutową) o godzinie 15 : 30?

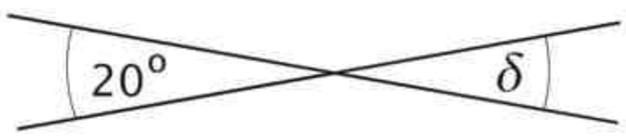
b) Od godziny 12 : 00 wskazówka godzinowa obróciła się o kąt 100°. Którą godzinę wskazuje zegar?

Kąty przyległe, wierzchołkowe. Kąty utworzone przez trzy proste

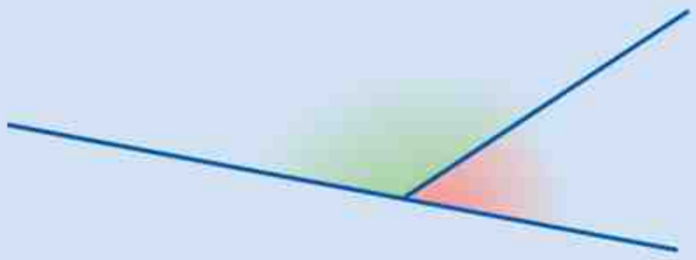
ĆWICZENIE A. Jakie miary mają kąty α, β, γ i δ?







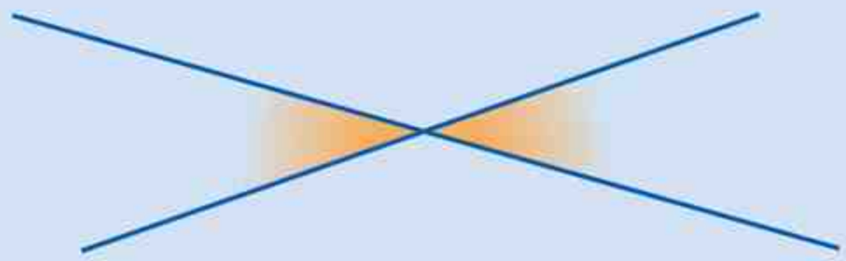
Kąty zaznaczone na poniższym rysunku mają jedno wspólne ramię i tworzą razem kąt półpełny. Takie kąty nazywamy przyległymi.



To są **kąty przyległe**.

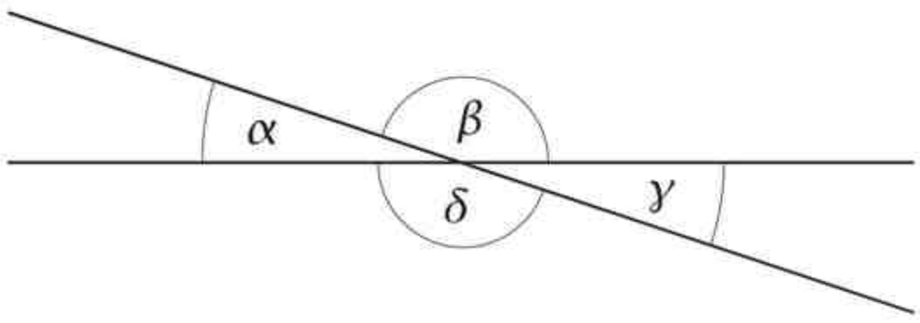
Suma miar tych kątów jest równa 180°.

Dwa kąty wypukłe, których ramiona leżą na przecinających się prostych, i które nie mają wspólnego ramienia, nazywamy wierzchołkowymi.



To są **kąty wierzchołkowe**.

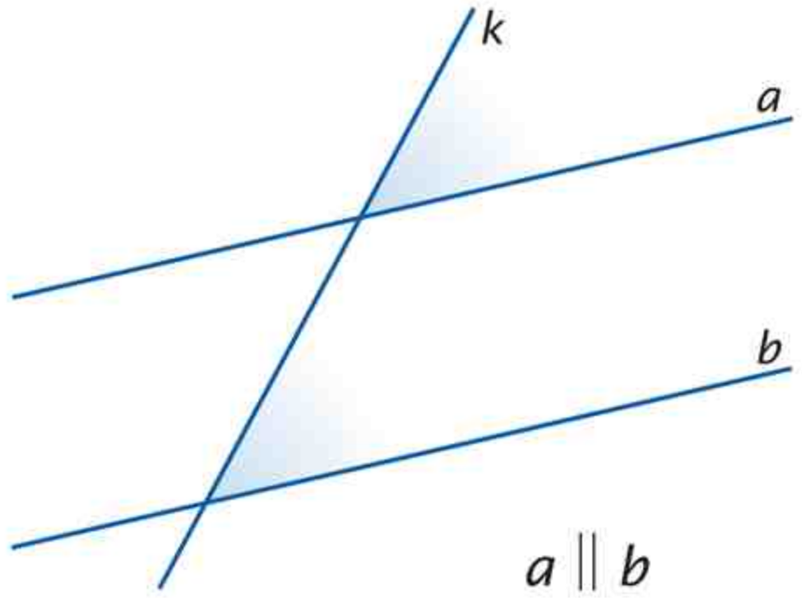
Te kąty mają jednakowe miary.



ĆWICZENIE B. Znajdź na rysunku obok cztery pary kątów przyległych i dwie pary kątów wierzchołkowych.

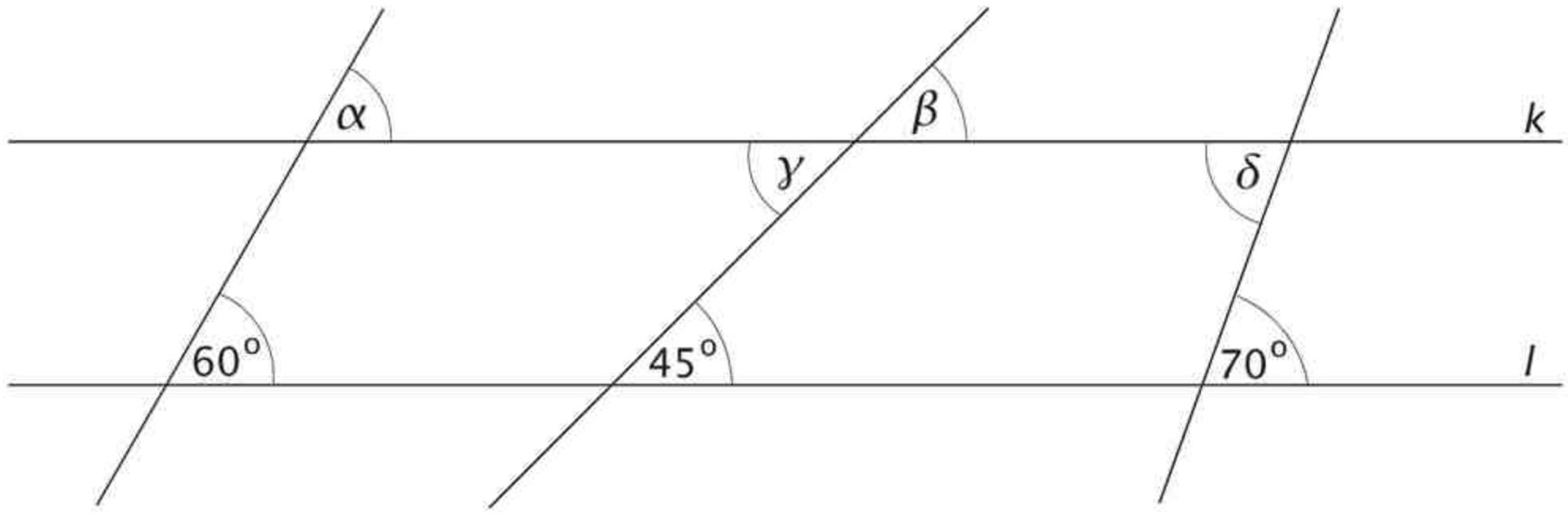
Popatrz na rysunek obok. Proste a i b są równoległe. Prosta k, przecinająca te proste, jest nachylona do każdej z nich pod takim samym kątem. Zaznaczone kąty mają równe miary.

Uwaga. Na tym rysunku można wskazać jeszcze inne pary kątów o równych miarach.



Te kąty mają jednakowe miary.

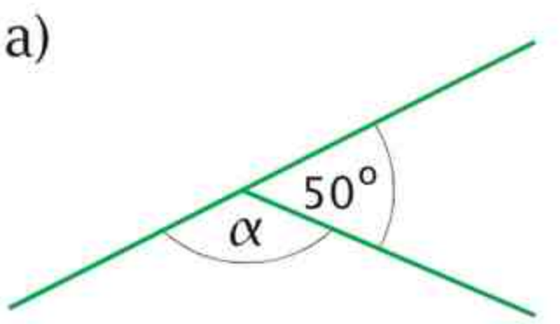
ĆWICZENIE C. Na poniższym rysunku proste k i l są równoległe. Jakie miary mają kąty α, β, γ i δ?

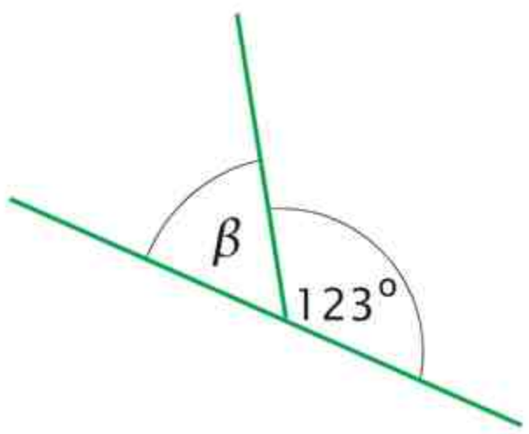


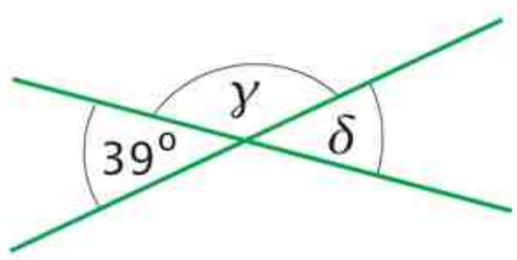
ZADANIA

1. Oblicz miary kątów α, β, γ i δ.

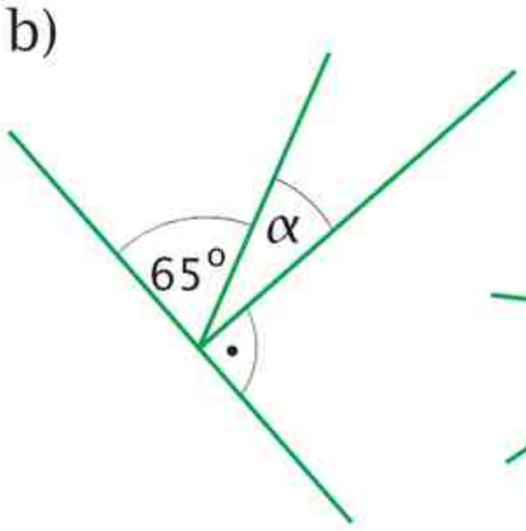
a)

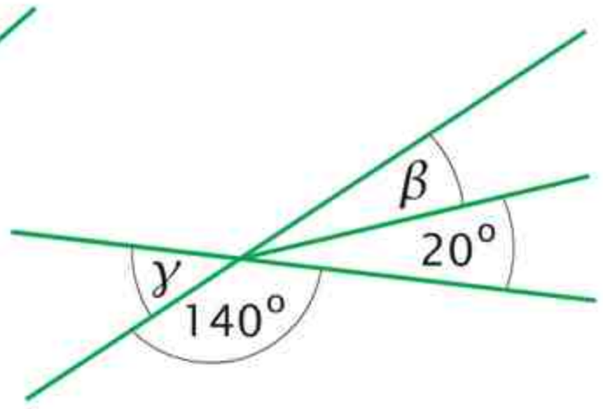


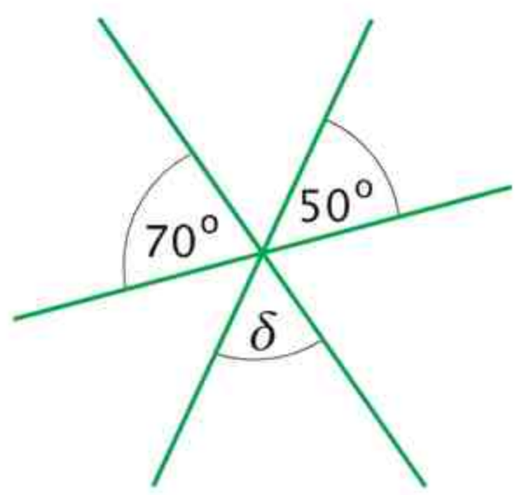




b)

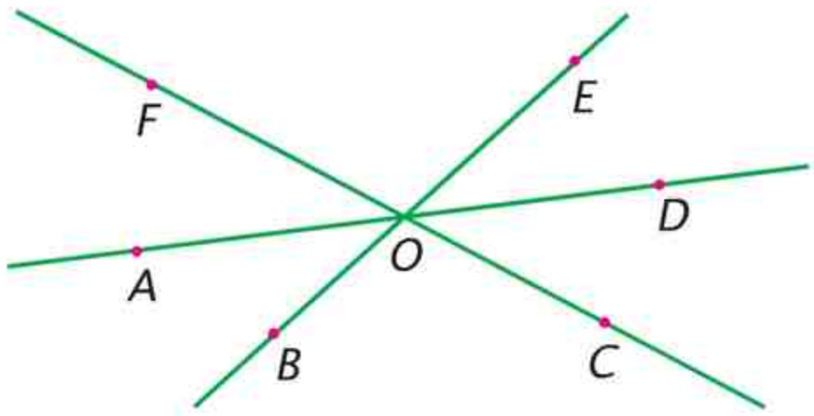




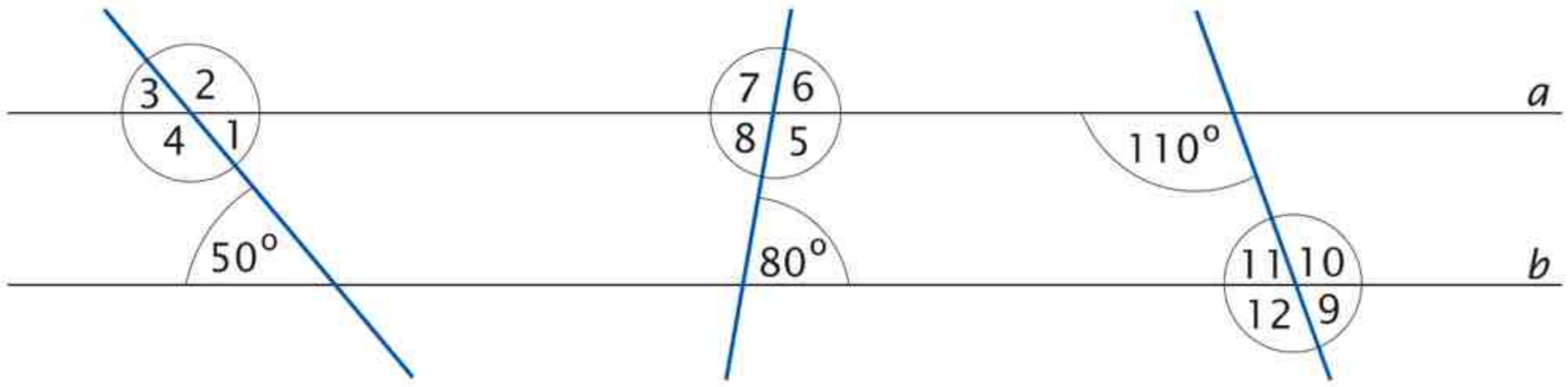


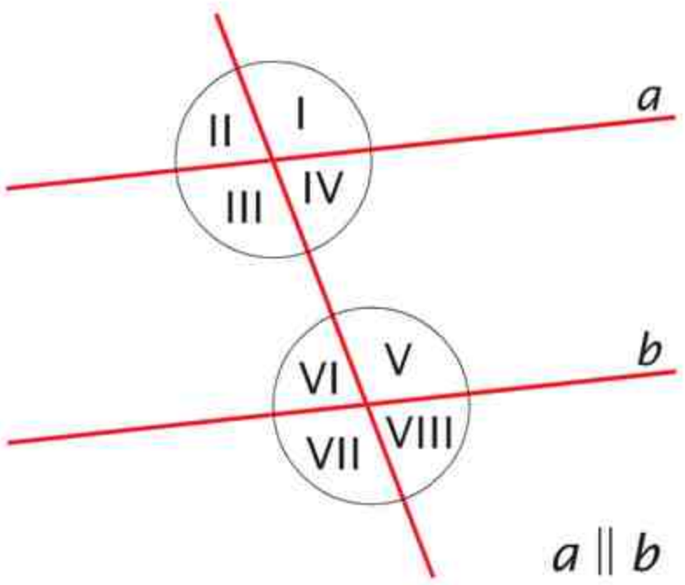
2. Ile stopni mają kąty przyległe, jeśli miara jednego z nich jest dwa razy większa niż miara drugiego?

3. Znajdź na rysunku obok i wypisz pięć par kątów przyległych oraz pięć par kątów wierzchołkowych.



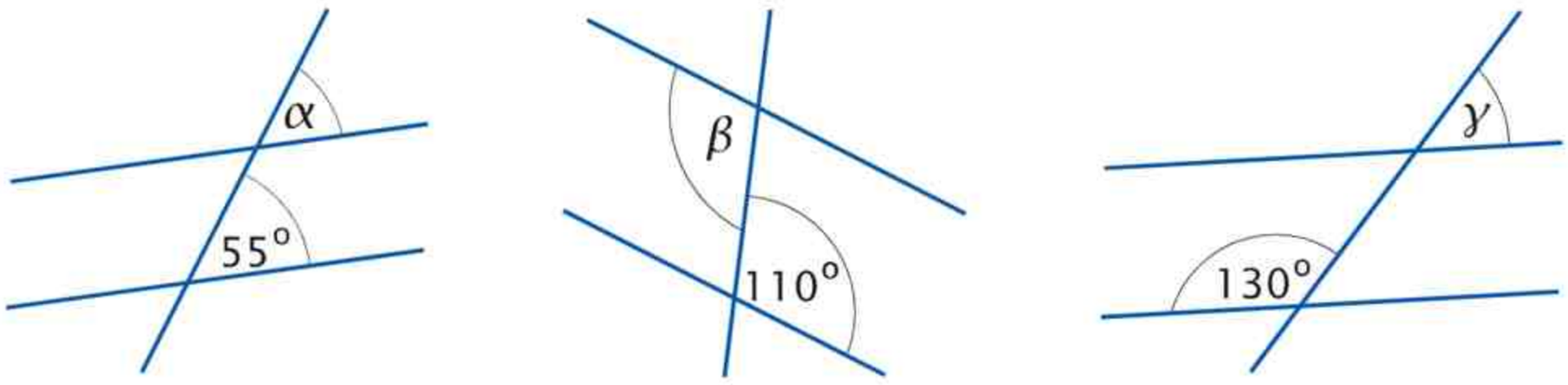
4. Na poniższym rysunku proste a i b są równoległe. Wśród kątów oznaczonych numerami wskaż te, które mają miary 50°, 80° i 110°.





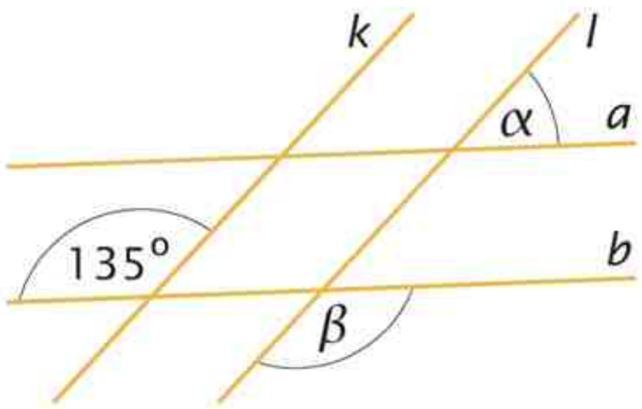
5. Na rysunku obok kąt oznaczony numerem I ma miarę 105°. Jakie miary mają kąty oznaczone numerami od II do VIII?

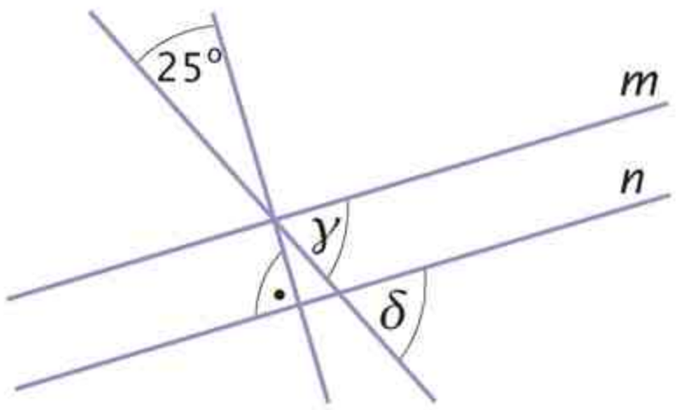
6. Na każdym z poniższych rysunków dwie proste równoległe przecina trzecia prosta. Jakie miary mają kąty α, β i γ?



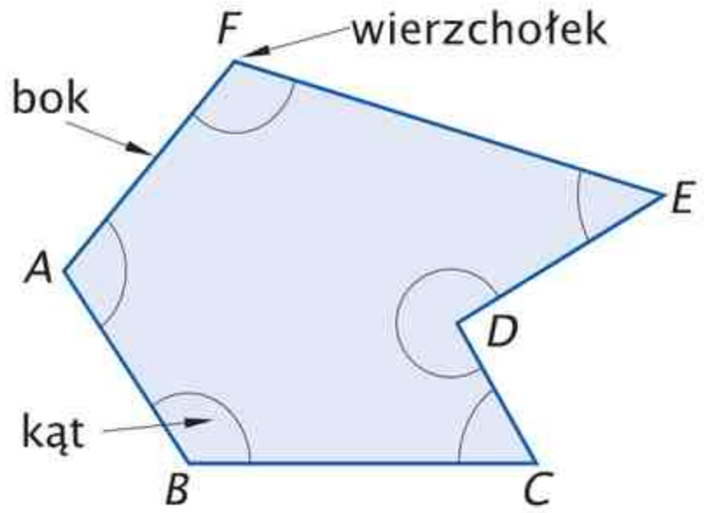
super zagadka

Jakie miary mają kąty α, β, γ i δ?





Wielokąty



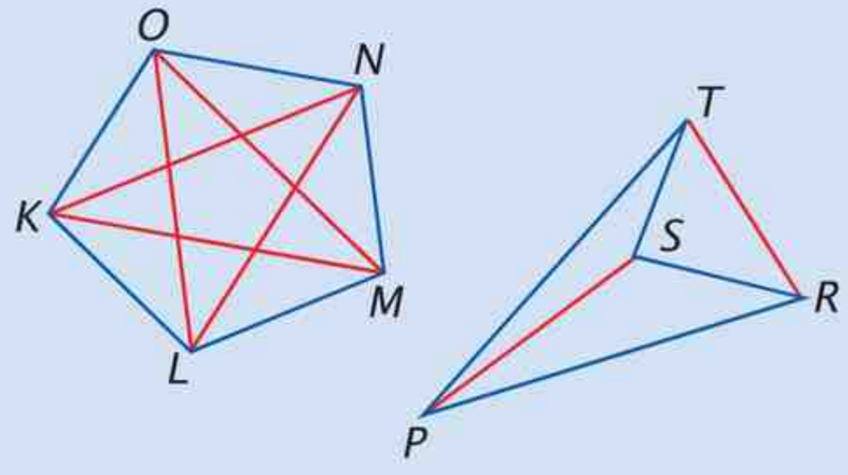
ĆWICZENIE A. Ile boków, ile wierzchołków i ile kątów ma wielokąt na rysunku obok?

Przypomnijmy, że w każdym wielokącie liczba boków jest taka sama jak liczba jego wierzchołków i jak liczba jego kątów. Wielokąty, które mają trzy kąty, nazywamy trójkątami, wielokąty z czterema kątami to czworokąty itd.

ĆWICZENIE B. Narysuj dowolny pięciokąt i oznacz jego wierzchołki literami. Wypisz boki i kąty tego pięciokąta. Zaznacz kilka punktów, które do niego należą, i kilka punktów, które do niego nie należą.

ĆWICZENIE C. Narysuj pięciokąt oraz taki odcinek, którego końcami są dwa wierzchołki pięciokąta i który nie jest jego bokiem.

Odcinek, który łączy dwa wierzchołki wielokąta, a nie jest jego bokiem, nazywamy **przekątną** wielokąta. Odcinki zaznaczone na rysunku czerwonym kolorem to przekątne pięciokąta *KLMNO* i czworokąta *PRST*.



ZADANIA

1. Narysuj:

a) czworokąt, który ma wszystkie kąty proste,

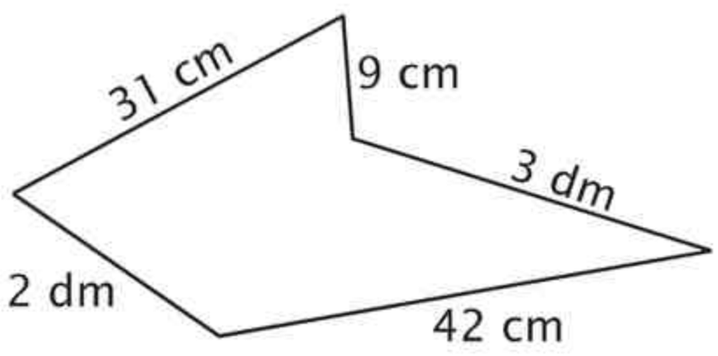
b) pięciokąt, który ma dwie pary boków równoległych,

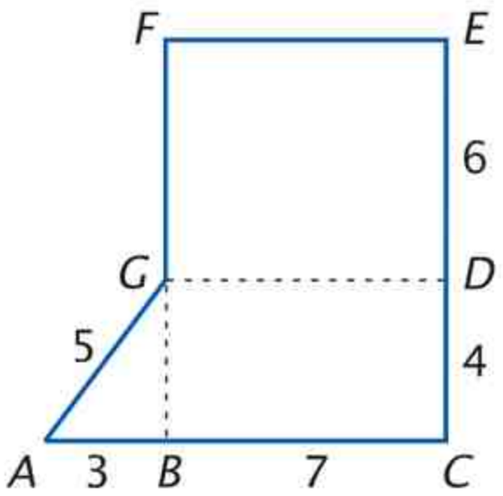
c) dowolny wielokąt, który ma co najmniej dwa kąty wklęsłe,

d) dowolny wielokąt, który ma trzy kąty rozwarte.

2. Narysuj dowolny czworokąt i podziel go na dwa pięciokąty.

3. Oblicz obwód pięciokąta, którego rysunek przedstawiono obok.

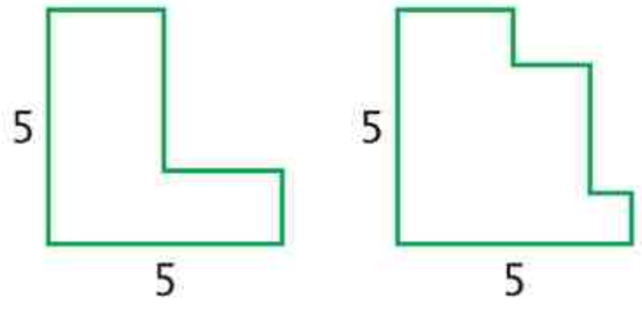


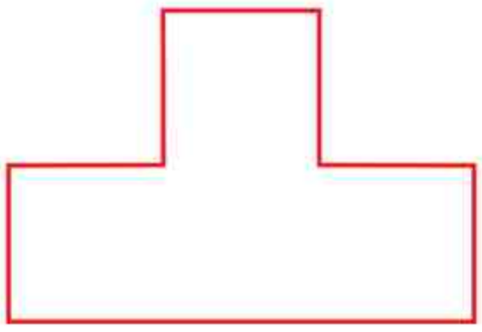


4. Na rysunku obok podano długości niektórych odcinków, wyrażone w centymetrach. Oblicz obwód:

a) pięciokąta *ACEFG*,
b) prostokąta *BCDG*,
c) trójkąta *ABG*,
d) czworokąta *ACDG*,
e) prostokąta *BCEF*,
f) prostokąta *GDEF*.

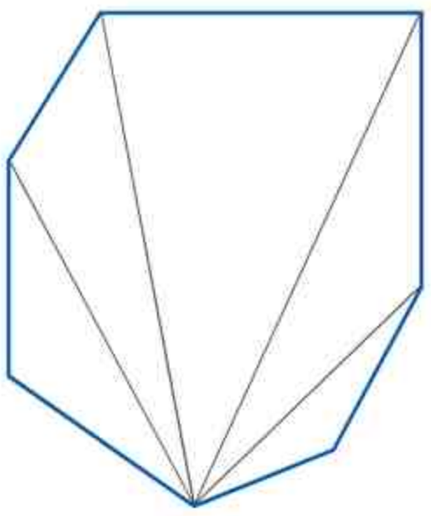
5. Czy figury narysowane obok mają jednakowe obwody?





6. Na rysunku przedstawiono ośmiokąt w skali 1 : 10. Zmierz długości odpowiednich odcinków. Jaki obwód w rzeczywistości ma ten ośmiokąt?

7. Narysuj dowolny sześciokąt i wszystkie jego przekątne.

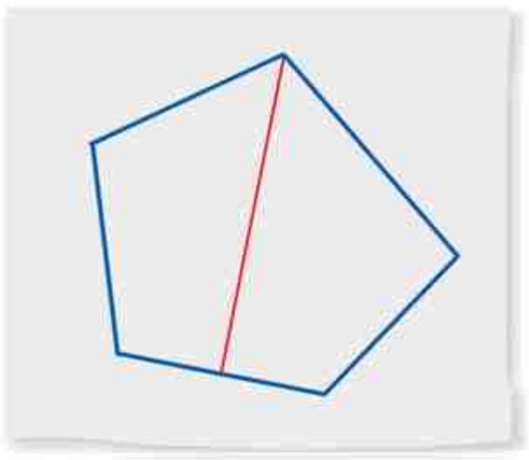


8. Ela wymyśliła sposób na to, jak obliczyć, ile przekątnych ma siedmiokąt. Oto, co powiedziała:

Z każdego wierzchołka siedmiokąta wychodzą 4 przekątne, ze wszystkich wierzchołków wychodzi więc 4 · 7, czyli 28 przekątnych. Ale w ten sposób każdą przekątną liczymy po dwa razy, dlatego liczba przekątnych w siedmiokącie wynosi 28 : 2, czyli 14.

Wykorzystując sposób Eli, oblicz, ile przekątnych jest w ośmiokącie, a ile — w dziewięćdziesięciokącie.

super zagadka

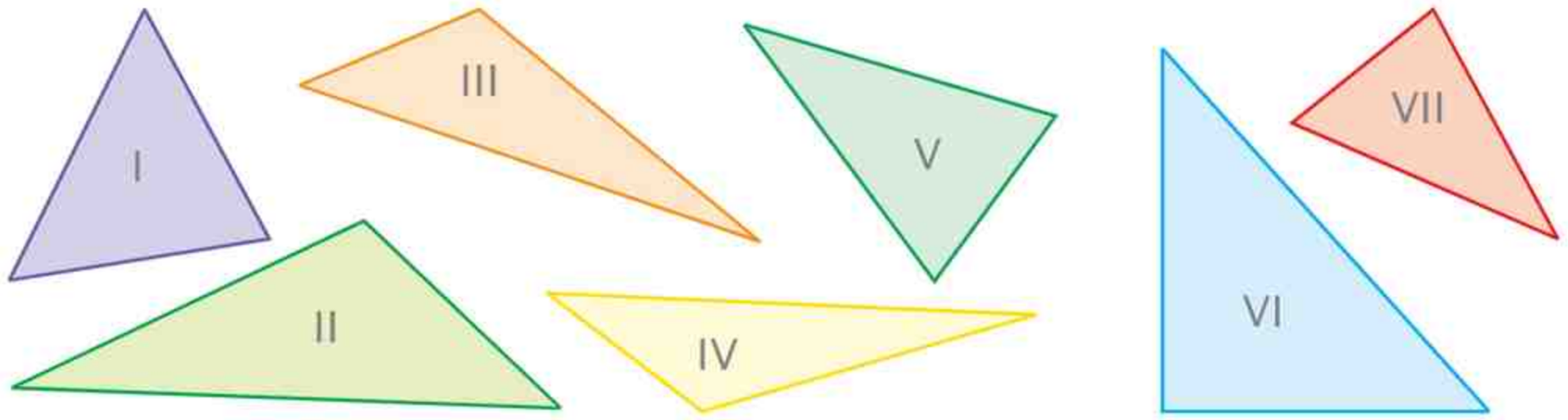


Popatrz na rysunek. Piotr narysował pięciokąt, a następnie dorysował odcinek, który podzielił ten pięciokąt na dwa czworokąty. Narysuj taki pięciokąt, który można jednym odcinkiem podzielić na:

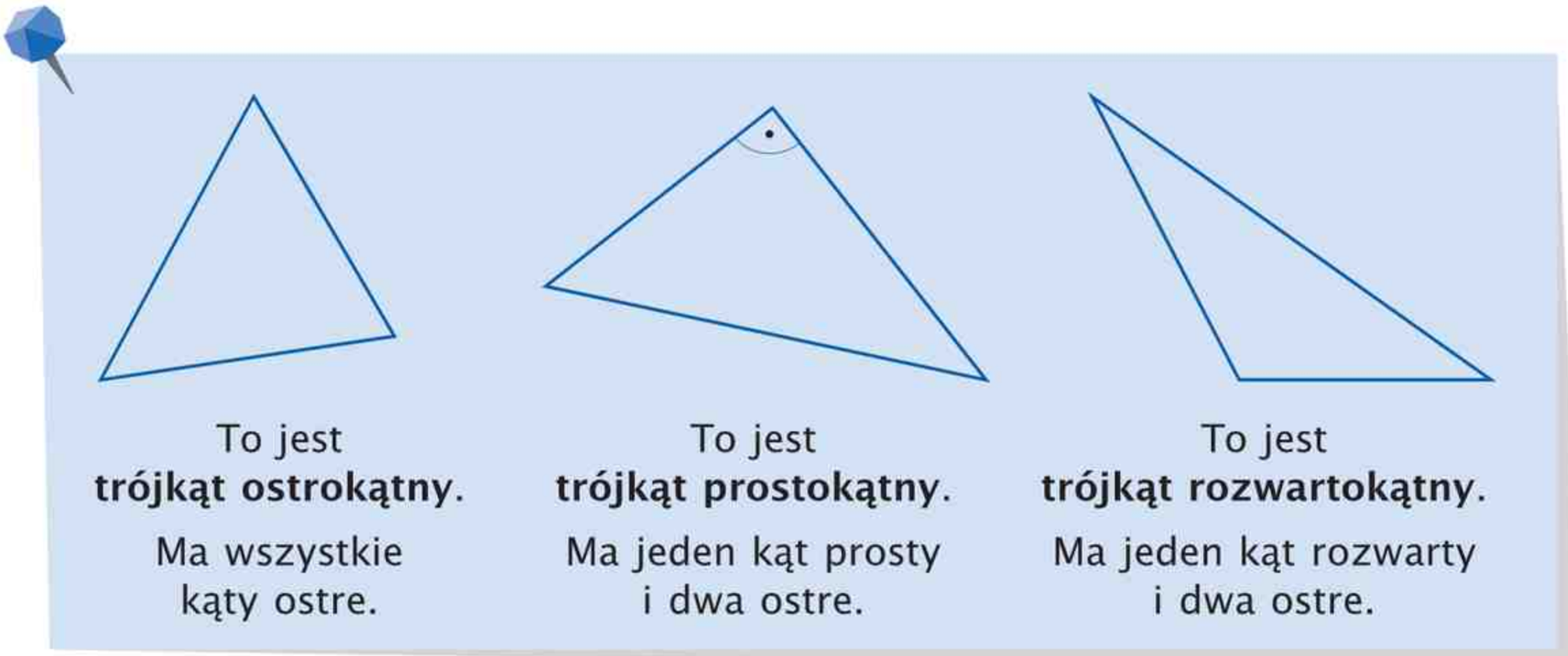
a) trójkąt i czworokąt,
b) dwa trójkąty.

Rodzaje trójkątów

ĆWICZENIE A. Znajdź na rysunku trójkąty, które mają:
a) wszystkie kąty ostre, b) kąt prosty, c) kąt rozwarty.



Ze względu na to, jakie kąty ma trójkąt, możemy nazwać go albo ostrokątnym, albo prostokątnym, albo rozwartokątnym.

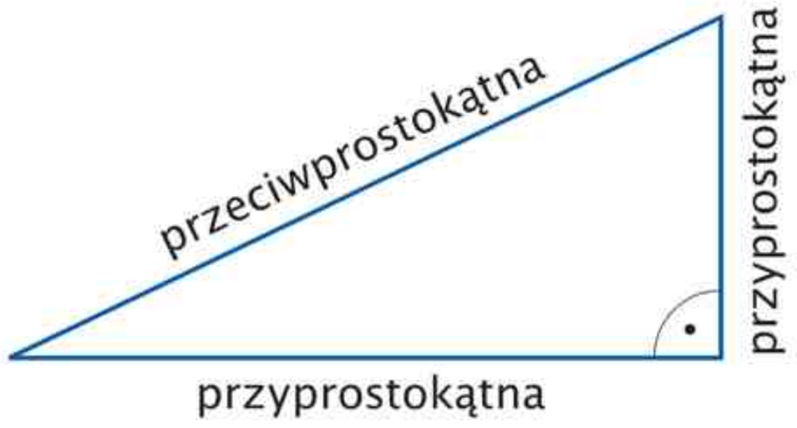


To jest **trójkąt ostrokątny**.
Ma wszystkie kąty ostre.

To jest **trójkąt prostokątny**.
Ma jeden kąt prosty i dwa ostre.

To jest **trójkąt rozwartokątny**.
Ma jeden kąt rozwarty i dwa ostre.

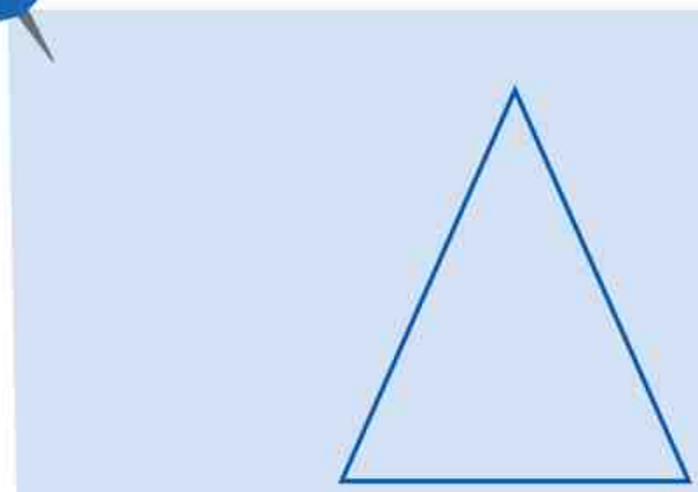
Boki trójkąta prostokątnego mają swoje nazwy. Dwa krótsze boki, leżące przy kącie prostym, to **przyprostokątne**. Najdłuższy bok, leżący naprzeciw kąta prostego, to **przeciwprostokątna**.



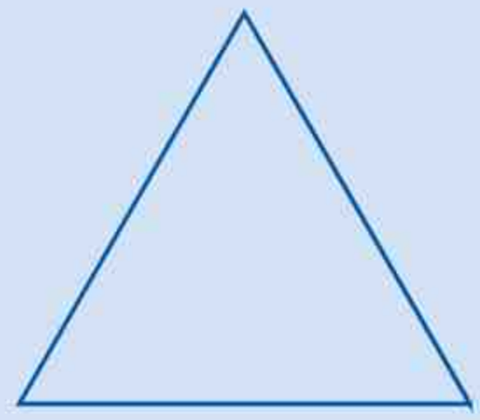
ĆWICZENIE B. Narysuj trójkąt prostokątny i oznacz jego wierzchołki literami. Wypisz przyprostokątne tego trójkąta oraz przeciwprostokątną.

ĆWICZENIE C. Weź 17 jednakowych patyczków. Ułóż trójkąt z trzech patyczków oraz trójkąt z pięciu patyczków. Ułóż trójkąt z dziewięciu patyczków tak, aby jego boki miały różne długości.

Trójkąt, który ma co najmniej dwa boki o tej samej długości, nazywamy równoramiennym, a trójkąt o trzech bokach równej długości — równobocznym. Trójkąt, który nie jest równoramienny (każdy jego bok ma inną długość), można nazwać trójkątem różnobocznym.



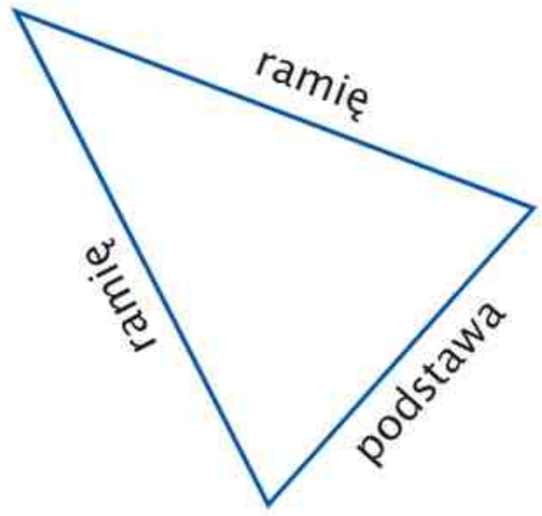
To jest
trójkąt równoramienny.
Ma dwa boki o tej samej długości.



To jest
trójkąt równoboczny.
Wszystkie boki mają tę samą długość.

Uwaga. Trójkąt równoboczny jest także trójkątem równoramiennym.

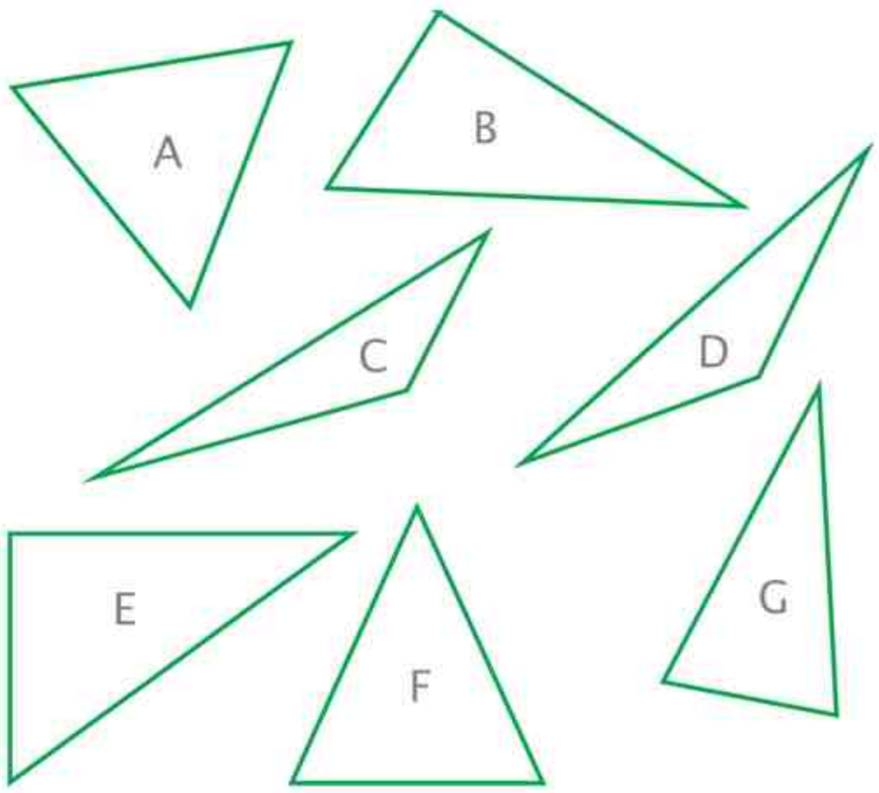
Boki trójkąta równoramiennego mają swoje nazwy. Boki równej długości to **ramiona**, a trzeci bok to **podstawa**.



Uwaga. W trójkącie równobocznym każdy bok można nazwać podstawą, a pozostałe dwa boki — ramionami.

ZADANIA

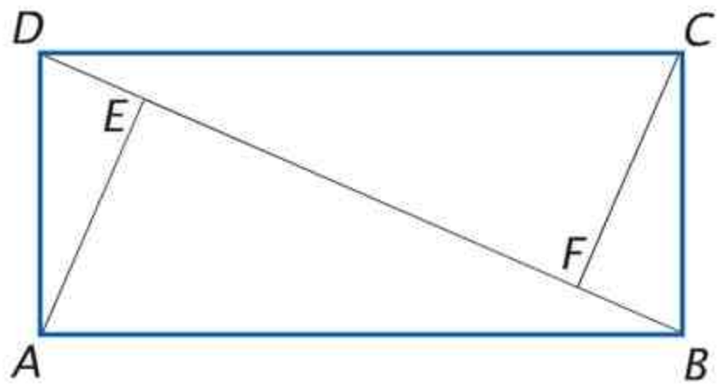
1. Wskaż na rysunku trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne.



2. Narysuj trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości 4 cm i 5 cm.

3. Narysuj swoją ekierkę w skali 1 : 4.

4. Znajdź na rysunku obok sześć trójkątów prostokątnych. W każdym z nich wskaż bok, który jest przeciwprostokątną.



5. Narysuj trójkąt:

a) ostrokątny równoramienny o ramieniu długości 6 cm,

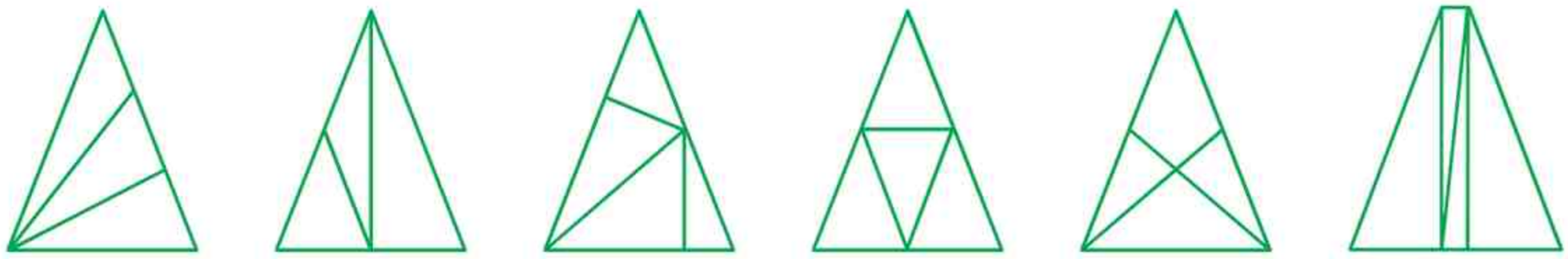
b) rozwartokątny równoramienny o ramieniu długości 3 cm,

c) prostokątny równoramienny o ramieniu długości 4 cm.

6. a) Oblicz obwód trójkąta równoramiennego, w którym podstawa ma 23 m, a ramię jest 4 razy dłuższe.

b) Obwód trójkąta równoramiennego wynosi 58 cm. Ramię ma długość 22 cm. Jaką długość ma podstawa?

7. Ile trójkątów można znaleźć na każdym z poniższych rysunków? Wybierz poprawną odpowiedź.



3 4 6	4 5 6	5 7 9	4 5 6	3 4 8	4 5 6

8. Popatrz, jak można ułożyć dwa trójkąty z pięciu jednakowych patyczków.

a) Ułóż trzy trójkąty z siedmiu patyczków.

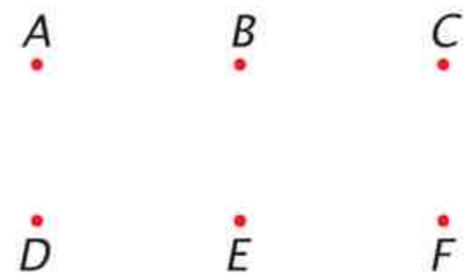
b) Ułóż cztery trójkąty z dziewięciu patyczków.

c) Ułóż pięć trójkątów z dziewięciu patyczków.

d) Z dwunastu patyczków ułóż sześć jednakowych trójkątów.

super zagadka

Jest 18 trójkątów, których wierzchołkami są trzy spośród narysowanych punktów. Znajdź je.



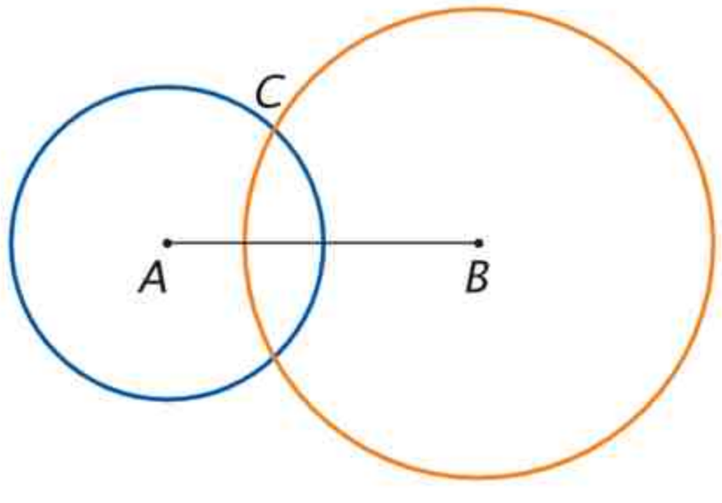
Konstruowanie trójkąta o danych bokach

ĆWICZENIE A. Spróbuj za pomocą linijki narysować trójkąt o bokach długości 6 cm, 5 cm i 3 cm.

Rysowanie trójkąta o danych bokach tylko za pomocą linijki jest trudne. Taki rysunek łatwiej wykonamy, używając oprócz linijki także cyrkla.

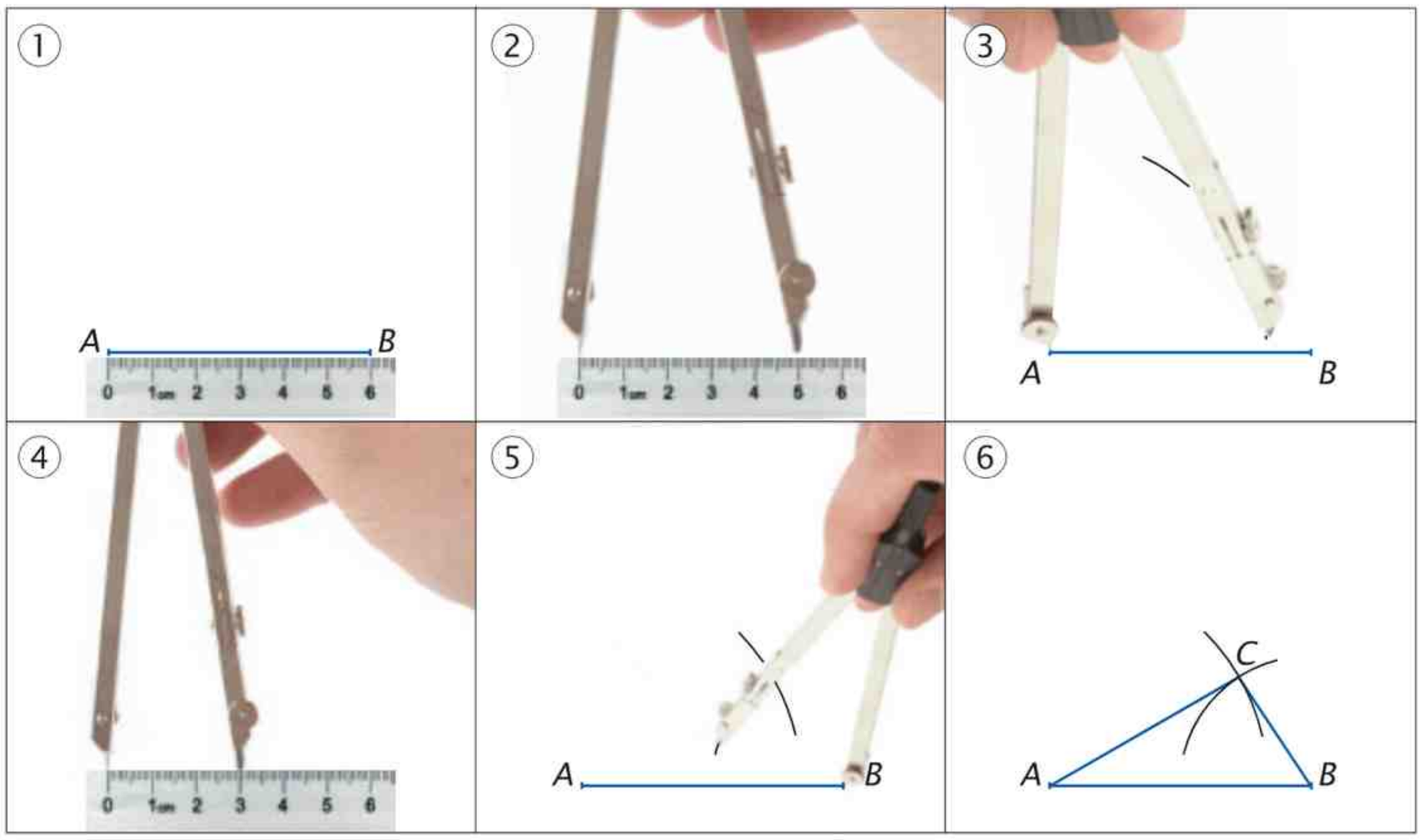
ĆWICZENIE B. Narysuj odcinek KL o długości 6 cm, a następnie okrąg o środku K i promieniu 5 cm. Zaznacz na okręgu kilka punktów. Jaka jest odległość tych punktów od punktu K? Czy potrafisz na tym okręgu zaznaczyć punkt, którego odległość od punktu L wynosi 7 cm?

ĆWICZENIE C. Na rysunku obok odcinek AB ma 2 cm, promień okręgu o środku A ma 1 cm, a o środku B — 1,5 cm. Jakie długości mają boki trójkąta o wierzchołkach A, B i C?



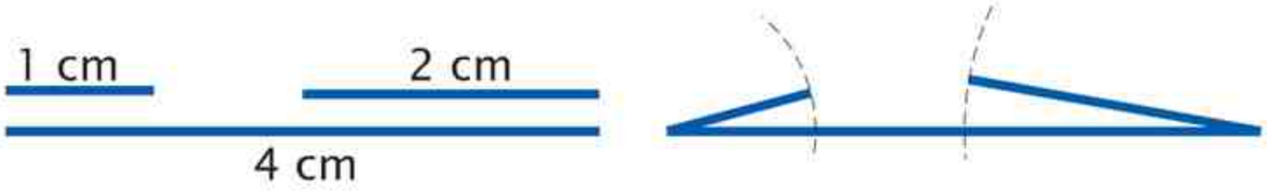
Po wykonaniu ćwiczeń B i C można się domyślić, w jaki sposób konstruujemy trójkąt o trzech danych bokach.

KONSTRUOWANIE TRÓJKĄTA O BOKACH 6 cm, 5 cm i 3 cm



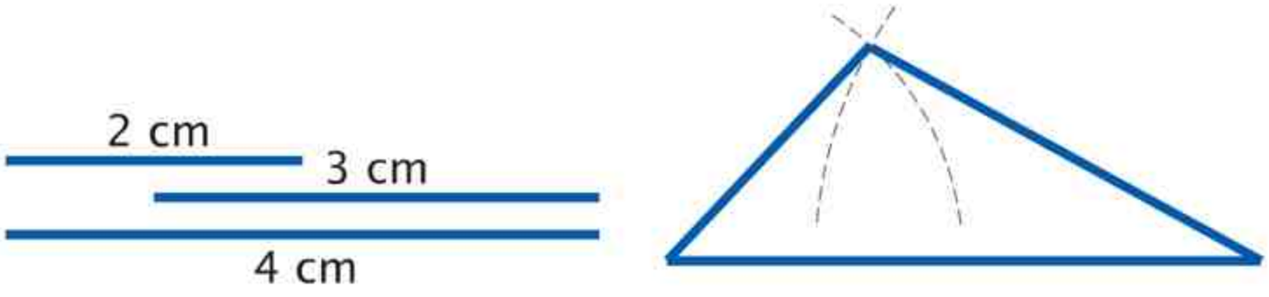
Kasia ułożyła trójkąt, wykorzystując ołówek, pisak i długopis. Tomek układał trójkąt z pędzelka i dwóch kredek świecowych, ale mu się nie udało. Czy wiesz dlaczego?

Z trzech danych odcinków nie zawsze można skonstruować trójkąt.



Nie można skonstruować trójkąta o bokach: 4 cm, 1 cm, 2 cm.

Nie można skonstruować trójkąta o bokach: 4 cm, 2 cm, 2 cm.



Można skonstruować trójkąt o bokach: 4 cm, 2 cm, 3 cm.

ĆWICZENIE D. Spróbuj wyjaśnić, jaki warunek muszą spełniać długości trzech odcinków, aby można było skonstruować trójkąt o bokach równych tym odcinkom.

Z danych trzech odcinków da się skonstruować trójkąt tylko wtedy, gdy suma długości dowolnie wybranych dwóch z tych odcinków jest większa niż długość trzeciego odcinka.

Uwaga. Jeśli wiadomo, który z trzech odcinków jest najdłuższy, wystarczy porównać go z sumą długości dwóch pozostałych.

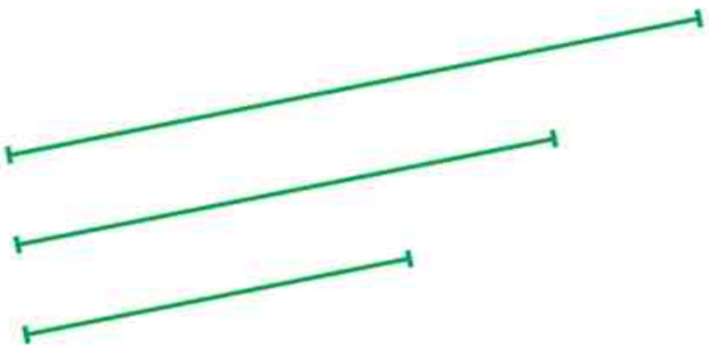
ZADANIA

1. Narysuj za pomocą cyrkla i linijki:

a) trójkąt o bokach 7 cm, 5 cm, 3 cm,

b) trójkąt równoboczny o boku 6 cm,

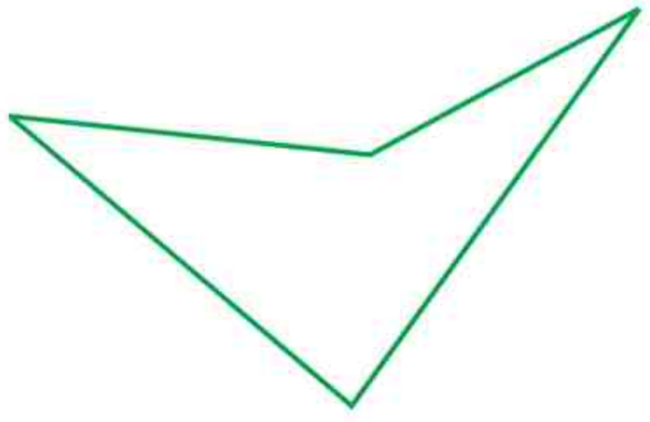
c) trójkąt równoramienny o podstawie długości 5 cm i ramieniu długości 7 cm.



2. Narysuj za pomocą cyrkla i linijki trójkąt, którego boki mają takie długości, jak odcinki narysowane obok.

3. Narysuj dowolny trójkąt, a następnie skonstruuj jego kopię w skali 2 : 1.

4. Wykonaj w zeszycie jak najdokładniejszą kopię wielokąta narysowanego obok (używaj cyrkla i linijki).



5. Czy można skonstruować trójkąt o podanych bokach?

a) 3 cm, 3 cm, 7 cm

b) 4 cm, 8 cm, 6 cm

c) 1 cm, 1 m, 1 m

d) 20 m, 16 m, 30 m

e) 12 mm, 3 mm, 1 cm

f) 44 cm, 1 m, 6 dm

6. Cal to anglosaska jednostka długości (1 cal to 2,54 cm). Czy istnieje trójkąt o bokach 2 cale, 2 cale, 3 cale?

7. a) Marcin miał siedem patyczków o jednakowej długości i ułożył z nich trójkąt. Jaki to mógł być trójkąt?

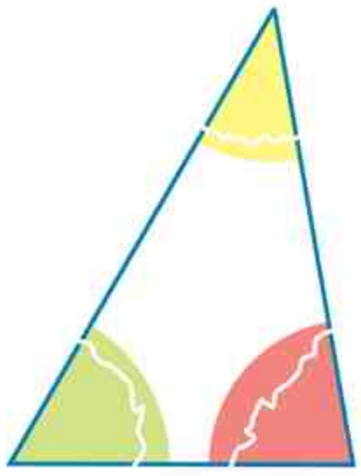
b) Marta miała dziewięć patyczków o jednakowej długości i ułożyła z nich trójkąt. Jaki to mógł być trójkąt?

8. Długości trzech boków trójkąta wyrażone są w pełnych centymetrach. Dwa boki mają długości 2 cm i 7 cm. Jaką długość może mieć trzeci bok?

super zagadka

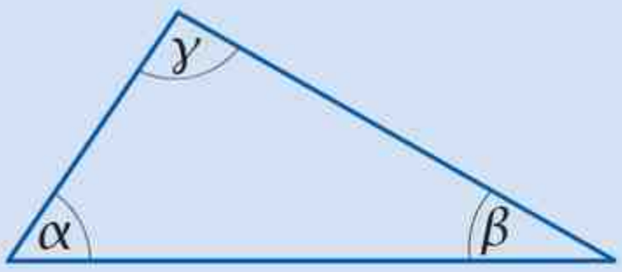
Spośród pięciu patyczków o długościach 3 cm, 3 cm, 4 cm, 4 cm, 6 cm wybieramy takie trzy, aby można było ułożyć z nich trójkąt. Ile różnych trójkątów można w ten sposób ułożyć?

Miary kątów w trójkątach



ĆWICZENIE A. Narysuj na kartce trójkąt, wytnij go i pokoloruj jego kąty. Oderwij trzy rogi i wklej je do zeszytu tak, aby sąsiednie kąty miały wspólny wierzchołek i ramię. Jaki kąt utworzyły trzy kąty trójkąta?

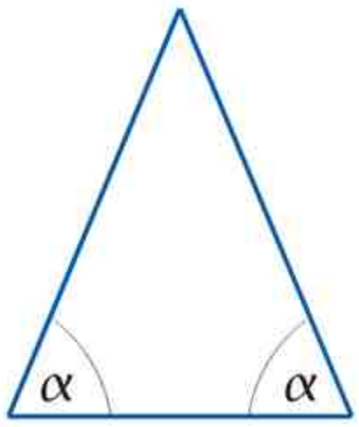
Suma miar kątów trójkąta wynosi 180°.



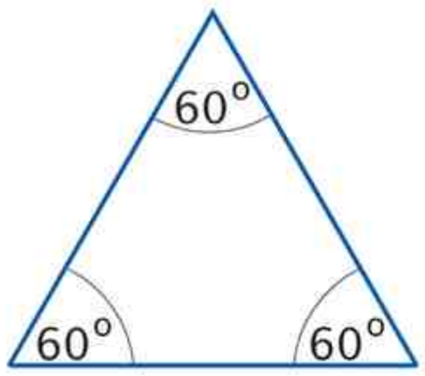
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

ĆWICZENIE B. a) Narysuj na kartce trójkąt równoramienny i wytnij go. Złóż ten trójkąt na pół tak, aby jego ramiona się pokryły. Co można powiedzieć o kątach przy podstawie?

b) Co można powiedzieć o kątach w trójkącie równobocznym?



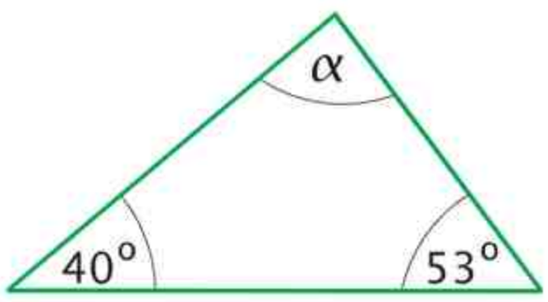
W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie mają tę samą miarę.

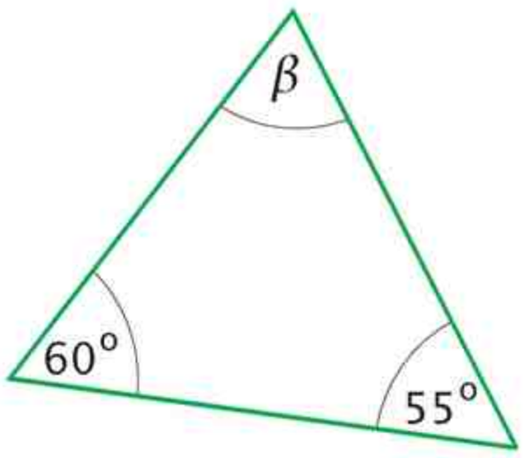


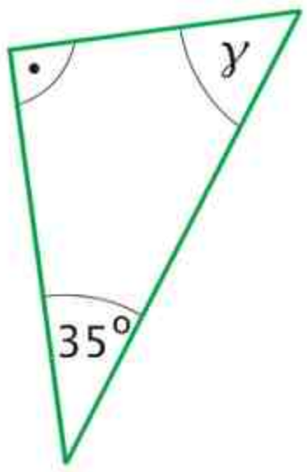
W trójkącie równobocznym wszystkie kąty mają miarę 60°.

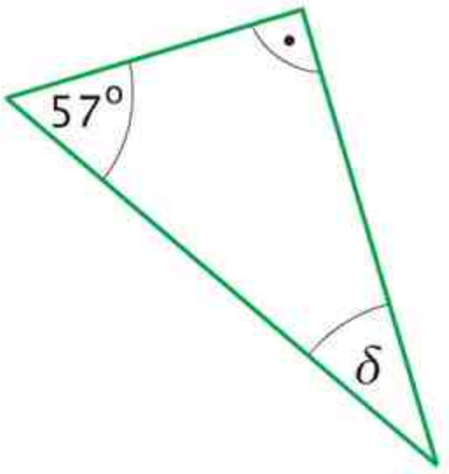
ZADANIA

1. Oblicz miary kątów α, β, γ i δ.

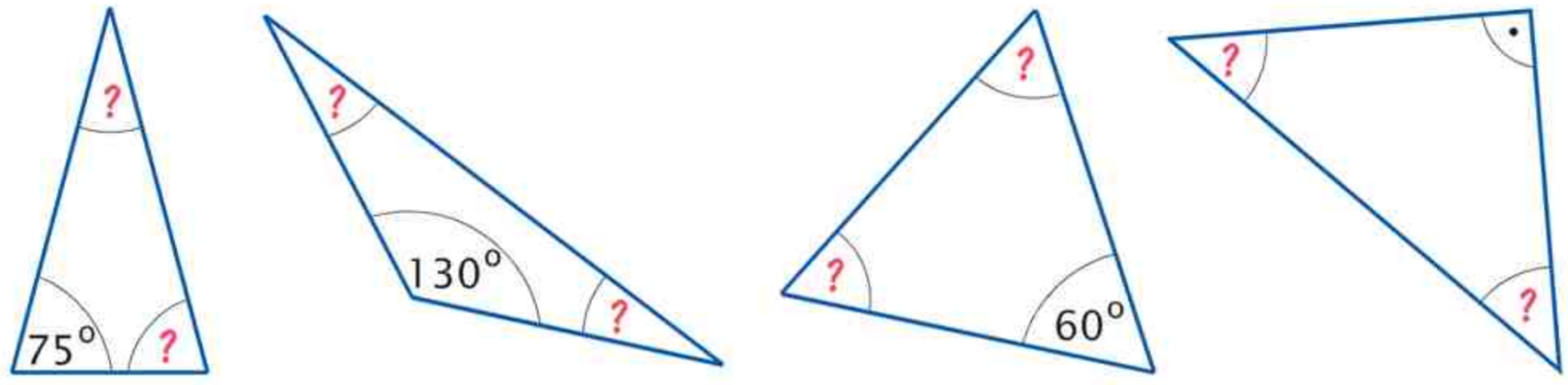




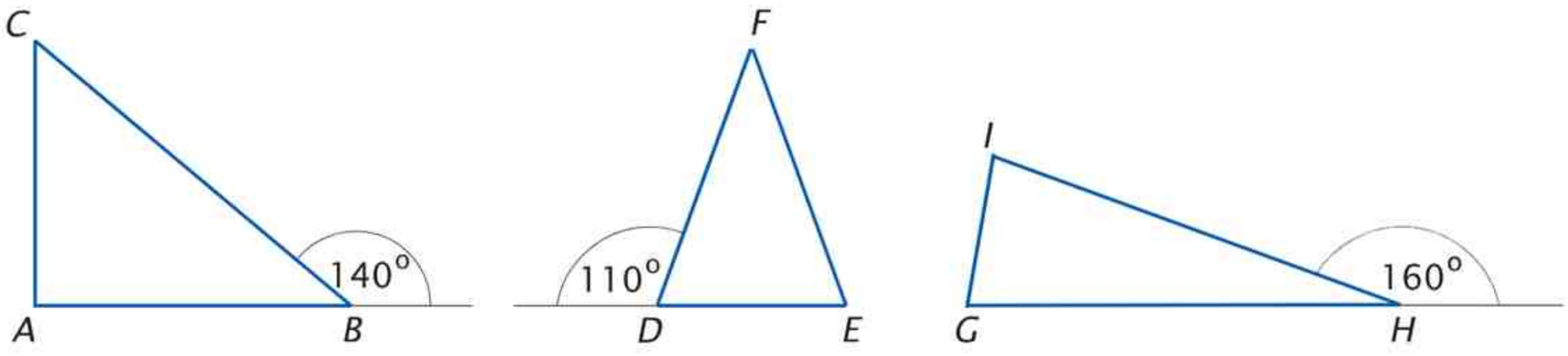




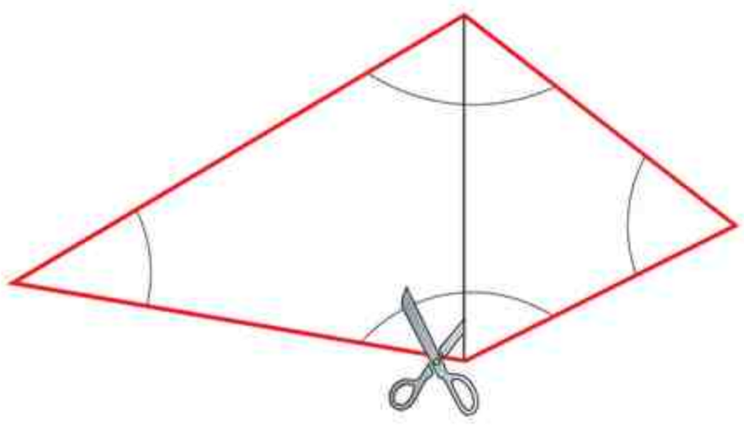
2. Każdy z narysowanych trójkątów jest równoramienny. Podaj miary kątów w tych trójkątach.



3. Trójkąt *ABC* jest prostokątny, a trójkąty *DEF* i *GHI* są równoramienne. Oblicz miary kątów każdego z tych trójkątów.



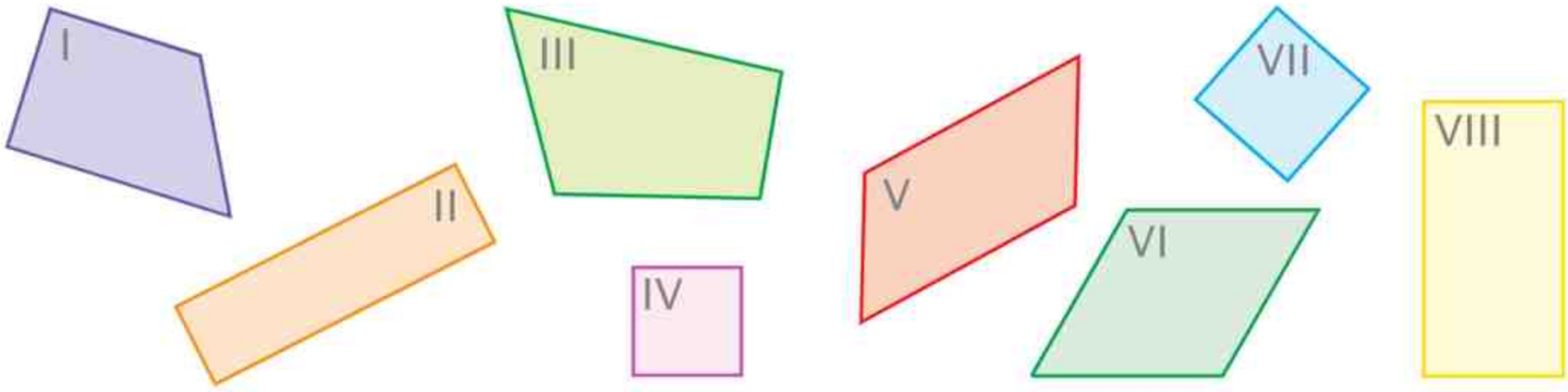
4. Jeden z kątów ostrych w trójkącie prostokątnym jest 2 razy większy od drugiego. Ile stopni mają kąty w tym trójkącie?



5. a) Popatrz, jak Mirek uzasadniał, że suma miar kątów w czworokącie wynosi 360°. Wyjaśnij, w jaki sposób to zrobił.

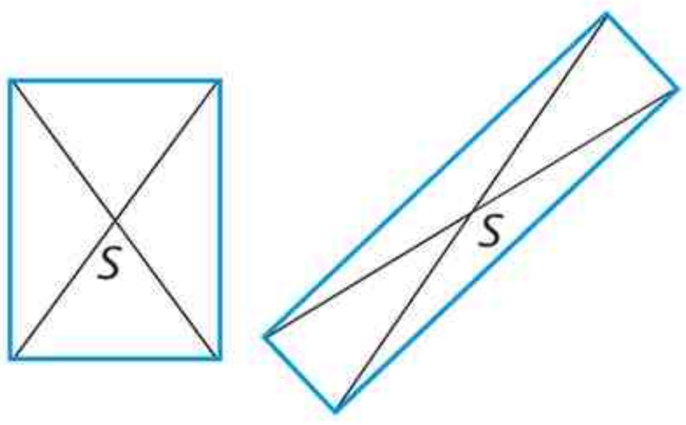
b) Ile wynosi suma miar kątów w pięciokącie?

Prostokąty i kwadraty



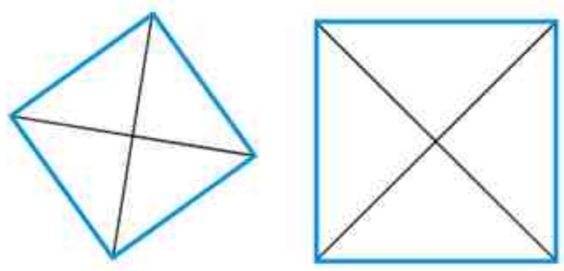
ĆWICZENIE A. Które z powyższych czworokątów są prostokątami, a które — kwadratami?

Pamiętasz zapewne, że prostokąt to czworokąt, który ma cztery kąty proste, a kwadrat to prostokąt, który ma boki równej długości.



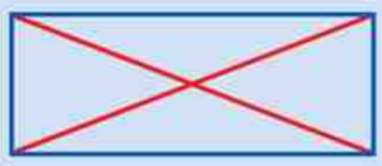
ĆWICZENIE B. a) W prostokątach narysowano przekątne. Zmierz ich długości. Co zauważasz? Punkt S dzieli każdą przekątną na dwa odcinki. Zmierz długości tych odcinków. Co dostrzegasz?

b) Narysuj dwa odcinki, każdy o długości 6 cm, przecinające się w połowie. Połącz ich końce tak, aby otrzymać czworokąt. Sprawdź, że jest on prostokątem.

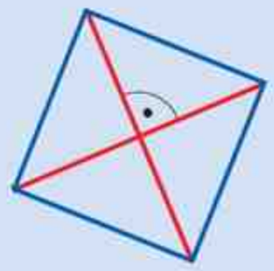


ĆWICZENIE C. a) W kwadratach narysowano przekątne. Pod jakim kątem przecinają się te przekątne?

b) Narysuj dwa prostopadłe odcinki, każdy o długości 5 cm, przecinające się w połowie. Połącz ich końce tak, aby otrzymać czworokąt. Sprawdź, że ten czworokąt jest kwadratem.



Przekątne czworokąta mają równe długości i przecinają się w połowie tylko wtedy, gdy ten czworokąt jest prostokątem.



Przekątne czworokąta są prostopadłe, mają równe długości i przecinają się w połowie tylko wtedy, gdy ten czworokąt jest kwadratem.

ZADANIA

1. a) Narysuj prostokąt o wymiarach 3 cm × 5 cm oraz kwadrat o boku długości 35 mm.

b) Narysuj kwadrat, którego obwód jest równy 180 mm.

c) Narysuj prostokąt, którego obwód wynosi 24 cm, a jeden z boków ma długość 7 cm.

