

Matematyka 6

z plusem

Podręcznik dla klasy szóstej szkoły podstawowej

Małgorzata Dobrowolska Marta Jucewicz
Marcin Karpiński Piotr Zarzycki

Matematyka 6

z plusem

Podręcznik dla klasy szóstej szkoły podstawowej

Redakcja: *Małgorzata Dobrowolska, Agnieszka Szulc*

Okładka i opracowanie graficzne: *Jarosław Zakrzewski*

Ilustracje: *Bartłomiej Brosz, Magdalena Bryczkowska, Sławomir Kilian*

Fotografie: *Archiwum GWO, Shutterstock, EAST NEWS / POLFILM KRZYZACY /
BLACK CROSS REZYSER / DIRECTOR: ALEKSANDER FORD PRODUKCJA;
ZESPOL FILMOWY STUDIO; 1960*

Grafika komputerowa: *Leszek Jakubowski, Sławomir Kilian*

Skład (T_EX): *Łukasz Sitko, Joanna Szyller*

Korekta: *Aleksandra Golecka-Mazur, Bogumiła Kamut,
Grażyna Kompowska, Agnieszka Wierzejska*

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników szkolnych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki na poziomie klasy szóstej szkoły podstawowej na podstawie recenzji rzeczoznawców: dr Moniki Fabijańczyk, dr. Witolda Pająka i dr Joanny Dobkowskiej.

Numer w wykazie: **780/3/2022/z1**

Książka jest zgodna z programem *Matematyka z plusem* i dostosowana do najnowszej podstawy programowej.

ISBN 978-83-8118-532-5

© Copyright by Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe

Wydawca: Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe, 80-309 Gdańsk, al. Grunwaldzka 413

Gdańsk 2022. Wydanie pierwsze

Druk i oprawa: Interak, Czarnków

Podręcznik został wyprodukowany na papierze posiadającym certyfikaty FSC, PEFC, EU-Ecolabel oraz Blue Angel.



Spis treści

LICZBY NATURALNE I UŁAMKI	9
Rachunki pamięciowe na liczbach naturalnych	10
Rachunki pamięciowe na ułamkach dziesiętnych	14
Działania pisemne na ułamkach dziesiętnych	21
Potęgowanie liczb*	24
Działania na ułamkach zwykłych	27
Ułamki zwykłe i dziesiętne	34
Rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych	37
<i>Przed klasówką</i>	40
<i>W krainie łamigłówek</i>	42
 FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE	43
Proste i odcinki	44
Okręgi i koła	48
Trójkąty	51
Czworokąty i inne wielokąty	55
Kąty	60
Kąty w trójkątach i czworokątach	64
<i>Przed klasówką</i>	69
<i>W krainie łamigłówek</i>	70
 LICZBY NA CO DZIEŃ	71
Kalendarz i czas	72
Jednostki długości i jednostki masy	75
Skala na planach i mapach	80
Zaokrąglanie liczb	84
Kalkulator	89
Odczytywanie informacji	94
Odczytywanie danych z wykresów	102
<i>Przed klasówką</i>	108
<i>W krainie łamigłówek</i>	110

PRĘDKOŚĆ, DROGA, CZAS	111
Droga	112
Prędkość	115
Czas	119
Droga, prędkość, czas	121
<i>Przed klasówką</i>	125
<i>W krainie łamigłówek</i>	126
POLA WIELOKĄTÓW	127
Pole prostokąta	128
Pole równoległoboku i rombu	133
Pole trójkąta	135
Pole trapezu	137
<i>Przed klasówką</i>	139
<i>W krainie łamigłówek</i>	140
PROCENTY	141
Procenty i ułamki	142
Jaki to procent?	148
Jaki to procent? (cd.) Obliczenia za pomocą kalkulatora*	151
Diagramy procentowe	153
Obliczenia procentowe	158
Obniżki i podwyżki	161
Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent*	163
<i>Przed klasówką</i>	165
<i>W krainie łamigłówek</i>	166
LICZBY DODATNIE I LICZBY UJEMNE	167
Porównywanie liczb	168
Dodawanie i odejmowanie	172
Mnożenie i dzielenie	176
<i>Przed klasówką</i>	179
<i>W krainie łamigłówek</i>	180

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I RÓWNANIA	181
Zapisywanie wyrażeń algebraicznych	182
Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych	189
Upraszczenie wyrażeń algebraicznych	192
Zapisywanie równań	197
Liczba spełniająca równanie	201
Rozwiązywanie równań	204
Zadania tekstowe	208
<i>Przed klasówką</i>	213
<i>W krainie łamigłówek</i>	214
 FIGURY PRZESTRZENNE	215
Prostopadłościany i sześciany	216
Graniastosłupy proste	221
Siatki graniastosłupów prostych	224
Pole powierzchni graniastosłupa prostego	226
Objętość prostopadłościanu. Jednostki objętości	228
Objętość graniastosłupa prostego	232
Ostrosłupy	236
Rozpoznawanie figur przestrzennych	241
<i>Przed klasówką</i>	246
<i>W krainie łamigłówek</i>	248
 UZUPEŁNIAJĄCE ZADANIA RACHUNKOWE	249
 ODPOWIEDZI I WSKAZÓWKI	265

Znakiem * oznaczono tematy nieobowiązkowe.

Symbolem  oznaczono zadania, przy których rozwiązywaniu warto użyć kalkulatora.

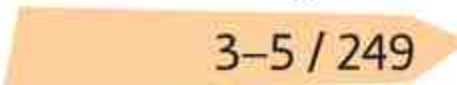
Od autorów

Podręcznik składa się z 9 rozdziałów podzielonych na tematy. Każdy rozdział jest poprzedzony stroną zawierającą historyjkę obrazkową lub propozycję zabawy dla uczniów. Stronę tę nauczyciel może wykorzystać jako zachętę do nowego tematu lub do sprawdzenia wiadomości z młodszych klas.

Wśród zadań na końcu każdego tematu znajdują się zadania trudniejsze, oznaczone gwiazdką, oraz superzagadki — są one przeznaczone dla uczniów szczególnie zainteresowanych matematyką.

Zestaw zadań *Przed klasówką* zamieszczony na końcu każdego rozdziału obejmuje tematykę w nim omawianą. Można go wykorzystać jako powtórzenie lub przygotowanie do klasówki.

W krainie łamigłówek znalazły się zadania wymagające umiejętności logicznego rozumowania. Mamy nadzieję, że pomogą one nauczycielowi pokazać uczniom, jak ciekawa może być matematyka.

Na końcu podręcznika umieszczono blok rachunkowych zadań uzupełniających. Odsyłacze do zadań z tego bloku znajdują się na końcu wielu tematów i mają postać:  3-5 / 249 (3-5 to numery zadań, a 249 to numer strony, na której się one znalazły).

Liczby naturalne i ułamki



Nominał monety	Średnica [mm]	Grubość [mm]	Masa [g]	Stop, z którego wykonano monetę
1 gr	15,5	1,3	1,64	mosiądz manganowy
2 gr	17,5	1,3	2,13	mosiądz manganowy
5 gr	19,5	1,3	2,59	mosiądz manganowy
10 gr	16,5	1,6	2,51	miedzionikiel
20 gr	18,5	1,6	3,22	miedzionikiel
50 gr	20,5	1,7	3,94	miedzionikiel
1 zł	23	1,7	5	miedzionikiel
2 zł	21,5	2	5,21	miedzionikiel i brąz
5 zł	24	2	6,54	miedzionikiel i brąz



1. Jaką łączną wartość mają wszystkie monety przedstawione powyżej?
2. Wymień monety w kolejności od monety o najmniejszej średnicy do monety o największej średnicy.
3. Rdzeń pięciogroszówki wykonany z brązu ma średnicę 16 mm. Zapisz w postaci ułamka zwykłego, jaka to część średnicy całej monety.
4. Czy dwie jednogroszówki ważą więcej niż dwudziestogroszówka?
5. Jak wysoki jest stos ułożony ze stu monet o nominale 10 gr?
6. Kwotę 100 zł wypłacono w dziesięciogroszówkach. Ile waży ta wypłata?
7. Jaką wartość ma 1 kg monet o nominale 1 zł?

Ułóż podobne pytania.

Rachunki pamięciowe na liczbach naturalnych

Działania na liczbach naturalnych można wykonywać sposobem pisemnym. Jednak każdy, kto rozumie system dziesiętkowy, może wiele rachunków wykonać w pamięci.

ĆWICZENIE A. Oblicz w pamięci. Opowiedz, jak wykonujesz rachunki.

- | | | | |
|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| a) $78 + 12$ | c) $630 + 3019$ | e) $106 - 42$ | g) $2020 - 815$ |
| b) $253 + 407$ | d) $7200 + 850$ | f) $548 - 490$ | h) $3500 - 240$ |

ĆWICZENIE B. Oblicz w pamięci. Opowiedz, jak wykonujesz rachunki.

- | | | | |
|------------------|------------------|--------------|--------------|
| a) $48 \cdot 2$ | c) $6 \cdot 110$ | e) $60 : 5$ | g) $350 : 7$ |
| b) $204 \cdot 4$ | d) $350 \cdot 3$ | f) $75 : 15$ | h) $108 : 4$ |

Warto pamiętać, że wynik mnożenia się nie zmienia, gdy przestawiamy czynniki. Na przykład iloczyn $130 \cdot 200$ można obliczać tak:

$$130 \cdot 200 = 13 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 100 = 13 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 100 = 26 \cdot 1000 = 26\,000$$

Wynik dzielenia się nie zmienia, gdy dzielnik i dzielną podzielimy lub pomnożymy przez tę samą liczbę. Na przykład, iloraz $42\,000 : 700$ można obliczyć tak:

$$\begin{array}{c} 42\,000 : 100 \quad 700 : 100 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 42\,000 : 700 = 420 : 7 = 60 \end{array}$$

Gdy mnożymy liczby z zerami na końcu, obliczamy odpowiednie iloczyny i dopisujemy zera.

$$\begin{array}{c} 130 \cdot 200 = 26\,000 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ 1 \text{ zero} \quad 2 \text{ zera} \quad 13 \cdot 2 \quad 3 \text{ zera} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 250 \cdot 40 = 100\,00 \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ 1 \text{ zero} \quad 1 \text{ zero} \quad 25 \cdot 4 \quad 2 \text{ zera} \end{array}$$

Przy dzieleniu najpierw skreślamy po tyle samo końcowych zer w dzielnej i dzielniku, a potem wykonujemy dzielenie.

$$\begin{array}{c} 42\,000 : 700 = 60 \\ \downarrow \\ 420 : 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 560\,000 : 80 = 7\,000 \\ \downarrow \\ 56\,000 : 8 \end{array}$$

ĆWICZENIE C. Oblicz.

- | | | | |
|--------------------|---------------------|-------------------------|--------------------|
| a) $370 \cdot 200$ | b) $500 \cdot 8000$ | c) $1\,640\,000 : 4000$ | d) $32\,000 : 160$ |
|--------------------|---------------------|-------------------------|--------------------|

ZADANIA

1. Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|----------------|------------------|----------------|-----------------|
| a) $62 + 78$ | d) $1640 + 2020$ | g) $97 - 29$ | j) $1235 - 995$ |
| b) $182 + 43$ | e) $154 + 1024$ | h) $205 - 64$ | k) $1050 - 850$ |
| c) $437 + 302$ | f) $459 + 57$ | i) $687 - 232$ | l) $6500 - 440$ |

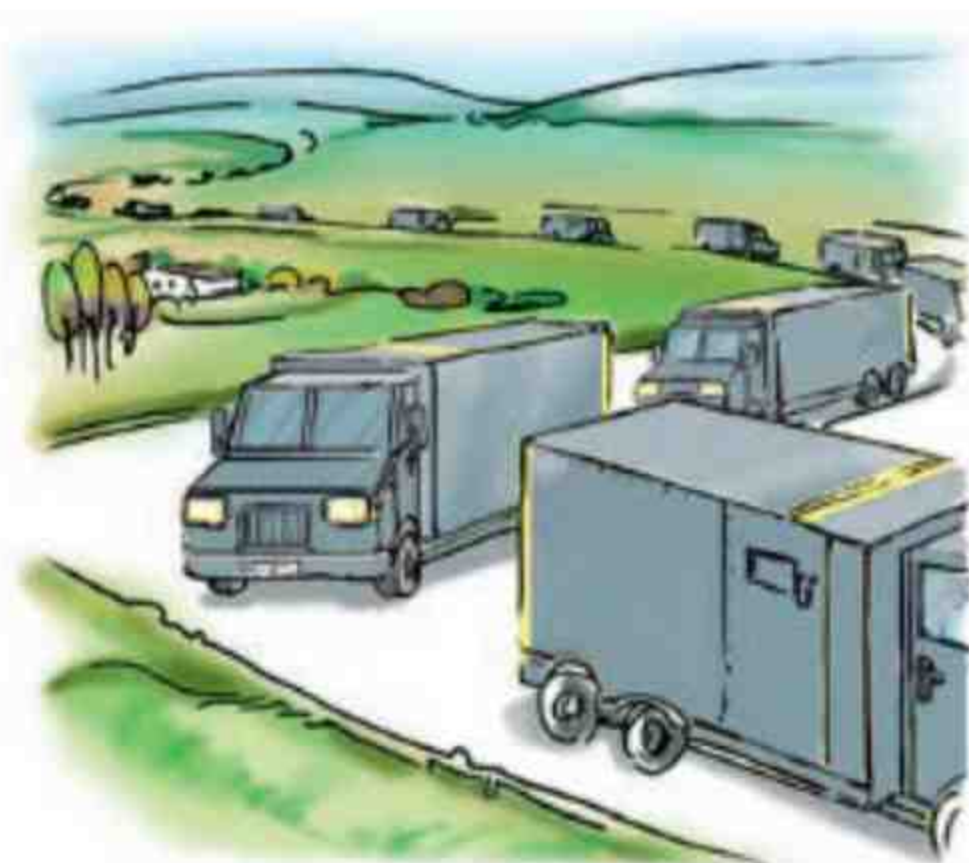
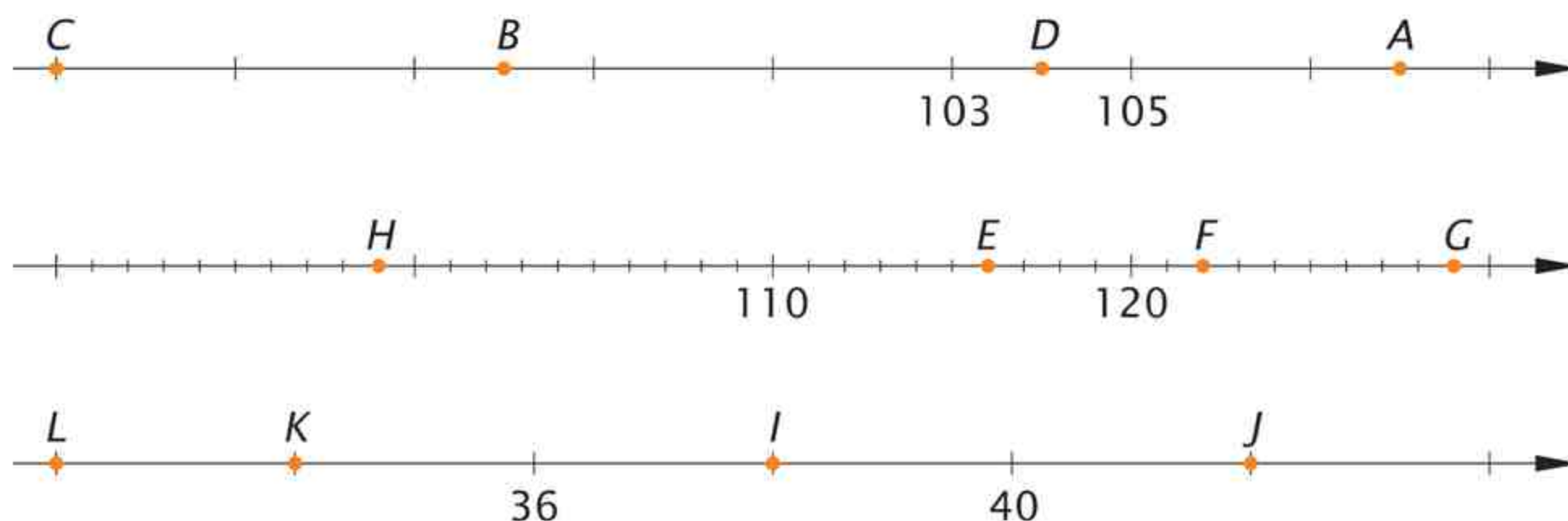
2. Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|------------------|--------------------|--------------|---------------|
| a) $97 \cdot 2$ | d) $250 \cdot 5$ | g) $72 : 4$ | j) $2800 : 7$ |
| b) $56 \cdot 2$ | e) $211 \cdot 100$ | h) $148 : 4$ | k) $750 : 3$ |
| c) $109 \cdot 3$ | f) $7 \cdot 19$ | i) $120 : 5$ | l) $279 : 9$ |

3. Oblicz iloczyny i ilorazy.

- | | | | |
|--------------------|--------------------|----------------|--------------------|
| a) $400 \cdot 700$ | c) $2200 \cdot 60$ | e) $4900 : 70$ | g) $45\,000 : 150$ |
| b) $2300 \cdot 30$ | d) $120 \cdot 500$ | f) $400 : 80$ | h) $880\,000 : 40$ |

4. Odczytaj, jakie liczby zaznaczono na osiach liczbowych. Punkty B, D, A oraz K, I, J leżą dokładnie pośrodku między pionowymi kresczkami.



5. Gdy przewożono stos stułotówek,
Załadowano sto ciężarówek.
W każdej z nich worków sto się zmieściło,
A w każdym worku sto paczek było.
W paczce banknotów sto było też.
Jaka to kwota? Pewnie już wiesz.
A gdyby kiedyś ta sama kwota
W milion złotych była banknotach,
To czy na transport całej gotówki
Też trzeba będzie wziąć ciężarówki?

6. Przyjrzyj się rachunkom. Wyjaśnij, w jaki sposób dzieci wykonywały rachunki. Zaproponuj jeszcze inny sposób obliczenia iloczynu $28 \cdot 15$.

Paulina

$$28 \cdot 15 = 280 + 140 = 420$$

Konstanty

$$28 \cdot 15 = 28 \cdot 5 \cdot 3 = 140 \cdot 3 = 420$$

Antek

$$28 \cdot 15 = 30 \cdot 15 - 2 \cdot 15 = 450 - 30 = 420$$

7. Oblicz.

- | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|-------------------|
| a) $35 \cdot 19$ | c) $99 \cdot 80$ | e) $16 \cdot 14$ | g) $35 \cdot 18$ |
| b) $108 \cdot 12$ | d) $70 \cdot 19$ | f) $87 \cdot 11$ | h) $15 \cdot 210$ |

8. Przeczytaj informacje w ramce. Wykonaj dzielenie z resztą i zapisz wynikającą z tego dzielenia równość.

- | | |
|--------------|-----------------|
| a) $59 : 22$ | c) $352 : 70$ |
| b) $647 : 8$ | d) $1614 : 500$ |

Po podzieleniu 87 przez 21 otrzymamy resztę. Możemy to zapisać tak:
 $87 : 21 = 4$ reszta 3
Wynika stąd równość:
 $87 = 4 \cdot 21 + 3$

9. Dla każdej z liczb w ramce ustal jej resztę z dzielenia:

- | | | |
|--------------|---------------|--------------|
| a) przez 10, | c) przez 100, | e) przez 20, |
| b) przez 5, | d) przez 50, | f) przez 25. |

8 97 82 146 789 1243 2576

10. Resztą z dzielenia 280 przez 13 jest 7. Jakie są reszty z dzielenia przez 13 liczb: 285, 290, 275 i 270? Spróbuj odpowiedzieć na to pytanie bez wykonywania dzielenia.

11. Resztą z dzielenia liczby 375 przez 17 jest 1. Wymień liczby podzielne przez 17 większe od 375 i mniejsze od 420.

420	2
210	2
105	5
21	3
7	7
1	

12. Korzystając z podanego obok rozkładu liczby 420 na czynniki pierwsze, wymień kilka dzielników liczby 420 większych od 10. Czy liczba 420 jest podzielna przez 22?

13. Rozłóż na czynniki pierwsze liczby:

1000 96 234 275 2550

14. Korzystając z podanych rozkładów na czynniki pierwsze dwóch liczb, znajdź ich wszystkie wspólne dzielniki różne od 1.

a) $770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

b) $220 = 2^2 \cdot 5 \cdot 11$

$1771 = 7 \cdot 11 \cdot 23$

$7350 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

15. Korzystając z podanych równości, znajdź najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 30 i 66 oraz wszystkie wspólne wielokrotności tych liczb mniejsze od 1000.

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$

16. Przypomnij sobie, jakie są reguły kolejności działań, i oblicz. Postaraj się jak najwięcej obliczeń wykonywać w pamięci.

a) $72 - 7 \cdot 8$

d) $72 : (4 \cdot 2)$

g) $24 + 2 \cdot (6 - 3)^2$

b) $48 : 6 + 21$

e) $36 : 6 : 2 \cdot 3^3$

h) $17 \cdot 2 + 27 : 3$

c) $36 : 9 \cdot 5^2$

f) $5^2 + 4 \cdot 8 - 6$

i) $(4 \cdot 12 - 3 \cdot 13) \cdot (6^2 - 48 : 3)$

17. Na rysunku są dwa słoiki miodu. W dużym słoiku mieści się 2 razy więcej miodu niż w małym.

a) O ile cięższy jest duży słoik z miodem od małego słoika pełnego miodu?

b) O ile lżejszy jest pusty mały słoik od pustego dużego słoika?



Podaj przykład liczby trzycyfrowej podzielnej przez 9, której resztą z dzielenia przez 10 jest 6 i której resztą z dzielenia przez 20 jest 16.

Rachunki pamięciowe na ułamkach dziesiętnych

Wykonując działania na ułamkach dziesiętnych, warto pamiętać, że ułamek dziesiętny nie zmienia wartości, gdy dopisujemy lub pomijamy końcowe zera.

$$0,7 = 0,70 = 0,700$$

$$1,5060 = 1,506$$

Ułamki dziesiętne łatwo się mnoży i dzieli przez 10, 100, 1000 itd. Wystarczy odpowiednio przesunąć przecinek i dopisać w razie potrzeby brakujące zera.

MNOŻENIE I DZIELENIE PRZEZ 10, 100, 1000...

PRZYKŁADY

$$0,207 \cdot 10 = 2,07$$

$$6,2 \cdot 100 = 620$$

$$0,0751 \cdot 1000 = 75,1$$

$$28,19 : 10 = 2,819$$

$$0,7 : 100 = 0,007$$

$$5,8 : 1000 = 0,0058$$

ĆWICZENIE A. Pomnóż przez 1000 i podziel przez 100 każdą z liczb:

6

8,5

12,9

0,02

0,407

0,0036

Obliczając sumę ułamków dziesiętnych, części całkowite dodajemy do całkowitych, dziesiąte do dziesiątych, setne do setnych itd. Pamiętajmy, że 10 części dziesiątych to jedna całość, 10 części setnych to jedna dziesiąta itd. Tych samych reguł należy przestrzegać, gdy odejmujemy ułamki dziesiętne.

DODAWANIE

PRZYKŁADY

$$4,2 + 0,8 = 5$$

$$3,5 + 0,7 = 4,2$$

$$0,51 + 0,3 = 0,81$$

$$\begin{array}{r} 0,51 \\ + 0,30 \\ \hline \end{array}$$

ODEJMOWANIE

PRZYKŁADY

$$6 - 0,4 = 5,6$$

$$7,3 - 0,9 = 6,4$$

$$5,7 - 0,16 = 5,54$$

$$\begin{array}{r} 5,70 \\ - 0,16 \\ \hline \end{array}$$

ĆWICZENIE B. Oblicz w pamięci. Opowiedz, jak wykonujesz rachunki.

a) $4,3 + 6,7$

c) $3,26 + 17,4$

e) $7 - 0,4$

g) $3,6 - 0,07$

b) $4,9 + 0,6$

d) $0,7 + 5,26$

f) $2,49 - 0,3$

h) $6,2 - 0,3$

Przy obliczaniu iloczynu ułamków dziesiętnych przydaje się umiejętność mnożenia liczb naturalnych. Należy jedynie pamiętać o odpowiednim wstawieniu przecinka. Oddzielamy przecinkiem (od prawej strony) tyle cyfr, ile było ich po przecinku łącznie w obu czynnikach.

MNOŻENIE

PRZYKŁADY

$$0,3 \cdot 12 = 3,6$$

Obliczamy $3 \cdot 12$ i oddzielamy 1 cyfrę przecinkiem.

$$2,01 \cdot 0,03 = 0,0603$$

Obliczamy $201 \cdot 3$ i oddzielamy 4 cyfry przecinkiem (dopisujemy zero z lewej strony wyniku).

$$0,4 \cdot 0,15 = 0,060$$

Obliczamy $4 \cdot 15$ i oddzielamy 3 cyfry przecinkiem (dopisujemy zero).

$$1,001 \cdot 0,02 = 0,02002$$

Obliczamy $1001 \cdot 2$ i oddzielamy 5 cyfr przecinkiem (dopisujemy zero z lewej strony wyniku).

Wykonując dzielenie, należy pamiętać, że jego wynik się nie zmieni, gdy dzielną i dzielnik pomnożymy przez tę samą liczbę, np. przez 10 lub 100, lub 1000 itd. W wypadku ułamków dziesiętnych warto pomnożyć dzielną i dzielnik przez taką liczbę, aby dzielnik stał się liczbą naturalną. Czasami wygodnie jest zapisać dzielenie za pomocą kreski ułamkowej.

DZIELENIE

PRZYKŁADY

$$1,2 : 0,3 = \frac{1,2 \cdot 10}{0,3 \cdot 10} = \frac{12}{3} = 4$$

$$1,55 : 0,5 = \frac{1,55 \cdot 10}{0,5 \cdot 10} = \frac{15,5}{5} = 3,1$$

$$0,08 : 1,6 = \frac{0,08 \cdot 100}{1,6 \cdot 100} = \frac{8}{160} = \frac{1}{20}$$

$$0,03 : 0,9 = \frac{0,03 \cdot 100}{0,9 \cdot 100} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$$

ĆWICZENIE C. Oblicz w pamięci. Opowiedz, jak wykonujesz rachunki.

a) $0,2 \cdot 0,4$

c) $2,3 \cdot 0,3$

e) $0,56 : 0,07$

g) $0,8 : 0,04$

b) $0,7 \cdot 11$

d) $0,08 \cdot 0,007$

f) $7,2 : 0,8$

h) $0,06 : 0,2$

ZADANIA

1. a) Każdą z podanych liczb pomnóż przez 100.

160 0,78 0,02 1,4 3,456 0,0023

b) Każdą z podanych liczb podziel przez 1000.

840 36 12,5 3,1 0,7 0,15 0,02 0,003

2. Liczbę 12,345 pomnożono przez 10000, wynik podzielono przez 10, kolejny wynik podzielono przez 100000 i otrzymaną liczbę pomnożono przez 1000000. Jaka liczba otrzymano?

3. Początek i koniec liczby zakryły kleksy. Jaka to liczba?

a) $4,7 \cdot 100 = 5470,2$

b) $56, : 100 = 3,5629$

4. Na podstawie informacji ze str. 9 rozwiąż zadania:

a) Wyobraź sobie, że monety o tym samym nominale układamy jedna na drugiej. Dla każdego nominału ustal, jak wysoki byłby stos o wartości 10 zł.

b) W jednym worku jest 100 dziesięciogroszówek i dwuzłotówka, a w drugim — 100 pięciogroszówek i pięciozłotówka. Który worek bardziej opłaca się wybrać — cięższy czy lżejszy?

5. a) Do każdej z liczb: 35 0,7 13,52 dodaj 12,2.

b) Do każdej z liczb: 34 54,2 22,16 dodaj 2,31.

c) Od każdej z liczb: 67 75,3 30,46 odejmij 12,2.

d) Od każdej z liczb: 13 7,52 9,484 odejmij 2,31.

6. Dodaj w pamięci.

a) $4,4 + 0,6$	b) $3,6 + 0,7$	c) $2,18 + 0,22$	d) $7,11 + 2,8$
$5,2 + 3,8$	$4,8 + 2,5$	$3,45 + 2,05$	$6,4 + 0,81$
$9,9 + 6,1$	$3,7 + 8,4$	$6,37 + 2,13$	$4,55 + 3,5$
$8,7 + 6,3$	$5,4 + 9,7$	$4,51 + 5,49$	$3,57 + 8,5$

7. Odejmij w pamięci.

- | | | | |
|--------------|----------------|-----------------|-----------------|
| a) $8 - 0,7$ | b) $4,7 - 0,8$ | c) $2,83 - 0,3$ | d) $3,5 - 0,42$ |
| $5 - 3,2$ | $2,5 - 1,7$ | $6,58 - 3,5$ | $5,4 - 1,03$ |
| $6 - 0,42$ | $8,2 - 4,5$ | $9,41 - 2,1$ | $9 - 2,25$ |
| $7 - 0,53$ | $7,6 - 2,9$ | $7,39 - 5,2$ | $7 - 3,45$ |



8. Popatrz na informacje podane obok.

- a) O ile wyżej zawieszona jest siatka dla mężczyzn grających w siatkówkę niż dla kobiet uprawiających tę dyscyplinę sportu?
- b) Siatka ma 100 cm szerokości. Na jakiej wysokości znajduje się jej dolna krawędź, gdy grają mężczyźni?
- c) Jak wysoko sięgasz ręką wyciągniętą w górę? Ilu centymetrów ci zabraknie, aby dosięgnąć górnej krawędzi siatki?

9. Plac zabaw dla dzieci ma kształt trójkąta, którego jeden bok ma 9,4 m i jest o 2,6 m dłuższy od każdego z dwóch pozostałych boków. Ile metrów siatki trzeba kupić, by ogrodzić ten plac?

10. Oblicz w pamięci.

- | | | | |
|------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| a) $5 \cdot 0,7$ | b) $3,8 \cdot 0,1$ | c) $0,3 \cdot 0,2$ | d) $0,3 \cdot 0,15$ |
| $0,2 \cdot 11$ | $0,01 \cdot 2,76$ | $0,5 \cdot 0,4$ | $0,06 \cdot 0,8$ |
| $15 \cdot 0,03$ | $0,6 \cdot 0,001$ | $0,4 \cdot 1,2$ | $2,3 \cdot 0,3$ |

11. Oblicz kwadraty i sześciany liczb.

- a) $0,6^2$ $0,07^2$ $0,009^2$ b) $0,2^3$ $0,03^3$ $0,001^3$

12. Oblicz ilorazy.

- | | | | |
|----------------|-----------------|------------------------|-----------------------|
| a) $0,8 : 0,2$ | b) $5,4 : 0,09$ | c) $\frac{0,75}{0,25}$ | d) $\frac{0,72}{0,8}$ |
| $4,2 : 0,7$ | $2,6 : 0,002$ | $\frac{0,6}{0,04}$ | $\frac{0,069}{0,3}$ |
| $0,24 : 0,08$ | $0,48 : 0,012$ | $\frac{2}{0,4}$ | $\frac{0,432}{0,4}$ |

13. Wypisz pary równych liczb.

$$\begin{array}{llll} a = 3,2 \cdot 10 & d = 3,2 \cdot 100 & g = 3,2 : 10 & j = 3,2 : 1000 \\ b = 3,2 \cdot 0,001 & e = 3,2 \cdot 0,01 & h = 3,2 : 0,01 & k = 3,2 : 100 \\ c = 3,2 \cdot 0,1 & f = 3,2 \cdot 1000 & i = 3,2 : 0,1 & l = 3,2 : 0,001 \end{array}$$

14. Które z podanych ilorazów są równe $0,372 : 0,24$?

$$\begin{array}{ccccc} \frac{3,72}{2,4} & \frac{37,2}{0,24} & \frac{372}{0,024} & \frac{0,372}{2,4} & \frac{37,2}{240} \\ & \frac{37,2}{2,4} & \frac{372}{2,4} & \frac{372}{240} & \frac{3,72}{0,024} \end{array}$$

15. Uporządkuj podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

$$a = \frac{0,0084}{0,62} \quad b = \frac{0,072}{0,062} \quad c = \frac{0,257}{6,2} \quad d = \frac{1,68}{62}$$

16. Wyjaśnij, jak Gosia i Marta obliczały iloczyn $600 \cdot 0,11$. Spróbuj wymyślić jeszcze inny sposób obliczenia tego iloczynu.

Gosia

$$600 \cdot 0,11 = 0,66 \cdot 100 = 66$$

Marta

$$600 \cdot 0,11 = 6 \cdot 11 = 66$$

17. Oblicz.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 3,4 \cdot 200 & \text{d) } 1200 \cdot 0,03 & \text{g) } 0,007 \cdot 400 \\ \text{b) } 50 \cdot 3,1 & \text{e) } 2000 \cdot 2,3 & \text{h) } 0,016 \cdot 3000 \\ \text{c) } 2,7 \cdot 30 & \text{f) } 0,2 \cdot 210 & \text{i) } 600 \cdot 0,003 \end{array}$$

Zamiast mnożyć liczbę przez 5 (lub 50), można najpierw ją pomnożyć przez 10 (lub 100), a wynik podzielić przez 2.

$$0,26 \cdot 5 = 0,26 \cdot 10 : 2 = 2,6 : 2 = 1,3$$

$$4,6 \cdot 50 = 4,6 \cdot 100 : 2 = 460 : 2 = 230$$

18. Oblicz sposobem opisanym w ramce.

$$\text{a) } 2,4 \cdot 5 \quad 0,56 \cdot 5$$

$$\text{b) } 2,8 \cdot 50 \quad 7,2 \cdot 50$$

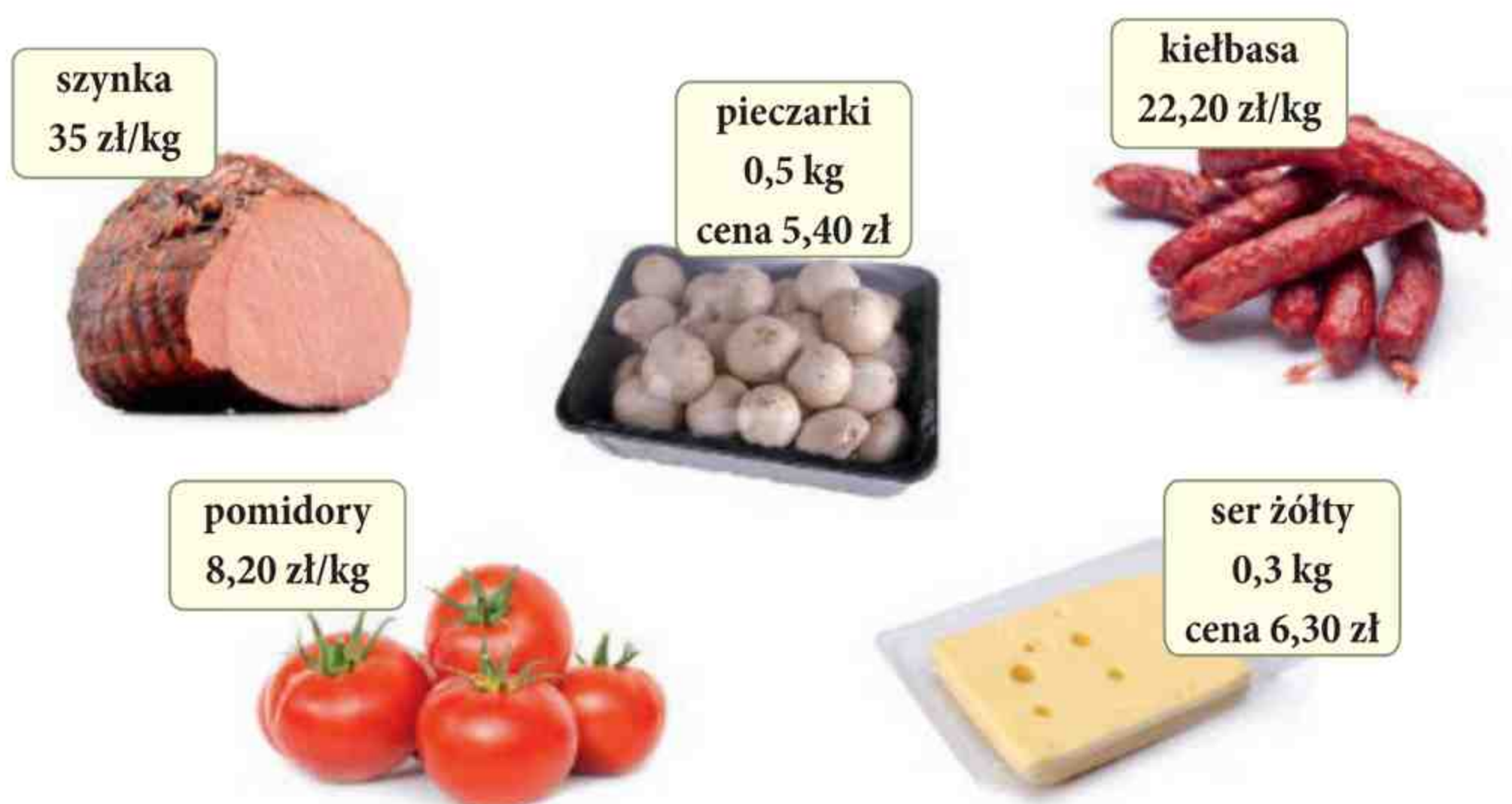
$$\text{c) } 4,3 \cdot 500 \quad 0,046 \cdot 500$$

19. Do osolenia 2 litrów rosołu potrzeba 2,8 dag soli. Ile dekagramów soli potrzeba do osolenia 5 litrów rosołu?

20. Na ozdobienie 6 jednakowych paczek zużyto 4,8 m wstążki. Ile metrów wstążki trzeba dokupić, aby udekorować kolejne cztery takie paczki?