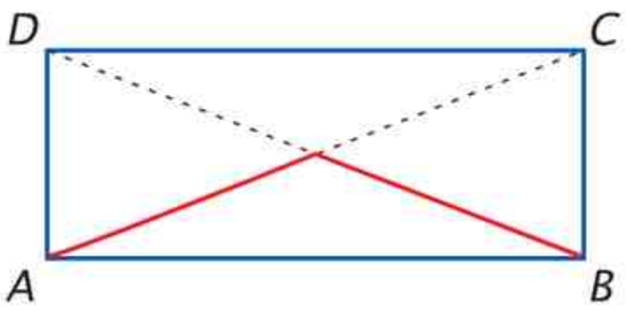
d) Narysuj dwa różne prostokąty, każdy o obwodzie 20 cm.

2. Prostokątną kartkę o wymiarach 20 cm × 14 cm rozcięto tak, że otrzymano kwadrat i prostokąt. Oblicz obwody tych czworokątów.

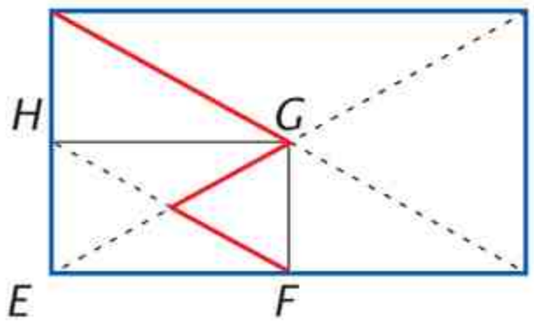
3. Narysuj dwa różne prostokąty o przekątnej długości 7 cm.

4. Narysuj kwadrat o boku długości 5 cm oraz kwadrat o przekątnej długości 5 cm.

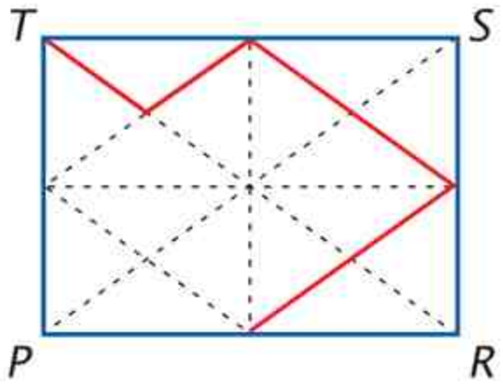
5. Oblicz długości łamanych zaznaczonych na czerwono w poniższych prostokątach, korzystając z informacji podanych pod rysunkami.



$|AC| = 4$ cm



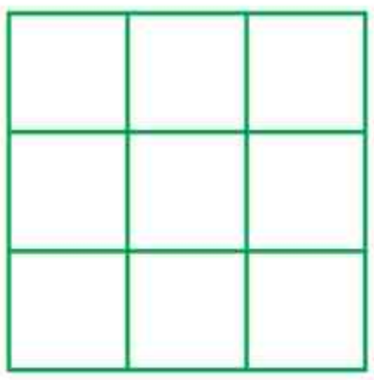
$|EG| = 18$ mm



$|PS| = 32$ mm

6. a) Narysuj w zeszycie dwa punkty A i S, a następnie narysuj dowolny prostokąt $ABCD$, niebędący kwadratem, którego przekątne przecinają się w punkcie S.

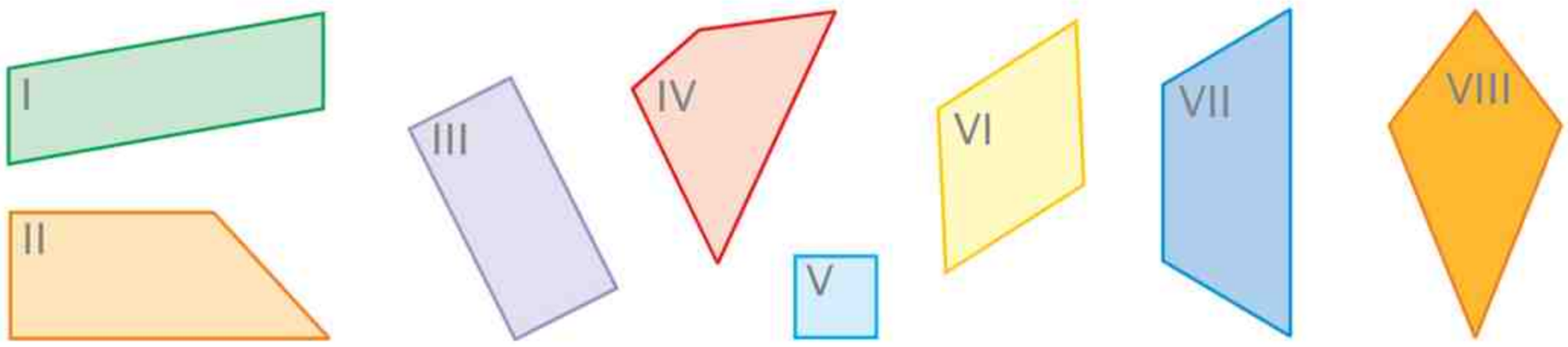
b) Narysuj dwa punkty K i W, a następnie narysuj kwadrat $KLMN$, którego przekątne przecinają się w punkcie W.



super zagadka

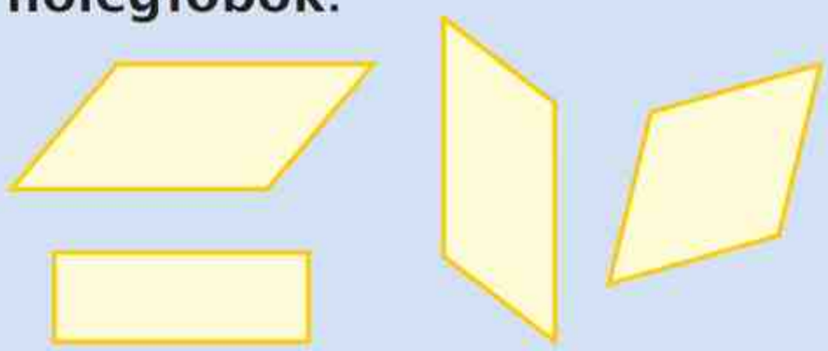
Popatrz na rysunek obok. Ile tu widzisz kwadratów, a ile — prostokątów?

Równoległoboki i romby



ĆWICZENIE A. Które z powyższych czworokątów mają dwie pary boków równoległych? Które czworokąty mają dwie pary boków równej długości? Które mają wszystkie boki jednakowej długości?

Czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych, to **równoległobok**.



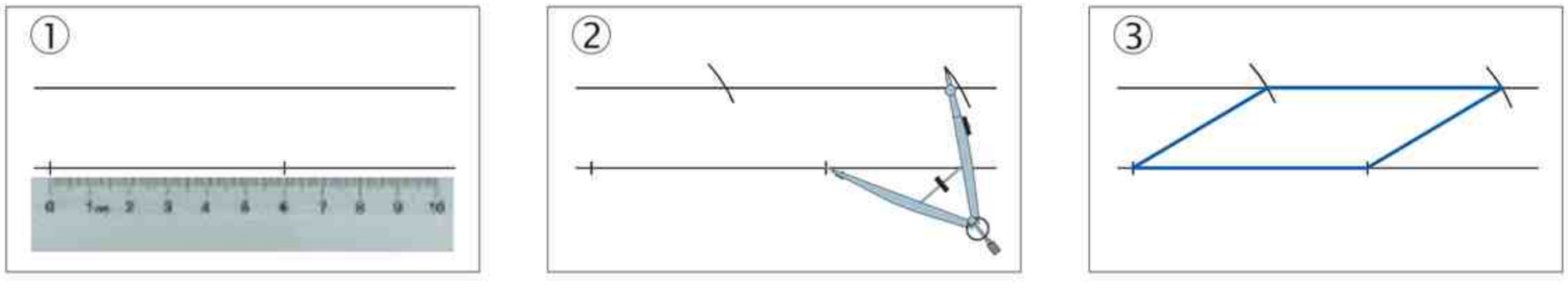
To są równoległoboki.

Równoległobok, który ma boki jednakowej długości, to **romb**.

To są romby.

Prostokąt i kwadrat są równoległobokami, a kwadrat jest również rombem.
W równoległoboku boki, które są równoległe, mają jednakowe długości.

Popatrz, w jaki sposób za pomocą linijki i cyrkla można narysować równoległobok o bokach długości 6 cm i 4 cm.

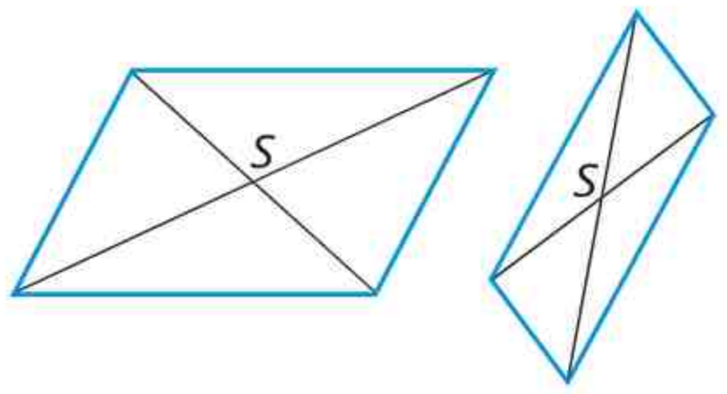


1. Rysujemy dwie proste równoległe, np. kreśląc dwie linie po obu stronach linijki. Na jednej prostej zaznaczamy odcinek długości 6 cm.
2. Z końców zaznaczonego odcinka cyrklem odkładamy odcinki długości 4 cm.
3. Zaznaczone punkty to wierzchołki równoległoboku. Rysujemy równoległobok.

ĆWICZENIE B. a) Narysuj równoległobok, który nie jest prostokątem i którego boki mają długości 4 cm i 7 cm.

b) Narysuj romb, który nie jest kwadratem, o boku długości 5 cm.

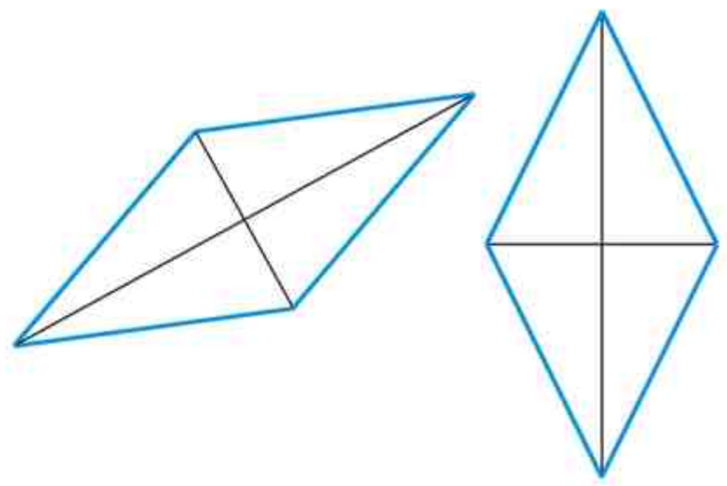
ĆWICZENIE C. a) W każdym z narysowanych równoległoboków punkt S dzieli obie przekątne na dwa odcinki. Zmierz długości tych odcinków. Co zauważasz?

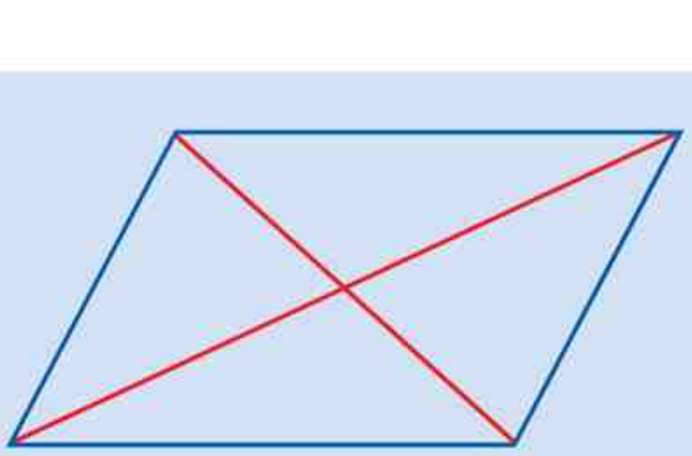


b) Narysuj dwa odcinki o długościach 5 cm i 8 cm przecinające się w połowie. Połącz ich końce tak, aby otrzymać czworokąt. Sprawdź, że jest on równoległobokiem.

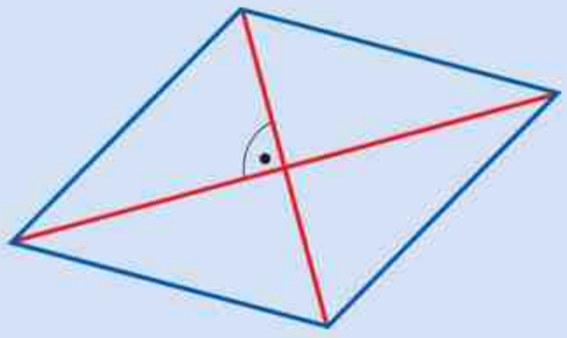
ĆWICZENIE D. a) W rombach narysowano przekątne. Pod jakim kątem przecinają się te przekątne?

b) Narysuj dwa odcinki o długościach 6 cm i 7 cm przecinające się w połowie i prostopadłe. Połącz ich końce tak, aby otrzymać czworokąt. Sprawdź, że jest on rombem.





Przekątne czworokąta przecinają się w połowie tylko wtedy, gdy ten czworokąt jest równoległobokiem.

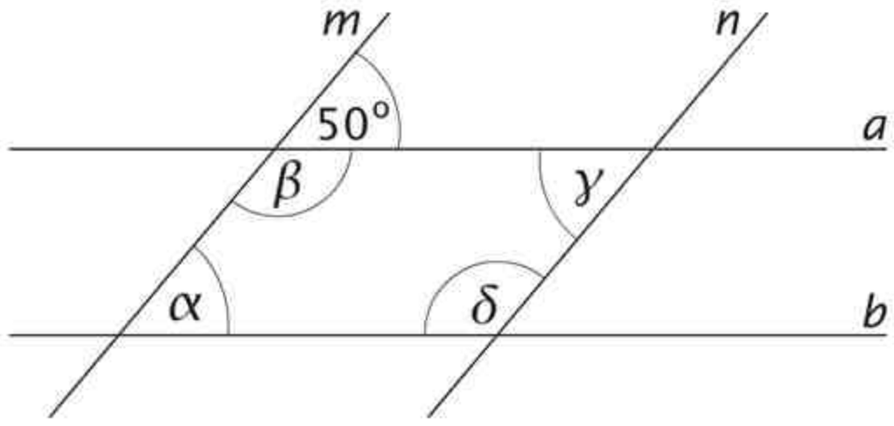


Przekątne czworokąta przecinają się w połowie i są prostopadłe tylko wtedy, gdy ten czworokąt jest rombem.

Gdy rysujemy równoległobok, można zacząć od narysowania dwóch przekątnych przecinających się w połowie.

Gdy rysujemy romb, można zacząć od narysowania dwóch prostopadłych przekątnych przecinających się w połowie.

ĆWICZENIE E. Narysuj równoległobok (który nie jest rombem) o przekątnych długości 4 cm i 6 cm oraz romb o przekątnych takiej samej długości.



ĆWICZENIE F. Proste a, b, m i n na rysunku obok zawierają boki równoległoboku. Znajdź na tym rysunku kąty o mierze 50°. Podaj miary kątów tego równoległoboku.

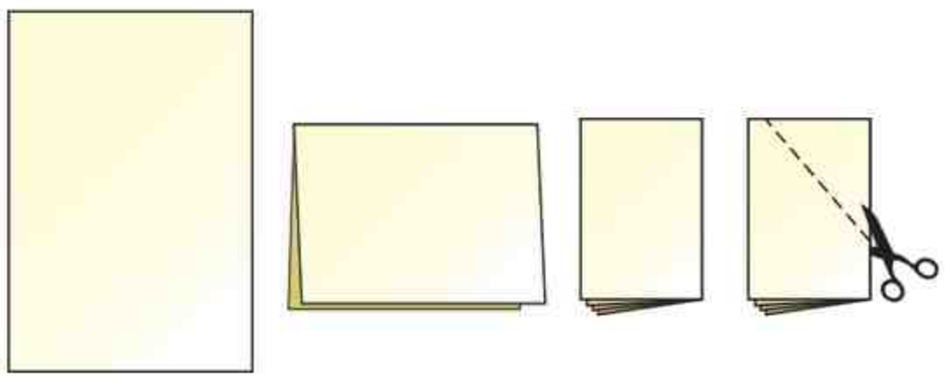
W równoległoboku kąty leżące w przeciwległych wierzchołkach mają jednakowe miary, a suma miar kątów leżących przy tym samym boku wynosi 180°.

$\alpha + \beta = 180°$

ZADANIA

1. Weź kilka zapałek i wykałaczek. Ułóż z nich dwa różne równoległoboki, dwa różne romby oraz czworokąt, który ma trzy boki jednakowej długości, ale nie jest rombem.

2. Weź prostokątną kartkę. Złóż ją i przetnij tak, jak pokazuje rysunek. Jakie figury można w ten sposób otrzymać?



3. Narysuj na kartce dwa jednakowe trójkąty równoramienne. Czy z tych dwóch trójkątów można ułożyć romb? Czy można ułożyć równoległobok, który nie jest rombem?

4. Weź prostokątną kartkę i składaj ją w taki sposób, aby otrzymać równoległobok, który nie jest prostokątem.

5. a) Narysuj romb o boku 3 cm (niebędący kwadratem).

b) Narysuj romb o przekątnych 3 cm i 4 cm.

c) Narysuj równoległobok o bokach 2 cm i 4 cm (niebędący prostokątem).

d) Narysuj równoległobok o przekątnych 6 cm i 7 cm.

6. Narysuj odcinek o długości 6 cm. To będzie jedna z przekątnych czworokąta. Dorysuj drugą przekątną oraz boki czworokąta tak, aby czworokąt ten był:

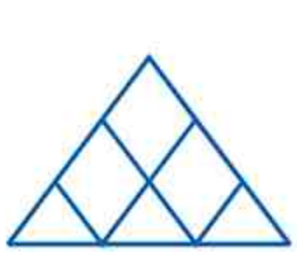
a) kwadratem,

b) rombem niebędącym kwadratem,

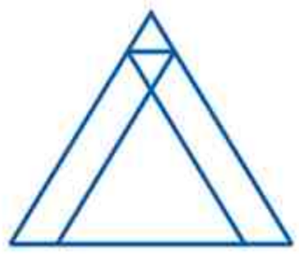
c) prostokątem niebędącym kwadratem,

d) równoległobokiem niebędącym prostokątem ani rombem.

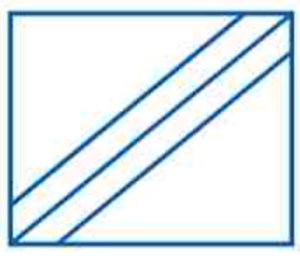
7. Ile równoległoboków jest na każdym z poniższych rysunków? Wybierz poprawną odpowiedź.



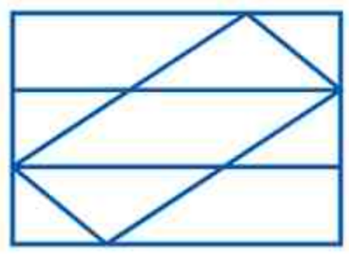
3	5	7



2	3	4



1	3	4

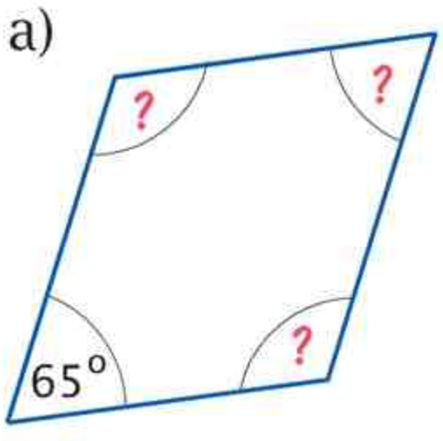


5	6	8

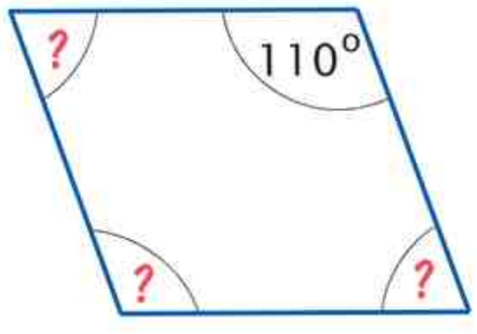
8. Jedna z przekątnych równoległoboku ma 7 cm. Przekątna ta rozcina równoległobok na dwa trójkąty, każdy o obwodzie 16 cm. Ile wynosi obwód równoległoboku?

9. Podaj miary kątów w narysowanych równoległobokach.

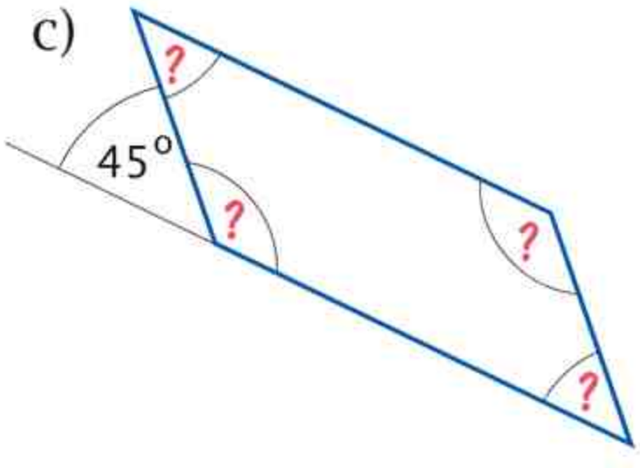
a)



b)



c)



10. Z dwóch jednakowych trójkątów równoramiennych ułożono romb. Jakie miary mają kąty tego rombu, jeżeli jeden z kątów w obu trójkątach ma miarę 100°?

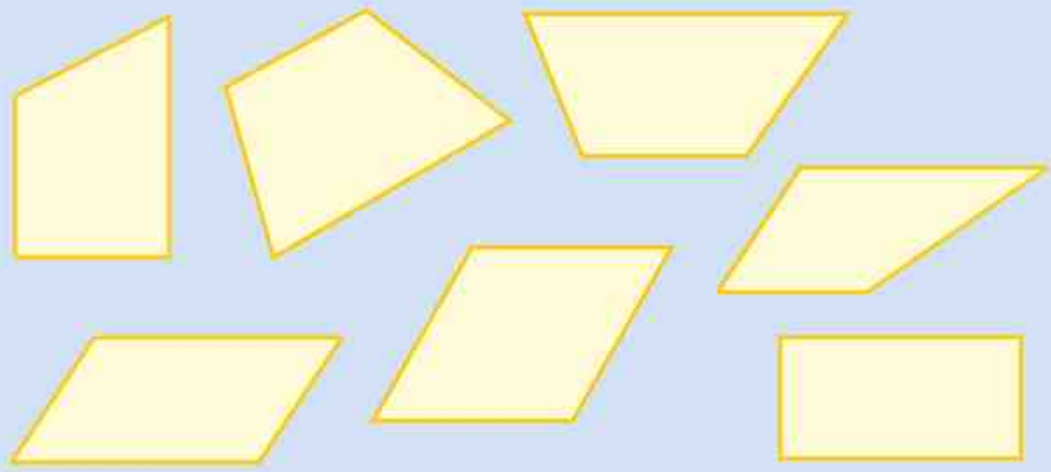
11. W równoległoboku kąt ostry ma miarę pięć razy mniejszą niż kąt rozwarty. Jakie miary mają kąty tego równoległoboku?

super zagadka

Kąt między dłuższą przekątną a bokiem rombu ma 30°. Jakie miary mają kąty tego rombu?

Trapezy

ĆWICZENIE A. Narysuj czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.

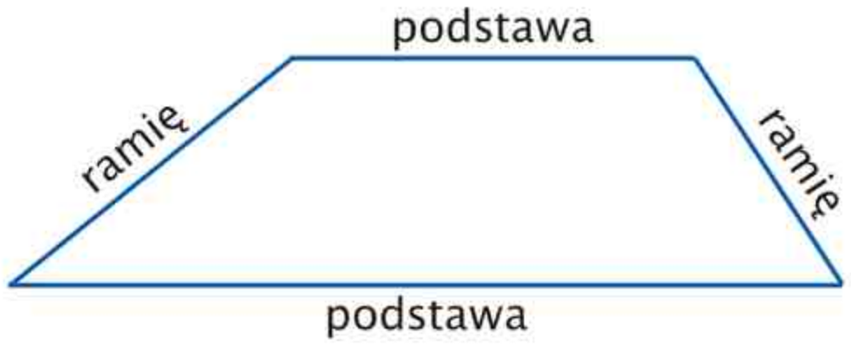


To są trapezy.

Czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych, to **trapez**.

Zauważ, że każdy równoległobok jest trapezem.

Boki trapezu mają swoje nazwy.
Boki równoległe to **podstawy**.
Pozostałe boki to **ramiona**.



ĆWICZENIE B. Narysuj trapez, którego jedna podstawa ma długość 6 cm, a ramiona — 5 cm i 7 cm.

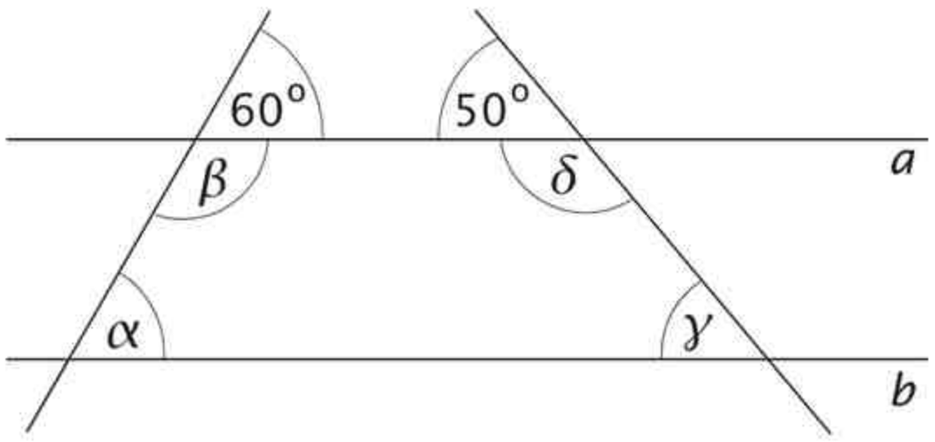
Trapez, którego ramiona mają tę samą długość, nazywamy równoramiennym, a trapez, w którym co najmniej jedno ramię jest prostopadłe do podstaw, nazywamy prostokątnym.

To jest **trapez równoramienny.**

Ramiona tego trapezu mają jednakowe długości.

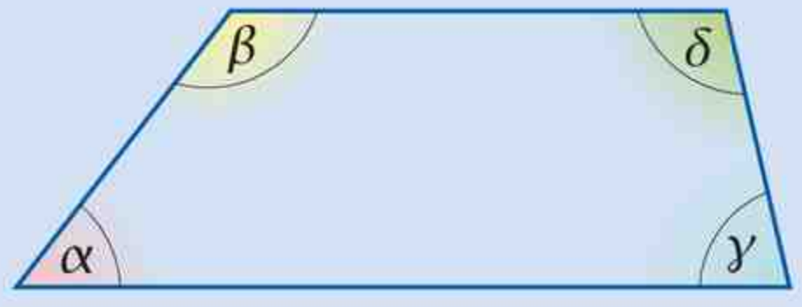
To jest **trapez prostokątny.**

Jedno z ramion tego trapezu jest prostopadłe do podstaw.



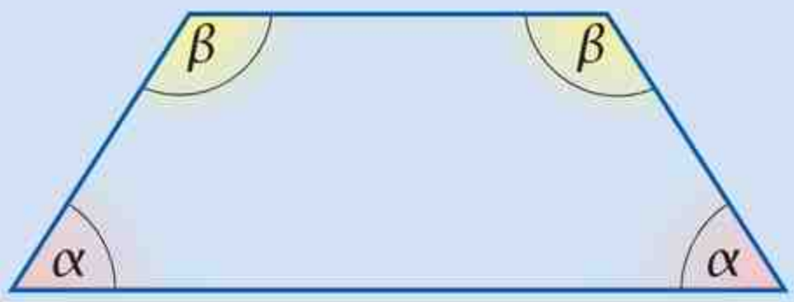
ĆWICZENIE C. Na rysunku proste a i b są równoległe i zawierają podstawy trapezu. Podaj miary kątów α i β. Jakie miary mają kąty γ i δ?

W trapezie suma miar kątów leżących przy tym samym ramieniu jest równa 180°.



$\alpha + \beta = 180^\circ$ i $\gamma + \delta = 180^\circ$

ĆWICZENIE D. Narysuj na kartce trapez równoramienny, który nie jest równoległobokiem, i wytnij go. Złóż go tak, aby ramiona się pokrywały. Co możesz powiedzieć o kątach tego trapezu?



W trapezie równoramiennym, który nie jest równoległobokiem, kąty leżące przy tej samej podstawie mają jednakowe miary.

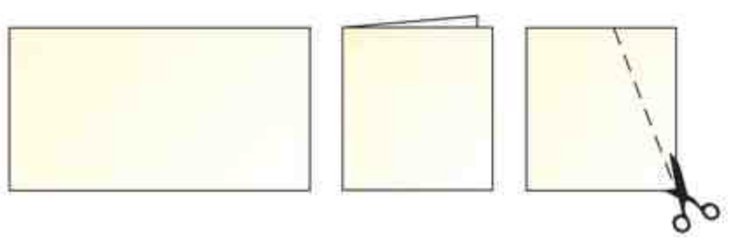
ZADANIA

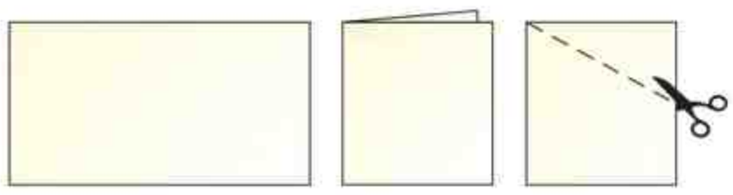
1. Narysuj:

a) trapez o podstawach długości 6 cm i 2 cm,

b) trapez prostokątny o podstawach długości 4 cm i 3 cm,

c) trapez równoramienny o ramieniu długości 5 cm.

Ⓐ 

Ⓑ 

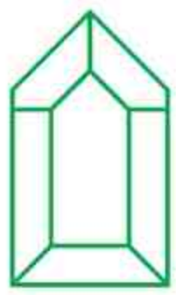
2. a) Prostokątną kartkę złóż na pół i przetnij tak, jak pokazano na rysunku Ⓐ. Jakie figury otrzymasz?

b) Czy składając prostokątną kartkę na pół i przecinając ją tak, jak pokazano na rysunku Ⓑ, otrzymasz czworokąt?

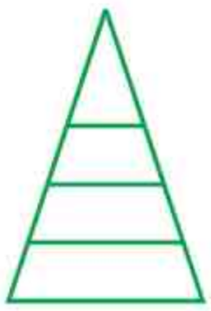
3. Weź prostokątną kartkę i składaj ją tak, aby otrzymać trapez równoramienny, który nie jest prostokątem.

4. Ile trapezów jest na każdym z poniższych rysunków? Wybierz poprawną odpowiedź.

4	5	6



3	5	7

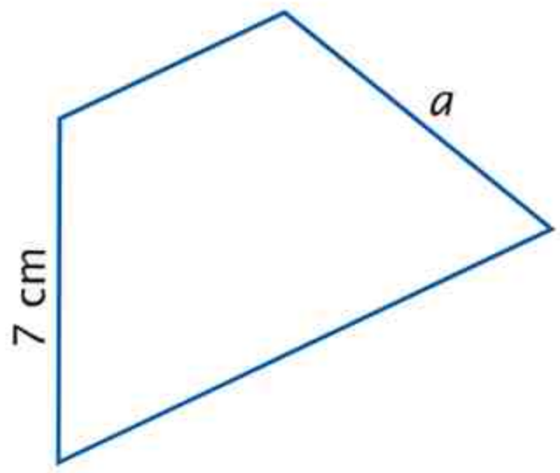


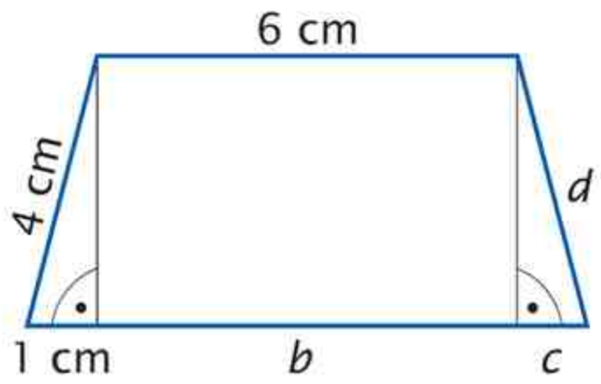
3	6	10

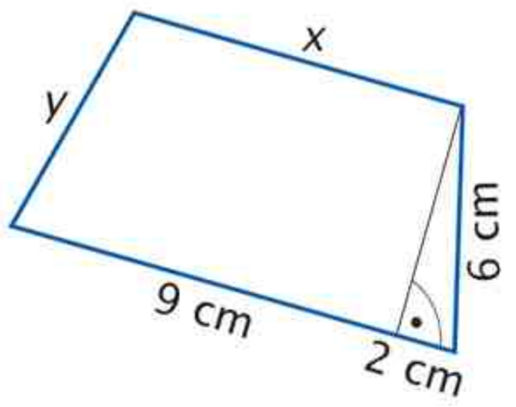
2	3	4

4	6	8

5. Narysowane poniżej trapezy są równoramienne. Podaj długości odcinków oznaczonych literami.





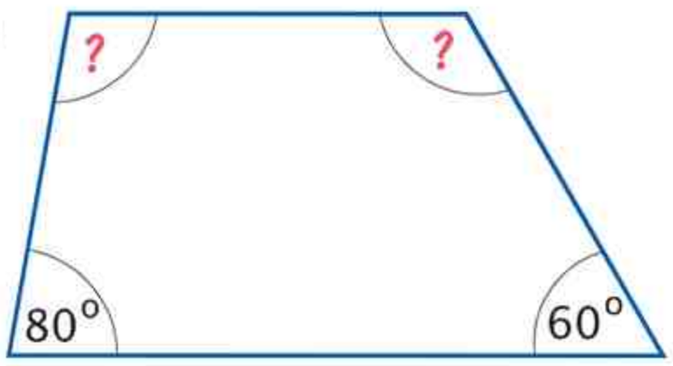


6. Narysuj trapez równoramienny, którego podstawy mają długości 6 cm i 4 cm.

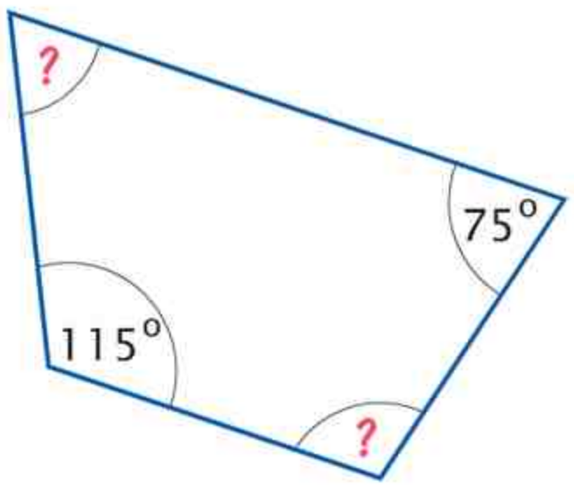
7. Od trójkąta równobocznego o obwodzie 12 cm odcięto trójkąt równoboczny o obwodzie 6 cm i otrzymano trapez. Jaki obwód ma otrzymany trapez?

8. Podaj miary kątów w narysowanych trapezach.

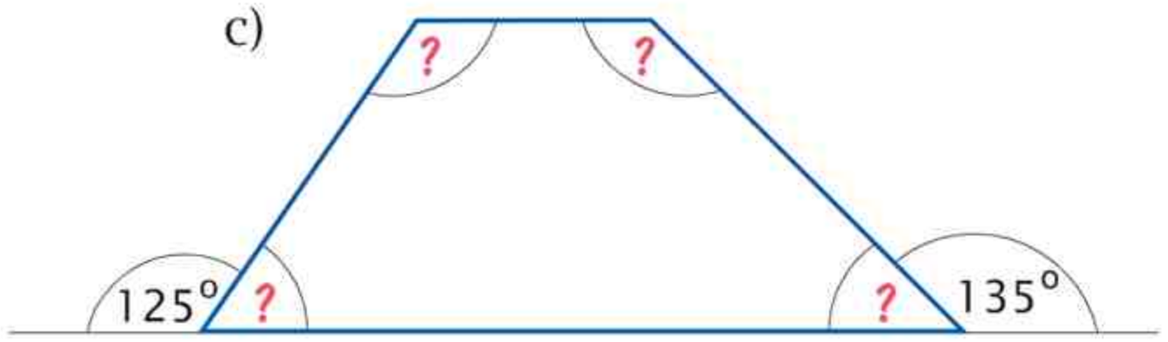
a)



b)



c)

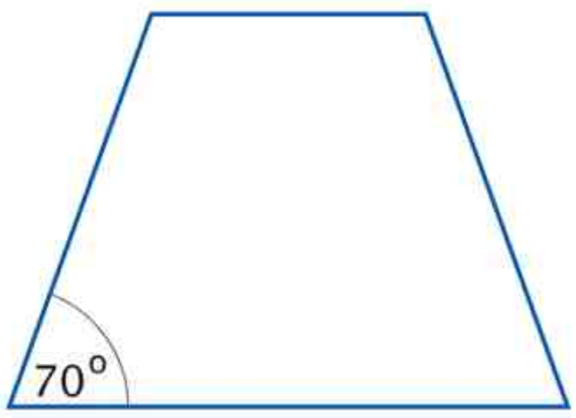


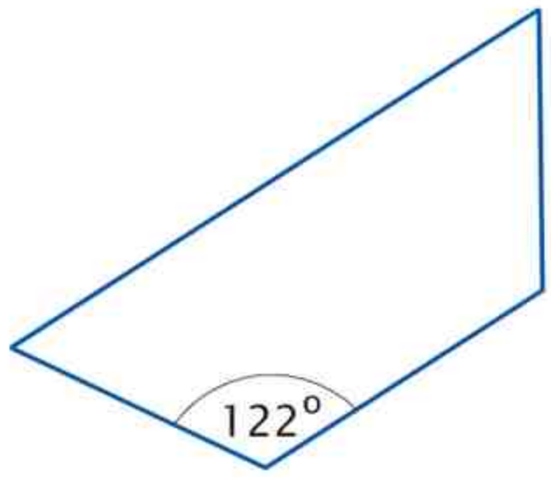
9. a) Kąt ostry trapezu prostokątnego ma 17°. Jaką miarę ma kąt rozwarty tego trapezu?

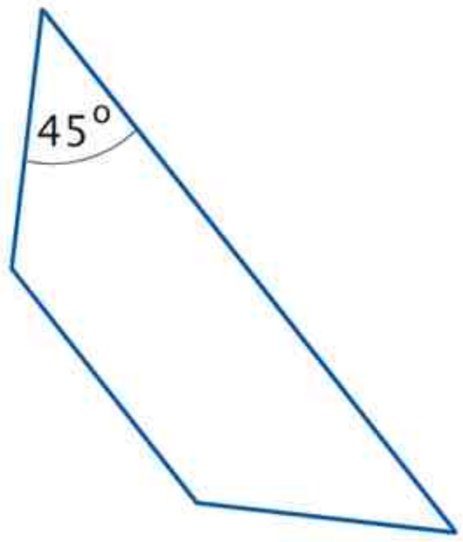
b) Jeden z kątów trapezu prostokątnego ma 110°. Jakie miary mają pozostałe kąty tego trapezu?

10. Narysowane trapezy są równoramienne. Wypisz miary kątów każdego z tych trapezów.

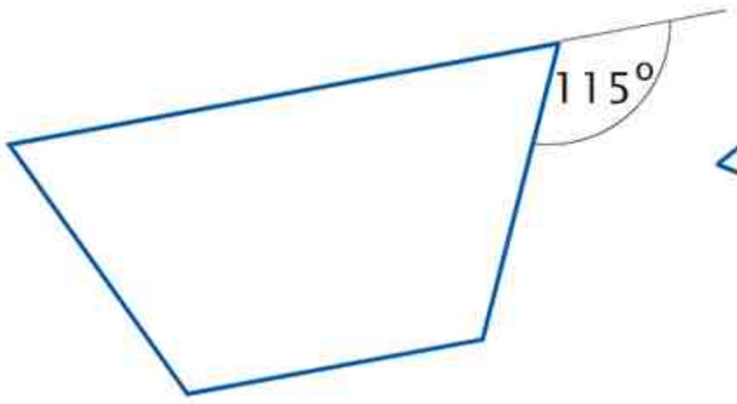
a)

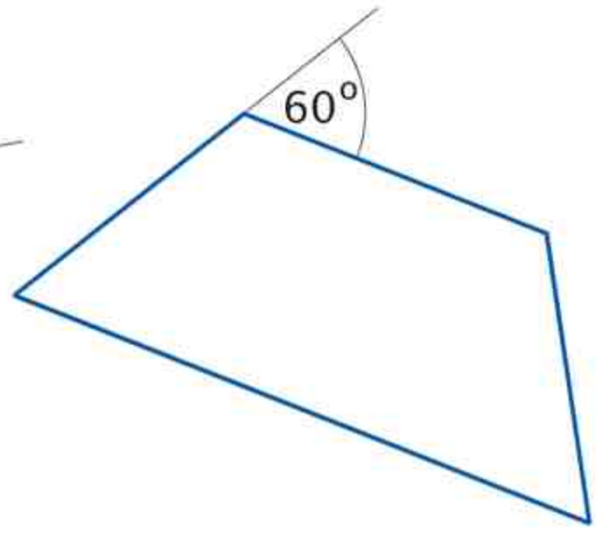


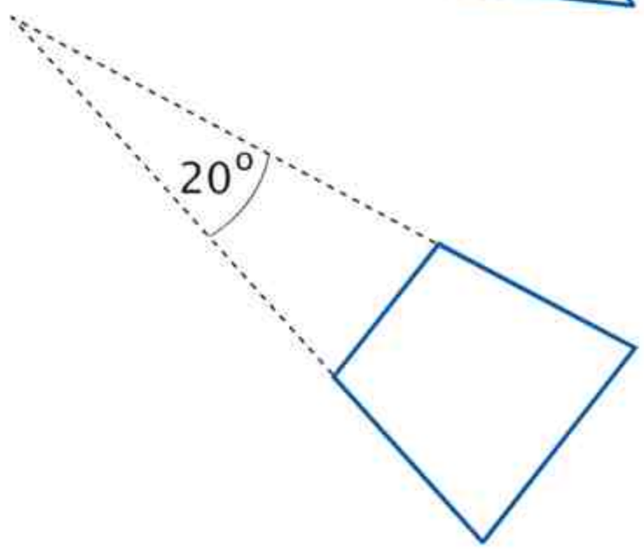




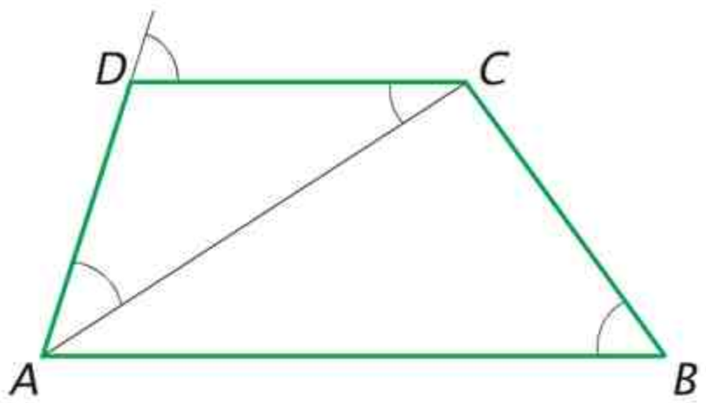
b)







11. W trapezie równoramiennym kąt rozwarty jest o 10° większy od kąta ostrego. Jakie miary mają kąty tego trapezu?



12. Popatrz na rysunek obok. Czworokąt *ABCD* jest trapezem. Który z zaznaczonych kątów ma taką samą miarę jak kąt ostry *BAC*?

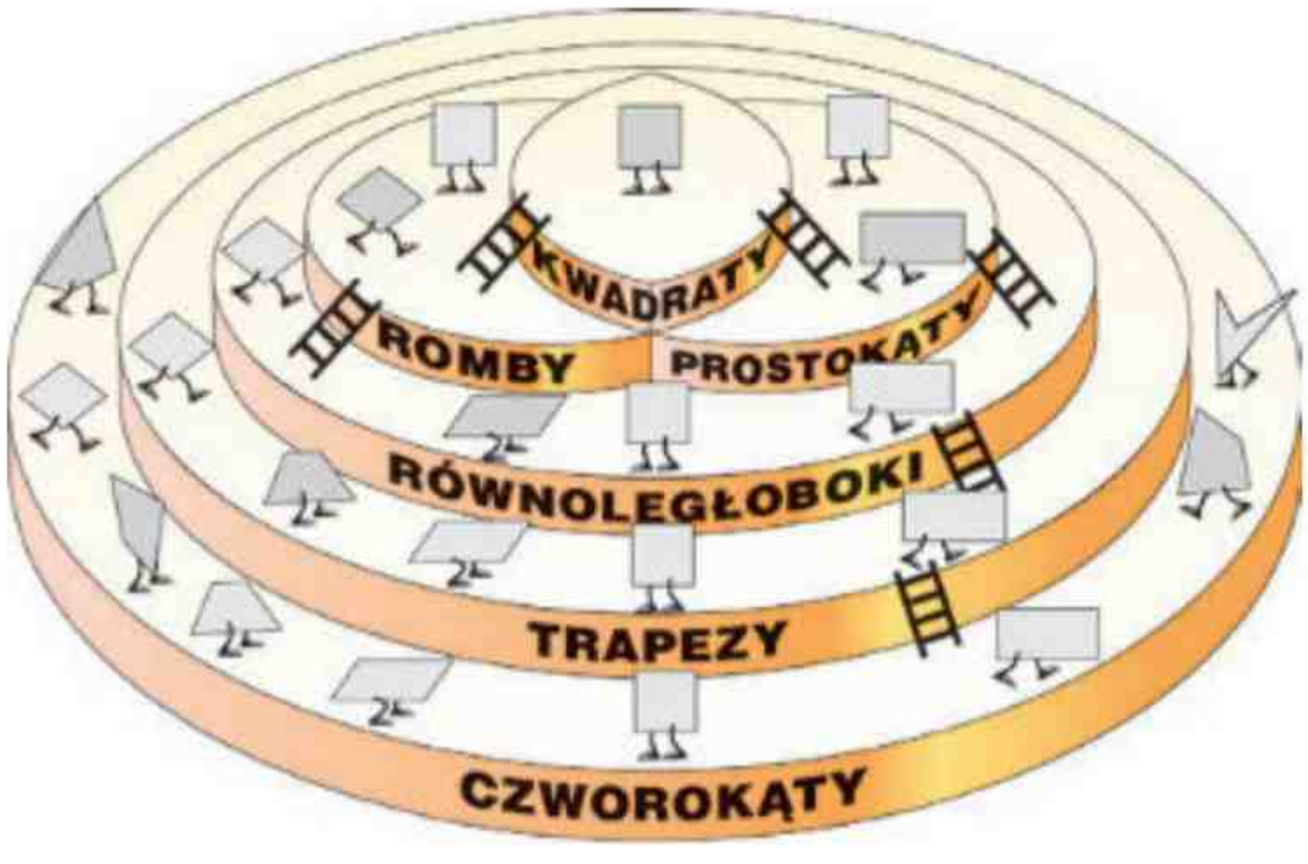
super zagadka

Z dwóch jednakowych trójkątów prostokątnych równoramiennych i kwadratu zbudowano trapez. Jakie miary mają kąty tego trapezu?

Czworokąty – podsumowanie

Znasz już różne czworokąty. Wiesz też, że kwadrat jest prostokątem, prostokąt jest równoległobokiem itd.

Na rysunku poniżej pokazano, w jaki sposób można pogrupować wszystkie czworokąty.



ĆWICZENIE A. Którymi nazwami czworokątów można uzupełnić zdania?

a) Każdy prostokąt jest ▢. b) Każdy kwadrat jest ▢.

ĆWICZENIE B. Narysuj:

a) trapez, który nie jest równoległobokiem,

b) romb, który nie jest kwadratem,

c) równoległobok, który nie jest ani prostokątem, ani rombem.

ZADANIA

1. Które z podanych zdań są prawdziwe?

① Każdy trapez jest równoległobokiem.

② Nie każdy równoległobok jest prostokątem.

③ Każdy trapez równoramienny jest równoległobokiem.

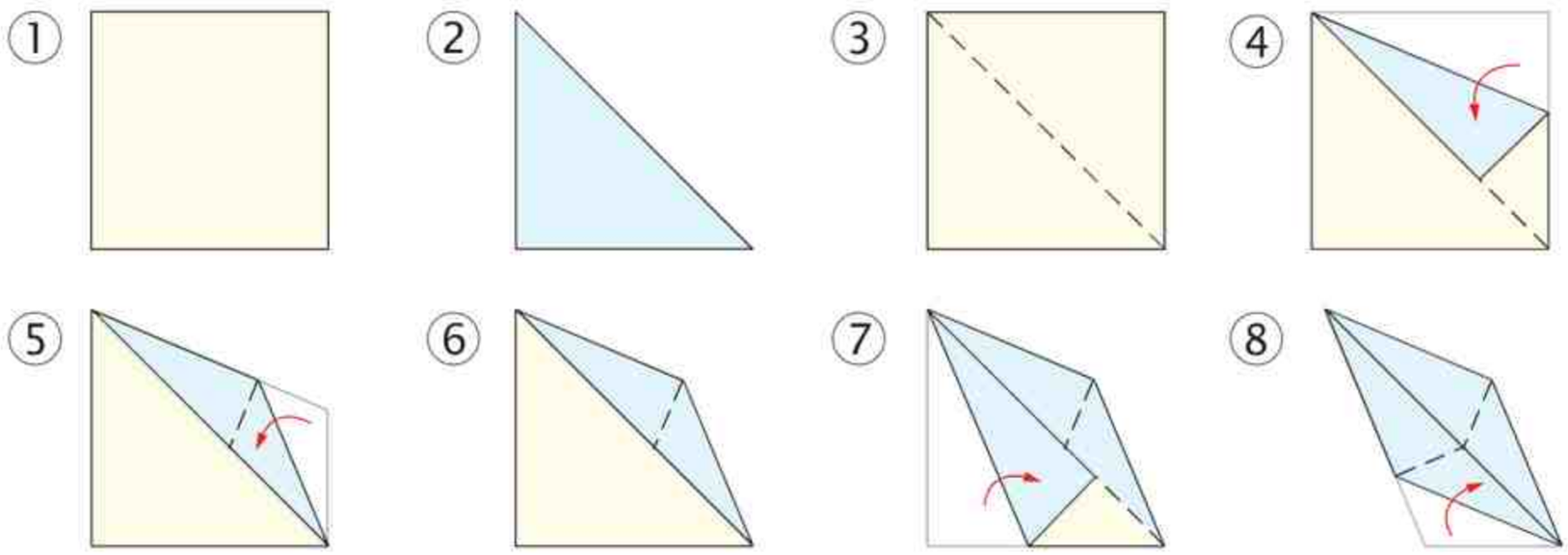
④ Każdy romb jest trapezem.

2. Jak inaczej nazywa się trapez prostokątny równoramienny?

3. Spróbuj swoich sił w reklamie. Wybierz jeden z czworokątów. Przygotuj jego akcję reklamową. Może to być plakat, ogłoszenie w gazecie, informacja radiowa, materiał filmowy itp.

Ciekawostka

Składając w odpowiedni sposób kartkę w kształcie kwadratu, można otrzymać romb, który nie jest kwadratem. Kolejne czynności pokazano na poniższych rysunkach.



4. Weź prostokątną kartkę i składaj ją tak, aby otrzymać kwadrat. Następnie, postępując zgodnie z powyższą instrukcją, zginaj kartkę tak, aby otrzymać romb, który nie jest kwadratem.

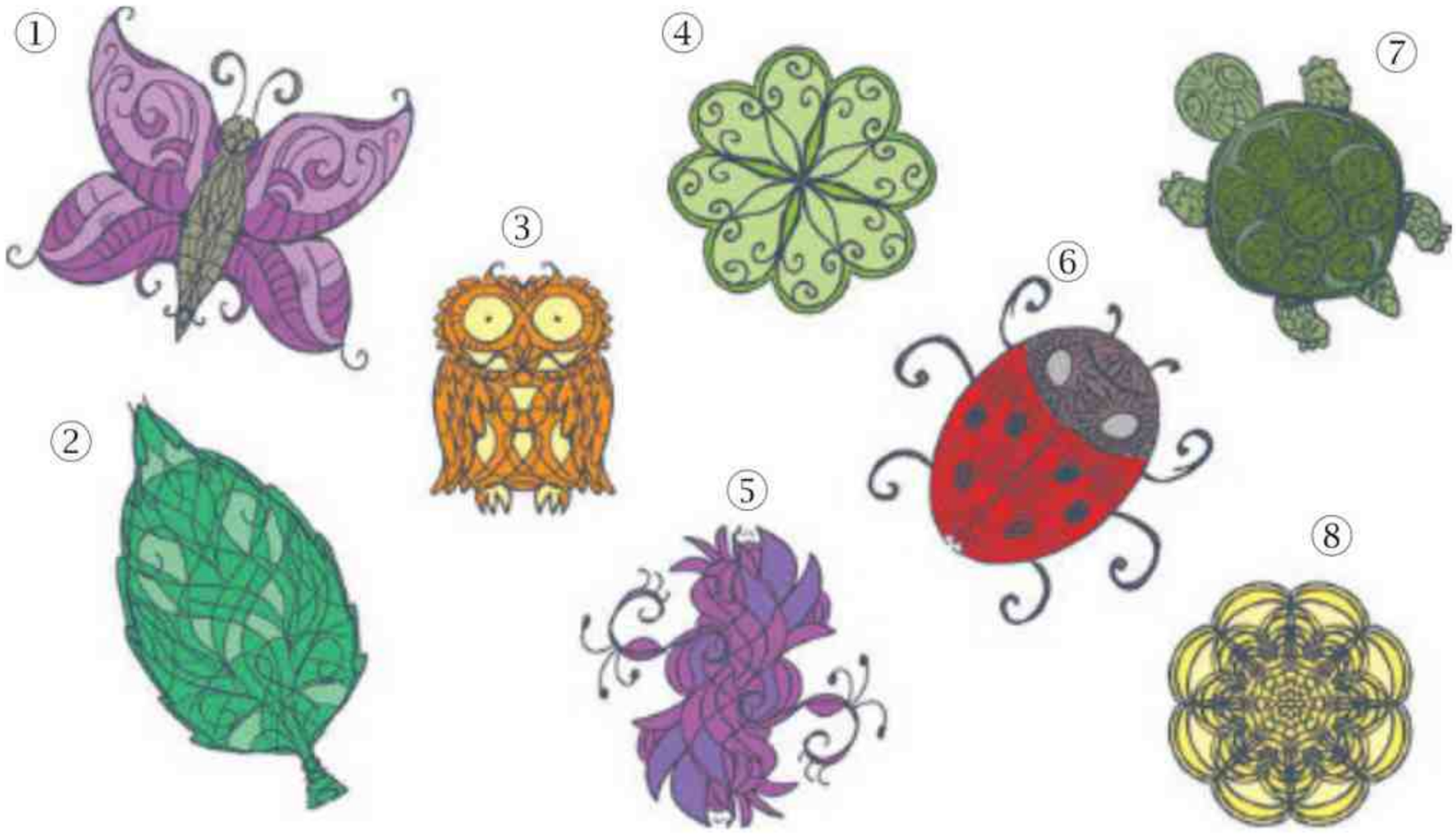
5. Weź prostokątną kartkę. Składaj ją tak, aby otrzymać równoległobok, który nie jest prostokątem ani rombem.

super zagadka

Znakami rzymskimi oznaczono pięć trapezów, których własności opisano w tabelce. Narysuj te trapezy.

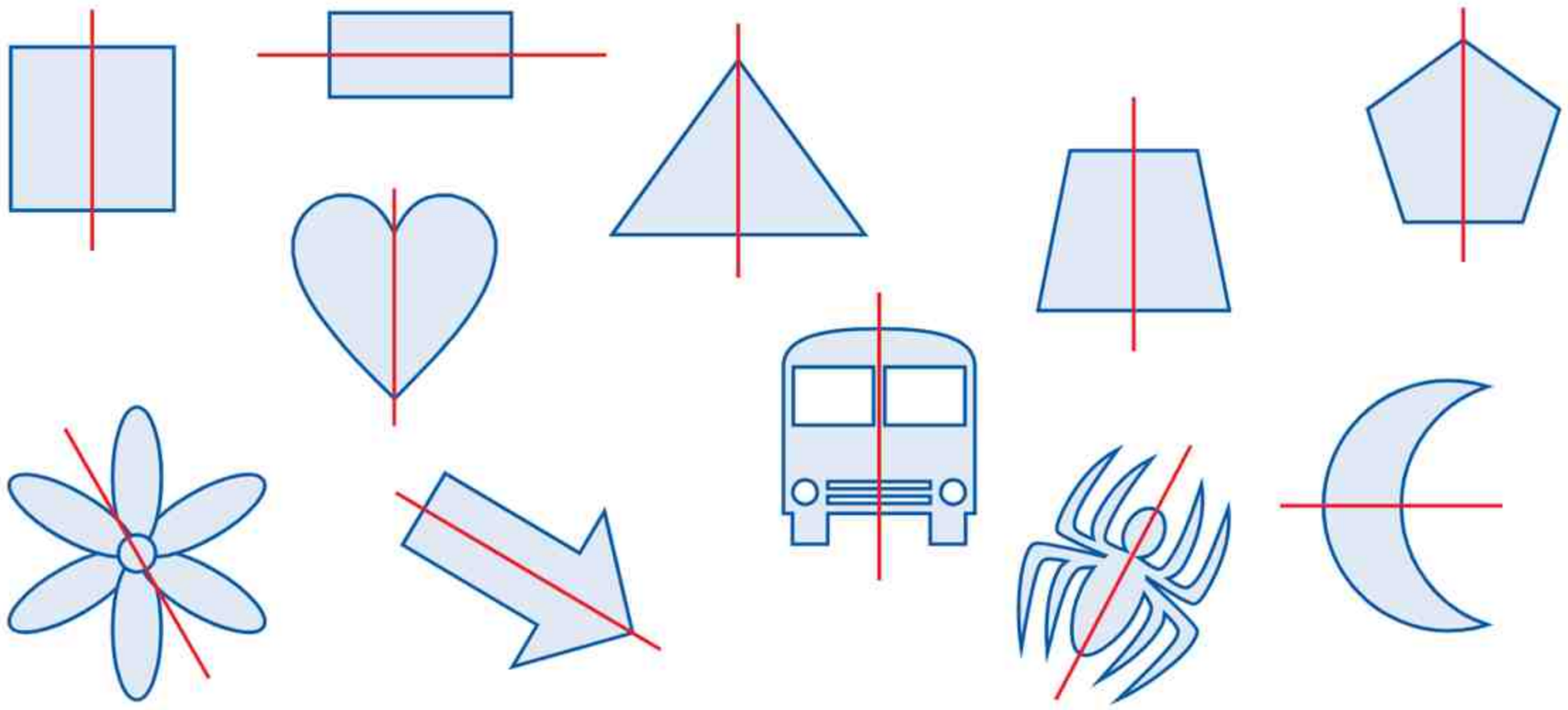
	I	II	III	IV	V
Ma dwie pary boków równoległych.	−	+	+	−	+
Ma co najmniej jeden kąt prosty.	+	−	+	+	+
Przekątne są prostopadłe.	−	+	−	+	+

Oś symetrii figury



ĆWICZENIE A. Na rysunkach powyżej przedstawiono kilka różnych ozdobnych naklejek. Mateusz twierdzi, że kształt naklejki nr 5 nie pasuje do pozostałych. Spróbuj wyjaśnić dlaczego.

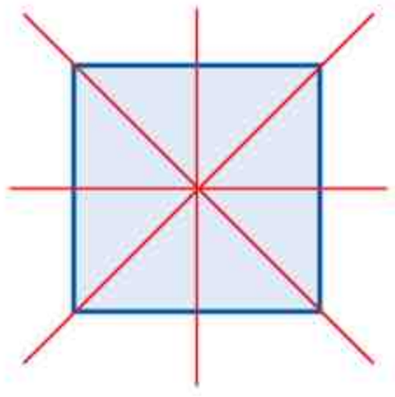
Na każdym z poniższych rysunków czerwona prosta dzieli figurę na dwie jednakowe części tak, że gdyby zgiąć kartkę wzdłuż tej linii, to obie części by się pokryły. Mówimy, że jedna z tych części jest odbiciem symetrycznym drugiej. Taką prostą nazywamy **osią symetrii figury**.



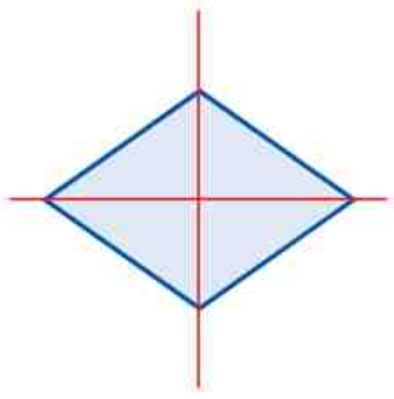
Uwaga. Przyjmujemy, że jeżeli figura zawiera się w prostej (np. jest odcinkiem), to ta prosta jest jej osią symetrii.

Figurę, która ma oś symetrii, nazywamy figurą **osiowosymetryczną**.

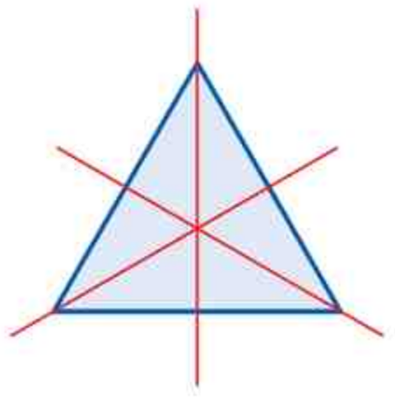
Niektóre figury osiowosymetryczne mają więcej niż jedną oś symetrii.



Kwadrat ma 4 osie symetrii.



Romb ma 2 osie symetrii.



Trójkąt równoboczny ma 3 osie symetrii.

Turyści interesujący się folklorem chętnie kupują wycinanki. Przyjrzyj się przykładom takich wycinanek. Zauważ, że są one osiowosymetryczne. Pierwsza z tych wycinanek ma 12 osi symetrii, środkowa ma 6, a ostatnia — 4 osie symetrii.

ĆWICZENIE B. Weź kilka papierowych kwadratowych serwetek. Złóż każdą z nich dwa lub więcej razy i wykonaj trzy różne wycinanki. Ile osi symetrii mają twoje wycinanki?

ZADANIA

1. Które z poniższych herbów są osiowosymetryczne?

①

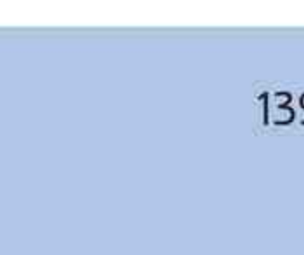
②

③

④

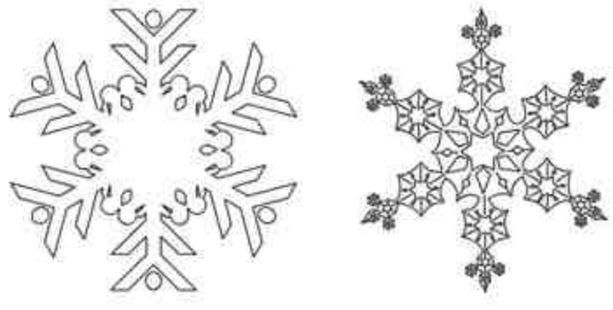
⑤

⑥

⑦ 

⑧

2. Wszystkie płatki śniegu mają tyle samo osi symetrii. Rysunek przedstawia dwa płatki. Ile osi symetrii mają płatki śniegu?



3. Które z poniższych napisów mają oś symetrii?

MAM SOS OTO BOB KOK

4. Weź 7 jednakowych patyczków (np. wykałaczek). Ułóż je tak, aby tworzyły figurę, która ma:

a) dokładnie jedną oś symetrii, b) dwie osie symetrii.

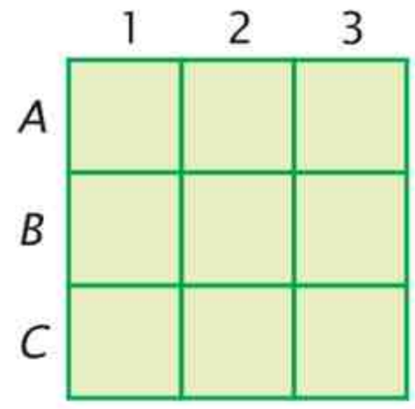
5. a) Zapisz za pomocą cyfr rzymskich kilka różnych liczb, tak aby otrzymane zapisy miały oś symetrii.

b) Ile jest liczb od 1 do 100, których zapis w systemie rzymskim ma dwie osie symetrii?

6. Kwadrat podzielono na 9 jednakowych kwadratów. Ile osi symetrii będzie miała figura, którą otrzymamy po wycięciu:

a) kwadratu $A2$, c) kwadratów $A1$ i $C3$,

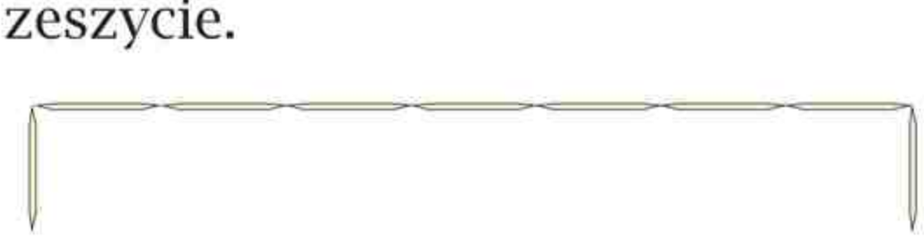
b) kwadratu $B2$, d) kwadratów $A1$ i $B3$?

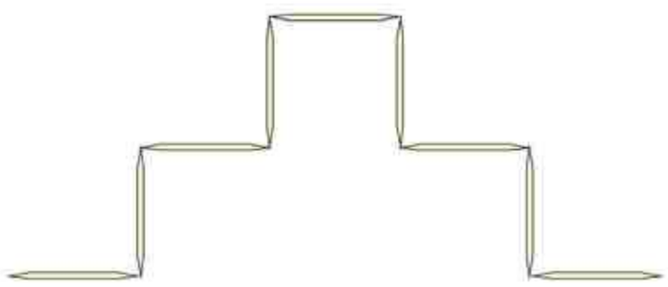


7. Wykonaj wycinankę, która ma osiem osi symetrii.

super zagadka

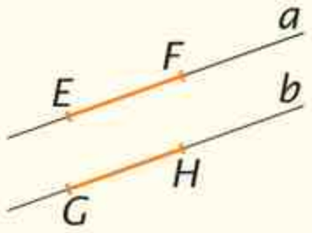
Z 9 jednakowych patyczków układamy łamaną, która ma oś symetrii, tak aby sąsiednie patyczki były prostopadłe lub leżały na jednej prostej (na rysunku przedstawiono dwa przykłady takich łamanych). Ułóż jak najwięcej łamanych spełniających te warunki i każdą z nich narysuj w zeszycie.



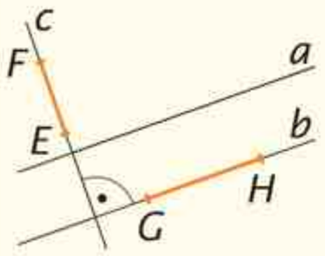


1. Wskaż, który rysunek pasuje do następującego opisu: *Prosta a jest równoległa do prostej b, odcinki EF i GH są prostopadłe.*

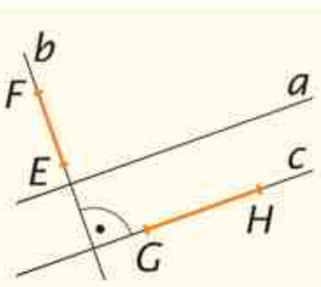
A.



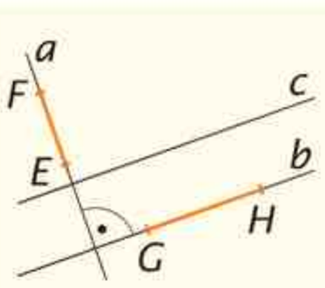
C.



B.



D.



2. Wybierz właściwą odpowiedź.

Od godziny 13:15 do godziny 13:40 wskazówka minutowa obraca się o kąt:

A. półpełny B. rozwarty

Od godziny 14:00 do godziny 17:00 wskazówka godzinowa obraca się o kąt:

C. ostry D. prosty

3. Nie istnieje trójkąt, którego boki mają długości:

A. 3 cm, 3 cm, 4 cm

B. 3 cm, 3 cm, 6 cm

C. 3 cm, 4 cm, 6 cm

D. 4 cm, 4 cm, 6 cm

4. Oceń prawdziwość zdań.

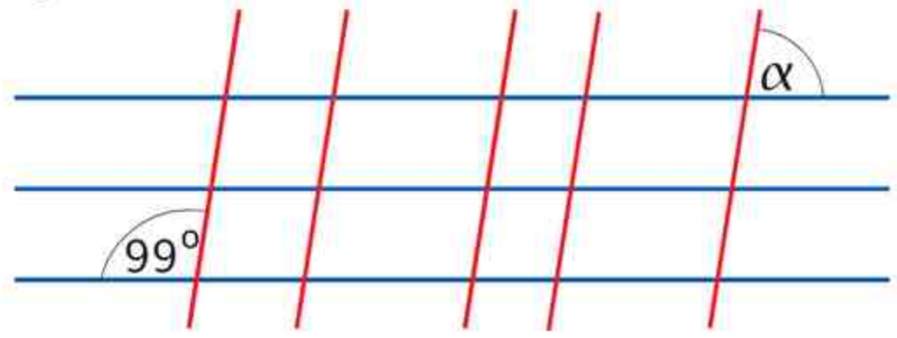
① W każdym równoległoboku przekątne mają równe długości. PRAWDA / FAŁSZ

② W każdym prostokącie przekątne przecinają się w połowie. PRAWDA / FAŁSZ

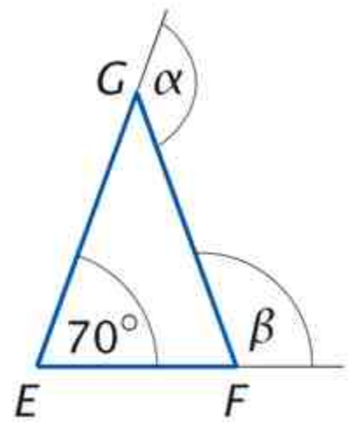
③ Przekątne każdego rombu dzielą go na cztery jednakowe trójkąty prostokątne. PRAWDA / FAŁSZ

④ Każdy prostokąt ma cztery osie symetrii. PRAWDA / FAŁSZ

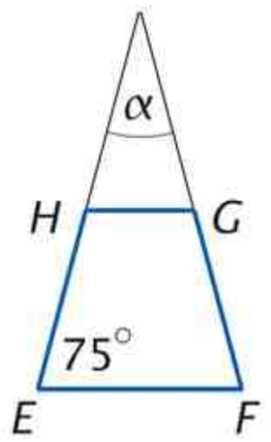
5. Proste narysowane tym samym kolorem są równoległe. Jaką miarę ma kąt α?



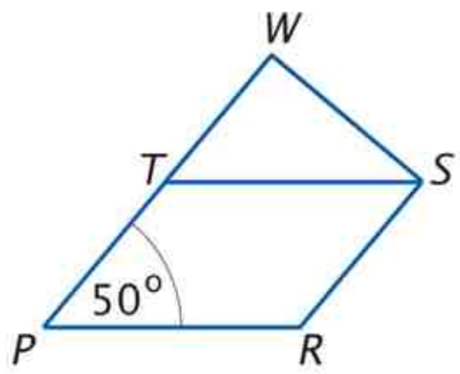
6. Trójkąt *EFG* jest równoramienny. Ile wynosi $\alpha + \beta$?



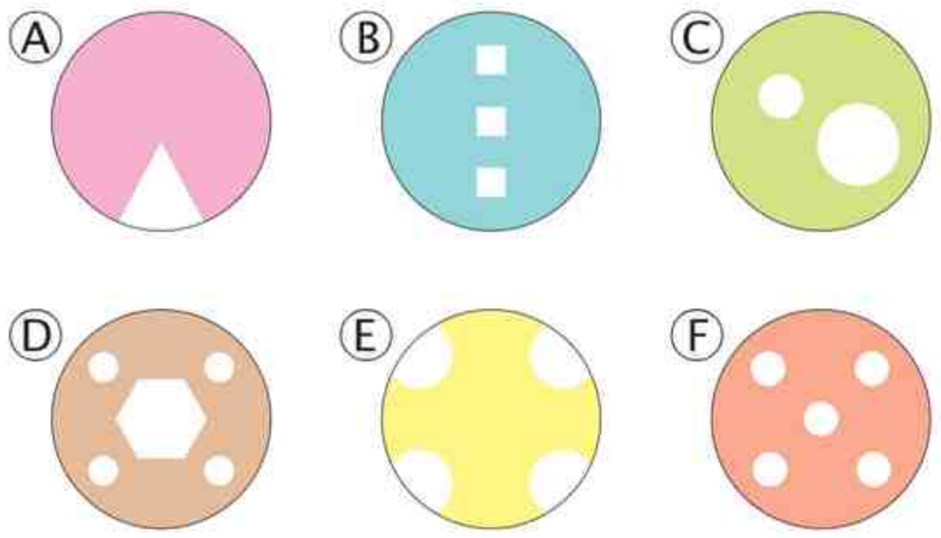
7. Trapez *EFGH* jest równoramienny. Jaką miarę ma kąt α?



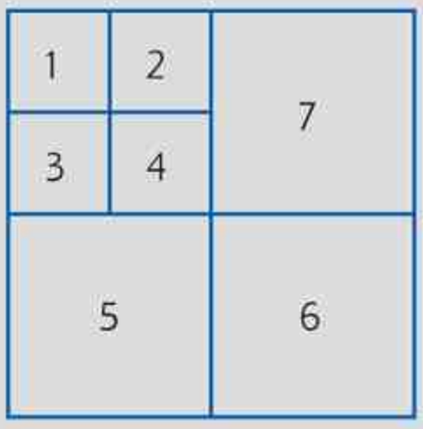
8. Czworokąt *PRST* jest równoległobokiem, a trójkąt *TSW* jest prostokątny. Jaką miarę ma kąt ostry *TSW*? Jakie miary mają kąty czworokąta *PRSW*?



9. Ile osi symetrii mają poniższe figury?



7 Poniżej pokazano podział kwadratu na 7 kwadratów.



Narysuj kwadrat i podziel go na 10 kwadratów.

Narysuj kwadrat i podziel go na 15 kwadratów.

Uwaga. Rysunki wykonuj odręcznie.

8 Polski alfabet zawiera 32 litery:

A Ą B C Ć D E Ę F G H I J K L Ł
M N Ń O Ó P R S Ś T U W Y Z Ź Ż

Mirek wysyła do znajomych SMS-y zakodowane w pewien ustalony przez siebie sposób. Jego imię zakodowane w ten sposób to Ń K Ś F Ł. Odszyfruj następujący SMS Mirka:

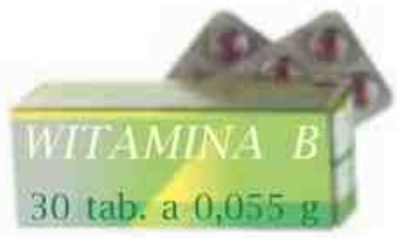
Ułamki dziesiętne

Popatrz na ofertę sklepu Mibo.

1. Które owoce przedstawione w ofercie są najdroższe, a które najtańsze?
2. O ile droższe są powidła śliwkowe od dżemu brzoskwiniowego?
3. Woda mineralna *Niwa* sprzedawana jest w opakowaniach po 10 butelek. Ile złotych kosztuje całe opakowanie?
4. Czy litr wody *Niwa* jest droższy czy tańszy niż litr wody *Kasia*?
5. Ile złotych trzeba zapłacić za 1 kg jabłek i 2 kg bananów?
6. Piotrek miał 10 zł i kupił czekoladę. Ile reszty otrzymał?

Ułóż podobne pytania.

Zapisywanie ułamków dziesiętnych



Liczby 0,5, 2,5, 0,33, 0,055, 1,136 to **ułamki dziesiętne**, czyli inaczej zapisane ułamki o mianownikach 10, 100, 1000 itd. albo liczby mieszane, których część ułamkowa ma mianownik 10, 100, 1000 itd. Przecinek oddziela część całkowitą od części ułamkowej.

$0{,}5 = \frac{5}{10}$ $\quad 2{,}5 = 2\frac{5}{10}$ $\quad 0{,}33 = \frac{33}{100}$ $\quad 0{,}055 = \frac{55}{1000}$ $\quad 1{,}136 = 1\frac{136}{1000}$

Uwaga. W wielu krajach w zapisie ułamka dziesiętnego zamiast przecinka używa się kropki, np. zamiast 2,75 pisze się 2.75. Ułamki dziesiętne wyświetlane w okienkach kalkulatorów też czasem mają kropki zamiast przecinków.

ĆWICZENIE A. Zapisz, używając przecinka:

a) dziewięć dziesiątych,
b) osiemdziesiąt siedem setnych,
c) osiemnaście tysięcznych,
d) cztery i dwie dziesiąte,
e) dziesięć i sześć setnych,
f) dwa i sto pięć tysięcznych.

Jak zapewne pamiętasz, ułamek dziesiętny nie zmienia wartości, gdy po przecinku dopisujemy lub pomijamy końcowe zera.

Na przykład równości $0{,}3 = 0{,}30$ oraz $0{,}30 = 0{,}300$ można uzasadnić w następujący sposób:

$$0{,}30 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

$$0{,}30 = \frac{30}{100} = \frac{300}{1000} = 0{,}300$$

PRZYKŁADY

$0{,}3 = 0{,}30 = 0{,}300$

$1{,}8 = 1{,}80 = 1{,}800$

$20{,}3500 = 20{,}350 = 20{,}35$

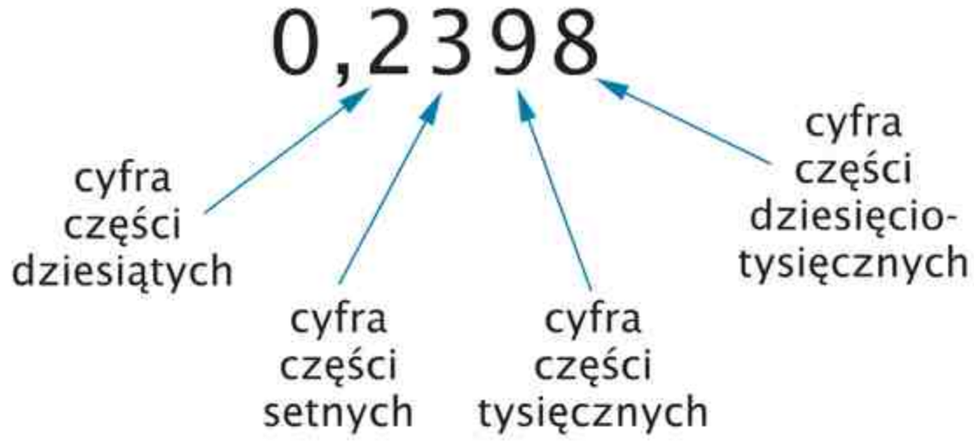
Liczby naturalne możemy też zapisywać, dodając na końcu przecinek i po przecinku jedno lub więcej zer. Na przykład:

$50 = 50{,}00$ $\qquad 6 = 6{,}00$

Popatrz, jak można zapisać liczbę 0,2398:

$$0{,}2398 = \frac{2398}{10\,000} = \frac{2000}{10\,000} + \frac{300}{10\,000} + \frac{90}{10\,000} + \frac{8}{10\,000} = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{8}{10\,000}$$

0,2398 to 2 części dziesiąte, 3 części setne,
9 części tysięcznych i 8 części dziesięciotysięcznych.



Kolejne cyfry po przecinku w zapisie ułamka dziesiętnego oznaczają, z ilu części dziesiątych, z ilu części setnych, z ilu części tysięcznych itd. składa się ten ułamek.

Każdy ułamek dziesiętny można zapisać w postaci ułamka zwykłego, a niektóre utworzone w ten sposób ułamki można potem skrócić.

PRZYKŁADY

$$0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$0{,}55 = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

Ułamek zwykły możemy zamienić na dziesiętny, gdy go rozszerzymy lub skrócimy do ułamka o mianowniku 10, 100, 1000 itd.

PRZYKŁADY

$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$ $\quad$ $\frac{8}{40} = \frac{2}{10} = 0{,}2$ $\quad$ $1\frac{3}{4} = 1\frac{75}{100} = 1{,}75$

$\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0{,}05$ $\quad$ $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$ $\quad$ $1\frac{7}{25} = 1\frac{28}{100} = 1{,}28$

Jednak nie każdy ułamek zwykły można rozszerzyć do ułamka o mianowniku 10, 100, 1000... Na przykład ułamków $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{5}{9}$ nie da się tak rozszerzyć. Więcej na ten temat dowiesz się na stronie 173.

ĆWICZENIE B. Spośród podanych ułamków wypisz pary równych liczb.

$\frac{1}{4}$ $\quad$ $\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$ $\quad$ $\frac{1}{5}$ $\quad$ 0,2 $\quad$ 0,5 $\quad$ 0,25 $\quad$ 0,75

ZADANIA

1. Zapisz każdą z podanych liczb, używając przecinka.

a) $\frac{3}{10}$ $2\frac{7}{10}$ $\frac{81}{100}$ $5\frac{3}{100}$ $\frac{207}{1000}$ $\frac{514}{10000}$ $\frac{85}{10000}$

b) $\frac{11}{10}$ $\frac{58}{10}$ $\frac{401}{100}$ $\frac{829}{100}$ $\frac{1205}{100}$ $\frac{1503}{1000}$ $\frac{42078}{10000}$

2. Zapisz każdą z podanych liczb w postaci ułamka zwykłego lub liczby mieszanej i skróć, jeśli to możliwe.

0,7 1,45 0,241 3,8707 6,06 9,018 0,0004

3. Jakie ułamki dziesiętne zaznaczono na osi liczbowej?

4. Narysuj oś liczbową, przyjmij odpowiednią jednostkę i zaznacz na tej osi podane liczby.

a) 1 0,9 1,3 2,4

b) 0,1 0,05 0,07 0,13 0,2

5. Jaka jest cyfra części stutysięcznych, a jaka — części milionowych liczby 0,123456789?

6. Ziarenko grochu waży pięć stutysięcznych kilograma, a ziarenko maku — pięć dziesięciomilionowych kilograma. Zapisz za pomocą ułamków dziesiętnych, ile ważą te ziarenka.

7. Zapisz podane liczby, pomijając niepotrzebne zera.

0,40 0,030 0,2500 6,00 9,8070 50,70 30,020

8. Jedna z czterech liczb nie jest równa pozostałym. Która?

a) 0,02 0,020 $\frac{2}{100}$ 0,20

b) $\frac{5}{5}$ 5 5,0 $\frac{25}{5}$

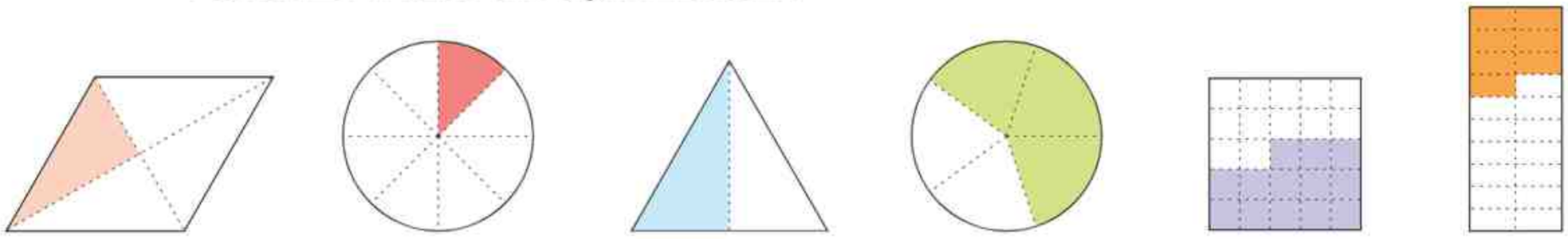
c) $\frac{1}{5}$ 0,2 0,5 0,20

d) $1\frac{3}{4}$ 1,75 1,750 1,075

9. Zapisz w postaci ułamka dziesiętnego.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{7}{20}$ d) $1\frac{1}{4}$ e) $3\frac{3}{25}$ f) $6\frac{1}{8}$

10. Podaj w postaci ułamków dziesiętnych, jakie części figur zacieniowano na rysunkach.



11. Jakie liczby zaznaczono kropkami na osiach liczbowych?

super zagadka

72–74 / 244

Popatrz, co dzieje się z ułamkiem 0,235 po wrzuceniu go do maszynki cyferkowej.

a) Jaką liczbę otrzymamy, jeśli wrzucimy do tej maszynki liczbę 1,345, a jaką — po wrzuceniu liczby 5,104?

b) Do maszynki wrzucono pewną liczbę i otrzymano 0,401. Jaka to mogła być liczba?

c) Maszynka zacięła się po wrzuceniu do niej ułamka 0,043. Dlaczego?

d) Zaprojektuj swoją maszynkę cyferkową.

Porównywanie ułamków dziesiętnych

brunatny 0,45 t

polarny 0,591 t

grizzly 0,528 t

ĆWICZENIE. W pewnym ogrodzie zoologicznym zważono trzy niedźwiedzie: brunatnego, polarnego i grizzly. Który niedźwiedź był najcięższy, a który — najlżejszy?

Ułamki dziesiętne porównujemy w podobny sposób jak liczby naturalne. Aby ustalić, który z dwóch ułamków jest większy, wystarczy porównać odpowiednie cyfry w obu ułamkach. Oto przykłady:

$3{,}45 \;?\; 3{,}29$

Cyfry jedności w obu liczbach są jednakowe, więc porównujemy cyfry części dziesiątych.

$3{,}45 > 3{,}29$

$4 > 2$, więc większa jest liczba 3,45.

$4{,}5 \;?\; 4{,}52$

Cyfry jedności oraz cyfry części dziesiątych w obu liczbach są jednakowe, więc porównujemy cyfry części setnych.

$4{,}50 < 4{,}52$

$0 < 2$, więc większa jest liczba 4,52.

Uwaga. Gdy liczba cyfr po przecinku w porównywanych liczbach nie jest jednakowa, to na końcu możemy dopisać tyle zer, aby w każdej liczbie było tyle samo cyfr po przecinku.

ZADANIA

1. Porównaj liczby.

a) 5,1 i 3,9

b) 4,7 i 4,69

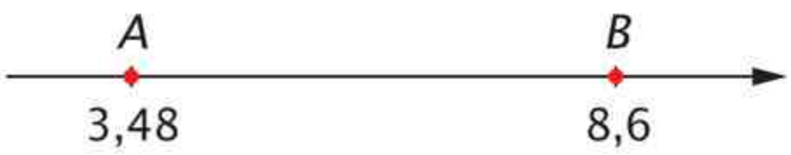
c) 8,23 i 8,235

d) 10,05 i 10,5

e) 4,037 i 4,039

f) 1,3 i 1,284

2. Liczby: 2,5, 4,3, 2,51, 2,67, 4,25 zapisz w kolejności od najmniejszej do największej.



3. Które z poniższych liczb leżą na osi liczbowej między punktami A i B?

3,5 3,49 3,479 8,06 8,59 8,606

4. Która z podanych dwóch liczb jest większa?

a) $1\frac{1}{4}$ czy 1,26

b) $3\frac{1}{5}$ czy 3,3

c) $\frac{1}{3}$ czy 0,3

d) $2\frac{3}{4}$ czy 2,74

e) 2,41 czy $2\frac{2}{5}$

f) 3,125 czy $\frac{13}{4}$

Nazwa	Powierzchnia (km^2)	Masa wody (mld ton)	Głębokość (m)
Dąbie	56,0	0,168	4,2
Gardno	24,7	0,031	2,6
Jamno	22,4	0,032	3,9
Jeziorak	32,2	0,142	12,9
Łebsko	71,4	0,118	6,3
Mamry	102,8	1,010	43,8
Miedwie	35,3	0,682	43,8
Niegocin	26,0	0,258	39,7
Śniardwy	113,4	0,660	23,4
Wigry	21,2	0,337	74,0

5. W tabeli podano informacje o największych jeziorach Polski. Wypisz nazwy tych jezior od największego do najmniejszego pod względem powierzchni. W którym jest najwięcej wody, a w którym — najmniej? Które jeziora są głębsze niż Jeziorak?

6. Podaj nazwę liczby 0,000001 oraz zapisz przykłady liczb od niej mniejszych.

7. Czterej kulturyści urządzili sobie zawody w podnoszeniu ciężarów. Umówili się, że gdy podniosą ten sam ciężar, wygrywa lżejszy zawodnik. Na podstawie tabeli ustal kolejność zawodników w rwaniu, podrzucie oraz dwuboju.

Imię i nazwisko (waga zawodnika)	S. Grot (93,45 kg)	T. Wcisło (93,3 kg)	P. Sztange (90,15 kg)	I. Talkowski (92,6 kg)
RWANIE	177,5 kg	172,5 kg	165 kg	172,5 kg
PODRZUT	205,0 kg	202,5 kg	202,5 kg	215,0 kg
DWUBÓJ	382,5 kg	375,0 kg	367,5 kg	387,5 kg

8. Jakie cyfry kryją się pod kleksami?

$9{,}71 > 9{,}7\square > 9{,}\square 7 > \square{,}57 > 8{,}571$

super zagadka

75–76 / 244

Używając wszystkich czterech cyfr: 0, 1, 4 i 5, zapisz liczbę większą od 0,4 i jednocześnie mniejszą od 1,5. Cyfry nie mogą się powtarzać. Ile takich liczb można utworzyć?

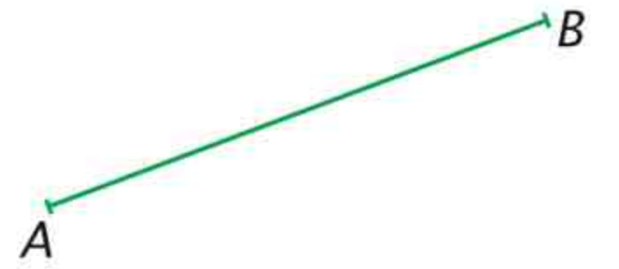
Różne sposoby zapisywania długości i masy

Przypomnij sobie, jakie znasz jednostki długości i jakie są zależności między nimi.

ĆWICZENIE A. Zapisz odpowiedzi na pytania za pomocą ułamków dziesiętnych.

- 1 mm — jaka to część centymetra?
  7 mm — jaka to część centymetra?
- 1 m — jaka to część kilometra?
  75 m — jaka to część kilometra?
- 1 cm — jaka to część metra?
  9 cm — jaka to część metra?
- 1 dm — jaka to część metra?
  5 dm — jaka to część metra?

ĆWICZENIE B. Zmierz odcinek AB i wyraź jego długość na dwa różne sposoby: w centymetrach i milimetrach oraz w centymetrach.



$|AB| = 3\text{ cm } ?\text{ mm} = ?\text{ cm}$

Długość tego samego odcinka można zapisać za pomocą różnych jednostek. Często korzystamy przy tym z ułamków dziesiętnych.

PRZYKŁADY

1 cm = 10 mm, więc 1 mm = 0,1 cm

3 mm = 0,3 cm

4 cm 3 mm = 4,3 cm

1 m = 100 cm, więc 1 cm = 0,01 m

7 cm = 0,07 m

8 m 7 cm = 8,07 m

1 dm = 10 cm, więc 1 cm = 0,1 dm

8 cm = 0,8 dm

1 dm 8 cm = 1,8 dm

1 km = 1000 m, więc 1 m = 0,001 km

5 m = 0,005 km

6 km 5 m = 6,005 km

ĆWICZENIE C. Odpowiedz, używając ułamków dziesiętnych.

- 9 dag — jaka to część kilograma?
- 11 g — jaka to część dekagrama?
- 547 kg — jaka to część tony?
- 3 g — jaka to część kilograma?

Korzystając z ułamków dziesiętnych, możemy w różny sposób zapisywać także masy przedmiotów.

PRZYKŁADY

1 dag = 10 g, więc 1 g = 0,1 dag

9 g = 0,9 dag

8 dag 9 g = 8,9 dag

1 kg = 1000 g, więc 1 g = 0,001 kg

7 g = 0,007 kg

30 kg 7 g = 30,007 kg

1 kg = 100 dag, więc 1 dag = 0,01 kg

15 dag = 0,15 kg

2 kg 15 dag = 2,15 kg

1 t = 1000 kg, więc 1 kg = 0,001 t

95 kg = 0,095 t

6 t 95 kg = 6,095 t

ĆWICZENIE D. Podane wielkości zapisz w postaci wyrażeń dwumianowanych.

a) 5,16 m = ? m ? cm b) 10,08 kg = ? kg ? dag c) 6,051 t = ? t ? kg

2,30 m = ? m ? cm 6,20 kg = ? kg ? dag 1,300 t = ? t ? kg

4,7 m = ? m ? cm 8,5 kg = ? kg ? dag 2,08 t = ? t ? kg

ZADANIA

1. Ile masz centymetrów wzrostu? Ile to decymetrów? Ile to metrów?

2. Wyraź podane wielkości we wskazanej jednostce.

a) cm 6 mm 2 cm 1 mm 5 cm 7 mm 38 mm

b) m 6 cm 28 cm 4 m 7 cm 20 m 35 cm

c) dm 9 cm 15 cm 6 dm 3 cm 10 dm 2 cm

d) km 7 m 43 m 1 km 500 m 6 km 207 m

e) dag 3 g 89 g 4 dag 5 g 11 dag 6 g

f) kg 8 dag 510 g 8 kg 3 dag 2 kg 300 g

g) t 7 kg 205 kg 4 t 306 kg 50 t 725 kg

3. Zapisz w postaci wyrażeń dwumianowanych.

a) 4,21 m 10,05 m 1,4 m

b) 21,067 t 10,5 t 6,07 t

c) 1,106 km 7,25 km 8,6 km

d) 1,42 kg 6,007 kg 5,3 kg

4. Porównaj podane wielkości.

a) 0,7 t i 70 kg

b) 0,9 m i 9 dm

c) 0,5 kg i 53 g

d) 0,04 m i 39 cm

e) 580 mm i 6,2 cm

f) 1250 mm i 12,5 m

g) 63 cm i 6,4 dm

h) 5,2 kg i 5 kg 2 g

i) 3,02 t i 3 t 20 kg

5. Który kufer jest najlżejszy, a który — najcięższy?

I — wysokość latarni morskiej	*a* — 0,9 m
II — długość ołówka	*b* — 0,51 km
III — szerokość stołu	*c* — 270 cm
IV — wysokość pokoju	*d* — 0,035 m
V — długość igły	*e* — 0,03 km
VI — długość molo w Sopocie	*f* — 1,4 dm

6. Przyjrzyj się zapisom w ramce. Do wielkości ponumerowanych cyframi rzymskimi dopasuj odpowiednie wielkości oznaczone literami.

7. Jakie liczby należy wpisać w miejscu znaków zapytania?

1 mm = ? cm = ? dm = ? m = ? km 1 g = ? dag = ? kg = ? t

8. a) Masę 3 t 20 g wyraź w gramach oraz w tonach.

b) Długość 2 km 50 cm wyraź w centymetrach oraz w kilometrach.

c) Masę 10 t 10 kg wyraź w kilogramach oraz w tonach.

super zagadka

77–78 / 244

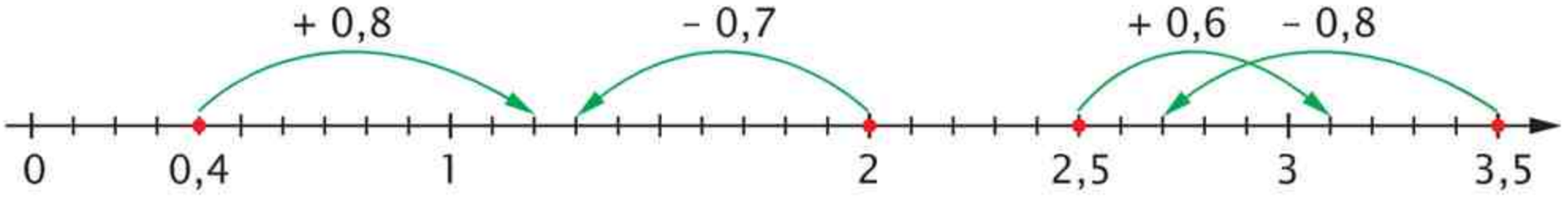
Każdą z podanych wielkości zapisz w postaci wyrażenia dwumianowanego na trzy sposoby.

2000,52 kg 15000,41 m 3000,2 km

Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych

ĆWICZENIE A. Oblicz sumy i różnice liczb. Możesz skorzystać z rysunku.

$0{,}4 + 0{,}8$ $\quad$ $2 - 0{,}7$ $\quad$ $2{,}5 + 0{,}6$ $\quad$ $3{,}5 - 0{,}8$



ĆWICZENIE B. Oblicz w pamięci.

a) $1{,}2 + 0{,}7$	$2{,}2 + 0{,}8$	$2{,}4 + 1{,}3$	$3{,}5 + 0{,}7$	$2{,}5 + 4{,}5$
b) $0{,}9 - 0{,}5$	$2{,}3 - 0{,}1$	$5{,}6 - 4$	$4{,}5 - 1{,}4$	$7{,}9 - 3{,}9$
c) $1 - 0{,}2$	$5 - 0{,}7$	$8 - 7{,}8$	$6 - 4{,}5$	$10 - 8{,}2$

Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych możemy wykonywać w pamięci. Często jest to jednak zbyt trudne. Pomagamy sobie wtedy, stosując rachunki pisemne.

sklep Kleks

długopis	3,25
piórnik	14,50
razem	

sklep Kleks

farbki	10,72
blok techn.	5,45
razem	

ĆWICZENIE C. Przyjrzyj się fragmentom rachunków. Ile złotych zapłacono w sklepie *Kleks* za długopis i piórnik, a ile — za farbki i blok techniczny?

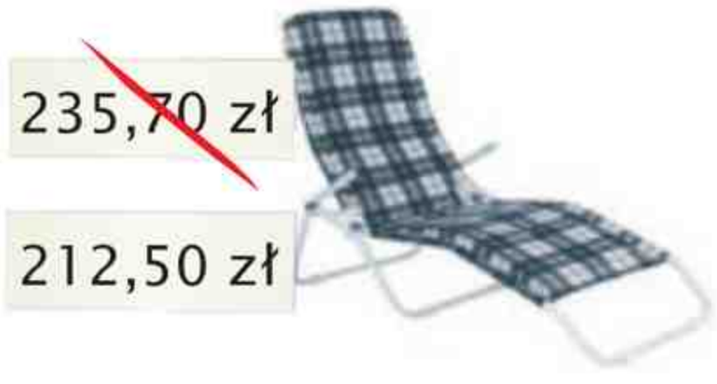
Gdy obliczamy sposobem pisemnym sumę ułamków dziesiętnych, podpisujemy przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd., a następnie postępujemy tak, jak przy dodawaniu liczb naturalnych.

Jeśli w dodawanych liczbach ilość cyfr po przecinku nie jest taka sama, możemy dopisać zera.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 2{,}80 \\ +\ 7{,}93 \\ \hline 10{,}73 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5{,}438 \\ +\ 6{,}700 \\ \hline 12{,}138 \end{array}$$

ĆWICZENIE D. O ile złotych obniżono cenę leżaka, a o ile — cenę namiotu?



Obliczając sposobem pisemnym różnicę ułamków dziesiętnych, podpisujemy przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd., a następnie postępujemy tak, jak przy odejmowaniu liczb naturalnych.

Jeśli w odjemnej i odjemniku ilość cyfr po przecinku nie jest taka sama, możemy dopisać zera.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 6{,}543 \\ -\ 0{,}850 \\ \hline 5{,}693 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5{,}100 \\ -\ 1{,}236 \\ \hline 3{,}864 \end{array}$$

ZADANIA

1. Oblicz w pamięci.

a) $0{,}3 + 0{,}5$	b) $0{,}5 + 0{,}6$	c) $4{,}8 - 1{,}2$	d) $1{,}2 - 0{,}3$
$7{,}4 + 0{,}6$	$1{,}7 + 4{,}3$	$1 - 0{,}3$	$5{,}5 - 0{,}8$
$1{,}2 + 2{,}6$	$2{,}5 + 0{,}7$	$3 - 0{,}1$	$6{,}3 - 2{,}4$

2. a) Do każdej z liczb dodaj 1,4. Postaraj się liczyć w pamięci.

1,3 5,5 7,6 0,7 10,9 6,8

b) Od każdej z liczb odejmij 0,6. Postaraj się liczyć w pamięci.

5 2,8 8,7 7,5 10,1 9,2

3. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $4{,}72 + 2{,}19$	d) $8{,}2 - 2{,}58$	g) $40{,}52 + 6{,}998$
b) $8{,}38 + 5{,}63$	e) $20 - 0{,}124$	h) $14{,}32 - 6{,}975$
c) $5{,}27 - 3{,}45$	f) $75 - 16{,}24$	i) $125{,}47 - 19{,}358$

4. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik?

a) ☐ + 3,428 = 12,032

b) ☐ – 5,72 = 8,69

c) ☐ – 2,306 = 18,947

d) 8,481 + ☐ = 13,1

5. Oblicz.

a) 6,27 + 4,8 + 19,653

b) 4,708 + 19,2 – 8,795

c) 7,23 + 4,575 – (8,3 – 4,564)

d) 200 – (183 – 15,37)

azot	2,09 kg	siarka	0,11 kg
chlor	0,51 kg	sód	0,05 kg
fluor	0,02 kg	tlen	41,91 kg
fosfor	0,64 kg	wapń	1,27 kg
magnez	0,01 kg	węgiel	14,33 kg
potas	0,15 kg	wodór	6,62 kg

6. Obok podano, ile średnio kilogramów poszczególnych pierwiastków znajduje się w ciele człowieka ważącego około 70 kg. Wymień trzy, których jest najwięcej, i oblicz, ile razem ważą.

7. W lutym 1998 roku w Gdańsku urodziły się czworaczki. Patryk ważył 2,13 kg, Adrianna — 2,16 kg, Michał — 2,53 kg, a Klaudia — 1,76 kg. Ile razem ważyły te niemowlęta?

8. Ela miała 56 zł. Kupiła w sklepie papierniczym piórnik za 34,45 zł, a potem w lodziarni zjadła lody waniliowe. Zostało jej 15 zł i 5 gr. Ile kosztowały lody?

9. Trzej panowie złowili po sumie. Sum pana Mariana był o 3,56 kg lżejszy od suma pana Romana, a sum pana Romana był o 6,75 kg cięższy od suma pana Jana. Sumowi pana Jana do pełnych 50 kg brakowało 0,75 kg. Ile w sumie ważyły te sumy?

super zagadka

79–85 / 244–245

Pod każdym z kleksów jest znak + lub –. Jakie znaki kryją się pod kleksami?

14,25 ● 1,83 ● 1,45 ● 1,356 = 12,326

Mnożenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000...

Ile złotych trzeba zapłacić za 10 kg ziemniaków w cenie hurtowej? Ile kosztuje 10 kg ziemniaków w cenie detalicznej? Zosia i Basia rozwiązywały to zadanie dwoma różnymi sposobami.

Zosia skorzystała z wyrażeń dwumianowanych:

$$10 \cdot 0{,}95\ zł = 10 \cdot 95\ gr = 950\ gr = 9{,}50\ zł$$

$$10 \cdot 2{,}45\ zł = 10 \cdot 2\ zł + 10 \cdot 45\ gr = 20\ zł + 450\ gr = 24{,}50\ zł$$

Basia zamieniła liczby 0,95 i 2,45 na ułamki zwykłe:

$$10 \cdot 0{,}95 = 10 \cdot \frac{95}{100} = \frac{950}{100} = 9\frac{50}{100} = 9{,}5$$

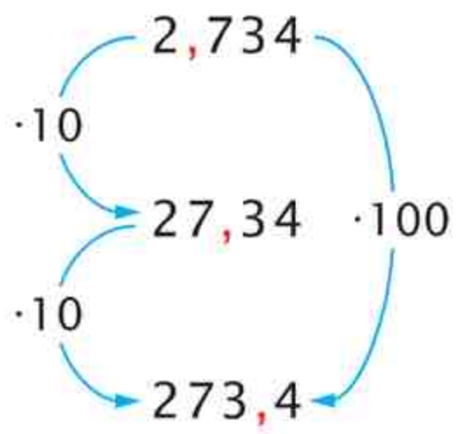
$$10 \cdot 2{,}45 = 10 \cdot 2\frac{45}{100} = 10 \cdot \frac{245}{100} = \frac{2450}{100} = 24\frac{50}{100} = 24{,}5$$

Porównaj położenie przecinka w liczbach 0,95 i $10 \cdot 0{,}95$ oraz w liczbach 2,45 i $10 \cdot 2{,}45$.

Przy mnożeniu ułamka dziesiętnego przez 10 przesuwamy przecinek o jedno miejsce w prawo.

$10 \cdot 0{,}50\ zł = 5{,}0\ zł$

$10 \cdot 0{,}02\ zł = 0{,}2\ zł$



Wiadomo, że zamiast mnożyć przez 100, można najpierw pomnożyć przez 10 i otrzymany wynik pomnożyć jeszcze raz przez 10. W takim razie, mnożąc przez 100, przesuwamy przecinek o 2 miejsca w prawo.

Gdy w wyniku mnożenia otrzymujemy liczbę naturalną, zwykle zapisujemy ją, nie używając przecinka. Czasem, gdy wykonujemy mnożenie przez 10, 100 lub 1000 itd., musimy dopisać odpowiednią liczbę zer z prawej strony.

Łatwiej jest ustalić położenie przecinka w wyniku mnożenia, gdy rysujemy odpowiednie łuczki, jak w przykładach poniżej.

PRZYKŁADY

$5{,}27 \cdot 10 = 52{,}7$ — Mnożąc ułamek dziesiętny przez 10, przesuwamy przecinek o 1 miejsce w prawo.

$0{,}3 \cdot 10 = 3$

$0{,}453 \cdot 100 = 45{,}3$ — Mnożąc ułamek dziesiętny przez 100, przesuwamy przecinek o 2 miejsca w prawo.

$3{,}4 \cdot 100 = 340$

$0{,}243 \cdot 1000 = 243$ — Mnożąc ułamek dziesiętny przez 1000, przesuwamy przecinek o 3 miejsca w prawo.

$5{,}43 \cdot 1000 = 5430$

ĆWICZENIE. Jak zmienia się położenie przecinka przy mnożeniu ułamka dziesiętnego przez 10000, przez 100000 i przez 1000000?

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $10 \cdot 4{,}31$, $0{,}061 \cdot 100$, $0{,}6 \cdot 1000$

b) $5{,}6 \cdot 100$, $1{,}36 \cdot 1000$, $0{,}02 \cdot 1000$

c) $1000 \cdot 0{,}2$, $0{,}7 \cdot 100$, $1000 \cdot 1{,}6$

d) $10^2 \cdot 1{,}34$, $2{,}8 \cdot 10^3$, $10^3 \cdot 0{,}06$

2. Zapisz podaną wielkość, nie używając przecinka.

a) 4,5 tys. zł

b) 13,5 tys. osób

c) 2,4 mln ton

d) 8,2 mln ton

e) 2,5 mld osób

f) 0,5 mld euro

3. Siedemdziesiąt sześć setnych masy ziemniaka stanowi woda. Ile kilogramów wody jest w 100 kg ziemniaków?

4. Państwo Kowalscy kupili na rynku 10 kg cebuli po 4,57 zł za 1 kg. Przechodząc obok sklepu, zauważyli, że 1 kg cebuli kosztuje tam 4,85 zł. O ile mniej zapłacili za cebulę, kupując ją na rynku, a nie — w sklepie?

5. Kozia Góra niedaleko Bielska-Białej ma 0,686 km wysokości nad poziomem morza, a Łysa Góra koło Żerkowa ma 0,161 km wysokości nad poziomem morza. Wysokość szczytu Makalu w Himalajach jest dziesięć razy większa niż suma wysokości Koziej Góry i Łysej Góry. Jaką wysokość ma szczyt Makalu?

Ciekawostka

Odległości na morzu mierzy się w milach morskich. 1 mila morska to 1,852 km.
Prędkość statków określa się w węzłach. Mówimy, że statek płynie z prędkością 5 węzłów, gdy w ciągu godziny przepływa 5 mil morskich.

6. Przeczytaj ciekawostkę.

a) 100 mil morskich — ile to kilometrów?

b) Ile kilometrów przebywa w ciągu godziny statek płynący z prędkością 10 węzłów?

7. Ile kilogramów kawy jest w 100 opakowaniach kawy Lignano?

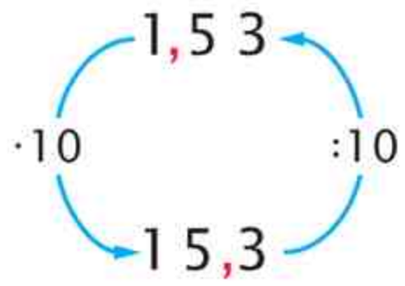
super zagadka

Szybki ślimak porusza się z prędkością 0,007 km/h (kilometra na godzinę). Czy po 10 godzinach wędrówki pokona odległość 100 m?

86–88 / 245

Dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000...

ĆWICZENIE A. Jak myślisz, co należy zrobić, aby znaleźć liczbę 10 razy mniejszą od danego ułamka dziesiętnego?



Gdy dzielimy ułamek dziesiętny przez 10, 100, 1000 itd., wystarczy odpowiednio przesunąć przecinek w lewo. Gdy wykonujemy takie dzielenie, trzeba czasem dopisać pewną ilość zer z lewej strony.

Ustalenie wyniku dzielenia jest łatwiejsze, gdy dorysujemy odpowiednie łuczki — jak w przykładach poniżej.

PRZYKŁADY

$4{,}25 : 10 = 0{,}425$

$0{,}31 : 10 = 0{,}031$

Dzieląc ułamek dziesiętny przez 10, przesuwamy przecinek o 1 miejsce w lewo.

$538{,}2 : 100 = 5{,}382$

$29{,}6 : 100 = 0{,}296$

Dzieląc ułamek dziesiętny przez 100, przesuwamy przecinek o 2 miejsca w lewo.

$357 : 1000 = 0{,}357$

$42{,}2 : 1000 = 0{,}0422$

Dzieląc ułamek dziesiętny przez 1000, przesuwamy przecinek o 3 miejsca w lewo.

ĆWICZENIE B. Jak zmienia się położenie przecinka przy dzieleniu ułamka dziesiętnego przez milion?

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $21{,}24 : 10$, $5{,}82 : 10$, $0{,}81 : 10$

b) $12{,}3 : 100$, $26 : 100$, $0{,}06 : 100$

c) $2{,}01 : 1000$, $42 : 1000$, $0{,}6 : 1000$

d) $6{,}2 : 10^2$, $0{,}7 : 10^3$, $2{,}5 : 10^3$

$\frac{275}{100} = 275 : 100$

2. Zapisz, używając przecinka.

$\frac{275}{10}$ $\frac{3075}{10}$ $\frac{1347}{100}$ $\frac{257\,082}{1000}$ $\frac{3\,700\,500}{10\,000}$

3. Sto spinaczy biurowych waży 0,035 kg. Ile kilogramów waży dziesięć spinaczy, a ile — jeden spinacz? Ile to dekagramów?

4. Pan Jan przejechał samochodem 1000 km i zużył 79 litrów benzyny. Ile litrów benzyny spalał jego samochód na 100 km?

5. Paulina i Karol planują zaprosić gości na swój ślub i zamówili 100 zaproszeń oraz tyle samo kopert. Zapłacili 470 zł. Koperty były po 7,50 zł za 10 sztuk. Ile kosztowało jedno zaproszenie?

6. Poniżej podano ceny, jakie obowiązywały w kantorze TEX pewnego dnia w 2023 roku.

KANTOR TEX

SKUP		SPRZEDAŻ
436,80 zł	100 dolarów amerykańskich	442,80 zł
462,00 zł	100 euro	468,00 zł
526,00 zł	100 funtów brytyjskich	534,00 zł

a) Ile złotych otrzymał klient, który sprzedał 1000 dolarów? Ile złotych trzeba było zapłacić, kupując 1000 dolarów?

b) Ile złotych trzeba było zapłacić za 10 euro, a ile — za 1 funta? Ile złotych płacił właściciel kantoru za 1 euro?

7. Jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki?

a) 5,042 m = ☐ cm b) 0,0023 km = ☐ m c) 21,06 dag = ☐ g

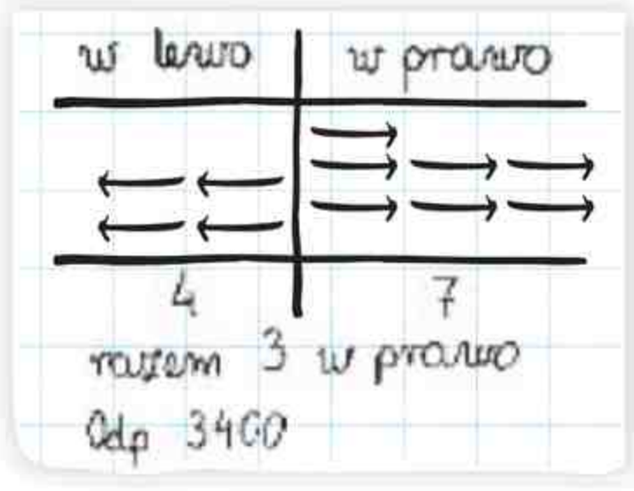
145,8 cm = ☐ m 0,7 m = ☐ km 40,7 g = ☐ dag

8. Obok pokazano, jak Piotr obliczył wartość wyrażenia:

$3{,}4 \cdot 10 \cdot 1000 : 100 \cdot 1000 : 100$

Czy wiesz, na czym polega jego sposób? Oblicz sposobem Piotra:

$12{,}63 \cdot 1000 : 100 \cdot 10 \cdot 1000 : 10000$



super zagadka

89–91 / 245–246

$3 : 10 + 3 : 10 + 3 : 100$

Jaką liczbę przedstawia wyrażenie w ramce? Używając liczb: 3, 10, 100 oraz znaków dodawania, mnożenia lub dzielenia, zapisz wyrażenia równe liczbom: 0,33, 60,3, 600,963.

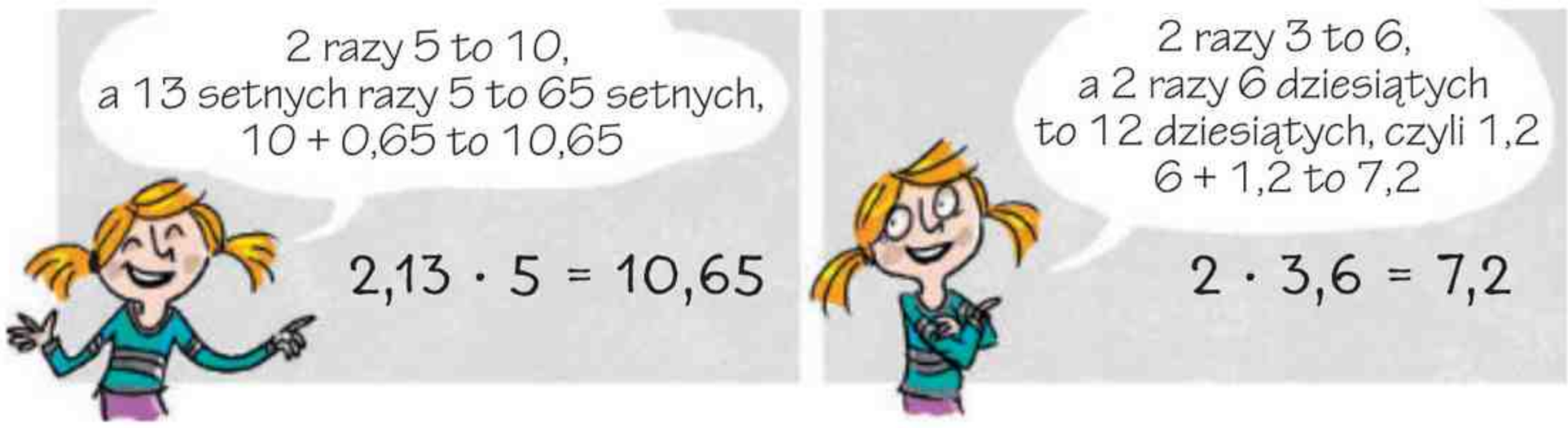
Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne

Wiesz już, jak mnożymy ułamki dziesiętne przez 10, 100, 1000... Pokażemy teraz, jak się mnoży ułamki dziesiętne przez inne liczby naturalne.

ĆWICZENIE A. Oblicz. Spróbuj opowiedzieć, w jaki sposób wykonujesz rachunki.

a) $3 \cdot 0{,}3$ b) $7 \cdot 0{,}2$ c) $0{,}8 \cdot 2$ d) $5{,}1 \cdot 6$

ĆWICZENIE B. Popatrz, jak Basia mnoży ułamki dziesiętne przez liczby naturalne.



Oblicz sposobem Basi iloczyny:

a) $3 \cdot 4{,}12$ b) $4 \cdot 2{,}102$ c) $3 \cdot 2{,}7$ d) $4 \cdot 5{,}3$

ĆWICZENIE C. a) Popatrz na tabelę. Wpisano w niej wyniki mnożenia przez 2, 6 i 17 liczby 124 oraz liczby od niej 10 razy mniejszej i 100 razy mniejszej. Co można zauważyć?

•	2	6	17
124	248	744	2108
12,4	24,8	74,4	210,8
1,24	2,48	7,44	21,08

b) Jak myślisz, jakie są wyniki mnożenia liczby 0,124 przez 2, 6 i 17?

Mnożąc ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną, wykonujemy działania tak jak na liczbach naturalnych, a w wyniku oddzielamy przecinkiem tyle cyfr (licząc od prawej strony), ile cyfr było po przecinku w ułamku dziesiętnym. Działania można wykonać w pamięci lub sposobem pisemnym.

PRZYKŁADY

$2{,}7 \cdot 4 = 10{,}8$

1 cyfra po przecinku — 1 cyfra po przecinku

$27 \cdot 4$ to 108. Zapisujemy 108 i oddzielamy przecinkiem jedną cyfrę.

$0{,}15 \cdot 6 = 0{,}90$

2 cyfry po przecinku — 2 cyfry po przecinku

$15 \cdot 6$ to 90. Zapisujemy 90 i oddzielamy przecinkiem dwie cyfry (dopisujemy zero).

$$\begin{array}{r} 6{,}454 \\ \cdot\quad 250 \\ \hline 32270 \\ 12908 \\ \hline 1613{,}500 \end{array}$$

3 cyfry po przecinku

3 cyfry po przecinku

Wykonujemy mnożenie jak na liczbach naturalnych i oddzielamy przecinkiem trzy cyfry.

ĆWICZENIE D. a) Korzystając z równości:

$$327 \cdot 14 = 4578,$$

podaj wyniki działań:

$$32{,}7 \cdot 14$$
$$3{,}27 \cdot 14$$
$$0{,}327 \cdot 14$$

b) Oblicz sposobem pisemnym $142 \cdot 13$, a potem podaj wyniki następujących działań:

$$1{,}42 \cdot 13$$
$$142 \cdot 0{,}13$$
$$0{,}142 \cdot 13$$

ZADANIA

1. Podaj wyniki mnożenia liczb z ramki przez 2, przez 3, przez 4, przez 5 i przez 6.

0,5 1,5 2,5

2. Dla każdej z podanych poniżej liczb znajdź liczbę 2 razy oraz 20 razy od niej większą.

0,3 0,7 1,2 3,4 0,09 2,06 1,03

3. Oblicz.

a) $5 \cdot 0{,}9$
b) $0{,}4 \cdot 3$
c) $0{,}7 \cdot 11$
d) $3 \cdot 1{,}2$
e) $0{,}13 \cdot 5$
f) $0{,}2 \cdot 104$
g) $6 \cdot 0{,}08$
h) $2{,}05 \cdot 4$

4. Korzystając z równości zapisanej w ramce, oblicz podane iloczyny.

$213 \cdot 47 = 10\,011$

a) $0{,}0213 \cdot 47$
$4{,}7 \cdot 213$
$470 \cdot 21{,}3$

$2514 \cdot 36 = 90\,504$

b) $36 \cdot 2{,}514$
$0{,}036 \cdot 2514$
$3600 \cdot 0{,}2514$

$1{,}3 \cdot 432 = 561{,}6$

c) $13 \cdot 4{,}32$
$130 \cdot 0{,}432$
$0{,}13 \cdot 4320$

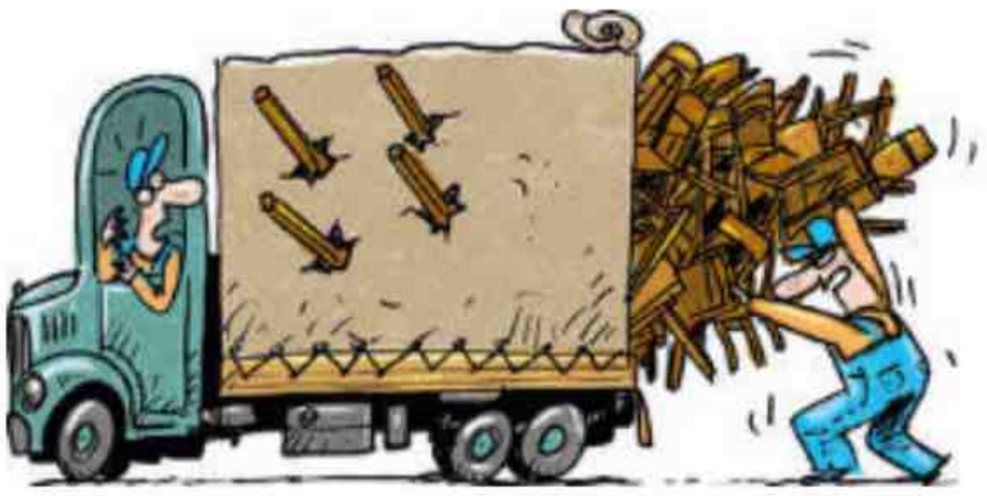
5. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $3{,}17 \cdot 6$ c) $40{,}678 \cdot 9$ e) $21{,}43 \cdot 60$ g) $5{,}36 \cdot 4 \cdot 7$

b) $8 \cdot 2{,}59$ d) $18{,}05 \cdot 12$ f) $400 \cdot 0{,}39$ h) $6 \cdot 8{,}37 \cdot 50$

6. Przeczytaj informację obok. Oblicz, ile centymetrów ma przekątna ekranu telewizora 28-calowego, a ile — 42-calowego (1 cal = 2,54 cm).

7. Właściciel pensjonatu skorzystał z niskich cen na wyprzedaży w sklepie Puch-puch. Kupił 27 kołder i 80 poduszek. Ile zapłacił za te zakupy?



8. Do ciężarówki, która ważyła 3,5 t, załadowano 17 stołów i 4 razy więcej krzeseł. Krzesło waży 3,75 kg, a stół jest 3 razy cięższy. Ile waży załadowana ciężarówka?

super zagadka

Na giełdzie warzywnej można kupić ziemniaki i marchew w workach po 3 kg lub po 15 kg.

Pan Karot kupił na giełdzie łącznie 24 kg tych warzyw, przy czym ziemniaków kupił więcej niż marchwi. Zapłacił 30,90 zł. Ile worków ziemniaków, a ile — marchwi kupił pan Karot?

Mnożenie ułamków dziesiętnych

ĆWICZENIE A. Zamień każdą z podanych liczb na ułamek zwykły i wykonaj mnożenie. Otrzymany wynik zapisz w postaci dziesiętnej.

a) $0{,}2 \cdot 0{,}3$ b) $0{,}1 \cdot 0{,}1$ c) $0{,}04 \cdot 0{,}2$ d) $0{,}09 \cdot 0{,}08$

Dla każdego z tych iloczynów ustal, ile cyfr po przecinku występuje w otrzymanym wyniku, a ile — w obu czynnikach.

Obok zapisano wyniki kilku działań. Można zauważyć, że gdy dodamy ilość cyfr po przecinku występujących w obu czynnikach, to otrzymamy ilość cyfr po przecinku w wyniku mnożenia.

$$0{,}6 \cdot 2{,}1 = 1{,}26$$

$$0{,}6 \cdot 0{,}21 = 0{,}126$$

$$0{,}06 \cdot 2{,}1 = 0{,}126$$

Mnożąc dwa ułamki dziesiętne, wykonujemy działania tak jak na liczbach naturalnych, a w otrzymanym wyniku oddzielamy przecinkiem (od prawej strony) tyle cyfr, ile łącznie cyfr po przecinku było w obu czynnikach.

PRZYKŁADY

$0{,}06 \cdot 0{,}2 = 0{,}012$

2 cyfry po przecinku; 1 cyfra po przecinku; 3 cyfry po przecinku

$6 \cdot 2$ to 12. Zapisujemy 12 i oddzielamy przecinkiem 3 cyfry (dopisujemy zera).

$$\begin{array}{r} 0{,}127 \\ \cdot\ \ 6{,}08 \\ \hline 1016 \\ +762 \\ \hline 0{,}77216 \end{array}$$

3 cyfry po przecinku; 2 cyfry po przecinku; 5 cyfr po przecinku

Mnożenie wykonujemy jak na liczbach naturalnych i oddzielamy przecinkiem 5 cyfr.

ĆWICZENIE B. Korzystając z równości:

$$9 \cdot 86 = 774,$$

oblicz iloczyny:

$0{,}9 \cdot 8{,}6$

$0{,}9 \cdot 0{,}86$

$0{,}09 \cdot 8{,}6$

$0{,}09 \cdot 0{,}086$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $1{,}3 \cdot 0{,}2$

b) $0{,}7 \cdot 0{,}5$

c) $10{,}4 \cdot 0{,}2$

d) $0{,}03 \cdot 0{,}08$

e) $1{,}3 \cdot 0{,}04$

f) $0{,}11 \cdot 0{,}006$

g) $1{,}5 \cdot 0{,}4$

h) $3{,}25 \cdot 0{,}2$

i) $0{,}75 \cdot 0{,}02$

2. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $3{,}92 \cdot 0{,}6$ c) $5{,}31 \cdot 0{,}29$ e) $(0{,}12)^2$ g) $0{,}2 \cdot 4{,}9 \cdot 6{,}7$

b) $0{,}75 \cdot 0{,}8$ d) $2{,}043 \cdot 18{,}05$ f) $(2{,}5)^3$ h) $0{,}07 \cdot 6{,}8 \cdot 2{,}03$

3. Dla każdej z liczb zapisanych w ramce znajdź liczbę półtora raza od niej większą.

10,1	3,42	18,906

4. Przypomnij sobie, jakie działanie wykonujemy, gdy obliczamy ułamek danej liczby. Oblicz:

a) 0,8 liczby 45, b) 0,5 liczby 2,5, c) 0,75 liczby 6,21.

5. Pani Ania kupiła pomarańcze, banany i gruszki. Pomarańcze ważyły 0,6 kg, banany — 1,25 kg, a gruszki — 0,4 kg. Ile złotych zapłaciła pani Ania za owoce?

6. Samochód pana Wojtka spala 8,7 litra na 100 km, a litr benzyny kosztuje 6,68 zł. Ile pan Wojtek musi wydać na benzynę, aby przejechać 2000 km?

7. Oblicz.

a) $1{,}7 \cdot 0{,}2 + 5{,}2$ b) $84 - 3{,}2 \cdot 0{,}03$ c) $2{,}48 \cdot (8{,}41 - 5{,}8)$

8. Maciek kupił 15 dag chałwy po 42,80 zł za kilogram i 0,5 kg orzechów w czekoladzie po 4,80 zł za 100 g. Z banknotu pięćdziesięciozłotowego otrzymał resztę. Czy za tę resztę może jeszcze kupić bombonierkę za 19,60 zł?

super zagadka

92–96 / 246

Zastąp kwadraciki znakami dodawania lub mnożenia tak, aby otrzymać jak największą liczbę. Jaka to liczba?

0,93 ■ 4,72 ■ 3,25 ■ 0,38

Dzielenie ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne

ĆWICZENIE. Zgadnij, jakie są wyniki dzielenia. Sprawdź swoje przypuszczenia za pomocą mnożenia.

a) $0{,}8 : 4$ b) $1{,}6 : 2$ c) $1{,}5 : 3$ d) $3{,}5 : 5$ e) $14{,}8 : 2$

Niektóre ilorazy ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne można obliczyć w pamięci. Gdy nie jesteśmy pewni wyniku, możemy jego poprawność sprawdzić za pomocą mnożenia.

PRZYKŁADY

$8{,}5 : 2 = 4{,}25$

$8:2 + 0{,}5:2$

Sprawdzenie:

$4{,}25 \cdot 2 = 8{,}5$

$4{,}5 : 2 = 2{,}25$

$4:2 + 0{,}5:2$

Sprawdzenie:

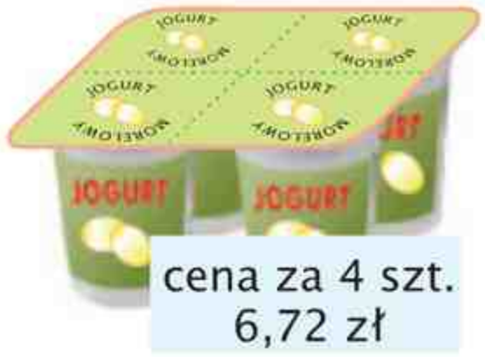
$2{,}25 \cdot 2 = 4{,}5$

$7{,}5 : 3 = 2{,}5$

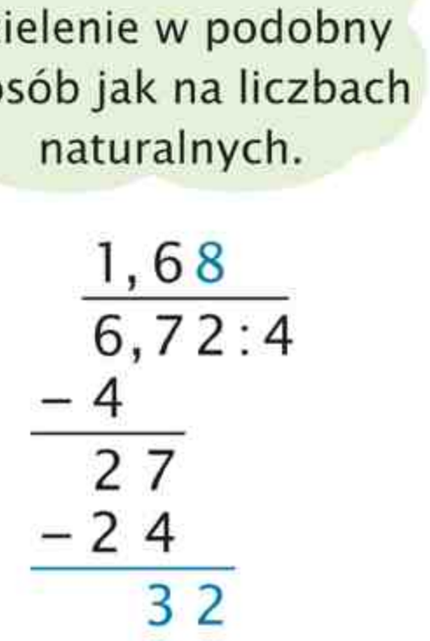
$6:3 + 1{,}5:3$

Sprawdzenie:

$2{,}5 \cdot 3 = 7{,}5$



Popatrz na fotografię obok. Ewa chciała obliczyć, ile kosztuje jeden jogurt. Rozwiązując to zadanie, zamieniła złote na grosze, wykonała dzielenie i otrzymany wynik (w groszach) zamieniła na złote.



Rachunki Ewy można wykonać, nie zamieniając złotych na grosze.

Najpierw dzielimy część całkowitą dzielnej.

Zapisujemy przecinek nad przecinkiem, a do otrzymanej reszty dopisujemy następną cyfrę.

Dalej wykonujemy dzielenie w podobny sposób jak na liczbach naturalnych.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6{,}72:4 \\ -\,4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1{,}6 \\ 6{,}72:4 \\ -\,4 \\ \hline 27 \\ -\,24 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1{,}68 \\ 6{,}72:4 \\ -\,4 \\ \hline 27 \\ -\,24 \\ \hline 32 \\ -\,32 \\ \hline 0 \end{array}$$

Dzieląc sposobem pisemnym ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną, wykonujemy działania tak jak na liczbach naturalnych, a w wyniku w odpowiednim miejscu dopisujemy przecinek.

W każdym ułamku dziesiętnym po ostatniej cyfrze po przecinku można dopisać dowolną ilość zer. Zatem gdy w kolejnym etapie dzielenia w dzielnej nie ma już cyfr, które możemy dopisać, a otrzymaliśmy resztę różną od zera, dopisujemy do niej zero i kontynuujemy dzielenie.

PRZYKŁADY

```
 0,585
 1,170 : 2
-0
  11
 -10
   17
  -16
    10
   -10
     0
```

```
 12,4
 62,0 : 5
-5
  12
 -10
   20
  -20
    0
```

```
 0,0144
 0,3600 : 25
-0
   36
  -25
  110
 -100
  100
 -100
    0
```

Uwaga. W czwartej klasie przy obliczaniu niektórych ilorazów wyniki zapisywaliśmy za pomocą reszty, np. $62 : 5 = 12$ reszta 2. Korzystając z ułamków dziesiętnych, wynik takiego dzielenia możemy zapisać tak: $62 : 5 = 12{,}4$ (zob. przykład powyżej). Za pomocą ułamków zwykłych otrzymalibyśmy jeszcze inaczej zapisany wynik: $62 : 5 = \frac{62}{5} = 12\frac{2}{5}$.

ZADANIA

1. Podziel (w pamięci) każdą z podanych liczb przez 2.

0,8 2,4 10,6 0,5 1,5 1,7 1,1

2. Oblicz.

a) $53{,}1 : 9$ c) $90{,}36 : 4$ e) $403 : 5$ g) $27{,}654 : 11$

b) $92{,}8 : 8$ d) $31{,}38 : 6$ f) $18 : 25$ h) $5405 : 25$

3. Znajdź liczbę 3 razy mniejszą od liczby:

a) 4,5 b) 26,7 c) 12,24 d) 15,021

4. Liczbę 138,6 zmniejszono pięć razy, a następnie otrzymany wynik zmniejszono dwunastokrotnie. Jaką liczbę otrzymano?

5. Cztery przyjaciółki poszły do kawiarni i każda zamówiła takie samo ciastko i kawę. Rachunek wyniósł 104,72 zł. Ile złotych powinna zapłacić każda z przyjaciółek?

6. Ryza (plik 500 kartek) ma grubość 5,65 cm i waży 2,45 kg.

a) Jaką grubość ma jedna kartka z tej ryzy?

b) Ile waży jedna kartka?

Ciekawostka

Średnia arytmetyczna dwóch liczb to iloraz sumy tych liczb przez 2.

Średnia arytmetyczna liczb 3 i 5,5:

$$\frac{3+5{,}5}{2} = \frac{8{,}5}{2} = 4{,}25$$

Średnia arytmetyczna trzech liczb to iloraz sumy tych liczb przez 3.

Średnia arytmetyczna liczb 6, 7,3 i 8:

$$\frac{6+7{,}3+8}{3} = \frac{21{,}3}{3} = 7{,}1$$

Średnia arytmetyczna czterech liczb to iloraz sumy tych liczb przez 4.

I tak dalej.

7. Oblicz średnią arytmetyczną podanych liczb.

a) 2,5 i 4,8

b) 0,18 i 0,06

c) 34,38, 35,21 i 37,54

d) 3,2, 8, 11 i 11,5

8. *Dwie szóstki, pięć piątek i jedna czwórka. Masz ładne świadectwo* — powiedziała mama do Alicji. Oblicz średnią ocen Alicji.

9. Oblicz.

a) $(8{,}6 + 4{,}9) : 9$

b) $0{,}48 : 6 \cdot 0{,}2$

c) $(11{,}25 - 6{,}78) : 3$

d) $8{,}75 \cdot 4{,}3 - 63 : 8$

10. Wojtek położył na wadze 18 spinaczy i 12 pinezek. Waga pokazała wynik 10,86 g. Gdy Wojtek zabrał 7 spinaczy, na ekranku wagi pojawił się wynik 8,41 g. Ile przeciętnie ważył jeden spinacz, a ile — jedna pinezka?

super zagadka

Znajdź cztery liczby, takie że każda następna jest większa o 2,15 od poprzedniej, a ich suma wynosi 16.

Dzielenie ułamków dziesiętnych

ĆWICZENIE. Czy podane ilorazy są równe?

a) $36 : 4 \quad 360 : 40 \quad 3600 : 400$ b) $2{,}8 : 2 \quad 28 : 20 \quad 280 : 200$

W dzbanku jest 3,2 litra kawy. Kawę tę nalewamy do filiżanek o pojemności 0,2 litra. Ile filiżanek możemy napełnić? Aby odpowiedzieć na to pytanie, należy obliczyć iloraz:

$$3{,}2 : 0{,}2$$

Wiadomo, że gdy dzielną i dzielnik zwiększymy 10 razy, to iloraz się nie zmieni. Zatem powyższy iloraz jest równy ilorazowi:

$$32 : 2$$

$$3{,}2 : 0{,}2 = 32 : 2 = 16$$

($3{,}2 \cdot 10$, $0{,}2 \cdot 10$)

Gdy obliczamy iloraz dwóch ułamków dziesiętnych, najpierw mnożymy dzielną i dzielnik przez 10, przez 100 lub przez 1000 itd., tak aby dzielnik stał się liczbą naturalną. Następnie wykonujemy dzielenie.

PRZYKŁADY

$$2{,}4 : 0{,}8 = 24 : 8 = 3$$

($2{,}4 \cdot 10$, $0{,}8 \cdot 10$)

$$0{,}9 : 0{,}03 = 90 : 3 = 30$$

($0{,}9 \cdot 100$, $0{,}03 \cdot 100$)

$$0{,}088 : 0{,}55 = 8{,}8 : 55$$

($0{,}088 \cdot 100$, $0{,}55 \cdot 100$)

$$\begin{array}{r} 0{,}16 \\ \hline 8{,}8 : 55 \\ -0 \\ \hline 88 \\ -55 \\ \hline 330 \\ -330 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$0{,}088 : 0{,}55 = 0{,}16$$

ZADANIA

1. Zamień na dzielenie przez liczbę naturalną, a następnie oblicz w pamięci.

a) $1{,}2 : 0{,}3$

b) $5{,}6 : 0{,}8$

c) $40{,}8 : 0{,}4$

d) $0{,}5 : 0{,}25$

e) $1{,}5 : 0{,}25$

f) $0{,}3 : 0{,}15$

g) $4{,}5 : 0{,}09$

h) $0{,}2 : 0{,}05$

i) $0{,}7 : 0{,}35$

2. Oblicz.

a) $4{,}83 : 0{,}7$

b) $4{,}29 : 1{,}1$

c) $21 : 2{,}5$

d) $0{,}583 : 0{,}11$

e) $0{,}253 : 0{,}23$

f) $5{,}814 : 0{,}51$

g) $0{,}007 : 0{,}14$

h) $0{,}054 : 0{,}045$

i) $0{,}5356 : 0{,}052$

3. Oblicz (wynik zapisz w postaci ułamka dziesiętnego).

a) $1 : 2{,}5$

b) $1 : 0{,}08$

c) $1 : 1{,}6$

4. Mamy 8,25 litra soku wiśniowego i napełniamy nim butelki o pojemności 0,33 l. Ile butelek wypełnimy?

LOKALE DO WYNAJĘCIA

Biuro w centrum miasta, 200,5 m^2 powierzchni, 12030 zł za miesiąc.
[oferta nr 1]

Tanie biuro blisko centrum, 131,25 m^2, płatne z góry za cały rok: 91350 zł.
[oferta nr 2]

5. Przeczytaj ogłoszenia o lokalach do wynajęcia. Ile miesięcznie kosztuje wynajęcie jednego metra kwadratowego biura w ofercie nr 1, a ile — w ofercie nr 2?

6. Jeden baton *Jasiek* kosztuje 2,30 zł. Ile najwięcej takich batonów można kupić za 22 zł?

7. a) Kilogram sera kosztuje 24,60 zł. Ile trzeba zapłacić za 0,75 kg tego sera?

b) Pani Wiesia za 0,35 kg szynki zapłaciła 12,25 zł. Ile złotych kosztuje 1 kg szynki?

super zagadka

97–99 / 246

Pan Jacek sprzedał 50 dolarów w kantorze MAX. Jakie były ceny w kantorze MIX, jeśli wiadomo, że różnica między ceną skupu a ceną sprzedaży w obu kantorach była taka sama?

Szacowanie wyników działań na ułamkach dziesiętnych

Poniżej podajemy przykłady, jak można szacować wyniki działań na ułamkach dziesiętnych.

1. Adam ma 14 zł i chce kupić długopis, ołówek i zeszyt. Czy wystarczy mu pieniędzy?

$$7{,}64 + 2{,}85 + 2{,}89 < 14$$

$7{,}64$ — mniej niż 8; $2{,}85$ — mniej niż 3; $2{,}89$ — mniej niż 3; $8 + 3 + 3$

Odp. Adamowi wystarczy pieniędzy.

2. Ala ma 10 zł. Czy wystarczy jej pieniędzy na długopis i zeszyt?

$$7{,}64 + 2{,}89 > 10$$

$7{,}64$ — więcej niż 7,5; $2{,}89$ — więcej niż 2,5; $7{,}5 + 2{,}5$

Odp. Ala nie może kupić długopisu i zeszytu.

3. Ela ma 15 zł. Czy może kupić 2 długopisy?

$$2 \cdot 7{,}64 > 15$$

$7{,}64$ — więcej niż 7,50; $2 \cdot 7{,}50$

Odp. Eli nie wystarczy pieniędzy.

ĆWICZENIE. Oszacuj.

a) Czy 10 zł wystarczy, aby kupić zeszyt, ekierkę i klej?

b) Czy mając w portfelu 14 zł, można kupić długopis i 2 ołówki?

c) Ile zeszytów można kupić za 9 zł?

d) Czy za ekierkę i ołówek zapłacimy więcej czy mniej niż za długopis?

e) Czy za ołówek i długopis zapłacimy więcej czy mniej niż za 4 kleje?

Ułóż podobne pytania.

ZADANIA

1. Czy wynik działania jest liczbą większą od 1?

a) $0{,}76 + 0{,}38$
b) $0{,}65 + 0{,}33$
c) $0{,}247 + 0{,}678$
d) $10 - 9{,}147$
e) $1{,}91 - 0{,}87$
f) $7{,}3 - 6{,}35$
g) $2 \cdot 0{,}495$
h) $0{,}28 \cdot 4$
i) $4{,}9 \cdot 0{,}19$
j) $4{,}52 : 4$
k) $0{,}67 : 0{,}85$
l) $1{,}08 : 1{,}9$

2. Turyści za granicą często przeliczają ceny towarów na złote. Na podstawie tabeli kursów walut odpowiedz, ile mniej więcej złotych kosztują przedmioty przedstawione na fotografiach.

Kursy walut
1 £ = 5,44 zł
1 $ = 4,41 zł
1 € = 4,49 zł

3. Oszacuj, która liczba jest większa.

a) $5{,}8 + 4{,}9$ czy 10

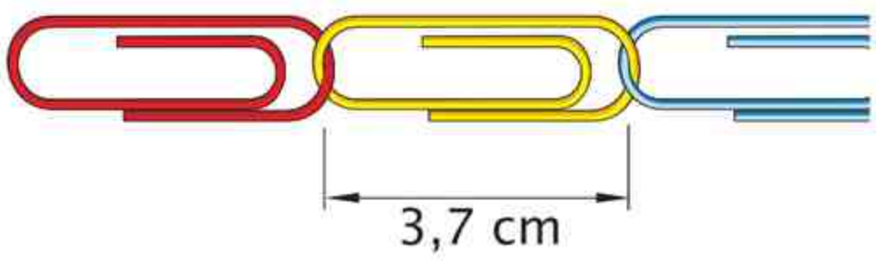
b) $4{,}73 + 6{,}98$ czy 11

c) $8{,}3 \cdot 7{,}85$ czy 50

d) $5{,}18 + 5{,}45 + 2{,}36$ czy 14

e) $8{,}91 + 7{,}57 + 4{,}86$ czy $20{,}5$

f) $(5{,}8 + 7{,}3) \cdot 10{,}5$ czy 120



4. Leszek połączył 59 spinaczy, tworząc łańcuszek. Oszacuj, czy długość łańcuszka przekracza 2,4 m.

5. Korzystając z podanych niżej cen, odpowiedz na pytanie.

a) Czy 5,50 zł wystarczy na dwa batoniki?

b) Czy 32 zł wystarczy na 40 dag śliwek w czekoladzie?

c) Witek miał 14 zł. Kupił ćwierć kilograma landrynek i jeden batonik. Czy może jeszcze kupić czekoladę?

d) Co jest droższe: 20 dag landrynek czy czekolada?

e) Czy 10 zł wystarczy, aby kupić 5 dag śliwek w czekoladzie, 10 dag landrynek i batonik?

super zagadka

Krysia za 0,25 kg herbatników zapłaciła 5,48 zł. Potem dokupiła jeszcze 0,7 kg tych samych herbatników. Oszacuj, czy razem za herbatniki zapłaciła więcej niż 22 zł.

Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych

PRZYKŁADY

$1{,}24 = 1\frac{24}{100} = 1\frac{6}{25}$

$0{,}006 = \frac{6}{1000} = \frac{3}{500}$

$0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$

$3\frac{1}{2} = 3\frac{5}{10} = 3{,}5$

$5\frac{3}{20} = 5\frac{15}{100} = 5{,}15$

Przypomnij sobie, jak zamienia się ułamki dziesiętne na ułamki zwykłe, a jak — ułamki zwykłe na dziesiętne.

Niektóre ułamki zwykłe możemy zamieniać na dziesiętne, rozszerzając je do mianownika 10, 100, 1000 itd. Ułamek zwykły można też zamienić na ułamek dziesiętny, dzieląc licznik przez mianownik.

Uwaga. Nie każdy ułamek zwykły można zamienić na ułamek dziesiętny. Liczby $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{6}$ to przykłady ułamków, których nie można zamienić na ułamki dziesiętne.

PRZYKŁAD

$\frac{3}{8} = 3 : 8$

```
 0,375
 3 : 8
 30
-24
  60
 -56
   40
  -40
    0
```

$\frac{3}{8} = 0{,}375$

Ciekawostka

```
0,333...
1 : 3
10
-9
 10
 -9
  10
  -9
   ...
```

Gdybyśmy spróbowali zamienić ułamek $\frac{1}{3}$ na ułamek dziesiętny, dzieląc licznik przez mianownik, zauważylibyśmy, że takie dzielenie nigdy się nie skończy: 1 : 3 = 0,33333... (Po przecinku występuje nieskończenie wiele trójek).

Mówimy, że ułamek $\frac{1}{3}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone. Zamiast pisać: $\frac{1}{3} = 0{,}333...$, możemy zapisać krótko: $\frac{1}{3} = 0{,}(3)$. O liczbach, które mają rozwinięcia dziesiętne nieskończone, dowiesz się więcej w starszych klasach.

$1{,}75 + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} \cdot 0{,}3$

$2{,}2 - \frac{1}{5}$

$\frac{3}{25} : 0{,}75$

W każdym z wyrażeń podanych obok występuje ułamek dziesiętny i ułamek zwykły. Aby obliczyć wartości tego typu wyrażeń, zamieniamy ułamki dziesiętne na zwykłe lub — gdy to możliwe — ułamki zwykłe na dziesiętne.

ĆWICZENIE. Oblicz wartości podanych wyrażeń dwoma sposobami — zamieniając ułamki dziesiętne na ułamki zwykłe oraz zamieniając ułamki zwykłe na dziesiętne.

ZADANIA

1. Oblicz najwygodniejszym sposobem — zamieniając ułamek zwykły na dziesiętny lub odwrotnie.

a) $\frac{1}{4} + 0{,}7$ c) $\frac{3}{8} - 0{,}15$ e) $1\frac{1}{4} \cdot 0{,}3$ g) $\frac{1}{5} \cdot 0{,}6$

b) $\frac{1}{2} - 0{,}4$ d) $\frac{1}{8} + 2{,}5$ f) $\frac{2}{5} : 0{,}08$ h) $1\frac{3}{4} : 0{,}4$

2. Oblicz.

a) $\frac{2}{3} + 0{,}6$ d) $2\frac{1}{3} : 0{,}8$ g) $2\frac{3}{20} + 1{,}27$ j) $\left(1\frac{2}{5} + 0{,}5\right) : 2$

b) $4{,}2 - 1\frac{1}{9}$ e) $5{,}2 \cdot \frac{2}{7}$ h) $0{,}65 : 6\frac{1}{2}$ k) $\frac{5}{8} \cdot 4{,}2 - \frac{1}{4}$

c) $3{,}6 - 1\frac{1}{2}$ f) $0{,}6 : \frac{2}{3}$ i) $4{,}5 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}$ l) $\frac{4}{7} \cdot \left(0{,}2 + \frac{1}{4}\right)$

3. Od większej z podanych liczb odejmij mniejszą.

a) 0,75 i $\frac{11}{16}$ b) $4\frac{3}{8}$ i 4,41 c) 2,11 i $2\frac{1}{9}$ d) $\frac{22}{7}$ i 3,1

4. W naczyniu wymieszano $\frac{2}{3}$ litra koncentratu owocowego, 2,5 litra wody i ćwierć litra syropu miętowego. Ile litrów napoju jest w naczyniu?

5. Ser kosztuje 32,80 zł za 1 kg. Oblicz, ile kosztuje:

a) $\frac{3}{5}$ kg sera, b) $\frac{3}{4}$ kg sera, c) $1\frac{1}{2}$ kg sera.

6. Pani Dorota zrobiła na drutach szalik o długości 2,4 m w czasie trzech godzin i trzech kwadransów. Ile metrów szalika powstawało przeciętnie w ciągu godziny?

7. Pan Boryna trzy czwarte swojego pola obsiał zbożami ozimymi. Pozostała część pola, która miała powierzchnię 3,25 ha, została w dwóch trzecich obsiana zbożami jarymi, a resztę obsadzono roślinami okopowymi. Jaką powierzchnię zajmują zboża ozime, jaką — zboża jare, a jaką — rośliny okopowe?

super zagadka

100–101 / 246

Jaka jest trzydziesta cyfra po przecinku ilorazu 2 : 11?

Procenty a ułamki

Symbol % (czytamy: procent) jest ci zapewne znany, gdyż pojawia się w wielu sytuacjach życia codziennego.

Po łacinie *pro centum* oznacza „na sto". Stąd pochodzi słowo **procent**.

Jeśli mówimy, że mecz Polska – Anglia oglądało 25% telewidzów, to znaczy, że przeciętnie wśród każdych 100 osób oglądających w tym czasie telewizję, było 25 takich, które oglądały ten mecz. Możemy też powiedzieć, że mecz Polska – Anglia obejrzało $\frac{25}{100}$ wszystkich telewidzów.

25% telewidzów

to znaczy

$\frac{25}{100}$ telewidzów.

Przeczytaj notatkę prasową.

> Z opublikowanych pomiarów ruchu drogowego wynika, że wśród aut poruszających się po polskich drogach 83% stanowią samochody osobowe, 16% – ciężarowe, a jedynie 1% – autobusy.

Popatrz, jak można odczytać te informacje.

SAMOCHODY NA DROGACH	JAK TO ROZUMIEĆ?
Samochody osobowe 83%	$\frac{83}{100}$ wszystkich samochodów to samochody osobowe.
Samochody ciężarowe 16%	$\frac{16}{100}$ wszystkich samochodów to samochody ciężarowe.
Autobusy 1%	$\frac{1}{100}$ wszystkich samochodów to autobusy.

ĆWICZENIE A. Odczytaj w podobny sposób kilka informacji z wycinków prasowych przedstawionych na poprzedniej stronie.

Zauważ, że procent pewnej wielkości można zapisać jako ułamek tej wielkości.

Jeden procent wielkości to setna część tej wielkości.

W takim razie:

50% wielkości to $\frac{50}{100}$, czyli $\frac{1}{2}$ (połowa) tej wielkości.

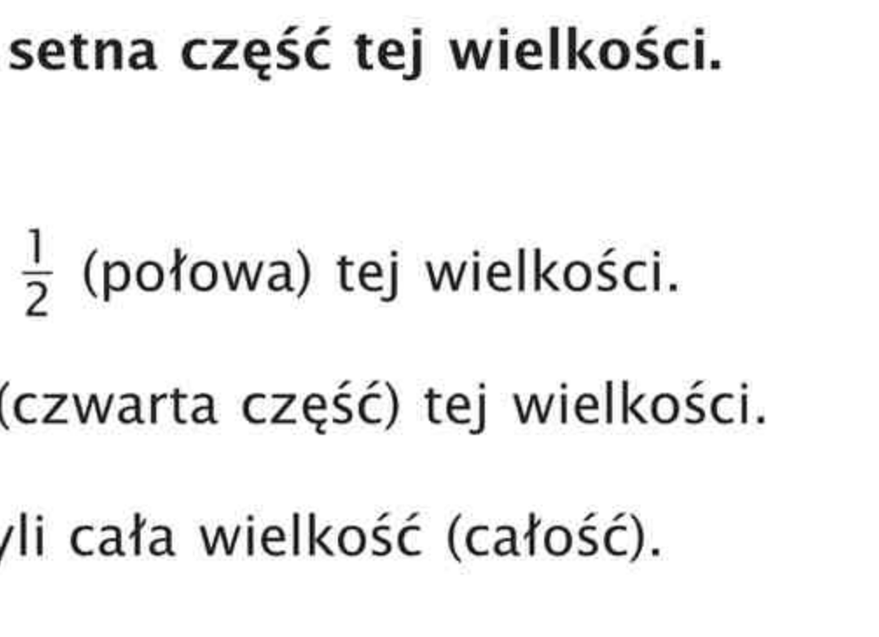
25% wielkości to $\frac{25}{100}$, czyli $\frac{1}{4}$ (czwarta część) tej wielkości.