21. Wszystkie jajka z ekologicznej hodowli są w tej samej cenie, ale pakuje się je w różne pojemniki: po 6, po 8 i po 10 sztuk. Za najmniejszy pojemnik z jajkami trzeba zapłacić 7,20 zł. Ile kosztują większe pojemniki z jajkami?

22. Korzystając z informacji na rysunku, odpowiedz na poniższe pytania.



- a) Ile złotych trzeba zapłacić za 0,5 kg, a ile — za 1,5 kg kielbasy?
- b) Ile trzeba zapłacić za 1,5 kg pieczarek?
- c) Ile trzeba zapłacić za 0,2 kg szynki?
- d) Kielbasę można kupić na wagę lub w porcjach po 0,1 kg zapakowanych hermetycznie. Cena paczki wynosi 2,60 zł. O ile więcej kosztuje kilogram kielbasy, gdy jest hermetycznie zapakowana?
- e) Ile reszty otrzymamy z 20 zł, gdy kupimy 1,5 kg pomidorów?
- f) Ile kosztuje 1 kg żółtego sera?
- g) Za 5 pomidorów zapłacono 4,10 zł. Ile ważyły te pomidory?

23. Oblicz.

a) $2,52 - 0,06 \cdot 7$

b) $0,96 : 3 - 0,2$

c) $0,28 + 0,72 : 0,9$

d) $1,2 \cdot 300 + 0,8 \cdot 50$

e) $1,6 : 0,4 - 2,5 \cdot 0,3$

f) $8 \cdot (0,2 \cdot 15 - 2,4)$

g) $0,6 \cdot (1,3 - 0,7) + 3,6$

h) $45,6 - 2,4 : (3,46 - 3,4)$

Zapis

$$\frac{13-1}{2+4}$$

 oznacza to samo co:

$$(13-1) : (2+4)$$

24. Oblicz.

a) $\frac{13-1}{2+4}$

b) $\frac{1,2-0,9}{0,7+0,8}$

c) $\frac{7,1-0,8}{5 \cdot 0,6}$

d) $\frac{6,53-6,32}{2,3-1,6}$

e) $2 \cdot \frac{5}{1,6+0,9}$

f) $\frac{0,6 \cdot 7}{0,2} \cdot \frac{1}{2,2+0,8}$

0,1 — E 0,6 — S 1,2 — K 1,8 — Z 3,1 — C
 0,3 — O 0,7 — I 1,3 — B 2,4 — G 3,4 — L
 0,5 — I 0,8 — Z 1,5 — Ż 2,5 — Y 3,5 — A

25. Odszyfruj hasła, a dowiesz się, jak nazywają się te ptaki.



$0,3 \cdot 6 + 3 \cdot 0,2 \quad / \quad (1,2 + 1,3) : 5 \quad / \quad 3,6 : 0,9 - 0,6$



$1,2 \cdot 3 - 0,5 \quad / \quad 5 - 6 \cdot 0,7 \quad / \quad 7 - 9 : 2 \quad / \quad 0,5 \cdot (1,8 + 1,2)$

$(0,2 + 0,4) \cdot (1,2 + 0,8) \quad / \quad 3 : 2 - 2 \cdot 0,6 \quad / \quad 4,2 : (2,7 + 4,3)$



$1,6 : (3,3 - 1,3) \quad / \quad 1,5 \cdot 2 : 6 \quad / \quad (1 - 0,8) \cdot (2 - 1,5) \quad / \quad 5,3 - 2,4 : 0,6 \quad / \quad 4,8 - 2,6 : 2$



1-9 / 249-250

O pewnych trzech liczbach wiadomo, że druga jest dwa razy większa od pierwszej, trzecia dwa razy większa od drugiej i że ich suma jest równa 2,1. Jakie to liczby?

Działania pisemne na ułamkach dziesiętnych

Przypomnijmy, jak wykonuje się działania na ułamkach dziesiętnych sposobem pisemnym.

DODAWANIE I ODEJMOWANIE

PRZYKŁADY

Gdy dodajemy lub odejmujemy ułamki dziesiętne sposobem pisemnym, musimy pamiętać, aby zapisać przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd.

$$\begin{array}{r} 37,20 \\ + 6,73 \\ \hline 43,93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,571 \\ - 1,790 \\ \hline 0,781 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5,724 \\ 0,910 \\ + 16,800 \\ \hline 23,434 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28,200 \\ - 6,273 \\ \hline 21,927 \end{array}$$

MNOŻENIE

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{r} 0,715 \quad \leftarrow \text{trzy miejsca} \\ \cdot 4,06 \quad \leftarrow \text{dwa miejsca} \\ \hline 4290 \\ + 2860 \\ \hline 2,90290 \quad \leftarrow \text{pięć miejsc} \end{array}$$

Ułamki dziesiętne mnożymy najpierw tak jak liczby naturalne, a w otrzymanym wyniku oddzielamy przecinkiem (od prawej strony) tyle cyfr, ile ich było po przecinku łącznie w obu czynnikach.

DZIELENIE

PRZYKŁAD

$$0,266 : 0,07 = 26,6 : 7$$
$$\begin{array}{r} 3,8 \\ \hline 26,6 : 7 \\ - 21 \\ \hline 56 \\ - 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

$0,07 \cdot 100$
 $0,266 \cdot 100$

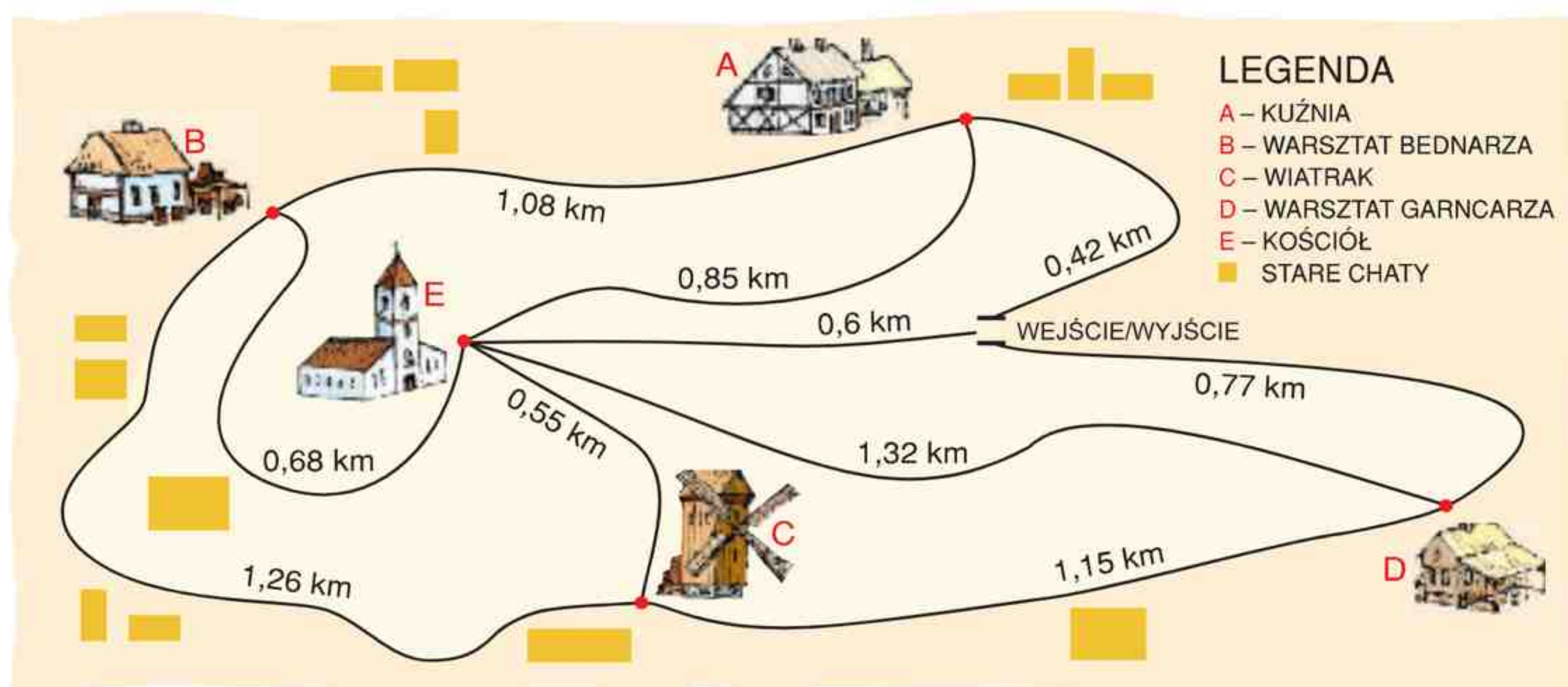
Gdy dzielimy ułamki dziesiętne, najpierw dzielną i dzielnik mnożymy przez tę samą liczbę: 10, 100, lub 1000 itd., aby dzielnik stał się liczbą naturalną. Potem wykonujemy dzielenie w podobny sposób jak na liczbach naturalnych. W wyniku wstawiamy przecinek w odpowiednim miejscu (nad przecinkiem dzielnej).

ZADANIA

1. Oblicz w pamięci lub sposobem pisemnym.

- | | | |
|------------------|------------------|----------------------|
| a) $4,72 + 5,28$ | b) $14,3 - 3,14$ | c) $44 - 4,4 + 0,44$ |
| $6,27 + 0,97$ | $0,925 - 0,84$ | $7,6 + 0,76 + 1,74$ |
| $18,3 + 3,81$ | $2,33 - 0,567$ | $6,4 - 5,48 + 7,03$ |

2. Poniżej przedstawiono plan pewnego skansenu.



- a) Która droga od kuźni do wiatraka jest dłuższa — prowadząca tylko obok warsztatu bednarza czy tylko obok warsztatu garncarza?
- b) Wyobraź sobie, że w skansenie chcesz zwiedzić wszystkie obiekty oznaczone literami od A do E. Przyjmij, że przejście 1 km zajmuje kwadrans, a każdy obiekt będziesz oglądać przez 10 minut. Zaplanuj trasę. Oblicz, ile czasu potrzeba na jej przejście.

3. Oblicz.

- | | | |
|----------------------|-------------|---------------------|
| a) $3,4 \cdot 0,13$ | e) $4,3^2$ | i) $5,64 : 0,8$ |
| b) $0,865 \cdot 0,4$ | f) $0,27^2$ | j) $0,217 : 3,5$ |
| c) $0,95 \cdot 2,6$ | g) $0,9^3$ | k) $0,9 : 0,036$ |
| d) $2,08 \cdot 3,05$ | h) $2,1^3$ | l) $0,00324 : 0,45$ |

$$\frac{a+b}{2} \leftarrow \text{średnia arytmetyczna liczb } a \text{ i } b$$

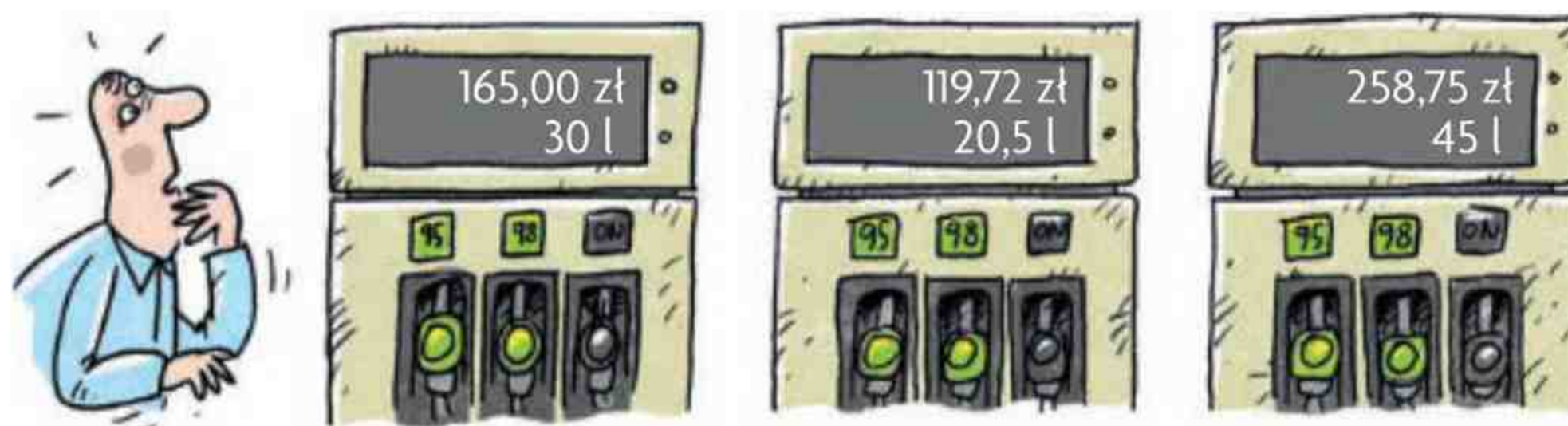
$$\frac{a+b+c}{3} \leftarrow \text{średnia arytmetyczna liczb } a, b \text{ i } c$$

4. Oblicz średnią arytmetyczną liczb:

- | | |
|-----------------|-----------------------------|
| a) 1,2 i 3,68 | c) 0,25, 1,03, 68 i 0,72 |
| b) 0,7, 1,5 i 8 | d) 3,2, 2,64, 2,05, 3,5 i 3 |

5. a) Leszek kupił 0,75 kg gruszek po 6,40 zł za 1 kg i ananasa. Dał kasjerce 25 zł i otrzymał 8,75 zł reszty. Ile kosztował ananas?
b) Olek zapłacił 5,75 zł za 2,5 kg jabłek. Iza kupiła 3,2 kg innych jabłek i zapłaciła 7,20 zł. Które jabłka miały wyższą cenę za 1 kg?

6. Z trzech dystrybutorów zatankowano różne rodzaje paliwa — olej napędowy, benzynę 98^{PK} i benzynę 95^{PK}. Najdroższa jest benzyna 98^{PK}, a najtańsza — benzyna 95^{PK}. Ile na tej stacji kosztuje litr oleju napędowego?



7. Pan Rafał pracuje w odległości 15 km od domu i dojeżdża do pracy samochodem, który spala 6,5 litra paliwa na 100 km. Litr benzyny kosztuje 5,60 zł. W maju było 20 dni roboczych. Ile w maju kosztowało pana Rafała jeżdżenie do pracy samochodem?

Rodzaj żywności	Jaka część masy to woda?
pomidor	0,93
ogórek	0,95
cebula	0,86
orzech laskowy	0,05
jajko na twardo	0,72

8. W tabelce podano informacje o zawartości wody w kilku produktach żywnościowych.

- a) Ile wody jest w 2 kg ogórków?
b) Czy więcej wody jest w pomidorze ważącym 0,2 kg, czy w 3 kg orzechów laskowych?
c) Pani Jola zrobiła sałatkę z 1 kg pomidorów, 0,4 kg ogórków, 0,1 kg cebuli i 2 jajek na twardo, które ważyły razem 0,2 kg. Czy woda stanowi więcej czy mniej niż 0,9 masy tej sałatki?



10-13 / 250

Średni wzrost zawodników pięcioosobowej drużyny koszykarskiej wynosił 1,95 m. O ile zwiększyłaby się ta średnia, gdyby zamiast Graczyka o wzroście 1,97 m na boisko wszedł Drągalski, który ma 2,12 m wzrostu?

Potęgowanie liczb*



Rysunek przedstawia fragment drzewa genealogicznego Majki. Każdy z nas ma wielu przodków i mógłby narysować podobne drzewo genealogiczne.

Zastanówmy się, ilu każdy człowiek miał pradziadków, a ilu prapradziadków? Odpowiedź na to pytanie można znaleźć w następujący sposób:

2	liczba rodziców
$2 \cdot 2 = 4$	liczba dziadków
$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	liczba pradziadków
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	liczba prapradziadków
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$	liczba praprapradziadków

Liczby osób w kolejnych pokoleniach przodków to iloczyny dwójek. Takie iloczyny możemy zapisać w postaci potęgi.

	czytamy:
$2 \cdot 2 = 2^2$	— dwa do potęgi drugiej lub kwadrat liczby 2
$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$	— dwa do potęgi trzeciej lub sześćcian liczby 2
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$	— dwa do potęgi czwartej
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$	— dwa do potęgi piątej

ĆWICZENIE A. Zapisz jako potęgę liczby 2, ilu każdy z nas miał:

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) prapradziadków, | c) praprapradziadków, |
| b) praprapradziadków, | d) prapraprapradziadków. |

$$8^2 = 8 \cdot 8$$

$$8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8$$

$$8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$$

$$8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$$

Zapis 8^2 oznacza iloczyn dwóch ósemek (kwadrat liczby 8), 8^3 to iloczyn trzech ósemek (sześcian liczby 8), 8^4 oznacza iloczyn czterech ósemek (czwartą potęgę liczby 8), 8^5 — iloczyn pięciu ósemek (piątą potęgę liczby 8) itd.

wykładnik potęgi
8⁵
podstawa potęgi

Dla dowolnej liczby a i liczby naturalnej $n > 1$ możemy określić potęgę liczby a o wykładniku n (n -tą potęgę liczby a):

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ czynników}}$$

Określamy również potęgę o wykładniku 1 oraz (dla liczb różnych od zera) potęgę o wykładniku 0.

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \quad \text{dla } a \neq 0$$

PRZYKŁADY

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

$$0,2^2 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$$

$$1,5^1 = 1,5$$

$$7^0 = 1$$

ĆWICZENIE B. a) Oblicz potęgi:

$$10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8$$

b) Zapisz w postaci potęgi liczby 10:

miliard — 1 000 000 000

bilion — 1 000 000 000 000

trylion — 1 000 000 000 000 000 000

kwadrylion — 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000

ZADANIA

1. Oblicz potęgi.

a) 3^4

c) 20^4

e) $0,1^4$

g) $3,4^0$

i) 0^{12}

b) 5^4

d) 100^3

f) $0,2^4$

h) $2,8^1$

j) $0,01^4$

2. Ile różnych liczb zapisano poniżej?

$$0,7^0$$

$$0^5$$

$$7^1$$

$$1^0$$

$$1^7$$

$$0,1^1$$

3. Jakie liczby kryją się pod kleksami?

$$0,1 \text{ (niebieski kleks)} = 0,00001$$

$$\text{ (zielony kleks)}^3 = 125$$

$$\text{ (żółty kleks)}^2 = 10\,000$$



4. Drożdże rozmnażają się bardzo szybko. Po upływie godziny ich ilość się podwaja. Ile razy zwiększy się ilość drożdży po upływie 5 godzin?

5. Przyjmijmy, że twoi rodzice to pierwsze pokolenie wstecz, twoi dziadkowie to drugie pokolenie wstecz, twoi pradziadkowie — trzecie itd. W którym pokoleniu wstecz liczba twoich przodków mogła być większa niż 1000?

6. a) Ile jest liczb naturalnych, których piąta potęga jest liczbą mniejszą niż 1000?

b) Ile jest liczb naturalnych, których kwadrat jest liczbą większą od 100 i mniejszą od 400?

7. Oblicz.

a) $2 \cdot 10^6$

c) $3,7 \cdot 10^3$

e) $3 : 10^3$

b) $7 \cdot 10^8$

d) $2,54 \cdot 10^4$

f) $2,75 : 10^2$

8. Zapisz w postaci potęgi liczby 10:

a) liczbę 10 razy większą od 10^4 ,

c) sto milionów,

b) liczbę 10 razy mniejszą od 10^7 ,

d) milion milionów.

10^6 — milion	10^{30} — kwintylion
10^9 — miliard	10^{36} — sekstylion
10^{12} — bilion	10^{42} — septylion
10^{18} — trylion	10^{48} — oktylion
10^{24} — kwadrylion	10^{54} — nonilion

9. Porównaj podane liczby:

a) tysiąc bilionów i trylion,

b) milion bilionów i trylion,

c) milion trylionów i kwadrylion,

d) milion septylionów i nonilion.

10. Liczba 10^{13} — ile to milionów, a ile miliardów?



Jaka jest cyfra jedności liczby 12^{20} ?

Działania na ułamkach zwykłych

ĆWICZENIE A. Sprawdź, co wiesz o ułamkach i czy potrafisz je przekształcać. Rozwiąż poniższy quiz. Odpowiedzi wraz z oceną stanu twojej wiedzy znajdują się na str. 41.

1. Uzupełnij zdanie: *Mianownikiem ułamka $\frac{5}{9}$ jest, a licznikiem*

1 pkt

2. Dokończ zdanie: *Ułamek, którego licznik jest większy od mianownika, nazywa się ułamkiem*

1 pkt

3. Które z poniższych operacji nie zmieniają wartości ułamka: ① skracanie, ② rozszerzanie, ③ zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną?

1 pkt

4. Co należy zrobić, aby ułamek $\frac{2}{3}$ przedstawić w postaci ułamka o mianowniku 12?

1 pkt

5. Które z ułamków: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{25}{30}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{75}{100}$ są równe ułamkowi $\frac{15}{20}$?

1 pkt

6. Liczba $5\frac{1}{3}$ to: $5 + \frac{1}{3}$ czy $5 \cdot \frac{1}{3}$?

1 pkt

7. Które z ułamków: $\frac{16}{17}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{45}{5}$ są większe od 1?

1 pkt

8. Które z ułamków: $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{13}{26}$, $\frac{14}{8}$ są większe od $\frac{1}{2}$?

1 pkt

9. O ile ułamek $\frac{10}{7}$ jest większy od 1?
O ile ułamek $\frac{12}{5}$ jest większy od 2?

2 pkt

10. Ile różnych liczb jest wśród liczb: $\frac{9}{6}$, $1\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{6}{9}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{30}{18}$, $\frac{45}{30}$?

1 pkt

11. Podaj trzy liczby, które mogą być wspólnym mianownikiem ułamków $\frac{2}{9}$ i $\frac{5}{6}$.

1 pkt

12. W pewnym ułamku właściwym zamieniono licznik z mianownikiem. Czy otrzymana w ten sposób odwrotność jest większa od danego ułamka?

1 pkt

13. Co jest odwrotnością liczby 7?

1 pkt

14. Czy to prawda, że odwrotnością liczby $4\frac{2}{3}$ jest $4\frac{3}{2}$?

1 pkt

15. Jaka liczba nie ma swojej odwrotności?

1 pkt

16. Jest tylko jedna dodatnia liczba, której odwrotność jest równa jej samej. Jaka to liczba?

1 pkt

17. Podaj przykład ułamka mniejszego od $\frac{8}{9}$ i jednocześnie większego od $\frac{7}{9}$.

1 pkt

18. Czy suma ułamków $\frac{4}{9}$ i $\frac{5}{10}$ jest większa od 1?

1 pkt

Przy wykonywaniu działań na ułamkach zwykłych przydają się umiejętności skracania i rozszerzania ułamków oraz zamiany ułamków niewłaściwych na liczby mieszane i odwrotnie (zamiany liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe). Wszystkie te operacje nie zmieniają wartości liczby.

Skracanie ułamków
(dzielenie licznika i mianownika
przez tę samą liczbę)

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

:4 :4

Rozszerzanie ułamków
(mnożenie licznika i mianownika
przez tę samą liczbę)

$$\frac{6}{7} = \frac{18}{21}$$

·3 ·3

Zamiana ułamków niewłaściwych
na liczby mieszane

$$22 : 7 = 3 \text{ reszta } 1$$

$$\frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$$

$$35 : 8 = 4 \text{ reszta } 3$$

$$\frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$$

Zamiana liczb naturalnych
i mieszanych
na ułamki niewłaściwe

$$7 = \frac{21}{3} \leftarrow 7 \cdot 3$$

$$6\frac{5}{8} = \frac{53}{8} \leftarrow 6 \cdot 8 + 5$$

Czy pamiętasz, jak wykonuje się działania na ułamkach zwykłych? Wykonaj ćwiczenia B i C. Jeśli nie wszystko dobrze pamiętasz, zajrzyj do przykładów na następnej stronie.

ĆWICZENIE B. Oblicz.

a) $\frac{3}{7} + \frac{5}{7}$

b) $2\frac{3}{5} + 7\frac{1}{5}$

c) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

d) $1\frac{2}{7} - \frac{1}{2}$

$\frac{6}{11} - \frac{4}{11}$

$6\frac{3}{7} + 8\frac{4}{7}$

$3\frac{1}{2} + 4\frac{5}{6}$

$2\frac{3}{4} - \frac{5}{12}$

$10 - \frac{4}{5}$

$6\frac{8}{9} - 2\frac{5}{9}$

$\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

$6\frac{1}{6} - 3\frac{3}{8}$

$7 - 3\frac{1}{6}$

$1\frac{2}{9} - \frac{7}{9}$

$\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

$9\frac{5}{8} - 5\frac{7}{10}$

ĆWICZENIE C. Oblicz.

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{11}$

b) $1\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{7}$

c) $\frac{3}{4} : \frac{1}{3}$

d) $4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{8}$

$\frac{3}{7} \cdot 14$

$2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$

$\frac{8}{15} : 4$

$5\frac{3}{4} : 3$

Przed dodawaniem lub odejmowaniem dwóch ułamków o różnych mianownikach sprowadzamy je do wspólnego mianownika.

Uwaga. Wspólnym mianownikiem dwóch ułamków może być wiele liczb (np. dla ułamków $\frac{7}{6}$ i $\frac{5}{8}$ może to być 24, 48, 72 itd.). Zwykle najwygodniej jest wybrać najmniejszą z nich.

DODAWANIE

PRZYKŁADY

$$\frac{5}{6} + \frac{7}{9} = \frac{15}{18} + \frac{14}{18} = \frac{29}{18} = 1\frac{11}{18} \quad 2\frac{3}{4} + 5\frac{11}{12} = 2\frac{9}{12} + 5\frac{11}{12} = 7\frac{20}{12} = 8\frac{8}{12} = 8\frac{2}{3}$$

ODEJMOWANIE

PRZYKŁADY

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{21}{24} - \frac{20}{24} = \frac{1}{24} \quad 9\frac{2}{7} - 1\frac{1}{2} = 9\frac{4}{14} - 1\frac{7}{14} = 8\frac{18}{14} - 1\frac{7}{14} = 7\frac{11}{14}$$

Przy mnożeniu dwóch ułamków można skracać licznik jednego z nich z mianownikiem drugiego. Przed mnożeniem liczb mieszanych należy zamienić je na ułamki niewłaściwe.

MNOŻENIE

PRZYKŁADY

$$2\frac{6}{7} \cdot \frac{5}{9_3} = \frac{10}{21} \quad 2\frac{5}{8} \cdot 4\frac{2}{7} = \frac{3}{4}\frac{21}{8} \cdot \frac{15}{7_1} = \frac{45}{4} = 11\frac{1}{4}$$

Dzielenie jednej liczby przez drugą zastępujemy mnożeniem dzielnej przez odwrotność dzielnika.

Ułamek	$\frac{7}{12}$	$1\frac{1}{2}$	5
Odwrotność	$\frac{12}{7}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$

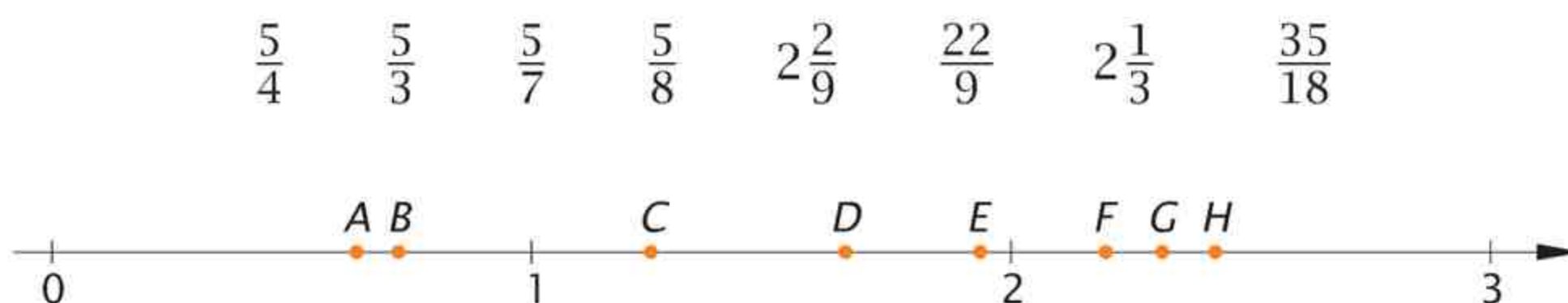
DZIELENIE

PRZYKŁADY

$$\frac{3}{8} : \frac{7}{12} = \frac{3}{8} \cdot \frac{12}{7} = \frac{9}{14} \quad 1\frac{5}{9} : 1\frac{1}{2} = \frac{14}{9} : \frac{3}{2} = \frac{14}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{28}{27} = 1\frac{1}{27}$$

ZADANIA

1. Do liter na osi liczbowej dopasuj liczby.



2. Oblicz.

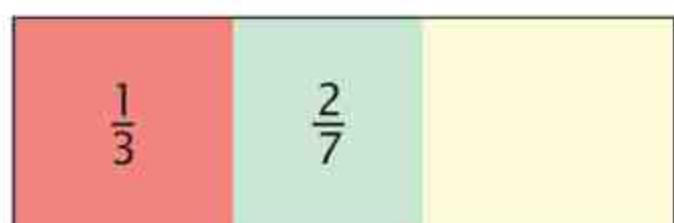
a) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10}$	b) $2 - \frac{5}{11}$	c) $2\frac{4}{7} - 1\frac{1}{2}$	d) $6\frac{1}{4} - 3\frac{5}{6}$
$\frac{4}{5} - \frac{4}{15}$	$8 - 1\frac{3}{4}$	$12\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{6} + 6\frac{1}{8}$
$\frac{11}{30} + \frac{1}{6}$	$12 - 4\frac{1}{9}$	$8\frac{1}{8} - \frac{2}{3}$	$6\frac{1}{3} - 3\frac{5}{6}$

3. Oblicz.

a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}$	b) $2\frac{1}{6} - 1\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$	c) $5\frac{1}{14} - 2\frac{1}{4} - 1\frac{3}{7}$
---	--	--

4. Wykonaj obliczenia. Zapisz litery odpowiadające wynikom ustawionym w kolejności od najmniejszego do największego. Sprawdź, co oznacza w języku angielskim otrzymane z tych liter słowo.

$n \rightarrow \frac{1}{5} + \frac{3}{5}$	$n \rightarrow 1\frac{3}{7} + 2\frac{1}{7}$	$o \rightarrow \frac{3}{8} + \frac{7}{8}$	$e \rightarrow 1 - \frac{1}{3}$
$a \rightarrow 5 - 1\frac{1}{5}$	$m \rightarrow 3 - \frac{3}{4}$	$d \rightarrow \frac{5}{9} - \frac{1}{9}$	
$i \rightarrow 5\frac{6}{7} - 3\frac{2}{7}$	$o \rightarrow 5\frac{1}{5} - \frac{3}{5}$	$t \rightarrow 2\frac{3}{4} + 1\frac{3}{4}$	$r \rightarrow 5\frac{3}{10} - \frac{4}{10}$



5. Podane ułamki oznaczają, jaką część prostokąta zamalowano na czerwono, a jaką — na zielono. Jaką część prostokąta zamalowano na żółto?