100% wielkości to $\frac{100}{100}$, czyli cała wielkość (całość).

Ciekawostka

Przedstawianie pewnych danych za pomocą ułamków o mianowniku 100 ma długoletnią tradycję.

Już kilkaset lat temu kupcy i bankierzy włoscy obliczali odsetki od pożyczanych pieniędzy. Gdy bankier udzielał pożyczki, ustalał na przykład, że za każde 100 pożyczonych talarów trzeba dodatkowo oddać 5 talarów.



ĆWICZENIE B. Sformułuj podane informacje, używając ułamków zwykłych.

Z powodu obniżki kurtka kosztowała o 20% taniej.

Słoń schudł o 10%.

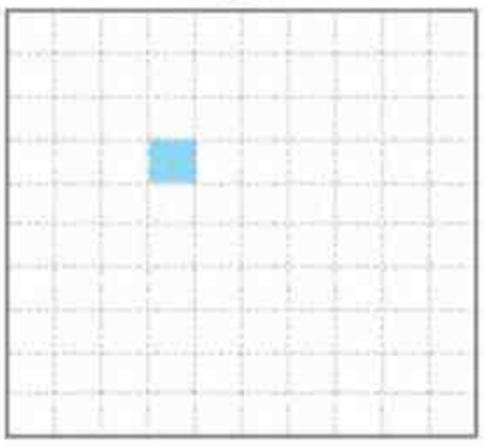
Przejechaliśmy 40% długości całej trasy.

Z powodu grypy do szkoły przyszło tylko 75% uczniów.

Na pytanie „Czy lubisz szpinak?" odpowiedzi „tak" udzieliło 30% badanych.

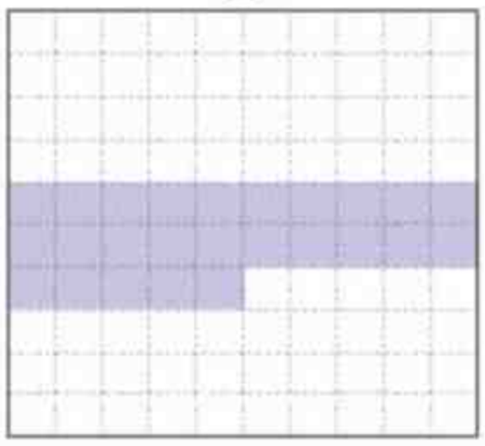
ĆWICZENIE C. Jaka część każdej figury została zamalowana? Jaki to procent figury? Jaki procent każdej figury nie został zamalowany?

A



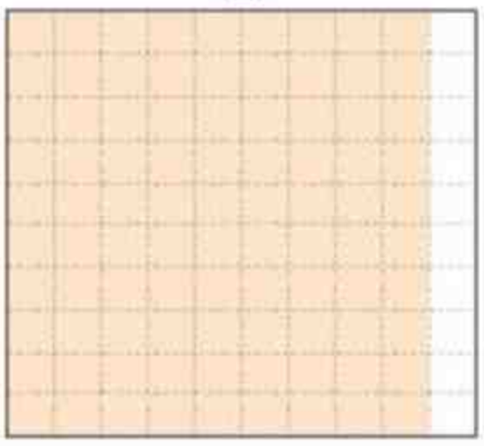
$\frac{1}{100} = ?\%$

B



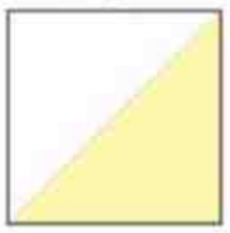
$\frac{25}{100} = ?\%$

C



$\frac{90}{100} = ?\%$

D



$\frac{1}{2} = \frac{?}{100} = ?\%$

E

$\frac{1}{4} = \frac{?}{100} = ?\%$

F

$\frac{1}{10} = \frac{?}{100} = ?\%$

ĆWICZENIE D. Sformułuj podane informacje, używając ułamków dziesiętnych, a następnie — procentów.

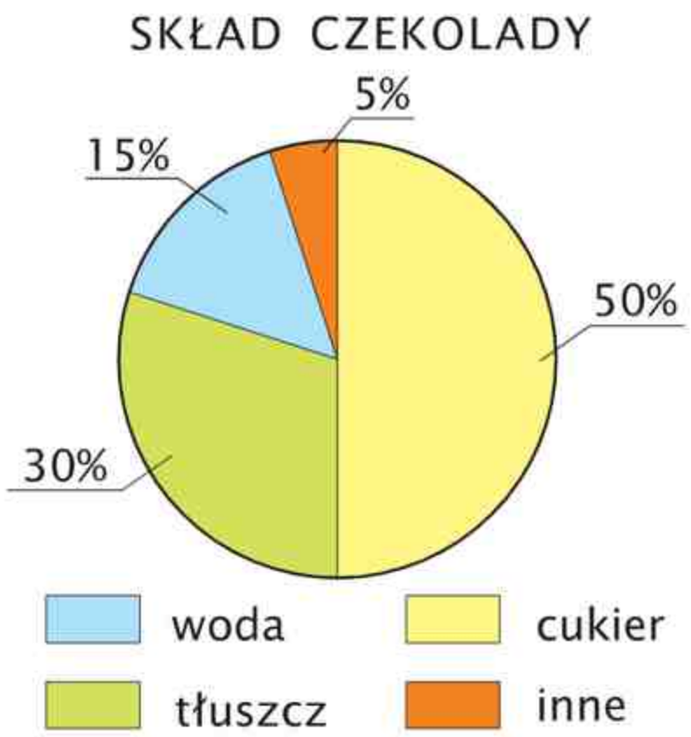
Trzy czwarte uczniów dojeżdża do szkoły autobusem.

Połowa monet w skarbonce to złotówki.

Co czwarty pociąg przyjechał opóźniony.

Jedna dziesiąta urządzeń wymaga naprawy.

Dziewięćdziesiąt osiem setnych wszystkich uczniów lubi soboty.



Na rysunku przedstawiono diagram kołowy. Można z niego odczytać na przykład, że 15% masy czekolady stanowi woda. Oznacza to, że w 100 g czekolady jest 15 g wody.

ĆWICZENIE E. Odczytaj z diagramu, ile procent masy czekolady stanowi cukier, a ile — tłuszcz. Którego składnika jest najwięcej? Czy masa tłuszczu stanowi więcej czy mniej niż $\frac{1}{4}$ masy czekolady?

ZADANIA

1. Sformułuj podane informacje, nie używając procentów.

a) 20% wszystkich uczniów szkoły sportowej zdobyło medale na zawodach lekkoatletycznych.

b) 100% wszystkich uczniów w szkole potrafi jeździć na rowerze, ale tylko 25% uczniów potrafi pływać.

c) W wyborach do samorządu szkolnego głosowało 75% osób.

d) 8% uczniów chodzi do szkoły pieszo, a 22% dojeżdża na hulajnodze.

2. Sformułuj podane informacje, używając procentów.

a) Bateria telefonu jest naładowana w połowie.

b) Jedna czwarta uczniów klasy V b ma w domu psa.

c) Wszystkie dzieci w klasie V c uczą się języka angielskiego.

d) Co piąty uczeń szkoły zgłosił się do konkursu z matematyki.

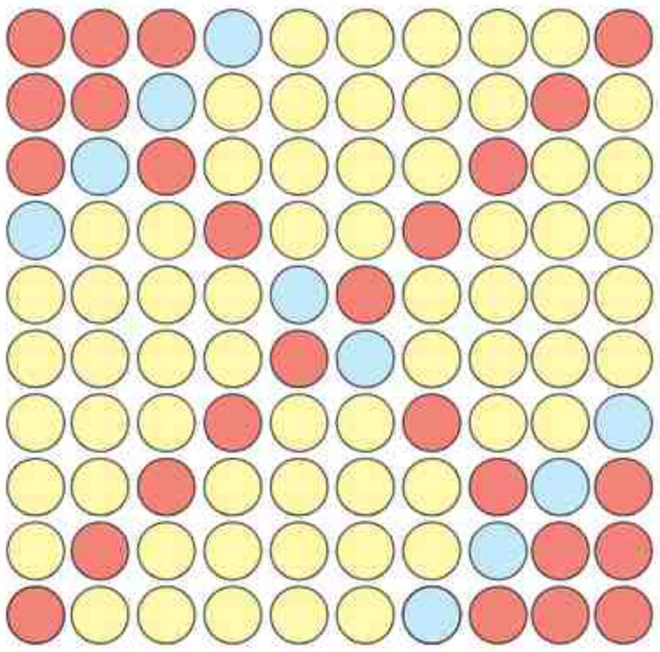
e) Na każde 100 rowerów 20 ma napęd elektryczny.

3. O istnieniu nowego zespołu muzycznego Pluszowe Widelce wie już 0,35 słuchaczy radia Bzik. Ile procent słuchaczy tego radia nie wie o istnieniu Pluszowych Widelców?

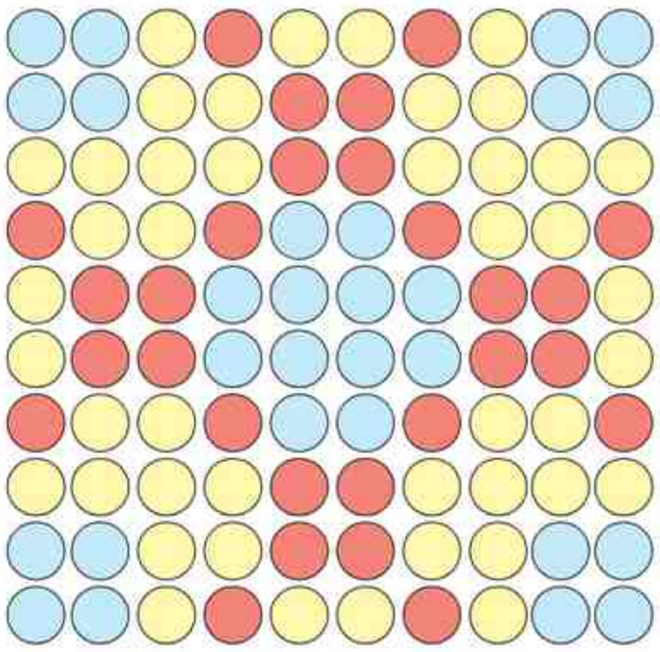
4. Połowa ryb złowionych przez rybaków to śledzie, a 10% to dorsze. Ile procent złowionych ryb stanowią inne ryby?

5. Na każdym rysunku jest 100 kółeczek. Wyraź w procentach, jaka część kółek na rysunku ma kolor czerwony, jaka — niebieski, a jaka — żółty.

a)

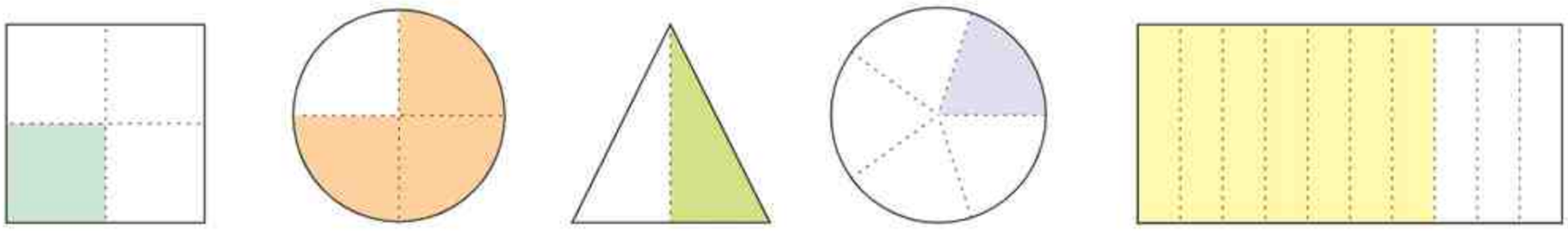


b)



6. W 100 g masła jest 15 g wody i 80 g tłuszczu. Ile procent masła stanowi woda, ile — tłuszcz, a ile — pozostałe składniki?

7. Dla każdej figury ustal, jaką jej część zamalowano. Jaki to procent całej figury? Jaki procent figury nie został zamalowany?



8. W sadzie pana Mateusza 0,7 wszystkich drzewek to jabłonie, a $\frac{1}{5}$ to grusze. Pozostałe drzewka to śliwy. Jaki procent wszystkich drzewek stanowią jabłonie, jaki — grusze, a jaki — śliwy?

9. W klasie Joli $\frac{1}{4}$ uczniów ma oczy piwne, połowa — niebieskie, $\frac{1}{20}$ — zielone, a pozostali mają szary kolor oczu. Jaki procent uczniów tej klasy ma szare oczy?

10. Jaki procent paska zamalowano?

11. Michał wydał na sok 4 zł, czyli 10% swoich oszczędności. Ile oszczędności miał Michał przed tym zakupem?

12. Od tortu odcięto połowę, a potem jeszcze 50% tego, co zostało. Który z odciętych kawałków jest większy: pierwszy czy drugi? Ile razy większy?

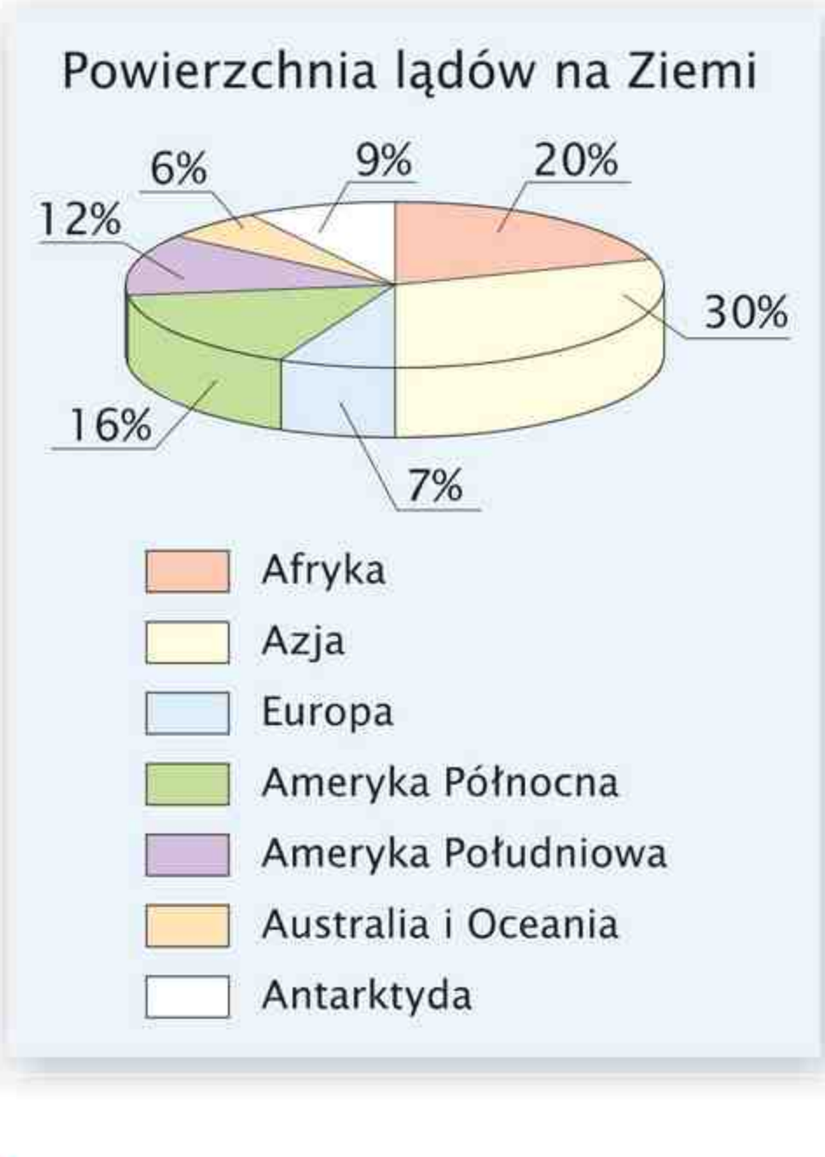
13. Odczytaj z diagramu:

a) Która partia w parlamencie Krasnolandii ma najwięcej posłów, a która — najmniej?

b) Czy partie Skrzatów i Wysokich mają razem przewagę w parlamencie?

c) Które partie mają w parlamencie mniej posłów niż $\frac{1}{4}$ liczby wszystkich posłów?

d) Czy posłowie partii: Skrzatów, Długobrodych i Wysokich to więcej czy mniej niż 0,8 wszystkich posłów?



14. Korzystając z diagramu przedstawionego obok, odpowiedz:

a) Który kontynent jest największy, a który — najmniejszy?

b) Które kontynenty są mniejsze niż Antarktyda?

c) Czy obie Ameryki mają razem większą powierzchnię niż Azja?

d) Czy to prawda, że Azja jest ponad 3 razy większa niż Europa?

e) Czy to prawda, że Australia z Oceanią jest 3 razy mniejsza niż Ameryka Północna?

super zagadka

102–103 / 247

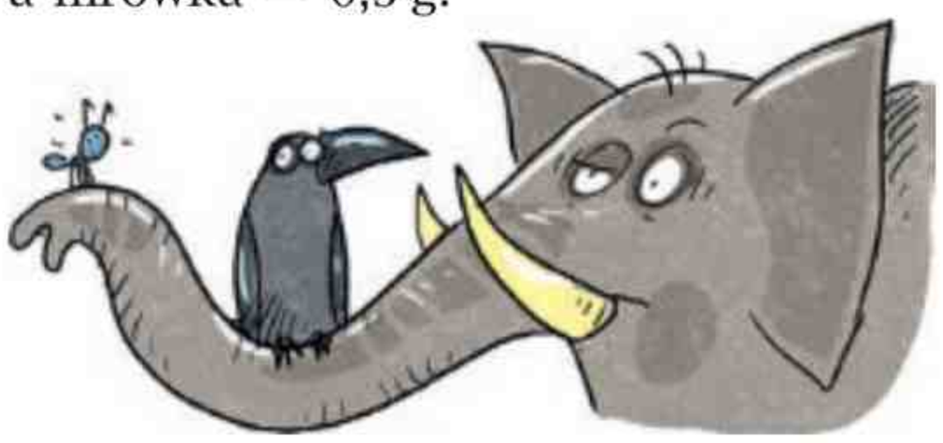
W pewnej szkole podstawowej 35% dzieci to jedynacy, 46% dzieci ma siostrę, a 47% — brata. Ile procent dzieci uczęszczających do tej szkoły ma siostrę i brata?

Przed klasówką

1. Liczba $6\frac{5}{8}$ jest równa:

A. 6,5 B. 6,75 C. 6,625 D. 6,25

2. Słoń waży 3 tony, wrona — 30 dag, a mrówka — 0,3 g.



Wybierz właściwą odpowiedź.

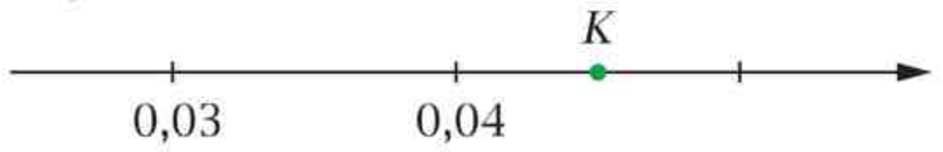
Ile razy wrona jest cięższa od mrówki?

A. 100 razy B. 1000 razy

Ile razy słoń jest cięższy od wrony?

C. 1000 razy D. 10 000 razy

3. Jaką współrzędną ma punkt K? Kropka leży w połowie odległości między kreskami.



4. Podaj wynik działania:

$4{,}3754 \cdot 10 : 100 : 100 \cdot 1\,000\,000 \cdot 10$

5. a) Wyraź długość równą 35 630 mm w centymetrach, decymetrach, metrach i kilometrach.

b) Wyraź masę równą 350 g w dekagramach, kilogramach i tonach.

6. Oblicz.

a) $2{,}705 + 4{,}9$ c) $3{,}8 \cdot 1{,}12$

b) $3{,}7 - 2{,}91$ d) $16{,}2 : 0{,}09$

7. Oblicz.

a) $4{,}5 + 10\frac{3}{4}$ c) $1\frac{1}{3} \cdot 2{,}7$

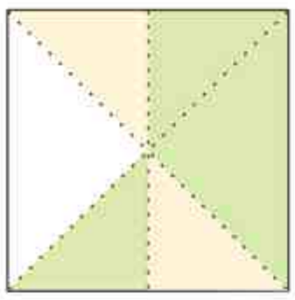
b) $2\frac{4}{7} - 1{,}25$ d) $8{,}24 : \frac{4}{9}$

8. Korzystając z równości $268 : 4 = 67$, oblicz $2{,}68 : 0{,}04$ oraz $26{,}8 : 0{,}04$.

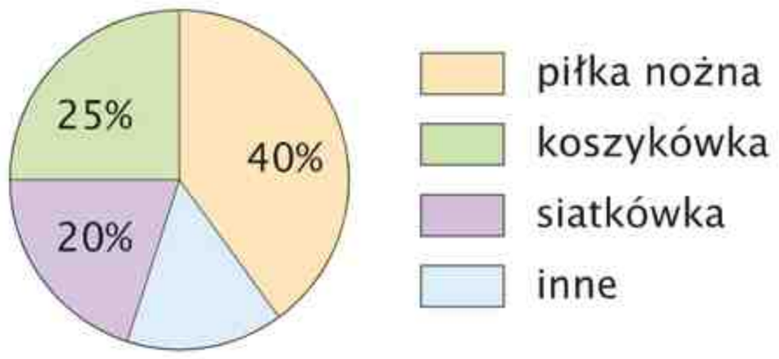
9. Różnicę liczb 14,7 i $3\frac{1}{4}$ zmniejszono stukrotnie. Jaką liczbę otrzymano?

10. Pan Karol kupił 2,4 kg jabłek po 4,50 zł za kilogram i 1,73 kg gruszek po 6 zł za kilogram. Ile razem zapłacił za te owoce?

11. Jaki procent kwadratu zacieniowano na żółto, a jaki — na zielono?



12. W pewnej szkole przeprowadzono ankietę „Twoja ulubiona dyscyplina sportowa". Uczniowie mieli wskazać tylko jedną dyscyplinę. Poniższy diagram ilustruje wyniki tej ankiety.



Oceń prawdziwość zdań.

① Wśród uczniów, którzy wzięli udział w ankiecie, aż 80% było takich, którzy nie wskazali siatkówki. PRAWDA / FAŁSZ

② Dwa razy więcej uczniów wskazało piłkę nożną niż siatkówkę. PRAWDA / FAŁSZ

③ Co czwarty uczeń wskazał koszykówkę jako swoją ulubioną dyscyplinę sportową. PRAWDA / FAŁSZ

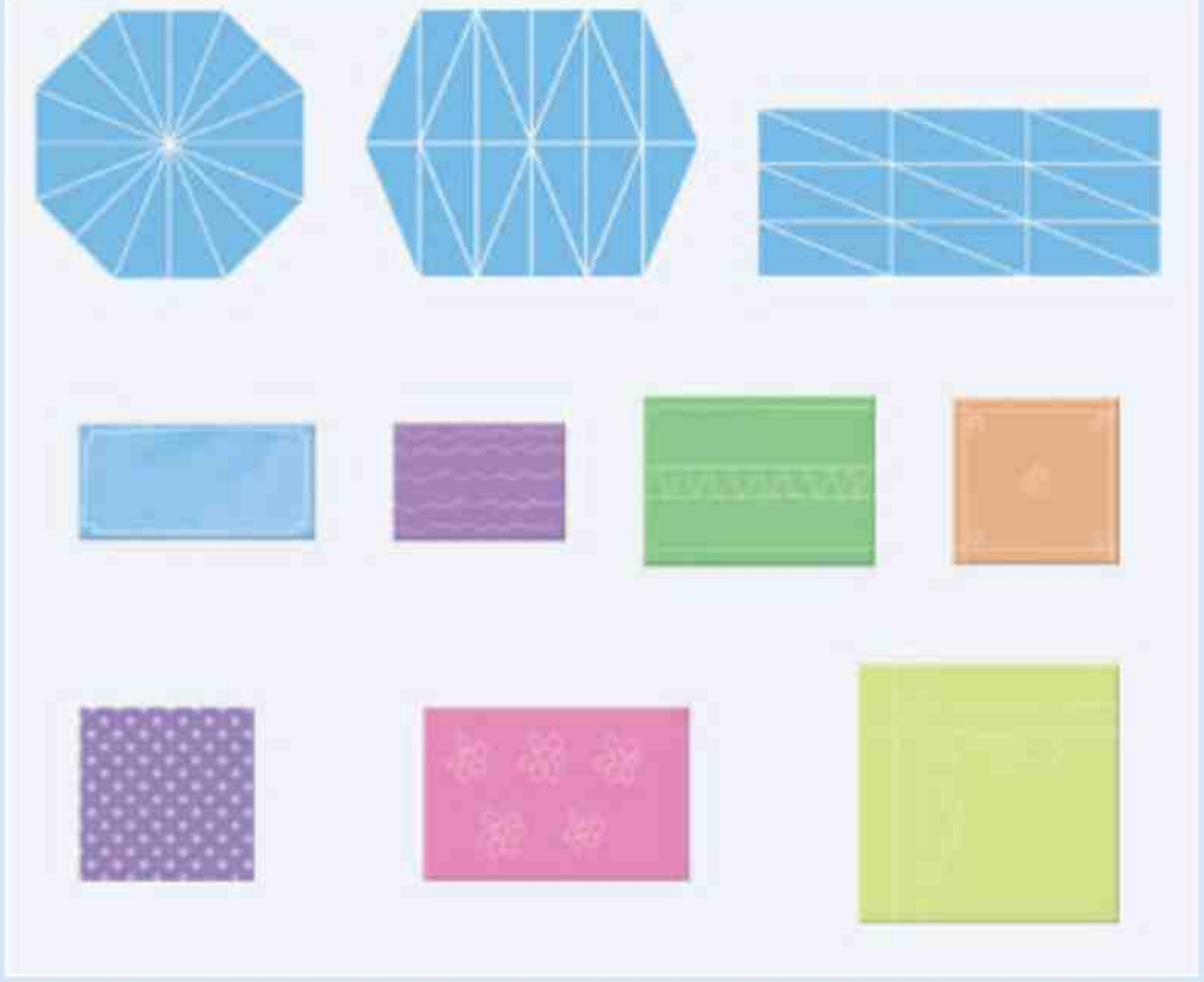
④ Co dziesiąty uczeń wskazał inną dyscyplinę niż piłka nożna, siatkówka lub koszykówka. PRAWDA / FAŁSZ

9 W autobusie, w którym jechało trzech pasażerów, wyleciała szyba, wybita przez jednego z nich. Oto, co o tym incydencie mówią pasażerowie:

Udało się ustalić, że pan w kapeluszu na pewno nie skłamał. Który z pasażerów wybił szybę w autobusie?

10 Nit i dwa gwoździe ważą razem 11,3 g, a dwa nity i jeden gwóźdź ważą razem 9,1 g. Ile waży jeden nit, a ile — jeden gwóźdź?

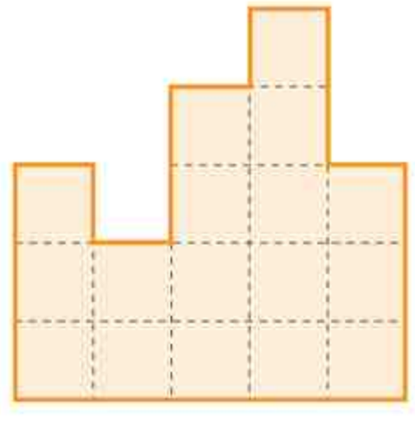
Pola figur



1. Na tablicy w pierwszym rzędzie z jednakowych trójkątnych płytek ułożono ośmiokąt, sześciokąt i prostokąt. Ilu płytek użyto do ułożenia każdego z tych wielokątów? Który z nich ma największe pole powierzchni?
2. W drugim rzędzie na tablicy są cztery płytki. Która z nich ma największe, a która — najmniejsze pole powierzchni?
3. Pierwsza płytka w trzecim rzędzie jest kwadratem o boku 20 cm, środkowa płytka w tym rzędzie ma kształt prostokąta o wymiarach 20 cm $\times$ 30 cm, a ostatnia jest kwadratem o boku 30 cm. Ile centymetrów kwadratowych powierzchni ma każda z tych płytek?
4. Wyobraź sobie, że masz 12 jednakowych kwadratowych płytek o wymiarach 10 cm $\times$ 10 cm i układasz z nich prostokąt. Jakie wymiary może mieć taki prostokąt? Podaj jego obwód i pole.

Pole prostokąta i kwadratu

Popatrz na rysunek obok. Narysowana figura została podzielona na 17 jednakowych kwadratów. Mówimy, że jej pole powierzchni wyrażone za pomocą tych kwadratów jest równe 17 jednostek. Jednostką jest tutaj powierzchnia, jaką zajmuje jeden kwadrat.



Wiesz już, że pola figur można wyrażać w różnych jednostkach.

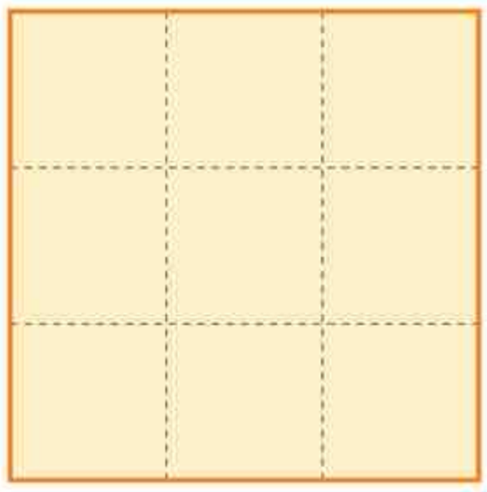
1 mm² (1 milimetr kwadratowy)
to pole kwadratu o boku 1 mm.

1 cm² (1 centymetr kwadratowy)
to pole kwadratu o boku 1 cm.

1 dm² (1 decymetr kwadratowy)
to pole kwadratu o boku 1 dm.

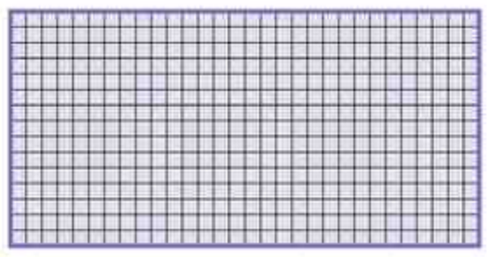
1 m² (1 metr kwadratowy)
to pole kwadratu o boku 1 m.

1 km² (1 kilometr kwadratowy)
to pole kwadratu o boku 1 km.



$3 \cdot 3 = 9$

$P = 9\ cm^2$

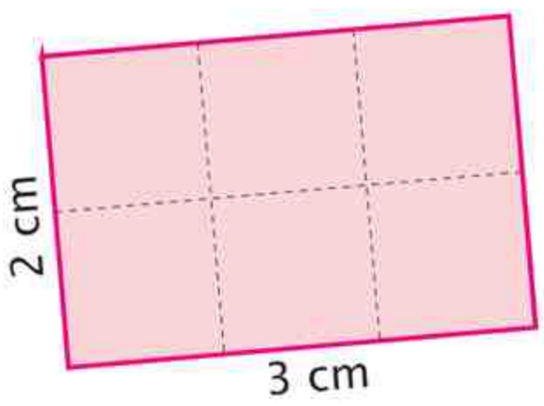


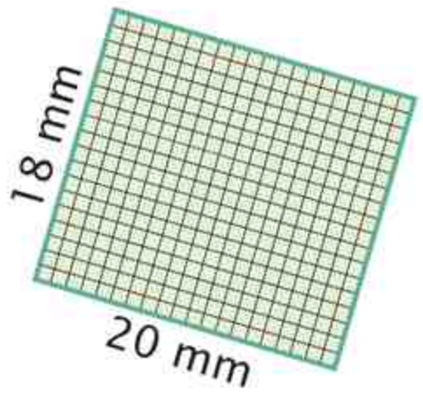
$15 \cdot 30 = 450$

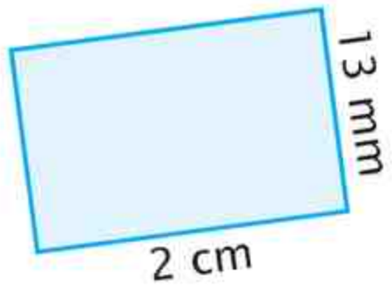
$P = 450\ mm^2$

Obok narysowano kwadrat i prostokąt. Kwadrat podzielono na 9 kwadratów o boku 1 cm, jego pole jest równe $9\ cm^2$. Prostokąt podzielono na 450 kwadratów o boku 1 mm, jego pole jest równe $450\ mm^2$.

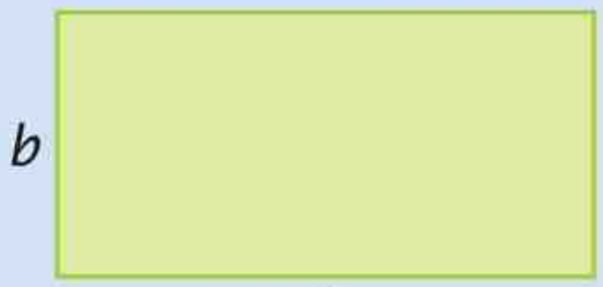
ĆWICZENIE. Oblicz pola narysowanych prostokątów.







Pole prostokąta obliczamy, mnożąc długości sąsiednich boków tego prostokąta. Możemy to zapisać w postaci wzoru.



$$P = a \cdot b$$

P — pole prostokąta

a, b — długości sąsiednich boków prostokąta wyrażone w tej samej jednostce

Ze wzoru na pole prostokąta wynika, że pole kwadratu o boku długości a jest równe $a \cdot a$.

$$P = a^2$$

P — pole kwadratu

a — długość boku kwadratu

ZADANIA

1. Oblicz pole prostokąta o podanych wymiarach.

a) $13\text{ m} \times 7\text{ m}$

b) $8{,}5\text{ cm} \times 3\text{ cm}$

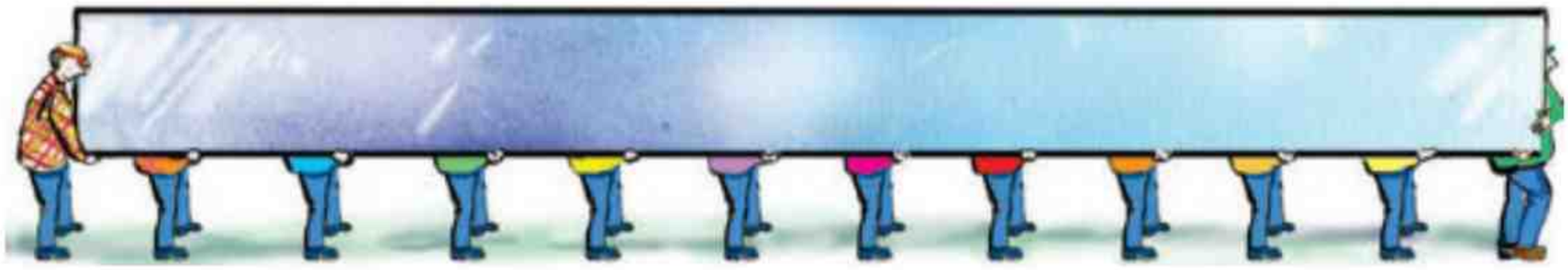
c) $4\frac{1}{2}\text{ dm} \times 6\text{ dm}$

d) $5\text{ cm} \times 72\text{ mm}$

e) $6\text{ m} \times 25\text{ cm}$

f) $4{,}5\text{ km} \times 2\text{ km}$

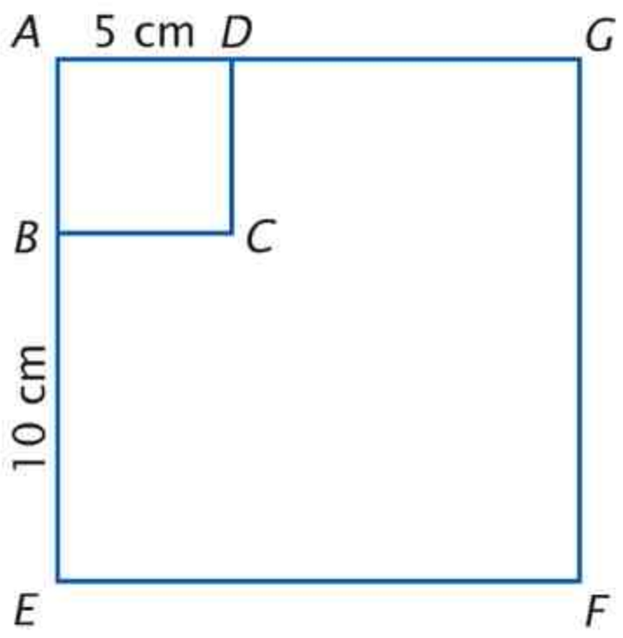
2. Według *Księgi rekordów Guinnessa* z 2010 roku największa wyprodukowana szklana płyta miała kształt prostokąta o długości 20 m i szerokości 2,5 m. Oblicz pole tego prostokąta.



3. a) Jaką długość ma bok kwadratu o polu 81 cm^2?

b) Jakie pole ma kwadrat o obwodzie 20 cm?

c) Oblicz obwód kwadratu, którego pole jest równe 400 m^2.



4. Na rysunku obok są dwa kwadraty.

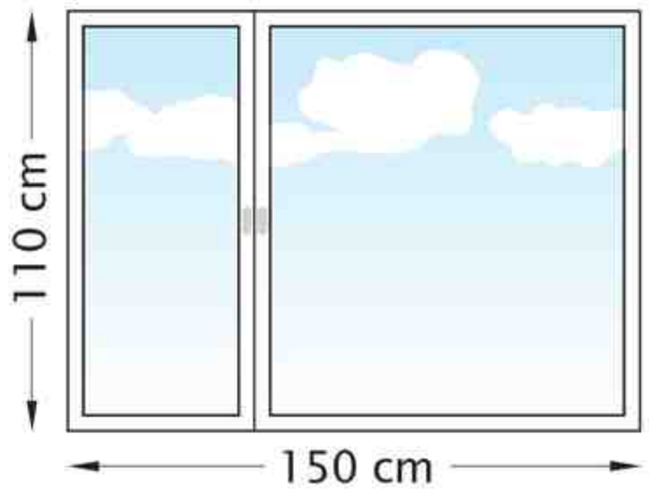
a) Ile razy pole kwadratu *AEFG* jest większe niż pole kwadratu *ABCD*?

b) O ile większe jest pole kwadratu *AEFG* od pola kwadratu *ABCD*?

5. Jeden z boków prostokąta o obwodzie 6 cm ma długość 8 mm. Oblicz pole tego prostokąta.

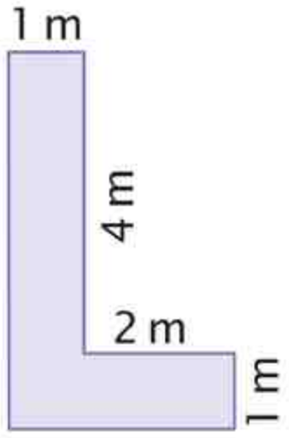
6. Trawnik przy domu państwa Miodońskich jest prostokątem o wymiarach 10 m × 12 m. Ile opakowań nawozu Unicus należy kupić, aby użyźnić ten trawnik?

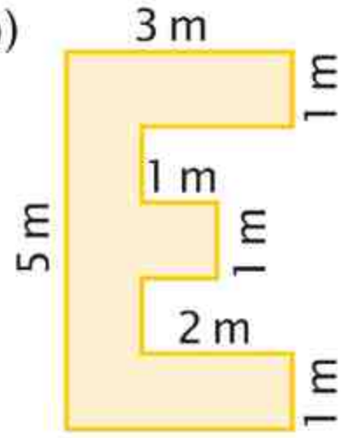
7. Państwo Wilczyńscy kupili nowe dwupokojowe mieszkanie. Podłoga jednego z pokoi ma kształt prostokąta o wymiarach 4,2 m × 5,1 m, a podłoga drugiego pokoju ma kształt kwadratu o boku 4,8 m. W obu pokojach jest położony parkiet. Jaka jest łączna powierzchnia tego parkietu?

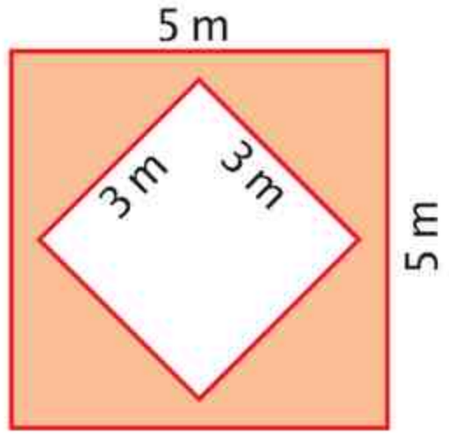


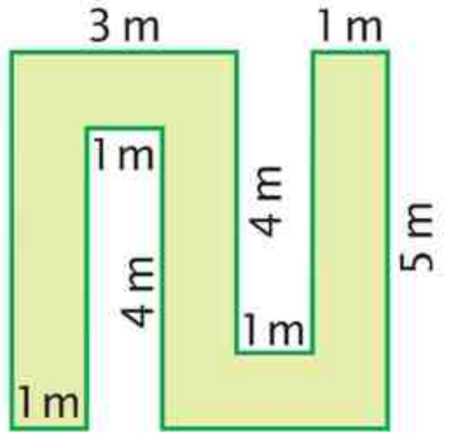
8. Za umycie 1 m^2 okna firma Czyścik pobiera 26 zł. W mieszkaniu państwa Halikowskich jest sześć okien o wymiarach takich jak na rysunku obok. Ile złotych zapłacą państwo Halikowscy za umycie okien w mieszkaniu?

9. Oblicz pola figur przedstawionych na rysunkach.

a)


b)


c)


d)


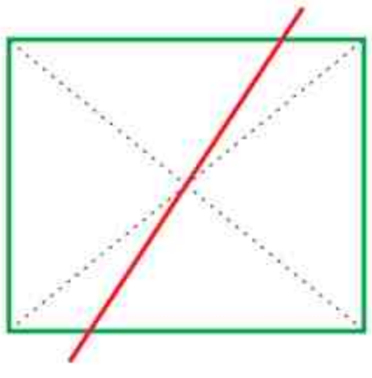
10. Wokół prostokątnego trawnika o wymiarach 15 m × 10 m biegnie ścieżka o szerokości 1,5 m. Jakie pole powierzchni ma ta ścieżka?

11. Z 12 jednakowych patyczków o długości 5 cm można ułożyć trzy różne prostokąty. Zapisz wymiary tych prostokątów. Który z nich ma największe pole?

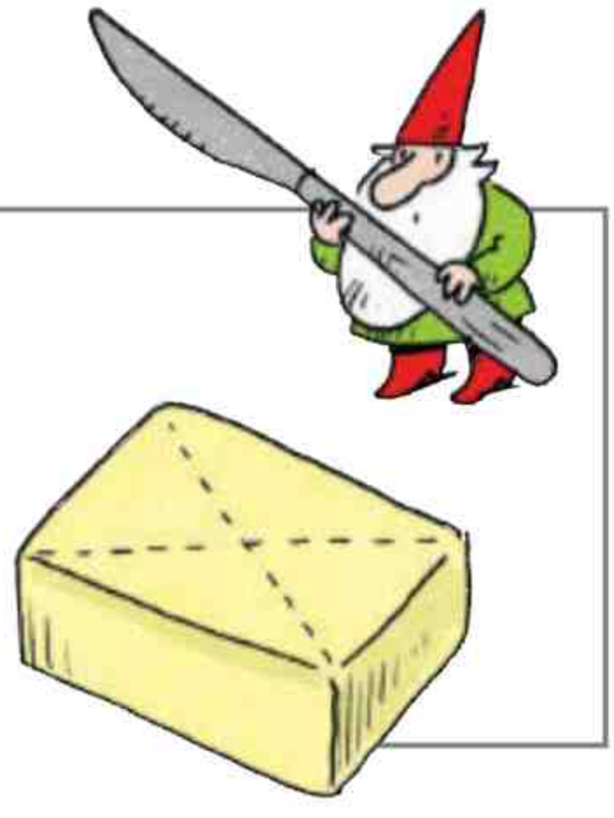
12. Pokój Sławka jest prostokątem o wymiarach 2,5 m × 4 m. Sławek narysował plan swojego pokoju w skali 1 : 50. Jakie pole powierzchni ma pokój Sławka? Jakie pole powierzchni ma prostokąt, który narysował Sławek?

13. Długość pewnego prostokąta zmniejszono dwa razy, a szerokość — trzy razy. Ile razy mniejsze jest pole otrzymanego prostokąta?

Ciekawostka



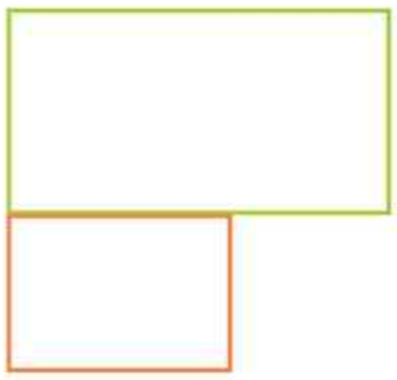
Każda prosta przechodząca przez punkt przecięcia przekątnych prostokąta dzieli ten prostokąt na dwie części o równych polach. Fakt ten można wykorzystać na przykład przy dzieleniu kostki masła na pół.



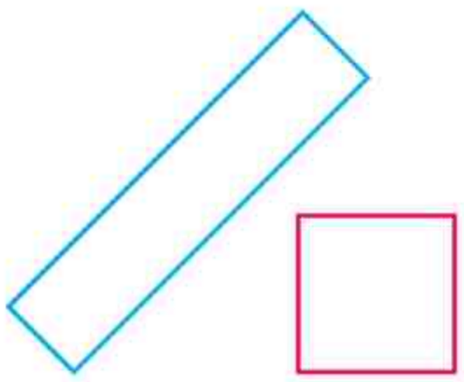
super zagadka

Przez dwa prostokąty należy poprowadzić prostą, która podzieli każdy z nich na dwie części o równych polach. Jak to zrobić?

a)

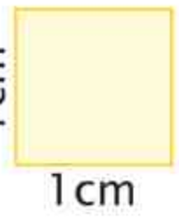


b)



Zależności między jednostkami pola

ĆWICZENIE. a) Narysuj kwadrat o boku 1 dm i podziel go na kwadraty o boku 1 cm. Ile centymetrów kwadratowych ma kwadrat o polu 1 dm^2?



b) Ile milimetrów ma bok kwadratu narysowanego obok? Wyraź pole tego kwadratu w centymetrach kwadratowych i w milimetrach kwadratowych.

Zależności między jednostkami pola wynikają z zależności między jednostkami długości.

1 cm = 10 mm, więc $1\ cm^2 = 100\ mm^2$
$10 \cdot 10$

1 dm = 10 cm, więc $1\ dm^2 = 100\ cm^2$
$10 \cdot 10$

1 m = 100 cm, więc $1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$
$100 \cdot 100$

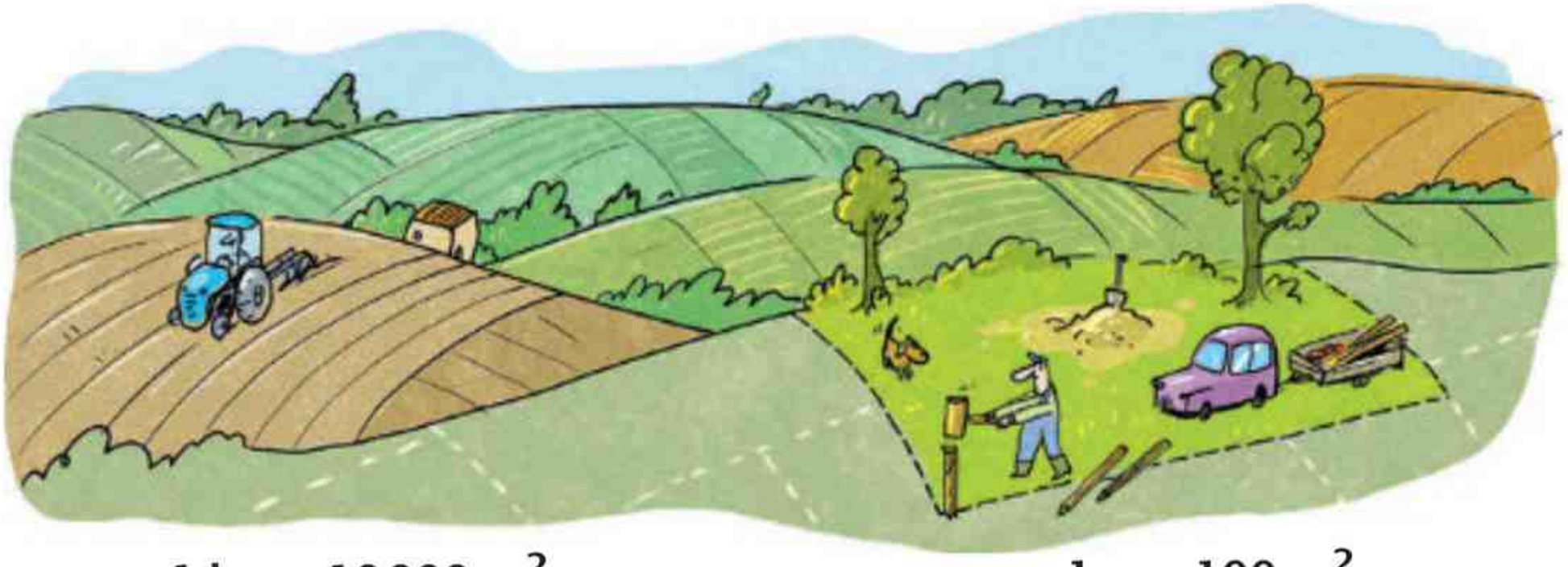
PRZYKŁADY

$6\ cm^2 = 600\ mm^2$
$6 \cdot 100\ mm^2$

$4{,}5\ dm^2 = 450\ cm^2$
$4{,}5 \cdot 100\ cm^2$

$11\ m^2 = 110\,000\ cm^2$
$11 \cdot 10\,000\ cm^2$

Do określania powierzchni gruntów rolnych, działek budowlanych itp. używa się — oprócz metrów kwadratowych — hektarów (w skrócie ha) i arów (w skrócie a). Pole w kształcie kwadratu o boku 100 m ma powierzchnię 1 ha, a kwadratowa działka o boku 10 m ma powierzchnię 1 a.



1 ha = 10000 m^2 **1 a = 100 m^2**

1 ha = 100 a

ZADANIA

1. a) Zamień na milimetry kwadratowe:

$4{,}5\ cm^2$ $3\ cm^2$ $10{,}3\ cm^2$

b) Zamień na centymetry kwadratowe:

$4\ dm^2$ $6{,}5\ dm^2$ $7\ m^2$ $2{,}5\ m^2$

2. Podłoga łazienki ma powierzchnię $8\ m^2$. Ile kartonów płytek *Telimena* trzeba kupić, aby wyłożyć nimi tę podłogę?

3. Zamień:

a) na metry kwadratowe: 15 a 4 ha 12 ha 3,5 a 1,3 ha

b) na ary: $200\ m^2$ $300\ m^2$ $450\ m^2$ $5000\ m^2$ $5500\ m^2$

c) na hektary: $70000\ m^2$ $100000\ m^2$ $5000\ m^2$ 250 a

4. a) Ile razy większe jest pole kwadratu o boku 2 m od pola kwadratu o boku 0,5 m?

b) Ile razy większe jest pole o powierzchni 1 ha od pasa ziemi o szerokości 1 m i długości 100 m?

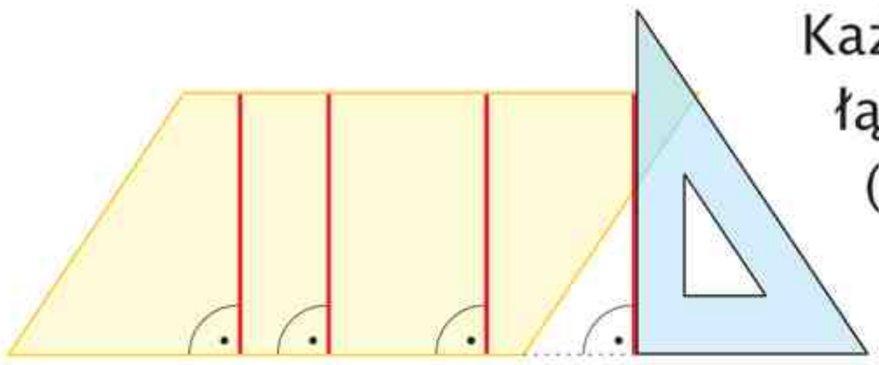
5. Na jeden metr kwadratowy gruntu stosuje się 10 g nawozu fosforowego. Ile ton nawozu fosforowego potrzeba do użyźnienia pola o powierzchni 30 ha?

6. Gospodarz miał łąkę o powierzchni 2,4 ha. Podzielił tę łąkę na działki rekreacyjne po 20 arów każda. Cztery działki przylegające do lasu sprzedał po 150 zł za $1\ m^2$, a pozostałe działki — po 100 zł za $1\ m^2$. Za jaką kwotę gospodarz sprzedał łąkę?

super zagadka

Gmina Linia (województwo pomorskie) ma powierzchnię około $120\ km^2$ i mieszka w niej około 6 tys. mieszkańców. Ile hektarów przypada na jednego mieszkańca tej gminy? Ilu mieszkańców przypada na 10 ha?

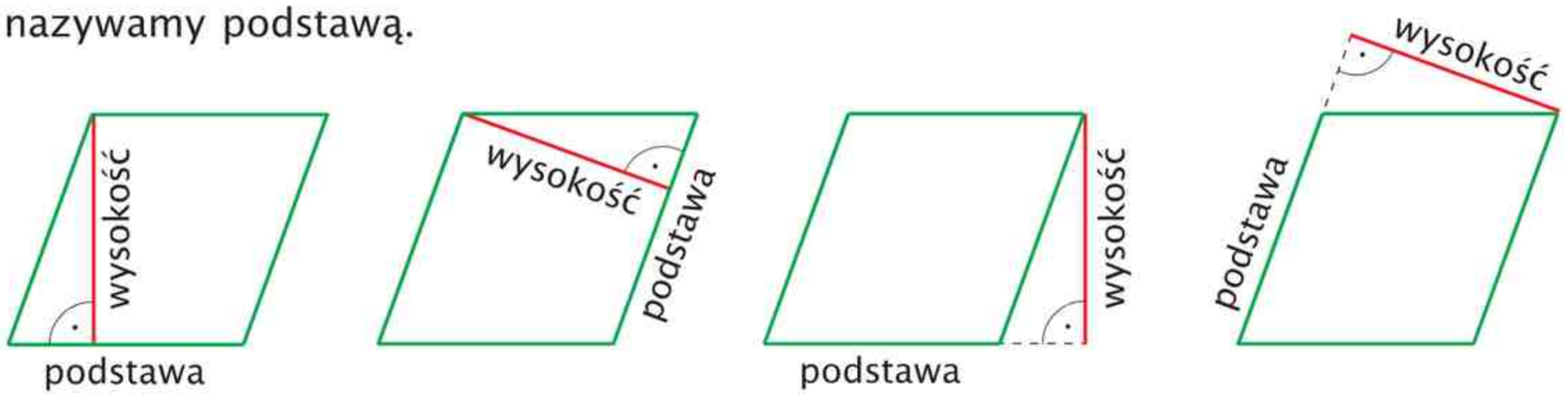
Pole równoległoboku



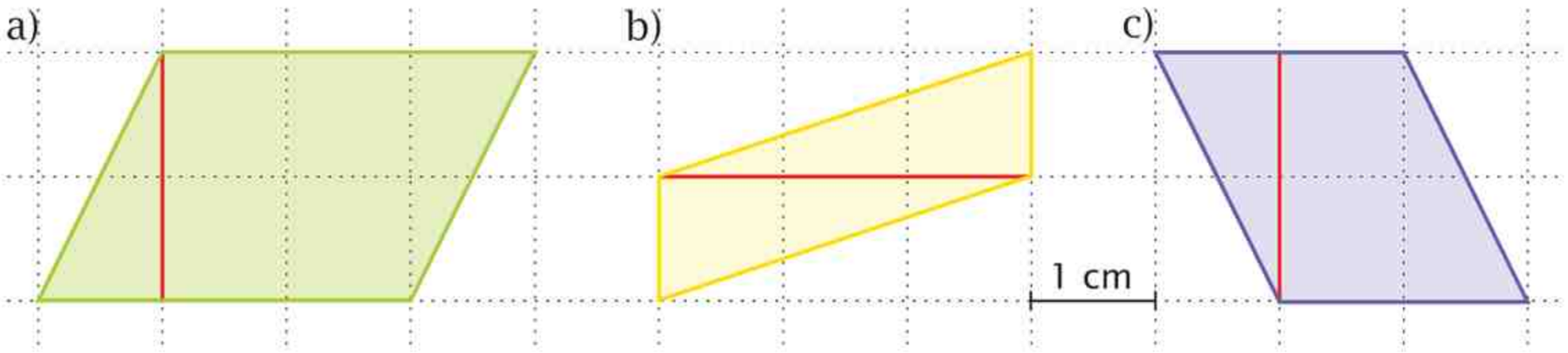
Każdy czerwony odcinek na rysunku obok łączy równoległe boki równoległoboku (lub ich przedłużenia) i jest prostopadły do tych boków. Taki odcinek nazywamy **wysokością równoległoboku**. Wysokością równoległoboku będziemy również nazywać długość tego odcinka.

Z wierzchołka równoległoboku można poprowadzić dwie wysokości. Bok, do którego prowadzimy wysokość, to **podstawa równoległoboku**.

Uwaga. Gdy wysokość prowadzimy do przedłużenia boku, to ten bok również nazywamy podstawą.

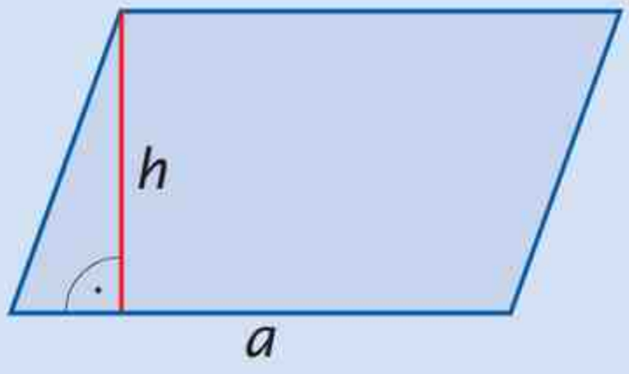


ĆWICZENIE. Wyobraź sobie, że równoległobok przedstawiony na rysunku przecinamy wzdłuż zaznaczonej wysokości. Z otrzymanych części układamy prostokąt. Ustal jego wymiary.



Przecinając równoległobok o podstawie a i wysokości h wzdłuż wysokości, otrzymujemy dwie części, z których można złożyć prostokąt o bokach a i h.

Pole równoległoboku jest takie samo jak pole otrzymanego prostokąta, zatem jest równe $a \cdot h$.

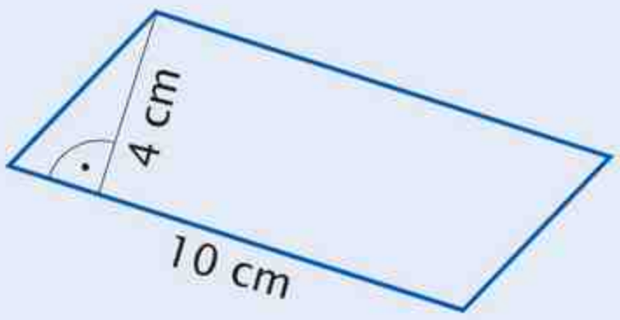


$$P = a \cdot h$$

P — pole równoległoboku
a — długość boku (podstawy)
h — wysokość poprowadzona do boku a lub do jego przedłużenia

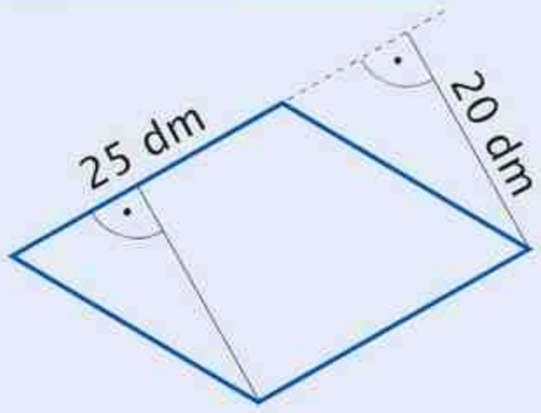
Powyżej zapisano wzór na pole równoległoboku. Korzystając z tego wzoru, trzeba pamiętać, aby długość podstawy i wysokość równoległoboku były wyrażone w tej samej jednostce.

PRZYKŁADY



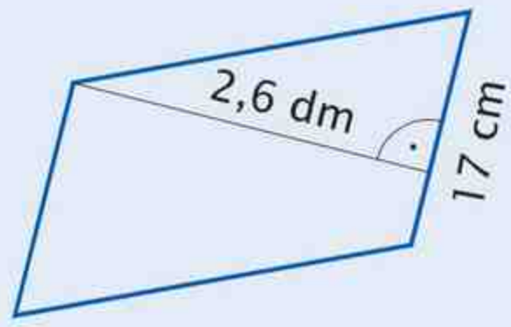
$10 \cdot 4 = 40$

$P = 40\ cm^2$



$25 \cdot 20 = 500$

$P = 500\ dm^2$



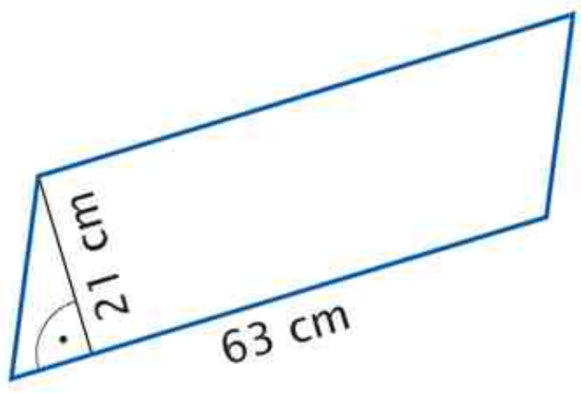
$2{,}6\ dm = 26\ cm$

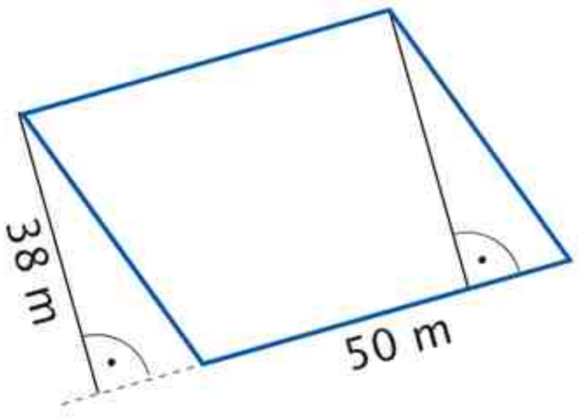
$17 \cdot 26 = 442$

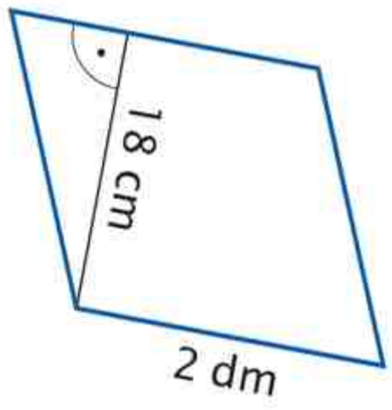
$P = 442\ cm^2$

ZADANIA

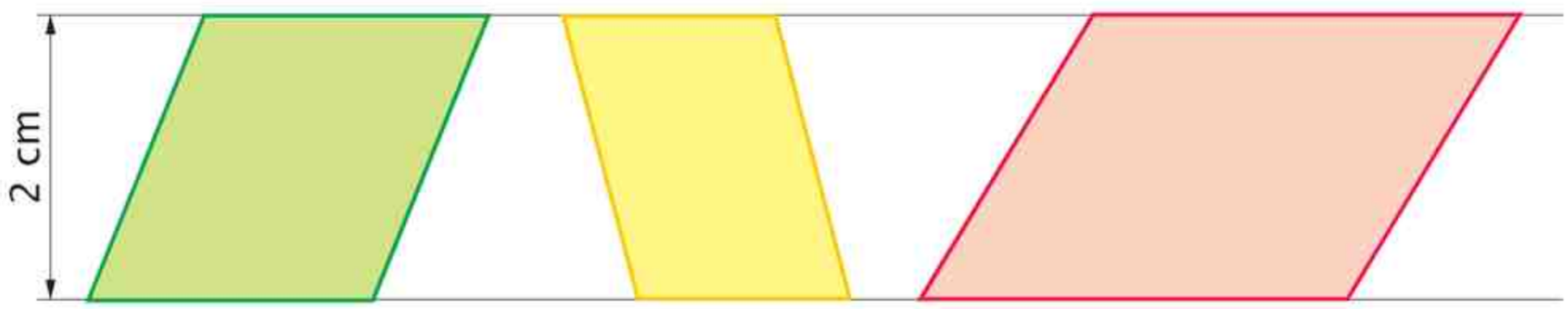
1. Oblicz pola poniższych równoległoboków.



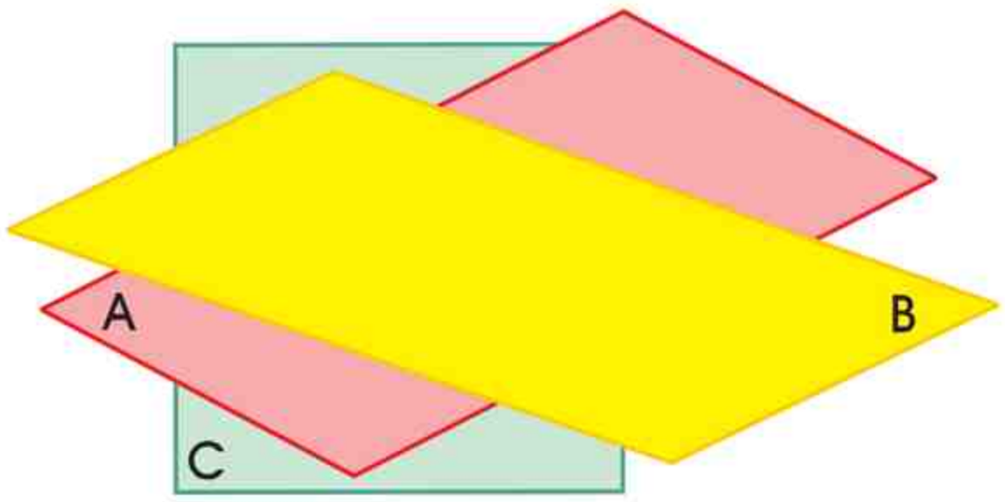




2. Zmierz odpowiednie odcinki i oblicz pola równoległoboków.



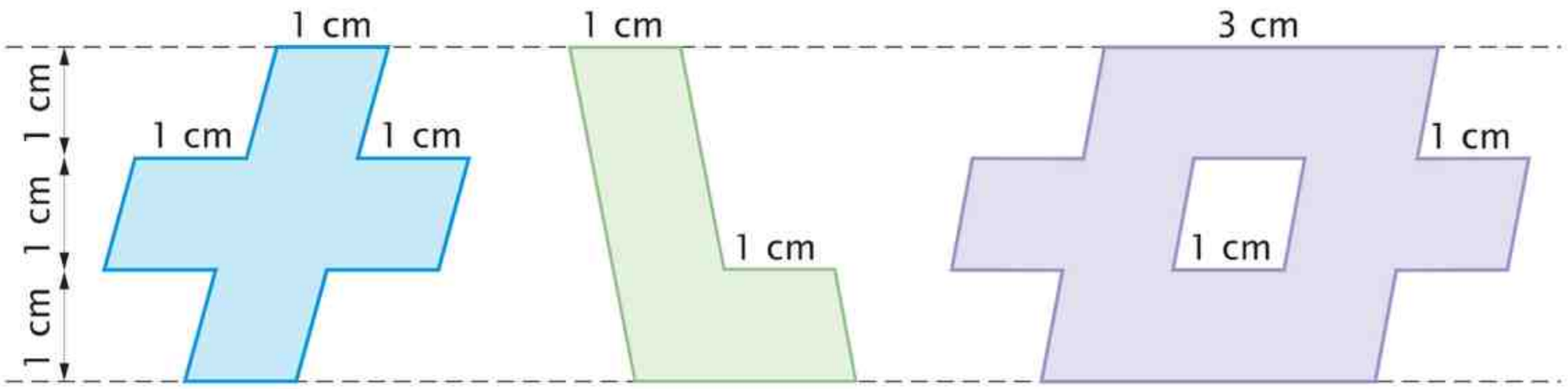
3. Narysuj w zeszycie cztery różne równoległoboki o jednakowym polu. Jakie pole mają twoje równoległoboki?



4. Figury A, B i C na rysunku obok to równoległoboki. Wykonaj odpowiednie pomiary i odpowiedz, który z nich ma najmniejsze, a który — największe pole.

5. Narysuj dowolny równoległobok, który nie jest prostokątem, a następnie narysuj prostokąt o takim samym polu.

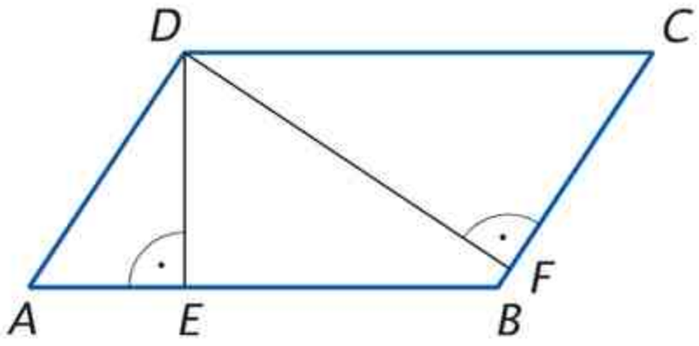
6. Oblicz pola zacieniowanych figur.



7. a) Jeden z boków równoległoboku o polu $92\ \text{cm}^2$ ma długość 4 cm. Jaką długość ma wysokość opuszczona na ten bok?

b) Oblicz pole i obwód rombu o boku 5 cm i wysokości 3 cm.

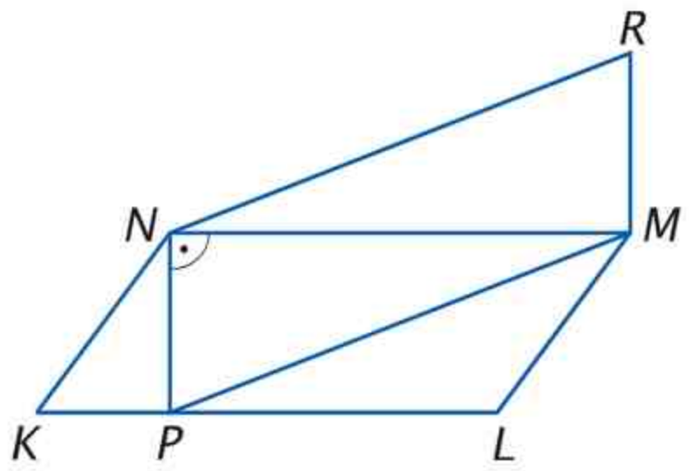
c) Jaka jest wysokość rombu, którego obwód wynosi 40 cm, a pole — $50\ \text{cm}^2$?



8. W równoległoboku $ABCD$ poprowadzono wysokości DE i DF. Oblicz wysokość DF, jeśli wiadomo, że $|AB| = 30$ m, $|BC| = 18$ m oraz $|DE| = 15$ m.

super zagadka

Popatrz na rysunek obok. Marysia twierdzi, że równoległoboki $KLMN$ i $PMRN$ mają równe pola. Czy ma rację? Odpowiedz na to pytanie bez mierzenia odcinków.

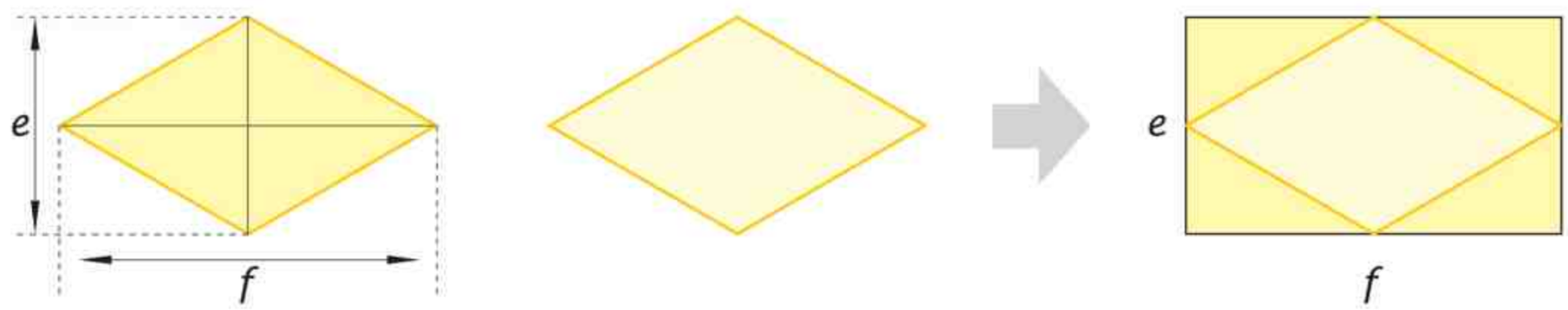


Pole rombu

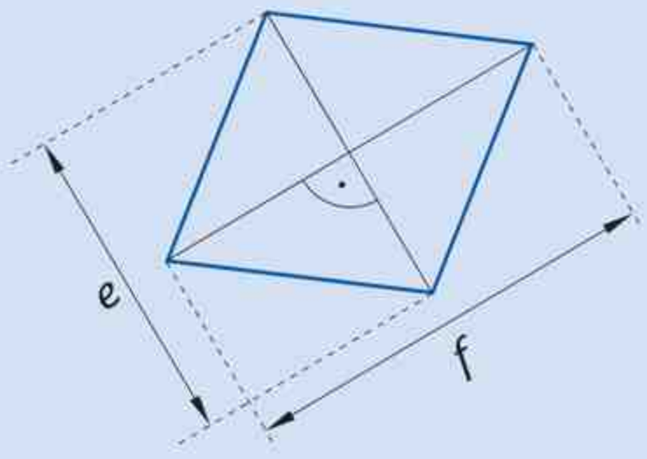
Romb jest równoległobokiem, jego pole możemy więc obliczyć, korzystając ze wzoru na pole równoległoboku. Pole rombu możemy także obliczyć w inny sposób — korzystając z tego, że jego przekątne są prostopadłe i przecinają się w połowie.

ĆWICZENIE. Narysuj na kartce dwa jednakowe romby, wytnij je i przetnij jeden z rombów wzdłuż przekątnych. Ułóż prostokąt z otrzymanych trójkątów i drugiego rombu. Ile razy pole prostokąta jest większe od pola rombu? Jakie wymiary ma prostokąt?

Z dwóch jednakowych rombów o przekątnych długości e i f można ułożyć prostokąt o bokach długości e i f.



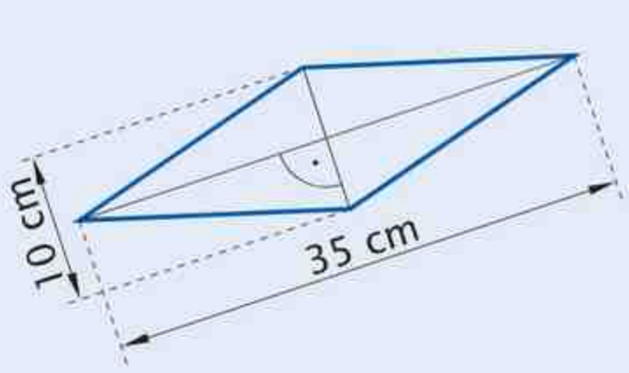
Otrzymany prostokąt ma pole równe $e \cdot f$ i pole to jest 2 razy większe niż pole każdego z rombów, z których został ułożony.