6. Oblicz.

a) $3 \cdot \frac{3}{8}$	d) $2\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{5}$	g) $\frac{4}{9} : 8$	j) $8\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$
b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$	e) $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{7}$	h) $6 : \frac{2}{3}$	k) $4\frac{1}{5} : 2\frac{1}{3}$
c) $\frac{5}{16} \cdot 24$	f) $4\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$	i) $1\frac{1}{8} : 3$	l) $1\frac{3}{8} : 6\frac{3}{5}$

7. Oblicz.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$

b) $3\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{26}$

c) $\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 5\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

d) $3\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{9}$

Przy mnożeniu wielu ułamków możemy skracać licznik jednego z nich z mianownikiem innego także wtedy, gdy te ułamki ze sobą nie sąsiadują.

$$\frac{3\cancel{9}}{2\cancel{14}} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{\cancel{7}^1}{\cancel{3}_1} = \frac{45}{32} = 1\frac{13}{32}$$

8. Oblicz.

a) $\frac{4}{\frac{1}{2}}$

b) $\frac{\frac{4}{15}}{8}$

c) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{8}}$

d) $\frac{\frac{3}{7}}{\frac{7}{10}}$

e) $\frac{3\frac{3}{5}}{4\frac{1}{2}}$

$\frac{3}{10} - P$ $\frac{1}{3} - B$ $\frac{2}{5} - U$ $\frac{4}{7} - Z$ $\frac{5}{6} - N$

$1\frac{1}{9} - K$ $1\frac{3}{8} - J$ $1\frac{1}{2} - A$ $1\frac{5}{8} - Ó$ $1\frac{2}{3} - L$

$2\frac{1}{2} - R$ $4\frac{1}{7} - E$ $4\frac{2}{3} - O$ $4\frac{4}{5} - T$

9. Odszyfruj hasła, a dowiesz się, jak się nazywają instrumenty dęte przedstawione na fotografiach.



$$1\frac{4}{9} - \frac{1}{3} \quad / \quad 5\frac{5}{9} : 3\frac{1}{3} \quad / \quad 2\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \quad / \quad \frac{5}{6} + 1\frac{2}{3} \quad / \quad 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \quad / \quad 3\frac{2}{7} + \frac{1}{7} \cdot 6 \quad / \quad 2\frac{4}{5} : \frac{7}{12}$$



$$5 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad / \quad 1\frac{5}{12} : \frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} \quad / \quad 5\frac{1}{8} - 3\frac{1}{2} \quad / \quad \frac{7}{12} + \frac{5}{8} + \frac{1}{6}$$



$$6\frac{3}{5} : 3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} \quad / \quad \frac{3}{5} : 1\frac{1}{2} \quad / \quad 5\frac{1}{7} \cdot (1 - \frac{8}{9}) \quad / \quad 1\frac{1}{9} \cdot 2\frac{2}{5} + 2 \quad / \quad 2\frac{3}{4} - 1\frac{11}{12}$$

10. Oblicz.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3} : 3 + 5 : \frac{1}{5}$

c) $(3\frac{1}{3} - \frac{5}{6}) \cdot \frac{4}{15}$

d) $(1\frac{1}{8} - \frac{1}{2}) \cdot (\frac{3}{5} + \frac{1}{3})$

e) $1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{7} + (1\frac{1}{7})^2$

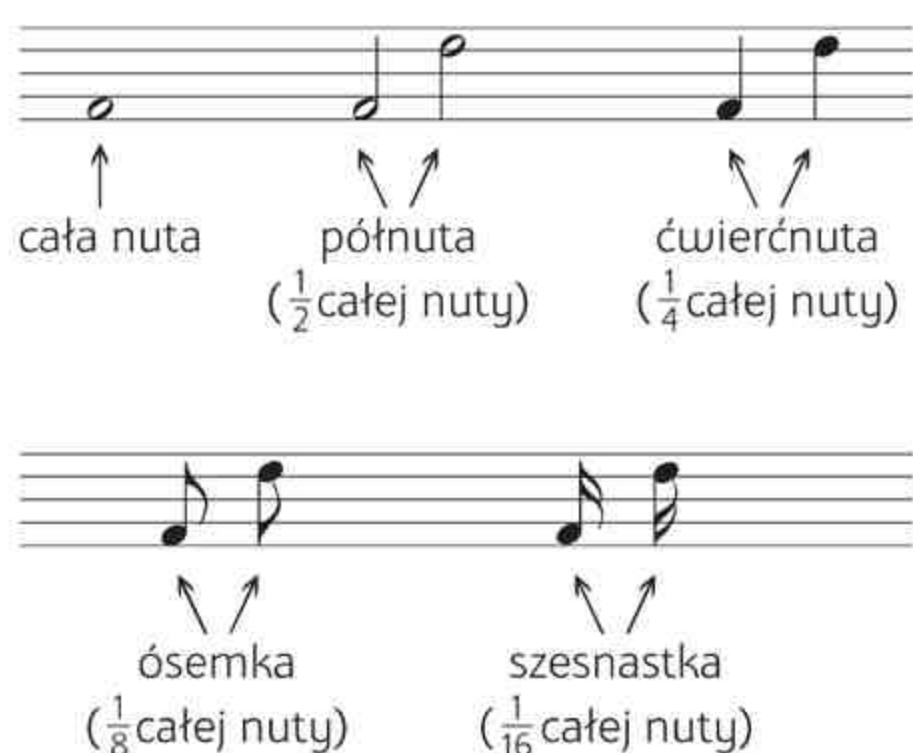
f) $(2\frac{1}{6} - \frac{2}{3})^2 - 2\frac{1}{5}$

g) $10 - 2 \cdot (3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3})$

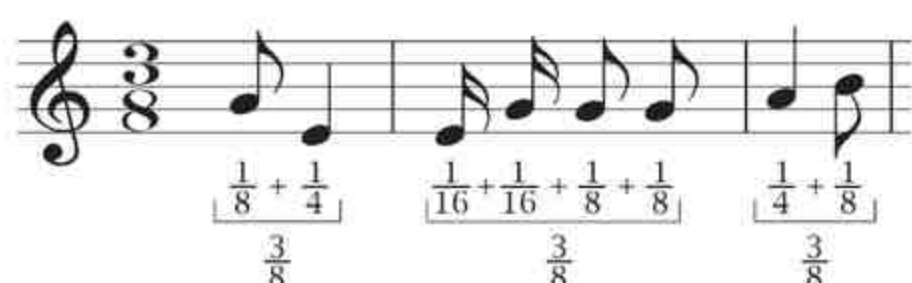
h) $(\frac{7}{3} - \frac{5}{12} + 1\frac{1}{2}) : (2\frac{3}{4} - \frac{5}{6})$

Ciekawostka

Poznaj ułamki na pięciolinii:

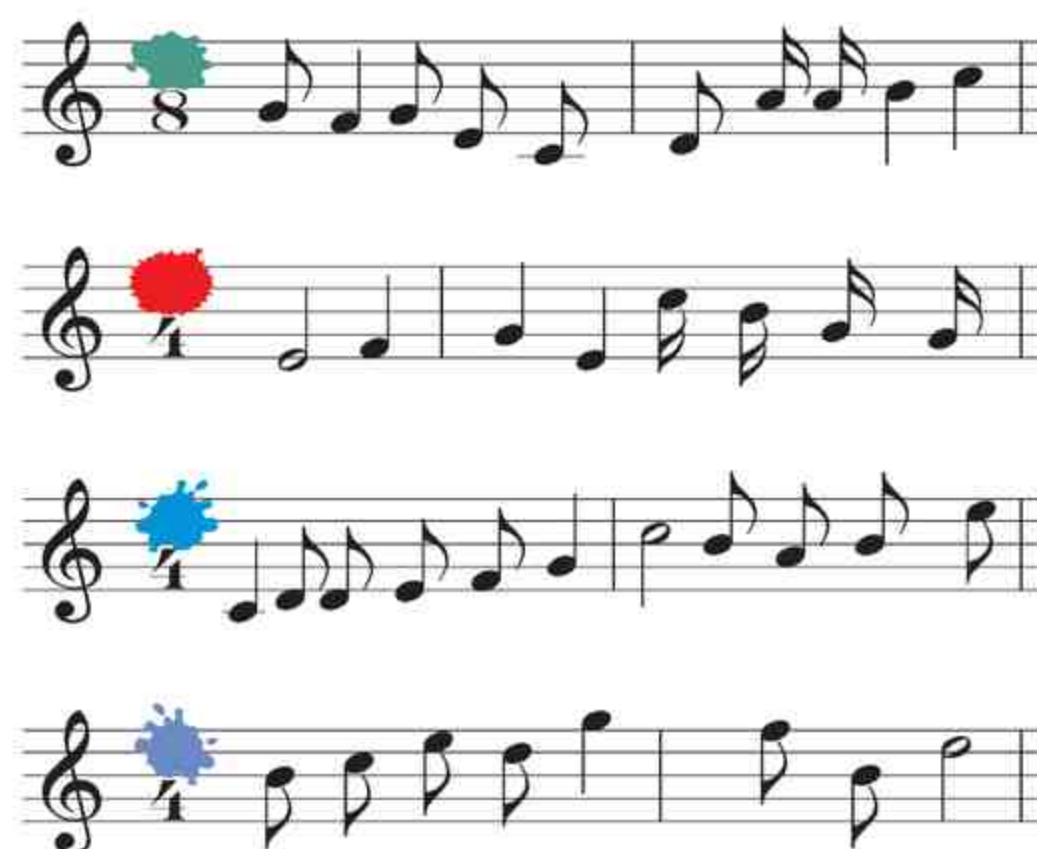


Za kluczem wiolinowym treble clef znajduje się metrum (np. $\frac{3}{8}$). Kreskami pionowymi ograniczone są takty. W każdym takcie suma wartości wszystkich nut jest równa metrum.



14. Ilu ludzi musiałoby stać obok siebie tak, aby utworzyć łańcuch dookoła Polski? Łączna długość naszych granic wynosi 3511 km, a jedna osoba zajmuje około $\frac{2}{3}$ m.

11. Przeczytaj ciekawostkę. Jakie liczby kryją się pod zamalowaną częścią metrum?



12. Kropka przy nucie oznacza zwiększenie wartości nuty o połowę. Jakie jest metrum utworu, którego fragment przedstawiają nuty poniżej?



13. W kuchni stoją trzy pojemniki z oliwą. W pierwszym jest $1\frac{1}{12}$ litra oliwy, w drugim jest $2\frac{1}{3}$ litra, a w trzecim $1\frac{1}{4}$ litra. Jeden litr oliwy waży $\frac{10}{11}$ kilograma. Ile kilogramów waży razem oliwa ze wszystkich trzech pojemników?



15. Państwo Adamscy kupili działkę budowlaną o powierzchni 450 m^2 . Postawili na niej dom, który zajmował $\frac{3}{10}$ działki, $\frac{2}{9}$ działki przeznaczyli na część gospodarczą. Na pozostałej części urządzili ogród. Jaką powierzchnię ma ogród państwa Adamskich?

16. Andrzej zebrał $2\frac{1}{2}$ litra jagód. Wracając z lasu, zjadł $\frac{1}{4}$ zebranych jagód. Tuż przed progiem domu potknął się i z koszyka wysypała się $\frac{1}{3}$ jagód, które niósł. Ile jagód zostało w koszyku?



Azja zajmuje około $\frac{3}{10}$ powierzchni lądów na Ziemi, a Europa $\frac{1}{15}$.

Chiny zajmują około $\frac{5}{24}$ powierzchni Azji, a Polska $\frac{3}{100}$ powierzchni Europy.

Azjaci stanowią około $\frac{5}{9}$ ludności świata, a Europejczycy $\frac{2}{21}$.

W Chinach mieszka $\frac{9}{25}$ ludności Azji, a w Polsce $\frac{3}{40}$ ludności Europy.

17. Przeczytaj uważnie informacje podane obok.

- Jaką część powierzchni wszystkich lądów zajmują Chiny, a jaką — Polska?
- Jaką część ludności świata stanowią mieszkańcy Chin, a jaką — Polski?
- Co ma większą powierzchnię — Europa czy Chiny?
- Gdzie jest więcej mieszkańców — w Europie czy w Chinach? Ile razy więcej?

18. Woda stanowi $\frac{8}{9}$ masy jabłka. Ususzono $4,5 \text{ kg}$ jabłek. Siedem ósmych wody wyparowało. Ile ważyły suszone jabłka?

19. W czterech klasach szóstych zbierano pieniądze na bilety do teatru. Klasa VI a wpłaciła 180 zł , VI b — 120 zł , a klasy VI c i VI d po 150 zł . Bilety okazały się tańsze, niż się spodziewano, w sumie kosztowały 500 zł . Jak podzielić resztę pieniędzy między klasy?



Wstążka ma długość $\frac{2}{3} \text{ m}$. Jak odmierzyć pół metra tej wstążki, gdy nie mamy do dyspozycji podziałki centymetrowej?

Ułamki zwykłe i dziesiętne

Gdy wykonujemy działania na liczbach, z których jedna jest ułamkiem zwykłym, a druga — dziesiętnym, przydaje się umiejętność zamiany ułamków. W poniższych przykładach przypominamy, jak zamieniamy ułamki dziesiętne na ułamki zwykłe oraz jak można zamienić niektóre ułamki zwykłe na dziesiętne.

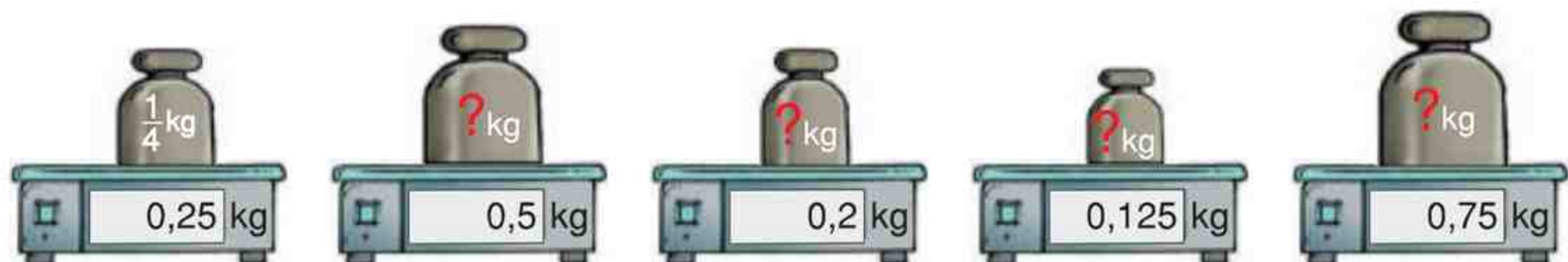
PRZYKŁADY

$$\begin{aligned}6,8 &= 6\frac{8}{10} = 6\frac{4}{5} \\10,024 &= 10\frac{24}{1000} = 10\frac{3}{125} \\0,06 &= \frac{6}{100} = \frac{3}{50}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1\frac{7}{20} &= 1\frac{35}{100} = 1,35 \\ \frac{12}{15} &= \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0,8 \\ \frac{7}{250} &= \frac{28}{1000} = 0,028\end{aligned}$$

Uwaga. Nie każdy ułamek zwykły można zapisać w postaci ułamka o mianowniku 10, 100 lub 1000 itd. Na przykład ułamków $\frac{1}{3}$ i $\frac{5}{14}$ nie możemy w ten sposób zapisać.

ĆWICZENIE. Na pierwszym rysunku zilustrowano równość $\frac{1}{4} = 0,25$. Ustal, jakimi ułamkami zwykłymi należy zastąpić znaki zapytania i zapisz odpowiednie równości.



ZADANIA

1. Do liter na osi liczbowej dopasuj następujące liczby:

2,12 $\frac{29}{20}$ $2\frac{1}{4}$ $\frac{4}{5}$ 0,9 1,4



2. Uporządkuj podane liczby w kolejności rosnącej.

a) $\frac{75}{20}$ $\frac{25}{8}$ 3,25 3,7 b) $1\frac{3}{5}$ 1,4 1,397 $1\frac{3}{8}$

3. Które z podanych liczb leżą na osi liczbowej między zaznaczonymi punktami?

a) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{27}{100}$ $\frac{13}{50}$ $\frac{1}{8}$



b) 1,201 2,37 1,025 2,125 2,4



4. Oblicz dwoma sposobami — raz zamień ułamki zwykłe na dziesiętne, a następnie ułamki dziesiętne na zwykłe.

a) $\frac{2}{5} + 0,77$

c) $3\frac{1}{5} - 2,25$

e) $\frac{1}{2} \cdot 0,3$

b) $8\frac{3}{4} + 1,125$

d) $6,8 - 5\frac{1}{4}$

f) $2,4 : \frac{3}{5}$

5. Oblicz.

a) $0,48 - \frac{1}{8}$

d) $1,75 - \frac{5}{6}$

g) $6,4 \cdot \frac{5}{8}$

j) $2,4 : 1\frac{3}{5}$

b) $15,4 + 3\frac{1}{3}$

e) $6\frac{1}{7} - 4,5$

h) $\frac{2}{15} \cdot 0,75$

k) $3\frac{3}{4} : 0,05$

c) $5\frac{2}{5} + 2,125$

f) $3\frac{1}{3} - 2,3$

i) $1\frac{3}{7} \cdot 0,056$

l) $2\frac{5}{6} : 3,4$

6. Na fotografiach przedstawiono pięć koni różnej maści. Wykonaj obliczenia, a dowiesz się, jak nazywamy konie o takich kolorach sierści.



$6,5 : (2\frac{1}{4} \cdot 6 - 0,5)$



$(5 - 1\frac{1}{2}) : (2\frac{3}{8} - 1,75)$



$3\frac{3}{4} \cdot 0,8 + 2\frac{2}{3} \cdot 0,3$



$\frac{5}{7} \cdot 4,2 - (1\frac{1}{4} - 0,5)$

5 — bułany
5,6 — gniady
3,8 — kary
 $2\frac{1}{4}$ — kasztan
 $\frac{1}{2}$ — tarantowaty



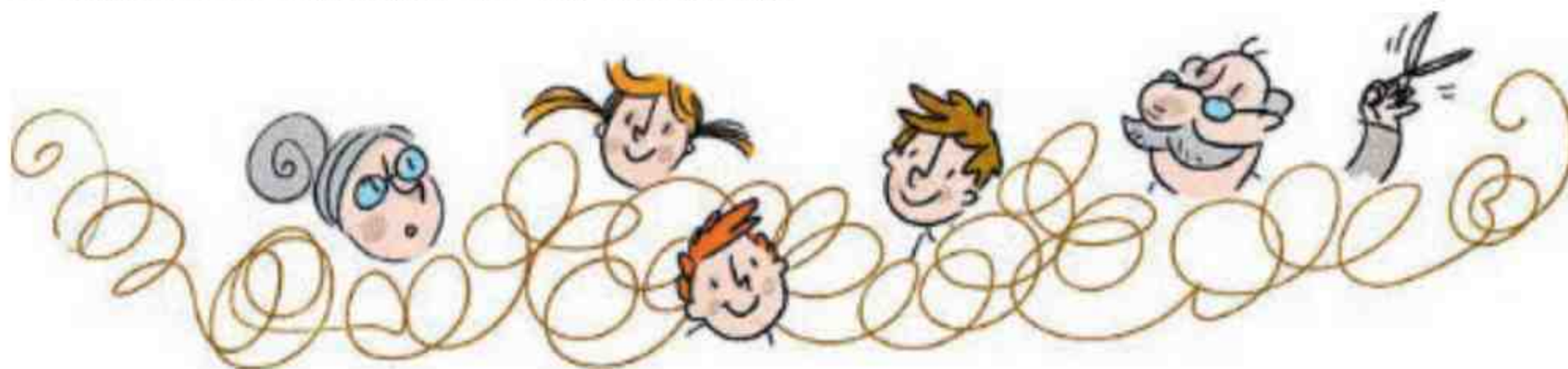
$4\frac{1}{2} - 2,4 : 2\frac{2}{3} + 1,4$

7. Oblicz.

- a) $4,67 - \left(3\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)$ c) $3,6 : \frac{3}{5} - 1\frac{1}{5}$ e) $2,8 \cdot 1\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \cdot 0,75$
b) $2,8 + 1\frac{1}{3} \cdot 0,9$ d) $0,2^2 \cdot \left(1,6 - \frac{2}{5}\right)$ f) $(4,5 - 1,1) \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} - 1$

8. Pani Ala ma pracować w poniedziałki, wtorki i środy po 8 godzin dziennie. Gdyby pracowała przez pięć dni w tygodniu po 8 godzin dziennie, otrzymałaby pełne wynagrodzenie. Pracodawca zaproponował jej 0,65 pełnego wynagrodzenia. Czy pani Ala powinna być zadowolona z tej propozycji?

9. Dziadek Karol kupił kłębek sznurka długości 7,5 m. Połowę sznurka oddał swojemu wnukowi, który budował tratwę. Babcia zużyła $\frac{2}{3}$ pozostałej części sznurka do podwiązywania pomidorów. Młodszy wnuk odciął połowę tego, co zostało, bo potrzebował wydłużyć linkę latawca. Potem $\frac{2}{5}$ reszty sznurka wykorzystała wnuczka do zrobienia bransoletki. Jaka część kupionego sznurka została dziadkowi? Ile to metrów?



10. Proszek *Błysk* waży 2,88 kg brutto, czyli wraz z opakowaniem. Masa opakowania (tara) stanowi $\frac{1}{6}$ masy brutto. Jaka jest masa netto (masa proszku)? Ile będzie ważył proszek z opakowaniem, gdy odsypimy $\frac{1}{3}$ proszku?



Liczbę 0,12 przedstaw w postaci sumy dwóch różnych ułamków zwykłych o liczniku 1. Liczbę 0,13 przedstaw w postaci sumy trzech różnych ułamków zwykłych o liczniku 1.

Rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych

Niektóre ułamki zwykłe można zamienić na ułamki dziesiętne, rozszerzając je do ułamka o mianowniku 10, 100 lub 1000 itd. Taką zamianę można wykonać także w inny sposób — dzieląc licznik przez mianownik (pisemnie lub za pomocą kalkulatora).

Sposób I: $\frac{23}{25} = \frac{92}{100} = 0,92$

Sposób II:

$$\begin{array}{r} 0,92 \\ 23 : 25 \\ \underline{230} \\ -225 \\ \hline 50 \\ -50 \\ \hline = = \end{array}$$

ĆWICZENIE. Ułamki: $\frac{13}{25}$, $\frac{14}{56}$ i $\frac{51}{15}$ zamień na dziesiętne, dzieląc licznik przez mianownik.



Przyjrzyj się rysunkom. Jak myślisz, który jubiler wykonuje swoje wyroby ze złota lepszej jakości? Aby odpowiedzieć na to pytanie, musimy porównać liczby $\frac{14}{24}$ i 0,585. Najłatwiej porównuje się ułamki dziesiętne. Spróbujmy zatem zamienić ułamek $\frac{14}{24}$ na ułamek dziesiętny.

$$\frac{14}{24} = \frac{7}{12} = ?$$

$$\begin{array}{r} 0,5833... \\ 7 : 12 \\ \underline{70} \\ -60 \\ \hline 100 \\ -96 \\ \hline 40 \\ -36 \\ \hline 40 \\ -36 \\ \hline 4 \end{array}$$

$\frac{14}{24} = 0,5833333...$

Ułamek $\frac{14}{24}$ możemy najpierw skrócić, a potem wykonać dzielenie.

Dzielenie się nie kończy. Od pewnego momentu powtarza się ta sama cyfra nieskończenie wiele razy. Mówimy wtedy, że liczba $\frac{14}{24}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.

Łatwo zauważyć, że $\frac{14}{24} = 0,58333333...$ to mniej niż 0,585, zatem jubiler Złotopolski wykonuje biżuterię ze złota nieco gorszej jakości niż jubiler Medalierski.



Każdy ułamek zwykły można zapisać w postaci dziesiętnej, czyli podać jego rozwinięcie dziesiętne. Niektóre ułamki mają rozwinięcie dziesiętne skończone, a inne — rozwinięcia dziesiętne nieskończone.

$$\frac{3}{16} = ? \quad \begin{array}{r} 0,1875 \\ 3 : 16 \\ \underline{30} \\ -16 \\ \hline 140 \\ -128 \\ \hline 120 \\ -112 \\ \hline 80 \\ -80 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\frac{3}{16} = 0,1875$$

Ułamek $\frac{3}{16}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

$$\frac{3}{11} = ? \quad \begin{array}{r} 0,27272 \\ 3 : 11 \\ \underline{30} \\ -22 \\ \hline 80 \\ -77 \\ \hline 30 \\ -22 \\ \hline 80 \\ -77 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\frac{3}{11} = 0,2727272727...$$

Ułamek $\frac{3}{11}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.



Jeśli ułamek ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone, to od pewnego miejsca w tym rozwinięciu powtarza się pewien układ cyfr, zwany okresem. Takie rozwinięcie nazywamy okresowym i możemy je zapisać w skróconej postaci.

rozwinięcie dziesiętne skrócony zapis

$$\frac{14}{24} = 0,58333333333333... = 0,58(3)$$

okresem jest 3

$$\frac{3}{11} = 0,27272727272727... = 0,(27)$$

okresem jest 27

$$2\frac{5}{333} = 2,015015015015... = 2,(015)$$

okresem jest 015

Uwaga. Każde rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe odpowiada pewnemu ułamkowi zwykłemu, ale znalezienie tego ułamka jest dość skomplikowane.

ZADANIA

1. Zapisz w skróconej postaci rozwinięcia dziesiętne liczb:

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $1\frac{1}{6}$ e) $\frac{7}{11}$

2. Znajdź dziesiątą cyfrę po przecinku każdej z liczb:

- a) 6,(12) b) 0,(071) c) 2,05(13) d) 0,072(27)

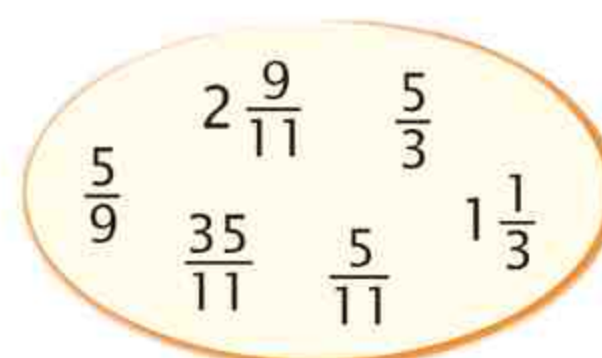
3. Porównaj podane liczby.

- a) $\frac{2}{9}$ i 0,22 c) $6\frac{2}{3}$ i 6,(3) e) 0,(89) i 0,8(988)
b) $\frac{1}{3}$ i 0,34 d) 0,(75) i 0,(57) f) 0,(46) i 0,4(641)

4. a) Która z liczb podanych obok jest największa, a która — najmniejsza?

b) Które z tych liczb są większe od 1,5?

c) Które z tych liczb są mniejsze od 0,(54)?



$$\frac{1}{12} = 0,08333...$$

$$\frac{10}{12} = 0,8333...$$

$$\frac{1}{120} = 0,008333...$$

5. a) Przyjrzyj się równościom zapisanym obok. Podaj rozwinięcia dziesiętne liczb: $\frac{100}{12}$ i $\frac{1}{1200}$.

b) Korzystając z równości $\frac{32}{33} = 0,(96)$, znajdź rozwinięcia dziesiętne następujących liczb:

$$\frac{320}{33}$$

$$\frac{32}{330}$$

$$\frac{3200}{33}$$

$$\frac{32}{3300}$$

Ciekawostka

Jeśli mianownik ułamka nieskracalnego dzieli się przez liczbę pierwszą różną od 2 i od 5 (np. przez 3, 7, 11, 13 itd.), to rozwinięcie dziesiętne tego ułamka jest nieskończone.

Na przykład ułamek $\frac{2}{35}$ ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone, bo 35 dzieli się przez 7.

Jeśli mianownik ułamka nieskracalnego nie dzieli się przez żadną liczbę pierwszą poza liczbami 2 i 5, to rozwinięcie dziesiętne tego ułamka jest skończone.

Na przykład ułamek $\frac{7}{16}$ ma rozwinięcie dziesiętne skończone, gdyż jedyną liczbą pierwszą, przez którą dzieli się 16, to liczba 2.

6. Przeczytaj ciekawostkę.

a) Poniższe ułamki są nieskracalne. Które z nich mają rozwinięcia dziesiętne skończone?

$$\frac{4}{15} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{25}{49} \quad \frac{49}{25} \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{13}{33} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{7}{125} \quad \frac{3}{26} \quad \frac{1}{60} \quad \frac{25}{303}$$

b) Uzasadnij, że ułamki $\frac{21}{48}$, $\frac{96}{150}$ i $\frac{52}{130}$ mają rozwinięcia dziesiętne skończone.



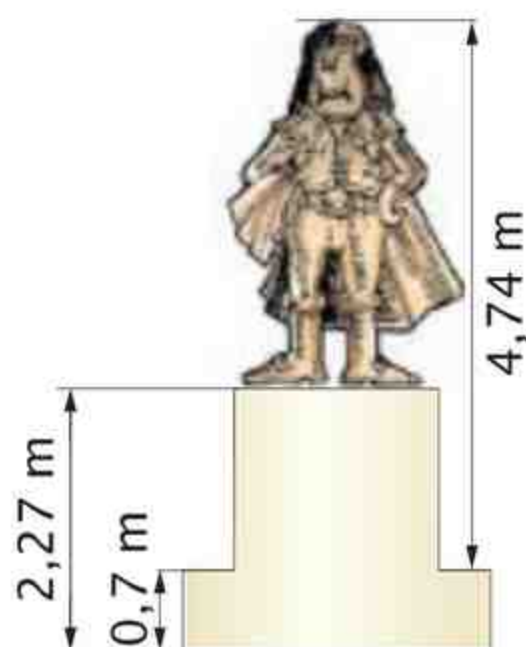
Używając czterech cyfr: 0, 1, 2 i 3, każdej dokładnie raz, zapisz ułamek okresowy większy od 0,(123) i jednocześnie mniejszy od 0,(321). Zapisz jak najwięcej takich ułamków.

1. Ewa i Jaś zbierają drobne monety. Ewa ma 750 monet o nominale 20 gr, a Jaś uzbierał taką samą kwotę w pięćdziesięciogroszówkach. Ile monet zebrał Jaś?

- A. 375 C. 300
B. 150 D. 1500

2. Jaką wysokość ma posąg, który ustawiono na postumencie?

- A. 2,47 m
B. 3,17 m
C. 4,04 m
D. 5,44 m



3. Olek za trzy ołówki zapłacił 3,60 zł, a Kasia kupiła 5 długopisów i zapłaciła za nie 8 zł.

Kamil kupił pięć takich ołówków i trzy długopisy. Ile zapłacił za te zakupy?

- A. 10,80 zł B. 11,60 zł

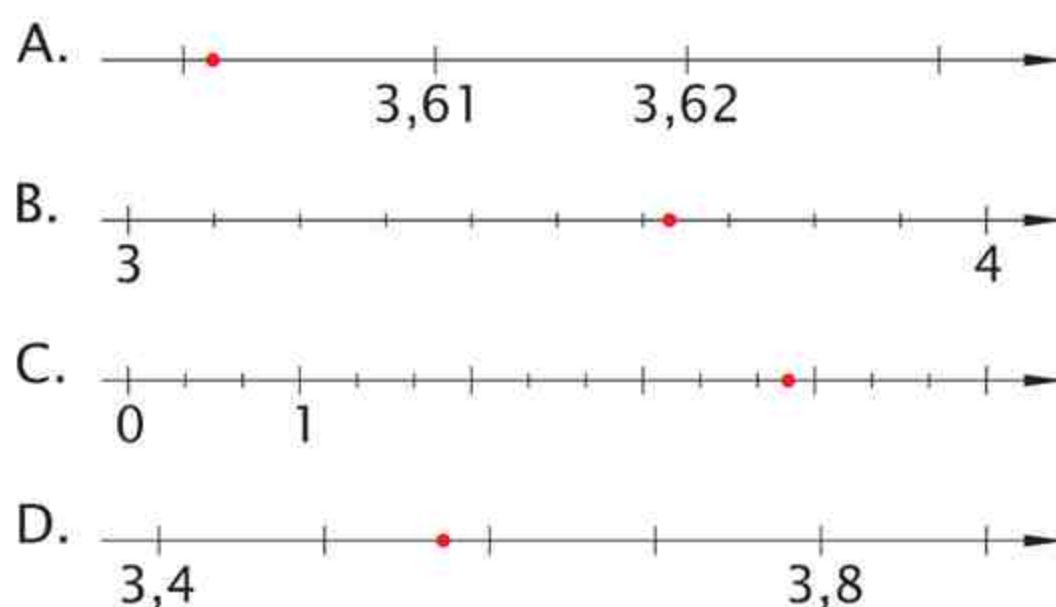
Wanda kupiła osiem długopisów, a Zenek kupił dziesięć ołówków. Kto zapłacił więcej?

- C. Wanda D. Zenek

4. Które zdanie jest nieprawdziwe?

- A. Resztą z dzielenia liczby $34 \cdot 14 + 6$ przez 7 jest 6.
B. Liczba o 5 większa od $15 \cdot 7 + 2$ jest podzielna przez 7.
C. Reszta z dzielenia liczby $151 \cdot 3 + 4$ przez 3 jest równa 4.
D. Reszty z dzielenia przez 13 liczb 1300 i 260 są równe.

5. Na której osi liczba zaznaczona czerwona kropką jest mniejsza od $\frac{18}{5}$?



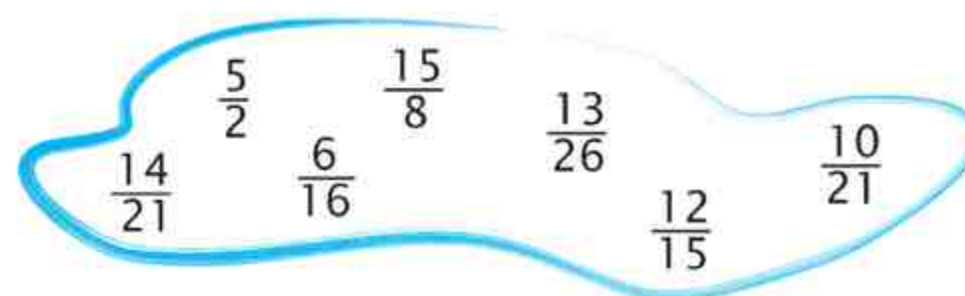
6. Z równości: $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ oraz $231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$ wynika, że największym wspólnym dzielnikiem liczb 70 i 231 jest:

- A. 7 B. 11

Najmniejszą wspólną wielokrotnością liczb 70 i 231 jest:

- C. 210 D. 2310

7. Poniżej zapisano kilka ułamków zwykłych. Oceń prawdziwość podanych zdań.



① Cztery spośród tych ułamków są nieskracalne. PRAWDA / FAŁSZ

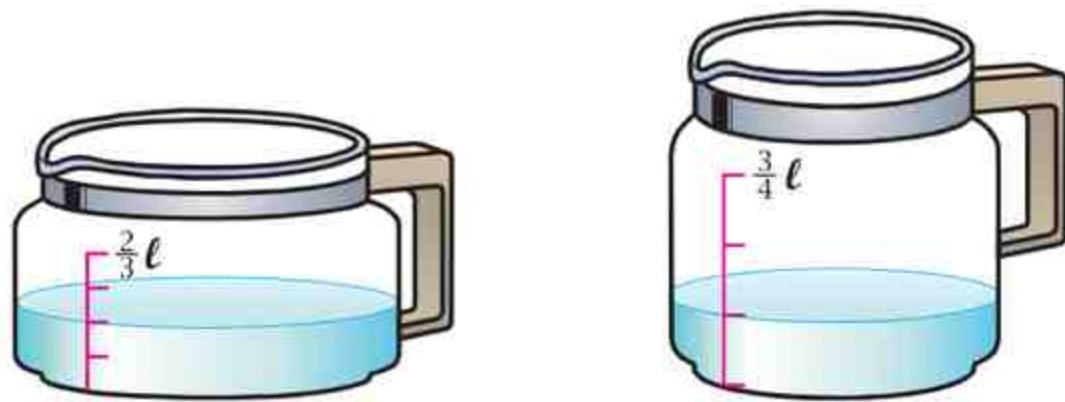
② Dwa spośród tych ułamków są niewłaściwe. PRAWDA / FAŁSZ

③ Trzy spośród tych ułamków są mniejsze od $\frac{1}{2}$. PRAWDA / FAŁSZ

8. Który zapis przedstawia liczbę $\frac{5}{90}$?

- A. 0,05 C. 0,0555...
B. 0,555... D. 0,050505...