$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

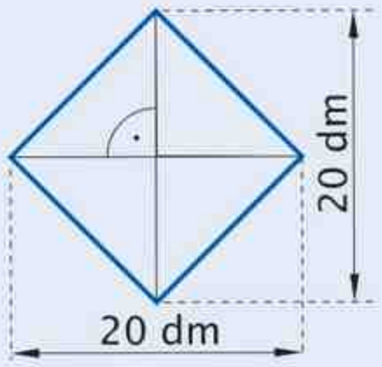
P — pole rombu
e, f — długości przekątnych rombu wyrażone w tej samej jednostce

PRZYKŁADY



$\frac{10 \cdot 35}{2} = 175$

$P = 175\ cm^2$



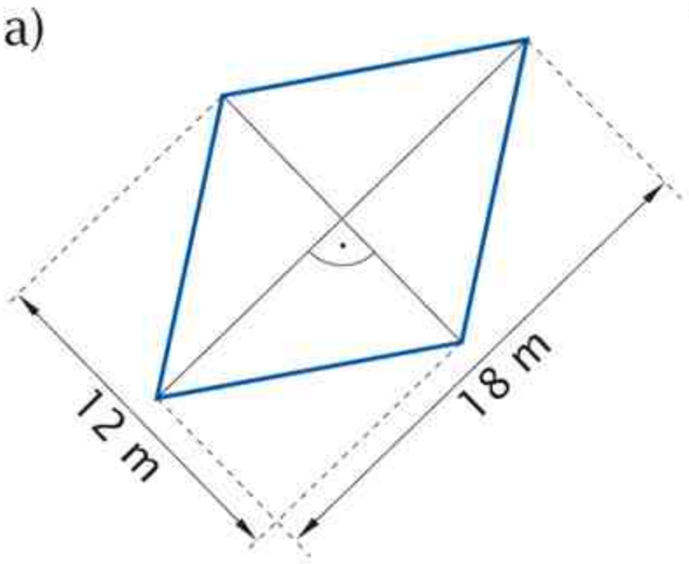
$\frac{20 \cdot 20}{2} = 200$

$P = 200\ dm^2$

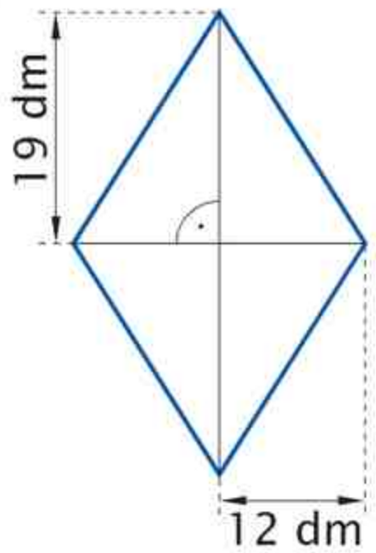
ZADANIA

1. Oblicz pola poniższych rombów.

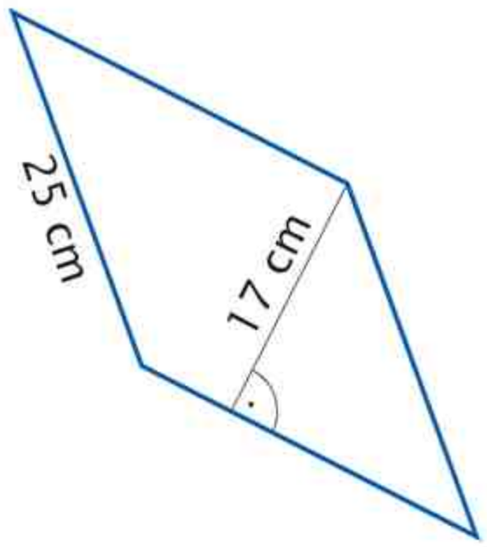
a)



b)



c)



2. Przekątna kwadratu ma 24 cm. Jakie pole ma ten kwadrat?

3. Jedna z przekątnych rombu ma 10 cm. Oblicz pole tego rombu, jeśli:

a) druga przekątna jest 4 razy dłuższa,

b) druga przekątna jest o 4 cm dłuższa.

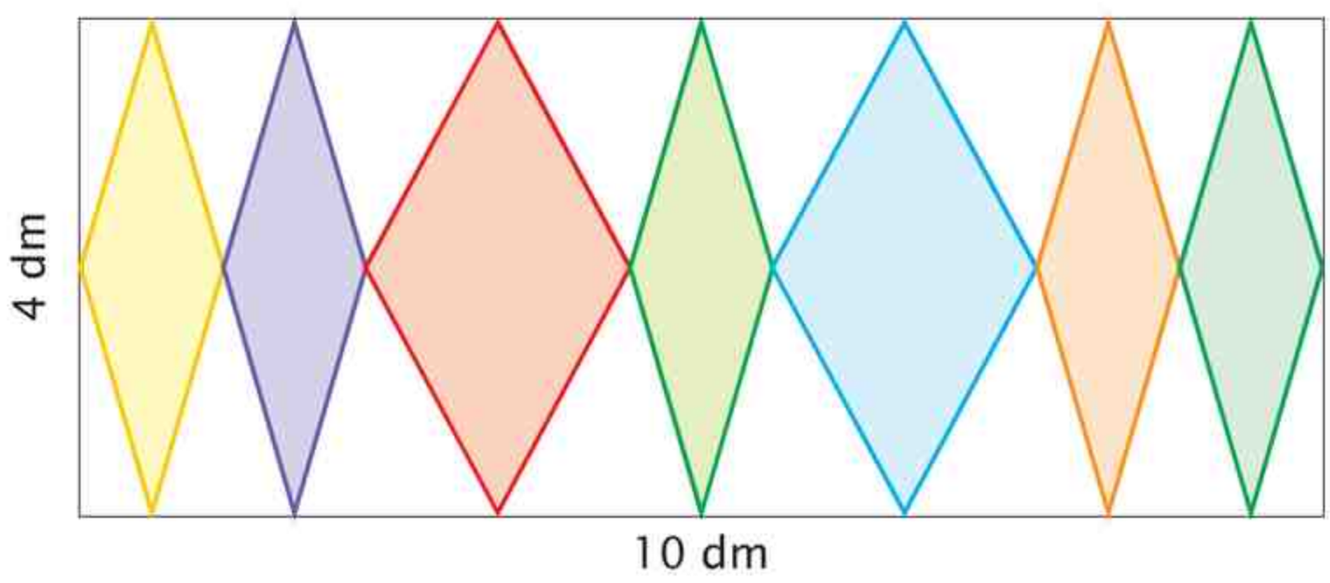
4. Narysuj dowolny romb o polu $12\,cm^2$.

5. Pole rombu wynosi $6\,cm^2$, a jedna z jego przekątnych ma 6 cm. Jaka jest długość drugiej przekątnej?

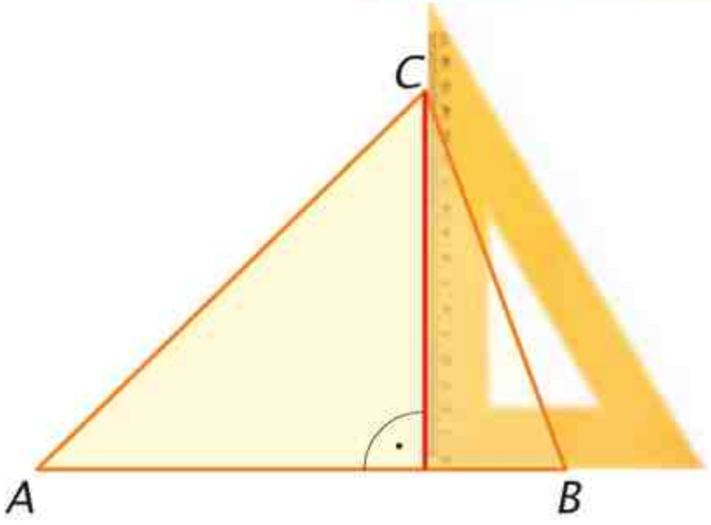
6. Przekątne rombu dzielą go na cztery jednakowe trójkąty prostokątne o bokach długości 3 cm, 4 cm i 5 cm. Jakie pole ma ten romb?

super zagadka

Oblicz sumę pól siedmiu kolorowych rombów.

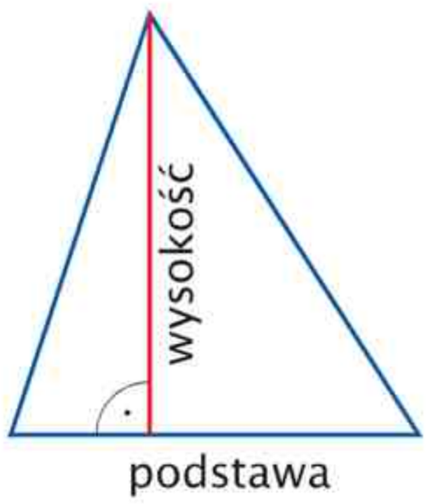


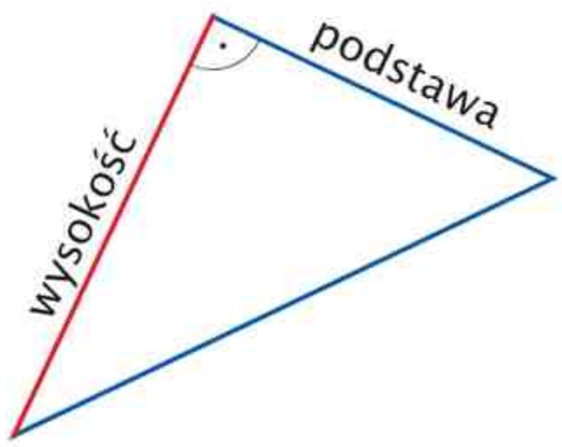
Pole trójkąta

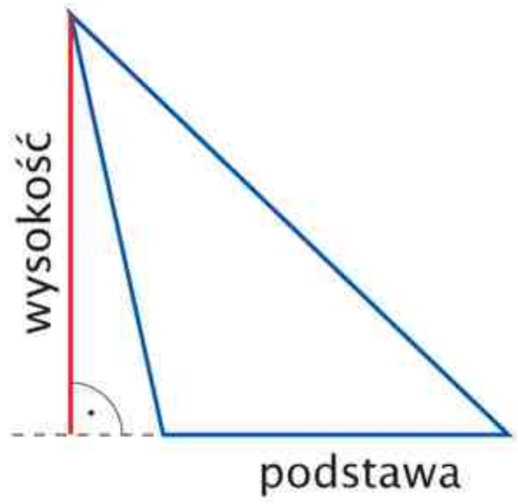


ĆWICZENIE A. Narysuj dowolny trójkąt ostrokątny ABC, a następnie odcinek prostopadły do boku AB, łączący wierzchołek C z bokiem AB.

Na każdym z poniższych rysunków z wierzchołka trójkąta poprowadzono odcinek prostopadły do przeciwległego boku, łączący wierzchołek z tym bokiem lub jego przedłużeniem. Każdy taki odcinek, a także jego długość, nazywamy **wysokością trójkąta**, a odpowiadający mu bok — **podstawą**.

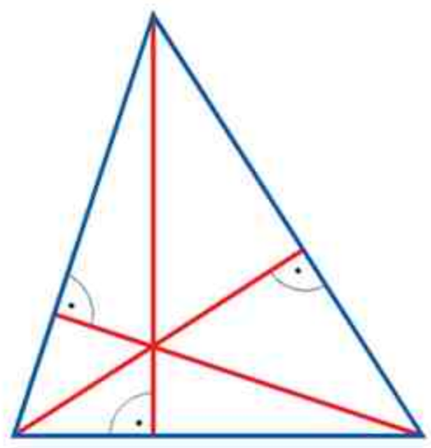


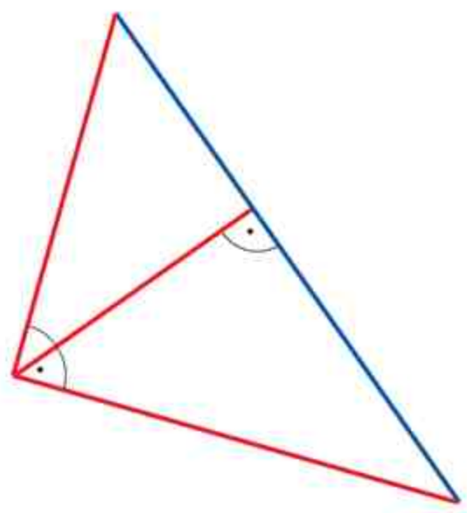


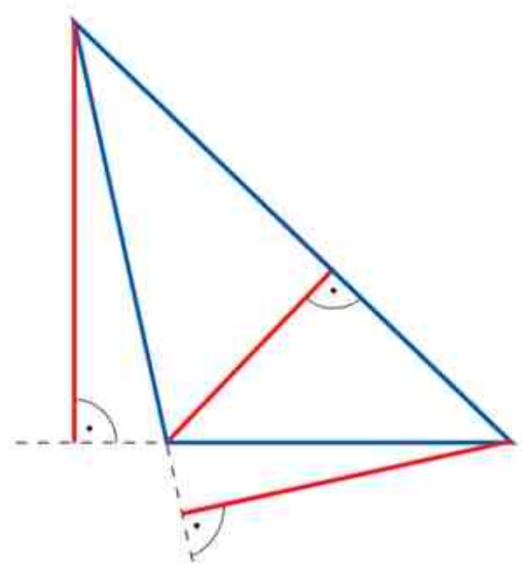


ĆWICZENIE B. Narysuj dowolny trójkąt. Wybierz jeden wierzchołek i poprowadź wysokość z tego wierzchołka. Zaznacz kolorem tę wysokość i odpowiadającą jej podstawę.

W każdym trójkącie można poprowadzić trzy wysokości (każdy bok trójkąta to podstawa odpowiadająca jednej z wysokości trójkąta).

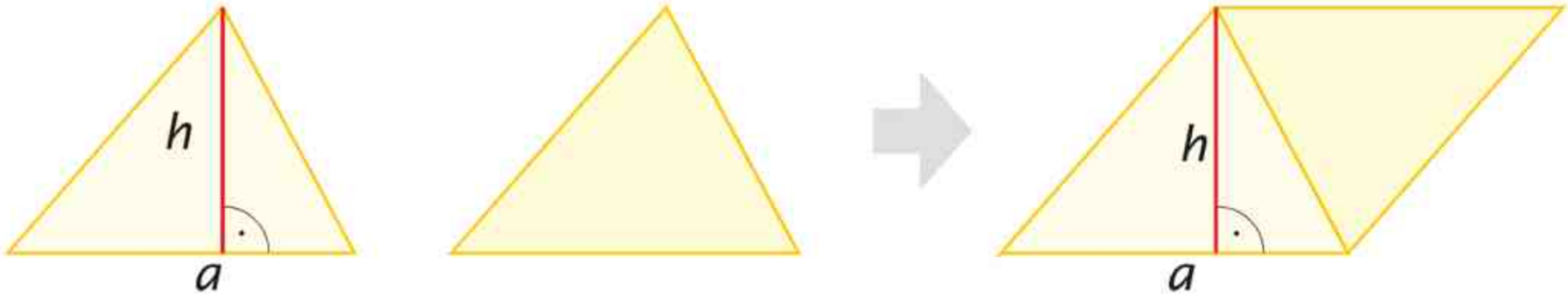




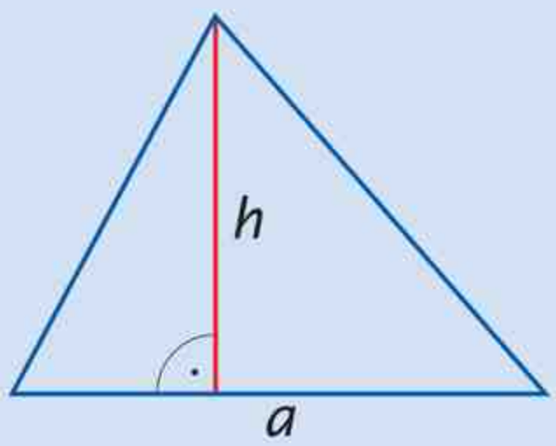


ĆWICZENIE C. Zegnij kartkę na pół. Narysuj dowolny trójkąt i wytnij ten trójkąt tak, aby otrzymać dwa jednakowe trójkąty. Złóż z nich równoległobok i oblicz jego pole (zmierz długości odpowiednich odcinków). Jakie pole ma każdy z trójkątów?

Z dwóch jednakowych trójkątów o podstawie a i wysokości h opuszczonej na tę podstawę można złożyć równoległobok o podstawie a i wysokości h.



Pole tego równoległoboku jest równe $a \cdot h$, a każdy z trójkątów ma pole 2 razy mniejsze. Wynika stąd wzór na pole trójkąta.



$$P = \frac{a \cdot h}{2}$$

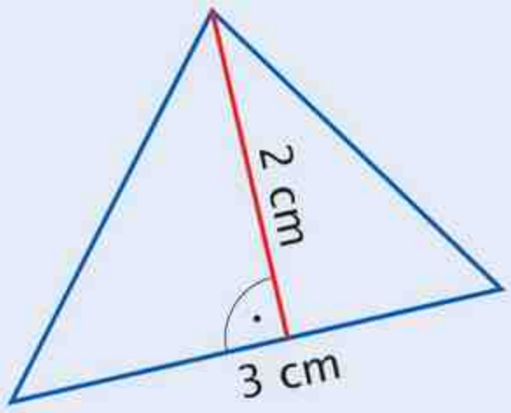
P — pole trójkąta
a — długość podstawy
h — wysokość poprowadzona do podstawy długości a (lub do jej przedłużenia)

Stosując powyższy wzór, musimy pamiętać, aby długość podstawy i wysokość trójkąta były wyrażone w tej samej jednostce.

ĆWICZENIE D. a) Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 cm i 3 cm. Poprowadź wysokość do jednej z przyprostokątnych. Oblicz pole trójkąta.

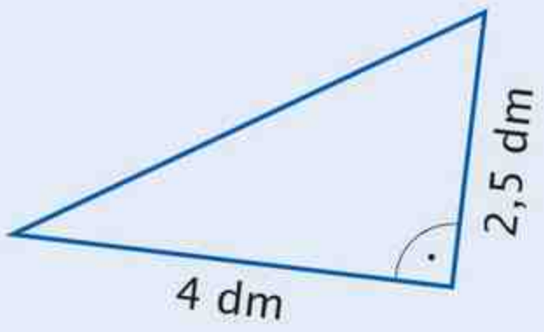
b) Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości a oraz b. Jakie jest pole tego trójkąta?

PRZYKŁADY



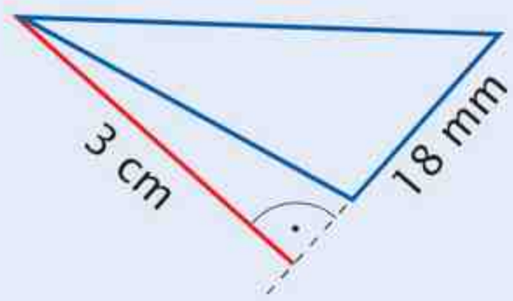
$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$

$P = 3\ cm^2$



$\frac{4 \cdot 2{,}5}{2} = 5$

$P = 5\ dm^2$



$3\ cm = 30\ mm$

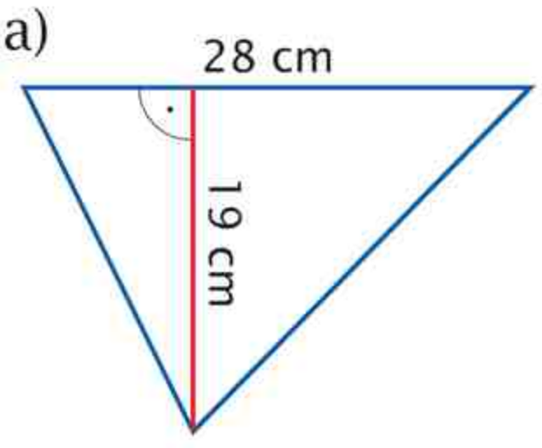
$\frac{18 \cdot 30}{2} = 270$

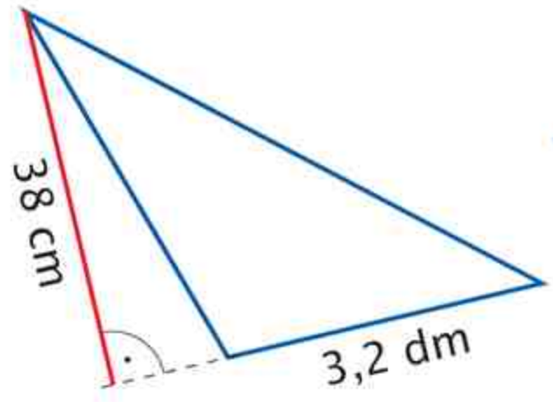
$P = 270\ mm^2$

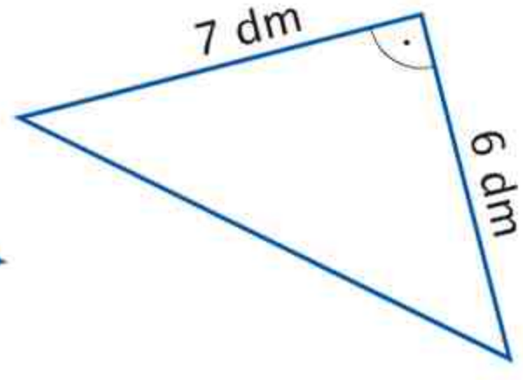
ZADANIA

1. Oblicz pola trójkątów przedstawionych na rysunkach.

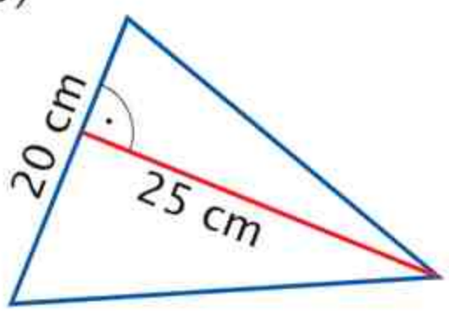
a)

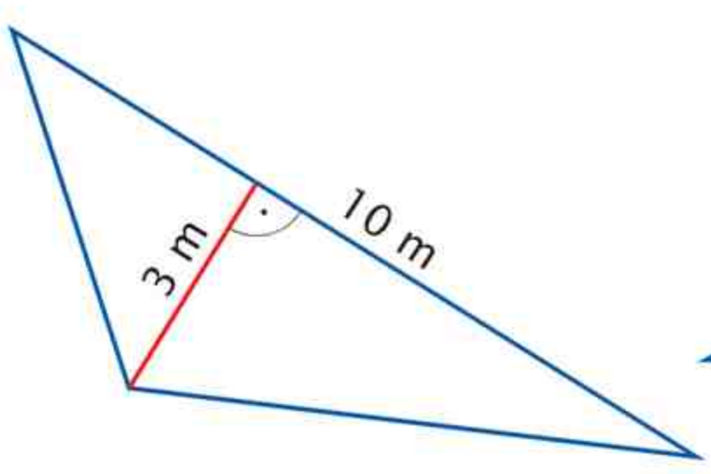


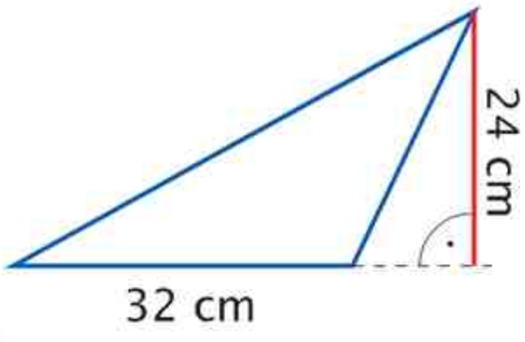




b)

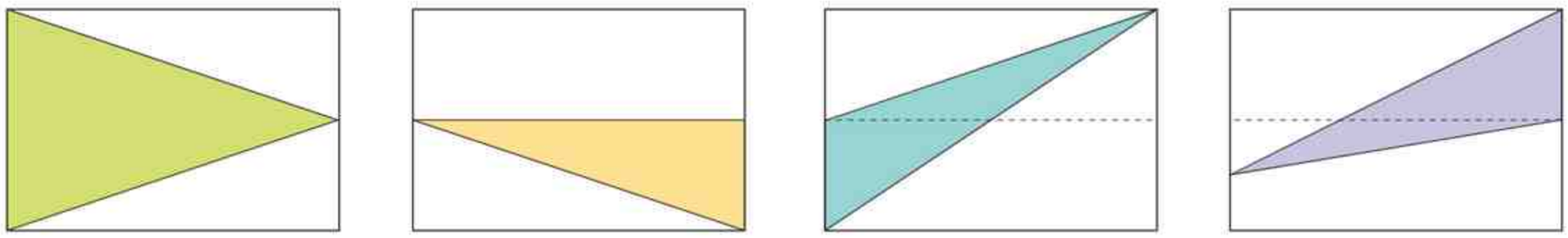




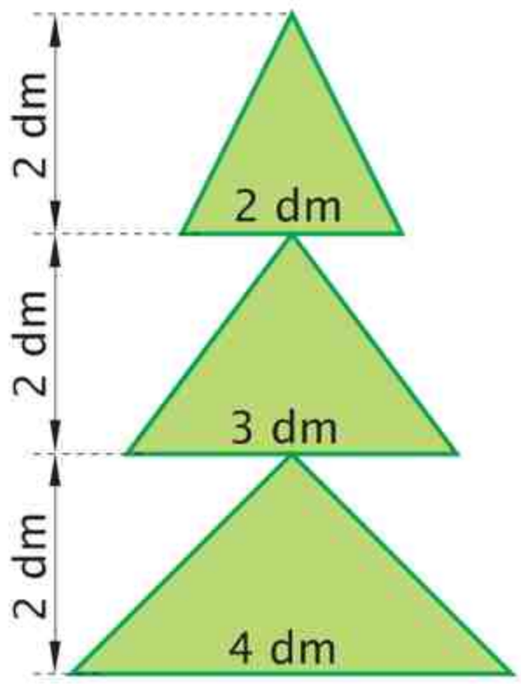


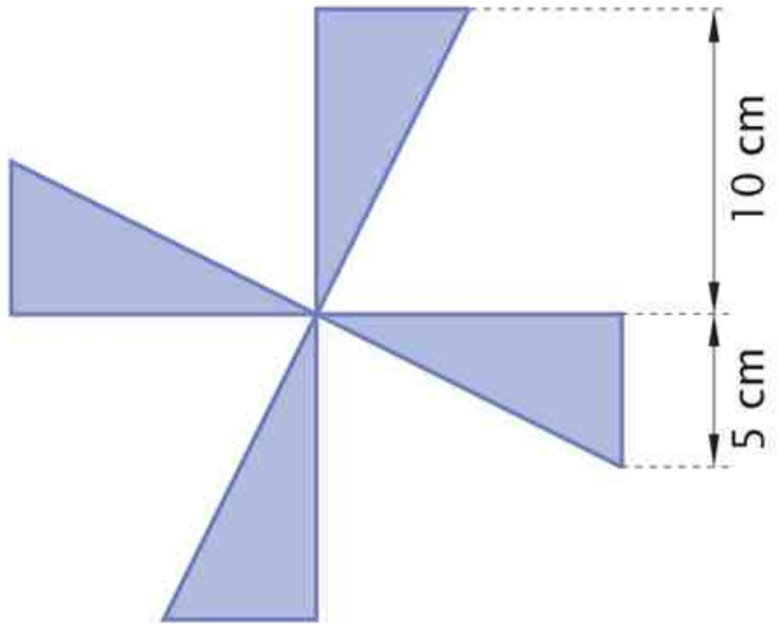
2. Narysuj trójkąt ostrokątny, trójkąt prostokątny oraz rozwartokątny tak, aby te trójkąty miały jednakowe pola.

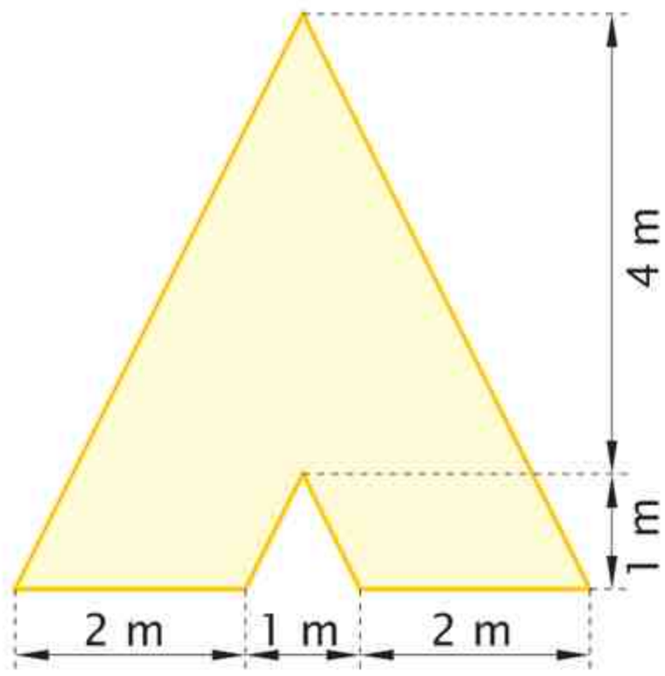
3. Każdy z prostokątów na rysunku ma wymiary 4 cm × 6 cm. Oblicz pola zacieniowanych trójkątów.



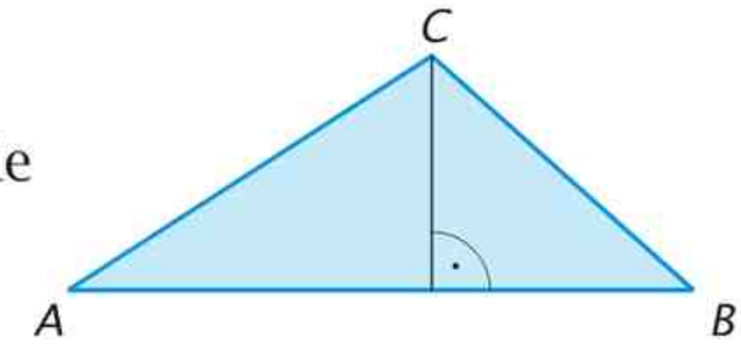
4. Oblicz pola trzech poniższych figur.

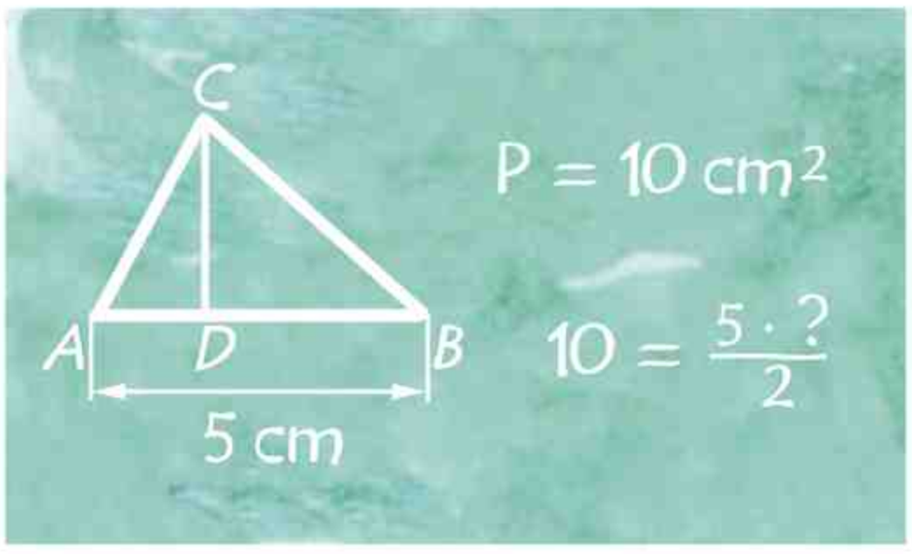






5. Narysuj prostokąt, który ma takie samo pole jak trójkąt *ABC*.



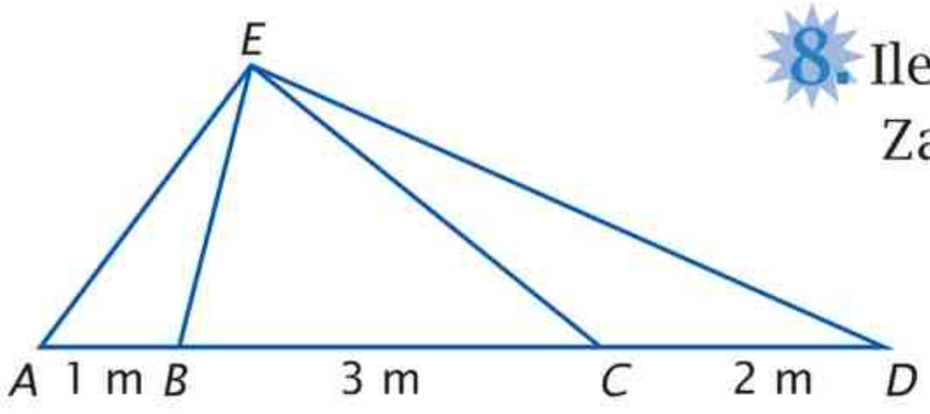


6. a) Pole trójkąta *ABC* jest równe $10\ cm^2$. Podstawa *AB* ma długość 5 cm. Jaką długość ma wysokość *CD* poprowadzona do tej podstawy?

b) Pole trójkąta *EFG* jest równe $20\ cm^2$, a wysokość poprowadzona z wierzchołka *G* ma długość 4 cm. Jaką długość ma podstawa *EF*?

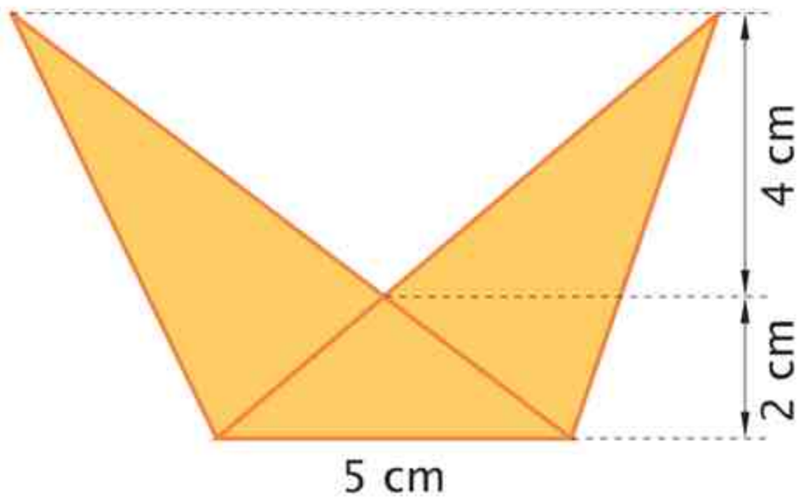
7. a) W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości 5 cm i 7 cm. Oblicz pole tego trójkąta.

b) W trójkącie prostokątnym o polu $40\ cm^2$ jedna z przyprostokątnych ma 4 cm. Jaką długość ma druga przyprostokątna?



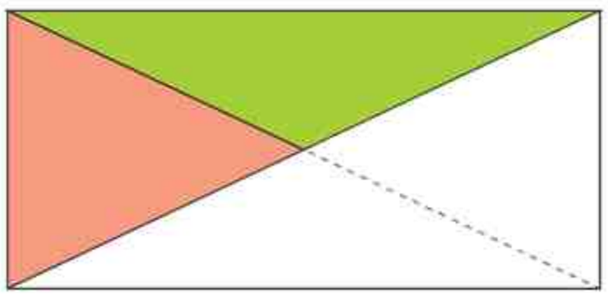
8. Ile trójkątów widzisz na rysunku obok? Zapisz pola tych trójkątów od najmniejszego do największego, wiedząc, że pole trójkąta *ADE* jest równe $6\ m^2$.

9. Jakie pole ma figura zamalowana na rysunku obok?



10. Boki trójkąta *ABC* mają długości: $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 7$ cm, $|AC| = 8$ cm. Która z wysokości tego trójkąta jest najdłuższa?

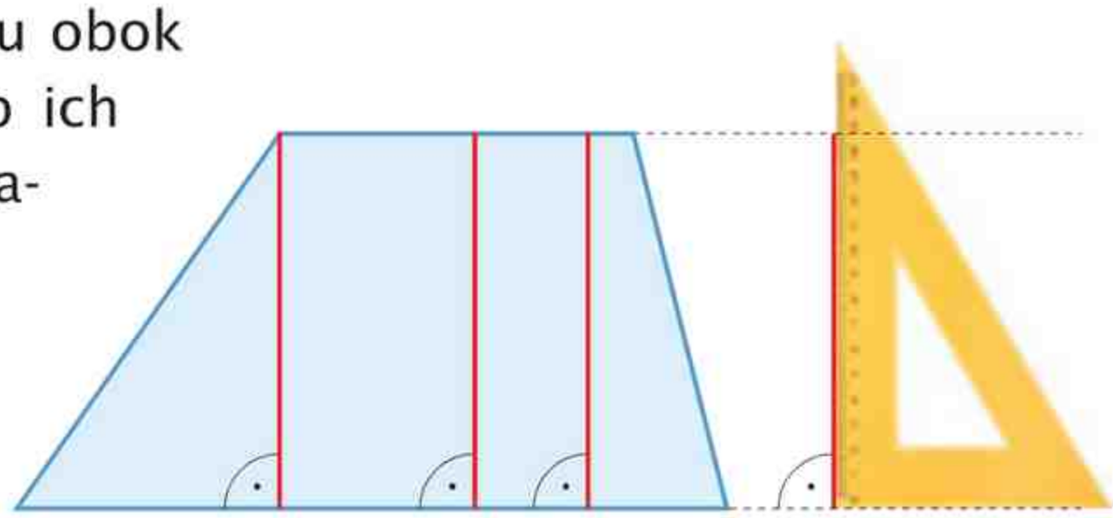
super zagadka



W prostokącie o polu $18\ cm^2$ narysowano przekątne i zaznaczono dwa trójkąty, takie jak na rysunku obok. Oblicz pola obu tych trójkątów.

Pole trapezu

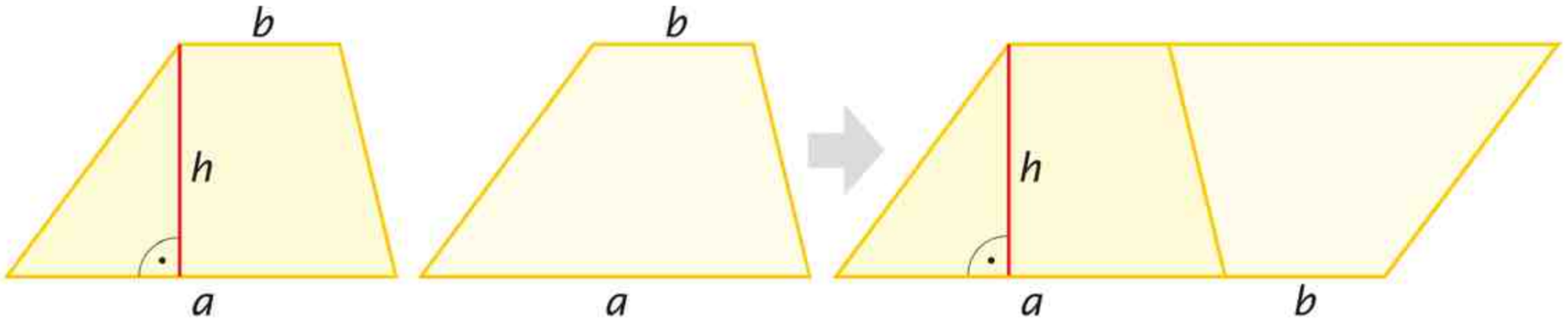
Czerwone odcinki na rysunku obok łączą podstawy trapezu (lub ich przedłużenia) i są prostopadłe do obu podstaw. Każdy taki odcinek, a także jego długość, nazywamy **wysokością trapezu**.



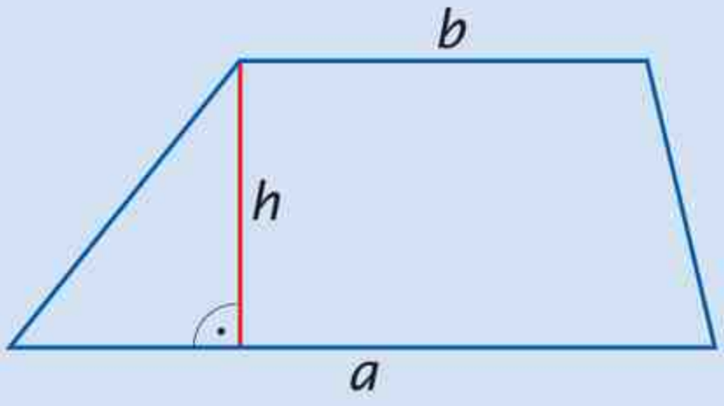
ĆWICZENIE A. Narysuj dowolny trapez oraz kilka jego wysokości.

ĆWICZENIE B. Zegnij kartkę na pół. Narysuj dowolny trapez i wytnij go tak, aby otrzymać dwa jednakowe trapezy. Ułóż z nich równoległobok. Zmierz długości odpowiednich odcinków i oblicz pole otrzymanego równoległoboku. Jakie pole ma każdy z trapezów?

Z dwóch jednakowych trapezów o podstawach długości a i b oraz wysokości h można ułożyć równoległobok o podstawie $a + b$ i wysokości h.



Pole równoległoboku jest równe $(a + b) \cdot h$. Równoległobok ten powstał z dwóch jednakowych trapezów, zatem pole trapezu jest 2 razy mniejsze niż pole równoległoboku. Wynika stąd wzór na pole trapezu.

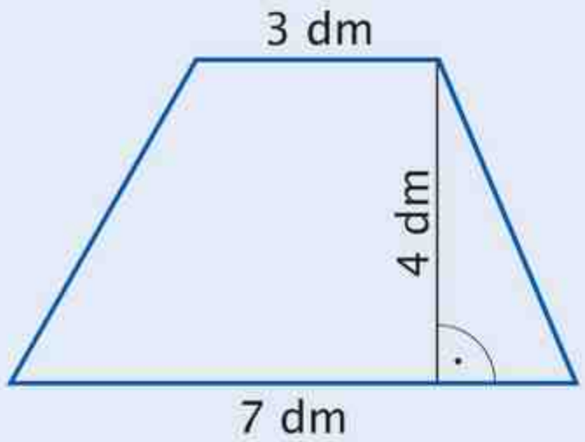


$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

P — pole trapezu
a, b — długości podstaw trapezu
h — wysokość trapezu

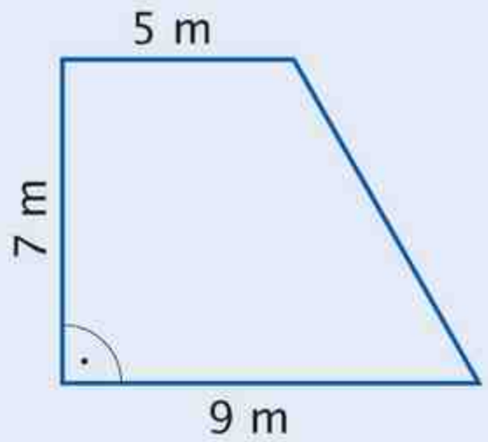
Korzystając z tego wzoru, musimy pamiętać, aby długości podstaw i wysokość trapezu były wyrażone w tej samej jednostce.

PRZYKŁADY



$$\frac{(7+3)\cdot 4}{2} = 20$$

$P = 20\ dm^2$



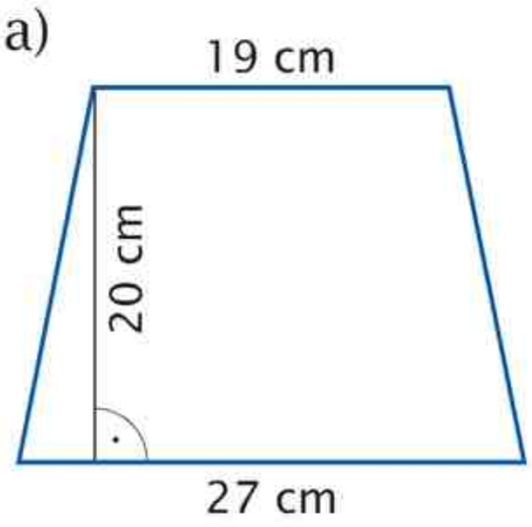
$$\frac{(9+5)\cdot 7}{2} = 49$$

$P = 49\ m^2$

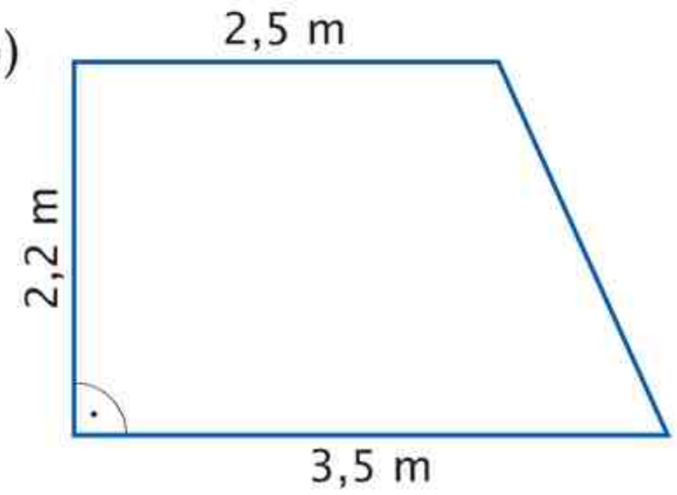
ZADANIA

1. Oblicz pola trapezów przedstawionych na rysunkach.

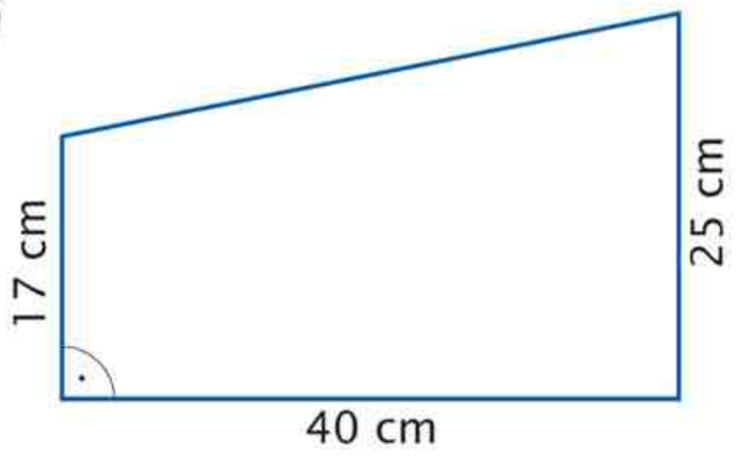
a)



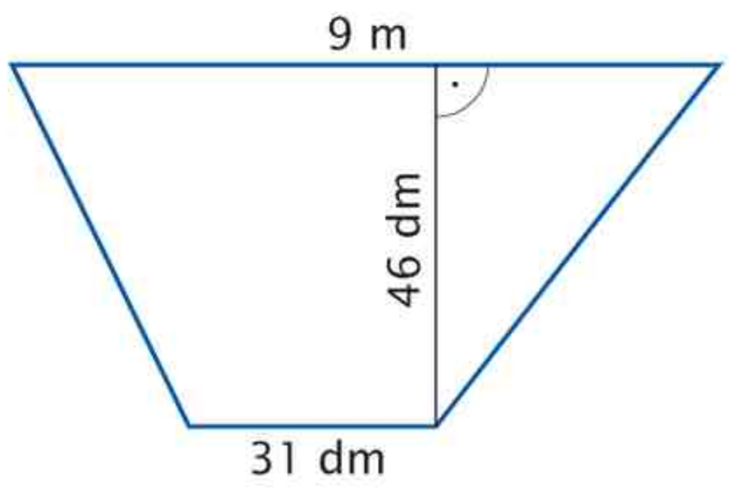
b)



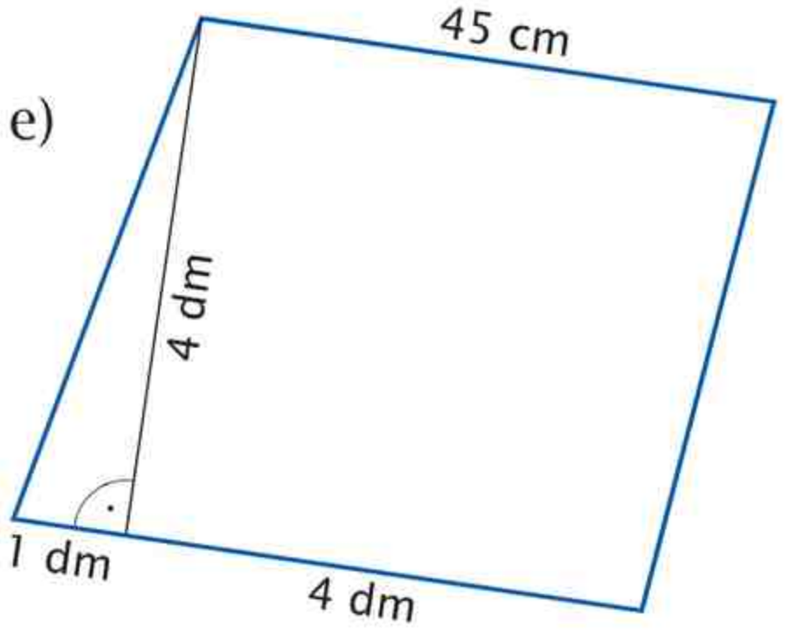
c)



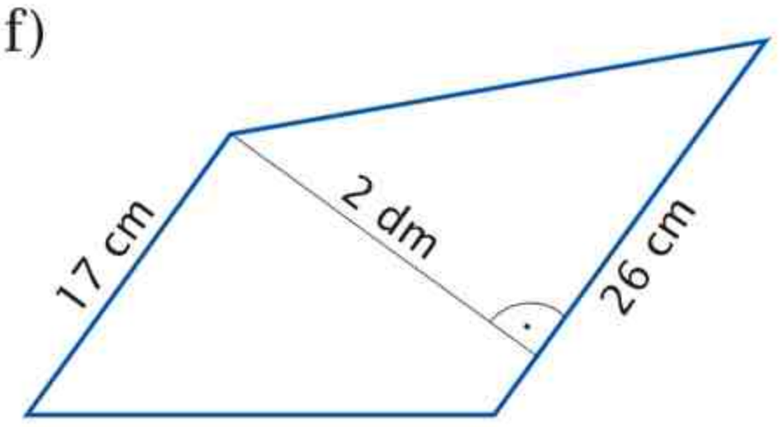
d)



e)



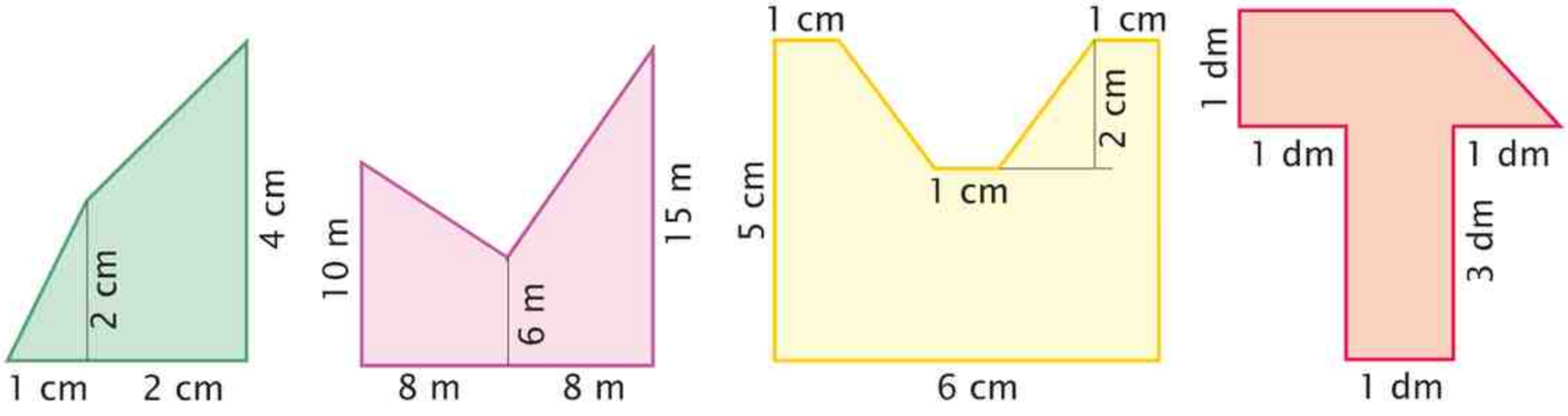
f)



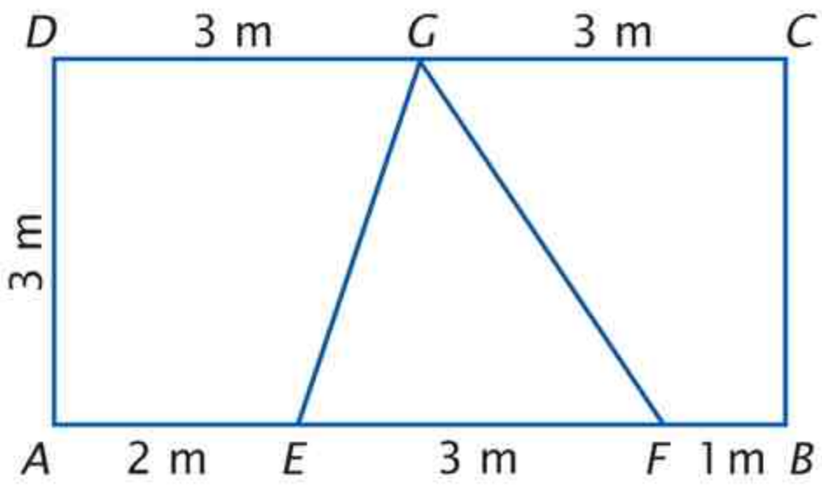
2. a) Oblicz pole trapezu, w którym wysokość ma 4 cm, jedna z podstaw ma 10 cm, a druga jest o 5 cm od niej dłuższa.

b) Suma długości podstaw trapezu wynosi 7 cm, a wysokość jest równa 4 cm. Jakie pole ma ten trapez?

3. Oblicz pola figur przedstawionych na rysunkach.



4. Obwód trapezu równoramiennego wynosi 28 cm, każde ramię ma długość 5 cm, a wysokość jest równa 4 cm. Oblicz pole tego trapezu.

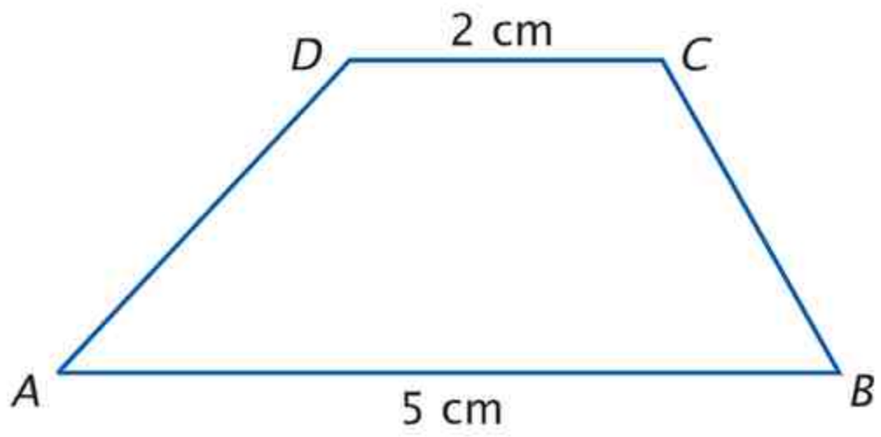


5. Na rysunku obok można znaleźć pięć trapezów. Znajdź te trapezy i oblicz ich pola.

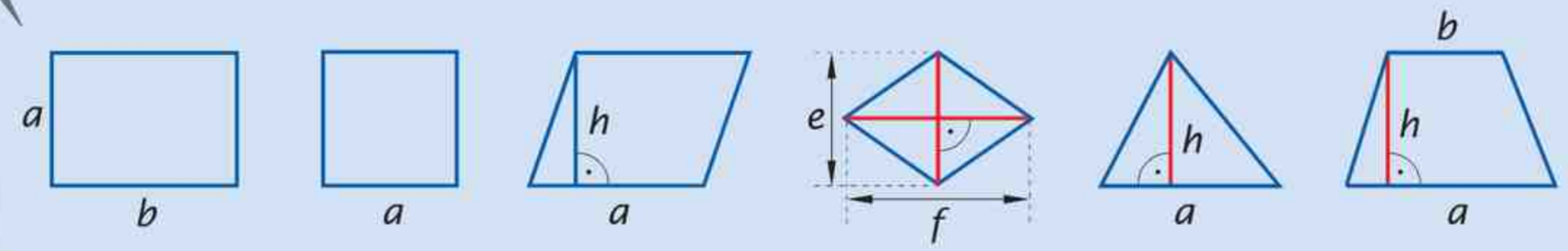
6. Pole trapezu jest równe 32 cm^2, jedna z jego podstaw ma długość 12 cm, a druga jest od niej 3 razy krótsza. Oblicz wysokość tego trapezu.

super zagadka

Jak podzielić trapez $ABCD$ na dwa trapezy o równych polach?

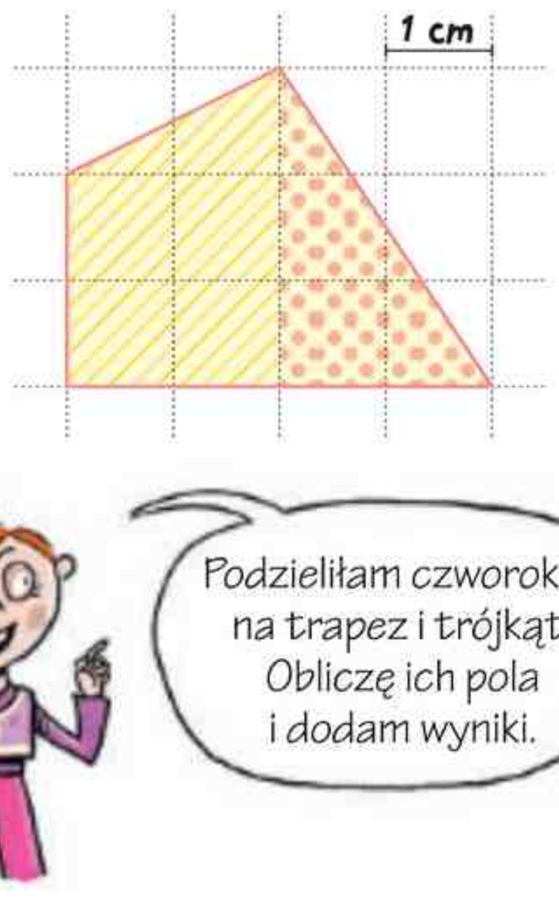


Pola wielokątów – podsumowanie



$P = a \cdot b$ $P = a^2$ $P = a \cdot h$ $P = \frac{e \cdot f}{2}$ $P = \frac{a \cdot h}{2}$ $P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$

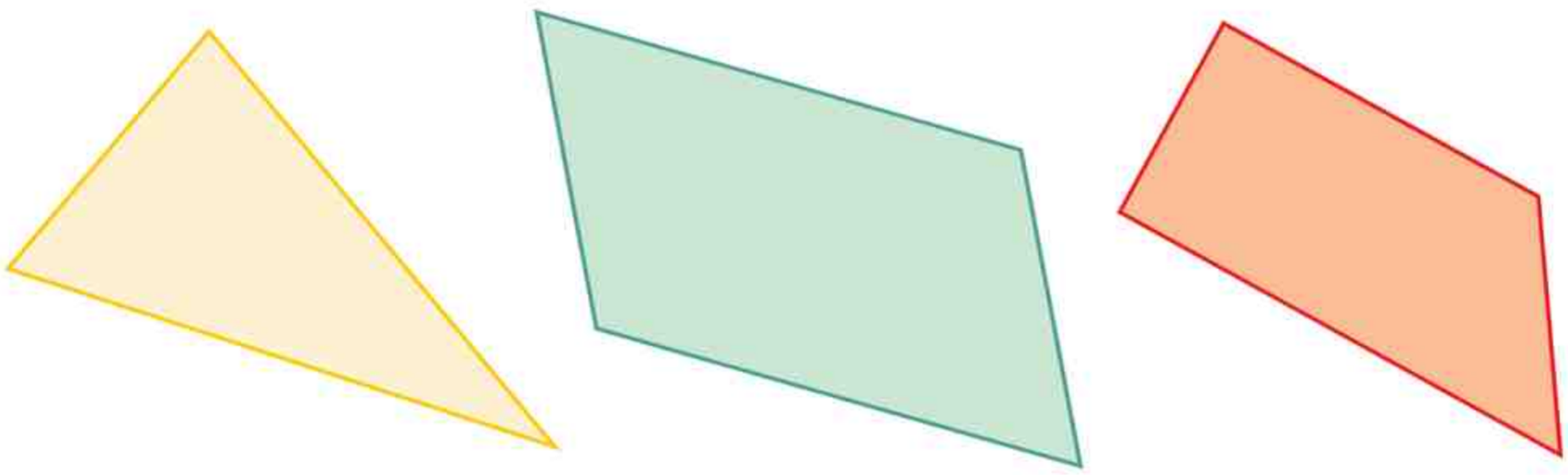
Umiesz już obliczać pola prostokątów, kwadratów, równoległoboków, rombów, trójkątów i trapezów. Korzystając z poznanych wzorów, możemy obliczać pola innych wielokątów. Przyjrzyj się, jak Agata i Jacek obliczają pole tego samego czworokąta, każde z nich innym sposobem.



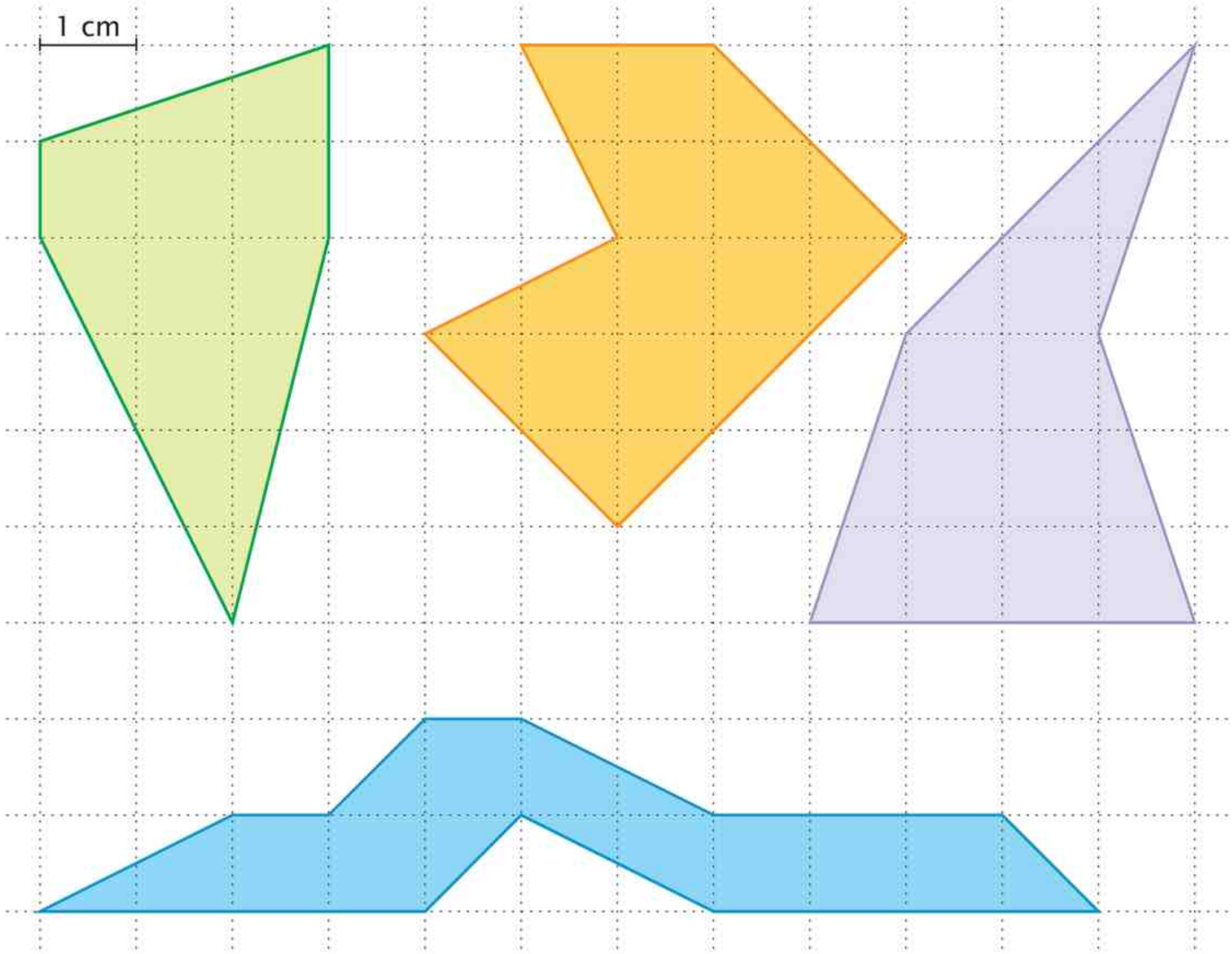
ĆWICZENIE. Oblicz pole czworokąta sposobem Agaty oraz sposobem Jacka. Wymyśl jeszcze inny sposób obliczania tego pola.

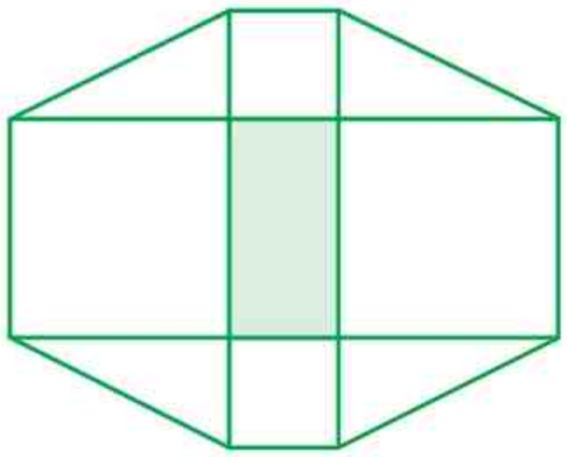
ZADANIA

1. Narysowane figury to trójkąt, równoległobok i trapez. Zmierz długości odpowiednich odcinków i oblicz pola tych figur.



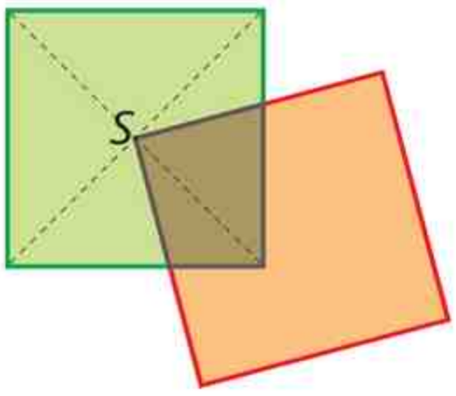
2. Oblicz pola zamalowanych figur.





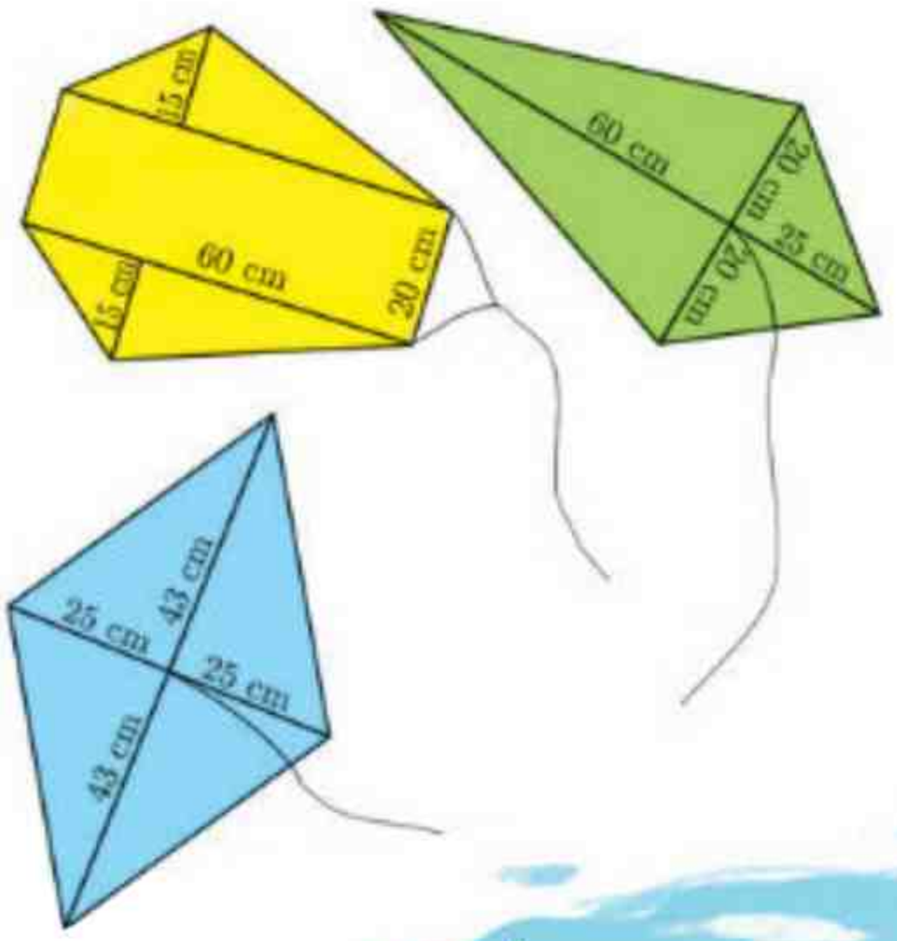
3. Zielony prostokąt przedstawiony na rysunku obok ma w rzeczywistości wymiary 5 dm × 10 dm. Na jego bokach zbudowano kwadraty, połączono ich wierzchołki i w ten sposób otrzymano ośmiokąt. Oblicz pole tego ośmiokąta.

Ciekawostka



Kwadraty zielony i czerwony mają boki tej samej długości. Punkt *S* jest środkiem kwadratu zielonego i wierzchołkiem czerwonego. Wyobraź sobie, że czerwony kwadrat obraca się wokół punktu *S*. Pole części wspólnej obu kwadratów, niezależnie od położenia kwadratu czerwonego, jest zawsze takie samo.

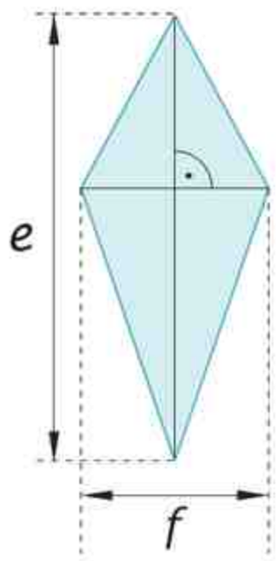
4. Przeczytaj ciekawostkę. Jakie pole ma wspólna część obu kwadratów, gdy bok każdego z nich ma długość 2 cm?



5. Na rysunku zniknęły fragmenty sznurków od latawców. Dopasuj latawce do ich właścicieli.

Ciekawostka

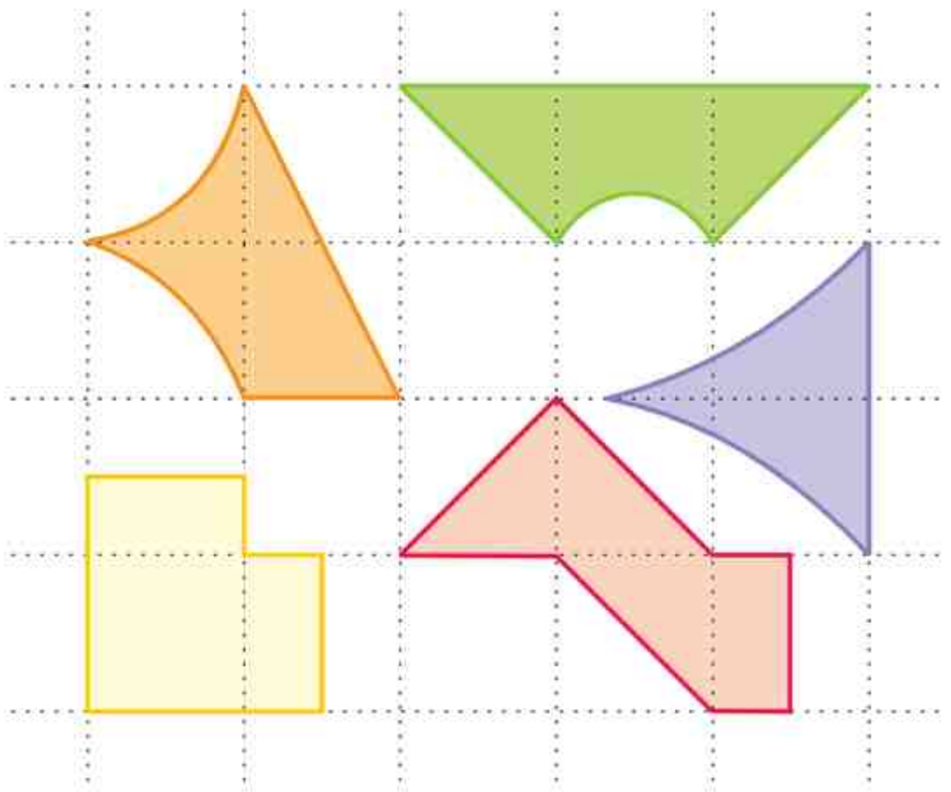
Popatrz na czworokąt przedstawiony poniżej. Ma on dwie pary sąsiednich boków równej długości. Taki czworokąt nazywamy **deltoidem**. Przekątne deltoidu są prostopadłe. Punkt przecięcia przekątnych dzieli jedną z nich na połowy. Pole deltoidu można obliczać z następującego wzoru:



$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

6. Przeczytaj ciekawostkę. Narysuj dowolny deltoid o przekątnych długości 6 cm i 10 cm. Oblicz jego pole.

7. Bok kratki ma 1 cm. Które z poniższych figur mają pole mniejsze niż $2\ cm^2$?



super zagadka

Narysuj dowolny pięciokąt, którego pole jest równe $10\ cm^2$.

1. Wybierz właściwą odpowiedź.

Prostokąt ma wymiary $2\,\text{m} \times 5\,\text{dm}$. Jego pole wynosi:

A. $10\,\text{dm}^2$ B. $100\,\text{dm}^2$

Obwód tego prostokąta wynosi:

C. 50 dm D. 14 dm

2. Oceń prawdziwość zdań.

① Pas łąki w kształcie prostokąta o wymiarach $1\,\text{m} \times 100\,\text{m}$ ma pole powierzchni równe 1 a. PRAWDA / FAŁSZ

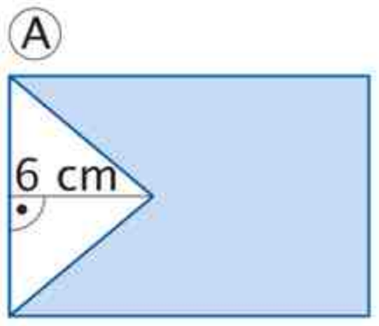
② Pole uprawne o powierzchni 1,5 ha jest 10 razy większe od działki o powierzchni $1500\,\text{m}^2$. PRAWDA / FAŁSZ

③ Pole w kształcie kwadratu o boku 90 m ma powierzchnię większą niż 1 ha. PRAWDA / FAŁSZ

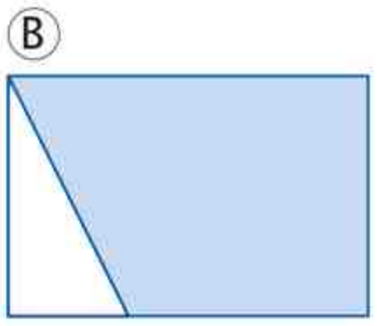
④ 20 jednakowych działek o powierzchni 25 a to w sumie 50 ha. PRAWDA / FAŁSZ

3. Z prostokąta o bokach 10 cm i 15 cm wycięto trójkąty na cztery sposoby. Która z zacieniowanych figur ma największe pole?

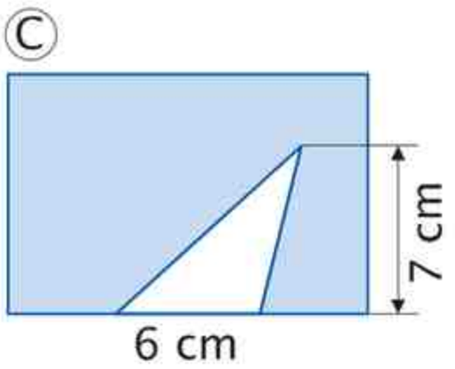
Ⓐ



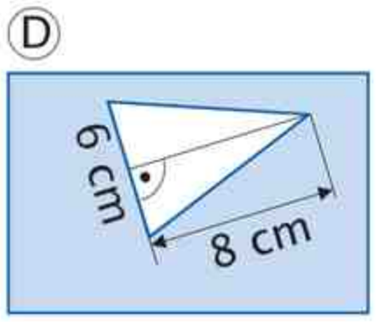
Ⓑ



Ⓒ

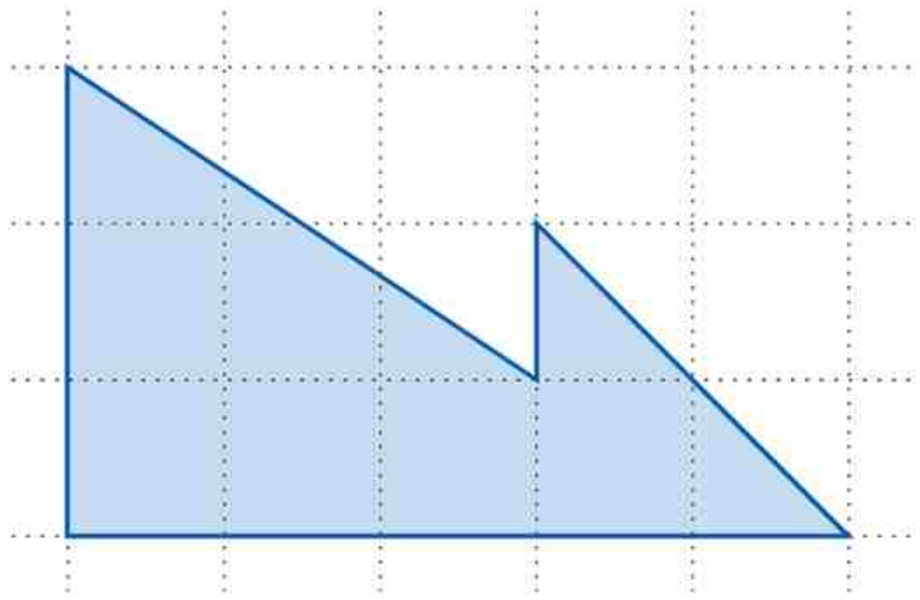


Ⓓ

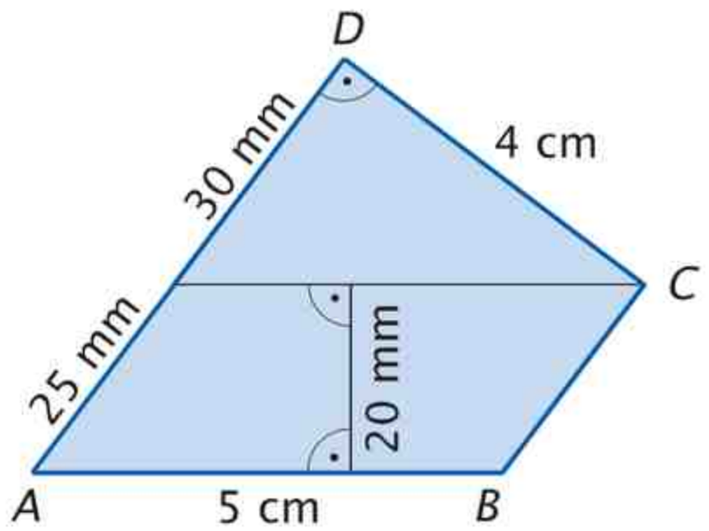


4. Trójkąt prostokątny ma boki długości 30 cm, 34 cm i 16 cm. Jakie jest pole tego trójkąta?

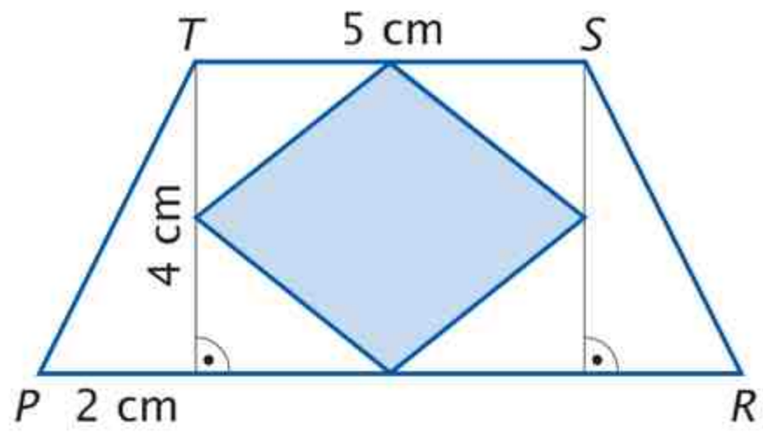
5. Bok kratki na poniższym rysunku ma długość 1 cm. Jakie pole ma zacieniowana figura?



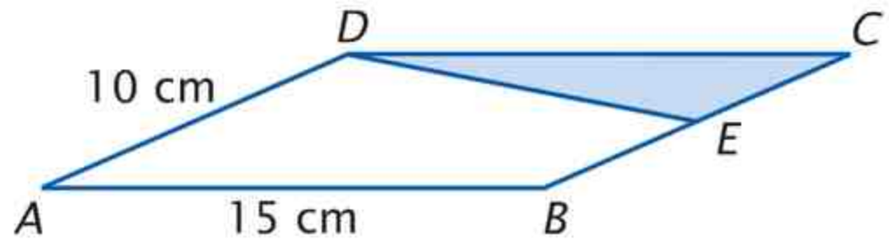
6. Jakie pole ma trapez *ABCD*?



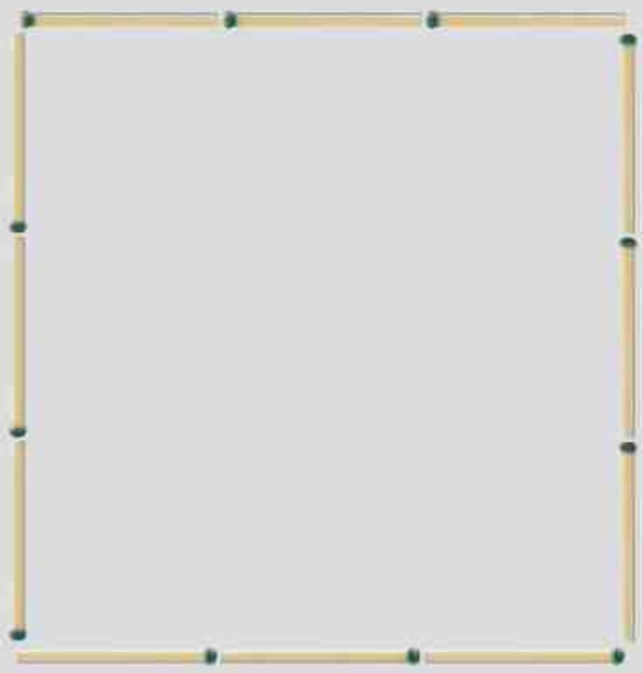
7. O ile większe jest pole trapezu równoramiennego *PRST* od pola zacieniowanego rombu?



8. Równoległobok *ABCD* ma boki długości 10 cm i 15 cm. Jedna z wysokości tego równoległoboku ma 4 cm, a druga — 6 cm. Punkt *E* jest środkiem boku *BC*. Jakie pole ma zacieniowany trójkąt?



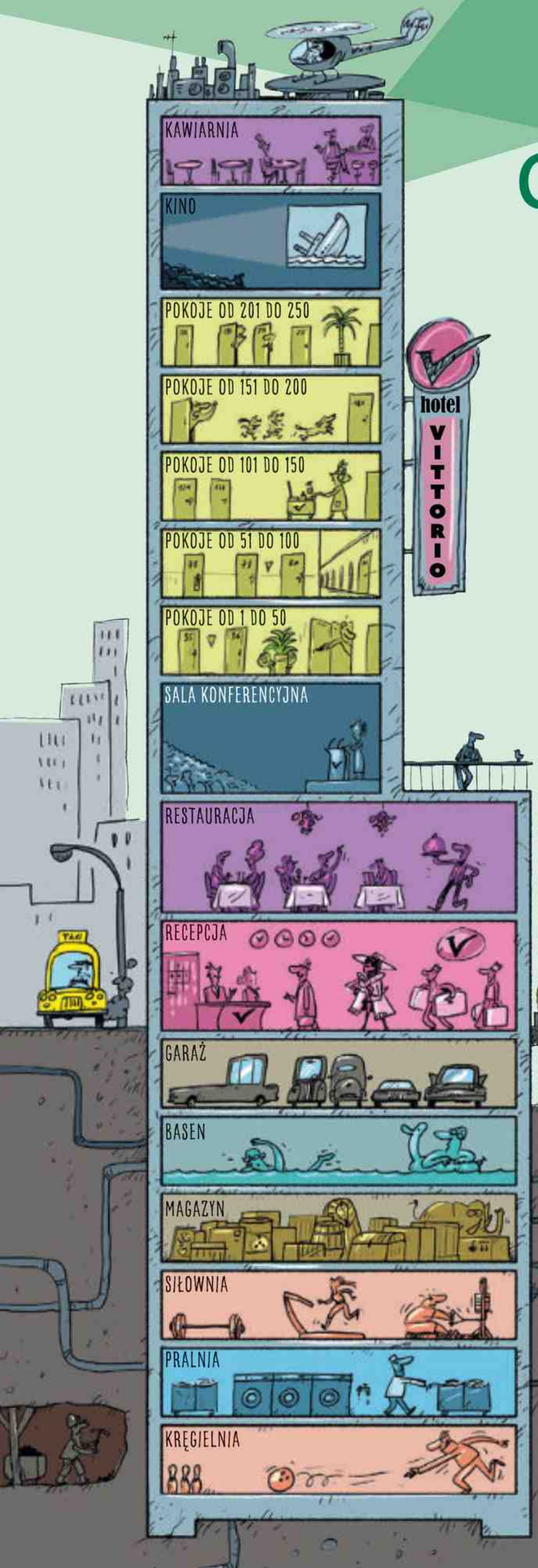
11 Z dwunastu jednakowych zapałek ułożono kwadrat.



Za pomocą dodatkowych zapałek ten kwadrat można podzielić na trzy części o jednakowych polach. Pokaż dwa różne sposoby podziału przy użyciu sześciu zapałek.
Uwaga. Zapałek nie można łamać.

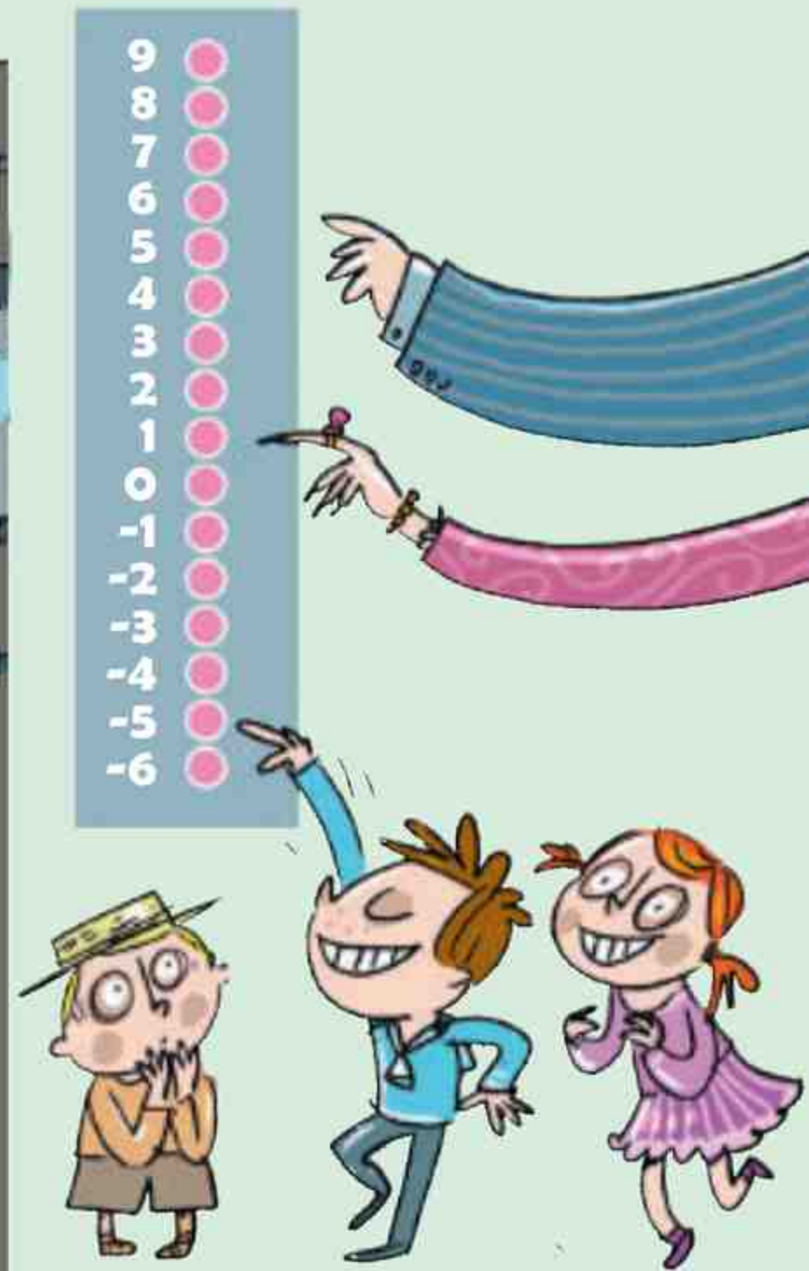
12 Pięciu panów wykonuje 5 różnych zawodów, każdy z nich dokładnie jeden zawód. Wiadomo, że pan Abacki jest albo hydraulikiem, albo wojskowym. Pan Babacki jest lekarzem albo nauczycielem. Pan Cabacki jest hydraulikiem albo mechanikiem. Pan Dabacki jest wojskowym albo nauczycielem i wreszcie pan Ebacki jest lekarzem albo mechanikiem. Jaki zawód wykonują poszczególni panowie, jeśli dodatkowo wiadomo, że nazwisko lekarza zaczyna się od samogłoski?

Liczby całkowite

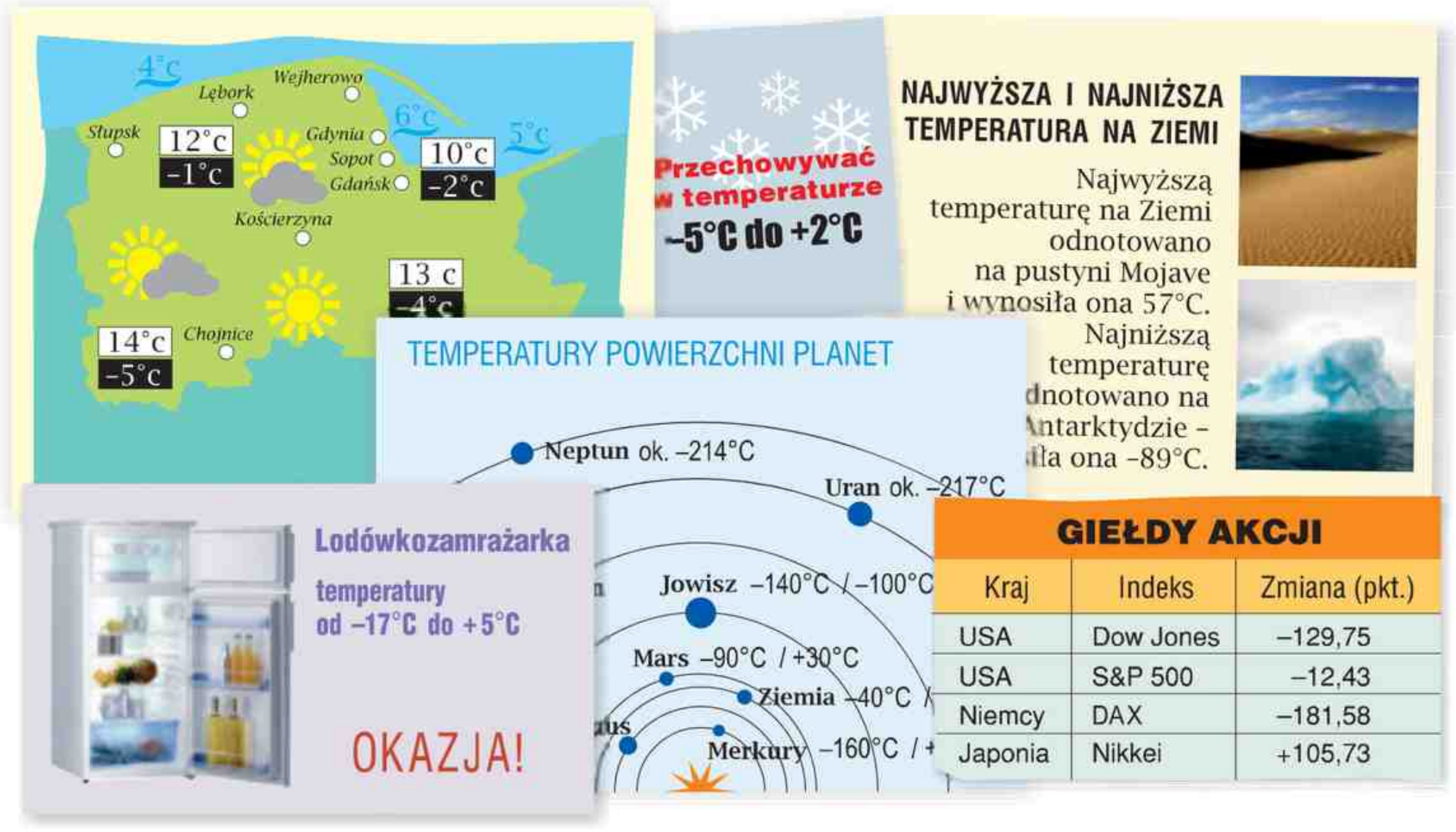


W hotelu *Vittorio* oprócz parteru jest 9 pięter nad ziemią, a pod ziemią jest 6 pięter. Na przyciskach w windzie piętra podziemne oznaczono numerami −1, −2, −3 itd.

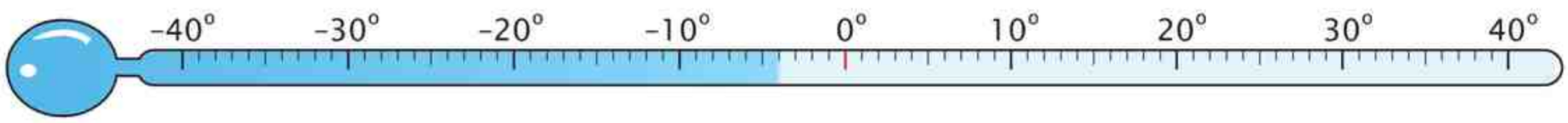
1. Który przycisk musi nacisnąć pan Jan, gdy chce jechać na basen, a który, gdy jedzie do kręgielni?
2. Czterej panowie wsiedli do windy i nacisnęli guziki z numerami: −6, 7, −3, 2. Dokąd jadą ci panowie?
3. Pani Magdalena wyszła z pokoju nr 74 i zjechała 5 pięter w dół. Na którym piętrze wysiadła?
4. Pani Ala wsiadła do windy na piętrze −6 z dziećmi, które nacisnęły wszystkie guziki. Ile razy winda się zatrzymała, zanim pani Ala wysiadła na siódmym piętrze?



Liczby ujemne

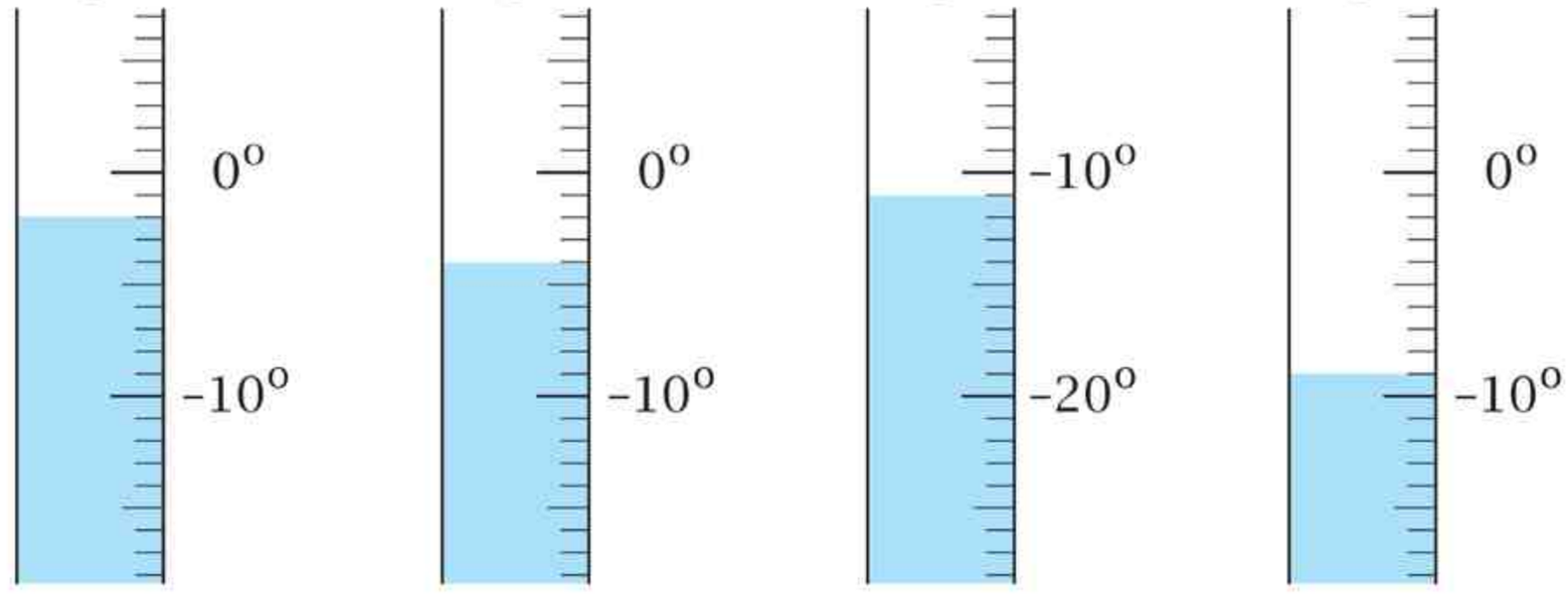


Z liczbami ujemnymi możesz się często spotkać. W Polsce przez pewną część roku temperatura powietrza jest niższa niż 0°C (zero stopni w skali Celsjusza). Takie temperatury nazywamy ujemnymi i określamy je za pomocą liczb ujemnych.

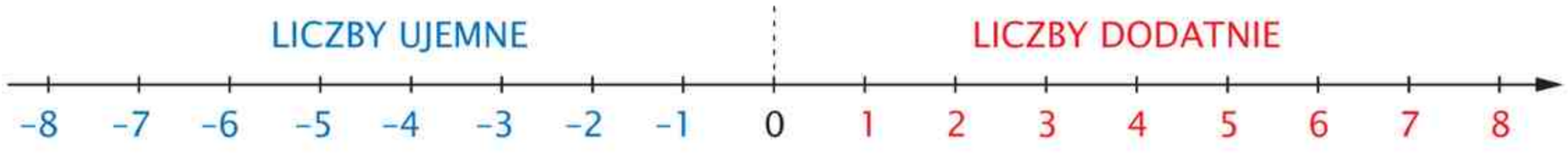


Ten termometr wskazuje temperaturę −4°C (czytamy: minus cztery stopnie Celsjusza).

ĆWICZENIE A. Odczytaj, jakie temperatury wskazują termometry. Która z tych temperatur jest najwyższa, a która — najniższa?



Liczby ujemne możemy przedstawiać na osi liczbowej. Zaznaczamy je na lewo od liczby 0.



Uwaga. Liczba 0 nie jest ani liczbą dodatnią, ani liczbą ujemną.

ĆWICZENIE B. Narysuj oś liczbową. Przyjmij odpowiednią jednostkę i zaznacz na tej osi liczby: −1, −3 i −7.

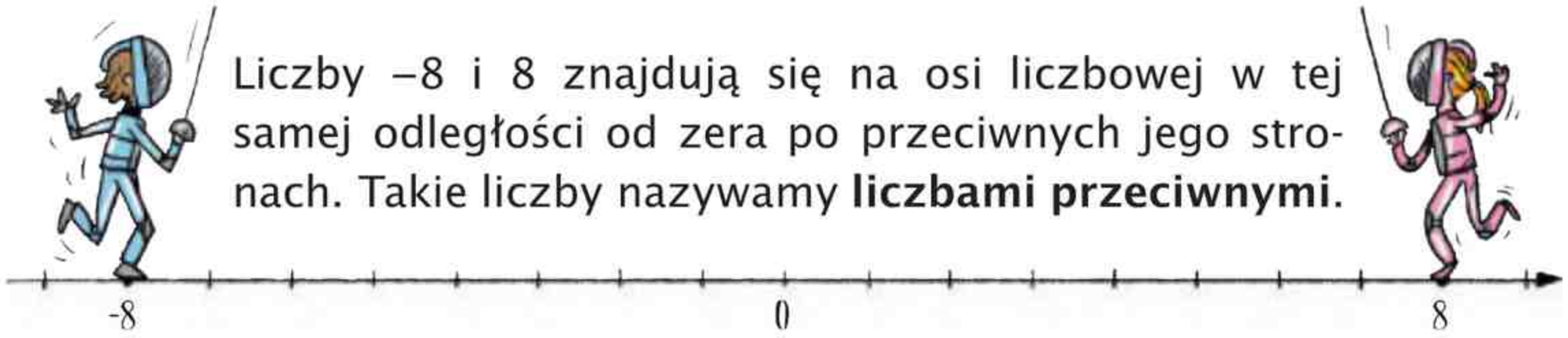
ĆWICZENIE C. a) Podaj dziesięć liczb, takich że: pierwsza liczba to 5, a każda następna jest o 2 mniejsza od poprzedniej.

b) Podaj dziesięć liczb, takich że: pierwsza liczba to −18, a każda następna jest o 4 większa od poprzedniej.

Łatwo porównywać liczby zaznaczone na osi liczbowej. Na lewo od danej liczby leżą liczby od niej mniejsze, a na prawo — liczby większe.

ĆWICZENIE D. Ustal, która z podanych liczb jest większa:

a) −7 czy −3 b) −10 czy −7 c) −3 czy 2 d) −100 czy −150



Liczbą przeciwną do −1 jest 1, liczbą przeciwną do 1 jest −1, liczbą przeciwną do −2 jest 2 itd. Liczbą przeciwną do 0 jest 0.

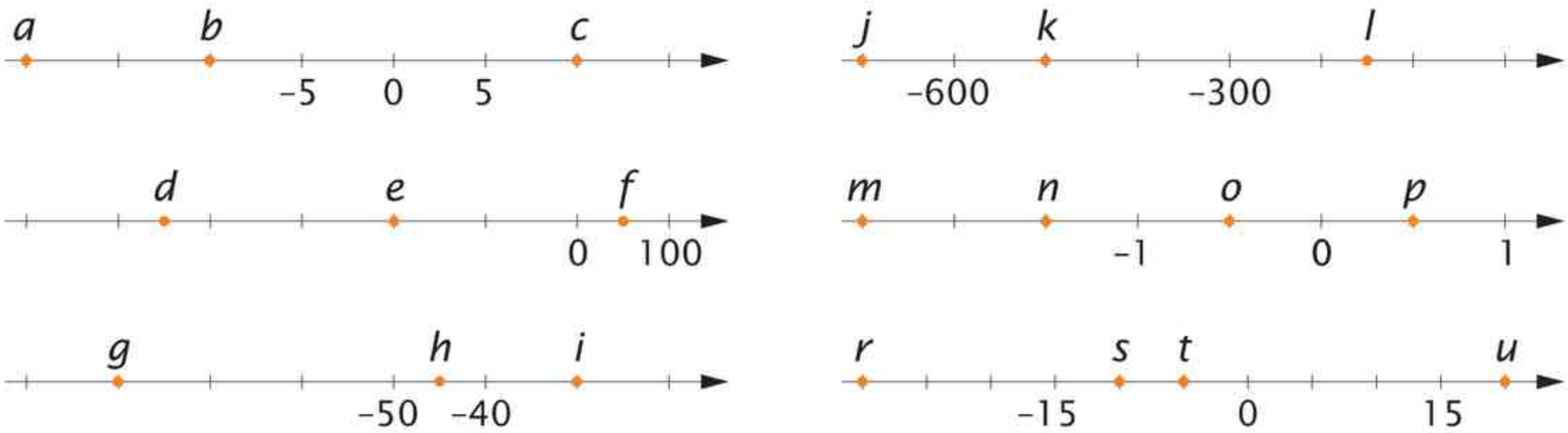
Liczby naturalne oraz liczby −1, −2, −3, −4 itd. nazywamy **liczbami całkowitymi**.

ZADANIA

1. Uporządkuj podane liczby od najmniejszej do największej.

a) −50 −105 25 −5 b) 12 −18 −16 −6

2. Jakie liczby zaznaczono kropkami na osiach liczbowych?



3. Liczby −59, −111, −23, −93 i −37 są zaznaczone na osi liczbowej. Dopasuj te liczby do odpowiednich liter.

−102 2 −12 −3 −21 11 −30 −13 −7 −1 32

4. Spośród liczb podanych obok wypisz liczby:

a) mniejsze od −4, b) większe od −11.

5. Zaznacz na osi liczbowej liczby −7 i −1 oraz liczbę, która leży w połowie odległości między nimi. Jaka to liczba?

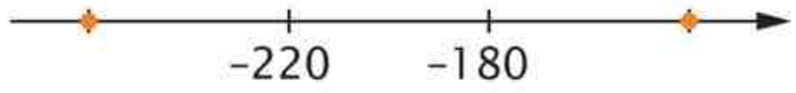
6. Zaznacz na osi liczbowej liczbę −5 oraz liczbę:

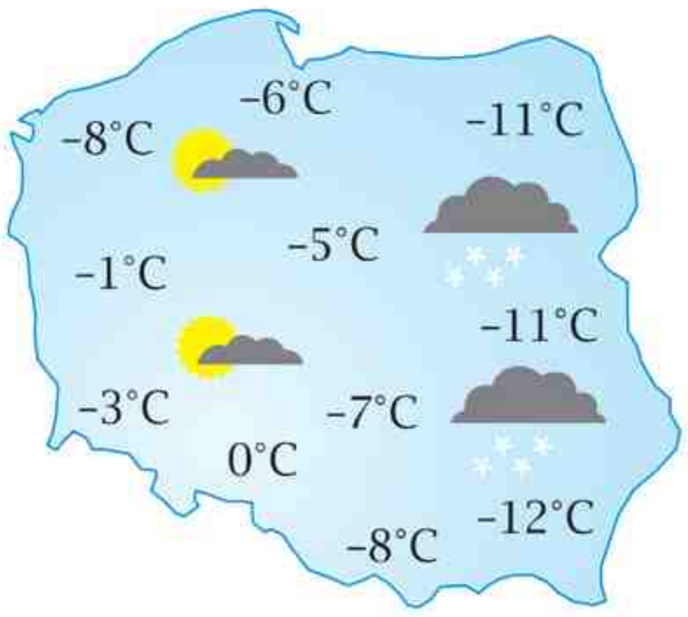
a) o 3 od niej mniejszą, b) o 8 od niej większą.

7. Do każdej z podanych liczb podaj liczbę do niej przeciwną.

17 −210 0 −32 1 2024

8. Jakie liczby zaznaczono kropkami na osi liczbowej?





9. Na mapie przedstawiono prognozę pogody. Które zdania są prawdziwe?

① Najcieplej będzie w północnej Polsce.

② Najzimniej będzie na zachodzie.

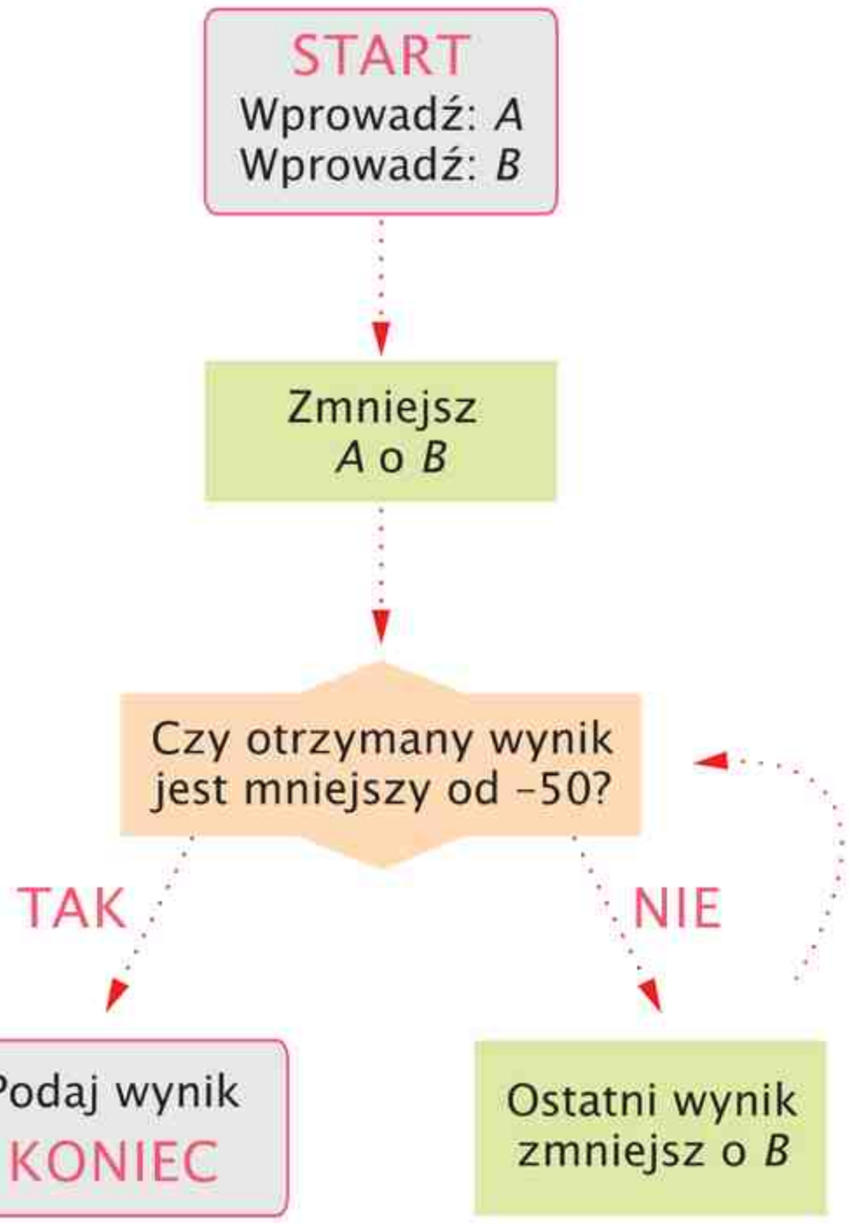
③ W całej Polsce będą temperatury ujemne.

④ Na wschodzie kraju temperatury będą niższe niż –10°C.

10. a) W 1916 r. w amerykańskim mieście Browning (czyt. brałnin) temperatura w ciągu 24 godzin spadła od 7°C do –49°C. O ile stopni spadła?

b) W 1943 r. w innym amerykańskim mieście — Spearfish (czyt. spirfisz) w ciągu jednego dnia temperatura wzrosła od –39°C do 8°C. O ile stopni wzrosła temperatura w tym dniu?

11. Krzysztof potrafi tworzyć programy komputerowe. Niedawno napisał program, który nazwał *Liczbową odliczanką*. Na rysunku podano schemat działania tego programu. Po jego uruchomieniu podaje się liczbę startową (liczbę A) oraz liczbę odliczankową (liczbę B). Jaki wynik otrzyma Krzysztof, gdy wprowadzi $A = 5$ i $B = 7$?

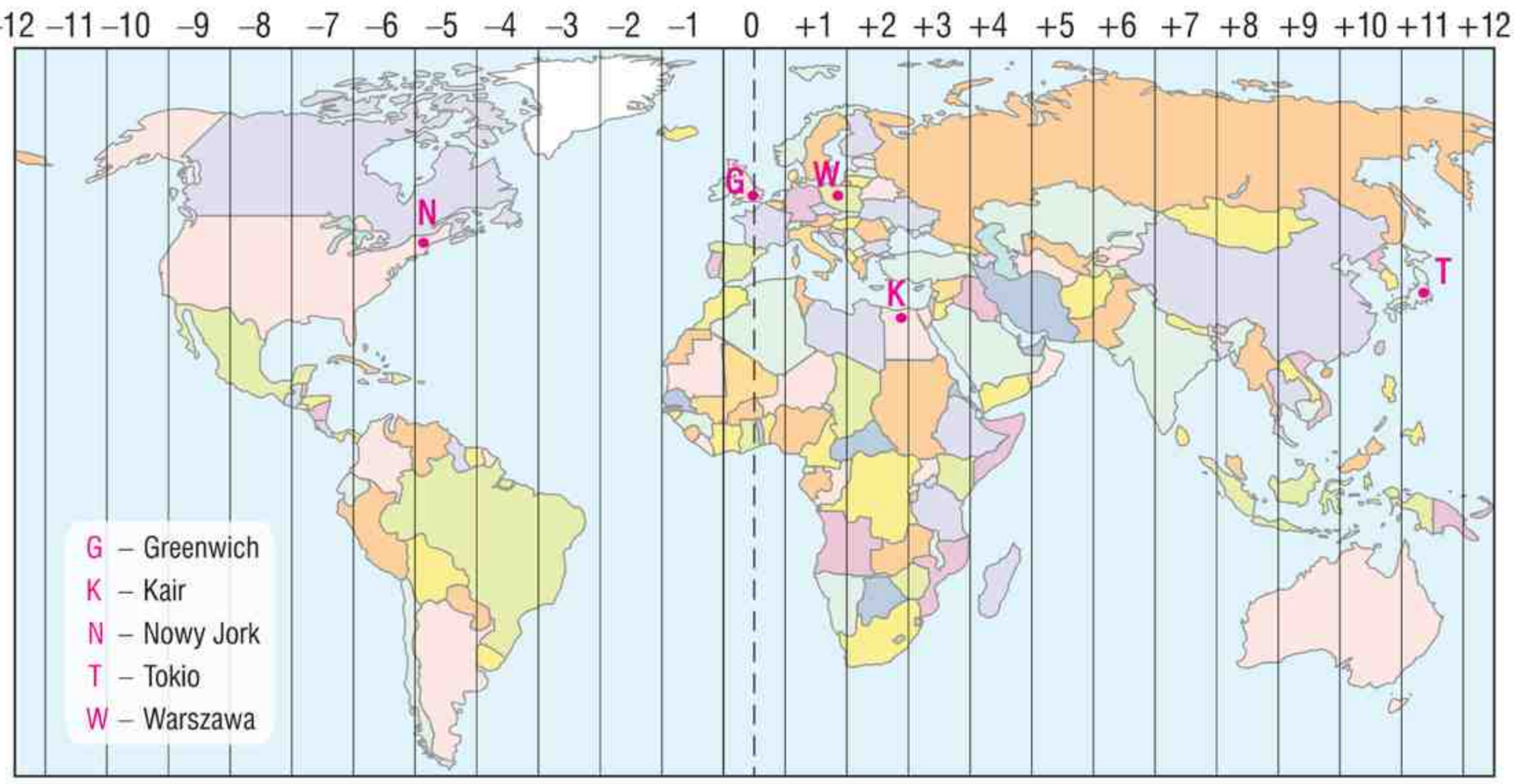


12. Ile jest liczb naturalnych większych od –11 i jednocześnie mniejszych od 11? Ile jest liczb całkowitych spełniających te dwa warunki?

największa liczba całkowita ujemna ⟶ *E*
liczba przeciwna do 100 ⟶ *I*
najmniejsza liczba naturalna dodatnia ⟶ *E*
liczba niedodatnia i jednocześnie nieujemna ⟶ *G*
najmniejsza jednocyfrowa liczba ujemna ⟶ *T*
największa dwucyfrowa liczba ujemna ⟶ *N*
liczba przeciwna do –6 ⟶ *R*

13. Znajdź i zapisz literę, która odpowiada najmniejszej z liczb opisanych obok, a następnie wypisuj litery odpowiadające coraz większym liczbom. Wyraz, który otrzymasz, oznacza po angielsku „liczba całkowita".

Mapa przedstawia linie zmian czasu astronomicznego na kuli ziemskiej względem czasu Greenwich (czyt. grinicz), czyli względem czasu na południku zerowym. Z tej mapy można odczytać na przykład, że jeśli w Greenwich jest południe, to w Nowym Jorku jest o 5 godzin wcześniej, czyli godzina 7:00 rano, a w Kairze jest o 2 godziny później, czyli 14:00.



a) Która godzina jest w Nowym Jorku, gdy w Greenwich wybija północ? Która godzina jest wtedy w Warszawie, a która — w Tokio?

b) Która godzina jest w Greenwich, a która — w Nowym Jorku, gdy w Kairze jest godzina 12:00?

c) Wyobraź sobie, że w Polsce jest środa, godz. 3:00. Podaj przykłady krajów, w których w tym samym momencie jest jeszcze wtorek i minęła już godzina 18:00.

Dodawanie liczb całkowitych

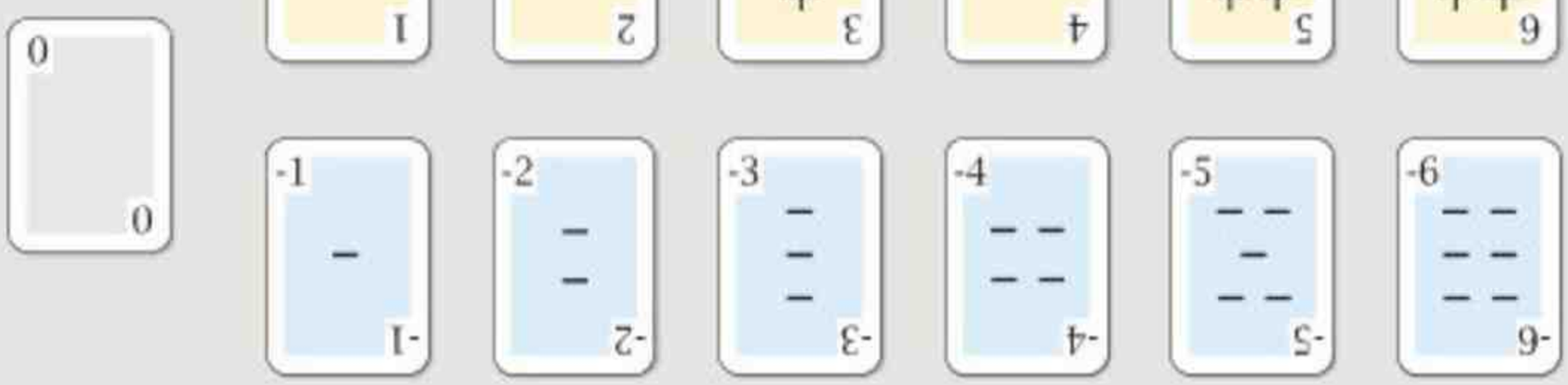
ĆWICZENIE A. Akcje firm Akcent, Baron i Celan notowano trzy razy w tygodniu — w poniedziałek, środę i piątek.

Poniżej zapisano, ile złotych można było zyskać lub stracić na jednej akcji od ostatniego notowania. Dla każdej z firm ustal, czy cena akcji w ciągu tygodnia wzrosła czy zmalała i o ile złotych.

firma Akcent	pon. –2 zł	śr. 4 zł	pt. –1 zł
firma Baron	pon. 3 zł	śr. –5 zł	pt. –1 zł
firma Celan	pon. –6 zł	śr. –8 zł	pt. 10 zł

Przeczytaj uważnie zasady gry ***Minus z plusem***.

Minus z plusem

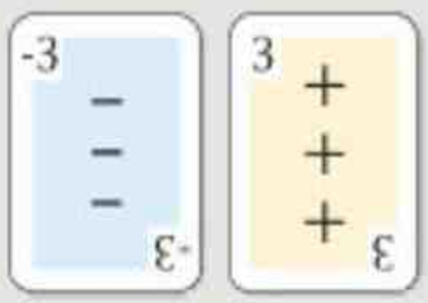


Karty żółte (z liczbami dodatnimi) oznaczają punkty dodatnie. Karty niebieskie (z liczbami ujemnymi) oznaczają punkty ujemne. Karta szara (z liczbą 0) oznacza 0 punktów.

Każda z grających osób losuje dwie karty i dodaje punkty (jeden punkt dodatni i jeden punkt ujemny to w sumie 0 punktów). Wygrywa ta osoba, która otrzymała największy wynik.

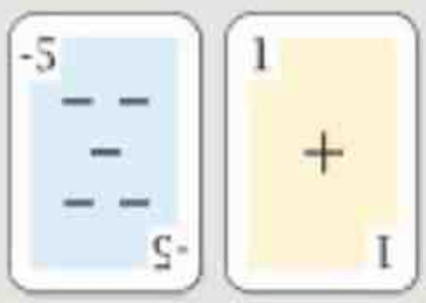
W poniższym przykładzie trzy osoby losowały po dwie karty. Łatwo zauważyć, że wygrała osoba nr III.

Osoba I



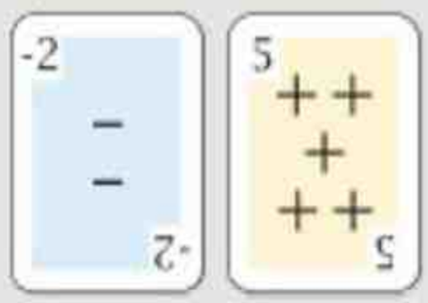
(–3) + 3 = 0

Osoba II



(–5) + 1 = –4

Osoba III

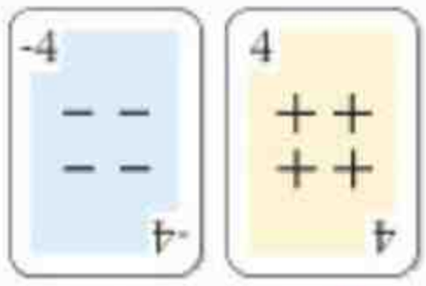


(–2) + 5 = 3

ĆWICZENIE B. Troje dzieci grało w grę *Minus z plusem*. Oblicz, jaką sumę punktów otrzymało każde z nich. Kto wygrał w poszczególnych losowaniach?

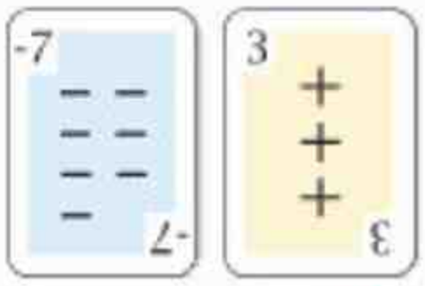
a) Losowanie pierwsze.

Kasia



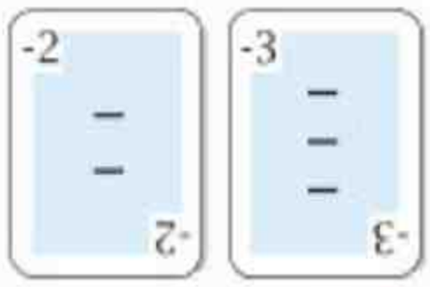
$(-4) + 4 =$?

Dominika



$(-7) + 3 =$?

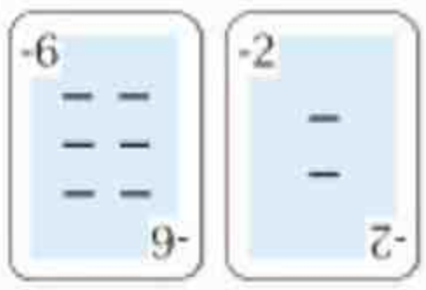
Marek



$(-2) + (-3) =$?

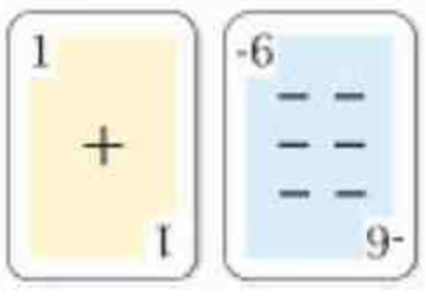
b) Losowanie drugie.

Kasia



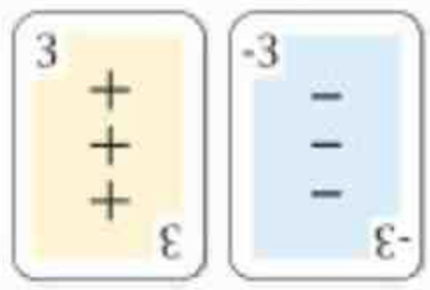
$(-6) + (-2) =$?

Dominika



$1 + (-6) =$?

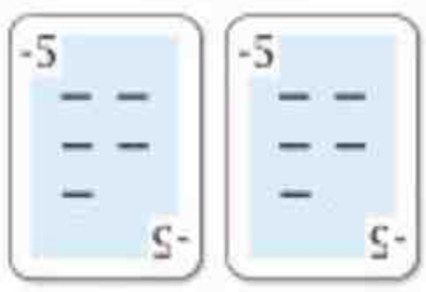
Marek



$3 + (-3) =$?

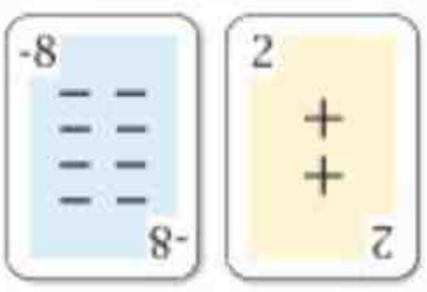
c) Losowanie trzecie.

Kasia



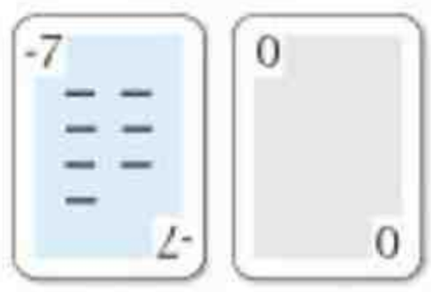
$(-5) + (-5) =$?

Dominika



$(-8) + 2 =$?

Marek



$(-7) + 0 =$?

Aby odpowiedzieć na pytanie z ćwiczeń A i B, należało dodać różne liczby całkowite. Popatrz na inne przykłady.

PRZYKŁADY

$(-8) + 17 = 9$ $\quad 25 + (-13) = 12$ $\quad (-8) + (-46) = -54$

$(-11) + 11 = 0$ $\quad 15 + (-37) = -22$ $\quad (-27) + (-53) = -80$

Uwaga. Jeśli masz kłopoty z ustaleniem wyniku dodawania liczb całkowitych, możesz sobie pomóc, zamieniając jeden ze składników na odpowiednią sumę.

$14 + (-25) = 14 + \underbrace{(-14) + (-11)}_{-25} = -11$ $\quad (-18) + 37 = (-18) + \underbrace{18 + 19}_{37} = 19$

Gdy dodajemy kilka liczb całkowitych, zwykle warto dodać do siebie najpierw składniki dodatnie, potem — składniki ujemne i na koniec obliczyć sumę otrzymanych wyników.

PRZYKŁADY

$$(-4) + 11 + (-9) + 17 = (-13) + 28 = 15$$

$$6 + (-14) + (-18) + 15 = 21 + (-32) = -11$$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $(-5) + 7$
$(-10) + 20$
$(-100) + 90$
$(-40) + 1$

b) $(-8) + (-7)$
$(-21) + (-42)$
$(-25) + (-11)$
$(-75) + (-45)$

c) $6 + (-12)$
$7 + (-10)$
$12 + (-3)$
$15 + (-28)$

2. a) Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę o 8 większą.

-1 $\quad -5$ $\quad -4$ $\quad -8$ $\quad -10$ $\quad -15$

b) Dodaj liczbę -12 do każdej z podanych liczb.

-2 $\quad -10$ $\quad 5$ $\quad -12$ $\quad 20$ $\quad 100$

3. Które z podanych liczb są dodatnie, a które — ujemne?

$a = (-97) + 506$
$b = 275 + (-438)$
$c = (-547) + (-672)$
$d = (-297) + 385$
$e = 227 + (-143)$
$f = (-342) + (-232)$

4. Oblicz.

a) $(-5) + 12 + (-6)$
b) $(-8) + (-4) + 6$
c) $20 + (-9) + (-10)$
d) $(-7) + (-9) + 16$
e) $27 + (-12) + (-15)$
f) $(-20) + 17 + (-3)$

5. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik?

a) $3 + \square = -1$
b) $\square + (-5) = 10$
c) $-12 + \square = -21$
d) $\square + 18 = -9$
e) $(-5) + 12 + (-4) + \square = 0$
f) $13 + (-22) + 6 + \square = -30$
g) $(-8) + (-5) + \square = (-6) + 4$
h) $(-16) + (-27) + 30 + \square = (-15) + 8$

6. Dla każdej z podanych liczb ustal, jaką liczbę trzeba do niej dodać, aby otrzymać –10.

–7 –1 0 5 22 –30 –50

7. Zapisz liczbę –8 w postaci sumy:

a) trzech liczb ujemnych,

b) trzech liczb dodatnich i jednej liczby ujemnej,

c) trzech liczb ujemnych i jednej liczby dodatniej,

d) dwóch liczb ujemnych i dwóch dodatnich.

8. a) Oblicz sumę dziesięciu kolejnych liczb całkowitych, z których najmniejsza to –7.

b) Czy suma sześciu kolejnych liczb całkowitych może być równa 0?

9. W kwadracie magicznym suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie oraz na przekątnych jest taka sama.

–7		3
	–9	
		–11

a) Jakie liczby należy wpisać w pustych miejscach, aby otrzymać kwadrat magiczny?

b) Stwórz kwadrat magiczny o 9 polach, w którym suma liczb w każdym wierszu, w każdej kolumnie i na przekątnych wynosi –30, a liczby przy wierzchołkach kwadratu to –35, –21, 1 i 15.

10. Do liczby –5 dodaj liczbę przeciwną do liczby o 4 większej od –5.

11. Liczba o 8 większa od a jest liczbą przeciwną do liczby a. Znajdź liczbę a.

super zagadka

106–107 / 247

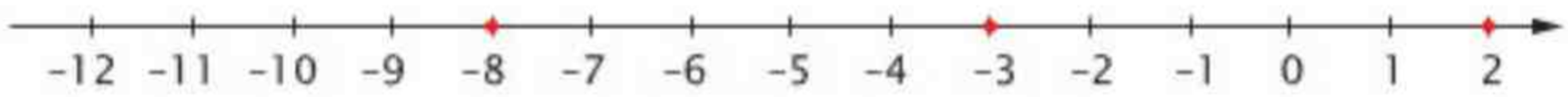
a) Czy suma sześciu kolejnych liczb całkowitych może być równa 1?

b) Suma kilku kolejnych liczb całkowitych jest równa –4. Ile jest tych liczb?

Odejmowanie liczb całkowitych

Odejmowanie liczby dodatniej można zilustrować za pomocą osi liczbowej.

ĆWICZENIE A. a) Dla każdej z liczb zaznaczonych na osi liczbowej znajdź liczbę o 4 mniejszą.

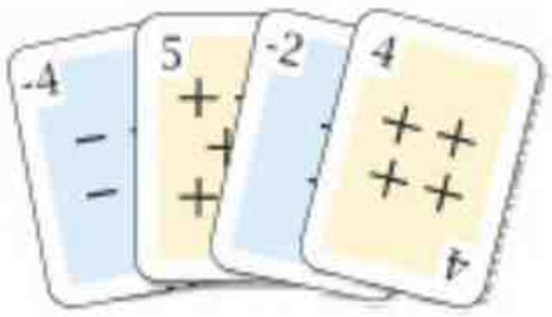


$2 - 4 = ?$ $(-3) - 4 = ?$ $(-8) - 4 = ?$

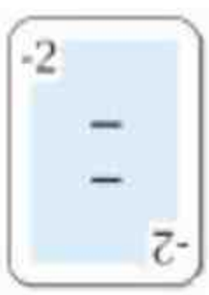
b) Oblicz różnice: $1 - 10$, $2 - 7$, $(-4) - 6$, $(-5) - 7$, $(-9) - 2$.

Odejmowanie dwóch dowolnych liczb można zilustrować za pomocą kart do gry „Minus z plusem".

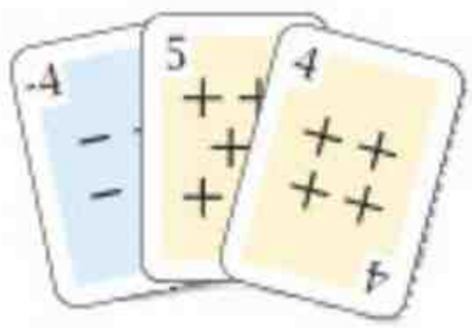
Losujemy kilka kart i ustalamy, ile łącznie mamy punktów. Następnie zabieramy jedną kartę i obliczamy nowy wynik.



Pierwszy wynik: 3



Odłożona karta: −2



Drugi wynik: 5

Zabieranie karty z liczbą −2 to jak odejmowanie liczby −2 od pierwszego wyniku. Można więc zapisać równość:

$$3 - (-2) = 5$$

Marysia losowała karty kilka razy. W tabeli notowała wyniki, a obok tabeli zapisywała odpowiednie równości.

Pierwszy wynik	Odłożona karta	Drugi wynik	
−4	1	−5	$(-4) - 1 = -5$
2	6	−4	$2 - 6 = -4$
4	−2	6	$4 - (-2) = 6$
−3	−5	2	$(-3) - (-5) = 2$
−6	−3	−3	$(-6) - (-3) = -3$

ĆWICZENIE B. Oblicz sumy i porównaj je z równościami zapisanymi obok.

a) $(-4) + (-1)$

b) $2 + (-6)$

c) $4 + 2$

d) $(-3) + 5$

e) $(-6) + 3$

Porównując wyniki zapisane w tabeli przez Marysię i wyniki obliczeń z ćwiczenia B, możemy zauważyć, że zamiast odejmować liczbę, możemy dodawać liczbę do niej przeciwną.

PRZYKŁADY

$(-5) - 4 = (-5) + (-4) = -9$ $\qquad$ $5 - (-2) = 5 + 2 = 7$

$6 - 10 = 6 + (-10) = -4$ $\qquad$ $(-4) - (-3) = (-4) + 3 = -1$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $7 - 10$
$12 - 18$
$35 - 60$
$18 - 26$

b) $(-5) - 4$
$(-7) - 12$
$(-13) - 22$
$(-50) - 33$

c) $6 - (-9)$
$(-4) - (-7)$
$(-8) - (-3)$
$(-15) - (-12)$

2. a) Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę o 9 mniejszą.

$-1 \qquad -5 \qquad 1 \qquad 3 \qquad -9 \qquad 9 \qquad 17$

b) Odejmij liczbę -12 od każdej z podanych liczb.

$7 \qquad 12 \qquad 0 \qquad -6 \qquad -10 \qquad -20 \qquad -35$

3. Oblicz.

a) $(-6) - 2 - (-4)$

b) $(-10) + 5 - 7$

c) $5 - 13 - (-2)$

d) $6 + (-8) - (-3)$

e) $(-7) + (-12) - 6 + 18$

f) $25 + (-16) - (-12) - 3$

4. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik?

a) $5 - \square = -2$

b) $-10 - \square = -14$

c) $\square - 7 = -1$

d) $\square - (-2) = 5$

e) $-5 - \square = 2$

f) $6 - \square = 6$

5. Która różnica jest większa: $u - w$ czy $w - u$?

a) $u = -6, \quad w = -8$

b) $u = -5, \quad w = 3$

c) $u = -10, \quad w = -4$

6. Podaj po pięć liczb, które mogą kryć się pod kleksami.

a) $\square - 2 < 0$

b) $(-5) - \square > 0$

c) $\square - (-2) < 0$

Ciekawostka

Wysokości miejsc na Ziemi określa się względem poziomu morza. Na przykład szczyt Rysy ma wysokość 2499 m n.p.m. (skrót n.p.m. oznacza „nad poziomem morza"), a Żuławy Wiślane są położone na wysokości –1,8 m n.p.m. (czyli 1,8 m poniżej poziomu morza).

W tabeli podano informacje o położeniu czterech jezior względem poziomu morza. Warto pamiętać, że Morze Kaspijskie i Morze Martwe, mimo że mają w nazwie słowo „morze", są jeziorami, gdyż nie są połączone z oceanami.

JEZIORO	WYSOKOŚĆ TAFLI WODY	WYSOKOŚĆ NAJNIŻEJ POŁOŻONEGO PUNKTU DNA
jez. Bajkał	455 m n.p.m.	–1187 m n.p.m.
jez. Tanganika	773 m n.p.m.	–662 m n.p.m.
Morze Kaspijskie	–28 m n.p.m.	–1053 m n.p.m.
Morze Martwe	–438 m n.p.m.	–799 m n.p.m.

7. Ustal, jaką głębokość ma każde z jezior wymienionych w powyższej tabeli (oblicz odpowiednie różnice liczb).

8. Tafla wody jeziora Genezaret znajduje się na wysokości –212 m n.p.m. Najgłębsze miejsce tego jeziora położone jest 44 m poniżej tafli wody. Na jakiej wysokości nad poziomem morza położone jest to miejsce?

9. Każdą z liczb: 2, –3 i –100 zapisz w postaci:
a) różnicy dwóch liczb dodatnich,
b) różnicy dwóch liczb ujemnych.

10. Wojtek zapisał pewną liczbę i odjął liczbę do niej przeciwną. W wyniku otrzymał liczbę ujemną. Czy liczba, którą zapisał Wojtek, była dodatnia czy ujemna?

super zagadka

108–110 / 247

Zuzia zapisała pewną liczbę, a następnie dodała –5, odjęła 13, odjęła –4 i dodała –6. Otrzymała w wyniku –10. Jaką liczbę zapisała na początku?

Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

Nauczymy się teraz obliczać iloczyny i ilorazy liczb dodatnich i ujemnych.

Łatwo jest ustalić wynik mnożenia liczby naturalnej przez liczbę ujemną — takie mnożenie można zastąpić dodawaniem:

$2 \cdot (-3) = (-3) + (-3) = -6$ $\qquad$ $4 \cdot (-5) = (-5) + (-5) + (-5) + (-5) = -20$

Iloczyny dwóch liczb, bez względu na kolejność czynników, powinny być równe. Wobec tego:

$(-3) \cdot 2 = 2 \cdot (-3) = -6$ $\qquad$ $(-5) \cdot 4 = 4 \cdot (-5) = -20$

Przyglądając się równościom, które zapisano poniżej, możemy zauważyć, że gdy jeden z czynników zastępujemy liczbą do niego przeciwną, to wynik mnożenia zmienia znak.

$2 \cdot 4 = 8$ — liczby przeciwne → $2 \cdot (-4) = -8$

$6 \cdot (-4) = -24$ — liczby przeciwne → $6 \cdot 4 = 24$

$3 \cdot 6 = 18$ — liczby przeciwne → $(-3) \cdot 6 = -18$

ĆWICZENIE A. Przyjrzyj się kolejnym równościom. Jak myślisz, jakimi liczbami należałoby zastąpić znaki zapytania?

$2 \cdot (-4) = -8$ — liczby przeciwne → $(-2) \cdot (-4) = ?$

$6 \cdot (-4) = -24$ — liczby przeciwne → $(-6) \cdot (-4) = ?$

$(-3) \cdot 6 = -18$ — liczby przeciwne → $(-3) \cdot (-6) = ?$

Wynik mnożenia liczby dodatniej i ujemnej jest liczbą ujemną.

PRZYKŁADY

$2 \cdot (-7) = -14$

$(-3) \cdot 5 = -15$

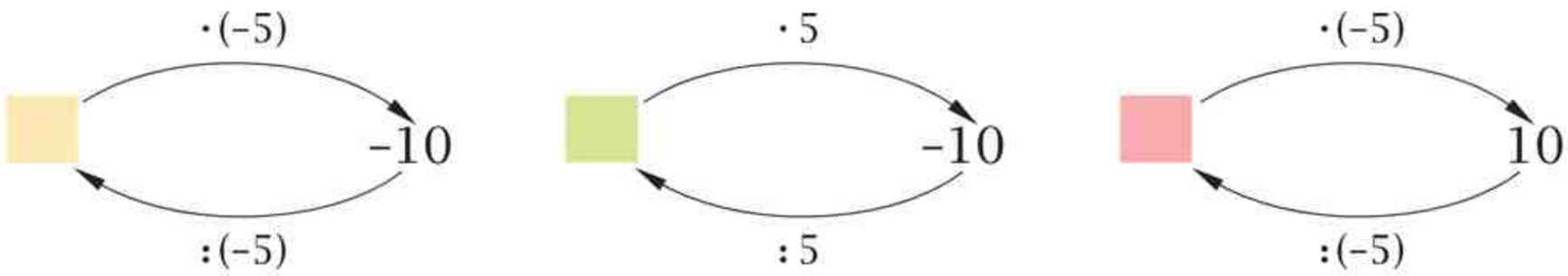
Wynik mnożenia dwóch liczb ujemnych jest liczbą dodatnią.

PRZYKŁADY

$(-2) \cdot (-7) = 14$

$(-3) \cdot (-5) = 15$

ĆWICZENIE B. a) Jakimi liczbami należy uzupełnić grafy?



b) Korzystając z grafów, oblicz ilorazy: (–10) : (–5), (–10) : 5, 10 : (–5).

Wynik dzielenia liczby dodatniej przez liczbę ujemną (lub ujemnej przez dodatnią) jest liczbą ujemną.

PRZYKŁADY

$12 : (-3) = -4$

$(-15) : 5 = -3$

Wynik dzielenia liczby ujemnej przez liczbę ujemną (iloraz dwóch liczb ujemnych) jest liczbą dodatnią.

PRZYKŁADY

$(-12) : (-3) = 4$

$(-15) : (-5) = 3$

Liczby dodatnie zapisuje się czasami ze znakiem + (plus):

$+3 = 3 \quad +8 = 8 \quad +135 = 135$

Możemy więc powiedzieć, że liczby ujemne mają znak minus, a liczby dodatnie mają znak plus.

-5 i 7

Liczby o różnych znakach.

-2 i -5

Liczby o jednakowych znakach.

4 i 12

Liczby o jednakowych znakach.

Reguły dotyczące znaku iloczynu i ilorazu (dla liczb różnych od 0):

- Iloczyn i iloraz dwóch liczb o jednakowych znakach jest liczbą dodatnią.
- Iloczyn i iloraz dwóch liczb o przeciwnych znakach jest liczbą ujemną.

Podobnie jak w wypadku liczb dodatnich, gdy mnożymy lub dzielimy 0 przez liczbę ujemną, w wyniku otrzymujemy 0.

Znak liczby a	Znak liczby b	Znak iloczynu $a \cdot b$	Znak ilorazu $a : b$
+	+	+	+
+	−	−	−
−	+	−	−
−	−	+	+

PRZYKŁADY

$2 \cdot 3 = 6$ $\qquad$ $8 : 2 = 4$

$2 \cdot (-3) = -6$ $\qquad$ $8 : (-2) = -4$

$(-2) \cdot 3 = -6$ $\qquad$ $(-8) : 2 = -4$

$(-2) \cdot (-3) = 6$ $\qquad$ $(-8) : (-2) = 4$

ZADANIA

1. Oblicz.

a) $3 \cdot (-21)$, $(-4) \cdot 12$, $(-18) \cdot (-3)$

b) $35 : (-7)$, $(-84) : 2$, $(-90) : (-30)$

c) $(-2) \cdot 3 \cdot (-9)$, $(-6) \cdot (-8) \cdot (-2)$, $20 : (-5) : (-2)$

d) $(-8)^2$, $(-2)^3$, $(-1)^3$

2. Które z podanych liczb są liczbami ujemnymi?

$a = (-2) \cdot (-5) \cdot (-7) \cdot 8 \cdot (-9)$

$b = 12 \cdot (-13) \cdot (-4) \cdot (-5)$

$c = (-7) \cdot (-8) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7 \cdot (-8) \cdot (-1)$

$d = 0 \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 7 \cdot (-9)$

$e = (-3)^2 \cdot 2 \cdot (-5)^3$

$f = (-8) \cdot (-7) + (-2) \cdot 0$

3. a) Czy iloczyn stu liczb całkowitych ujemnych jest liczbą dodatnią czy ujemną?

b) Czy iloczyn wszystkich liczb całkowitych ujemnych większych od -105 jest liczbą dodatnią czy ujemną?

pon.	wt.	śr.	czw.	pt.	sob.	niedz.
3°C	-1°C	-2°C	1°C	0°C	-4°C	-4°C

4. Przez tydzień każdego dnia o tej samej porze Mikołaj notował temperaturę powietrza. Oblicz średnią arytmetyczną tych temperatur.

5. Które z podanych liczb są dodatnie, a które — ujemne?

$a = 1 - (-997) \cdot 998$

$b = (-103)^2 - (-103)^3$

$c = (-99) \cdot (-99)^2 - 10000$

$d = 150 : (-3) \cdot (-127)$

6. Oblicz: $(-97) + (-97) : 97 - ((-97) - (-97)) : (-97)$.

5 −26 −127

−228 329 −430

7. Spośród liczb podanych obok wybierz:

a) dwie liczby, których iloczyn jest największy,

b) trzy liczby, których iloczyn jest najmniejszy.

super zagadka

111–113 / 247

Kleksy zakrywają niektóre znaki działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie lub dzielenie). Jakie to znaki?

-1 ▪ (-2) ▪ $(-3) \cdot (-4) - (-5) = -5$

Przed klasówką

1. Wybierz właściwą odpowiedź.

Która liczba jest mniejsza?

A. $(-4) \cdot 16$ B. $-15 - 47$

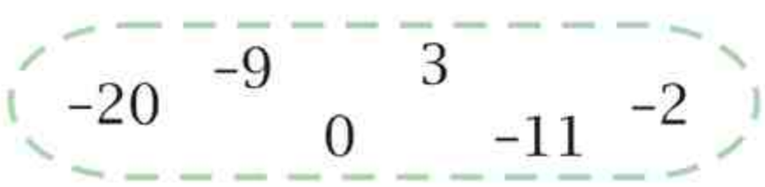
Która liczba jest większa?

C. $(-9) \cdot (-8)$ D. $-36 - (-56)$

2. Popatrz na poniższy rysunek. Na osi liczbowej umieszczono trzy prostokąty. Ile punktów o współrzędnych całkowitych zostało zakrytych?

3. Ile jest liczb całkowitych większych od -13 i jednocześnie mniejszych od 3?

4. W ramce zapisano sześć liczb. Ile spośród nich jest większych od -10?



5. Oceń prawdziwość zdań.

① Suma czterech liczb ujemnych jest liczbą ujemną. PRAWDA / FAŁSZ

② Suma liczb przeciwnych jest równa zero. PRAWDA / FAŁSZ

③ Iloczyn czterech liczb ujemnych jest liczbą ujemną. PRAWDA / FAŁSZ

④ Iloczyn trzech liczb ujemnych jest liczbą ujemną. PRAWDA / FAŁSZ

⑤ Iloraz liczby ujemnej przez liczbę ujemną jest liczbą ujemną. PRAWDA / FAŁSZ

6. Oblicz.

a) $-15 - (-8)$ c) $-7 \cdot (-5)$

b) $-25 + 32$ d) $56 : (-8)$

7. Dane są trzy liczby:

$$a = (-3)^2 \qquad k = (-10) - (-2)$$

$$r = (-2) \cdot 3$$

Jaki wyraz otrzymamy, gdy litery a, k i r ustawimy w takiej kolejności, aby pierwsza litera odpowiadała najmniejszej z liczb, a trzecia — największej?

8. Oblicz.

a) $40 + (-3) - (-8)$

b) $-11 - 13 + 17$

c) $(-7)^2 \cdot (-2)$

d) $-120 : (-3) : (-2)$

e) $(-4)^3 : (-2)^2 \cdot (-1)^3$

9. Oblicz.

a) $-3 - 2 \cdot (5 - 8)$

b) $(-12 - (-3)) : (-2)$

c) $(-6) : (2 + (-5))$

d) $(-16 - (-4)) : (-6 + 2)$

e) $(-6)^2 - (-8) \cdot 2$

10. Ile wynosi suma jedenastu kolejnych liczb całkowitych, w której:

a) pierwszy składnik to -6,

b) ostatni składnik to 2?

11. W kwadrat i kółko można wstawić znak + lub −. Jakie znaki należy wstawić, aby otrzymać możliwie najmniejszy wynik?

$$(-5) \square (-6) \bigcirc 3$$

12. a) Jaka liczba podzielona przez -2 daje w wyniku liczbę 16?

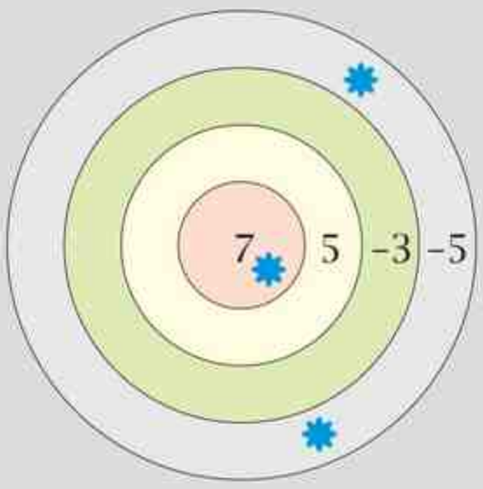
b) Pewną liczbę pomnożono przez -3, wynik podzielono przez -1 i otrzymano -18. O jakiej liczbie mowa?

13 W tabeli dodawania część wyników została zasłonięta kartonikami.

+	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
−5	−10	−9									
−4	−9	−8							−1	0	1
−3	−8									1	2
−2											
−1											
0											
1											
2											
3	−2										8
4	−1	0								8	9
5	0	1							8	9	10

Ile spośród 121 wyników dodawania w tabeli to liczby, które nie są ujemne?

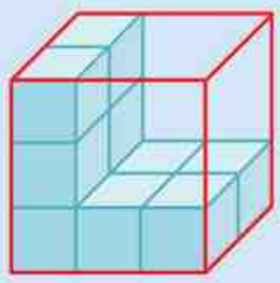
14

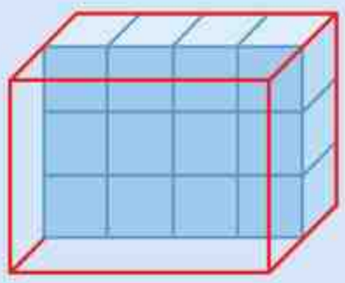


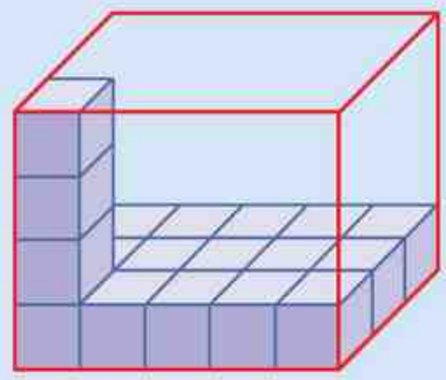
W Klubie Matematyka tarcza do gry w rzutki jest nietypowa (zob. rysunek). Pan Iksiński rzucił do tarczy 3 rzutki i uzyskał w sumie −3 punkty $(7 + (-5) + (-5) = -3)$. Wypisz wszystkie możliwe wyniki, jakie można uzyskać w trzech rzutach.

Objętość figury

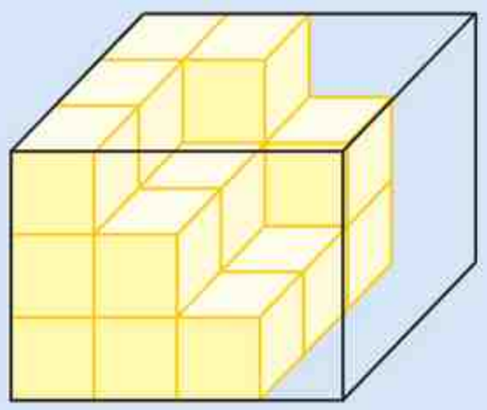
1. Ile sześcianików należy dołożyć, aby całkowicie wypełnić pudełko w kształcie prostopadłościanu, którego krawędzie zaznaczono na czerwono?

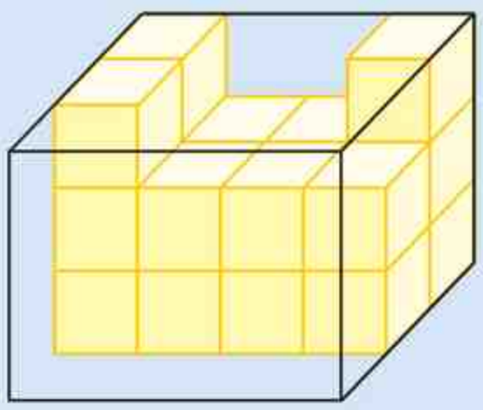
a) 

b) 

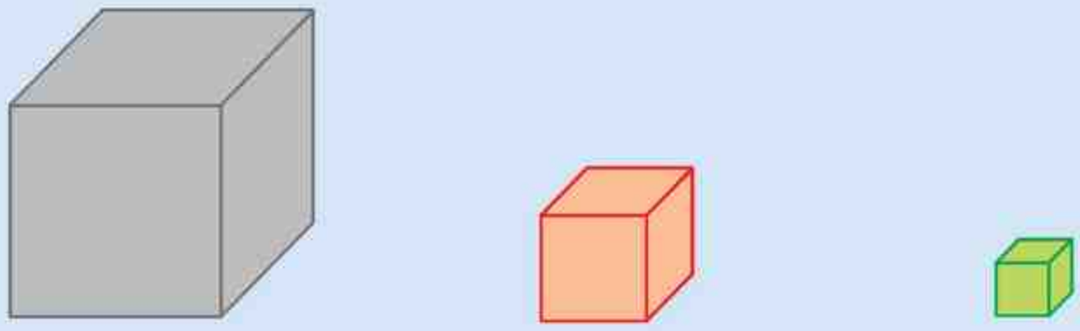
c) 

2. Dwie figury ułożono w jednakowych pudełkach z takich samych kostek sześciennych (zob. poniższy rysunek). Która figura zajmuje większą przestrzeń pudełka?