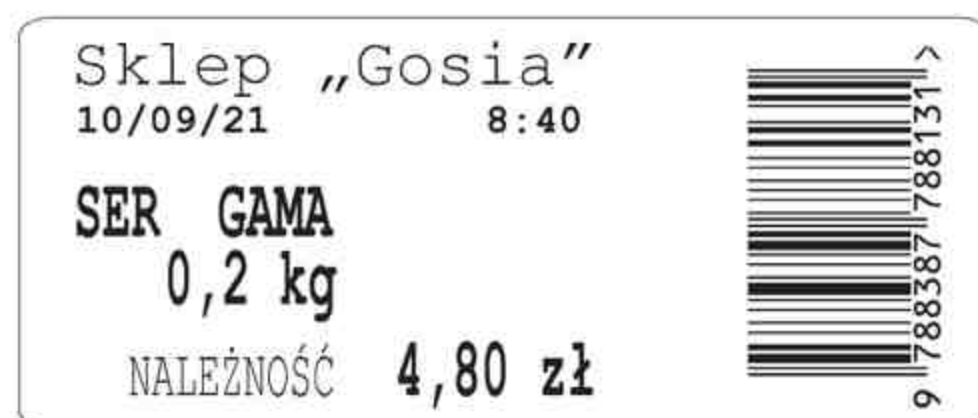
9. W którym naczyniu jest więcej wody i o ile więcej?



10. Ola miała stare mosiężne sztucce, o których wszyscy mówili, że są wyjątkowo ciężkie. Postanowiła więc je zważyć. Nóż ważył 10,7 dag i był o 2,3 dag cięższy od widelca. Widelec był dwa razy lżejszy od łyżki. Ile ważył widelec, a ile — łyżka?

11. Harcerze ugotowali 10 litrów grochówki. Zupa była bardzo gęsta, więc dolali do garnka 3,4 litra wody. Każdy z harcerzy zjadł po $\frac{1}{5}$ litra grochówki. W garnku zostało jeszcze 3,8 litra zupy. Ilu było harcerzy?

12. Przyjrzyj się etykietce. Ile kosztuje pół kilograma sera Gama?



Odpowiedzi do quizu (str. 27). 1. 9, 5; 2. niewłaściwym; 3. wszystkie; 4. rozszerzyć, mnożąc licznik i mianownik przez 4; 5. wszystkie oprócz $\frac{2}{3}$ i $\frac{25}{30}$; 6. $5 + \frac{1}{3}$; 7. wszystkie z wyjątkiem $\frac{16}{17}$; 8. $\frac{7}{11}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{14}{8}$; 9. o $\frac{3}{7}$; o $\frac{2}{5}$; 10. dwie; 11. np. 18, 36, 180 — wszystkie wielokrotności liczby 18; 12. tak; 13. $\frac{1}{7}$; 14. nie; 15. 0; 16. 1; 17. np. $\frac{15}{18}$; 18. nie.

(17–19 punktów) Doskonale. Masz naprawdę dużą wiedzę o ułamkach. Na pewno też świetnie sobie radzisz z działaniami na nich. Najbliższe lekcje zapewne będą dla ciebie bardzo łatwe.

(14–16 punktów) Sporo pamiętasz z poprzedniej klasy, ale nie wszystko. Trzeba się będzie jednak trochę przyłożyć do nauki.

(11–13 punktów) Twoja wiedza nie jest idealna. Wiesz sporo, ale mylą ci się określenia. Czasem postępujesz mechanicznie i nie zauważasz pomyłek. Jednak gdy się skupisz, na ogół nie robisz błędów. Możliwości masz duże, ale łatwość popełniania błędów nie mniejszą. Musisz się bardziej koncentrować i uważać.

(5–10 punktów) Masz duże luki w wiadomościach. A może po prostu masz dziś wyjątkowo zły dzień? Ale jest jeszcze czas, by nadrobić braki. Żeby nie mieć kłopotów w następnych latach nauki, musisz teraz więcej pracować i bardziej uważać. Zanim

przystąpisz do działań na ułamkach, przeczytaj uważnie wskazówki na stronie 26 i jeszcze raz rozwiąż quiz.

(3–4 punkty) Twoja wiedza jest mizerna! Właściwie prawie wcale jej nie ma. Jeżeli od dziś nie zaczniesz się uczyć, twoje kłopoty będą się tylko pogłębiać. Daj sobie szansę. Uważaj na lekcji, odrabiaj zadania domowe, skoncentruj się. Pytaj, gdy czegoś nie wiesz lub nie rozumiesz, nie pozwól sobie na pozostawanie w niewiedzy, bo potem możesz nie mieć okazji nadrobić braków. Przeczytaj uważnie wskazówki na stronie 26 i rozwiąż quiz jeszcze raz.

(0–2 punkty) Czy to możliwe, że tak zupełnie nic nie pamiętasz? Jeśli to nie był żart, czeka cię dużo pracy. Poleniuchowało się, ale teraz koniec! Taki wynik quizu świadczy o tym, że wiadomości z piątej klasy uleciały z twojej głowy. Za to teraz musisz pracować dwa razy więcej niż inni. Albo $2\frac{1}{2}$ razy więcej...

w krainie łamigłówek

1

Pewną plotkę powtarzano z ust do ust tak szybko, że po każdej godzinie liczba osób, które ją znały, podwajała się. Po dziesięciu godzinach plotkę znało już całe miasto. Po ilu godzinach znało ją pół miasta?

2

Panie Ania, Basia i Celina bardzo lubią rozmawiać ze sobą przez telefon i codziennie każda z nich rozmawia z każdą oddzielnie. Pewnego dnia rozmowy z panią Basią i z panią Celiną zajęły pani Ani 4,5 godziny, rozmowy pani Basi z paniami Anią i Celiną trwały w sumie 3,5 godziny, a rozmowy pani Celiny z paniami Basią i Anią trwały 5 godzin. Łącznie rozmowy te trwały 6,5 godziny. Które dwie panie rozmawiały ze sobą najdłużej i ile czasu trwała rozmowa?



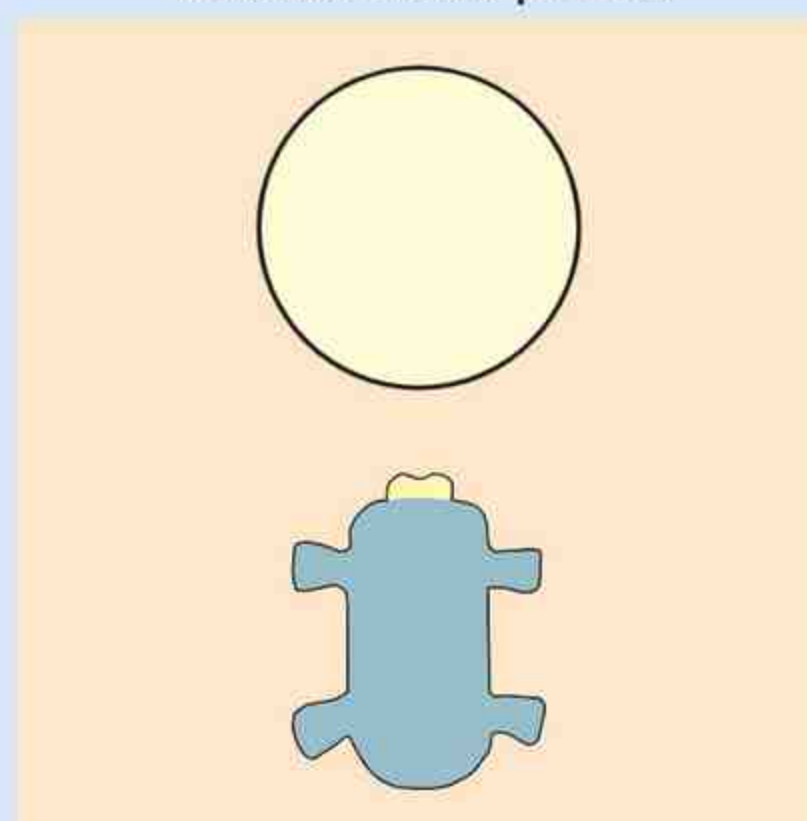
Figury na płaszczyźnie

Wyobraź sobie krainę, w której mieszkają płaskie stworzenia zwane Płaszczakami i gdzie wszystko jest płaskie. Kraina ta przypomina olbrzymią kartkę papieru, jej mieszkańcy mogą poruszać się po całej płaszczyźnie kartki, ale nie mogą wznieść się ponad nią.

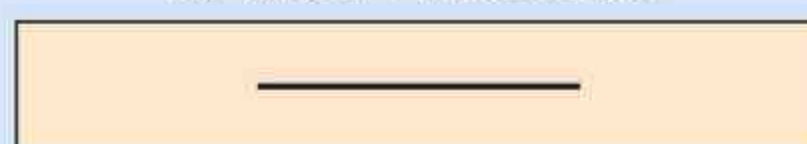
Patrząc na krainę Płaszczaków z lotu ptaka, możemy zobaczyć nie tylko jej mieszkańców, ale także różne figury geometryczne.

Płaszczak, patrząc na figury geometryczne, które spotyka w swojej krainie, widzi coś innego niż obserwator z lotu ptaka. Na przykład patrząc na koło, widzi odcinek.

Widok z lotu ptaka:



To widzi Płaszczak:



1. Popatrz na poniższe rysunki. Co widzą Płaszczaki?



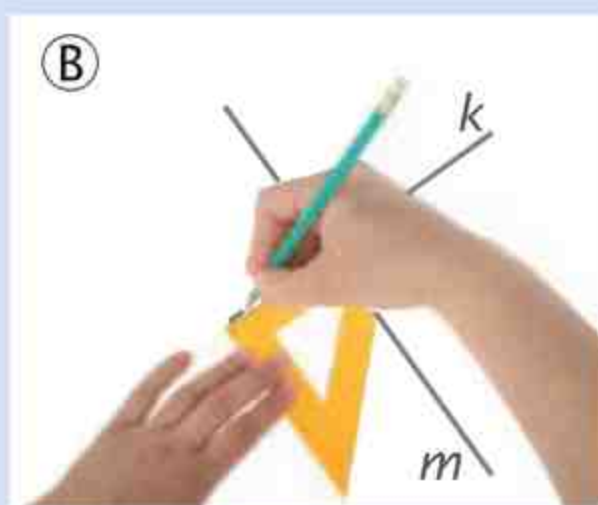
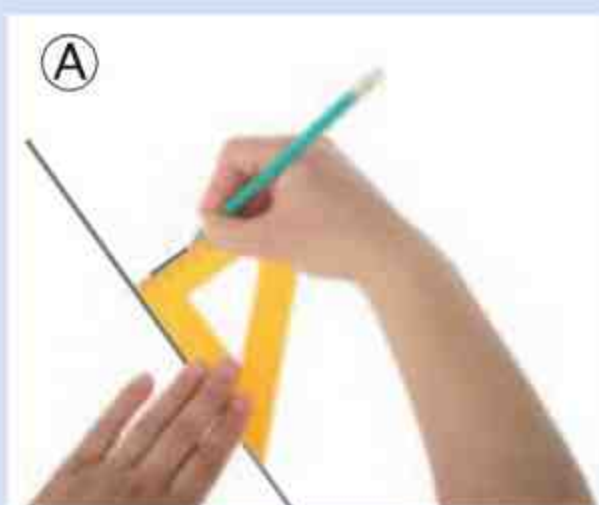
2. Czy Płaszczak, patrząc na półprostą, może zobaczyć punkt?
3. Czy patrząc na kąt, Płaszczak może zobaczyć prostą?
4. Płaszczak rozpoznaje niektóre figury, obchodząc je dookoła. Jak myślisz, czy Płaszczak może odróżnić kwadrat od trójkąta równobocznego?

Proste i odcinki

ĆWICZENIE A. Nauczycielka wykonała rysunek i opowiedziała uczniom, jakie figury geometryczne na nim umieściła. Narysuj odręcznie, jak może wyglądać rysunek opisany przez nauczycielkę.



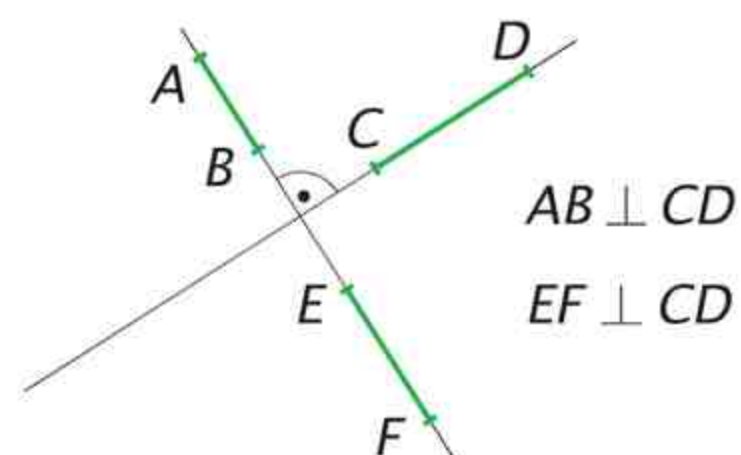
Poniższe fotografie przypominają, jak za pomocą ekierki można narysować proste prostopadłe lub odcinki prostopadłe.



Proste k i m na rysunku (B) są prostopadłe. W skrócie zapisujemy to tak:

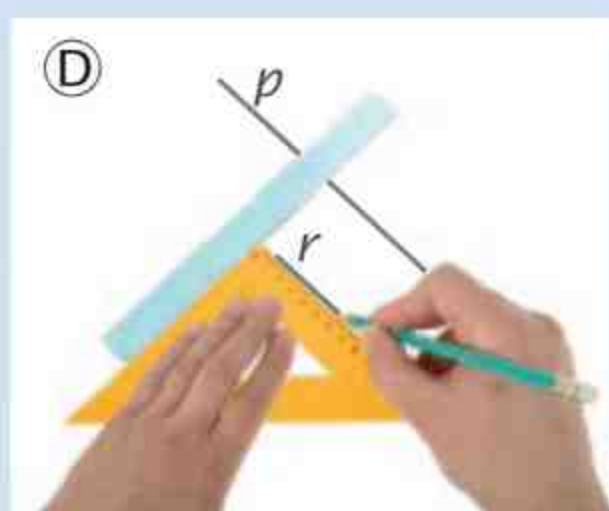
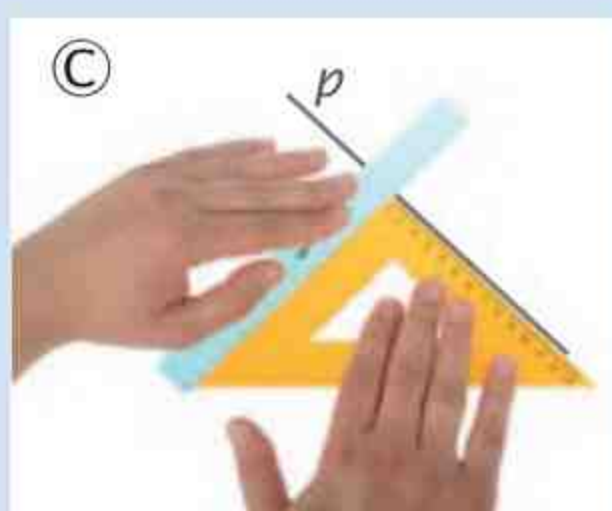
$$k \perp m$$

Przypomnijmy, że o dwóch odcinkach mówimy, że są prostopadłe, gdy leżą na prostych prostopadłych.



ĆWICZENIE B. Narysuj za pomocą ekierki dwie proste prostopadłe oraz dwa odcinki prostopadłe, które mają wspólny koniec.

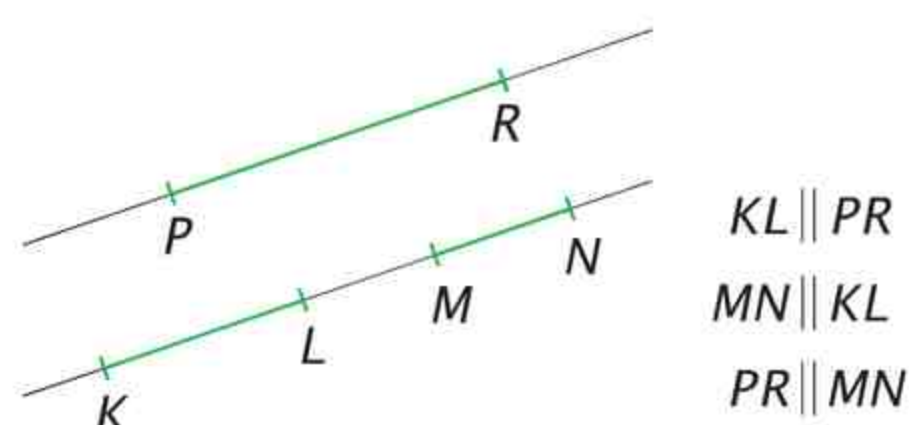
Kolejne dwie fotografie przypominają sposób rysowania prostych równoległych lub odcinków równoległych za pomocą ekierki i linijki.



Proste p i r na rysunku ④ są równoległe. W skrócie zapisujemy to tak:

$$p \parallel r$$

O dwóch odcinkach mówimy, że są równoległe, gdy leżą na prostych równoległych lub na jednej prostej.

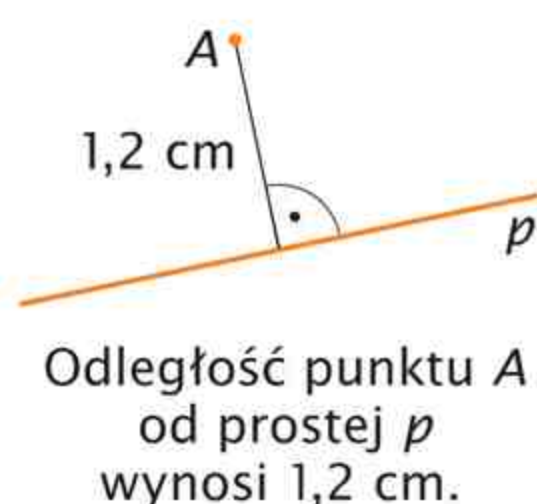


ĆWICZENIE C. a) Wyobraź sobie, że masz przez telefon wyjaśnić koleżce, jak się rysuje proste równoległe za pomocą ekierki i linijki. Jak mu to wytłumaczysz?

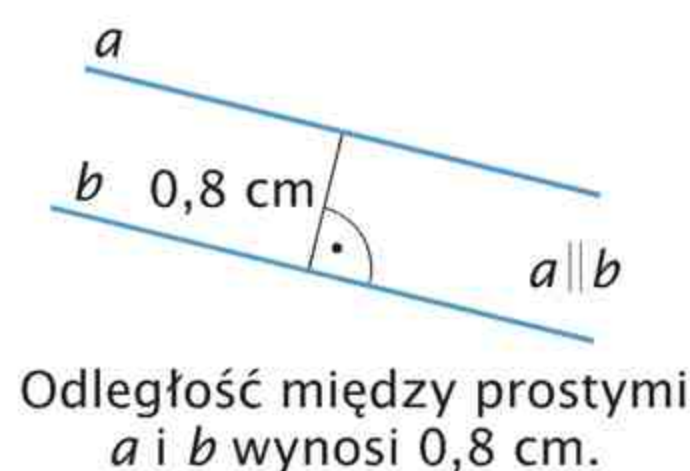
b) Narysuj za pomocą ekierki i linijki dwie proste równoległe.

ZADANIA

1. Narysuj za pomocą linijki i ekierki proste a , b , c , d , o których wiadomo, że $a \perp c$, $b \parallel d$, proste b i c się przecinają, ale nie są prostopadłe.



2. a) Narysuj prostą i zaznacz kilka punktów oddległych od niej o 2,3 cm.
b) Narysuj dwie proste równoległe, których odległość wynosi 1,8 cm.



3. Narysuj dwa odcinki:

- prostopadłe przecinające się,
- prostopadłe nieprzecinające się,
- równoległe.

4. Które z poniższych zdań są prawdziwe?

- ① Przez dwa punkty może przechodzić tylko jedna prosta.
- ② Dwa odcinki prostopadłe zawsze się przecinają.
- ③ Proste, które się nie przecinają, na pewno są równoległe.
- ④ Dwa nieprzecinające się odcinki są na pewno równoległe.
- ⑤ Dwa odcinki równoległe nigdy nie mają punktów wspólnych.

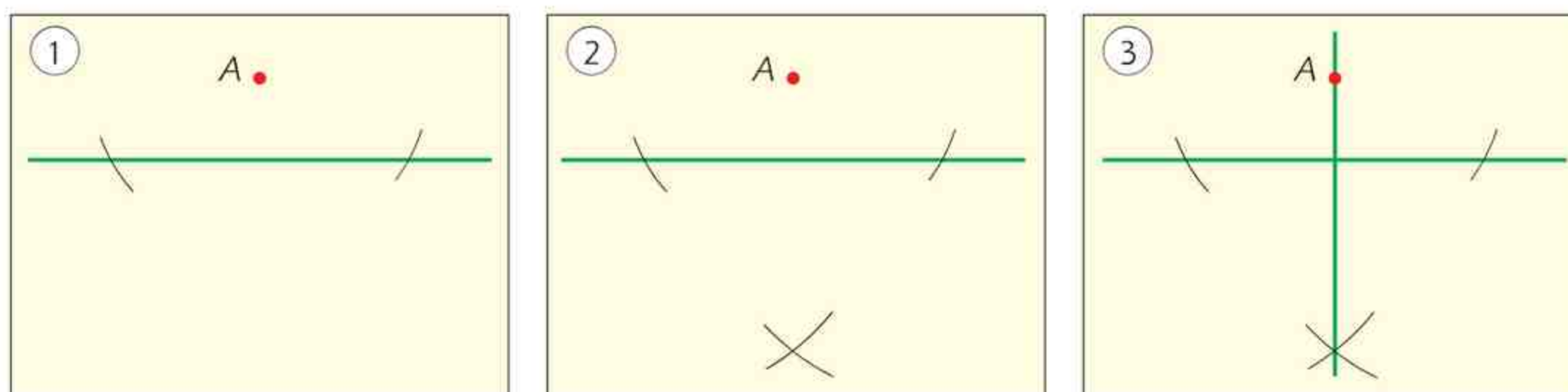
5. Przypomnij sobie, jaką figurę nazywamy półprostą. Narysuj dwie półproste, które:

- a) nie mają punktów wspólnych,
- b) mają jeden punkt wspólny,
- c) mają nieskończenie wiele punktów wspólnych.

Ciekawostka

Umiesz rysować proste prostopadłe za pomocą ekierki. Poniższa instrukcja pokazuje, jak można to zrobić, używając cyrkla i linijki bez podziałki.

KONSTRUKCJA PROSTEJ PROSTOPADŁEJ DO DANEJ PROSTEJ, PRZECHODZĄCEJ PRZEZ DANY PUNKT



- ① Z punktu A kreślimy łuki o tym samym promieniu, przecinające prostą k w dwóch punktach.
- ② Z obu otrzymanych punktów kreślimy przecinające się łuki o jednakowych promieniach (większych od połowy długości odcinka).
- ③ Przez punkt przecięcia łuków oraz punkt A prowadzimy prostą.

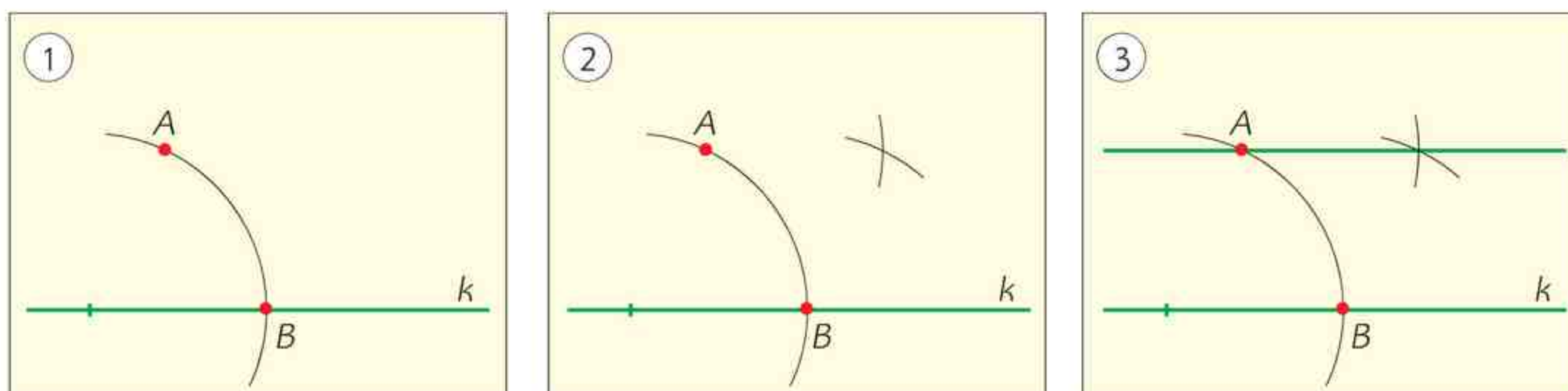
6. Korzystając z ciekawostki, skonstruuj za pomocą cyrkla i linijki:

- a) dwie proste prostopadłe,
- b) dowolny kwadrat.

Ciekawostka

Jeśli mamy do dyspozycji ekierkę i linijkę, to możemy rysować proste równoległe. Poniższa instrukcja pokazuje, jak można to wykonać, posługując się cyrklem i linijką bez podziałki.

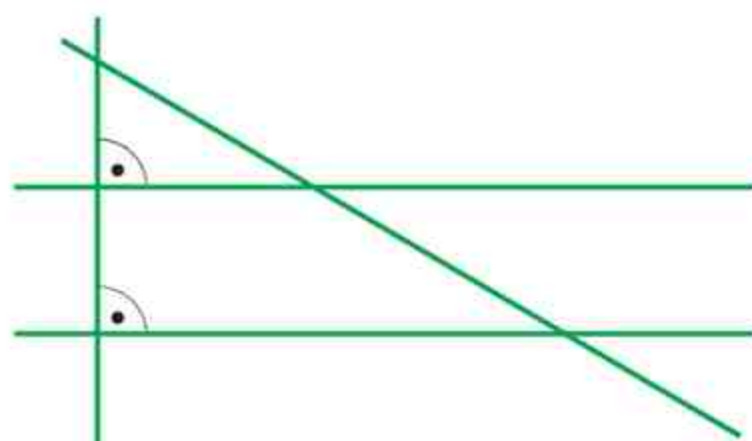
KONSTRUKCJA PROSTEJ PRZECHODZĄCEJ PRZES DANY PUNKT, RÓWNOLEGŁEJ DO DANEJ PROSTEJ



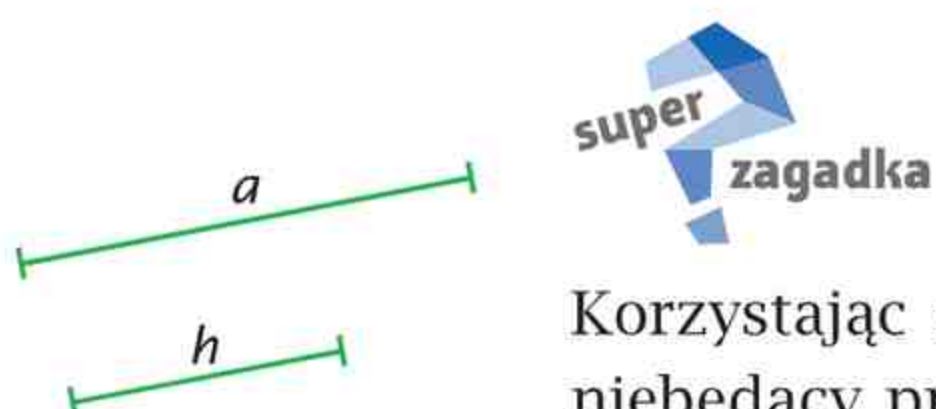
- ① Z dowolnego punktu na prostej k kreślimy łuk przechodzący przez punkt A i przecinający prostą k .
- ② Z otrzymanego punktu B przecięcia łuku z prostą oraz z punktu A kreślimy przecinające się łuki, nie zmieniając rozwartości cyrkla.
- ③ Przez punkt A i punkt przecięcia łuków prowadzimy prostą.

7. Narysuj dowolną prostą p i po obu jej stronach zaznacz po jednym punkcie. Korzystając z ciekawostki, skonstruuj proste równoległe do prostej p , przechodzące przez zaznaczone punkty.

8. Skonstruuj za pomocą cyrkla i linijki dwie proste równoległe, których odległość jest równa długości odcinka AB .



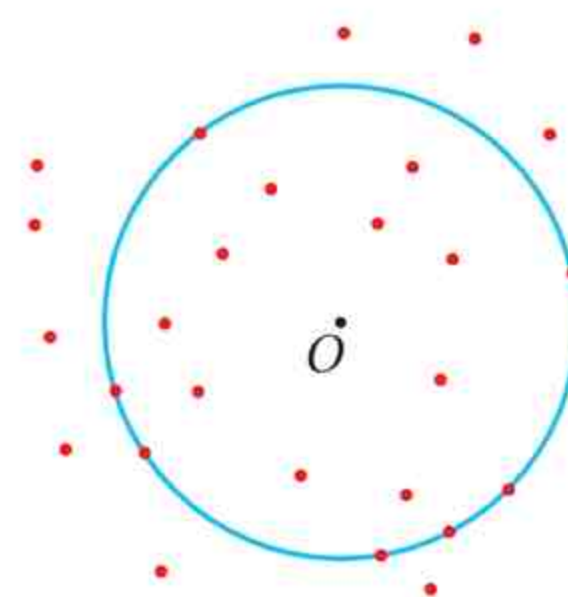
9. Wykonaj dokładną kopię rysunku przedstawionego obok, używając cyrkla i linijki (nie korzystaj z podziałki na linijce).



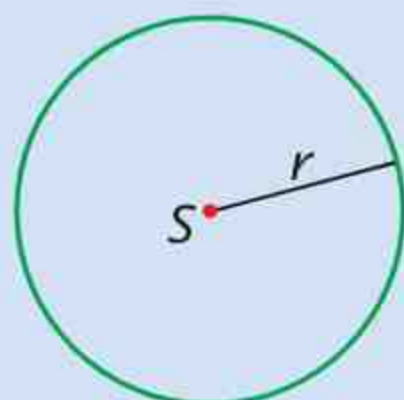
Korzystając z ciekawostek, skonstruuj równoległobok, niebędący prostokątem, o podstawie a i wysokości h .

ĆWICZENIE A. a) Na rysunku okrąg o środku O ma promień długości 1,3 cm. Ile punktów zaznaczonych kropkami należy do tego okręgu? Jaka jest odległość każdego z punktów na okręgu od punktu O ?

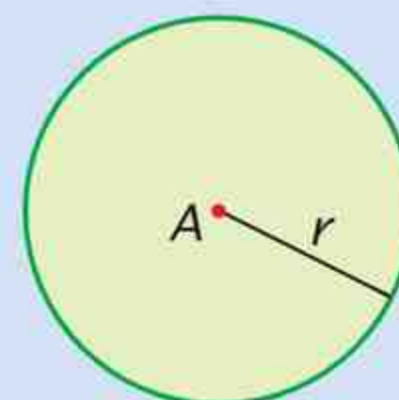
b) Spróbuj wyjaśnić, jaką figurę nazywamy okręgiem, a jaką — kołem.



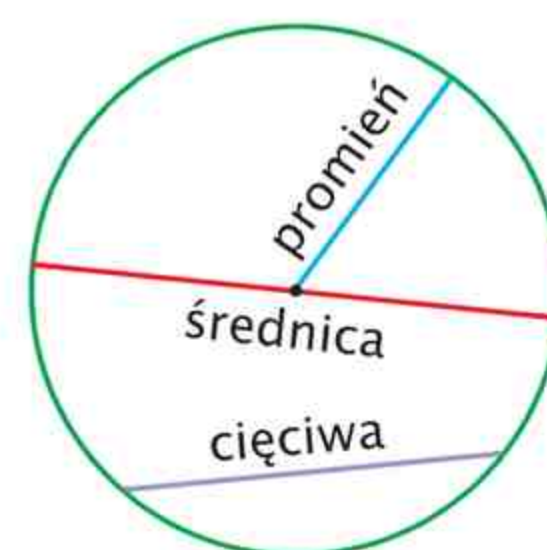
Okrąg o środku S i promieniu długości r tworzą wszystkie punkty, których odległość od punktu S jest równa r .



Koło o środku A i promieniu długości r tworzą wszystkie punkty, których odległość od punktu A jest równa r lub jest mniejsza od r .



ĆWICZENIE B. Zaznacz w zeszycie punkt S i narysuj za pomocą cyrkla okrąg o środku S i promieniu 3 cm. Zaznacz kilka promieni okręgu, kilka jego średnic i kilka cięciw, które nie są średnicami.



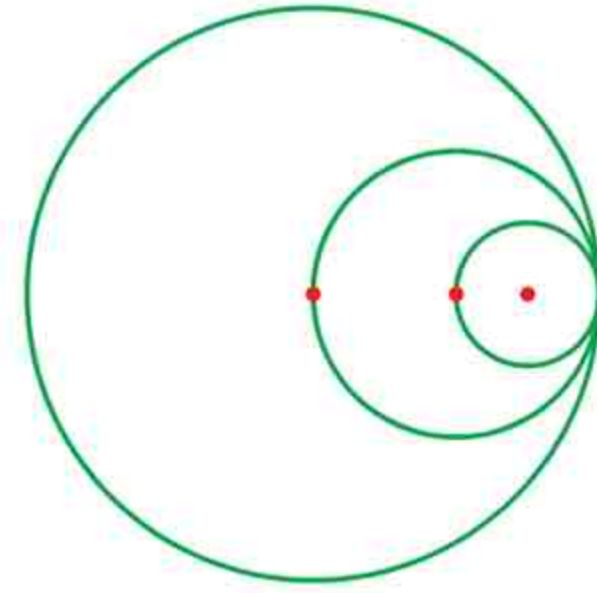
ZADANIA

1. Zastanów się i odpowiedz, ile punktów wspólnych mogą mieć:
a) prosta i okrąg, b) dwa okręgi.

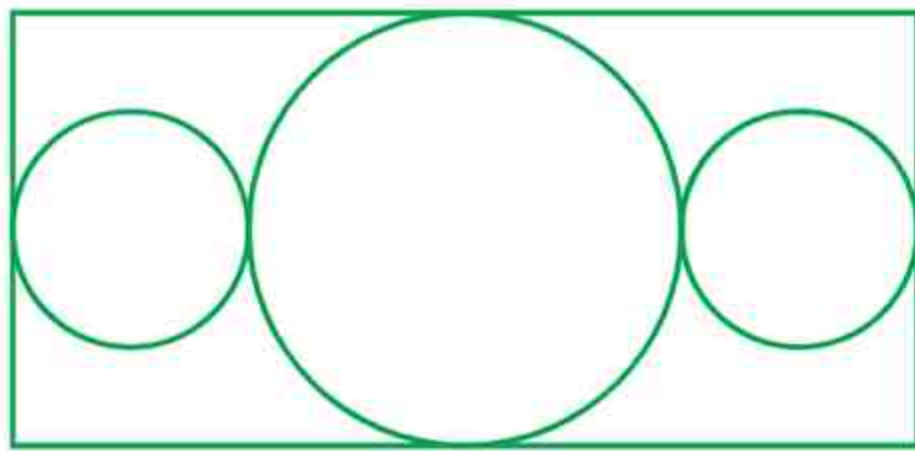
2. Dokończ zdania:

- a) Promień okręgu to odcinek łączący...
- b) Cięciwa okręgu to odcinek...
- c) Średnica okręgu to cięciwa...
- d) Średnica okręgu jest dwa razy dłuższa...
- e) Najdłuższa cięciwa okręgu to...