3. Czerwony sześcian ma krawędź dwa razy krótszą niż szary, a zielony sześcian ma krawędź dwa razy krótszą niż czerwony.



Ile czerwonych sześcianów potrzeba, aby ułożyć sześcian tej samej wielkości co szary sześcian? Ile zielonych sześcianików potrzeba do ułożenia sześcianu o tej samej wielkości co szary sześcian?

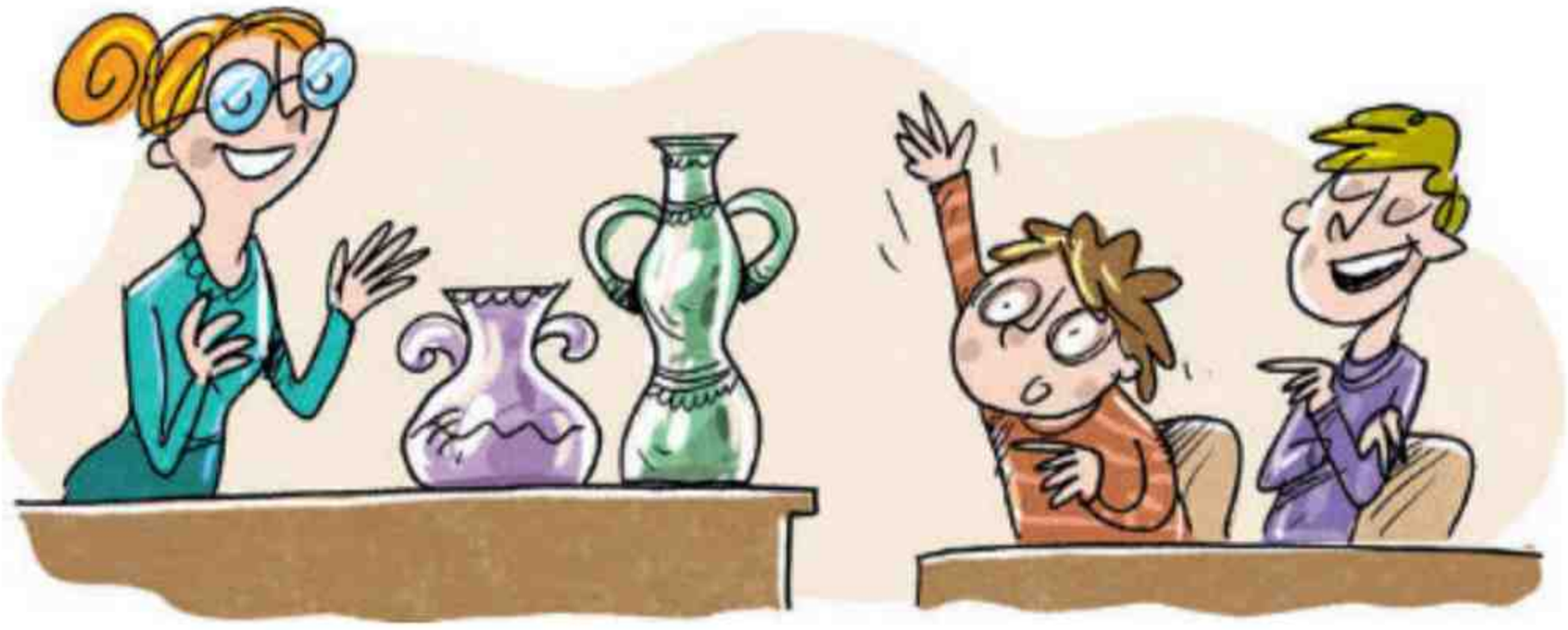
Jednostki objętości

Przyjrzyj się fotografiom. W żółtej skrzynce mieści się więcej ziemi niż w zielonej. Możemy powiedzieć, że skrzynka żółta ma większą pojemność, możemy także powiedzieć, że ziemia w tej skrzynce ma większą **objętość**.

ĆWICZENIE A. — *Jak sprawdzić, który z dwóch pojemników ma większą pojemność?* — zapytała nauczycielka na lekcji matematyki.
— *Można szklanką wlewać wodę do pojemników i zobaczyć, w którym zmieści się więcej pełnych szklanek* — zaproponował Tomek.

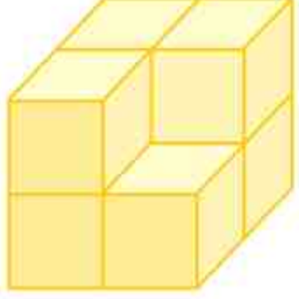
— *Wypełnijmy pojemniki ziarnami fasoli i policzmy, ile ich się mieści w każdym pojemniku* — powiedział Tytus.

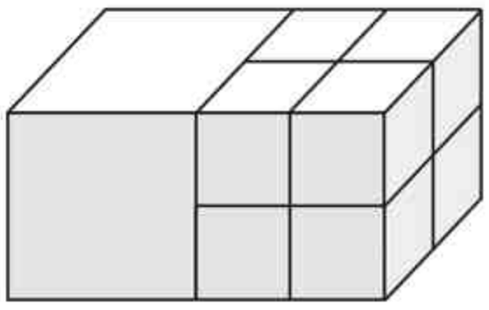
Co myślisz o propozycjach Tomka i Tytusa? Czy masz inny pomysł na rozwiązanie tego problemu?



Objętości dwóch figur przestrzennych moglibyśmy porównać, gdybyśmy wypełnili je szczelnie jednakowymi figurami.

Figura narysowana obok składa się z 7 jednakowych sześcianów. Mówimy, że objętość tej figury, wyrażona za pomocą tych sześcianów, wynosi 7 jednostek.

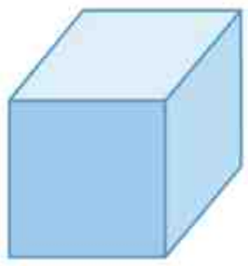




ĆWICZENIE B. Popatrz na rysunek obok. Mirka zbudowała prostopadłościan z 9 klocków w kształcie sześcianu i twierdzi, że objętość tego prostopadłościanu wynosi 9. Czy ma rację?

Do określania objętości możemy używać na przykład następujących jednostek:

1 mm^3 (1 milimetr sześcienny)
to objętość sześcianu
o krawędzi 1 mm.

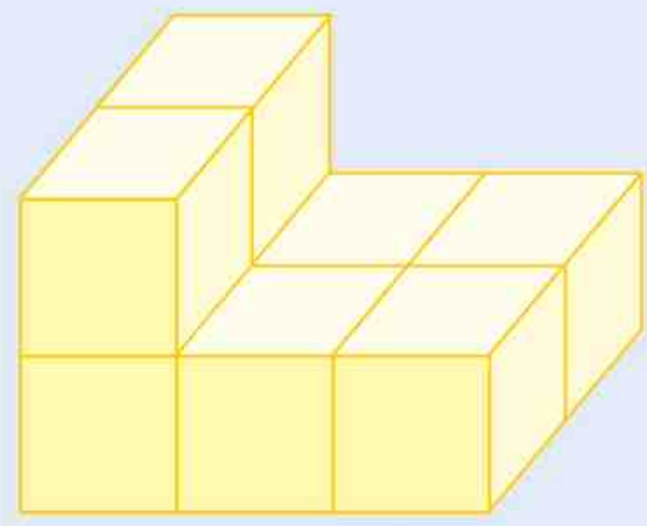


1 cm^3 (1 centymetr sześcienny)
to objętość sześcianu
o krawędzi 1 cm.

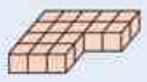
Jeśli jakaś figura składa się z 8 sześcianów o krawędzi 1 cm, to mówimy, że jej objętość wynosi 8 cm^3 i zapisujemy to tak: $V = 8\ cm^3$.

W centymetrach sześciennych (lub milimetrach sześciennych) możemy określać objętości różnych figur przestrzennych, a także pojemności naczyń i zbiorników oraz objętość zawartych w nich płynów, gazów itp. Do określania objętości większych figur przestrzennych lub pojemności dużych zbiorników można używać większych jednostek.

PRZYKŁADY



$V = 8\ cm^3$



$V = 16\ mm^3$

1 dm^3 (1 decymetr sześcienny)
to objętość sześcianu
o krawędzi 1 dm.

1 m^3 (1 metr sześcienny)
to objętość sześcianu
o krawędzi 1 m.

1 km^3 (1 kilometr sześcienny)
to objętość sześcianu
o krawędzi 1 km.

ĆWICZENIE C. Zaproponuj jednostki, którymi najwygodniej jest określić:

a) objętość ziemi w skrzyni na kwiaty,

b) objętość cegły,

c) objętość wody w basenie,

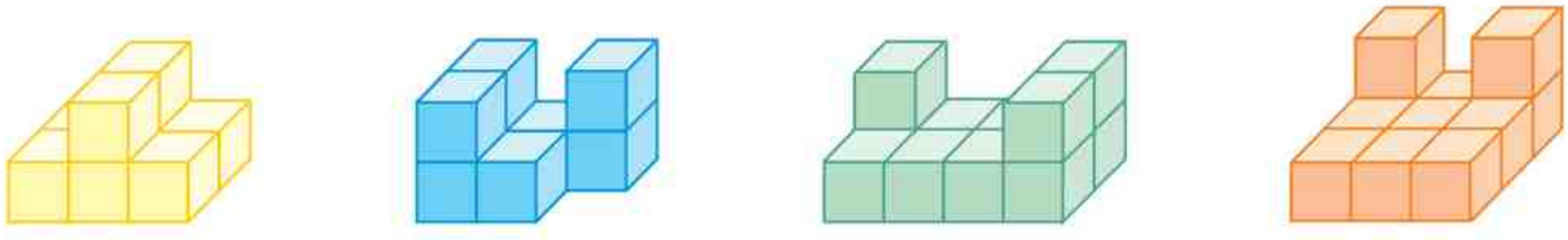
d) objętość kropli deszczu,

e) objętość wody w morzu,

f) pojemność wagonu towarowego.

ZADANIA

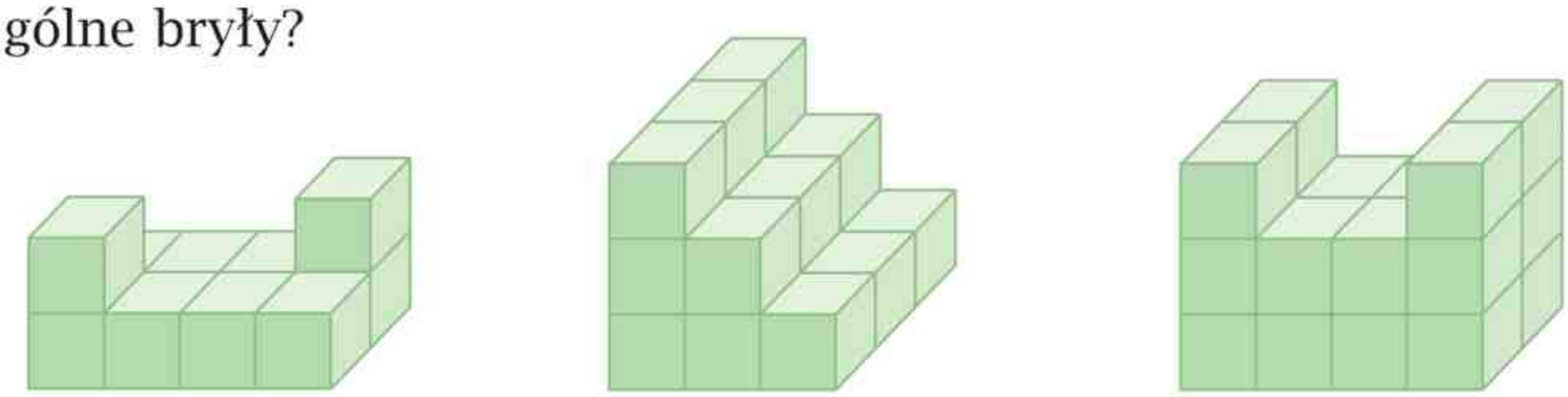
1. Każdą z brył na rysunkach ułożono z jednakowych kostek sześciennych o krawędzi 1 dm. Określ objętości tych brył.



2. Z 15 kostek sześciennych o krawędzi 1 cm można ułożyć prostopadłościan na dwa różne sposoby. Jakie objętości i jakie pola powierzchni całkowitej będą miały te dwa prostopadłościany?

3. Sześcian o krawędzi 24 dm podzielono na trzy jednakowe prostopadłościany. Jaką objętość ma każdy z nich?

4. Trzy bryły przedstawione na rysunkach ułożono z 48 jednakowych kostek o objętości $2\,cm^3$. Jaką objętość mają poszczególne bryły?

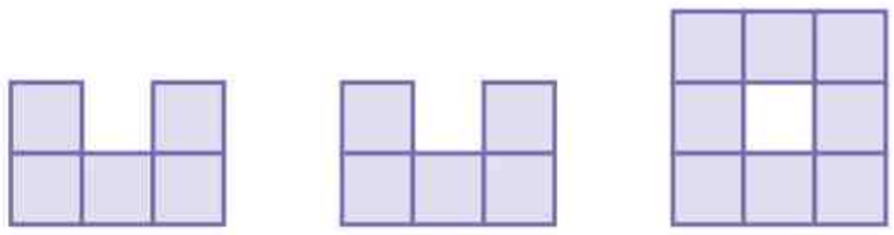


5. Poniżej podano, jakie pojemności mają czajnik, kontener, wiadro i butelka po syropie. Dopasuj te wielkości do odpowiednich przedmiotów.

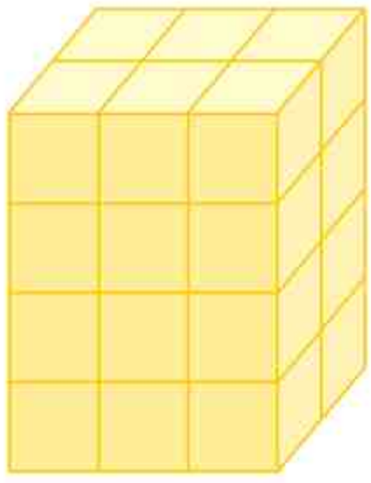
$15\ dm^3$	$125\ cm^3$
$1000\ cm^3$	$32\ m^3$

super zagadka

Na rysunkach przedstawiono, co widzimy, patrząc z różnych stron na tę samą bryłę, ułożoną z jednakowych sześcianów o krawędzi 1 dm. Ile co najmniej i ile co najwyżej decymetrów sześciennych wynosi objętość tej bryły?



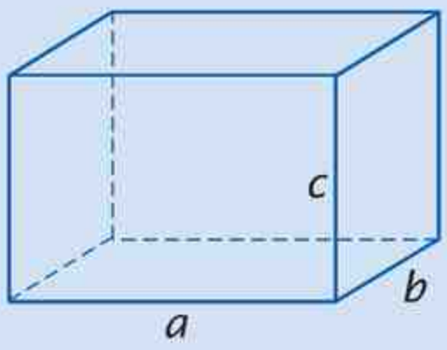
Objętość prostopadłościanu



ĆWICZENIE A. Prostopadłościan taki jak na rysunku obok zbudowano z sześcianów o krawędzi 1 cm. Ile sześcianów jest w jednej poziomej warstwie? Ile jest warstw? Jaka jest objętość tego prostopadłościanu?

Czy zauważasz jakiś związek między wymiarami tego prostopadłościanu a jego objętością?

Objętość prostopadłościanu jest równa iloczynowi długości krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka.



$$V = a \cdot b \cdot c$$

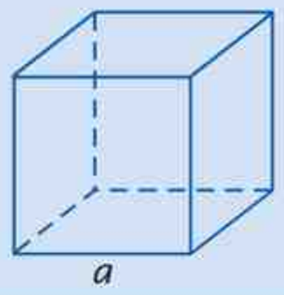
V — objętość prostopadłościanu
a, b, c — długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka, wyrażone w tej samej jednostce

ĆWICZENIE B. Weź do ręki pudełko w kształcie prostopadłościanu. Zmierz jego krawędzie i oblicz objętość.

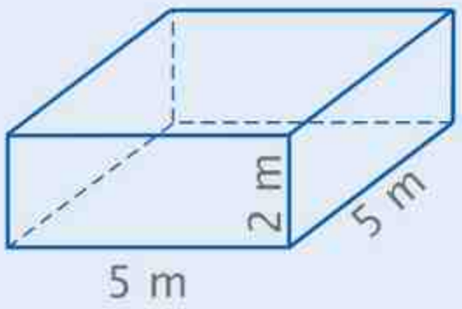
Z powyższego wzoru wynika, że objętość sześcianu o krawędzi a jest równa $a \cdot a \cdot a$. Wobec tego objętość sześcianu obliczamy ze wzoru:

$$V = a^3$$

V — objętość sześcianu
a — długość krawędzi sześcianu

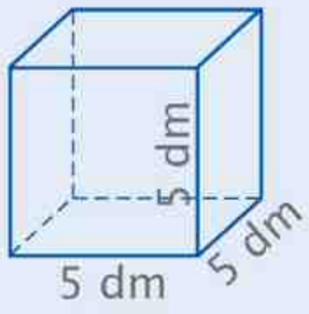


PRZYKŁADY



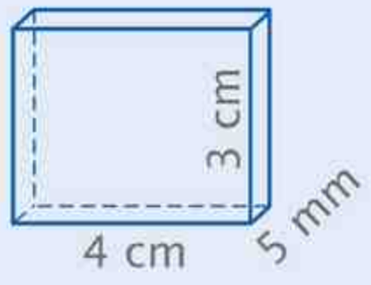
$5 \cdot 5 \cdot 2 = 50$

$V = 50\ m^3$



$5^3 = 125$

$V = 125\ dm^3$



$5\ mm = 0{,}5\ cm$

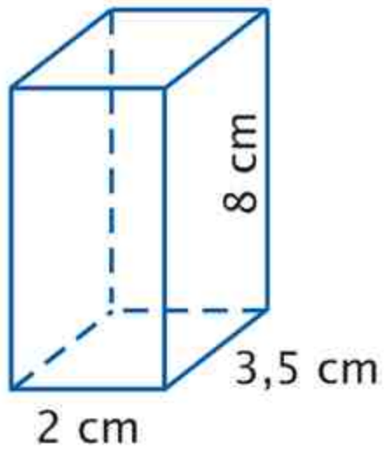
$4 \cdot 0{,}5 \cdot 3 = 6$

$V = 6\ cm^3$

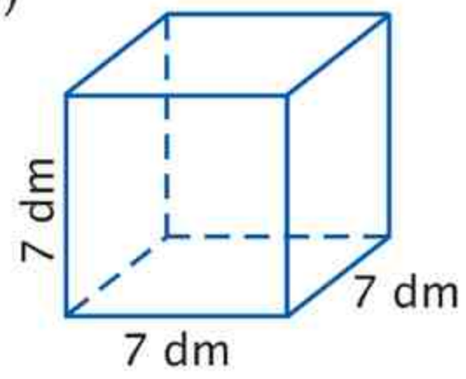
ZADANIA

1. Oblicz objętości prostopadłościanów przedstawionych na rysunkach.

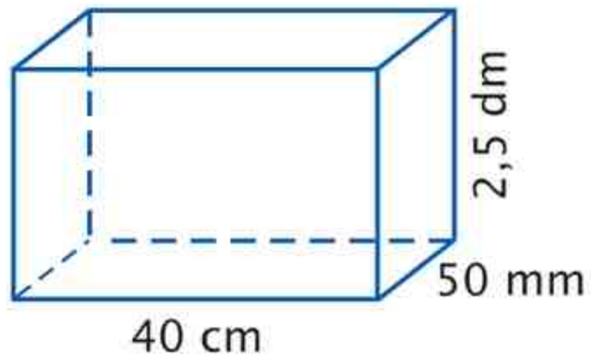
a)



b)



c)



2. Oblicz objętość prostopadłościanu o wymiarach:

a) $7\text{ dm} \times 9\text{ dm} \times 2\text{ dm}$ b) $45\text{ mm} \times 2\text{ cm} \times 3\text{ cm}$

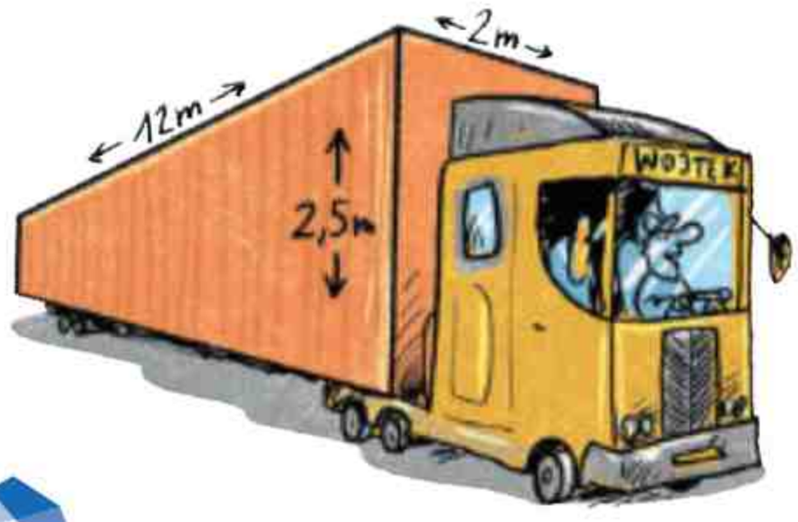
3. Oblicz objętość sześcianu o krawędzi:

a) 4 cm b) 5 mm c) 6 dm d) 10 m

4. Podłoga pokoju jest prostokątem o wymiarach $3\text{ m} \times 4{,}5\text{ m}$, a wysokość pokoju wynosi 3 m. Ile metrów sześciennych powietrza mieści się w tym pokoju? Ile waży to powietrze? Możesz przyjąć, że 1 m^3 powietrza waży 1,3 kg.

5. Objętość prostopadłościanu jest równa 100 cm^3. Dwie krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka mają długości 2 cm i 5 cm. Jaką długość ma trzecia krawędź?

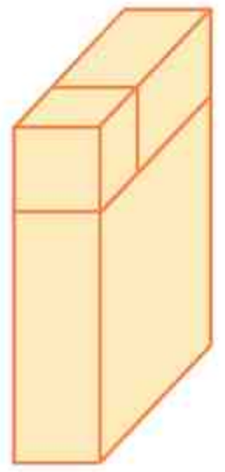
6. Jakie pole powierzchni ma sześcian o objętości 125 cm^3?



7. Pudełko czekoladek ma wymiary $10\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 2{,}5\text{ cm}$. Czy w kontenerze, którego wewnętrzne wymiary podano na rysunku, zmieści się 100 tys. takich pudełek?

super zagadka

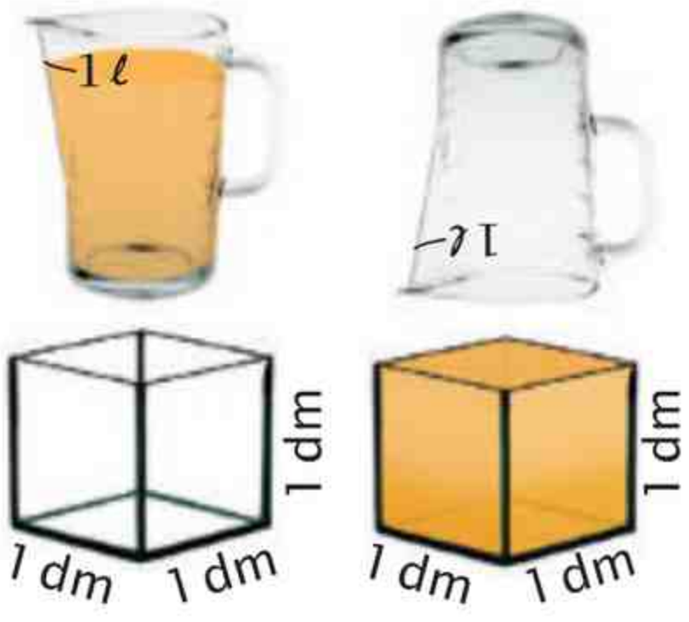
Prostopadłościan o wymiarach $8\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ przecięto w sposób pokazany na rysunku i otrzymano trzy prostopadłościany, w tym jeden sześcian. Oblicz objętości tych prostopadłościanów.



Litry i mililitry

Czy wiesz, co oznaczają napisy 1 l, 2 l, 2,5 l na pojemnikach?

1 litr (w skrócie 1 l) to jednostka objętości często używana do określenia objętości płynów lub pojemności naczyń i zbiorników.



ĆWICZENIE. Weź litrowy karton po soku lub po mleku. Zmierz jego krawędzie i wyraź ich długości w decymetrach. Ile decymetrów sześciennych płynu mieści się w tym kartonie?

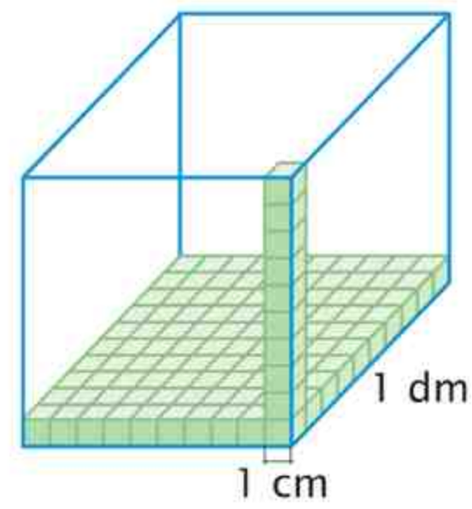
1 litr to tyle samo co objętość sześcianu o krawędzi długości 1 dm.

$1\ \mathrm{l} = 1\ \mathrm{dm}^3$

Gdy objętość płynu w pojemniku jest niewielka, zwykle używa się mniejszych jednostek objętości — mililitrów, w skrócie ml.

1 mililitr to objętość 1000 razy mniejsza niż 1 litr.

$1\ \mathrm{l} = 1000\ \mathrm{ml}$



$1\ \mathrm{dm} = 10\ \mathrm{cm}$, więc

$\underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}$

$1\ \mathrm{dm}^3 = 1000\ \mathrm{cm}^3$

$1\ \mathrm{m} = 10\ \mathrm{dm}$, więc

$\underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}$

$1\ \mathrm{m}^3 = 1000\ \mathrm{dm}^3 = 1000\ \mathrm{l}$

Objętość 1 l możemy wyrazić za pomocą różnych jednostek. Z równości zapisanych obok wynika, że $1000\ \mathrm{ml} = 1000\ \mathrm{cm}^3$. Wobec tego:

$1\ \mathrm{ml} = 1\ \mathrm{cm}^3$

$1\ \mathrm{l} = 1\ \mathrm{dm}^3$

$1\ \mathrm{l} = 1000\ \mathrm{ml}$

$1\ \mathrm{l} = 1000\ \mathrm{cm}^3$

ZADANIA

1. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami.

a) $1\,dm^3 = \square\ l$
$5\,dm^3 = \square\ l$
$\square\ dm^3 = 3{,}5\,l$

b) $1\,l = \square\ ml$
$0{,}5\,l = \square\ ml$
$0{,}1\,l = \square\ ml$

c) $1\,ml = \square\ cm^3$
$100\,ml = \square\ cm^3$
$\square\ ml = 0{,}5\,cm^3$

2. Wyraź w litrach i mililitrach objętość prostopadłościanu o podanych wymiarach.

a) $2\,dm \times 4\,dm \times 5\,dm$
b) $50\,cm \times 7\,dm \times 80\,cm$
c) $30\,cm \times 20\,cm \times 7\,dm$
d) $45\,cm \times 3\,dm \times 10\,dm$

3. Zaprojektuj różne naczynia w kształcie prostopadłościanu tak, aby każde miało pojemność 1 litra.

4. Pojemność silników samochodów Formuły 1 powinna wynosić 1,6 l. Wyraź tę wielkość w centymetrach sześciennych.

5. a) Kubek ma pojemność 200 ml. Do dzbanka przelano zawartość pięciu pełnych kubków. Ile litrów płynu jest w dzbanku?

b) Mamy 3 litry soku i napełniamy nim kubki o pojemności 200 ml. Ile kubków wypełnimy?

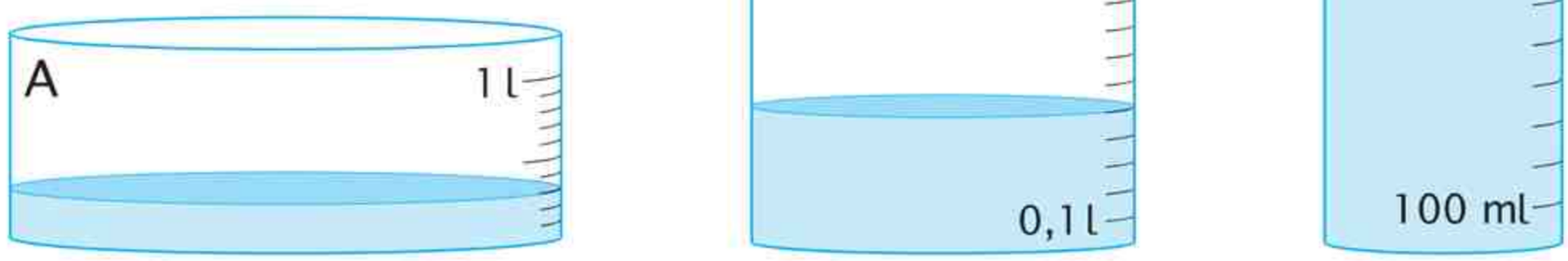
6. a) Butelka zawiera 250 ml syropu. Ile razy trzeba napełnić tym syropem łyżeczkę do herbaty, aby opróżnić butelkę?

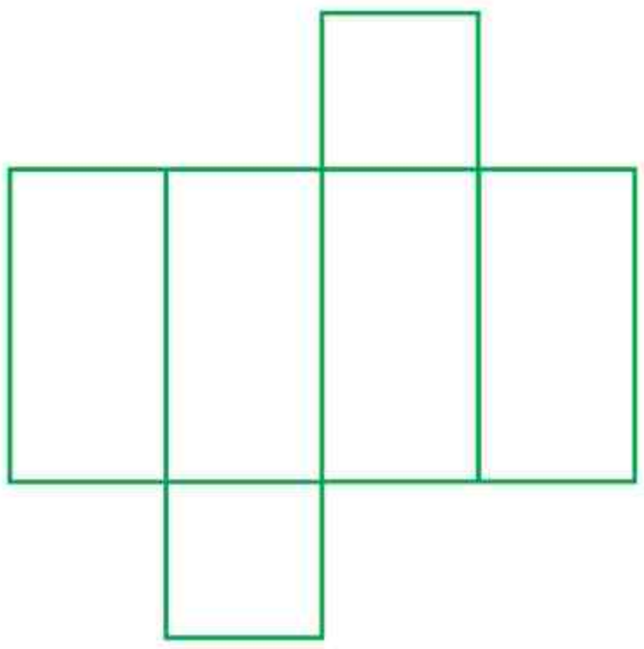
W łyżeczce do herbaty mieści się około 5 ml płynu.

W łyżce stołowej mieści się około 15 ml płynu.

b) Jaś wypija codziennie łyżkę stołową tranu. Przez ile dni będzie pił tran, zanim opróżni butelkę zawierającą 0,6 l tranu?

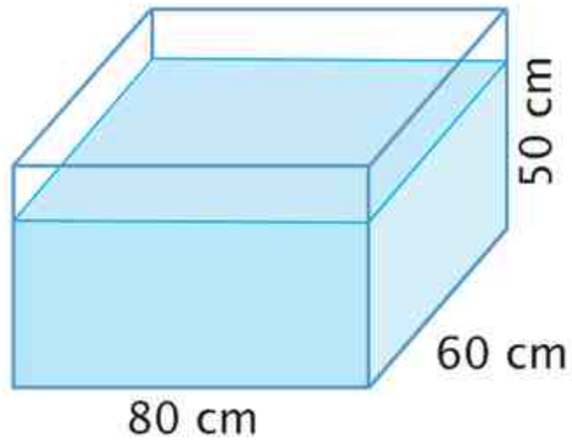
7. Objętość wody w każdym z naczyń przedstawionych na obrazkach wyraź w litrach i mililitrach oraz w decymetrach sześciennych i centymetrach sześciennych.





8. Zmierz wymiary prostopadłościanu, którego siatkę przedstawiono obok. Oblicz jego objętość. Wyraź tę objętość w czterech różnych jednostkach objętości.

9. Do akwarium o wymiarach przedstawionych na rysunku wlano wodę do $\frac{3}{4}$ wysokości. Ile litrów wody jest w akwarium?



1 ml wody waży 1 g.
1 l wody waży 1 kg.

10. Wanna kształtem przypomina prostopadłościan o wymiarach 60 cm × 1,25 m × 40 cm. Ile waży woda w całkowicie napełnionej wannie?

Płyn	Ile waży $1\ cm^3$?
woda	1 g
mleko	1,03 g
olej	0,922 g
benzyna	0,72 g

11. Przyjrzyj się tabeli przedstawionej obok.

a) Co jest cięższe — litr wody czy litr benzyny?

b) Co jest cięższe — kanister benzyny czy ten sam kanister wypełniony olejem?

c) Ile waży pół litra mleka?

d) O ile kilogramów więcej będzie ważył samochód po zatankowaniu 50 litrów benzyny?

12. Podłoga w łazience jest kwadratem o wymiarach $2\,\text{m} \times 2\,\text{m}$. Pralka automatyczna pobiera na jedno pranie 60 l wody. Z powodu awarii cała woda wylała się na podłogę. Czy woda sięgnęła na wysokość większą niż 1 cm?

13. Trzyosobowa rodzina państwa Mydlińskich zużyła w listopadzie $18\,\text{m}^3$ wody. Ile litrów wody dziennie zużył przeciętnie każdy członek tej rodziny?

14. Obok podano przykłady dawnych jednostek objętości. Oblicz, ile to litrów:

a) 2 garnce i 3 kwarty,

b) 5 garnców i 2 kwaterki,

c) 1 korzec i 6 garnców,

d) 2 beczki i 7 kwart.

Dawne jednostki objętości:

1 garniec = 4 litry

1 garniec = 4 kwarty = 16 kwaterek

32 garnce = 1 korzec

48 garnców = 1 beczka

Ciekawostka

Do określania pojemności butelek lub beczek używa się czasem centylitrów lub hektolitrów.

1 cl (centylitr) to jednostka objętości 100 razy mniejsza od 1 litra.

1 hl (hektolitr) to jednostka objętości 100 razy większa od 1 litra.

$1\,\text{l} = 100\,\text{cl}$ $\quad$ $1\,\text{hl} = 100\,\text{l}$

15. Przeczytaj ciekawostkę.

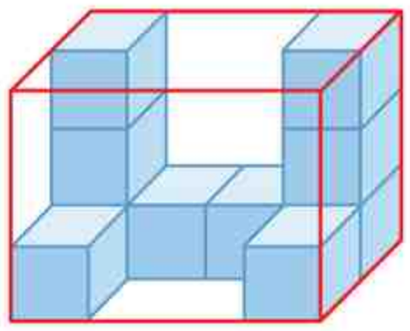
a) Wyraź w centylitrach:

2 litry	100 mililitrów
0,5 litra	750 mililitrów

b) Mamy beczkę o pojemności 1 hl, wypełnioną sokiem. Napełniamy nim butelki o pojemności 75 cl. Ile butelek wypełnimy?

Tafla wody w zbiorniku w kształcie prostopadłościanu ma powierzchnię $206\,\text{m}^2$. Ile litrów wody trzeba wypuścić ze zbiornika, aby poziom wody obniżył się o 20 cm?

1. Prostopadłościenne pudełko jest częściowo wypełnione kostkami sześciennymi, tak jak pokazano na rysunku.



a) Krawędź każdej małej kostki ma 3 cm. Jaką pojemność ma pudełko?

b) Ile kostek należy dołożyć, aby całkowicie wypełnić pudełko?

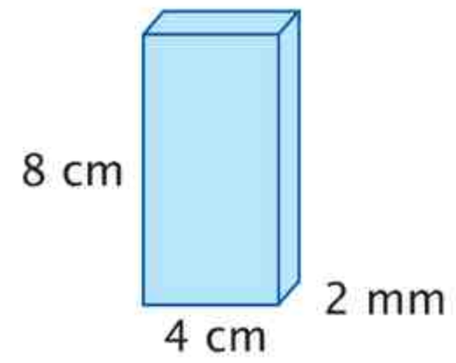
2. Podane w ramce wielkości to pojemności przedmiotów przedstawionych na fotografiach. Dopasuj te wielkości do odpowiednich obrazków.

120 l	100 m^3	1,5 dm^3
20 cm^3	75 ml	5,2 l

3. Jeden pojemnik ma kształt sześcianu o krawędzi 40 cm, a drugi ma kształt prostopadłościanu o wymiarach 20 cm × 4 cm × 6 cm. Który z nich ma większą pojemność? O ile litrów większą?

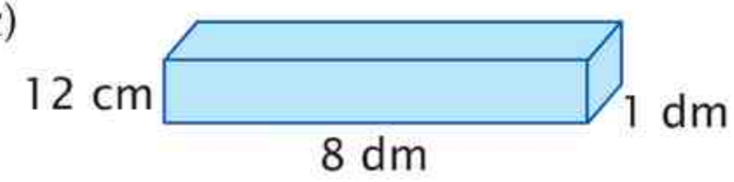
4. Oblicz objętości prostopadłościanów przedstawionych na rysunkach.

a)



b)

c)



5. Oceń prawdziwość zdań.

① Pojemność 700 mililitrów to więcej niż $\frac{3}{4}$ litra. PRAWDA / FAŁSZ

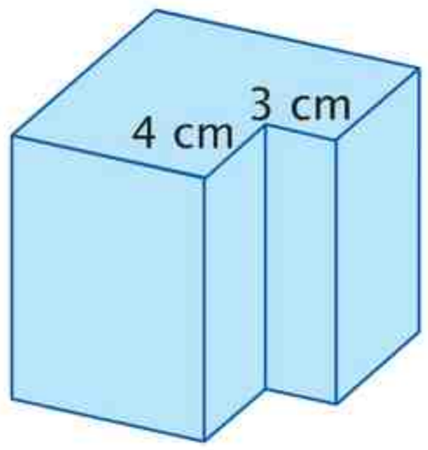
② 8 cm^3 wody zmieści się w kieliszku o pojemności 10 ml. PRAWDA / FAŁSZ

③ Pudełko w kształcie sześcianu o pojemności 10 l ma krawędź długości 10 cm. PRAWDA / FAŁSZ

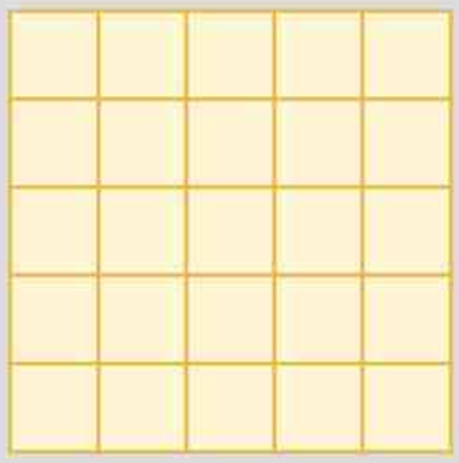
④ Pudełko w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 6 cm × 8 cm × 12 cm ma pojemność mniejszą niż 1 litr. PRAWDA / FAŁSZ

⑤ Objętość 100 cm^3 to tyle samo co 1 dm^3. PRAWDA / FAŁSZ

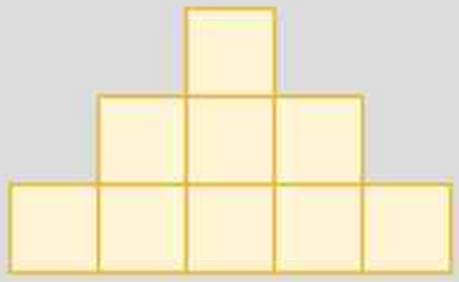
6. Z sześcianu o krawędzi 10 cm wycięto prostopadłościan i otrzymano bryłę przedstawioną na rysunku. Jaką objętość ma ta bryła?



15 Z jednakowych klocków w kształcie sześcianu zbudowano piramidę, która widziana z góry wygląda tak:

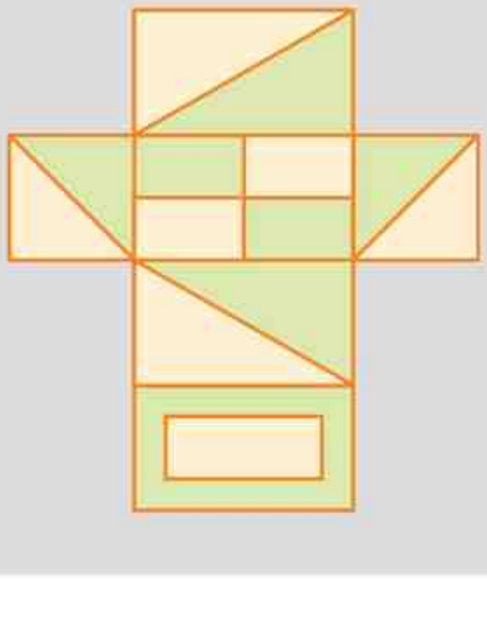


Widok z lewej i prawej strony oraz z przodu i z tyłu jest taki sam; przedstawiono go na poniższym rysunku.

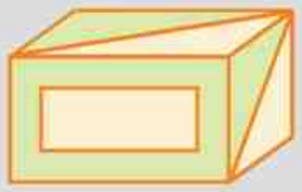


Z ilu klocków zbudowana jest ta piramida?

16 Który z prostopadłościanów A, B, C, D sklejono z siatki przedstawionej poniżej?

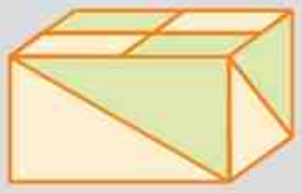


A.

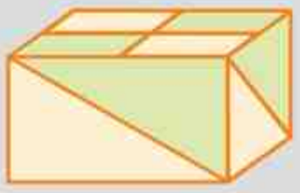


B.

C.



D.



Uzupełniające zadania rachunkowe

Zapisywanie i porównywanie liczb

1. Wskaż te cyfry, które trzeba zmienić w liczbie 270 958, aby otrzymać:

a) liczbę o 2000 większą,

b) liczbę o 300 mniejszą,

c) liczbę o 70 000 większą,

d) liczbę o 1000 mniejszą.

2. Jakimi cyframi można zastąpić symbole, aby spełniona była poniższa nierówność? Wypisz wszystkie możliwości.

$$7363 < \blacklozenge 4 \blacktriangle 1$$

Dodawanie i odejmowanie w pamięci

3. Do liczby zapisanej po lewej stronie dodaj liczbę a. Do otrzymanej liczby dodaj a, następnie znowu dodaj a itd. Postępuj tak do momentu, gdy otrzymasz wynik większy od liczby zapisanej po prawej stronie.

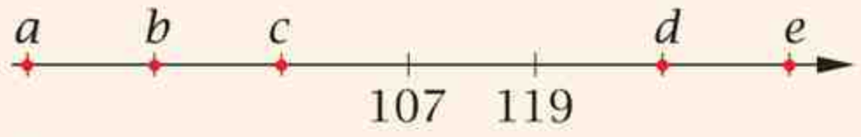
a)	58	$a = 17$	150
b)	121	$a = 460$	3000
c)	57 200	$a = 1300$	80 000

4. Od liczby zapisanej po lewej stronie odejmij liczbę b. Od otrzymanego wyniku odejmij b, następnie znowu odejmij b itd. Postępuj tak do momentu, gdy otrzymasz wynik mniejszy od liczby zapisanej po prawej stronie.

a)	132	$b = 8$	60
b)	640	$b = 35$	450
c)	20 000	$b = 1700$	9000

5. Jakie liczby zaznaczono kropkami na osi liczbowej?

a)



b)

Mnożenie i dzielenie w pamięci

6. a) Ile setek mieści się w milionie?

b) Ile tysięcy mieści się w 10 milionach?

c) Ile setek tysięcy jest w miliardzie?

7. Znajdź wynik mnożenia podanych liczb i wynik dzielenia większej z tych liczb przez mniejszą.

a) 600 i 20

b) 4000 i 800

c) 2800 i 40

d) 18 000 i 30

e) 14 000 i 70

f) 56 000 i 40

8. a) Ustal wyniki dzielenia każdej z podanych liczb przez 2 oraz przez 3.

72 96 138 162 246

b) Ustal wyniki dzielenia każdej z podanych liczb przez 4 oraz przez 3.

48 84 132 216 264

9. Dla każdej z liczb: 342, 679, 1321, 5761 podaj resztę z dzielenia tej liczby przez:

a) 50, b) 200, c) 25, d) 250.

Kolejność działań

10. Które liczby są równe 0?

$a = 5 \cdot 30 - 30$

$b = 18 - 9 \cdot 2$

$c = 12 : 6 - 2$

$d = 19 + 6 \cdot 0$

$e = 15 : 3 \cdot 5 - 1$

$f = 3 \cdot 5 : 15 - 1$

11. Oblicz w pamięci.

a) $24 : 4 \cdot 2$

b) $48 : 4 : 2$

c) $27 - 9 : 3 + 6$

d) $120 : 12 : 5 - 2$

e) $6 \cdot 5 - 5 : 5$

f) $8 + 16 : 8 - 4$

12. Która z liczb jest większa: a czy b? O ile większa?

a) $a = 32 - 2 \cdot (12 - 8) : 4$
$b = 32 - (2 \cdot 12 - 8) : 4$

b) $a = 16 : 4 \cdot (18 - 4) : 2$
$b = 16 : 4 \cdot (18 - 4 : 2)$

13. Oblicz.

a) $21 + 14 : 7 \cdot 2 \cdot (30 - 28 : 4)$

b) $2 \cdot (3^2 \cdot 8 - 2 \cdot 4^2) - (45 - 5 \cdot 6) : 3$

Działania pisemne — dodawanie i odejmowanie

14. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $4378 + 7605$

b) $1895 + 5397$

c) $378 + 239 + 1725$

d) $648 + 417 + 3549$

15. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $7805 - 478$

b) $1673 - 897$

c) $2037 - 1658$

d) $9018 - 6129$

16. Jakimi cyframi należy zastąpić kwadraciki?

a)
$$\begin{array}{r} 24\square \\ +7\square 8 \\ \hline 1003 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 97\square 2 \\ +4\square 6\square \\ \hline 1\square 361 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 60\square \\ -4\square 7 \\ \hline 124 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 31\square 8 \\ -1\square 8\square \\ \hline \square 329 \end{array}$$

17. Oblicz.

a) 357 zł 45 gr + 289 zł 72 gr

b) 974 km 523 m + 358 km 752 m

c) 46 kg 258 g + 79 kg 806 g

d) 27 godz. 47 min + 16 godz. 29 min

18. Oblicz.

a) 572 zł 30 gr – 381 zł 60 gr

b) 23 m 54 cm – 17 m 76 cm

c) 478 kg 350 g – 293 kg 400 g

d) 8 godz. 32 min – 5 godz. 46 min

Działania pisemne — mnożenie

19. Oblicz.

a) $782 \cdot 36$

b) $47 \cdot 183$

c) $7 \cdot 4209$

d) $233 \cdot 807$

e) $724 \cdot 509$

f) $1027 \cdot 290$

g) $328 \cdot 107$

h) $406 \cdot 209$

i) $1103 \cdot 304$

j) $2470 \cdot 850$

20. Jakimi cyframi należy zastąpić kwadraciki?

a)
$$\begin{array}{r} 8\square 7 \\ \cdot \quad \square \\ \hline \square 185 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \square 9\square \\ \cdot \quad 9 \\ \hline 4\square\square 7 \end{array}$$

21. a) Ile godzin ma tydzień? Ile godzin ma rok?

b) Iga zrobiła 173 kroki. Ile metrów i ile centymetrów przeszła, jeśli jej krok ma przeciętnie 43 cm?

c) Pani Jola zarabia 4656 zł miesięcznie. Ile zarobi w ciągu roku?

d) Ania sprawdziła, że jej serce bije 63 razy na minutę. Ile razy w ciągu godziny uderzyłoby jej serce przy takim pulsie? A ile razy w ciągu doby?

Działania pisemne — dzielenie

22. Oblicz.

a) $348 : 4$
b) $2471 : 7$
c) $3704 : 8$
d) $7007 : 11$
e) $204 : 12$
f) $315 : 21$
g) $756 : 36$
h) $4964 : 68$

23. Dla której z liczb, a czy b, reszta z dzielenia przez 16 jest większa?

$a = 23\,741$ $\qquad$ $b = 10\,782$

24. Korzystając z równości w ramce, ustal wynik dzielenia (iloraz i resztę).

$67 \cdot 34 = 2278$

a) $2285 : 67$
b) $2295 : 34$
c) $2378 : 67$
d) $2268 : 67$

Wielokrotności

25. Które z poniższych liczb są wielokrotnościami liczby 11?

227 $\quad$ 341 $\quad$ 562 $\quad$ 891

26. Podaj przykłady dwóch liczb większych od 1, których najmniejszą wspólną wielokrotnością jest:

a) jedna z tych liczb,
b) liczba 50,
c) liczba większa od 100,
d) iloczyn tych liczb.

Dzielniki

27. Wypisz wszystkie dzielniki liczby:

a) 9 $\quad$ b) 14 $\quad$ c) 40 $\quad$ d) 60 $\quad$ e) 110

28. Która z podanych liczb ma najwięcej dzielników, a która — najmniej?

a) 6 $\quad$ 18 $\quad$ 49 $\qquad$ b) 8 $\quad$ 24 $\quad$ 31

29. Korzystając z listy dzielników liczby 210, ustal:

a) NWD (210, 8)
b) NWD (210, 28)
c) NWD (210, 23)
d) NWD (210, 280)

Dzielniki liczby 210:

1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210

30. Znajdź największy wspólny dzielnik liczb:

a) 12 i 36 $\quad$ b) 14 i 35 $\quad$ c) 36 i 42

Cechy podzielności liczb

31. Spośród liczb podanych w ramce wskaż te, które są podzielne przez:

a) 2 $\quad$ b) 5 $\quad$ c) 10 $\quad$ d) 4 $\quad$ e) 3 $\quad$ f) 9

120 $\quad$ 326 $\quad$ 825 $\quad$ 2718
6664 $\quad$ 8019 $\quad$ 12 348 $\quad$ 90 000

32. Wypisz wszystkie liczby większe od 500 i jednocześnie mniejsze od 530, które są podzielne:

a) przez 4,
b) przez 3,
c) przez 9,
d) przez 5.

33. Podaj wszystkie cyfry, którymi można zastąpić kwadracik w liczbie $7245\square0$, aby otrzymana liczba była:

a) podzielna przez 4,
b) podzielna przez 3 i przez 4,
c) niepodzielna przez 9.

34. a) Zapisz najmniejszą oraz największą liczbę pięciocyfrową podzielną przez 4.

b) Znajdź najmniejszą oraz największą liczbę sześciocyfrową, która jest podzielna przez 3, a nie jest podzielna przez 9.

35. Ustal, dla których spośród liczb zapisanych w pętli spełniony jest podany warunek:

a) jest wielokrotnością liczby 4,

b) jest wielokrotnością liczby 2 i jednocześnie wielokrotnością liczby 9,

c) jest wielokrotnością liczby 15.

$a = 62\,508$ $d = 12\,564$ $b = 64\,750$ $e = 45\,738$ $c = 54\,735$ $f = 64\,830$

Rozkład liczby na czynniki pierwsze

36. Rozłóż na czynniki pierwsze podane liczby.

a) 156 b) 315 c) 355 d) 594

37. Podaj przykład liczby, w której rozkładzie na czynniki pierwsze występują cztery różne liczby pierwsze, w tym tylko dwie jednocyfrowe.

38. Podaj przykład liczby trzycyfrowej, w której rozkładzie na czynniki pierwsze występują co najmniej dwie dwójki i dwie trójki.

Obliczanie NWD i NWW

39. Korzystając z podanych rozkładów na czynniki pierwsze liczb m oraz n, oblicz NWD(m, n).

a) $m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

b) $m = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$, $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

40. Oblicz.

a) NWD$(150, 70)$ c) NWD$(91, 195)$

b) NWD$(735, 154)$ d) NWD$(63, 147)$

41. Poniżej podano rozkłady na czynniki pierwsze trzech liczb a, b oraz c.

$a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

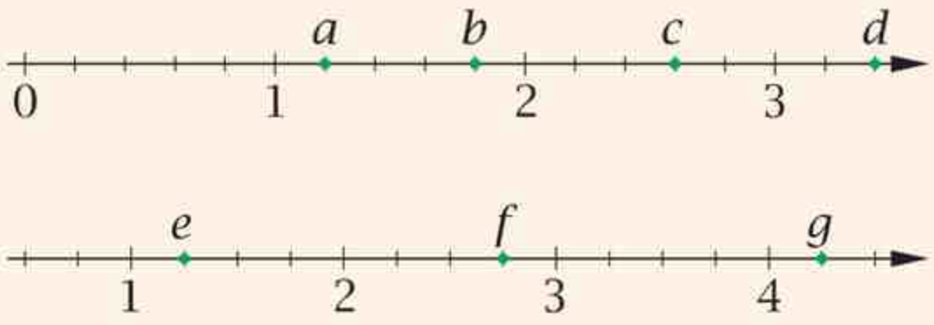
$b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$

$c = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

Korzystając z tych rozkładów, ustal rozkład na czynniki pierwsze liczb NWW(a, b), NWW(a, c), NWW(b, c).

Ułamki zwykłe i liczby mieszane

42. Liczby oznaczone literami zapisz na dwa sposoby — w postaci liczb mieszanych i ułamków niewłaściwych.



43. Zapisz podane wielkości za pomocą jednostki podanej na szarym tle.

cm	$\frac{3}{10}$ m	$3\frac{3}{4}$ m	$1\frac{1}{20}$ m
dag	$\frac{27}{100}$ kg	$\frac{3}{5}$ kg	$3\frac{1}{4}$ kg
m	$\frac{1}{200}$ km	$3\frac{1}{4}$ km	$5\frac{1}{25}$ km
h	$\frac{1}{3}$ doby	$\frac{1}{12}$ doby	$1\frac{1}{2}$ doby

44. Zamień podane liczby mieszane na ułamki niewłaściwe.

a) $2\frac{5}{7}$ $2\frac{3}{10}$ c) $5\frac{1}{3}$ $5\frac{8}{11}$

b) $4\frac{7}{8}$ $4\frac{13}{15}$ d) $6\frac{4}{7}$ $6\frac{5}{9}$

45. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik?

a) $6\frac{5}{7} = 5\frac{\square}{7}$ c) $8\frac{8}{5} = 9\frac{\square}{5}$

b) $4\frac{3}{10} = 3\frac{\square}{10}$ d) $10\frac{13}{6} = 12\frac{\square}{6}$

Ułamek jako iloraz

46. Zapisz w postaci ułamka oraz liczby mieszanej, jaka będzie wielkość części przypadającej na jedną osobę, gdy rozdzielamy po równo:

a) 60 dag sera między 7 osób,

b) 160 g lodów między 3 osoby,

c) 130 kg ziemniaków między 20 osób,

d) 5 litrów soku między 4 osoby,

e) 17 m sznurka między 5 osób,

f) 147 zł między 9 osób.

47. Wyłącz całości z ułamków i zapisz litery odpowiadające liczbom od najmniejszej do największej.

a) $r = \frac{23}{17}$ $y = \frac{25}{4}$ $a = \frac{19}{5}$ $t = \frac{33}{7}$

b) $a = \frac{109}{15}$ $u = \frac{203}{37}$ $l = \frac{195}{48}$ $k = \frac{51}{8}$

c) $a = \frac{52}{9}$ $r = \frac{131}{43}$ $g = \frac{35}{19}$ $t = \frac{102}{13}$

Skracanie i rozszerzanie ułamków

48. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik?

a) $\frac{18}{45} = \frac{\square}{5}$

b) $\frac{16}{96} = \frac{2}{\square}$

c) $2\frac{6}{8} = 2\frac{\square}{48}$

d) $3\frac{24}{28} = 3\frac{\square}{7}$

e) $4\frac{5}{6} = \frac{\square}{36}$

f) $1\frac{3}{4} = \frac{\square}{100}$

49. Zapisz iloraz w postaci ułamka. Skracaj ten ułamek, póki to możliwe, i zapisz wynik dzielenia w postaci liczby mieszanej.

a) 615 : 75

b) 48 : 30

c) 154 : 66

d) 315 : 210

50. Odpowiedz na pytania, odpowiednio rozszerzając ułamki (według wzoru w ramce).

> $\frac{5}{12}$ doby — ile to godzin?
>
> $\frac{5}{12}$ doby = $\frac{10}{24}$ doby, czyli 10 godzin

a) $\frac{5}{6}$ doby — ile to godzin?

b) $\frac{7}{15}$ godziny — ile to minut?

c) $\frac{6}{250}$ l — ile to mililitrów?

d) $\frac{9}{20}$ m — ile to centymetrów?

e) $\frac{4}{25}$ km — ile to metrów?

51. Ustal, jaką liczbą należy zastąpić kwadracik.

a) $\frac{6}{14} = \frac{\square}{35}$

b) $\frac{4}{12} = \frac{\square}{9}$

c) $\frac{30}{9} = \frac{20}{\square}$

d) $\frac{36}{21} = \frac{24}{\square}$

Porównywanie ułamków

52. Dla każdej z podanych liczb ustal, czy jest większa czy mniejsza od liczby w pętli.

a) $\frac{13}{20}$ $\frac{16}{20}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{13}{21}$ $\frac{13}{15}$

b) $\frac{12}{18}$ $\frac{12}{19}$ $\frac{12}{16}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$

c) $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{14}$ $\frac{7}{18}$ $\frac{15}{28}$ $\frac{12}{30}$

53. Porównaj podane liczby.

a) $2\frac{3}{4}$ i $\frac{13}{4}$

b) $\frac{44}{14}$ i $3\frac{2}{7}$

c) $2\frac{1}{9}$ i $\frac{7}{3}$

d) $4\frac{3}{4}$ i $\frac{29}{6}$

e) $\frac{13}{5}$ i $2\frac{3}{7}$

f) $3\frac{17}{18}$ i $\frac{77}{20}$

Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

54. Oblicz.

a) $3\frac{3}{7}+2\frac{2}{7}$

b) $5\frac{8}{10}+3\frac{7}{10}$

c) $1\frac{18}{20}+2\frac{17}{20}$

d) $3\frac{3}{7}+\frac{4}{7}+1\frac{2}{7}$

e) $2\frac{1}{5}+1\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$

f) $\frac{10}{11}+3\frac{5}{11}+2\frac{9}{11}$

55. Od liczby zapisanej w kółku odejmij podane liczby.

a) (1) $\frac{1}{9}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{8}{13}$ $\frac{25}{32}$

b) (3) $\frac{1}{8}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{10}{19}$ $\frac{17}{200}$

c) (5) $1\frac{1}{5}$ $2\frac{3}{7}$ $3\frac{2}{9}$ $2\frac{8}{25}$

56. Oblicz.

a) $2\frac{3}{5}-\frac{4}{5}$

b) $3\frac{4}{9}-\frac{8}{9}$

c) $7\frac{1}{6}-\frac{5}{6}$

d) $3\frac{5}{11}-2\frac{7}{11}$

e) $4\frac{2}{7}-1\frac{5}{7}$

f) $10\frac{3}{8}-5\frac{7}{8}$

57. Oblicz sumę i różnicę podanych liczb (od większej odejmij mniejszą).

a) 6 i $\frac{10}{7}$

b) $\frac{17}{9}$ i 4

c) 5 i $\frac{20}{3}$

d) 17 i $\frac{33}{4}$

e) 13 i $\frac{47}{6}$

f) 56 i $\frac{170}{8}$

58. Oblicz.

a) $3\frac{3}{4}-2\frac{1}{4}+5\frac{3}{4}-6$

b) $2\frac{7}{8}+5\frac{3}{8}-6\frac{5}{8}+\frac{5}{8}$

c) $2\frac{1}{15}-\left(\frac{3}{15}+1\frac{7}{15}\right)$

d) $\left(5\frac{1}{3}-1\frac{2}{3}\right)-\left(2\frac{1}{3}-1\frac{1}{3}\right)$

Dodawanie i odejmowanie ułamków o różnych mianownikach

59. Oblicz.

a) $3\frac{3}{5}+\frac{6}{10}$

b) $\frac{1}{7}+5\frac{6}{21}$

c) $1\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$

d) $3\frac{4}{5}+2\frac{5}{6}$

e) $2\frac{5}{9}+3\frac{1}{4}$

f) $3\frac{5}{6}+2\frac{3}{8}$

60. Oblicz.

a) $3\frac{1}{6}-\frac{1}{4}$

b) $2\frac{4}{5}-\frac{4}{7}$

c) $3\frac{5}{11}-\frac{1}{2}$

d) $4\frac{2}{5}-1\frac{7}{15}$

e) $3\frac{5}{8}-2\frac{5}{6}$

f) $3\frac{5}{6}-2\frac{4}{9}$

61. Oblicz.

a) $3\frac{5}{7}+2\frac{4}{5}+6\frac{1}{7}-3$

b) $10\frac{1}{4}-2\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+1\frac{1}{2}$

c) $7\frac{1}{6}-2\frac{2}{3}+1\frac{7}{9}-4\frac{1}{3}$

Mnożenie ułamków przez liczby naturalne

62. Każdą z podanych liczb pomnóż przez liczbę w kółku.

a) (4) $\frac{7}{11}$ $\frac{5}{8}$ $3\frac{3}{4}$ $5\frac{1}{10}$

b) (5) $\frac{5}{8}$ $\frac{4}{9}$ $2\frac{1}{7}$ $3\frac{2}{11}$

c) (10) $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{14}$ $2\frac{1}{8}$ $3\frac{7}{15}$

63. Oblicz.

a) $3\cdot\frac{4}{9}\cdot 12$

b) $9\cdot\frac{17}{12}\cdot 6$

c) $4\frac{5}{6}\cdot 9\cdot 2$

d) $9\cdot\left(10\frac{11}{18}-3\frac{5}{6}\right)$

e) $3\cdot\left(1\frac{3}{4}+2\frac{5}{6}\right)$

f) $4\cdot\left(2\frac{1}{4}-1\frac{3}{5}\right)$

Ułamek liczby naturalnej

64. Oblicz:

a) liczbę, której $\frac{1}{12}$ wynosi 3

b) $\frac{2}{5}$ masy 20 kg

c) $\frac{3}{10}$ objętości 150 l

d) liczbę, której $\frac{3}{4}$ wynosi 24

e) $2\frac{3}{4}$ liczby 8

f) liczbę, której $\frac{2}{7}$ wynosi 8

g) liczbę, której $\frac{8}{9}$ wynosi 56

h) $1\frac{1}{10}$ ceny 30 zł

65. Ustal, co jest większe:

a) 35 zł czy $\frac{8}{9}$ kwoty 40 zł,

b) 27 kg czy $\frac{7}{3}$ masy 12 kg,

c) 21 m czy $2\frac{1}{5}$ długości 10 m,

d) 11 g czy $3\frac{1}{3}$ masy 3 g.

Mnożenie ułamków

66. Każdą z podanych liczb pomnóż przez liczbę w kółku.

a) $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{10}$ $1\frac{2}{3}$ $5\frac{4}{7}$

b) $\frac{6}{7}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{12}$ $2\frac{2}{3}$ $6\frac{5}{7}$

c) $1\frac{2}{5}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{4}{7}$ $1\frac{3}{7}$ $5\frac{5}{12}$

67. Oblicz.

a) $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot 3\frac{1}{5}$

b) $\frac{7}{8}\cdot\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{14}$

c) $2\frac{1}{3}\cdot\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}\right)$

d) $3\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}-\frac{5}{7}\cdot 1\frac{2}{5}$

Dzielenie ułamków przez liczby naturalne

68. Znajdź liczbę:

a) 2 razy mniejszą od każdej z liczb:

$\frac{3}{7}$ $\frac{4}{5}$ $2\frac{1}{5}$ $6\frac{1}{4}$

b) 3 razy mniejszą od każdej z liczb:

$\frac{3}{4}$ $\frac{12}{17}$ $6\frac{3}{4}$ $12\frac{9}{10}$

69. Oblicz.

a) $\left(3\frac{3}{4}+2\frac{1}{8}\right):5$

b) $6\frac{1}{8}:4+2\frac{3}{4}$

c) $3\frac{1}{6}+2\frac{1}{3}:3$

d) $\left(4\frac{3}{5}-2\frac{1}{2}\right):2$

Dzielenie ułamków

70. Oblicz.

a) $\frac{6}{5}:\frac{4}{7}$

b) $\frac{4}{18}:\frac{9}{16}$

c) $\frac{8}{9}:\frac{4}{3}$

d) $2\frac{3}{4}:\frac{5}{8}$

e) $\frac{5}{7}:1\frac{3}{5}$

f) $3\frac{3}{5}:3\frac{3}{4}$

71. Oblicz.

a) $4:\frac{1}{2}-\frac{14}{3}\cdot\frac{9}{7}$

b) $6\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)$

c) $\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right):3-\left(\frac{7}{9}-\frac{1}{2}\right)$

d) $2\frac{7}{12}-\frac{2}{3}:8+\frac{7}{8}$

e) $1\frac{4}{5}-\frac{2}{5}:\frac{5}{4}$

f) $3\frac{3}{4}:\frac{2}{3}:8+\frac{1}{8}\cdot\frac{16}{5}$

g) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2:2$

h) $\left(1\frac{2}{3}\right)^2+\frac{5}{18}:\frac{1}{2}$

i) $\dfrac{2\cdot 2\frac{2}{3}}{3\frac{5}{6}+3\frac{5}{12}\cdot 2}$

j) $\dfrac{3\frac{1}{6}-1\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}:3}$

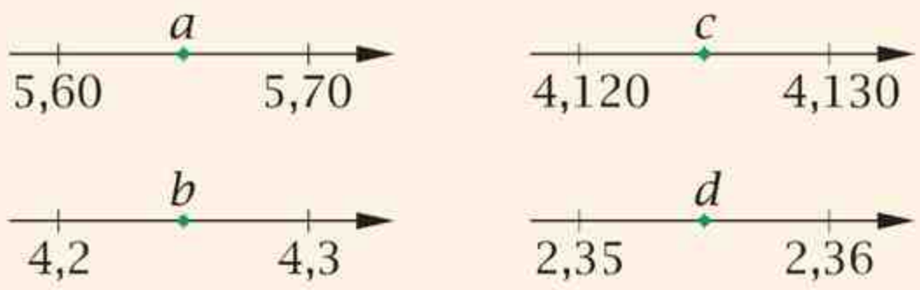
Zapisywanie ułamków dziesiętnych

72. Przedstaw podane wielkości za pomocą ułamków dziesiętnych.

a) $7\frac{1}{4}$ cm c) $1\frac{7}{25}$ m e) $\frac{16}{200}$ kg

b) $\frac{1}{8}$ t d) $2\frac{3}{4}$ l f) $8\frac{72}{4000}$ km

73. Jakie liczby oznaczono literami? (Kropki leżą dokładnie w połowie między kreseczkami).



74. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik, a jaką — kółeczko?

a) $3{,}4 = \frac{\square}{10} = \frac{\bigcirc}{100}$

b) $10{,}6 = \frac{\square}{10} = \frac{\bigcirc}{100}$

c) $12{,}07 = \frac{\square}{100} = \frac{\bigcirc}{1000}$

d) $30{,}14 = \frac{\square}{100} = \frac{\bigcirc}{1000}$

Porównywanie ułamków dziesiętnych

75. Porównaj podane liczby.

a) 6,7 i 6,69 c) 5,097 i 5,11

b) 12,89 i 12,881 d) 5,298 i 4,382

76. Wymień podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

$a = 5{,}71$ $c = 4{,}625$ $e = 6{,}036$

$b = 4\frac{3}{4}$ $d = 5{,}701$ $f = 6\frac{1}{2}$

Różne sposoby zapisywania długości i masy

77. Zapisz podaną równość, zastępując kwadracik odpowiednią liczbą.

a) 3 cm = ☐ m g) 70 g = ☐ kg

b) 13 m = ☐ km h) 2 dag = ☐ kg

c) 7 mm = ☐ cm i) 35 kg = ☐ t

d) 2705 m = ☐ km j) 675 dag = ☐ kg

e) 28 mm = ☐ cm k) 20 500 g = ☐ kg

f) 138 cm = ☐ dm l) 350 g = ☐ dag

78. Zapisz podaną równość, zastępując kwadracik odpowiednią liczbą.

a) 3 dm 4 cm = ☐ dm

b) 2 kg 7 dag = ☐ kg

c) 14 kg 6 g = ☐ kg

d) 2,4 m = 2 m ☐ cm

e) 10,3 t = 10 t ☐ kg

f) 6,015 m = 6 m ☐ mm

Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych

79. Oblicz. Postaraj się liczyć w pamięci.

a) 1,3 + 0,9 e) 3,75 + 1,55

b) 6,7 + 2,8 f) 2,55 + 4,60

c) 13,4 + 8,8 g) 17,95 + 12,35

d) 45,7 + 11,6 h) 26,65 + 13,45

80. Oblicz w pamięci.

a) 2 – 0,7 e) 3 – 0,65

b) 5 – 0,2 f) 8 – 4,45

c) 11 – 1,4 g) 21 – 2,66

d) 15 – 6,8 h) 34 – 9,38

81. Oblicz sposobem pisemnym.

a) $18{,}4 + 10{,}69$

b) $2{,}08 + 1{,}272$

c) $7{,}29 - 4{,}37$

d) $7{,}62 - 0{,}975$

e) $32{,}77 + 19{,}404$

f) $72{,}641 + 51{,}18$

g) $13{,}264 - 9{,}38$

h) $32{,}235 - 4{,}35$

82. Oblicz.

a) $128{,}34 - 3{,}29 - 49{,}17$

b) $72{,}48 - 6{,}05 + (42{,}805 - 32{,}5)$

83. Pan Dionizy postanowił przejść na dietę, by nieco schudnąć. Po każdym tygodniu diety ważył się dokładnie i zapisywał, ile schudł lub przytył. Oto jego notatki:

	Przytyłem	Schudłem
Tydzień 1	—	4,19 kg
Tydzień 2	1,47 kg	—
Tydzień 3	—	3,08 kg
Tydzień 4	—	2,36 kg

Po 4 tygodniach: 88,72 kg

a) Ile kilogramów stracił na wadze pan Dionizy w ciągu tych 4 tygodni?

b) Ile ważył przed rozpoczęciem diety?

84. W 2020 roku z lotniska w Gdańsku skorzystało 1,711281 mln pasażerów. Rok później pasażerów było o 443,282 tys. więcej. Ilu pasażerów obsłużył port lotniczy w Gdańsku w 2021 roku?

85. Jaką liczbą trzeba zastąpić kwadracik, aby wynik był równy 100?

a) $27{,}374 + 45{,}68 + \square$

b) $157{,}82 - (89{,}204 - \square)$

c) $(87{,}947 + \square) - (121{,}47 - 52{,}95)$

Mnożenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000...

86. Która z liczb jest większa: a czy b?

a) $a = 10 \cdot 0{,}03$ $b = 100 \cdot 0{,}0003$

b) $a = 0{,}731 \cdot 100$ $b = 0{,}0731 \cdot 1000$

c) $a = 37{,}291 \cdot 100$ $b = 0{,}37291 \cdot 1000$

d) $a = 0{,}7001 \cdot 1000$ $b = 100 \cdot 70{,}01$

87. Walutą używaną w Japonii jest jen. Pan Tadeusz sprawdził pewnego dnia, że za 100 jenów trzeba zapłacić 3,55 zł. Ile trzeba było tego dnia zapłacić za milion jenów?

88. W tabliczce gorzkiej czekolady, która waży 100 g, jest 2,1 mg żelaza (mg — czytamy: miligram; 1 g to 1000 mg).

a) Ile gramów żelaza jest w 100 takich tabliczkach czekolady?

b) Ile tabliczek czekolady trzeba by wziąć, by było w nich 2,1 kg żelaza?

Dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000...

89. Dla każdej z podanych liczb znajdź liczbę:

a) 100 razy od niej mniejszą:

278,35 2,95 0,03

b) 10 000 razy od niej mniejszą:

482 1540,2 0,12

90. Przerysuj tabelkę do zeszytu i uzupełnij ją.

Masa w kg	Masa w dag	Masa w g
2,7516 kg		
	6,851 dag	
		16,8 g

91. W tabelce podano, ile waży $1\,cm^3$ różnych substancji. Określ w dekagramach, ile waży litr (czyli $1000\,cm^3$) każdej z tych tych substancji.

substancja	masa $1\,cm^3$
olej	0,8869 g
miód	1,43 g
rtęć	13,579 g
sól	2,16 g
cukier	1,59 g
benzyna	0,72 g

Mnożenie ułamków dziesiętnych

92. Oblicz. Odpowiednie mnożenie wykonaj w pamięci.

a) $0{,}4 \cdot 0{,}6$
b) $0{,}14 \cdot 0{,}3$
c) $0{,}07 \cdot 0{,}6$
d) $0{,}05 \cdot 60$
e) $0{,}09 \cdot 0{,}11$
f) $25{,}1 \cdot 4$
g) $2{,}1 \cdot 0{,}4$
h) $3{,}2 \cdot 0{,}2$
i) $2{,}05 \cdot 0{,}6$
j) $1{,}25 \cdot 0{,}3$

93. Korzystając z równości podanej w ramce, zapisz wynik działania.

$$432 \cdot 564 = 243\,648$$

a) $0{,}432 \cdot 564$
b) $4{,}32 \cdot 56{,}4$
c) $43{,}2 \cdot 0{,}564$
d) $0{,}564 \cdot 0{,}0432$

94. Ania mierzy długość swojego stołu za pomocą ołówka. Ołówek ma 12,7 cm. Zmieścił się wzdłuż stołu 11 razy i zostało jeszcze 4,3 cm. Jaką długość ma stół Ani?

95. Kilogram jabłek kosztuje 3,29 zł. Ile będzie kosztować 2,4 kg jabłek?

96. Jeden cal to 2,54 cm. Przekątna ekranu telefonu Julka ma 5,5 cala. Ile to centymetrów?

Dzielenie ułamków dziesiętnych

97. Oblicz.

a) $12{,}78 : 0{,}2$
b) $27{,}45 : 0{,}03$
c) $0{,}01 : 50$
d) $1{,}224 : 1{,}8$
e) $0{,}54 : 1{,}5$
f) $20{,}3 : 0{,}7$

98. Wykonaj obliczenia.

a) $0{,}9 + 2{,}1 : 0{,}7$
b) $(3{,}6 + 4{,}3) : 0{,}79$

99. Ustal, która liczba jest większa:

a) $378 : 0{,}01$ czy 300
b) $0{,}29 \cdot 0{,}1$ czy $0{,}01$
c) $1{,}075 : 0{,}1$ czy 100
d) $36{,}025 \cdot 0{,}001$ czy $3{,}6$

Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych

100. Oblicz.

a) $\frac{1}{2} \cdot 0{,}7$
b) $\frac{4}{18} : 0{,}05$
c) $0{,}125 \cdot \frac{1}{8}$
d) $4\frac{1}{2} + 2{,}75$
e) $\frac{2}{3} - 0{,}3$
f) $3\frac{2}{5} + 2{,}15$
g) $3{,}41 - 2\frac{3}{4}$
h) $0{,}2 : \frac{5}{7}$

101. Oblicz.

a) $\frac{2}{3} \cdot 2{,}1 + 2 \cdot \left(3\frac{2}{5} + 1{,}4\right)$
b) $\left(0{,}4 \cdot \frac{5}{3} - \frac{2}{9}\right) : 0{,}25$
c) $\left(1{,}2 + \frac{1}{25}\right) : 0{,}4 - \left(1{,}75 - \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{8} : 0{,}3 - \left(1{,}75 - \frac{1}{12}\right) \cdot 0{,}25$

Procenty a ułamki

102. Ustal, co jest większe:

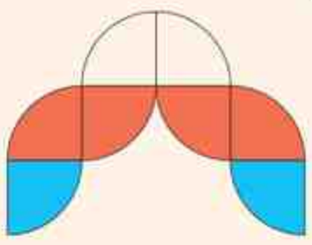
a) 28% pewnej kwoty czy 0,3 tej kwoty,

b) $\frac{4}{5}$ pewnej masy czy 85% tej masy,

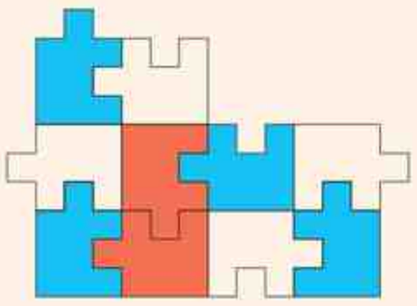
c) $\frac{1}{115}$ pewnej długości czy jej 1%.