3. Popatrz na rysunek obok. Promień największego okręgu ma długość 1,6 cm. Jaką długość ma średnica najmniejszego okręgu?



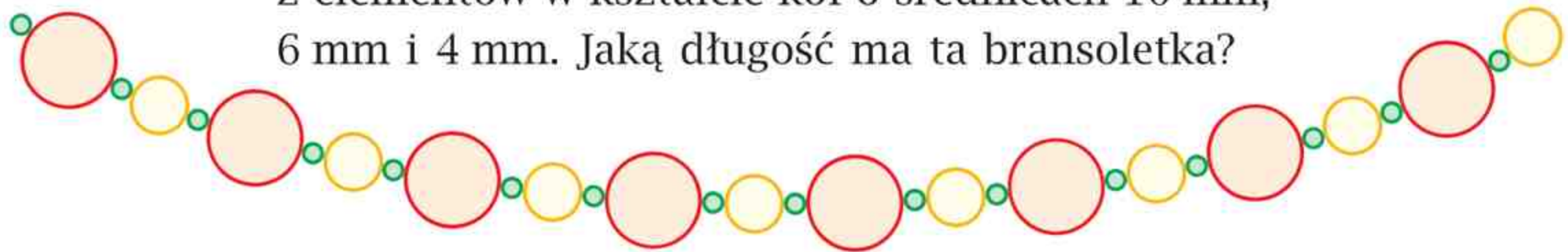
4. Janek narysował na kartce dwa okręgi o promieniu 3 cm i odcinek o końcach w środkach tych okręgów. Odcinek ten ma długość 7 cm. Janek dorysował jeszcze okrąg, którego środek leży na tym odcinku i który nie przecina żadnego z okręgów. Narysuj, jak mógł wyglądać rysunek Janka. Jaką długość może mieć promień trzeciego okręgu?



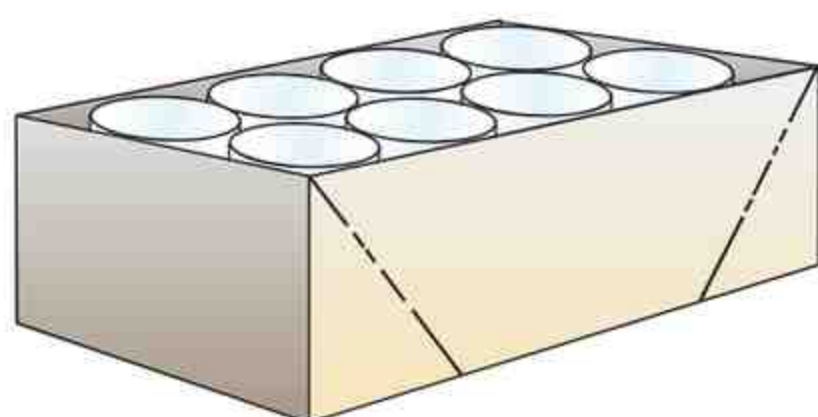
5. Większy okrąg na rysunku obok ma promień równy 1,1 cm, a każdy z mniejszych okręgów ma promień równy 6 mm.

- Jaki obwód ma narysowany prostokąt?
- Wykonaj ten rysunek w skali 3 : 1.

6. a) Rysunek przedstawia bransoletkę złożoną z elementów w kształcie kół o średnicach 10 mm, 6 mm i 4 mm. Jaką długość ma ta bransoletka?



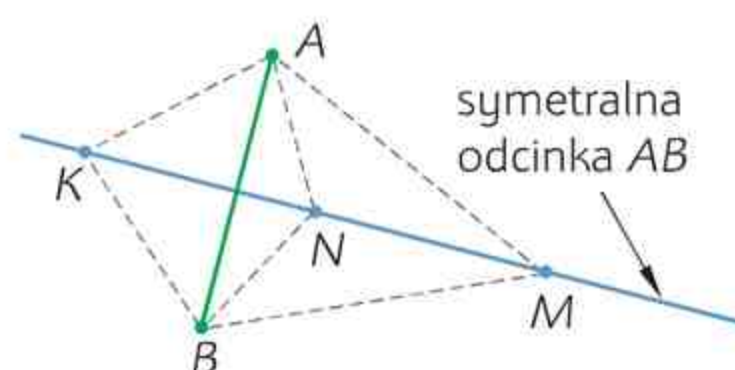
b) Złotnik chce wykonać naszyjnik o długości 72 cm, łącząc elementy tak samo jak w bransoletce. Ile ogniów każdej z trzech wielkości zużyje na łańcuszek?



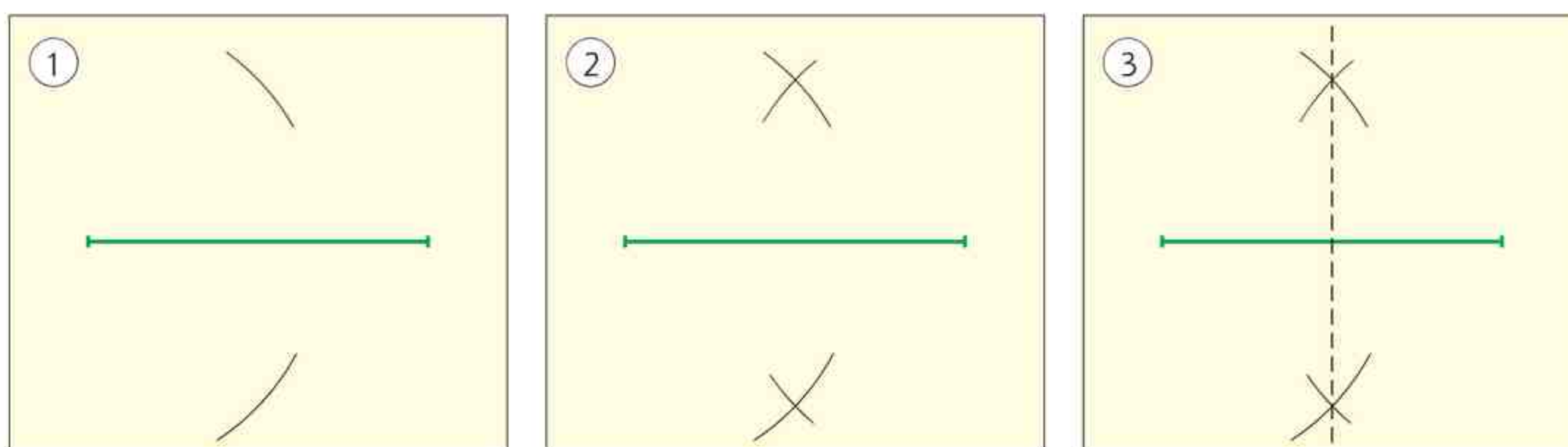
7. Popatrz na rysunek. W pudełku jest 16 jednakowych puszek. Każda puszka ma wysokość 12 cm, a promień denka puszki ma długość 5 cm. Jakie wymiary ma pudełko?

Ciekawostka

Prostą prostopadłą do odcinka przechodzącą przez jego środek nazywamy symetralną odcinka. Na symetralnej odcinka leżą wszystkie punkty, które są jednakowo odległe od obu końców odcinka ($KA = KB$, $NA = NB$, $MA = MB$).

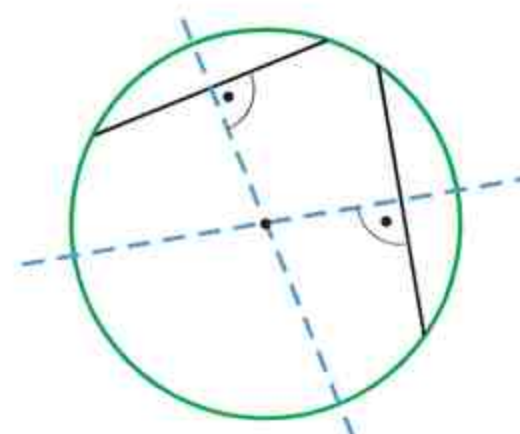


KONSTRUKCJA SYMETRALNEJ ODCINKA

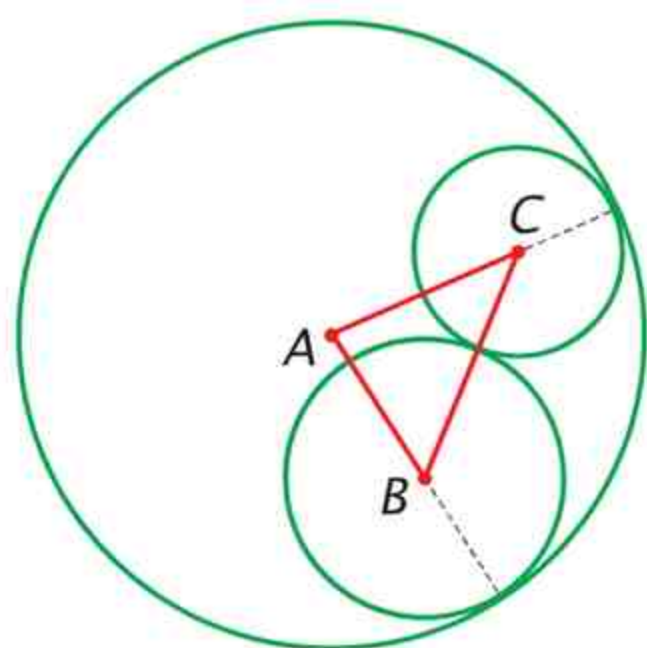


- ① Z jednego końca odcinka kreślimy po obu stronach odcinka łuki o takim samym promieniu (większym od połowy długości odcinka).
- ② Nie zmieniając rozwartości cyrkla, kreślimy łuki z drugiego końca odcinka.
- ③ Przez punkty przecięcia łuków prowadzimy prostą. Prosta ta przecina odcinek w jego środku i jest do niego prostopadła.

Jeżeli w okręgu narysujemy cięciwę i skonstruujemy symetralną tej cięciwy, to ta symetralna przechodzi przez środek okręgu. Tę własność można wykorzystać do wyznaczenia środka okręgu — wystarczy narysować dwie dowolne cięciwy i skonstruować ich symetralne.

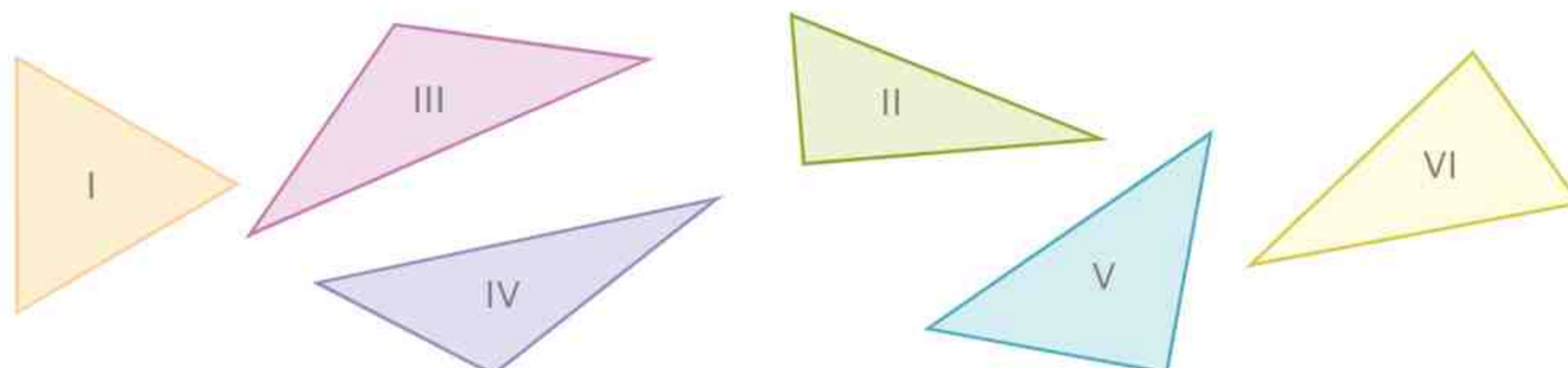


- 8.** a) Narysuj okrąg oraz dowolną cięciwę tego okręgu. Korzystając z ciekawostki, sprawdź konstrukcyjnie, że symetralna tej cięciwy przechodzi przez środek okręgu.
- b) Obrysuj szklankę i wyznacz konstrukcyjnie środek otrzymanego okręgu.



Na rysunku są przedstawione trzy okręgi o środkach A , B i C . Promienie okręgów mają długości 9 cm, 4 cm i 3 cm. Oblicz obwód trójkąta ABC .

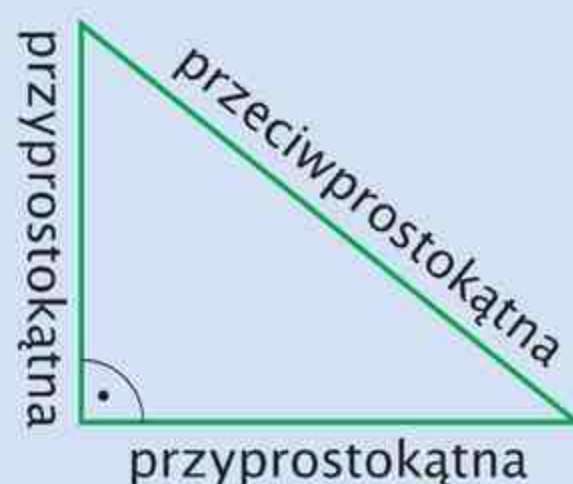
ĆWICZENIE A. Na poniższym rysunku są dwa trójkąty prostokątne, dwa ostrokątne oraz dwa rozwartokątne. Wskaż je. Ile tu widzisz trójkątów równoramiennych, a ile — równobocznych?



Ze względu na to, jakie kąty ma trójkąt, nazywamy go ostrokątnym, prostokątnym albo rozwartokątnym.



Trójkąt **ostrokątny** ma wszystkie kąty ostre.

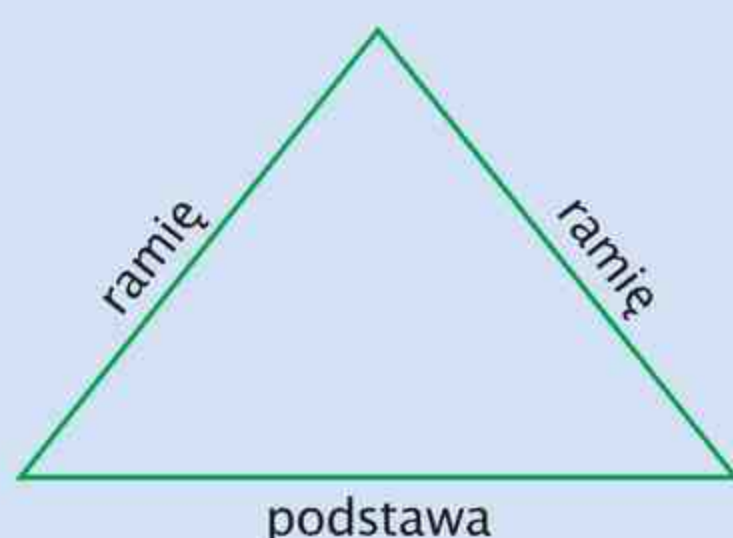


Trójkąt **prostokątny** ma jeden kąt prosty i dwa ostre.

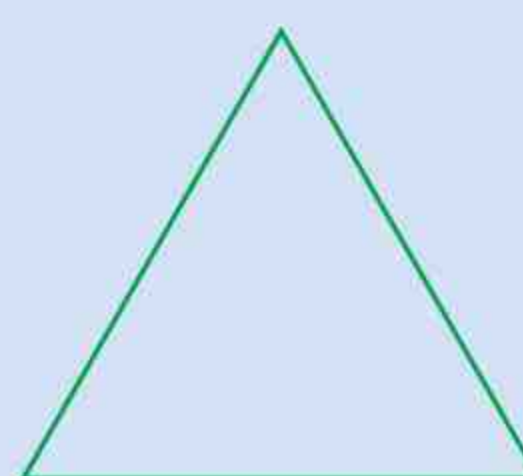


Trójkąt **rozwartokątny** ma jeden kąt rozwarty i dwa ostre.

Gdy trójkąt ma co najmniej dwa boki jednakowej długości, nazywamy go równoramiennym.



Trójkąt **równoramienny** ma co najmniej dwa boki o tej samej długości.



Trójkąt **równoboczny** ma wszystkie boki o tej samej długości.

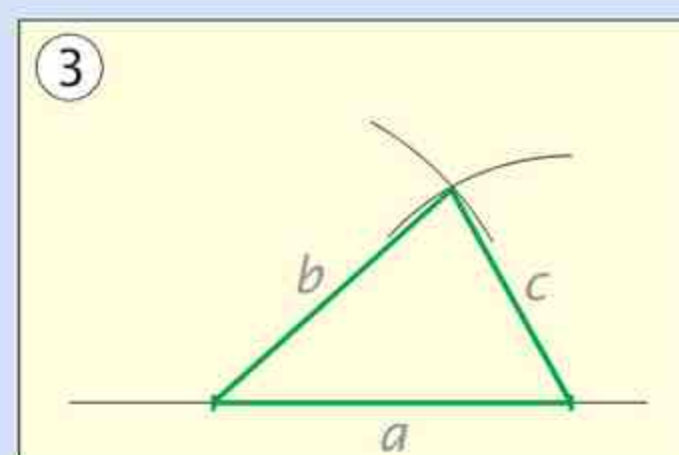
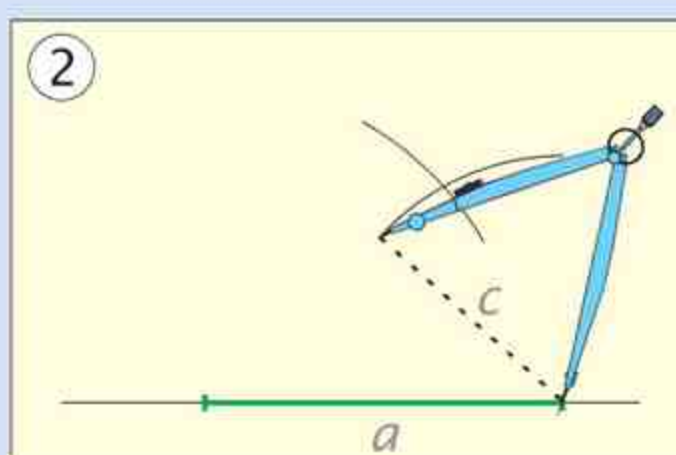
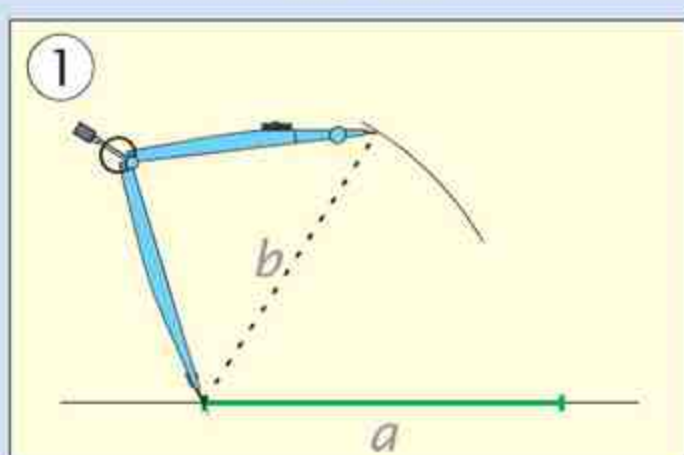
Uwaga. Trójkąt równoboczny jest także trójkątem równoramiennym.

Poniżej przypominamy, jak można skonstruować trójkąt o trzech danych bokach.



KONSTRUKCJA TRÓJKĄTA O TRZECH DANYCH BOKACH

Dane:



- ① Rysujemy dowolną prostą i zaznaczamy na niej odcinek a . Z jednego końca odcinka a kreślimy łuk o promieniu b .
- ② Z drugiego końca odcinka a kreślimy łuk o promieniu c .
- ③ Punkt przecięcia łuków łączymy z końcami odcinka a .

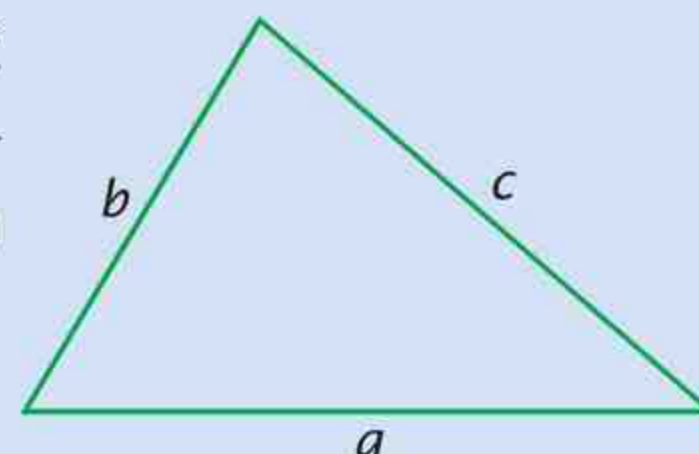
ĆWICZENIE B. Narysuj dowolny odcinek a i dwa razy dłuższy od niego odcinek b . Skonstruuj trójkąt równoramienny o bokach a , b i b . Czy możesz skonstruować trójkąt o bokach a , a i b ?

ĆWICZENIE C. Spróbuj skonstruować trójkąt z odcinków p , r i s . Porównaj długość każdego z tych odcinków z sumą długości dwóch pozostałych.



Z odcinków a , b i c można skonstruować trójkąt tylko wtedy, gdy każdy z tych odcinków jest krótszy niż suma długości dwóch pozostałych.

$$a < b + c \quad b < a + c \quad c < a + b$$



Aby stwierdzić, czy z trzech danych odcinków można skonstruować trójkąt, wystarczy sprawdzić, czy najdłuższy z tych odcinków jest krótszy niż suma długości dwóch pozostałych.

ĆWICZENIE D. Uzasadnij, że nie da się skonstruować trójkąta z odcinków o długościach $a = 7$ cm, $b = 10$ cm, $c = 2$ cm.

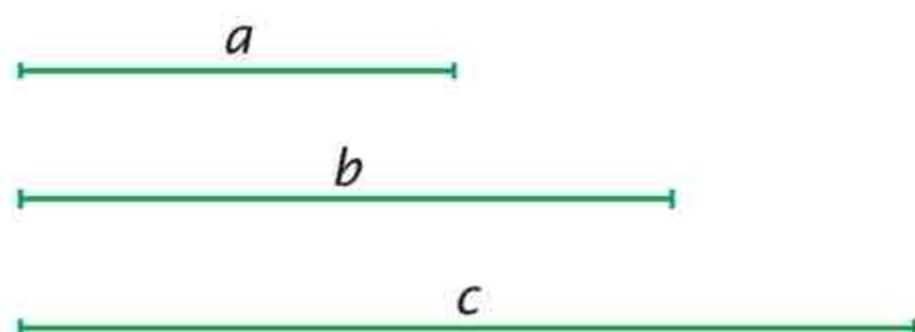
ZADANIA

1. a) Narysuj dowolny trójkąt prostokątny równoramienny.
b) Narysuj dowolny trójkąt równoramienny ostrokątny o ramionach długości 5 cm.
c) Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 4 cm i 6 cm.

2. Trójkąt przedstawiony obok narysuj w skali 2 : 1.



3. a) Ustal długość boku trójkąta równobocznego o obwodzie 36 dm.
b) Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 40 cm, a jego ramię ma długość 15 cm. Jaką długość ma podstawa?
c) Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 50 cm, a jego podstawa ma długość 14 cm. Jaką długość ma ramię tego trójkąta?

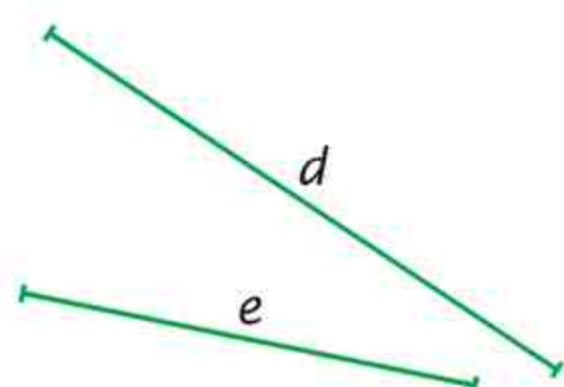


4. Skonstruuj trójkąt z odcinków, które przedstawiono na rysunku obok.

5. Skonstruuj dwa trójkąty równoramienne, których ramiona mają długość a , tak aby jeden był ostrokątny, a drugi rozwartokątny.



6. Narysuj dowolną prostą k i zaznacz na niej punkt A . Zaznacz dowolny punkt B nieleżący na tej prostej. Znajdź na prostej k taki punkt C , że w trójkącie ABC spełniony jest warunek $|BC| = 2|AB|$.



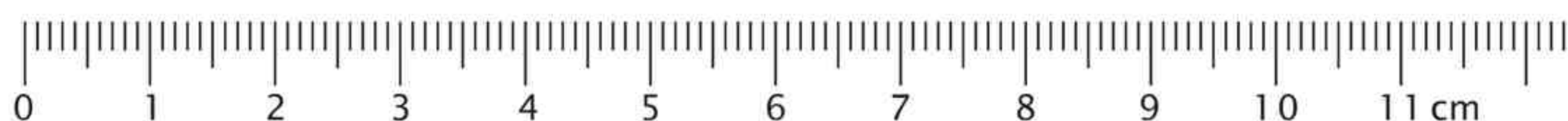
7. Skonstruuj:

- a) trójkąt równoboczny o boku d ,
- b) trójkąt równoramienny o podstawie d i ramieniu e ,
- c) trójkąt równoramienny o podstawie e i ramieniu d .

8. Korzystając z poniższej podziałki, skonstruuj trójkąt o bokach:

a) 5 cm, 6 cm, 7 cm

b) 4,5 cm, 6 cm, 8,3 cm



9. Czy trójkąt może mieć boki o podanych długościach?

a) 3 cm, 5 cm i 9 cm

b) 1 cm, 1,5 cm i 2 cm

10. Wybierz trzy przedmioty spośród przedstawionych poniżej, z których można ułożyć trójkąt. Wypisz wszystkie możliwości.

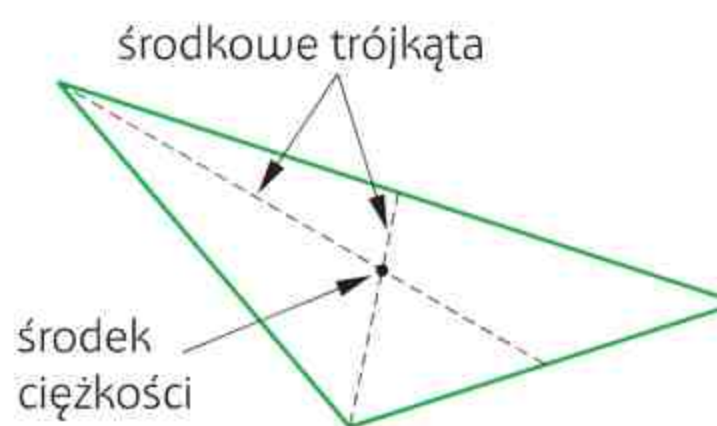


Ciekawostka

Popatrz na fotografię 1. Ołówek jest podtrzymywany w takim miejscu, że pozostaje w równowadze. To miejsce to środek ciężkości ołówka. Na fotografii 2. koniec ołówka znajduje się w środku ciężkości trójkąta.



Gdy chcemy wyznaczyć środek ciężkości trójkąta, wystarczy narysować dwa odcinki łączące wierzchołki tego trójkąta ze środkami przeciwległych boków. Każdy taki odcinek nazywamy środkową trójkąta.



Uwaga. W każdym trójkącie są trzy środkowe i wszystkie przecinają się w jednym punkcie.

11. Przeczytaj ciekawostkę. Narysuj na kartoniku dowolny trójkąt i postaraj się jak najdokładniej wyznaczyć jego środek ciężkości. Wytnij ten trójkąt i sprawdź, czy możesz go utrzymać na końcu ołówka w taki sposób, jak pokazano w ciekawostce.

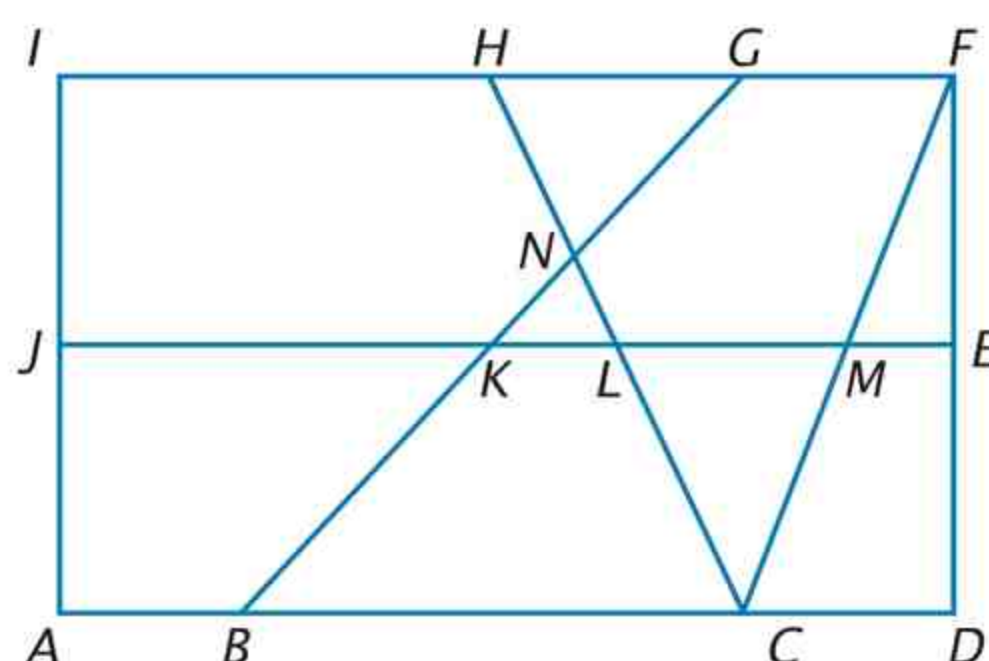


Skonstruuj trójkąt równoramienny o obwodzie 24 cm, którego długości boków wyrażone w centymetrach będą liczbami naturalnymi. Ile jest takich trójkątów?

Czworokąty i inne wielokąty

ĆWICZENIE A. Na rysunku obok można wskazać różne wielokąty. Znajdź na rysunku:

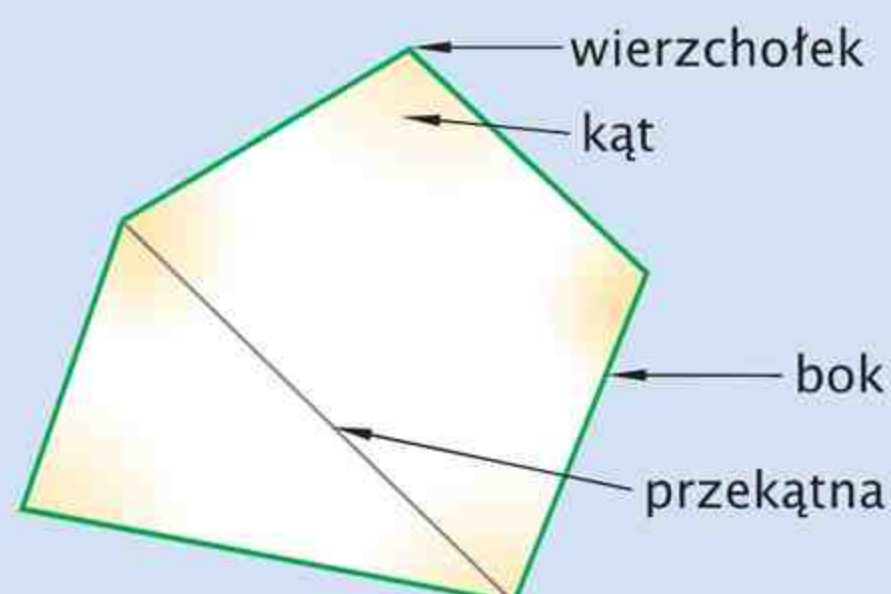
- a) co najmniej pięć trójkątów,
- b) jak najwięcej czworokątów,
- c) co najmniej dwa pięciokąty,
- d) wielokąt, który ma więcej niż pięć wierzchołków.



Każdy wielokąt ma tyle samo wierzchołków i kątów, ile boków.

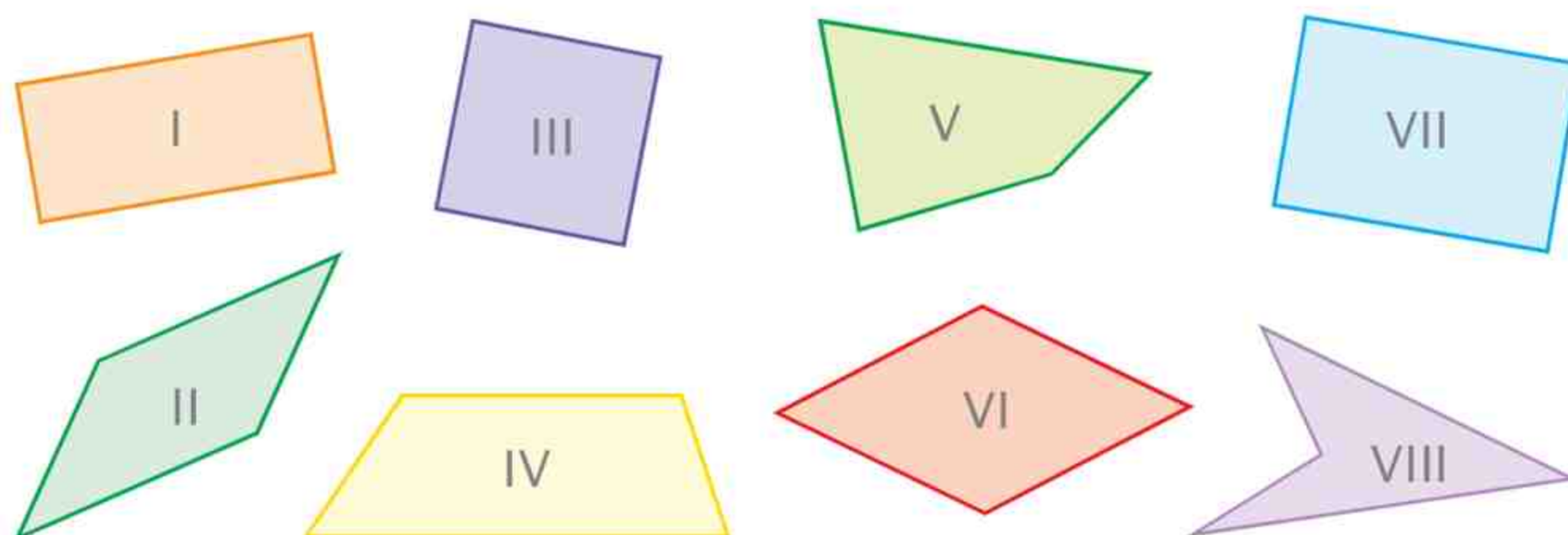
Odcinek, który łączy dwa wierzchołki wielokąta i nie jest jego bokiem, nazywamy **przekątną**.

Sumę długości wszystkich boków wielokąta nazywamy **obwodem wielokąta**.

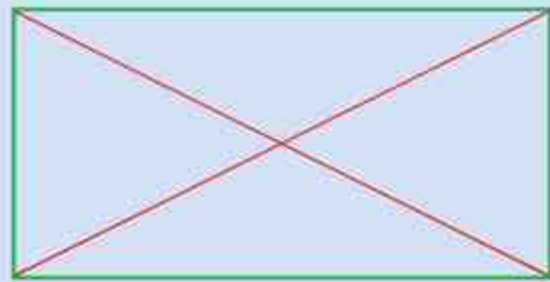


Warto pamiętać, że wielokąt tworzą wszystkie punkty, które leżą na jego bokach oraz wszystkie, które leżą w jego wnętrzu.

ĆWICZENIE B. a) Ile na poniższym rysunku jest kwadratów? Ile jest prostokątów? Które z tych czworokątów są równoległobokami, a które — rombami?

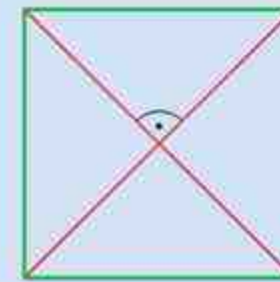


b) Narysuj dowolny kwadrat i prostokąt niebędący kwadratem oraz ich przekątne. Zastanów się, co można powiedzieć o przekątnych kwadratu, a co — o przekątnych prostokąta.



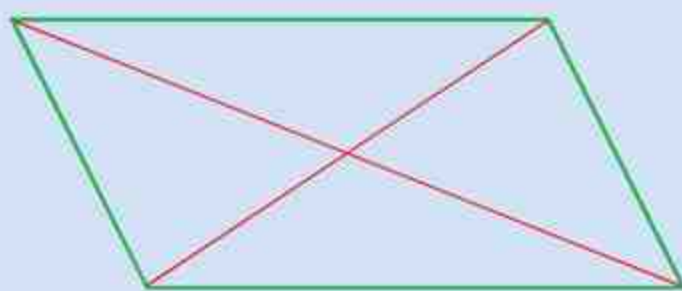
Prostokąt to czworokąt, który ma wszystkie kąty proste.

Przekątne prostokąta mają równe długości i przecinają się w połowie.



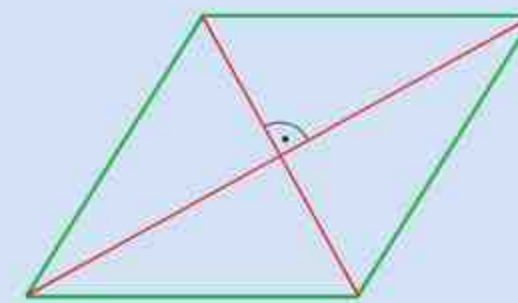
Kwadrat to prostokąt, który ma wszystkie boki jednakowej długości.

Przekątne kwadratu mają równe długości, przecinają się w połowie i są prostopadłe.



Równoległobok to czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.

Przekątne równoległoboku przecinają się w połowie.



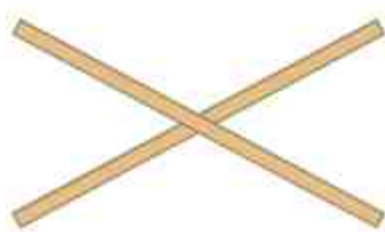
Romb to czworokąt, który ma wszystkie boki równej długości. Każdy romb jest równoległobokiem.

Przekątne rombu przecinają się w połowie i są prostopadłe.

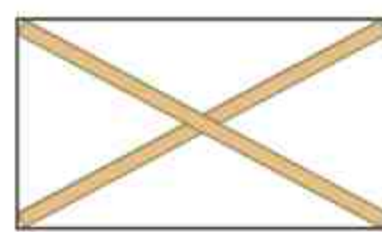
Warto wiedzieć, że gdy narysujemy dwa odcinki tak, że przecinają się one w połowie, to końce tych odcinków są wierzchołkami równoległoboku. Gdy dodatkowo te odcinki będą prostopadłe, to ich końce będą wierzchołkami rombu. Gdy odcinki te będą równej długości, to otrzymamy prostokąt, a gdy będą równej długości i przetną się pod kątem prostym, otrzymamy kwadrat.

Ciekawostka

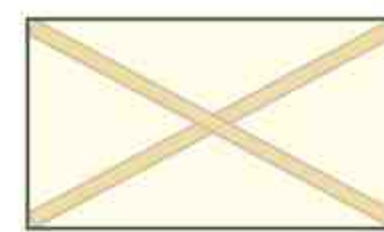
Popatrz, w jaki sposób można zbudować latawiec w kształcie prostokąta.



Dwie jednakowej długości listewki łączymy (np. skleamy) w połowie.



Końce listewek łączymy sznurkiem.



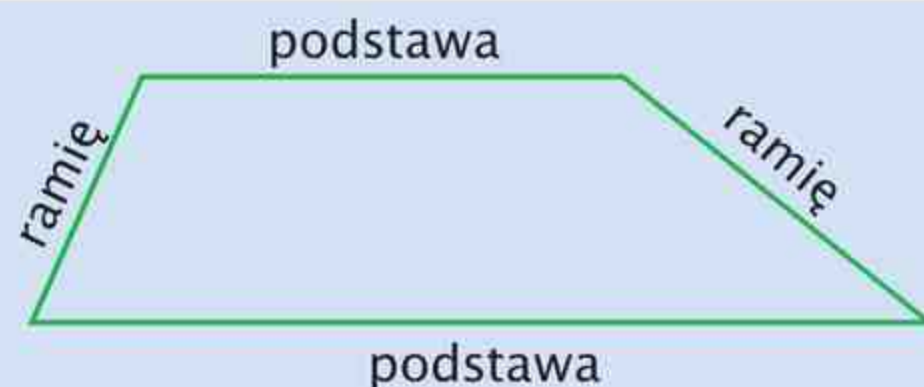
Na tak otrzymaną figurę w kształcie prostokąta naklejamy np. papier, folię.

- ĆWICZENIE C.** a) Narysuj dowolny prostokąt o przekątnych 6 cm.
b) Narysuj dowolny równoległobok o przekątnych 4 cm i 6 cm.
c) Narysuj romb o przekątnych 8 cm i 6 cm.

ĆWICZENIE D. Popatrz na rysunki w ćwiczeniu B na stronie 55. Które czworokąty są trapezami?



Trapez to czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.



Trapez, w którym jedno z ramion jest prostopadłe do podstaw, nazywamy **prostokątnym**. Gdy ramiona trapezu są równej długości, trapez nazywamy **równoramiennym**.

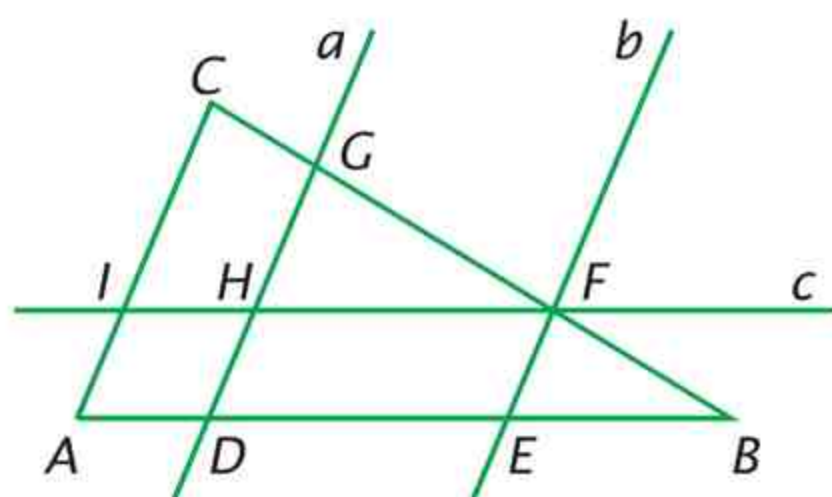


trapez prostokątny



trapez równoramienny

ZADANIA

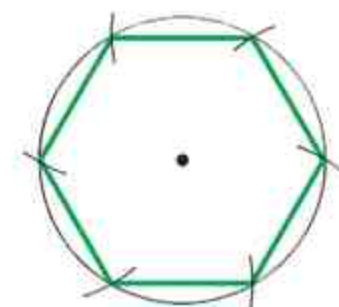


1. Na rysunku obok proste a i b są równoległe do odcinka AC , a prosta c jest równoległa do odcinka AB . Ile na tym rysunku jest równoległoboków? Ile jest trapezów?

- 2.** a) Narysuj romb, którego przekątne mają długości 5 cm i 8 cm.
- b) Narysuj dowolny równoległobok (niebędący rombem), którego przekątne mają długości 5 cm i 8 cm.
- c) Narysuj dowolny trapez prostokątny o podstawach 7 cm i 5 cm.
- d) Narysuj dowolny trapez równoramienny o podstawach długości 7 cm i 5 cm.

Ciekawostka

Wierzchołki narysowanego sześciokąta leżą na okręgu, a każdy bok jest równy promieniowi okręgu. Sześciokąt ten ma boki jednakowej długości i kąty jednakowej miary. Taki sześciokąt nazywamy sześciokątem foremnym.



3. Przeczytaj ciekawostkę. Narysuj dowolny odcinek i skonstruuj sześciokąt foremny o boku równym narysowanemu odcinkowi.

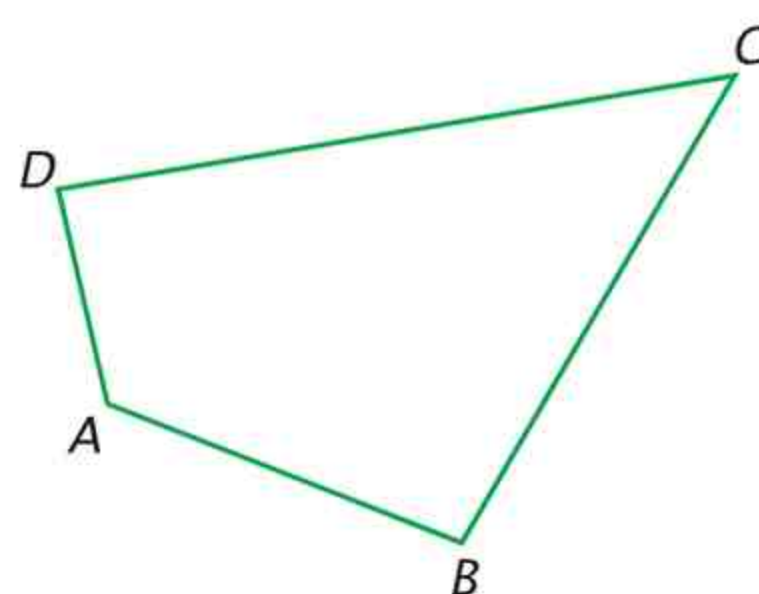
4. Narysuj za pomocą cyrkla dowolny okrąg oraz dwie dowolne średnice tego okręgu. Narysuj czworokąt łączący końce narysowanych średnic. Jaki to czworokąt?

5. Weź kartkę w kształcie prostokąta. Spróbuj pozginać ją w taki sposób, aby otrzymać trapez równoramienny niebędący równoległobokiem.

6. Narysuj na kartce w kratkę sześciokąt o obwodzie 20 cm.

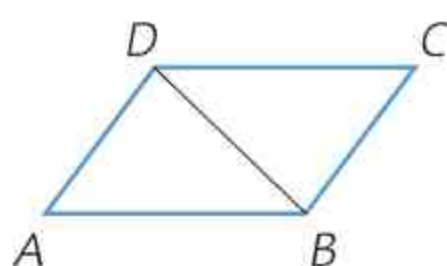
7. a) Skonstruuj kopię czworokąta $ABCD$ przedstawionego na rysunku obok.

b) Podziel stronę zeszytu poziomą kreską na dwie części. W górnej części narysuj dowolny pięciokąt. W dolnej części skonstruuj kopię twojego pięciokąta.

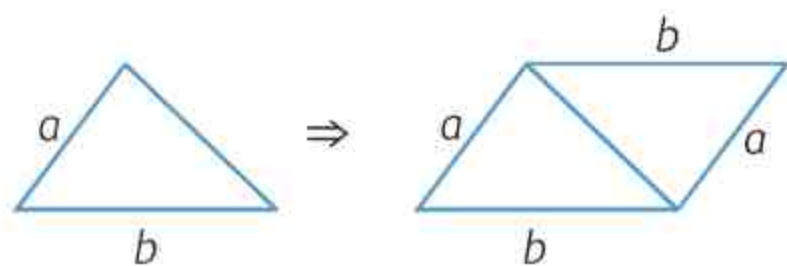


Ciekawostka

Przekątna równoległoboku dzieli go na dwa jednokowe trójkąty.



Tę własność można wykorzystać do skonstruowania równoległoboku — wystarczy narysować dowolny trójkąt i dorysować do niego identyczny trójkąt tak, jak pokazano na rysunkach.



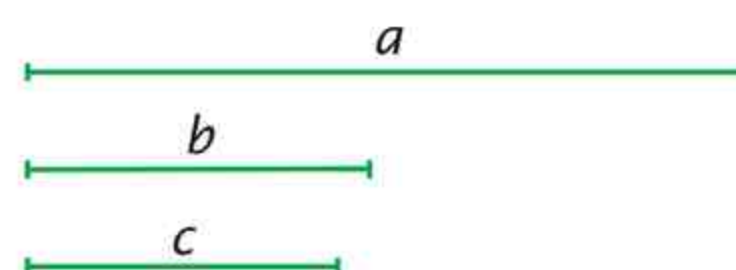
8. Przeczytaj ciekawostkę. Narysuj dowolny odcinek k i krótszy od niego odcinek m .

a) Skonstruuj dowolny równoległobok o bokach k i m .

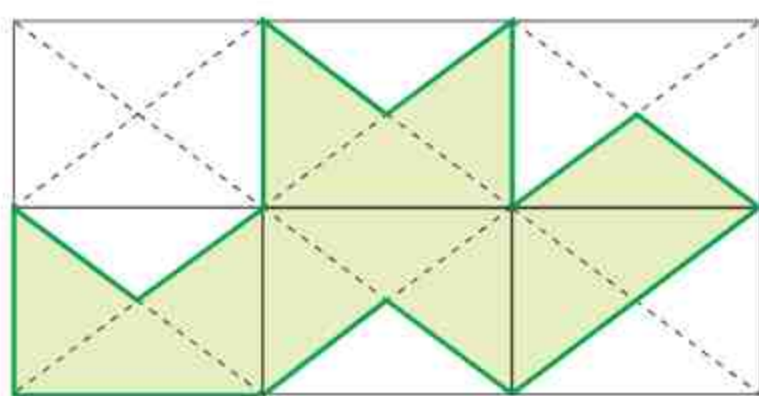
b) Skonstruuj dwa różne romby o boku m .

c) Skonstruuj trapez, który nie jest prostokątem i którego podstawa jest równa k , a jedno z ramion jest równe m .

9. Skonstruuj trapez równoramienny, którego podstawy mają długości a i b , a ramię ma długość c .



Wskazówka. Trapez równoramienny można podzielić na trójkąt równoramienny i równoległobok.



10. Z sześciu jednakowych prostokątów o wymiarach $3\text{ cm} \times 4\text{ cm}$, których przekątne mają długość 5 cm , ułożono większy prostokąt i zacieniowano wielokąt tak jak na rysunku obok. Jaki obwód ma ten wielokąt?

11. Pani Zuzanna obszyła koronką cztery prostokątne serwetki o wymiarach $30\text{ cm} \times 20\text{ cm}$. Ile serwetek w kształcie kwadratu o boku długości 15 cm można by obszyć tą samą ilością koronki?

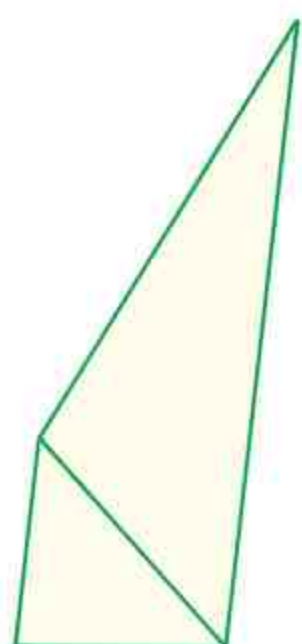
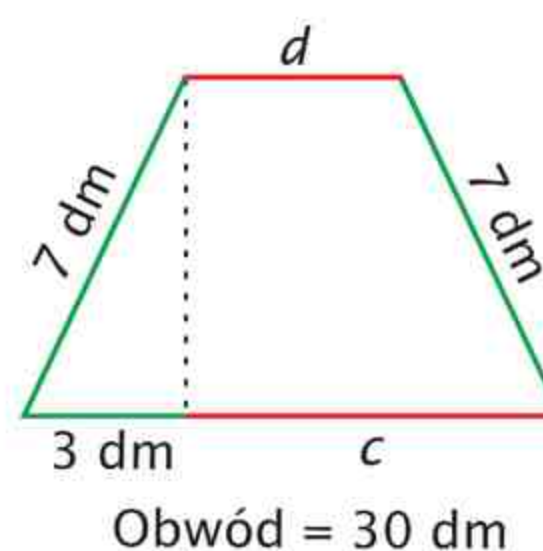
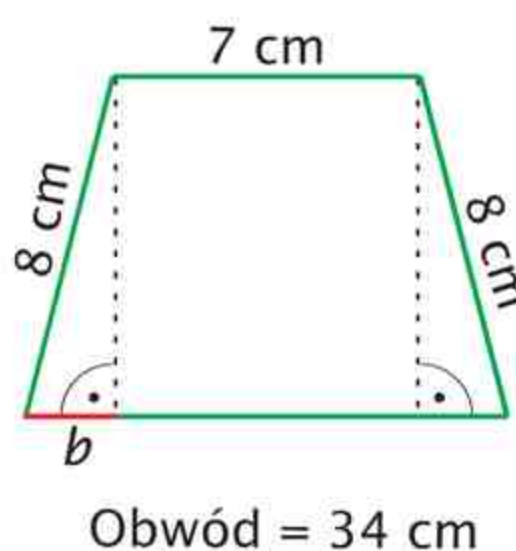
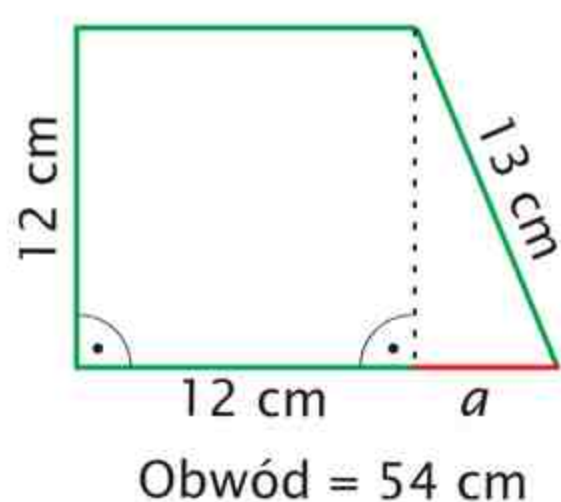


12. a) Oblicz obwód równoległoboku, którego jeden bok ma długość 3 cm , a drugi bok jest o $2,5\text{ cm}$ dłuższy.

b) Z dwóch jednakowych rombów, każdy o obwodzie 22 cm , ułożono równoległobok. Jaki obwód ma ten równoległobok?

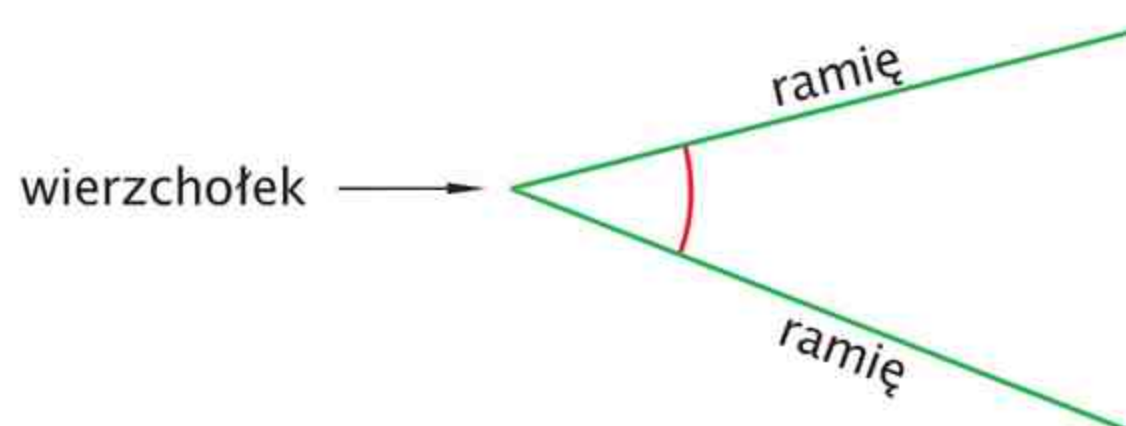
13. W trójkącie równobocznym o boku długości 8 cm poprowadzono prostą równoległą do jednego z boków, przecinającą dwa boki tego trójkąta w połowie. Narysowana prosta podzieliła trójkąt na dwa wielokąty. Jakie są obwody tych wielokątów?

14. Pod rysunkami trapezów podano ich obwody. Oblicz długości odcinków oznaczonych literami.

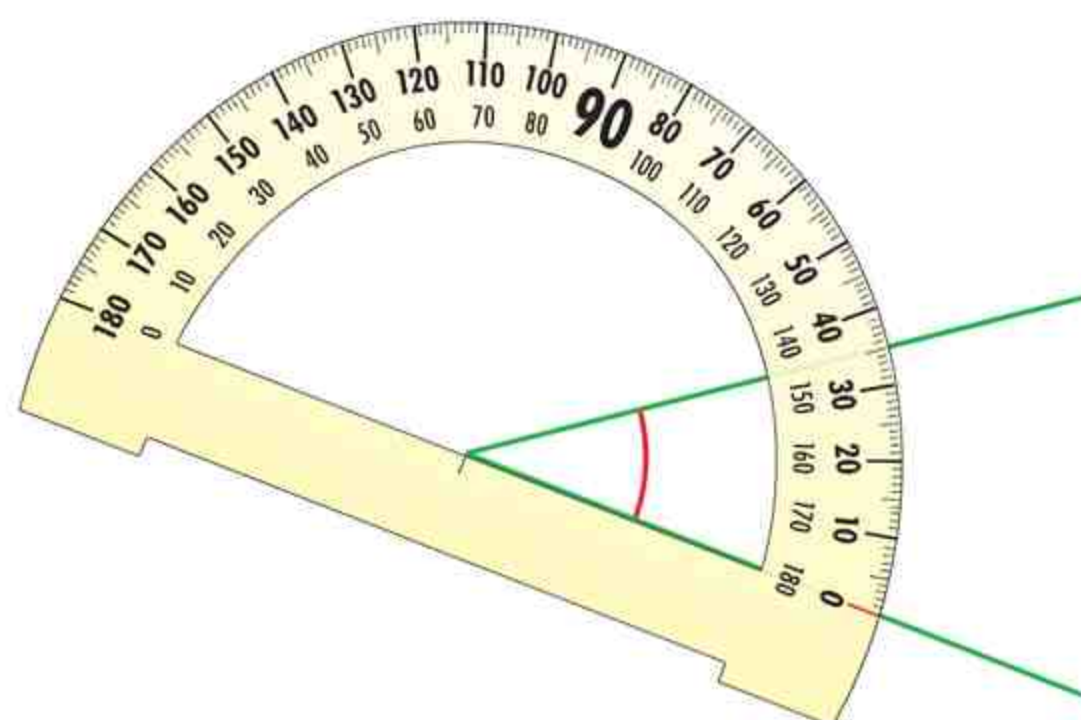


Dwa trójkąty o obwodach 10 cm i 20 cm sklejo no tak, jak przedstawiono na rysunku. Obwód otrzymanego czworokąta wynosi 22 cm . Jaką długość ma bok, wzdłuż którego sklejo no trójkąty?

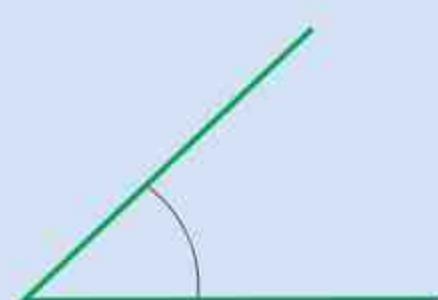
Obok narysowano dwie półproste o wspólnym początku. Łukiem zaznaczono jeden z kątów, które wyznaczają te półproste.



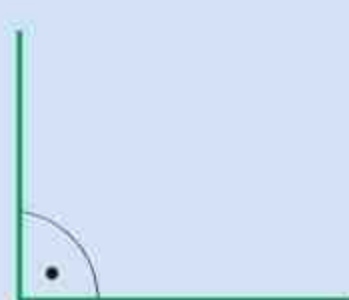
Kolejny rysunek przypomina, w jaki sposób mierzymy kąt za pomocą kątomierza. Z rysunku możemy odczytać, że zaznaczony kąt ma miarę 35° .



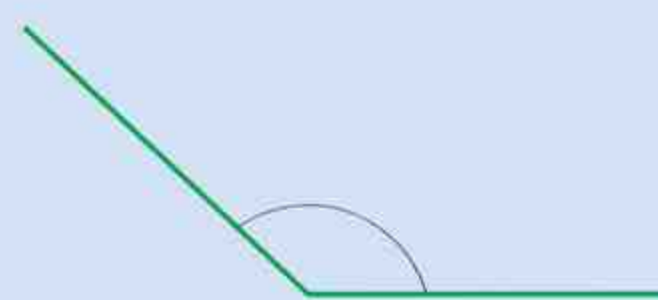
Czy pamiętasz, jakie rodzaje kątów rozróżniamy?



Kąt ostry
ma mniej niż 90° .



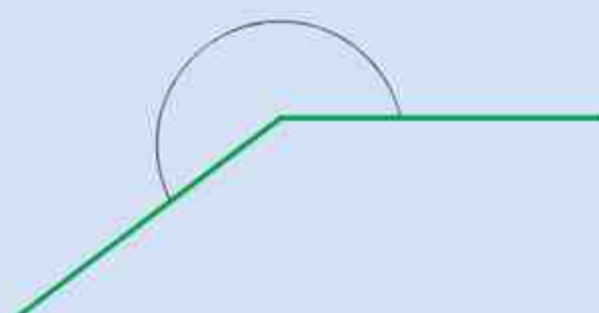
Kąt prosty
ma 90° .



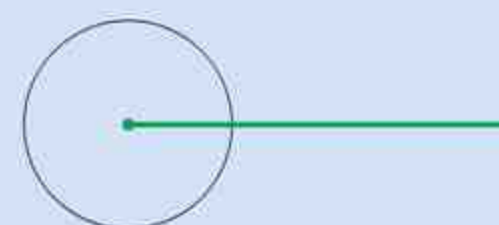
Kąt rozwarty
ma więcej niż 90°
i mniej niż 180° .



Kąt półpełny
ma 180° .



Kąt wklęsły
ma więcej niż 180°
i mniej niż 360° .

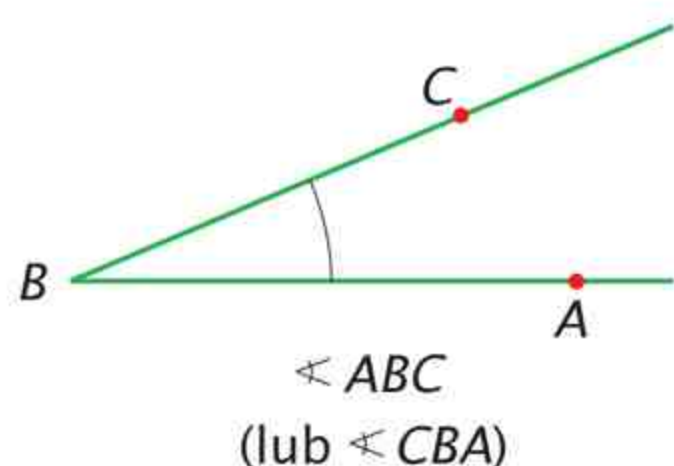
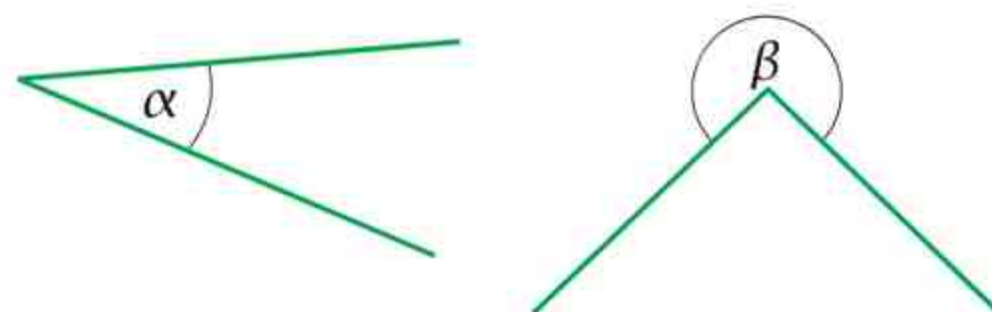


Kąt pełny
ma 360° .

ĆWICZENIE A. a) Narysuj kąt ostry, kąt rozwarty i kąt wklęsły, a następnie jak najdokładniej zmierz narysowane kąty.

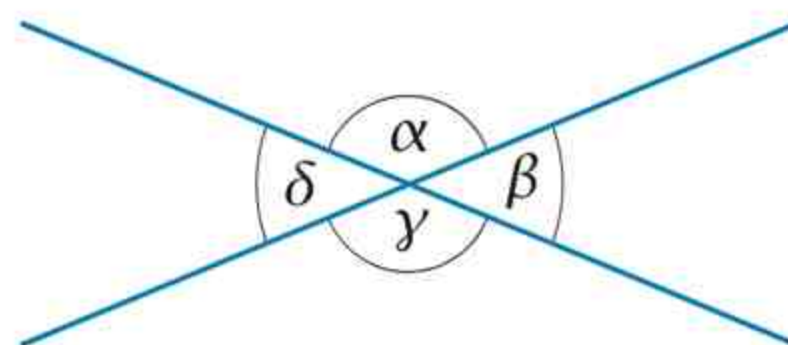
b) Narysuj kąty o miarach 70° , 190° i 280° .

Kąty możemy oznaczać małymi literami alfabetu greckiego, np. α , β , γ , δ .

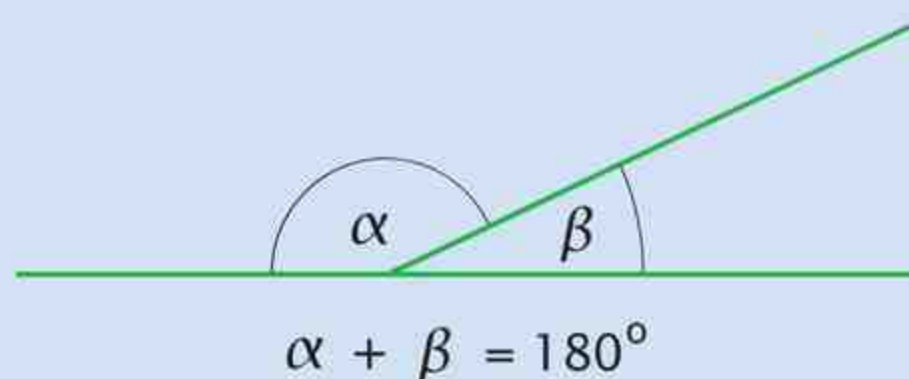


Kąty możemy również oznaczać za pomocą trzech dużych liter. Środkowa litera oznacza wierzchołek kąta, a pierwsza i trzecia litera — punkty leżące na ramionach kąta.

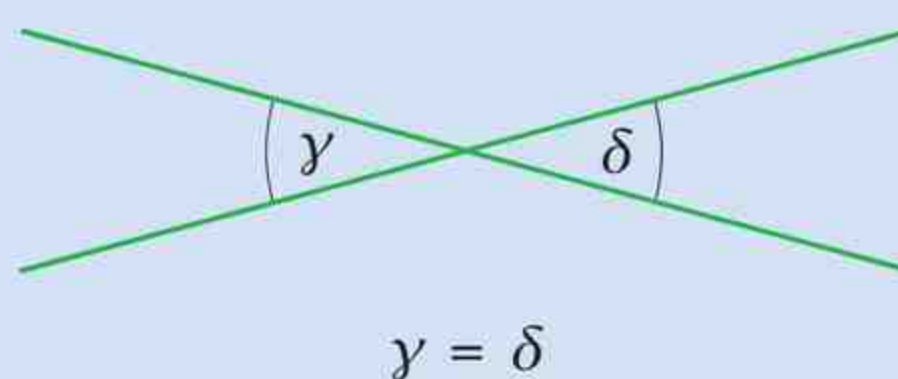
ĆWICZENIE B. Kąt α na rysunku obok ma miarę 135° . Jakie miary mają kąty β , γ i δ ?



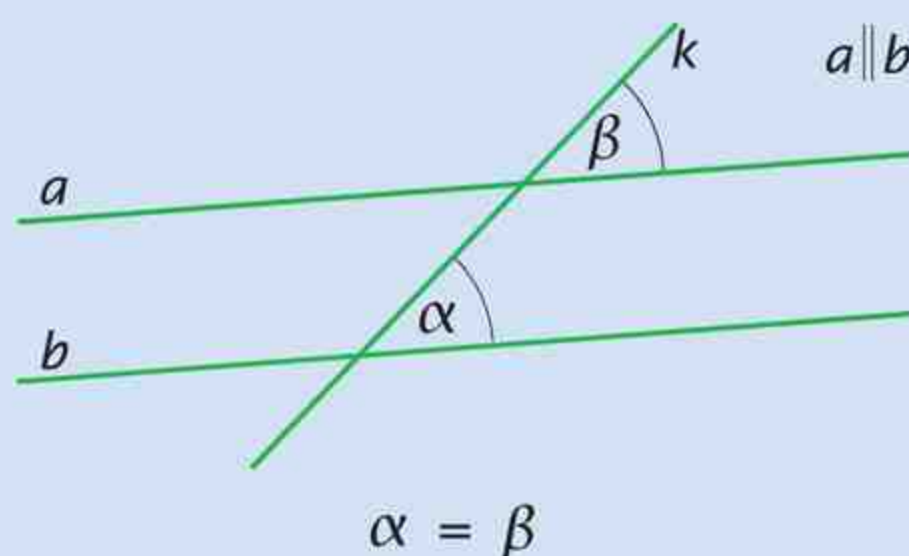
Przypomnijmy sobie, jakie są zależności między miarami kątów wyznaczonych przez proste lub półproste.