103. Figura składa się z jednakowych elementów. Jaki jej procent zamalowano na czerwono, a jaki — na niebiesko?

a)

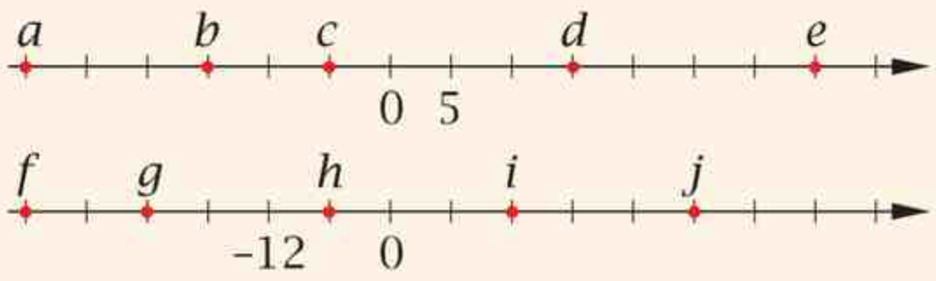


b)

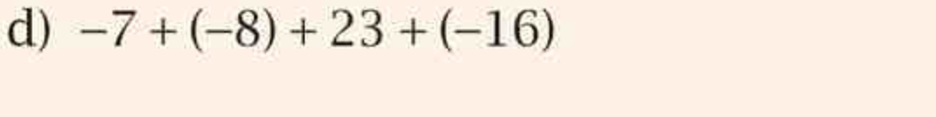


Liczby ujemne

104. Odczytaj, jakie liczby zaznaczono kropkami na osiach liczbowych.



105. Kleks zakrył fragment osi liczbowej. Ile punktów o współrzędnych całkowitych zakrył kleks?



Dodawanie liczb całkowitych

106. Do każdej z liczb: 4, −7, −12, −25 dodaj: a) 6, b) −9.

107. Oblicz.

a) $17 + (-18) + (-21)$

b) $-52 + (-8) + 26$

c) $-14 + 23 + (-19) + 7$

d) $-7 + (-8) + 23 + (-16)$

Odejmowanie liczb całkowitych

108. Od każdej z liczb: 17, 5, −3, −18 odejmij: a) 23, b) −23.

109. Porównaj liczby:

a) $-66 - (-28)$ i $65 + (-84)$

b) $-55 - 17$ i $-86 - 13$

c) $-62 - (-35)$ i $67 + (-32)$

110. Oblicz.

a) $16 - 23 - (-19) - 13$

b) $37 - (-3) - 67 + (-34)$

c) $-35 - 21 - 44 + 6$

d) $25 - (-32) - 61 + (-5)$

Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

111. Oblicz.

a) $23 \cdot (-3)$

b) $(-14) \cdot 3$

c) $(-5) \cdot (-16)$

d) $60 : (-5)$

e) $(-49) : 7$

f) $(-120) : (-8)$

112. Oblicz, pamiętając o zasadach kolejności wykonywania działań.

a) $\big(45 + (-27)\big) : (-3)$

b) $(-3)^3 - 5^2 \cdot (-2)$

c) $(-4)^2 \cdot (-5) + 2 \cdot \big((-3) - 6\big)$

d) $(-7 + 5)^3 - 6 \cdot (-7) : (-2)$

113. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik?

a) $\square \cdot (-9) = 81$

b) $(-120) : \square = 15$

c) $\big(\square - (-5)\big) \cdot 7 = -49$

d) $\big(40 - \square\big) : (-5) = 11$

Odpowiedzi

str. 11–12 **1.** a) Siedem tysięcy dwadzieścia trzy, siedemdziesiąt dwa tysiące trzydzieści, siedemset tysięcy dwadzieścia trzy, siedemset dwa tysiące trzysta, siedemset tysięcy dwieście trzydzieści, b) osiem milionów pięćset siedemdziesiąt tysięcy trzydzieści cztery, osiemdziesiąt pięć milionów siedemset tysięcy trzysta czterdzieści, osiemset milionów pięćset siedem tysięcy trzysta czterdzieści, osiem miliardów pięć tysięcy siedemset trzydzieści cztery. **2.** Sześćdziesiąt tysięcy dziewięćdziesiąt, pięćset sześć tysięcy, sześć milionów dwieście pięćdziesiąt tysięcy pięćset dwa, dziewiętnaście milionów pięćdziesiąt, trzy miliardy siedem milionów sto dwadzieścia tysięcy trzysta trzydzieści. **3.** a) 304 070, b) 200 302 013, c) 5 500 017 000. **4.** a) $a = 400$, $b = 1400$, $c = 2600$, $d = 2900$, b) $e = 6000$, $f = 12\,000$, $g = 25\,500$, $h = 34\,500$, c) $i = 200$, $j = 400$, $k = 550$, $l = 625$, d) $m = 12\,000$, $n = 24\,000$, $o = 32\,000$, $p = 37\,000$. **5.** 9131, 12 403, 10 506, 17 562. **6.** Pod zielonym — 9, pod żółtym — 4, pod niebieskim — 5. **7.** Grudzień, wrzesień, luty, styczeń, październik, lipiec, czerwiec, listopad, maj, marzec, kwiecień, sierpień. **8.** a) 3576 mln zł, b) 5250 mln zł, c) 9990 mld zł, d) 3 bln zł. **9.** Osiemnaście tabliczek z cyfrą 1, siedem z cyfrą 9, łącznie 147 tabliczek. **10.** a) 50, 61, 72, 83, 94, b) 1031, 1121, 1211, 1301, 2012, 2102. **11.** a) O 1000, b) o 11 000, c) 100 razy. **12.** 5, 2 i 3.

str. 13–15 **1.** a) 78, 90, 91, b) 108, 115, 159, c) 570, 610, 600, d) 2110, 2337, 1080, e) 45, 12, 45, f) 12, 69, 26, g) 740, 340, 500, h) 600, 1270, 4950. **2.** a) 127, 57; 150, 80; 360, 290; 831, 761; 1330, 1260; 2030, 1960; 5035, 4965, b) o 400, o 450, o 170, o 680, o 520, o 704, o 892. **3.** a) 32, b) 24. **4.** O 22 km. **5.** a) 6 osób, 31 osób, b) godzinę i 12 minut, 24 minuty. **6.** Wiosna — 93 dni, lato — 93 dni, jesień — 90 dni, zima — 89 lub 90 dni. **7.** a) 74, b) 109, c) 1450, d) 650. **8.** 5. **9.** a) 200, b) 140, c) 300, d) 600. **10.** a) 307, b) 695, c) 782, d) 924. **11.** a) 489, b) 1294.

str. 17–20 **1.** a) 88, 84, 357, 80, b) 360, 360, 480, 600, c) 360, 25 000, 30 000, 80 000, d) 1200, 3200, 12 000, 28 000. **2.** a) 24, 32, 13, 4, b) 30, 40, 30, 8, c) 36, 27, 4800, 6600, d) 40, 4, 30, 50. **3.** 50 000, pięćdziesiąt tysięcy; 1 000 000, milion. **4.** a) 420, 6400, 2048; 105, 1600, 512, b) 108, 3600, 387; 12, 400, 43, c) 525, 3000, 1750; 21, 120, 70, d) 3600, 20 000, 10 000; 9, 50, 25, e) 9600, 24 000, 6400; 6, 15, 4, f) 17 500, 37 500, 225 000; 7, 15, 90.

5. a) 36, 27, 64, 49, b) 100, 1 000 000, 1 000 000, c) 900, 3600, 125 000, 8100. **6.** a) Liczby te są równe, różne od 0. Ich różnica jest równa 0, b) nie zmienił się, c) 3. **7.** a) 6 r 1, b) 5 r 3, c) 10 r 6, d) 8 r 2, e) 5 r 18, f) 10 r 7, g) 8 r 6, h) 33 r 1, 53 r 1. **8.** 13 r 7, 1 r 37; 24 r 8, 2 r 48; 110 r 6, 11 r 6; 123 r 4, 12 r 34. **9.** 61; 5; 18 i 0 lub 19 i 1 lub 20 i 2. **11.** a) 700 gr, 2500 gr, 1780 gr, 300 000 000 gr, b) 2 zł, 10 zł, 100 zł, 10 000 zł. **12.** a) 80 cm, 350 cm, 700 cm, 47 cm, 350 cm, b) 3 m, 10 m, 2 m, 3000 m, 2050 m, c) 6000 g, 47 000 g, 150 g, 3150 g, 152 g, d) 2 kg, 10 kg, 5 kg, 20 000 kg, 3350 kg. **13.** Słoń — 6000 kg, zebra — 30 000 dag, rower — 15 000 g, dynia — 6000 g, jabłko — 15 dag, orzech — 15 g. **14.** a) 170, b) 3600, c) 8700, d) 18 000. **15.** a) 152, b) 852, c) 270, d) 330, e) 900, f) 300, g) 280, h) 270. **16.** a) 390, 630, 435, 2800, 6200, b) 2350, 7400, 14 700.

str. 22–23 **1.** a) Dzielenie, 4; odejmowanie, 8, b) odejmowanie, 18; dodawanie, 8, c) dzielenie, 64; mnożenie, 4. **2.** a) 1, b) 54, c) 64, d) 23, e) 88, f) 21, g) 65, h) 37, i) 7, j) 28, k) 64, l) 69. **3.** a) 95, b) 2, c) 6, d) 12, e) 1, f) 3. **4.** a) $6 \cdot (37 - 33) = 24$, b) $8 : 2 + 9 = 13$, c) $18 \cdot 3 - 15 = 39$. **6.** a) 5, b) 20, c) 6, d) 10. **7.** a) –, b) ·, c) ·, d) :. **8.** a) 78, b) 64, c) 68, d) 66. **9.** 884. **10.** 23 r 68.

str. 24–27 **1.** a) Mniejszą, b) większą, c) większą, d) mniejszą, e) mniejszą, f) większą, g) większą, h) mniejszą, i) mniejszą, j) mniejszą, k) mniejszą, l) większą. **2.** a) 7, b) 9, c) 12, d) 2, e) 3, f) 7, g) 8, h) 9, i) 10, j) 1, k) 0, l) 2. **3.** a) 7, b) 3, c) 8, d) 6. **4.** a) 10 353, b) 8714, c) 8976, d) 312. **5.** Dynastia Piastów. **6.** ①. **7.** Tak. **8.** W lipcu. **9.** a) Mniej, b) nie wystarczy, c) tak, d) 6 banknotów. **10.** ②, ③. **11.** a) Nie, b) mniej, c) więcej. **12.** a) Nie, b) tak, c) tak. **13.** a) Francja — około dwóch, Polska — około trzech, b) Estonia — około tysiąc, USA — około czterech.

str. 28–29 **1.** a) 3821, b) 5478, c) 118 792, d) 392 582, e) 58 669, f) 3691. **2.** a) 1821, b) 868, c) 2019. **3.** $3107 - 728 = 2379$. **5.** O 15 431 km. **6.** a) 3071 km, b) o 123 km, c) o 329 km. **7.** a) 411, b) 4159, c) 676.

str. 30 **1.** a) 1 340 250, b) 1 288 794, c) 75 625, d) 32 768, e) 745 550, f) 149 940 000, g) 115 562 500, h) 110 592 000. **2.** 648 miejsc. **3.** 5 038 848 pikseli, 5 pełnych megapikseli.

str. 32–34 **1.** a) 1216, 1507, 22 680, 78 362, b) 159, 308, 715, 4013. **2.** a) 13 r 25, b) 15 r 15, c) 34 r 7, d) 115 r 9, e) 32, f) 27 r 10, g) 60 r 30, h) 102,

i) 122 r 28, j) 65 r 1, k) 2219 r 16, l) 3261 r 10. **3.** 101 r 1. **4.** 87 mil morskich. **5.** 1 589 745 zł. **6.** 84 dni. **8.** 325 osób. **9.** a) $x = 84$, b) $y = 202$, c) $z = 25$. **10.** Nie. **11.** a) 780, b) 830, c) 103, d) 95. **12.** 500 km. **13.** a) Zbyszek, b) 97 r 300, c) 731 r 20, 730, 21 r 4600. **14.** 10 kotletów.

str. 37–40 **1.** 104 strony. **2.** 6853 zł. **3.** 1590 książek. **4.** Pan Wojtek — 86 zł, 14 zł; pani Ania — 146 zł, 4 zł. **5.** 40 000 zł. **6.** 17 dziewczynek. **7.** Jacek; o 4 monety. **8.** 508 miejsc siedzących. **9.** a) 900 sztuk, b) 1728 sztuk, 1728 sztuk. **10.** 2394 zł. **11.** Jaś — 12 lat, Piotr — 17 lat. **12.** 59 chłopców. **13.** 12 ogierów. **14.** O 60 litrów. **15.** 164 bukłaki. **16.** a) 44 mieszkania, b) pierwszy, o 17 stron, c) 58 liczb. **17.** 108 m. **18.** O 14 : 40 : 30, o 14 : 59 : 15. **19.** a) Banan — 15 dag, pomarańcza — 20 dag, ananas — 60 dag, b) koszulka — 43 zł, spodnie — 82 zł, pasek — 25 zł. **20.** $a = 360$. **21.** 10 krajów.

str. 45–46 **2.** 1, 2, 3, 4, 6, 12. **3.** a) 0, 33, 63, 180, b) 0, 16, 32, 64, c) 0, 34, 170. **4.** a) 210, b) 160. **5.** a) $A = 60$, $C = 90$, b) $D = 392$, $F = 408$, $G = 416$. **6.** a) 25, b) 6. **7.** ③, ④, ⑤. **8.** 1. **9.** a) 10, b) 12, c) 12, d) 523, e) 55, f) 40, g) 12, h) 30.

str. 48–49 **1.** a) 1, 5, b) 1, 2, 3, 6, c) 1, 2, 3, 6, 9, 18, d) 1, 5, 25, e) 1, 3, 5, 9, 15, 45, f) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100. **2.** ①, ②. **3.** 1, 12, 60, 120. **4.** Wejście nr 32. **5.** a) 100, 200, 300, …, 900, b) 200, 400, 600, 800, c) 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875, d) 350, 700. **6.** a) 18 liczb, b) 18 liczb. **7.** a) 1, 2, 3; suma: 6, tak, b) tak. **8.** 140. **9.** a) 7, b) 1, c) 4, d) 1, e) 1, f) 2, g) 1, h) 1, i) 1, j) 10, k) 1, l) 1. **10.** 4 zestawy. **11.** a) 11, 22, b) 6, 12, 18, 24, c) 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, d) 5, 15, e) pary liczb: 7 i 7, 7 i 14, 7 i 21, 7 i 28, 14 i 21, 21 i 28, f) pary liczb: 8 i 8, 8 i 16, 8 i 24, 16 i 24.

str. 52–55 **1.** a) 10, 48, 3008, 112, 620, 678, 956, 2328, 3580, 7604, 934 564, 1 050 000, b) 10, 95, 620, 3580, 1 050 000, c) 10, 620, 3580, 1 050 000, d) 1 050 000. **3.** 764, 508, 696, 12 472. **4.** 612, 832, 7980. **5.** c) 1724 r., 1980 r., 2000 r., d) 1600 r., 1700 r., 1800 r., przestępny: 1600 r. **7.** a) 10 011, 36 054, 1 001 001, 12 033, 123 456, b) 36 054, 12 033. **8.** b) Nie. **9.** 9540. **10.** Podzielne przez 3: $10^3 + 8$, $100^2 + 2$, $100^3 + 8$, podzielne przez 9: $10^3 + 8$, $100^3 + 8$. **11.** Najmniejsza: 1 023 456 789, 9 876 543 210; tak. **12.** a) 6 liczb. b) 9 liczb. **13.** a) TEMAT, MATMA. **14.** Tak, nie. **16.** a) Tak, b) nie; tak; nie; nie. **17.** a) 24 030, 502 092, b) 502 092, c) żadna. **18.** 0, 1; 3, 3; 2, 0; 4, 1; 3, 2. **19.** a) 2; 1; 1.

str. 57 **2.** a) 101; 997, b) 168, c) 830. **3.** a) 1 i 1999, b) 0, 2, 4, 5, 6 i 8. **4.** ①, ②. **5.** 1. **6.** 101, 823, 1997, 41 983.

str. 59 **1.** a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, c) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$. **2.** a) $2 \cdot 3 \cdot 5$; $2 \cdot 3 \cdot 7$; $2 \cdot 5 \cdot 5$, b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$, c) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 23$; $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$; $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$, d) $2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23$; $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$; $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$. **3.** a) 360, b) 7. **4.** a) $5 \cdot 7 \cdot 13$, b) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$, c) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$, d) $5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 13$. **5.** a) $2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7$, b) $5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$, c) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$, d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 11$. **6.** 4 dwójki i 3 piątki; 3 zera. **7.** 99 liczb.

str. 61–62 **1.** a) 18, b) 18, c) 36, d) 175. **2.** 10. **3.** a) 180, b) 4620, c) 3150, d) 735. **4.** a) 14, 210, b) 6, 4620, c) 10, 4620. **5.** Co 20 lat. **6.** 175 cm. **7.** 8 cm × 8 cm × 8 cm.

str. 68–69 **2.** Zielonym: $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{5}{10}$, żółtym: $\frac{4}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$. **3.** a) Czerwone — $\frac{5}{20}$, żółte — $\frac{7}{20}$, b) czerwone — $\frac{5}{15}$, zielone — $\frac{3}{15}$. **4.** a) $\frac{21}{31}$; $\frac{10}{31}$, b) $\frac{7}{21}$. **5.** a) $a = \frac{2}{3}$, $b = 1\frac{1}{3}$, $c = 1\frac{2}{3}$, b) $d = \frac{2}{6}$, $e = 1\frac{5}{6}$, $f = 2\frac{4}{6}$, c) $g = 1\frac{9}{10}$, $h = 2\frac{5}{10}$, $i = 2\frac{9}{10}$, d) $j = 5\frac{3}{7}$, $k = 6\frac{3}{7}$, $l = 6\frac{6}{7}$. **6.** $\frac{9}{1}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{5}{5}$. **7.** a) $\frac{7}{10}$, $2\frac{9}{10}$, b) $\frac{27}{100}$, $2\frac{5}{100}$, c) $\frac{4}{7}$, $3\frac{2}{7}$, d) $\frac{29}{60}$, $3\frac{7}{60}$. **8.** a) 15 min, 75 min, b) 8 h, 56 h, c) 200 m, 4200 m. **9.** a) $\frac{16}{5}$, $\frac{29}{5}$, b) $\frac{73}{10}$, $\frac{29}{10}$, c) $\frac{41}{9}$, $\frac{53}{9}$, d) $\frac{57}{7}$, $\frac{69}{7}$, e) $\frac{31}{3}$, $\frac{62}{3}$, f) $\frac{1001}{10}$, $\frac{509}{10}$. **10.** $\frac{21}{75}$, $\frac{13}{75}$, $\frac{41}{75}$. **11.** $\frac{15}{48}$.

str. 71–72 **1.** a) $\frac{3}{4}$, $\frac{72}{13}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{130}{21}$, b) 3 : 5, 7 : 2, 1 : 8, 35 : 12, 19 : 101. **2.** $\frac{27}{40}$. **3.** a) $\frac{7}{100}$ l benzyny, b) $14\frac{2}{7}$ km. **4.** a) $\frac{368}{103}$ osoby, b) $\frac{103}{368}$ km^2. **5.** a) $1\frac{2}{5}$, $3\frac{1}{5}$, $15\frac{3}{5}$, b) $2\frac{2}{7}$, $3\frac{4}{7}$, $5\frac{3}{7}$, c) $1\frac{1}{9}$, $1\frac{4}{9}$, $2\frac{7}{9}$, d) $1\frac{2}{13}$, $3\frac{4}{13}$, $7\frac{9}{13}$, e) $4\frac{7}{10}$, $10\frac{7}{10}$, $52\frac{3}{10}$, f) $1\frac{7}{100}$, $7\frac{39}{100}$, $10\frac{27}{100}$. **6.** a) 77 : 15, $\frac{46}{9}$, b) 20 : 3, $\frac{27}{4}$. **7.** $a = \frac{26}{3}$, $b = \frac{49}{5}$, $c = \frac{80}{7}$, $d = \frac{49}{4}$.

str. 74–75 **1.** $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$. **2.** $\frac{7}{30}$, $\frac{13}{40}$, $\frac{1}{320}$, 60. **3.** Azja: $\frac{46}{80} = \frac{23}{40}$, Europa: $\frac{745}{8000} = \frac{149}{1600}$. **4.** a) $\frac{1}{12}$, b) $\frac{1}{4}$, c) $\frac{1}{3}$, d) $\frac{4}{5}$, e) $\frac{1}{360}$, f) $\frac{1}{120}$. **5.** a) $\frac{10}{67}$, b) $\frac{3}{13}$, c) $\frac{3}{11}$, d) $\frac{3}{14}$. **6.** a) $\frac{9}{49}$, b) $\frac{1}{14}$, c) $\frac{20}{33}$. **7.** a) $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$, $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$, $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$, $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$, $\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$, $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$, b) $\frac{5}{6} = \frac{60}{72}$, $\frac{4}{15} = \frac{60}{225}$, $\frac{3}{10} = \frac{60}{200}$, $\frac{2}{5} = \frac{60}{150}$, $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$, $\frac{2}{3} = \frac{60}{90}$. **8.** a) $\frac{16}{24}$ i $\frac{9}{24}$, b) $\frac{5}{12}$ i $\frac{9}{12}$, c) $\frac{21}{18}$ i $\frac{10}{18}$, d) $\frac{12}{30}$, $\frac{20}{30}$ i $\frac{15}{30}$, e) $\frac{16}{60}$ i $\frac{21}{60}$, f) $\frac{22}{36}$ i $\frac{15}{36}$. **9.** 3, 4, 6, 7 lub 9.

str. 77–79 **2.** a) >, b) <, c) <, d) >, e) <, f) <. **3.** a) >, b) <, c) >, d) >, e) >, f) <. **4.** a) <, b) >, c) =, d) >, e) >, f) <. **5.** Ola. **6.** Mateusz. **7.** Niebieski odcinek. **9.** a) <, b) >, c) <, d) >, e) <, f) >. **10.** a) >, b) <, c) <, d) <. **11.** $a = \frac{7}{8}$, $b = \frac{11}{12}$, $c = \frac{12}{11}$, $d = \frac{8}{7}$. **12.** Najskuteczniejszy — Długonogi, najmniej skuteczny — Prędki.

str. 82–83 **1.** a) $\frac{13}{15}$, b) $\frac{9}{11}$, c) $6\frac{7}{8}$, d) $1\frac{1}{9}$, e) $4\frac{1}{3}$, f) 5, g) 7, h) $8\frac{2}{5}$, i) $10\frac{1}{2}$. **2.** Czarny. **3.** a) $\frac{5}{9}$, b) $1\frac{1}{3}$, c) $1\frac{2}{5}$, d) $4\frac{2}{7}$, e) $\frac{1}{3}$, f) $3\frac{5}{8}$, g) $\frac{3}{5}$, h) $5\frac{5}{11}$, i) $\frac{1}{2}$, j) $5\frac{6}{7}$, k) $5\frac{7}{9}$, l) $1\frac{3}{5}$. **4.** a) 4, $4\frac{3}{5}$, 5, $14\frac{1}{5}$, $23\frac{4}{5}$, $12\frac{1}{5}$, b) $6\frac{3}{7}$, $8\frac{1}{7}$, $10\frac{2}{7}$, $16\frac{4}{7}$, $18\frac{5}{7}$, $31\frac{6}{7}$. **5.** a) $a = 1\frac{2}{9}$, b) $b = 7\frac{7}{9}$, c) $c = 4\frac{1}{2}$. **6.** a) $6\frac{2}{11}$, b) $7\frac{1}{9}$, c) $\frac{1}{15}$, d) $7\frac{4}{13}$. **7.** $3\frac{5}{7}$. **8.** b) Nie. **9.** $\frac{1}{2}$ litra soku. **10.** a) $3\frac{1}{3}$, b) $4\frac{2}{5}$, c) $1\frac{1}{2}$, d) $3\frac{3}{4}$.

str. 84–86 **1.** a) $2\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{11}{12}$, $3\frac{7}{12}$, $3\frac{1}{30}$, $4\frac{17}{24}$, $5\frac{5}{18}$, b) $1\frac{3}{10}$, $1\frac{7}{15}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{3}{20}$, $3\frac{9}{10}$, $4\frac{3}{4}$, $\frac{29}{35}$. **2.** a) $\frac{3}{4}$, b) $1\frac{1}{4}$, c) $2\frac{1}{4}$, d) $\frac{3}{4}$, e) $1\frac{3}{4}$, f) $6\frac{1}{4}$, g) $22\frac{1}{4}$, h) $3\frac{3}{4}$. **3.** a) $\frac{9}{10}$, b) $\frac{5}{6}$, c) $\frac{13}{15}$, d) $1\frac{1}{14}$, e) $\frac{5}{9}$, f) $\frac{1}{10}$, g) $\frac{2}{15}$, h) $\frac{13}{28}$, i) $5\frac{9}{10}$, j) $7\frac{2}{21}$, k) $3\frac{13}{24}$, l) $7\frac{1}{10}$, m) $1\frac{7}{12}$, n) $3\frac{5}{18}$, o) $1\frac{29}{30}$, p) $1\frac{23}{26}$. **5.** a) $\frac{7}{10}$, b) $2\frac{1}{18}$, c) $8\frac{17}{28}$. **6.** a) $1\frac{1}{12}$, b) $7\frac{3}{10}$, c) $3\frac{2}{15}$, d) $1\frac{13}{24}$, e) $3\frac{1}{4}$, f) $6\frac{5}{9}$, g) 1, h) $3\frac{59}{60}$. **8.** $2\frac{4}{5}$ litra jagód. **9.** $\frac{71}{100}$ powierzchni Ziemi. **10.** $\frac{1}{15}$; trzeci temat. **11.** a) $3\frac{8}{9}$, b) $1\frac{5}{12}$, c) $2\frac{17}{60}$.

str. 88–89 **1.** a) $2\frac{5}{8}$, b) $3\frac{3}{7}$, c) $2\frac{2}{7}$, d) $6\frac{3}{5}$, e) $52\frac{1}{2}$, f) $86\frac{2}{3}$, g) $3\frac{1}{2}$, h) 4, i) $3\frac{1}{3}$, j) $21\frac{2}{3}$, k) $38\frac{1}{4}$, l) $17\frac{1}{2}$. **2.** a) $1\frac{1}{6}$, b) 66, c) $2\frac{2}{15}$, d) $16\frac{5}{8}$. **3.** $912\frac{1}{2}$ litra. **4.** a) $24\frac{1}{2}$, b) 76, c) $6\frac{2}{3}$. **5.** 5; 15; 8. **6.** a) $8\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $20\frac{1}{4}$. **7.** Nie wystarczy. **8.** Około $203\frac{1}{2}$ litra. **9.** a) 4 jardy, b) $6\frac{1}{3}$ jarda, c) $\frac{2}{9}$ jarda, d) $\frac{13}{18}$ jarda, e) $1\frac{7}{18}$ jarda, f) $\frac{7}{9}$ jarda. **10.** 420, 1680, $843\frac{12}{31}$.

str. 91–92 **1.** a) $3\frac{1}{3}$, b) 18, c) 55, d) $1\frac{3}{7}$, e) $10\frac{4}{5}$, f) $46\frac{2}{3}$. **2.** a) 9 sztuk, b) 44 sztuki, c) 42 sztuki, d) 312 sztuk. **3.** 16 godzin. **4.** Można się spodziewać 24 wybrakowanych ołówków. **5.** W 1920 r. **6.** 12 km. **7.** 2 zł. **8.** a) 84, b) 72 kg, c) 30, d) 24 km. **9.** 15 dziewczynek. **10.** 105 tys. zł. **11.** 4000 zł. **12.** 30 000 zł.

str. 94–95 **1.** a) $\frac{6}{35}$, b) $\frac{3}{10}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\frac{2}{9}$, e) $1\frac{3}{8}$, f) $2\frac{5}{18}$, g) $13\frac{1}{3}$, h) $15\frac{3}{4}$, i) $27\frac{1}{3}$, j) $\frac{2}{15}$, k) $3\frac{1}{2}$, l) $\frac{2}{5}$. **2.** a) $\frac{9}{49}$, $\frac{4}{25}$, $1\frac{15}{49}$, $1\frac{17}{64}$, b) $\frac{1}{8}$, $\frac{8}{27}$, $15\frac{5}{8}$, $1\frac{61}{64}$. **3.** a) $2\frac{4}{5}$, b) $2\frac{7}{40}$. **4.** a) $\frac{2}{3}$, b) $6\frac{1}{4}$, c) $2\frac{21}{80}$. **5.** $\frac{15}{16}$ litra. **6.** $\frac{5}{7}$; $1\frac{1}{2}$. **7.** $1\frac{1}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{3}$, 12, $\frac{5}{23}$. **8.** a) Odwrotność, b) 1. **9.** d, b, a, c, e; $\frac{1}{e}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{d}$.

str. 97 **1.** a) $\frac{2}{5}$, b) $\frac{2}{21}$, c) $\frac{2}{7}$, d) $\frac{5}{27}$, e) $\frac{1}{2}$, f) $\frac{3}{8}$, g) $\frac{3}{5}$, h) $\frac{2}{7}$, i) $\frac{2}{3}$, j) $1\frac{2}{15}$, k) $\frac{16}{33}$, l) $\frac{20}{297}$. **2.** $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{5}{9}$. **3.** a) $4\frac{5}{12}$, b) $1\frac{7}{15}$, c) $\frac{81}{112}$. **4.** 2; 5; $\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$. **5.** $6\frac{1}{8}$ litra. **6.** $5\frac{1}{16}$ bochenka.

str. 99–100 **1.** a) $1\frac{1}{4}$, b) $1\frac{1}{14}$, c) $\frac{4}{5}$, d) $1\frac{1}{3}$, e) $2\frac{1}{4}$, f) 12, g) $\frac{2}{3}$, h) $\frac{1}{12}$, i) $2\frac{1}{2}$, j) 6, k) $\frac{5}{8}$, l) $\frac{5}{6}$. **2.** 9 paczek. **3.** 13 puszek. **4.** Zadanie Asi jest właściwe, a zadanie Jacka nie jest właściwe. **5.** a) $1\frac{19}{44}$, b) $\frac{8}{39}$, c) $5\frac{5}{18}$. **6.** $\frac{3}{5}$ uczniów. **7.** a) $21\frac{3}{5}$ morgi ziemi, b) 5 łanów. **8.** a) s, r, p, t, b) r, s, t, p, c) r, t, s, p. **9.** a) $7\frac{7}{15}$, b) $6\frac{1}{6}$, c) $\frac{4}{5}$. **10.** $\frac{8}{45}$ pola. **11.** $\frac{5}{3}$.

str. 105–106 **1.** $a \perp b$, $c \perp b$, $a \perp d$, $c \perp d$, $a \parallel c$, $b \parallel d$. **3.** Są równoległe. **4.** Np. $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $EF \perp FG$, $AB \perp FG$; $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$, $EF \parallel AB$, $DE \parallel GH$. **6.** b) Dwie. **7.** 1 cm lub 9 cm.

str. 109 **1.** Kąty ostre: $\sphericalangle DCF$, $\sphericalangle FDC$, kąty proste: $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle CAE$, kąty rozwarte: $\sphericalangle BCF$, $\sphericalangle ACD$, kąty wklęsłe: $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle CFD$. **2.** Nie. **4.** a) 12 godzin, b) tak.

str. 112 **1.** $\alpha = 330°$, $\beta = 85°$, $\gamma = 182°$, $\delta = 270°$. **3.** 325° lub 275°. **4.** a) O 90°, b) o 180°, c) o 270°. **5.** a) O 30°, b) o 210°, c) o 15°. **6.** a) $\beta = 69°30'$, b) $\beta = 4°40'$, c) $\beta = 59°29'30''$, d) $\beta = 79°59'30''$.

str. 114–115 **1.** a) $\alpha = 130°$, $\beta = 57°$, $\gamma = 141°$, $\delta = 39°$, b) $\alpha = 25°$, $\beta = 20°$, $\gamma = 40°$, $\delta = 60°$. **2.** 60° i 120°. **4.** 50°: kąty 1 i 3, 80°: kąty 6 i 8, 110°: kąty 10 i 12. **5.** 105°: kąty III, V i VII, 75°: kąty II, IV, VI i VIII. **6.** $\alpha = 55°$, $\beta = 110°$, $\gamma = 50°$.

str. 116–117 **3.** 132 cm = 13,2 dm. **4.** a) 38 cm, b) 22 cm, c) 12 cm, d) 26 cm, e) 34 cm, f) 26 cm. **5.** Tak. **6.** 100 cm. **8.** W ośmiokącie — 20, w dziewięćdziesięciokącie — 3915.

str. 119–120 **1.** Trójkąty ostrokątne: A, F, G, prostokątne: B, E, rozwartokątne: C, D, równoboczne: A, równoramienne: A, D, F, G. **4.** Trójkąt *DAB*; *DB*, trójkąt *BCD*; *BD*, trójkąt *AED*; *AD*, trójkąt *BEA*; *BA*, trójkąt *CFB*; *CB*, trójkąt *DFC*; *DC*. **6.** a) 207 m, b) 14 cm. **7.** 6; 5; 7; 5; 8; 5.

str. 122–123 **5.** a) Nie, b) tak, c) tak, d) tak, e) tak, f) tak. **6.** Tak. **7.** a) Trójkąt o bokach 1, 3, 3, b) trójkąt o bokach 1, 4, 4 lub 2, 3, 4, lub 3, 3, 3. **8.** 6 cm, 7 cm lub 8 cm.

str. 124–125 **1.** $\alpha = 87°$, $\beta = 65°$, $\gamma = 55°$, $\delta = 33°$. **2.** 30°, 75°, 75°; 25°, 25°, 130°; 60°, 60°, 60°; 45°, 45°, 90°. **3.** 40°, 50°, 90°; 40°, 70°, 70°; 20°, 80°, 80°. **4.** 30°, 60°, 90°. **5.** b) 540°.

str. 127 **2.** Kwadrat: 56 cm, prostokąt: 40 cm. **5.** 4 cm, 36 mm, 48 mm.

str. 130–131 **3.** Tak; tak. **7.** 5; 3; 1; 5. **8.** 18 cm. **9.** a) 65°, 115°, 65°, 115°, b) 70°, 110°, 70°, 110°, c) 45°, 135°, 45°, 135°. **10.** 80°, 100°, 80°, 100°. **11.** 30°, 150°, 30°, 150°.

str. 133–135 **2.** a) Trapez równoramienny i dwa trójkąty prostokątne, b) nie. **4.** 6; 3; 6; 3; 6. **5.** $a = 7$ cm, $b = 6$ cm, $c = 1$ cm, $d = 4$ cm, $x = 7$ cm, $y = 6$ cm. **7.** 10 cm. **8.** a) 80°, 100°, 120°, 60°, b) 75°, 105°, 115°, 65°, c) 55°, 125°, 135°, 45°. **9.** a) 163°, b) 70°, 90°, 90°. **10.** a) 70°, 110°, 110°, 70°; 58°, 122°, 122°, 58°; 45°, 135°, 135°, 45°, b) 65°, 115°, 115°, 65°; 60°, 120°, 120°, 60°; 80°, 100°, 100°, 80°. **11.** 85°, 95°, 95°, 85°. **12.** $\sphericalangle ACD$.

str. 136–137 **1.** ②, ④. **2.** Prostokąt.

str. 139–140 **1.** ②, ③, ④, ⑤. **2.** 6 osi symetrii. **3.** MAM, OTO. **5.** b) 7 liczb. **6.** a) 1 oś symetrii, b) 4 osie symetrii, c) 2 osie symetrii, d) nie będzie miała osi symetrii.

str. 146–147 **1.** a) 0,3; 2,7; 0,81; 5,03; 0,207; 0,0514; 0,0085, b) 1,1; 5,8; 4,01; 8,29; 12,05; 1,503; 4,2078. **2.** $\frac{7}{10}$, $1\frac{9}{20}$, $\frac{241}{1000}$, $3\frac{8707}{10\,000}$, $6\frac{3}{50}$, $9\frac{9}{500}$, $\frac{1}{2500}$. **3.** a) $a = 0{,}6$, $b = 1{,}1$, $c = 1{,}9$, $d = 2{,}7$, b) $e = 0{,}06$, $f = 0{,}11$, $g = 0{,}19$, $h = 0{,}27$, c) $i = 0{,}003$, $j = 0{,}014$, $k = 0{,}018$, $l = 0{,}024$. **5.** Stutysięcznych — 5, milionowych — 6. **6.** Ziarenko grochu — 0,00005 kg, ziarenko maku — 0,0000005 kg. **7.** 0,4; 0,03; 0,25; 6; 9,807; 50,7; 30,02. **8.** a) 0,20, b) $\frac{5}{5}$, c) 0,5, d) 1,075. **9.** a) 0,6, b) 0,75, c) 0,35, d) 1,25, e) 3,12, f) 6,125. **10.** 0,25; 0,125; 0,5; 0,6; 0,52; 0,35. **11.** Wskazówka. Przedstaw każdy ułamek tak, aby w jego zapisie występowały dwa miejsca po przecinku. $a = 2{,}05$, $b = 2{,}15$, $c = 2{,}09$, $d = 2{,}12$.

str. 148–149 **1.** a) >, b) >, c) <, d) <, e) <, f) >. **2.** 2,5, 2,51, 2,67, 4,25, 4,3. **3.** 3,5, 3,49, 8,06, 8,59. **4.** a) 1,26, b) 3,3, c) $\frac{1}{3}$, d) $2\frac{3}{4}$, e) 2,41, f) $\frac{13}{4}$. **5.** Śniardwy, Mamry, Łebsko, Dąbie, Miedwie, Jeziorak, Niegocin, Gardno, Jamno, Wigry; najwięcej wody: Mamry, najmniej wody: Gardno; głębsze od Jezioraka: Mamry, Miedwie, Niegocin, Śniardwy, Wigry. **6.** Jedna milionowa. **7.** Rwanie: S. Grot, I. Talkowski, T. Wcisło, P. Sztange, podrzut: I. Talkowski, S. Grot, P. Sztange, T. Wcisło, dwubój: I. Talkowski, S. Grot, T. Wcisło, P. Sztange. **8.** Niebieski kleks: 0, czerwony kleks: 6, żółty kleks: 9.

str. 151–152 **2.** a) 0,6 cm, 2,1 cm, 5,7 cm, 3,8 cm, b) 0,06 m, 0,28 m, 4,07 m, 20,35 m, c) 0,9 dm, 1,5 dm, 6,3 dm, 10,2 dm, d) 0,007 km, 0,043 km, 1,5 km, 6,207 km, e) 0,3 dag, 8,9 dag, 4,5 dag, 11,26 dag, f) 0,08 kg, 0,51 kg, 8,03 kg, 2,3 kg, g) 0,007 t, 0,205 t, 4,306 t, 50,725 t. **3.** a) 4 m 21 cm, 10 m 5 cm, 1 m 40 cm, b) 21 t 67 kg, 10 t 500 kg, 6 t 70 kg, c) 1 km 106 m, 7 km 250 m, 8 km 600 m, d) 1 kg 42 dag, 6 kg 7 g, 5 kg 30 dag. **4.** a) 0,7 t > 70 kg, b) 0,9 m = 9 dm,

c) 0,5 kg > 53 g, d) 0,04 m < 39 cm, e) 580 mm > 6,2 cm, f) 1250 mm < 12,5 m, g) 63 cm < 6,4 dm, h) 5,2 kg > 5 kg 2 g, i) 3,02 t = 3 t 20 kg. **5.** Najlżejszy — ostatni, najcięższy — środkowy. **6.** I — *e*, II — *f*, III — *a*, IV — *c*, V — *d*, VI — *b*. **7.** 0,1, 0,01, 0,001, 0,000001; 1, 0,1, 0,001, 0,000001. **8.** a) 3 000 020 g, 3,00002 t, b) 200 050 cm, 2,0005 km, c) 10 010 kg, 10,01 t.

str. 154–155 **1.** a) 0,8; 8; 3,8, b) 1,1; 6; 3,2, c) 3,6; 0,7; 2,9, d) 0,9; 4,7; 3,9. **2.** a) 2,7; 6,9; 9; 2,1; 12,3; 8,2, b) 4,4; 2,2; 8,1; 6,9; 9,5; 8,6. **3.** a) 6,91, b) 14,01, c) 1,82, d) 5,62, e) 19,876, f) 58,76, g) 47,518, h) 7,345, i) 106,112. **4.** a) 8,604, b) 14,41, c) 21,253, d) 4,619. **5.** a) 30,723, b) 15,113, c) 8,069, d) 32,37. **6.** Tlen, węgiel, wodór; 62,86 kg. **7.** 8,58 kg. **8.** 6,50 zł. **9.** 157,69 kg.

str. 157–158 **1.** a) 43,1; 6,1; 600, b) 560; 1360; 20, c) 200; 70; 1600, d) 134; 2800; 60. **2.** a) 4500 zł, b) 13 500 osób, c) 2 400 000 ton, d) 8 200 000 ton, e) 2 500 000 000 osób, f) 500 000 000 euro. **3.** 76 kg. **4.** O 2,80 zł mniej. **5.** 8,47 km. **6.** a) 185,2 km, b) 18,52 km. **7.** 15 kg.

str. 159–160 **1.** a) 2,124; 0,582; 0,081, b) 0,123; 0,26; 0,0006, c) 0,00201; 0,042; 0,0006, d) 0,062; 0,0007; 0,0025. **2.** 27,5; 307,5; 13,47; 257,082; 370,05. **3.** 10 spinaczy: 0,0035 kg = 0,35 dag; 1 spinacz: 0,00035 kg = 0,035 dag. **4.** 7,9 litra. **5.** 3,95 zł. **6.** a) 4368 zł; 4428 zł, b) 46,80 zł, 5,34 zł; 4,62 zł. **7.** a) 504,2; 1,458, b) 2,3; 0,0007, c) 210,6; 4,07. **8.** 126,3.

str. 162–163 **1.** Przez 2: 1; 3; 5, przez 3: 1,5; 4,5; 7,5, przez 4: 2; 6; 10, przez 5: 2,5; 7,5; 12,5, przez 6: 3; 9; 15. **2.** 2 razy większa: 0,6; 1,4; 2,4; 6,8; 0,18; 4,12; 2,06, 20 razy większa: 6; 14; 24; 68; 1,8; 41,2; 20,6. **3.** a) 4,5, b) 1,2, c) 7,7, d) 3,6, e) 0,65, f) 20,8, g) 0,48, h) 8,2. **4.** a) 1,0011; 1001,1; 10 011, b) 90,504; 90,504; 905,04, c) 56,16; 56,16; 561,6. **5.** a) 19,02, b) 20,72, c) 366,102, d) 216,6, e) 1285,8, f) 156, g) 150,08, h) 2511. **6.** 71,12 cm, 106,68 cm. **7.** 4952,32 zł. **8.** 3,94625 t.

str. 164–165 **1.** a) 0,26, b) 0,35, c) 2,08, d) 0,0024, e) 0,052, f) 0,00066, g) 0,6, h) 0,65, i) 0,015. **2.** a) 2,352, b) 0,6, c) 1,5399, d) 36,87615, e) 0,0144, f) 15,625, g) 6,566, h) 0,96628. **3.** 15,15; 5,13; 28,359. **4.** a) 36, b) 1,25, c) 4,6575. **5.** 14,54 zł. **6.** 1162,32 zł. **7.** a) 5,54, b) 83,904, c) 6,4728. **8.** Nie.

str. 167–168 **1.** 0,4; 1,2; 5,3; 0,25; 0,75; 0,85; 0,55. **2.** a) 5,9, b) 11,6, c) 22,59, d) 5,23, e) 80,6, f) 0,72, g) 2,514, h) 216,2. **3.** a) 1,5, b) 8,9, c) 4,08, d) 5,007. **4.** 2,31. **5.** 26,18 zł. **6.** a) 0,113 mm, b) 4,9 g. **7.** a) 3,65, b) 0,12, c) 35,71,

d) 8,425. **8.** 5,125. **9.** a) 1,5, b) 0,016 c) 1,49, d) 29,75. **10.** Spinacz: 0,35 g, pinezka — 0,38 g.

str. 169–170 **1.** a) 4, b) 7, c) 102, d) 2, e) 6, f) 2, g) 50, h) 4, i) 2. **2.** a) 6,9, b) 3,9, c) 8,4, d) 5,3, e) 1,1, f) 11,4, g) 0,05, h) 1,2, i) 10,3. **3.** a) 0,4, b) 12,5, c) 0,625. **4.** 25 butelek. **5.** Oferta nr 1 — 60 zł, oferta nr 2 — 58 zł. **6.** 9 batonów. **7.** a) 18,45 zł, b) 35 zł.

str. 171–172 **1.** a) Tak, b) nie, c) nie, d) nie, e) tak, f) nie, g) nie, h) tak, i) nie, j) tak, k) nie, l) nie. **2.** Laptop: około 4400 zł, lornetka: około 540 zł, aparat: około 3600 zł. **3.** a) $5{,}8 + 4{,}9$, b) $4{,}73 + 6{,}98$, c) $8{,}3 \cdot 7{,}85$, d) 14, e) $8{,}91 + 7{,}57 + 4{,}86$, f) $(5{,}8 + 7{,}3) \cdot 10{,}5$. **4.** Nie. **5.** a) Tak, b) tak, c) nie, d) czekolada, e) tak.

str. 174 **1.** a) 0,95, b) 0,1, c) 0,225, d) 2,625, e) 0,375, f) 5, g) 0,12, h) 4,375. **2.** a) $1\frac{4}{15}$, b) $3\frac{4}{45}$, c) 2,1, d) $2\frac{11}{12}$, e) $1\frac{17}{35}$, f) 0,9, g) 3,42, h) 0,1, i) 4,25, j) 0,95, k) $2\frac{3}{8}$, l) $\frac{9}{35}$. **3.** a) $\frac{1}{16}$, b) 0,035, c) $\frac{1}{900}$, d) $\frac{3}{70}$. **4.** $3\frac{5}{12}$ litra napoju. **5.** a) 19,68 zł, b) 24,60 zł, c) 49,20 zł. **6.** 0,64 m. **7.** Ozime: 9,75 ha, jare: $2\frac{1}{6}$ ha, rośliny okopowe: $1\frac{1}{12}$ ha.

str. 178–180 **3.** 65%. **4.** 40%. **5.** a) Czerwony: 26%, niebieski: 10%, żółty: 64%, b) czerwony: 28%, niebieski: 28%, żółty: 44%. **6.** Woda: 15%, tłuszcz: 80%, inne składniki: 5%. **7.** $\frac{1}{4}$, 25%, 75%; $\frac{3}{4}$, 75%, 25%; $\frac{1}{2}$, 50%, 50%; $\frac{1}{5}$, 20%, 80%; $\frac{7}{10}$, 70%, 30%. **8.** Jabłonie: 70%, grusze: 20%, śliwy: 10%. **9.** 20%. **10.** 75%. **11.** 40 zł. **12.** Pierwszy; 2 razy. **13.** a) Najwięcej: Partia Wysokich, najmniej: Partia Wesołków, b) tak, c) Partia Wesołków, Partia Skrzatów, d) mniej. **14.** a) Największy: Azja, najmniejszy: Australia i Oceania, b) Australia i Oceania oraz Europa, c) nie, d) tak, e) nie.

str. 185–187 **1.** a) 91 m^2, b) 25,5 cm^2, c) 27 dm^2, d) 36 cm^2, e) 1,5 m^2, f) 9 km^2. **2.** 50 m^2. **3.** a) 9 cm, b) 25 cm^2, c) 80 m. **4.** a) 9 razy, b) o 200 cm^2. **5.** 176 mm^2. **6.** 5 opakowań. **7.** 44,46 m^2. **8.** 257,40 zł. **9.** a) 7 m^2, b) 10 m^2, c) 16 m^2, d) 17 m^2. **10.** 84 m^2. **11.** 25 cm × 5 cm, 20 cm × 10 cm, 15 cm × 15 cm; Największe pole ma kwadrat o boku 15 cm. **12.** 10 m^2, 40 cm^2. **13.** 6 razy.

str. 189 **1.** a) 450 mm^2, 300 mm^2, 1030 mm^2, b) 400 cm^2, 650 cm^2, 70 000 cm^2, 25 000 cm^2. **2.** 14 kartonów płytek. **3.** a) 1500 m^2, 40 000 m^2, 120 000 m^2, 350 m^2, 13 000 m^2, b) 2 a, 3 a, 4,5 a, 50 a, 55 a, c) 7 ha, 10 ha, 0,5 ha, 2,5 ha. **4.** a) 16 razy, b) 100 razy. **5.** 3 t. **6.** 2 800 000 zł.

str. 191–192 **1.** 1323 cm^2, 1900 m^2, 360 cm^2. **2.** 4 cm^2, 3 cm^2, 6 cm^2. **4.** Największe — C, najmniejsze — B. **6.** 5 cm^2; 4 cm^2; 10 cm^2. **7.** a) 23 cm, b) P = 15 cm^2, Obwód = 20 cm, c) 5 cm. **8.** 25 m.

str. 194 **1.** a) 108 m^2, b) 456 dm^2, c) 425 cm^2. **2.** 288 cm^2. **3.** a) 200 cm^2, b) 70 cm^2. **5.** 2 cm. **6.** 24 cm^2.

str. 197–198 **1.** a) 266 cm^2, 608 cm^2, 21 dm^2, b) 250 cm^2, 15 m^2, 384 cm^2. **3.** 12 cm^2; 6 cm^2; 6 cm^2; 6 cm^2. **4.** 9 dm^2; 100 cm^2; 12 m^2. **6.** a) 4 cm, b) 10 cm. **7.** a) 17,5 cm^2, b) 20 cm. **8.** 6 trójkątów, 1 m^2, 2 m^2, 3 m^2, 4 m^2, 5 m^2, 6 m^2. **9.** 25 cm^2. **10.** Wysokość opuszczona na bok *AB*.

str. 200–201 **1.** a) 460 cm^2, b) 6,6 m^2, c) 840 cm^2, d) 2783 dm^2, e) 19 dm^2, f) 430 cm^2. **2.** a) 50 cm^2, b) 14 cm^2. **3.** 7 cm^2; 148 m^2; 25 cm^2; 5,5 dm^2. **4.** 36 cm^2. **5.** Trapez *AEGD* — 7,5 m^2; trapez *FBCG* — 6 m^2; trapez *AFGD* — 12 m^2; trapez *EBCG* — 10,5 m^2; trapez *ABCD* — 18 m^2. **6.** 4 cm.

str. 202–204 **1.** 4 cm^2; 7 cm^2; 4,5 cm^2. **2.** 10,5 cm^2; 12,5 cm^2; 12 cm^2, 10,5 cm^2. **3.** 400 dm^2. **4.** 1 cm^2. **5.** Największe pole — niebieski, najmniejsze pole — zielony. **6.** 30 cm^2. **7.** Figury: pomarańczowa, zielona, fioletowa.

str. 210–212 **1.** a) −105; −50; −5; 25, b) −18; −16; −6; 12. **2.** $a = -20$, $b = -10$, $c = 10$, $d = -450$, $e = -200$, $f = 50$, $g = -80$, $h = -45$, $i = -30$, $j = -700$, $k = -500$, $l = -150$, $m = -2\frac{1}{2}$, $n = -1\frac{1}{2}$, $o = -\frac{1}{2}$, $p = \frac{1}{2}$, $r = -30$, $s = -10$, $t = -5$, $u = 20$. **3.** $a = -111$, $b = -93$, $c = -59$, $d = -37$, $e = -23$. **4.** a) −102; −13; −21; −12; −7; −30, b) 2; −7; −1; 11; −3; 32. **5.** −4. **7.** −17; 210; 0; 32; −1; −2024. **8.** −260; −140. **9.** ④. **10.** a) O 56°C, b) o 47°C. **11.** −51. **12.** 11 liczb naturalnych, 21 liczb całkowitych. **13.** INTEGER.

str. 215–216 **1.** a) 2; 10; −10; −39, b) −15; −63; −36; −120, c) −6; −3; 9; −13. **2.** a) 7; 3; 4; 0; −2; −7, b) −14; −22, −7; −24; 8; 88. **3.** Dodatnie: *a*, *d*, *e*, ujemne: *b*, *c*, *f*. **4.** a) 1, b) −6, c) 1, d) 0, e) 0, f) −6. **5.** a) −4, b) 15, c) −9, d) −27, e) −3, f) −27, g) 11, h) 6. **6.** −3; −9; −10; −15; −32; 20; 40. **8.** a) −25, b) nie. **9.** a) −23; 1; −19; −21; 5. **10.** −4. **11.** −4.

str. 218–219 **1.** a) −3; −6; −25; −8, b) −9; −19; −35; −83, c) 15; 3; −5; −3. **2.** a) −10; −14; −8; −6; −18; 0; 8, b) 19; 24; 12; 6; 2; −8; −23. **3.** a) −4, b) −12, c) −6, d) 1, e) −7, f) 18. **4.** a) 7, b) 4, c) 6, d) 3, e) −7, f) 0. **5.** a) $u - w$, b) $w - u$, c) $w - u$. **7.** Jezioro Bajkał: 1642 m, jezioro Tanganika:

1435 m, Morze Kaspijskie: 1025 m, Morze Martwe: 361 m. **8.** –256 m n.p.m. **10.** Ujemna.

str. 222 **1.** a) –63; –48; 54, b) –5; –42; 3, c) 54; –96; 2, d) 64; –8; –1. **2.** *b*, *c*, *e*. **3.** a) Dodatnią, b) dodatnią. **4.** –1 °C. **5.** Dodatnie: *a*, *b*, *d*, ujemna: *c*. **6.** –98. **7.** a) –228 i –430, b) –127, –228 i –430.

str. 228 **1.** 8 dm^3, 8 dm^3, 11 dm^3, 11 dm^3. **2.** Objętość w obu wypadkach będzie równa 15 cm^3, a pole powierzchni całkowitej: 46 cm^2 lub 62 cm^2. **3.** 4608 dm^3. **4.** 20 cm^3, 36 cm^3, 40 cm^3. **5.** Wiadro — 15 dm^3, kontener — 32 m^3, butelka po syropie — 125 cm^3, czajnik — 1000 cm^3.

str. 230 **1.** a) 56 cm^3, b) 343 dm^3, c) 5000 cm^3. **2.** a) 126 dm^3, b) 27 cm^3. **3.** a) 64 cm^3, b) 125 mm^3, c) 216 dm^3, d) 1000 m^3. **4.** 40,5 m^3, 52,65 kg. **5.** 10 cm. **6.** 150 cm^2. **7.** Tak.

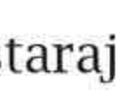
str. 232–234 **1.** a) 1; 5; 3,5, b) 1000; 500; 100, c) 1; 100; 0,5. **2.** a) 40 l = = 40 000 ml, b) 280 l = 280 000 ml, c) 42 l = 42 000 ml, d) 135 l = 135 000 ml. **4.** 1600 cm^3. **5.** a) 1 l płynu, b) 15 kubków. **6.** a) 50 razy, b) 40 dni. **7.** A: 0,3 l = = 300 ml = 0,3 dm^3 = 300 cm^3, B: 0,5 l = 500 ml = 0,5 dm^3 = 500 cm^3, C: 0,8 l = = 800 ml = 0,8 dm^3 = 800 cm^3. **8.** 1 cm × 1 cm × 2 cm, 2 cm^3 = 2 ml = 0,002 dm^3 = = 0,002 l. **9.** 180 l wody. **10.** 300 kg. **11.** a) Litr wody, b) kanister wypełniony olejem, c) 515 g, d) o 36 kg. **12.** Tak. **13.** 200 litrów. **14.** a) 11 litrów, b) 20,5 litra, c) 152 litry, d) 391 litrów. **15.** a) 200 cl, 10 cl, 50 cl, 75 cl, b) 133 butelki.

str. 237–247 **1.** a) 0 na 2, b) 9 na 6, c) 2 na 3 i 7 na 4, d) 7 na 6 i 0 na 9. **2.** Zielony symbol — 7, 8 lub 9, czerwony symbol — dowolna cyfra. **5.** a) $a = 71$, $b = 83$, $c = 95$, $d = 131$, $e = 143$, b) $f = 126$, $g = 156$, $h = 186$, $i = 216$, $j = 246$, $k = 336$. **6.** a) 10 000, b) 10 000, c) 10 000. **7.** a) 12 000, 30, b) 3 200 000, 5, c) 112 000, 70, d) 540 000, 600, e) 980 000, 200, f) 2 240 000, 1400. **8.** a) przez 2: 36, 48, 69, 81, 123, przez 3: 24, 32, 46, 54, 82, b) przez 4: 12, 21, 33, 54, 66, przez 3: 16, 28, 44, 72, 88. **9.** a) 42, 29, 21, 11, b) 142, 79, 121, 161, c) 17, 4, 21, 11, d) 92, 179, 71, 11. **10.** *b*, *c*, *f*. **11.** a) 12, b) 6, c) 30, d) 0, e) 29, f) 6. **12.** a) *a*; o 2, b) *b*; o 36. **13.** a) 113, b) 75. **14.** a) 11 983, b) 7292, c) 2342, d) 4614. **15.** a) 7327, b) 776, c) 379, d) 2889. **16.** a) 5, 5, b) 9, 5, 9, 4, c) 1, 7, d) 1, 7, 9, 1. **17.** a) 647 zł 17 gr, b) 1333 km 275 m, c) 126 kg 64 g, d) 44 godz. 16 min. **18.** a) 190 zł 70 gr, b) 5 m 78 cm, c) 184 kg 950 g, d) 2 h 46 min. **19.** a) 28 152, b) 8601, c) 29 463,

d) 188 031, e) 368 516, f) 297 830, g) 35 096, h) 84 854, i) 335 312, j) 2 099 500. **20.** a) 3, 5, 4, b) 4, 3, 4, 3. **21.** a) Tydzień — 168 godz., rok — 8760 godz. lub 8784 godz. b) 74 m i 39 cm, c) 55 872 zł, d) 3780 razy; 90 720 razy. **22.** a) 87, b) 353, c) 463, d) 637, e) 17, f) 15, g) 21, h) 73. **23.** Dla *b*. **24.** a) 34 r 7, b) 67 r 17, c) 35 r 33, d) 33 r 57. **25.** 341, 891. **27.** a) 1, 3, 9, b) 1, 2, 7, 14, c) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40, d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60, e) 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110. **28.** a) Najwięcej: 18, najmniej: 49, b) najwięcej: 24, najmniej: 31. **29.** a) 2, b) 14, c) 1, d) 70. **30.** a) 12, b) 7, c) 6. **31.** a) 120, 326, 2718, 6664, 12 348, 90 000, b) 120, 825, 90 000, c) 120, 90 000, d) 120, 6664, 12 348, 90 000, e) 120, 825, 2718, 8019, 12 348, 90 000, f) 2718, 8019, 12 348, 90 000. **32.** a) 504, 508, 512, 516, 520, 524, 528, b) 501, 504, 507, 510, 513, 516, 519, 522, 525, 528, c) 504, 513, 522, d) 505, 510, 515, 520, 525. **33.** a) 0, 2, 4, 6, 8, b) 0, 6, c) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. **34.** a) 10 000, 99 996, b) 100 002, 999 996. **35.** a) *a*, *d*, b) *d*, *e*, c) *c*, *f*. **36.** a) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$, b) $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, c) $5 \cdot 71$, d) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$. **39.** a) 42, b) 110. **40.** a) 10, b) 7, c) 13, d) 21. **41.** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13$. **42.** $a = 1\frac{1}{5} = \frac{6}{5}$, $b = 1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}$, $c = 2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$, $d = 3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$, $e = 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$, $f = 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$, $g = 4\frac{1}{4} = \frac{17}{4}$. **43.** 30 cm, 375 cm, 105 cm; 27 dag, 60 dag, 325 dag; 5 m, 3250 m, 5040 m; 8 h, 2 h, 36 h. **44.** a) $\frac{19}{7}$, $\frac{23}{10}$, b) $\frac{39}{8}$, $\frac{73}{15}$, c) $\frac{16}{3}$, $\frac{63}{11}$, d) $\frac{46}{7}$, $\frac{59}{9}$. **45.** a) 12, b) 13, c) 3, d) 1. **46.** a) $\frac{60}{7}$ dag $= 8\frac{4}{7}$ dag, b) $\frac{160}{3}$ g $= 53\frac{1}{3}$ g, c) $\frac{130}{20}$ kg $= 6\frac{1}{2}$ kg, d) $\frac{5}{4}$ litra $= 1\frac{1}{4}$ litra, e) $\frac{17}{5}$ m $= 3\frac{2}{5}$ m, f) $\frac{147}{9}$ zł $= 16\frac{1}{3}$ zł. **47.** a) *r*, *a*, *t*, *y*, b) *l*, *u*, *k*, *a*, c) *g*, *r*, *a*, *t*. **48.** a) 2, b) 12, c) 36, d) 6, e) 174, f) 175. **49.** a) $8\frac{1}{5}$, b) $1\frac{3}{5}$, c) $2\frac{1}{3}$, d) $1\frac{1}{2}$. **50.** a) 20 godz., b) 28 min, c) 24 ml, d) 45 cm, e) 160 m. **51.** a) 15, b) 3, c) 6, d) 14. **52.** a) Większa: $\frac{16}{20}$, $\frac{13}{15}$, mniejsza: $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{21}$, b) większa: $\frac{12}{16}$, mniejsza: $\frac{12}{19}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{9}$, c) większa: $\frac{9}{14}$, $\frac{15}{28}$, mniejsza: $\frac{7}{18}$, $\frac{12}{30}$. **53.** a) $<$, b) $<$, c) $<$, d) $<$, e) $>$, f) $>$. **54.** a) $5\frac{5}{7}$, b) $9\frac{1}{2}$, c) $4\frac{3}{4}$, d) $5\frac{2}{7}$, e) $4\frac{3}{5}$, f) $7\frac{2}{11}$. **55.** a) $\frac{8}{9}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{7}{32}$, b) $2\frac{7}{8}$, $2\frac{2}{7}$, $2\frac{9}{19}$, $2\frac{183}{200}$, c) $3\frac{4}{5}$, $2\frac{4}{7}$, $1\frac{7}{9}$, $2\frac{17}{25}$. **56.** a) $1\frac{4}{5}$, b) $2\frac{5}{9}$, c) $6\frac{1}{3}$, d) $\frac{9}{11}$, e) $2\frac{4}{7}$, f) $4\frac{1}{2}$. **57.** a) $7\frac{3}{7}$, $4\frac{4}{7}$, b) $5\frac{8}{9}$, $2\frac{1}{9}$, c) $11\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, d) $25\frac{1}{4}$, $8\frac{3}{4}$, e) $20\frac{5}{6}$, $5\frac{1}{6}$, f) $77\frac{1}{4}$, $34\frac{3}{4}$. **58.** a) $1\frac{1}{4}$, b) $2\frac{1}{4}$, c) $\frac{2}{5}$, d) $2\frac{2}{3}$. **59.** a) $4\frac{1}{5}$, b) $5\frac{3}{7}$, c) $2\frac{7}{12}$, d) $6\frac{19}{30}$, e) $5\frac{29}{36}$, f) $6\frac{5}{24}$. **60.** a) $2\frac{11}{12}$, b) $2\frac{8}{35}$, c) $2\frac{21}{22}$, d) $2\frac{14}{15}$, e) $\frac{19}{24}$, f) $1\frac{7}{18}$. **61.** a) $9\frac{23}{35}$, b) $9\frac{17}{20}$, c) $1\frac{17}{18}$. **62.** a) $2\frac{6}{11}$, $2\frac{1}{2}$, 15, $20\frac{2}{5}$, b) $3\frac{1}{8}$, $2\frac{2}{9}$, $10\frac{5}{7}$, $15\frac{10}{11}$, c) 6, $1\frac{3}{7}$, $21\frac{1}{4}$, $34\frac{2}{3}$. **63.** a) 16, b) $76\frac{1}{2}$, c) 87, d) 61, e) $13\frac{3}{4}$, f) $2\frac{3}{5}$. **64.** a) 36, b) 8 kg, c) 45 l, d) 32, e) 22, f) 28, g) 63, h) 33 zł. **65.** a) $\frac{8}{9}$ kwoty 40 zł, b) $\frac{7}{3}$ masy 12 kg, c) $2\frac{1}{5}$ długości 10 m, d) 11 g. **66.** a) $\frac{3}{32}$, $\frac{9}{40}$, $1\frac{1}{4}$, $4\frac{5}{28}$, b) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{14}$, $2\frac{2}{7}$, $5\frac{37}{49}$, c) $2\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, 2, $7\frac{7}{12}$. **67.** a) $\frac{4}{5}$, b) $\frac{29}{70}$, c) $2\frac{1}{24}$, d) $\frac{3}{5}$. **68.** a) $\frac{3}{14}$, $\frac{2}{5}$, $1\frac{1}{10}$, $3\frac{1}{8}$, b) $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{17}$, $2\frac{1}{4}$, $4\frac{3}{10}$. **69.** a) $1\frac{7}{40}$, b) $4\frac{9}{32}$, c) $3\frac{17}{18}$, d) $1\frac{1}{20}$. **70.** a) $2\frac{1}{10}$, b) $\frac{32}{81}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $4\frac{2}{5}$, e) $\frac{25}{56}$, f) $\frac{24}{25}$. **71.** a) 2, b) $8\frac{35}{36}$, c) $\frac{2}{9}$, d) $3\frac{3}{8}$, e) $1\frac{12}{25}$,

f) $1\frac{33}{320}$, g) $2\frac{1}{36}$, h) $3\frac{1}{3}$, i) $\frac{1}{2}$, j) 5. **72.** a) 7,25 cm, b) 0,125 t, c) 1,28 m, d) 2,75 l, e) 0,08 kg, f) 8,018 km. **73.** $a = 5{,}65$, $b = 4{,}25$, $c = 4{,}125$, $d = 2{,}355$. **74.** a) 34, 340, b) 106, 1060, c) 1207, 12 070, d) 3014, 30 140. **75.** a) >, b) >, c) <, d) >. **76.** *c*, *b*, *d*, *a*, *e*, *f*. **77.** a) 0,03, b) 0,013, c) 0,7, d) 2,705, e) 2,8, f) 13,8, g) 0,07, h) 0,02, i) 0,035, j) 6,75, k) 20,5, l) 35. **78.** a) 3,4, b) 2,07, c) 14,006, d) 40, e) 300, f) 15. **79.** a) 2,2, b) 9,5, c) 22,2, d) 57,3, e) 5,3, f) 7,15, g) 30,3, h) 40,1. **80.** a) 1,3, b) 4,8, c) 9,6, d) 8,2, e) 2,35, f) 3,55, g) 18,34, h) 24,62. **81.** a) 29,09, b) 3,352, c) 2,92, d) 6,645, e) 52,174, f) 123,821, g) 3,884, h) 27,885. **82.** a) 75,88, b) 76,735. **83.** a) 8,16 kg, b) 96,88 kg. **84.** 2,154563 mln pasażerów. **85.** a) 26,946, b) 31,384, c) 80,573. **86.** a) *a*, b) są równe, c) *a*, d) *b*. **87.** 35 500 zł. **88.** a) 0,21 g, b) milion tabliczek. **89.** a) 2,7835, 0,0295, 0,0003, b) 0,0482, 0,15402, 0,000012. **90.** Pierwszy wiersz: 275,16 dag, 2751,6 g, drugi wiersz: 0,06851 kg, 68,51 g, trzeci wiersz: 0,0168 kg, 1,68 dag. **91.** Olej: 88,69 dag, miód: 143 dag, rtęć: 1357,9 dag, sól: 216 dag, cukier: 159 dag, benzyna: 72 dag. **92.** a) 0,24, b) 0,042, c) 0,042, d) 3, e) 0,0099, f) 100,4, g) 0,84, h) 0,64, i) 1,23, j) 0,375. **93.** a) 243,848, b) 243,848, c) 24,3848, d) 0,0243848. **94.** 144 cm. **95.** 7,90 zł. **96.** 13,97 cm. **97.** a) 63,9, b) 915, c) 0,0002, d) 0,68, e) 0,36, f) 29. **98.** a) 3,9, b) 10. **99.** a) $378 : 0{,}1$, b) $0{,}29 \cdot 0{,}1$, c) 100, d) 3,6. **100.** a) 0,35, b) $4\frac{4}{9}$, c) $\frac{1}{64}$, d) 7,25, e) $\frac{11}{30}$, f) 5,55, g) 0,66, h) $\frac{7}{25}$. **101.** a) 11, b) $1\frac{7}{9}$, c) $2\frac{23}{30}$, d) 0. **102.** a) 0,3, b) 85%, c) 1%. **103.** a) 50%, 25%, b) 20%, 40%. **104.** $a = -30$, $b = -15$, $c = -5$, $d = 15$, $e = 35$, $f = -36$, $g = -24$, $h = -6$, $i = 12$, $j = 30$. **105.** 54 punkty. **106.** a) 10; –1; –6; –19, b) –5; –16; –21; –34. **107.** a) –22, b) –34, c) –3, d) –8. **108.** a) –6; –18; –26; –41, b) 40; 28; 20; 5. **109.** a) <, b) >, c) <. **110.** a) –1, b) –61, c) –94, d) –9. **111.** a) –69, b) –42, c) 80, d) –12, e) –7, f) 15. **112.** a) –6, b) 23, c) –98, d) –29. **113.** a) –9, b) –8, c) –12, d) 95.

Superzagadki – wskazówki

str. 12: Liczba A jest mniejsza od liczby B, bo jej cyfra tysięcy jest mniejsza (a są to liczby czterocyfrowe). Liczby B i C mają taką samą cyfrę tysięcy, więc trzeba skorzystać z informacji o ich cyfrach setek. **str. 20:** Weź dwie liczby, których iloraz jest równy 20, np. liczby 80 i 4. Sprawdź, jakie odpowiedzi uzyskasz, wykonując operacje opisane w podpunktach a), b) i c). Spróbuj je wykonać dla innej pary liczb o ilorazie równym 20. Jak myślisz, dlaczego odpowiedzi na pytania zawsze będą takie same? **str. 27:** Ile godzin ma jeden rok (w szacunkach przyjmij, że rok to 365 dni)? **str. 29:** Ile wynosi różnica między kolejnymi liczbami naturalnymi? **str. 30:** Pierwsza liczba pod kreską to iloczyn 932 przez pewną liczbę jednocyfrową. Skoro wynik ten jest liczbą trzycyfrową, to co można powiedzieć o tej liczbie jednocyfrowej? Zastanów się, jaka jest pierwsza cyfra wyniku mnożenia 932 przez cyfrę dziesiątek szukanego czynnika (druga — czterocyfrowa liczba pod kreską). **str. 40:** Ile osób odjechało z przystanku przy teatrze? **str. 46:** Zastanów się, po ilu długościach stopy Ani i po ilu — Izy ich kreski będą na jednej linii. **str. 49:** Zauważ, że jeśli dzielnikiem liczby jest 9, to jest nim też 3. Jakie jeszcze inne dzielniki na pewno ma szukana liczba? **str. 55:** Skoro resztą z dzielenia tej liczby przez 12 jest 2, więc liczba o 2 mniejsza od danej musi być podzielna przez 12, a więc także przez 3 i przez 4. **str. 57:** Ile dzielników ma liczba 2^3, a ile 3^3? Zastanów się, czy dla jakiejś liczby pierwszej będzie inaczej? **str. 72:** Ustal, ile wnucząt miał dziadek. **str. 75:** Oblicz, ile minut trwa jedna doba, a ile — 6 godzin lekcyjnych. **str. 79:** Zastanów się, jakimi cyframi mogą być początkowe cyfry licznika i mianownika. **str. 83:** Jaka część uczniów tej klasy nie uczy się języka angielskiego? Niemieckiego uczą się wszyscy, którzy nie uczą się angielskiego, i jeszcze ci, którzy uczą się obu języków. **str. 95:** Jaką część powierzchni Ziemi zajmują wszystkie wody? **str. 97:** Spróbuj najpierw ustalić, ile jest łącznie wody we wszystkich dzbankach. **str. 100:** Postaraj się zapisać równość  w prostszej postaci. **str. 106:** Ile razy na planie szerokość ulicy Długiej jest większa od szerokości ulicy Wąskiej? Rozważ podobne pytanie dla ulicy Szerokiej.

str. 109: Pamiętaj, że kąt wklęsły jest większy od kąta półpełnego i mniejszy od kąta pełnego. **str. 112:** a) Wskazówka godzinowa o podanej godzinie znajduje się w połowie między 3 a 4. b) Porównaj z problemem rozważanym w zadaniu 5 na str. 112. **str. 120:** Zastanów się, ile jest trójkątów, dla których jednym z wierzchołków jest na przykład jeden z punktów w górnej trójce punktów, a dwa pozostałe wierzchołki to punkty z dolnej trójki. **str. 125:** Jaką miarę ma drugi kąt ostry trójkąta widocznego na rysunku? Jakie własności ma taki trójkąt? **str. 127:** Zastanów się, jakie wymiary mogą mieć kwadraty, a jakie — prostokąty. Nie zapomnij, że kwadrat jest prostokątem. **str. 131:** Przekątna dzieli ten romb na dwa jednakowe trójkąty. Jakie są miary kątów tych trójkątów? **str. 135:** Są cztery możliwe sposoby zbudowania trapezu. **str. 149:** Może ci pomóc zapisanie 0,4 jako 0,400 i 1,5 jako 1,500. **str. 155:** Skoro wynik działań jest mniejszy od 14,25, to przynajmniej jednym z zakrytych znaków jest minus. Czy wszystkie trzy znaki mogą być minusami? Zauważ też, że liczba 12,326 ma cyfrę części tysięcznych równą 6, a w czterech liczbach stojących po lewej stronie równości tylko jedna ma niezerową cyfrę części tysięcznych. **str. 160:** Zacznij od zapisania danej liczby jako sumy liczb zapisanych za pomocą cyfr zero i trzy np. $0{,}33 = 0{,}3 + 0{,}03$ **str. 165:** Pamiętaj, że mnożenie przez liczbę większą od 1 powoduje powiększenie wyniku, a przez liczbę mniejszą od 1 — zmniejszenie. **str. 168:** Zastanów się, jak można zapisać kolejne liczby za pomocą pewnej liczby i liczby 2,15. **str. 172:** Zauważ, że Krysia najpierw zapłaciła mniej niż 5,50 zł, a potem trochę mniej niż 3 razy tyle. **str. 180:** Jaki procent uczniów tej szkoły stanowią uczniowie, którzy nie są jedynakami? **str. 192:** Poszukaj na rysunku wysokości równoległoboku *PMRN*. **str. 194:** Zauważ, że pole każdego rombu jest 2 razy mniejsze od pola prostokąta o bokach równych przekątnym rombu. **str. 201:** Podziel odpowiednio podstawy trapezu *ABCD*. **str. 204:** Spróbuj narysować taki pięciokąt na kartce w kratkę. **str. 216:** b) Wykonaj kilka prób. Zauważ, że liczb ujemnych powinno być więcej niż liczb dodatnich. **str. 219:** Możesz sobie pomóc, przedstawiając informacje podane w zadaniu na osi liczbowej lub za pomocą odpowiedniego grafu. **str. 222:** Zauważ, że czerwony kleks nie może zakrywać ani znaku mnożenia, ani znaku dzielenia.

W krainie łamigłówek – wskazówki

str. 42, nr 1: Jaką cyfrę należy wpisać w lewą górną kratkę? A w pierwszą kratkę ostatniego wiersza tabeli?

str. 42, nr 2: Aby ułatwić sobie analizę różnych możliwości, możesz się posłużyć przedmiotami symbolizującymi łódkę, wilka, kozę i kapustę. Pamiętaj, że łódka, wracając z drugiego brzegu, też może coś przewozić.

str. 64, nr 3: Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 4995 i przeanalizuj dokładnie ten rozkład. Co wynika z informacji, że kronikarz żył w XVI wieku?

str. 64, nr 4: Zastanów się, jak otrzymać trzecią liczbę firankową za pomocą drugiej liczby firankowej.

str. 102, nr 6: Odpowiedz najpierw na pytanie, ile ważyłyby cztery posążki.

str. 142, nr 7: Zauważ, że każdy kwadrat łatwo podzielić na 4 kwadraty lub na 9.

str. 142, nr 8: Prześledź, jakim literom odpowiadają kolejne litery słowa „Mirek", by znaleźć regułę.

str. 182, nr 9: Skoro pan w kapeluszu mówi prawdę, to tylko jeden z pozostałych panów mówi prawdę. Rozważ obie możliwości: 1. Pan z lewej strony mówi prawdę, a pan w środku kłamie. 2. Pan z lewej strony kłamie, a pan w środku mówi prawdę.

str. 182, nr 10: Ile ważą razem jeden nit i jeden gwóźdź?

str. 206, nr 11: Jakie pole powinna mieć każda z trzech części, jeśli za jednostkę długości przyjmiemy jedną zapałkę?

str. 224, nr 13: Dla ułatwienia ustal najpierw, w których miejscach w tabelce będą zera, w których wyniki dodawania będą ujemne, a w których — dodatnie.

str. 236, nr 15: Z ilu warstw składa się piramida? Ile klocków może być w poszczególnych warstwach?

str. 236, nr 16: Możesz pokolorować ściany prostopadłościennego kartonika według kolorów i kształtów pokazanych w siatce. Możesz też zastosować metodę eliminacji, tzn. rozstrzygnąć, które prostopadłościany na pewno nie mogłyby być sklejone z przedstawionej siatki.

Wszystkie książki Wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia można składać w księgarni internetowej: www.ksiegarnia.gwo.pl
lub nadsyłać listownie pod adresem:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe
80–305 Gdańsk 5, skrytka pocztowa 80
tel. 801 643 917, 58 340 63 63
fax 58 340 63 61, 58 340 63 66
http://www.gwo.pl e-mail: handel@gwo.pl

matematyka z plusem

POLSKI WYDAWCA

ISBN 978-83-8118-684-1

Podręcznik spełnia kryteria *Ustawy o systemie oświaty* i obowiązującej podstawy programowej.

www.gwo.pl