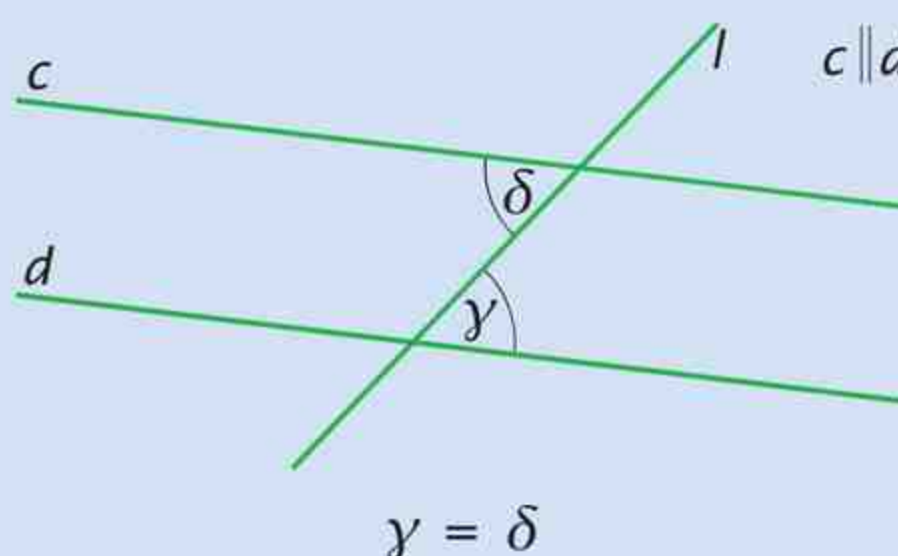
To są kąty **przyległe**. Mają wspólne ramię i razem tworzą kąt półpełny. Suma ich miar wynosi 180° .



To są kąty **wierzchołkowe**. Ich ramiona leżą na przecinających się prostych. Kąty te mają jednakowe miary.



To są kąty **odpowiadające**. Utworzone zostały przez prostą k przecinającą proste równoległe a i b . Kąty te mają jednakowe miary.

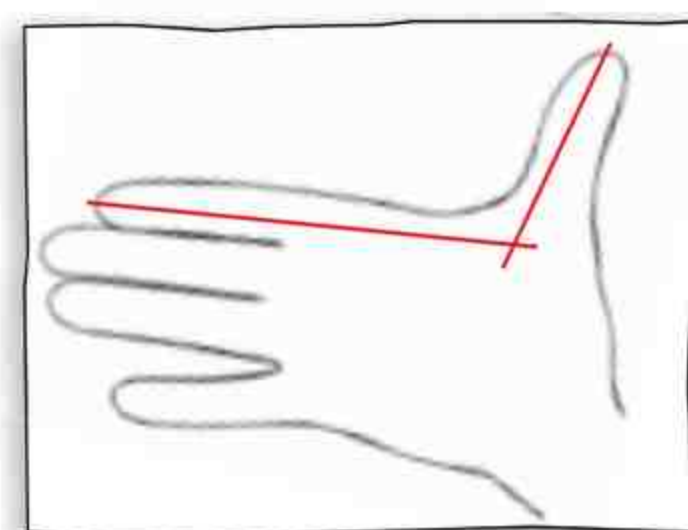


To są kąty **naprzemianległe**. Utworzone zostały przez prostą l przecinającą proste równoległe c i d . Kąty te mają jednakowe miary.

ZADANIA

1. Za pomocą kątomierza narysuj kąty o miarach: 120° , 50° , 250° i 320° .

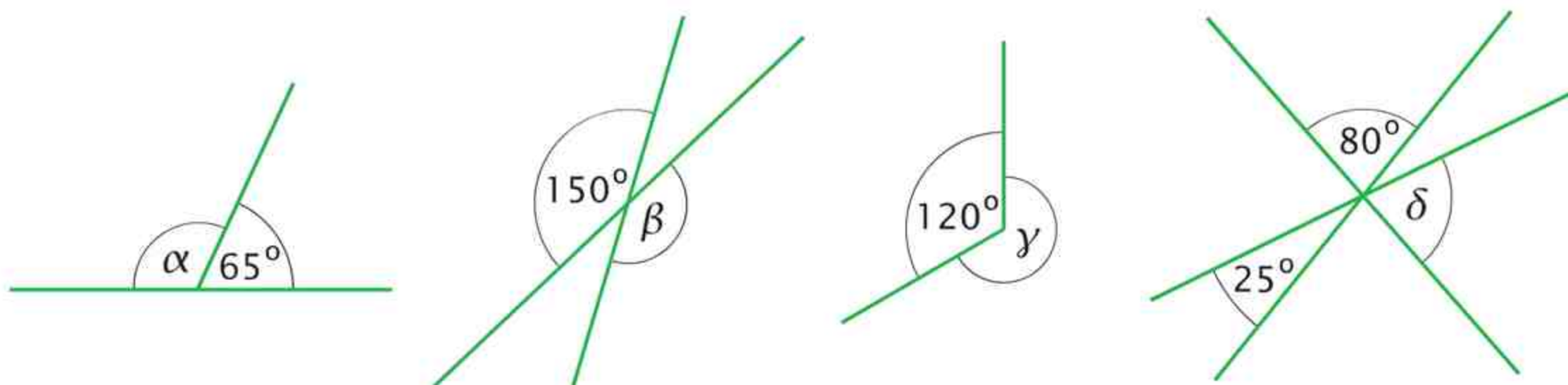
2. a) Wojtek mierzył, jaką największą miarę może mieć kąt między jego palcem wskazującym a kciukiem. Wynik, jaki otrzymał, to 110° . Wykonaj podobny pomiar dla swojej dłoni.



b) Jaki maksymalny kąt tworzy twój palec serdeczny i mały palec?

3. Spróbuj „na oko” (nie używając kątomierza) narysować kąty: 10° , 45° , 60° i 90° . Sprawdź za pomocą kątomierza dokładność swoich rysunków.

4. Oblicz miary kątów α , β , γ i δ .

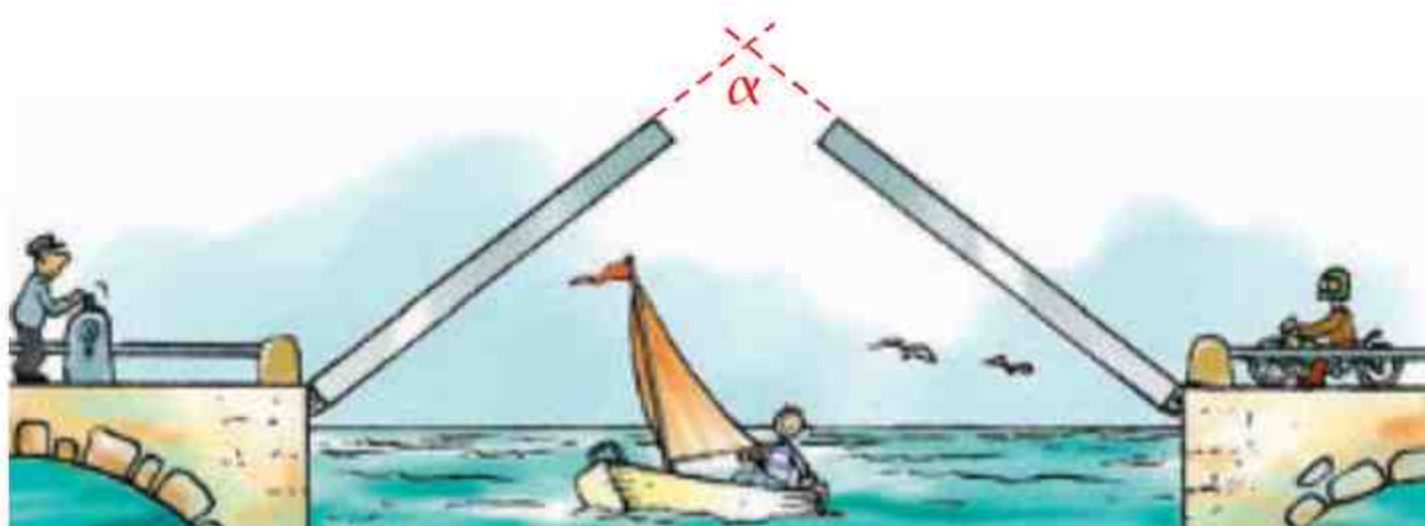


5. a) Co można powiedzieć o kątach przyległych, które mają jednakowe miary?

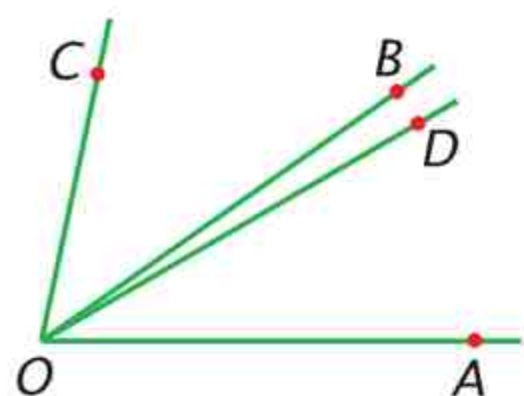
b) Jaką miarę ma kąt wklęsły, którego ramiona są prostopadłe?

c) Czy dwa kąty ostre mogą razem tworzyć kąt półpełny?

d) Ile stopni mają kąty przyległe, jeśli jeden z nich jest pięć razy większy niż drugi?

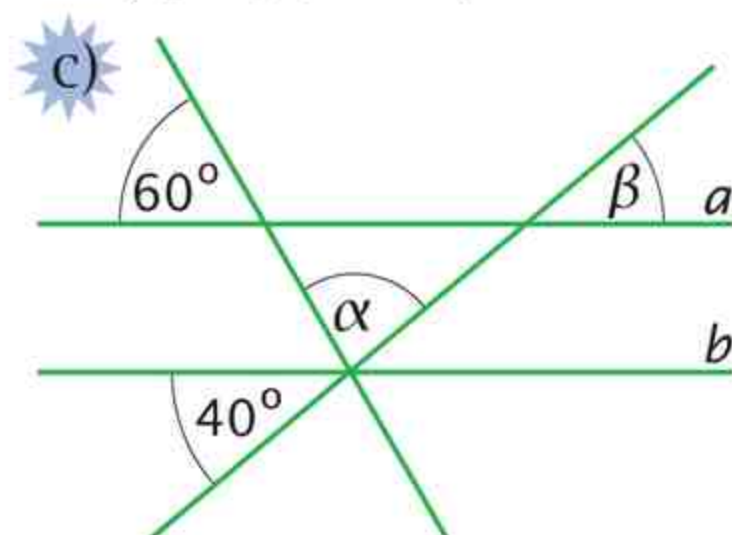
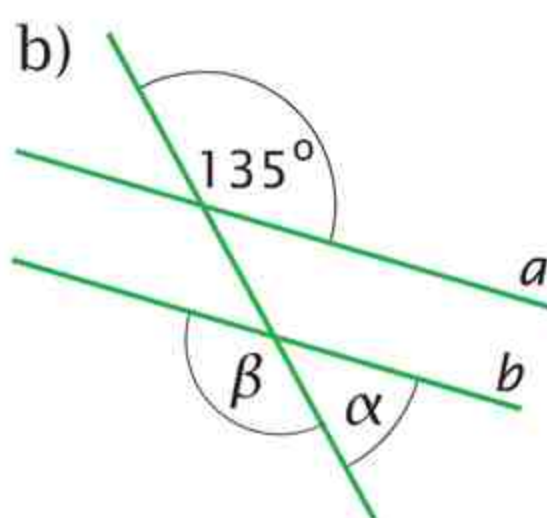
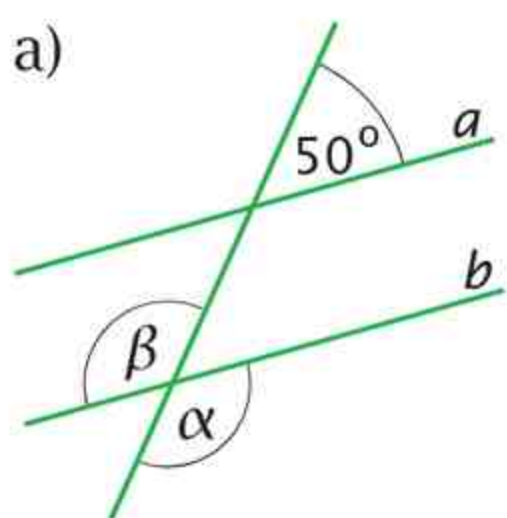


6. Każde przesło mostu zwodzonego przedstawionego na rysunku odchylone jest od pionu o kąt 50° . O jaki kąt przesło jest odchylone od poziomu? Jaką miarę ma kąt α ?



7. Kąt ostry AOB na rysunku obok ma 35° , kąt COD ma 48° , a kąt AOD ma 30° . Znajdź miarę kąta ostrego COB i kąta wklęsłego AOC .

8. Proste a i b są równoległe. Jakie miary mają kąty α i β ?



9. Jakie miary mają kąty α i β na poniższym rysunku?



10. Podaj miarę kąta ostrego, jaki tworzą wskazówki zegara o godzinie: 13^{00} , 14^{00} , 17^{30} , 20^{30} .

11. Podaj miarę kąta, o jaki obraca się:

- wskazówka godzinowa w ciągu 1 godziny,
- wskazówka minutowa w ciągu 1 minuty,
- wskazówka sekundowa w ciągu 1 sekundy.



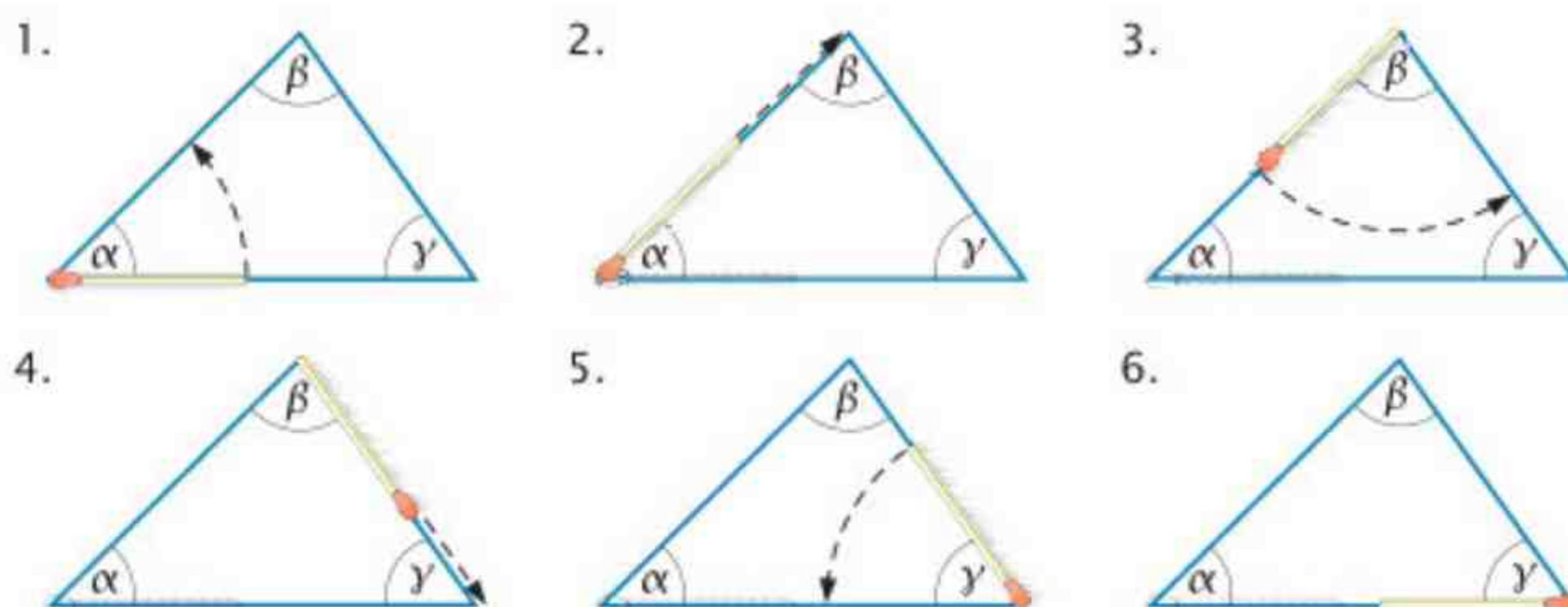
12. Miary kątów możemy określać nie tylko w stopniach, ale także w minutach i sekundach oraz w rumbach i radianach. Znajdź w encyklopedii lub w internecie informacje o tych jednostkach. Wyraż miarę kąta pełnego w minutach, sekundach i w rumbach.



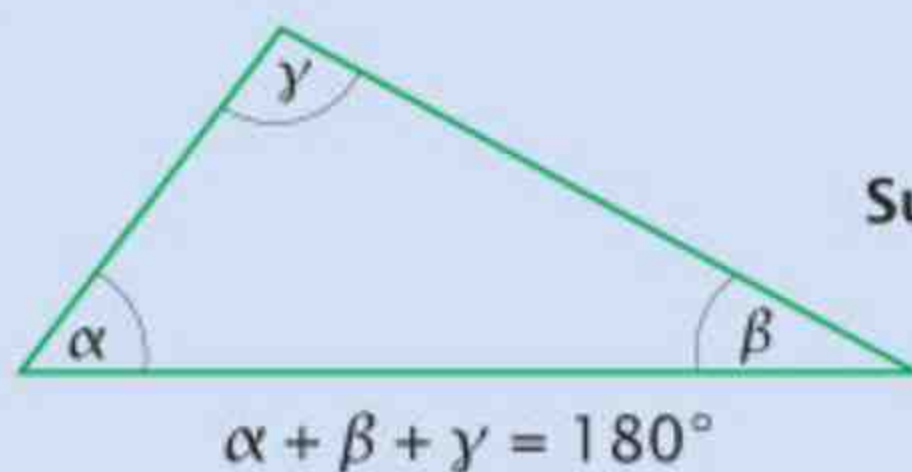
Minutowa wskazówka zegara obróciła się o 60° . O jaki kąt obróciła się w tym samym czasie wskazówka godzinowa?

Kąty w trójkątach i czworokątach

ĆWICZENIE A. Narysuj trójkąt, przyłóż zapalniczkę do jednego z boków, a potem przesuwaj zapalniczkę i obracaj zgodnie z poniższą instrukcją.



Porównaj początkowe i końcowe położenie zapalniczki — o jaki kąt się obróciła? Zauważ, że zapalniczka obróciła się o kąt równy sumie kątów trójkąta.

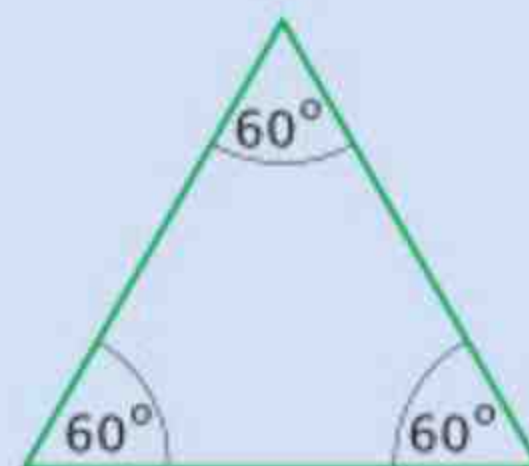


Suma miar kątów trójkąta wynosi 180° .

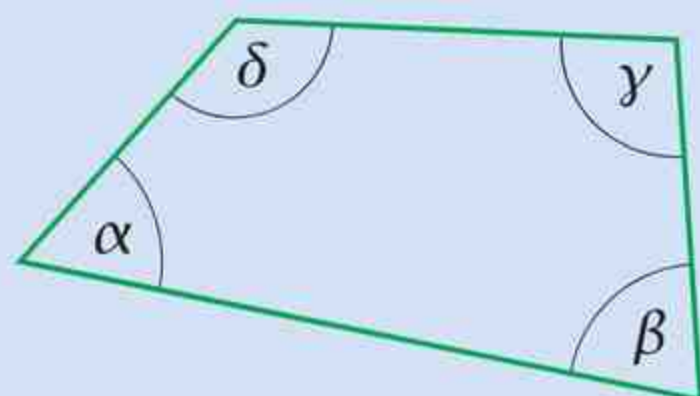
ĆWICZENIE B. Ile kątów ostrych ma trójkąt ostrokątny, ile prostokątny, a ile rozwartokątny?



- W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie mają jednakowe miary,
- W trójkącie równobocznym każdy kąt ma miarę 60° .



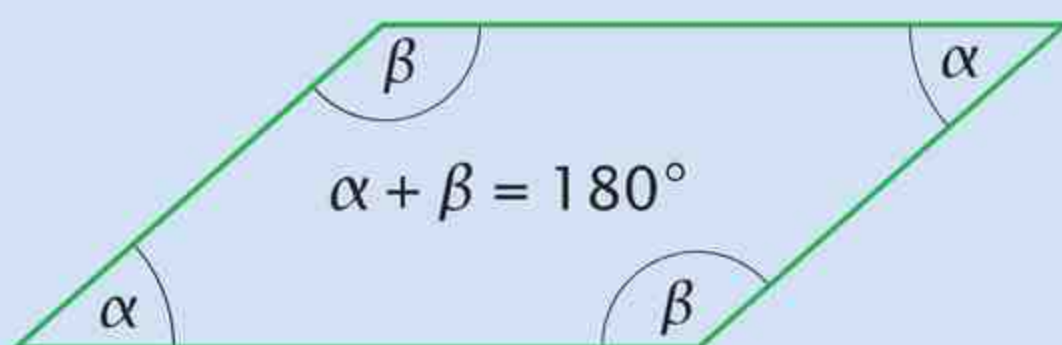
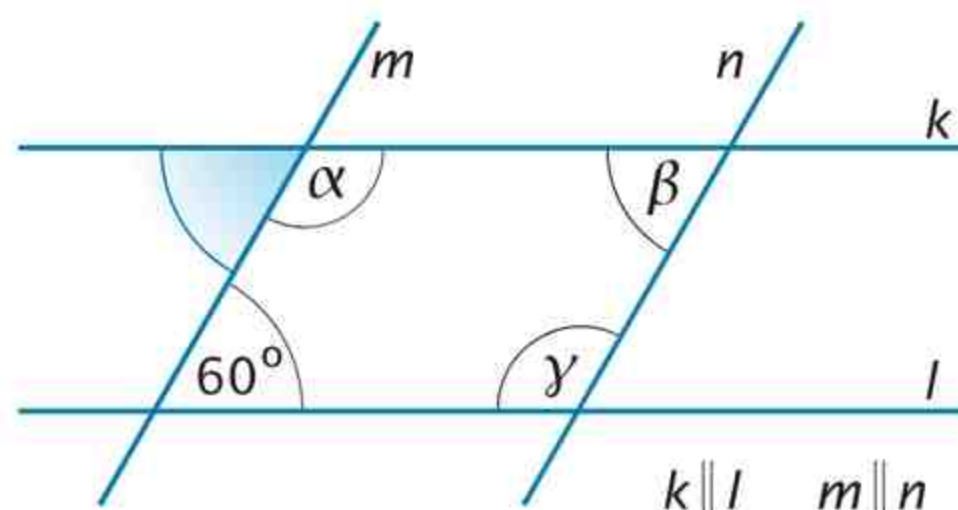
ĆWICZENIE C. Narysuj dowolny czworokąt i podziel go na dwa trójkąty. Co można powiedzieć o sumie kątów tego czworokąta?



$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

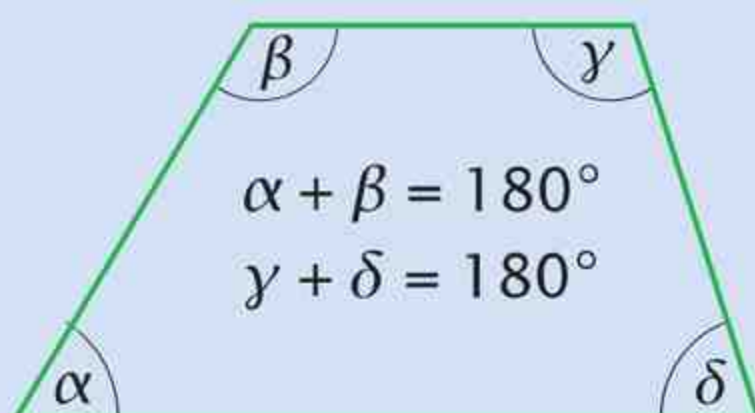
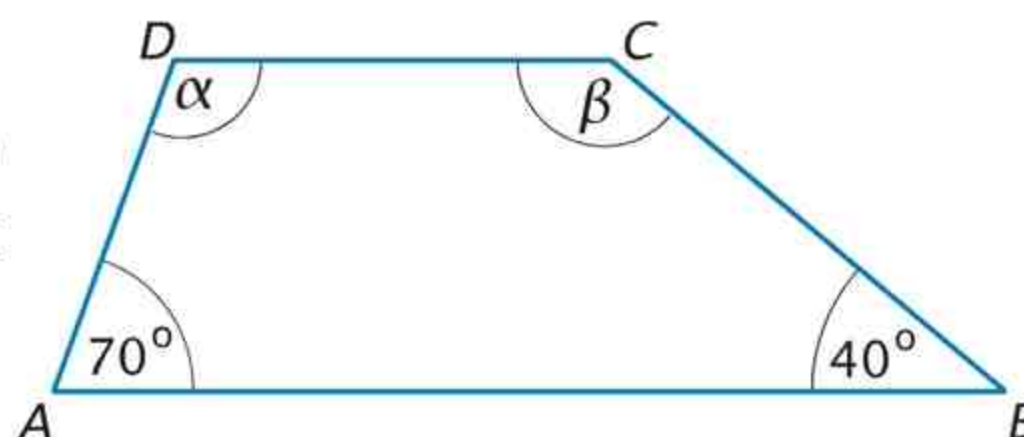
W każdym czworokącie
suma miar kątów wynosi 360° .

ĆWICZENIE D. Popatrz na rysunek obok. Jaką miarę ma kąt zaznaczony na niebiesko? Jakie miary mają kąty α , β i γ ?

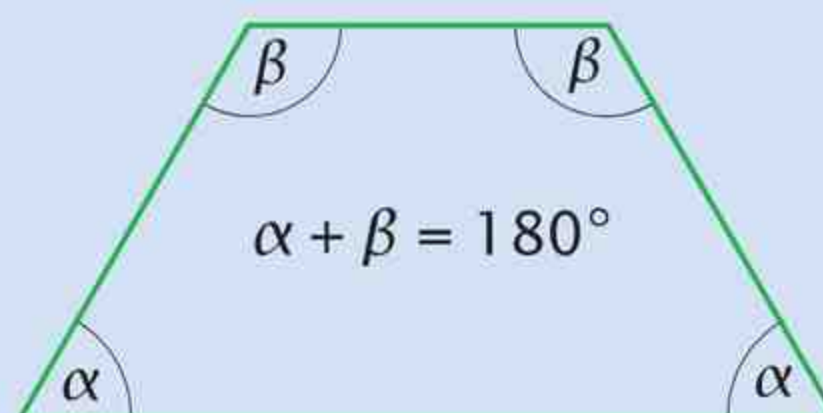


W równoległoboku kąty leżące naprzeciw siebie mają równe miary, a suma miar kątów leżących przy tym samym boku jest równa 180° .

ĆWICZENIE E. Czworokąt $ABCD$ jest trapezem. Jaką miarę ma kąt α ? Jaką miarę ma kąt β ?



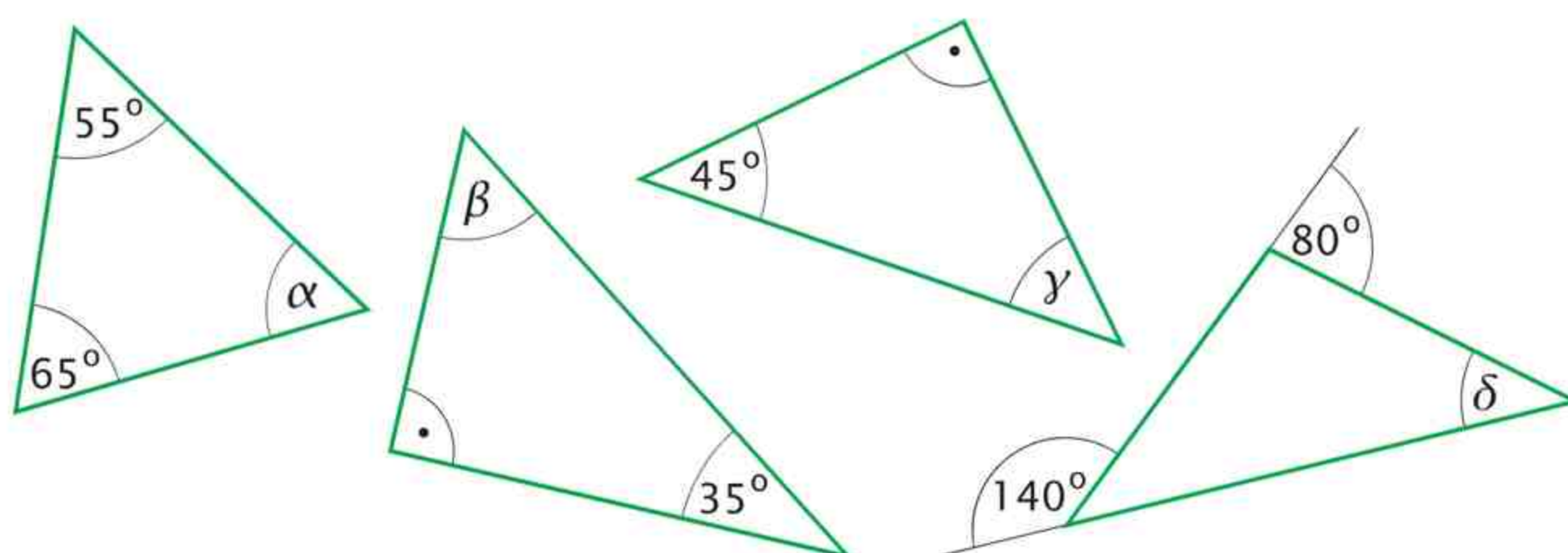
W trapezie suma miar kątów leżących przy tym samym ramieniu wynosi 180° .



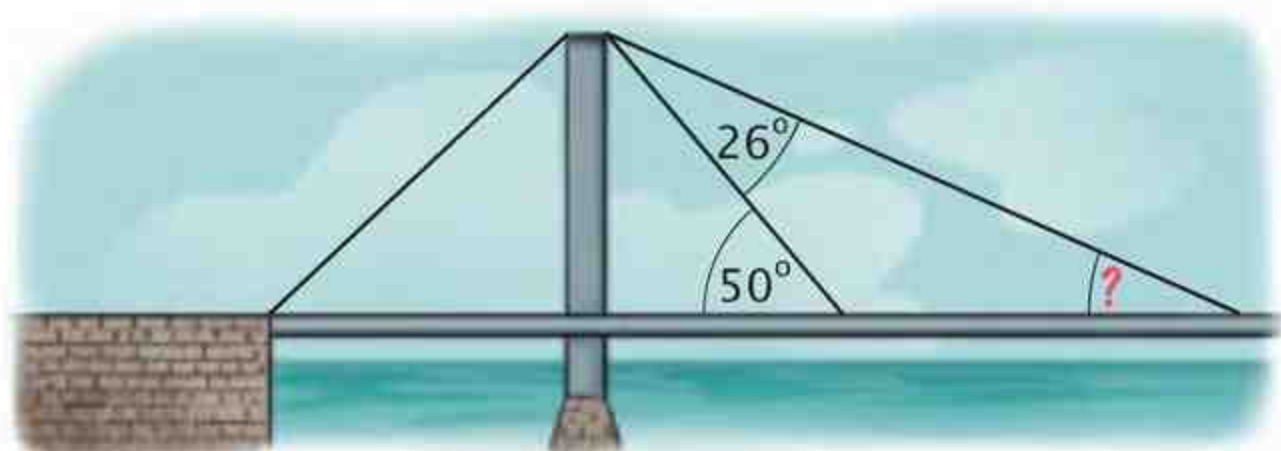
W trapezie równoramiennym, który nie jest równoległobokiem, kąty przy tej samej podstawie mają równe miary.

ZADANIA

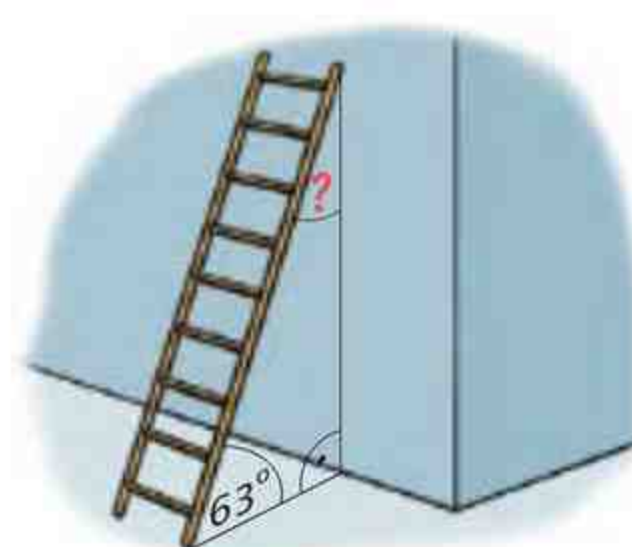
1. Oblicz miary kątów α , β , γ i δ .



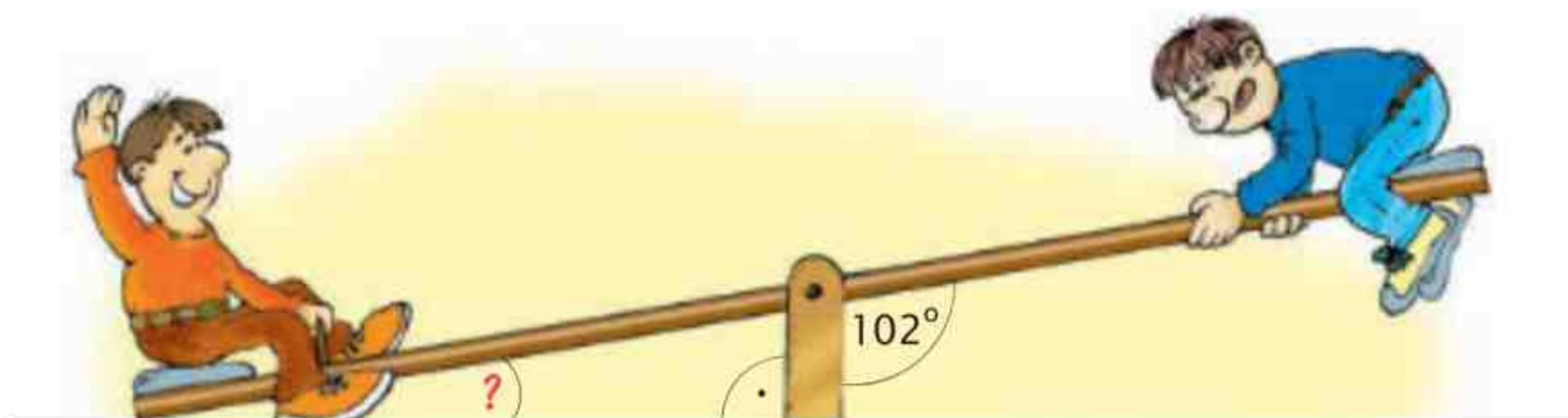
2. Przyjrzyj się rysunkom i odpowiedz na pytania.



Pod jakim kątem do poziomu nachylona jest najdłuższa z lin przytrzymujących most?

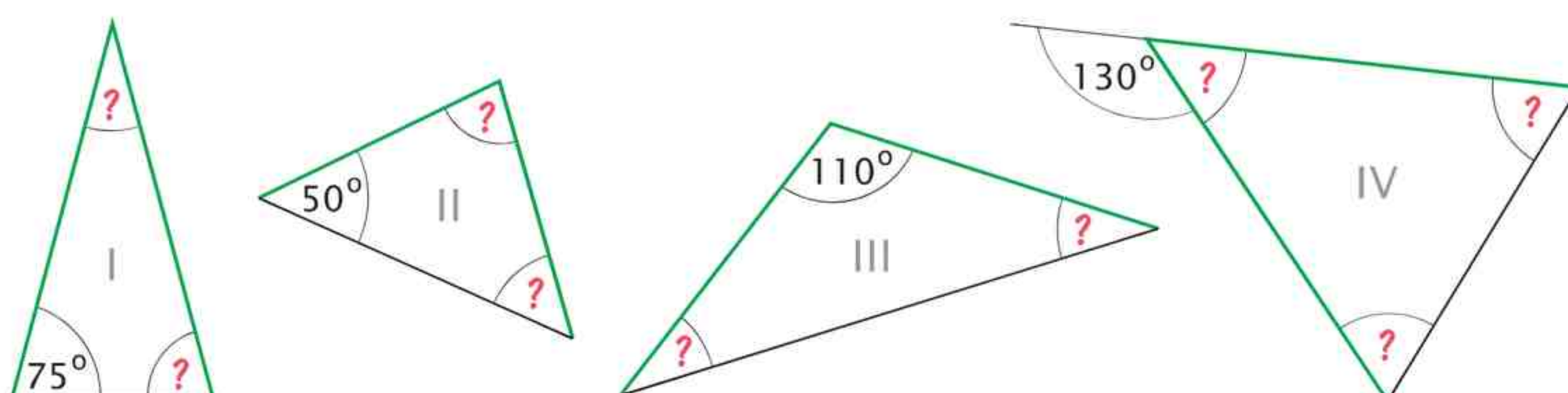


Jaki kąt tworzy drabina ze ścianą?



Jaką miarę ma kąt ostry między huśtawką a poziomem?

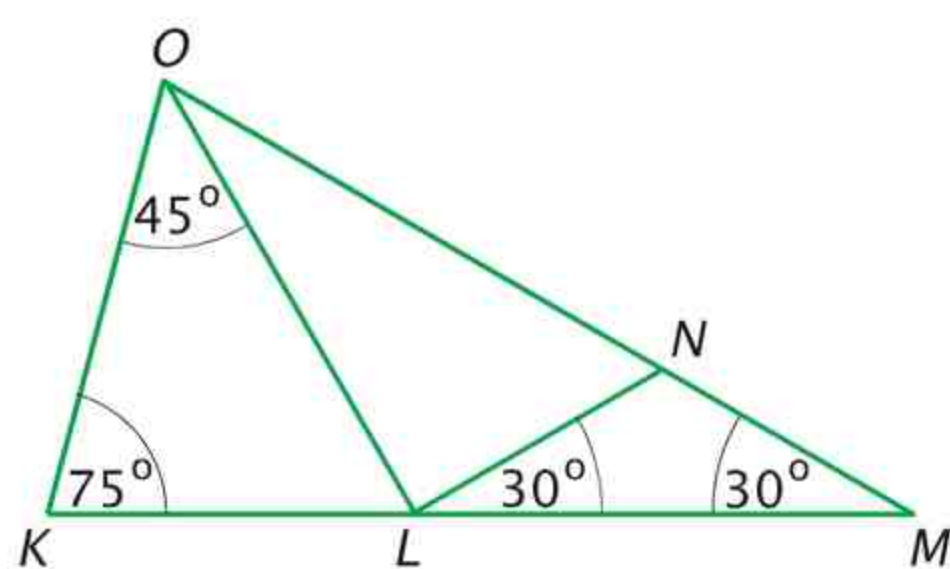
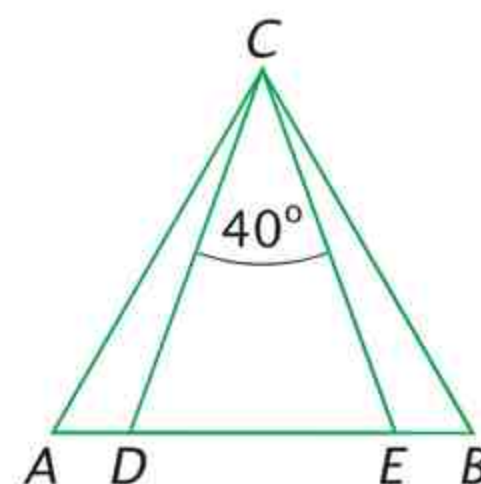
3. Poniżej narysowano trójkąty równoramienne (ich ramiona zaznaczono na zielono). Oblicz miary zaznaczonych kątów.



4. a) Jakie miary mają kąty w trójkącie prostokątnym równoramiennym?

b) Jeden z kątów w trójkącie równoramiennym ma miarę 66° . Jakie miary mają pozostałe dwa kąty? Rozpatrz dwa przypadki.

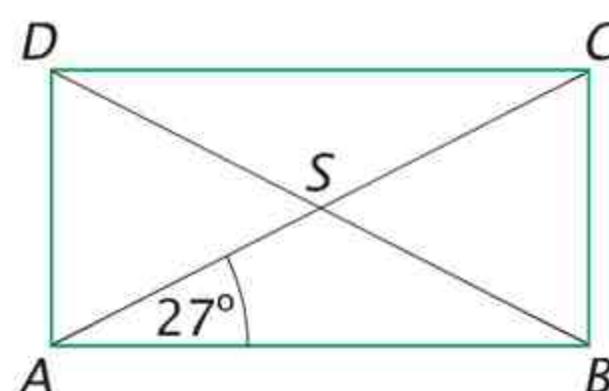
5. Na rysunku obok trójkąt ABC jest równoboczny, a trójkąt DEC jest równoramienny. Znajdź miary kątów trójkąta ADC oraz trójkąta DBC .



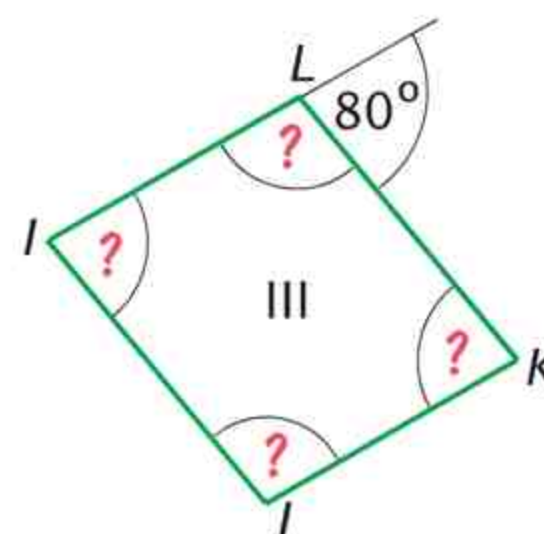
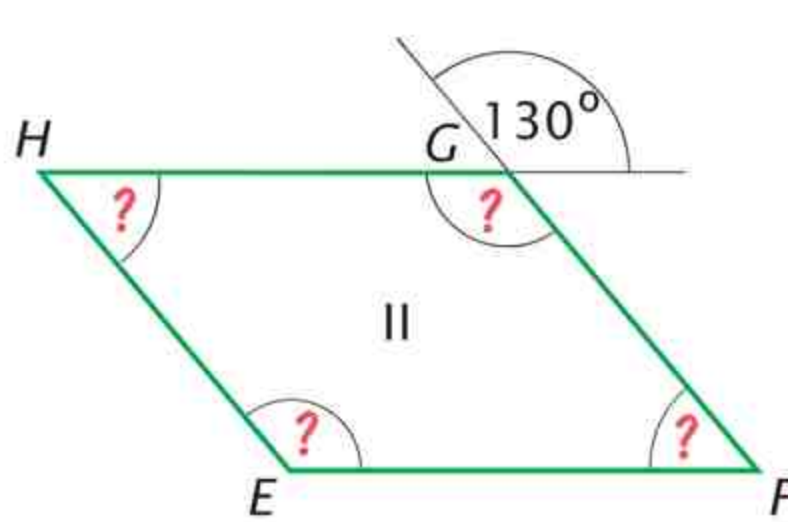
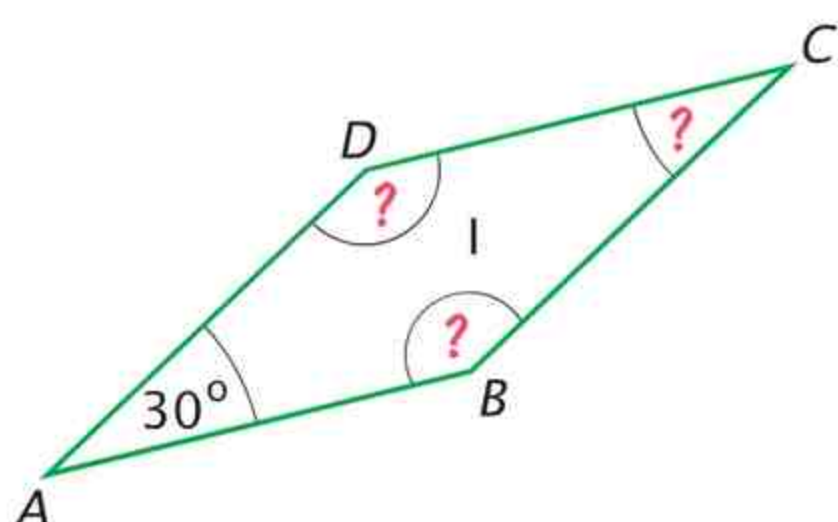
6. Znajdź na rysunku obok trójkąt LNO i oblicz miary jego kątów.

7. W pewnym trójkącie prostokątnym miara jednego z kątów ostrych jest o 10° mniejsza od miary drugiego. Jakie miary mają kąty tego trójkąta?

8. Czworokąt $ABCD$ na rysunku obok jest prostokątem. Znajdź miary kątów trójkątów: ABC , CDS , BCS .



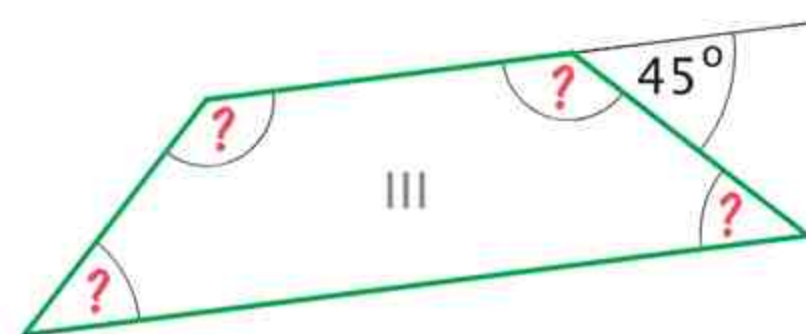
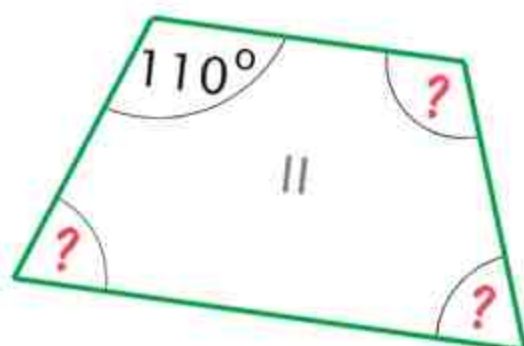
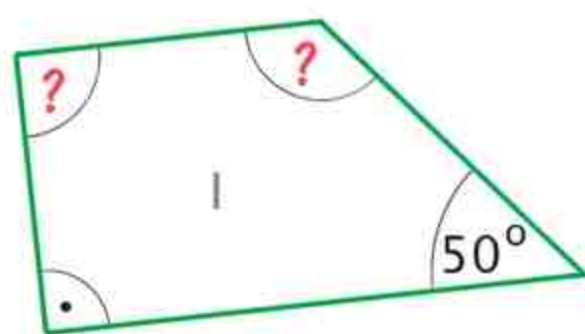
9. Podaj brakujące miary kątów poniższych równoległoboków.



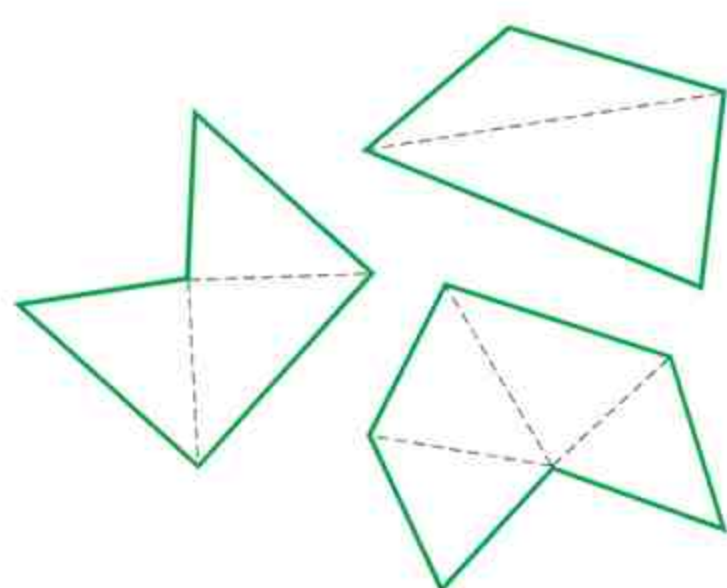
10. Ustal, czy istnieje czworokąt, który:

- ma wszystkie kąty ostre,
- ma dokładnie trzy kąty ostre,
- ma dokładnie dwa kąty ostre,
- ma tylko jeden kąt ostry.

11. Podaj brakujące miary kątów poniższych trapezów (trapezy II oraz III są równoramienne).



12. W trapezie równoramiennym jeden z kątów jest 2 razy większy niż drugi. Znajdź miary wszystkich kątów tego trapezu.



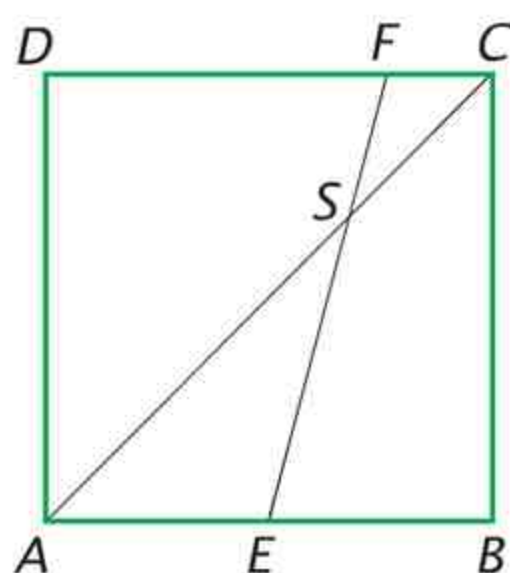
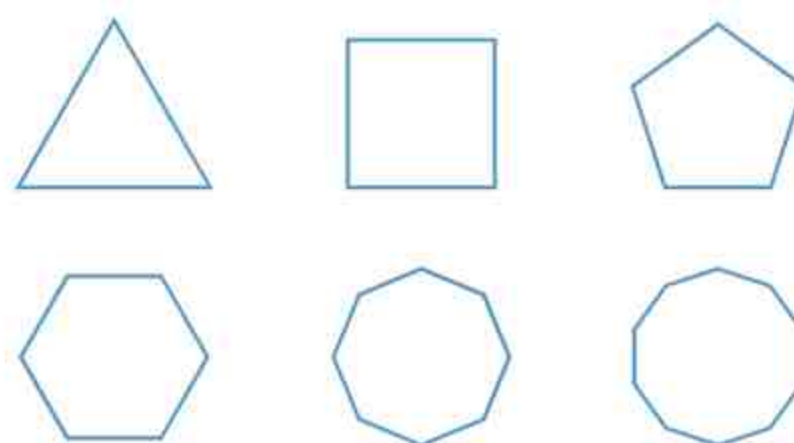
13. Czworokąt, pięciokąt i sześciokąt na rysunku obok podzielono na trójkąty. Korzystając z tych rysunków, można wywnioskować, że suma miar kątów: w czworokącie wynosi $2 \cdot 180^\circ$, w pięciokącie — $3 \cdot 180^\circ$, w sześciokącie — $4 \cdot 180^\circ$. Jak myślisz, ile wynosi suma miar kątów siedmiokąta, a ile — dziesięciokąta?

14. Przeczytaj ciekawostkę. Korzystając z zadania 13., ustal, jaką miarę ma kąt wewnętrzny pięciokąta foremnego, a jaką — sześciokąta foremnego.

15. Rysując przekątne łączące przeciwległe wierzchołki dziesięciokąta foremnego, można go podzielić na 10 jednakowych trójkątów równoramiennych. Podaj miary kątów tych trójkątów.

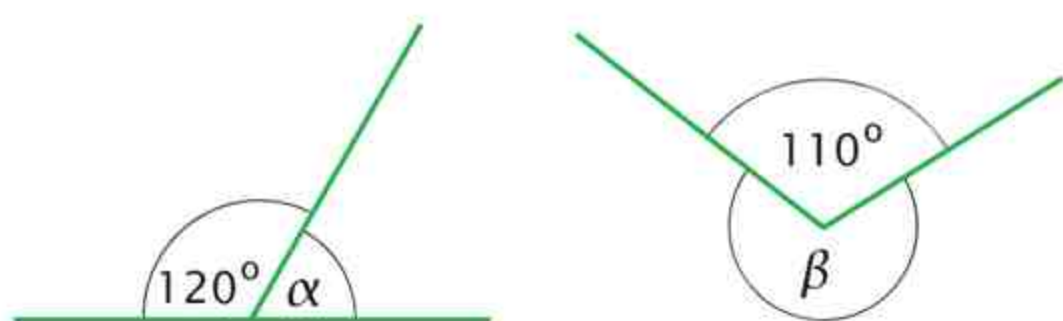
Ciekawostka

W każdym z narysowanych wielokątów wszystkie boki mają jednakową długość i wszystkie kąty mają taką samą miarę. Takie figury nazywamy **wielokątami foremnymi**.



Czworokąt $ABCD$ na rysunku obok jest kwadratem. Kąt FSC ma miarę 30° . Jaką miarę ma kąt ostry SEB ?

1. Jaka jest suma miar kątów α i β ?



- A. 230° B. 310° C. 130° D. 170°

2. Turysta wyruszył na wschód. Po pewnym czasie stanął, obrócił się w prawo o kąt 135° i poszedł dalej. W którym teraz poszedł kierunku?

- A. północno-wschodnim
B. północno-zachodnim
C. południowo-wschodnim
D. południowo-zachodnim

3. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 72, a jego ramię ma długość 26. Jaką długość ma podstawa?

- A. 46 B. 23 C. 20 D. 10

4. W trójkącie ABC jeden z kątów ma 100° , a drugi 40° . W trójkącie DEF jeden z kątów ma 70° , a drugi 40° . Który z tych trójkątów jest równoramienny?

- A. tylko trójkąt ABC C. oba
B. tylko trójkąt DEF D. żaden

5. Z jednakowych kwadratów o obwodzie 4 dm można układać różne prostokąty. Oceń prawdziwość zdań.

① Z dwunastu kwadratów można ułożyć trzy różne prostokąty.

PRAWDA / FAŁSZ

② Obwód prostokąta ułożonego z pięciu kwadratów wynosić będzie 20 dm.

PRAWDA / FAŁSZ

③ Z czterech kwadratów można ułożyć prostokąt o obwodzie 32 dm albo o obwodzie 40 dm.

PRAWDA / FAŁSZ

6. Punkty A , B i C to wierzchołki trójkąta równobocznego o boku 12 cm i jednocześnie środki trzech okręgów. Okrąg o środku A ma średnicę 12 cm, okrąg o środku B ma promień 5 cm, a okrąg o środku C ma średnicę 14 cm. Oceń prawdziwość podanych zdań.

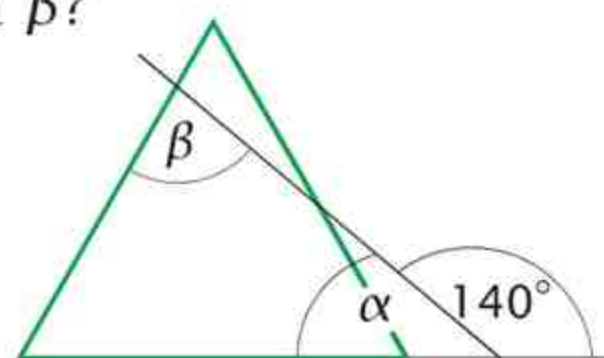
① Okręgi o środkach A i B nie mają punktów wspólnych.

PRAWDA / FAŁSZ

② Okręgi o środkach A i C mają dwa punkty wspólne.

PRAWDA / FAŁSZ

7. Trójkąt równoboczny przecięto prostą (zob. rysunek). Jakie miary mają kąty α i β ?



8. Do prostokąta, którego wymiary wynoszą $8\text{ cm} \times 6\text{ cm}$, dorysowano kwadrat o boku 4 cm tak, że powstał sześciokąt. Jaki obwód ma ten sześciokąt?

9. Krótsza przekątna trapezu prostokątnego tworzy z krótszym ramieniem kąt 20° , a z dłuższym — kąt 50° . Jakie są miary kątów, które tworzy dłuższe ramię z podstawami trapezu?

10. Dwa jednakowe trapezy równoramienne, w których jeden z kątów ma 110° , połączono wzdłuż dłuższych podstaw, otrzymując sześciokąt. Jakie miary mają kąty tego sześciokąta?

11. Kawałek papieru w kształcie rombu o boku 17 cm i przekątnych 16 cm i 30 cm złożono tak, że wszystkie wierzchołki rombu znalazły się w punkcie przecięcia przekątnych. Jaki obwód ma tak otrzymany prostokąt?

w krainie łamigłówek

3 Używając za każdym razem 24 zapalek (lub jednakowych patyczków), ułóż:

- a) trzy kwadraty,
- b) sześć kwadratów,
- c) dziewięć kwadratów.

Uwaga. Kwadraty mogą, ale nie muszą być jednakowej wielkości.

4 Na Wigilię do małżeństwa Kowalskich przyszło 8 gości. Każde dwie osoby się uściśnęły, a następnie łamiąc się opłatkiem, złożyły sobie życzenia. Oblicz liczbę uścisków w czasie łamania się opłatkiem na Wigilii u państwa Kowalskich.

Ile uścisków wymieniono w czasie łamania się opłatkiem na Wigilii u państwa Jankowskich, jeśli oprócz małżeństwa Jankowskich było jeszcze 10 osób?



Liczby na co dzień

ODLOTY Z WARSZAWY

Miasto	Rejs	Odlot	Przylot	Dni lotów
NOWY JORK	LO 006	12:25	15:30	123456
LONDYN	BA 847	11:50	13:35	1234567
MOSKWA	LO 675	10:45	13:50	1234567
PEKIN	LO 91	16:30	06:35	247
LIZBONA	TP 1261	17:10	20:15	1234567

Godzina przylotu podana jest według czasu lokalnego.
1 oznacza poniedziałek, 2 – wtorek itd.



CZASY LOKALNE



W tabeli podano informacje o niektórych rejsach samolotów odlatujących z lotniska Warszawa-Okęcie. Zegary pokazują czasy lokalne w wybranych miastach.

1. Która godzina jest w Lizbonie, gdy w Warszawie jest 12⁰⁰?
2. Która godzina jest w Warszawie, gdy w Lizbonie jest 12⁰⁰?
3. Która godzina jest w Pekinie, gdy w Warszawie jest 15⁰⁰?
4. Która godzina jest w Moskwie, gdy w Londynie jest 8⁰⁰?
5. Która godzina jest w Nowym Jorku, gdy w Warszawie startuje samolot LO 006? Jak długo ten samolot leci do Nowego Jorku?
6. Jak długo trwa lot samolotu z Warszawy do Moskwy?
7. W jakie dni tygodnia ląduje w Pekinie samolot LO91?

ĆWICZENIE. Rozwiąż poniższy test.

TEST. KTÓRE ZDANIA SĄ PRAWDZIWE?

- ① Sierpień ma 31 dni. ② Rok przestępny ma 364 dni. ③ Rok nieprzestępny trwa 52 tygodnie i 1 dzień. ④ Luty w 2005 roku miał 29 dni. ⑤ Godzina lekcyjna trwa więcej niż 3000 sekund. ⑥ Bitwa pod Grunwaldem odbyła się w XIV w. ⑦ Od godziny 18³² do północy jest jeszcze 6 godzin i 28 minut. ⑧ Jeśli 1 kwietnia jest w poniedziałek, to 1 maja będzie we wtorek.

Ciekawostka

Już od 46 roku p.n.e. Rzymianie używali kalendarza, według którego zwykły rok miał 365 dni, a co cztery lata był rok przestępny o 366 dniach. Ten kalendarz nazywany jest kalendarzem juliańskim od imienia rzymskiego władcy, który go wprowadził — Juliusza Cezara. Według kalendarza juliańskiego cztery lata to 1461 dni ($3 \cdot 365 + 366$).

Jednak cztery pełne obiegi Ziemi po orbicie wokół Słońca trwają o około 45 minut krócej. To niby niewielka różnica, ale w ciągu ponad 1600 lat używania kalendarza juliańskiego różnica ta wyniosła w sumie ponad 12 dni. Z tego powodu w 1582 roku wprowadzono poprawkę. W tym czasie papieżem był Grzegorz XIII i dlatego nasz kalendarz nazywany jest gregoriańskim.

ZASADY DOTYCZĄCE LAT PRZESTĘPNYCH W NASZYM KALENDARZU

- Rok oznaczony liczbą podzielną przez 4 jest przestępny, gdy nie jest ostatnim rokiem wieku.
- Ostatni rok wieku (czyli 1600, 1700, 1800 itd.) jest przestępny tylko wtedy, gdy jest oznaczony liczbą podzielną przez 400. Zatem przestępne są lata 1600, 2000, 2400 itd., a nie są przestępne lata 1700, 1800, 1900, 2100, 2200 itd.

ZADANIA

1. Korzystając z informacji podanych poniżej, odpowiedz:

- a) W którym wieku wynaleziono gumę do żucia, w którym — lunetę, a w którym zbudowano pierwszy samochód?
- b) Których wynalazków i odkryć dokonano w roku przestępnym?

DATY WYNALAZKÓW I ODKRYĆ

1590 — mikroskop	1867 — dynamit	1900 — kwanty w fizyce
1600 — luneta	1869 — odkurzac	1924 — mrożona żywność
1800 — bateria	1870 — żarówka	1938 — kserograf
1816 — rower	1882 — bakteria gruźlicy	1960 — laser
1827 — mikrofon	1884 — pióro wieczne	1970 — kod kreskowy
1848 — guma do żucia	1885 — samochód	1972 — płyta kompaktowa
1850 — lodówka	1886 — coca-cola	1973 — telefon komórkowy

10. Marta urodziła się w pewną niedzielę stycznia 2015 roku. Bartek także urodził się w 2015 roku i też w niedzielę, ale latem. W którym dniu tygodnia Marta obchodziła pierwsze urodziny, a w którym — Bartek?

11. Pewnego nieprzestępnego roku 13 stycznia wypadł w piątek. Czy w owym roku były jeszcze inne piątki, które były trzynastym dniem miesiąca?



12. Kukułka w zegarze kuka raz o godzinie 1⁰⁰ i o 13⁰⁰, dwa razy o godzinie 2⁰⁰ i o 14⁰⁰ itd. O północy i w południe kuka 12 razy. W połowie godziny kuka jeden raz. Ile razy kukułka kuka w ciągu doby?

13. a) 1200 sekund — ile to minut?
b) 2,75 minuty — ile to sekund?
c) 3600 minut — ile to godzin?

14. Liczba pod nazwą miasta oznacza rok, w którym to miasto otrzymało prawa miejskie. Dla każdego z miast podaj, w którym to było wieku.

L	C	D	M
50	100	500	1000
XL	XC	CD	CM
40	90	400	900



Gdynia
MCMXXVI



Kielce
MCCCLXIV



Sopot
MCM



Białystok
MDCCXLIX



Krosno
MCCCXLVIII



Łomża
MCDXVIII

rok 1999 wtorek

20 lipca

30 lat temu o godzinie 5⁰⁰ czasu polskiego amerykański astronauta Neil Armstrong stanął na Księżycu.



26–32 / 252

Oto stara kartka z kalendarza. Który dzień tygodnia był w Polsce, gdy po raz pierwszy człowiek stanął na Księżycu?

Jednostki długości i jednostki masy

ĆWICZENIE A. a) W jakich jednostkach najwygodniej byłoby określić wysokości przedmiotów przedstawionych obok?

b) W jakich jednostkach najwygodniej byłoby określić masy przedmiotów pokazanych obok?



ĆWICZENIE B. Wypisz znane ci jednostki długości i jednostki masy. Zapisz zależności między jednostkami.

Poniżej przypominamy podstawowe zależności między jednostkami długości oraz między jednostkami masy.

Jednostki długości:

1 km 1 m 1 dm
1 cm 1 mm

Zależności między
jednostkami długości:

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$= 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$$

$$= 1000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

Jednostki masy:

1 t 1 kg 1 dag
1 g 1 mg

Zależności między
jednostkami masy:

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

$$= 100 \text{ dag}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$$

$$1 \text{ g} = 1000 \text{ mg}$$

Z powyższych równości łatwo można wywnioskować na przykład, że:

ponieważ $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$, więc $1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} = 0,001 \text{ km}$

ponieważ $1 \text{ kg} = 100 \text{ dag}$, więc $1 \text{ dag} = \frac{1}{100} \text{ kg} = 0,01 \text{ kg}$

ponieważ $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$, więc $1 \text{ mm} = \frac{1}{100} \text{ dm} = 0,01 \text{ dm}$

ĆWICZENIE C. Zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami naturalnymi lub ułamkami (zwykłymi lub dziesiętnymi).

$$\begin{array}{ccccc} 1 \text{ g} = ? \text{ mg} & 1 \text{ kg} = ? \text{ t} & 1 \text{ cm} = ? \text{ m} & 1 \text{ dag} = ? \text{ mg} & 1 \text{ dm} = ? \text{ mm} \\ 1 \text{ g} = ? \text{ kg} & 1 \text{ kg} = ? \text{ dag} & 1 \text{ cm} = ? \text{ mm} & 1 \text{ dag} = ? \text{ kg} & 1 \text{ dm} = ? \text{ m} \end{array}$$

Ciekawostka

Zwróć uwagę, że niektóre nazwy jednostek długości i masy mają takie same przedrostki, np. **kilo**metr i **kilo**gram, **mili**metr i **mili**gram. Przedrostek *kilo* oznacza tysiąckrotne powiększenie, a przedrostek *mili* oznacza tysiąckrotne pomniejszenie.

1 kilogram to 1000 gramów

1 kilometr to 1000 metrów

1 miligram to $\frac{1}{1000}$ grama

1 milimetr to $\frac{1}{1000}$ metra

1 cal to około 2,54 cm

1 kwintal
to w skrócie 1 q
1 q = 100 kg

Oprócz jednostek omawianych dotąd używa się też czasem jeszcze innych jednostek długości i masy. Na przykład średnice rur określa się w calach, a w rolnictwie używa się kwintali (przede wszystkim do określenia masy płodów rolnych).

Na fotografiach obok przedstawiono piłkę tenisową, kulę bilardową i piłeczkę golfową oraz podano ich masy i średnice.

Aby je porównać, musimy wyrazić w jednolitych jednostkach ich średnice, a także masy. Korzystamy przy tym z podstawowych zależności między jednostkami.



Średnica piłki tenisowej: 6,38 cm

Średnica piłki golfowej: 0,41 dm = $0,41 \cdot 10 \text{ cm} = 4,1 \text{ cm}$

Średnica kuli bilardowej: 57,15 mm = $57,15 \cdot \frac{1}{10} \text{ cm} = 5,715 \text{ cm}$

| 1 dm = 10 cm

| 1 mm = $\frac{1}{10}$ cm

Masa piłki tenisowej: 5,67 dag

Masa piłki golfowej: 45 g = $45 \cdot \frac{1}{10} \text{ dag} = 4,5 \text{ dag}$

Masa kuli bilardowej: 0,16 kg = $0,16 \cdot 100 \text{ dag} = 16 \text{ dag}$

| 1 g = $\frac{1}{10}$ dag

| 1 kg = 100 dag

Z obliczeń wynika, że największą średnicę ma piłka tenisowa, a najcięższa jest kula bilardowa.

ZADANIA

1. Spróbuj oszacować podane wielkości. Dobierz odpowiednie (jak najwygodniejsze) jednostki.

- długość twojej stopy
- grubość kartki z zeszytu
- długość ziarna pszenicy
- odległość od twojego domu do szkoły
- wysokość budynku szkolnego
- odległość od Bałtyku do Tatr

2. Każdą z wielkości podanych obok wyraż za pomocą dwóch innych jednostek.

700 cm 0,06 m 7000 kg
300 000 g 5 000 000 cm
0,025 kg 25 000 dag 18,5 mm

3. Na ilustracjach przedstawiono piłki używane w różnych dyscyplinach sportowych oraz podano ich masy i średnice. Wymień te piłki w kolejności od najlżejszej do najcięższej. O ile większą średnicę ma piłka do koszykówki od piłki do siatkówki?

siatkówka	piłka ręczna kobiet	piłka nożna	koszykówka
			
27 dag 2,1 dm	400 g 178 mm	0,45 kg 2,2 dm	0,62 kg 24,5 cm

4. Wyraż podane wielkości za pomocą jednostki, którą zapisano na żółtym tle.

- a) **cm** 0,8 m, 500 mm, 3,5 dm, 0,07 m, 70,5 m
b) **dm** 137 cm, 30,1 cm, 0,85 m, 200 mm, 1410 mm
c) **m** 5000 cm, 20 cm, 16 km, 1683 cm, 3,7 km
d) **km** 250 000 cm, 7500 m, 200 000 000 cm, 250 000 m
e) **kg** 650 g, 1520 g, 360 dag, 16,5 t, 1,025 t
f) **dag** 12 kg, 6,75 kg, 0,08 kg, 750 g, 9 g
g) **g** 1200 mg, 70 mg, 6 dag, 7,2 dag, 0,6 kg

5. Wymień podane wielkości w kolejności rosnącej.

- a) $a = 0,075 \text{ t}$ $b = 1547 \text{ g}$ $c = 3,45 \text{ kg}$ $d = 25\,700 \text{ g}$
b) $a = 0,02 \text{ m}$ $b = 3000 \text{ mm}$ $c = 0,0007 \text{ km}$ $d = 0,5 \text{ dm}$

6. Ustal, ile gramów ważą: 1 mazak, 1 wsuwka itd.



10 mazaków waży 56 g



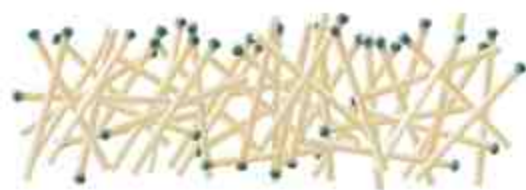
5 wsuwek waży 2 g



50 talerzyków waży 520 g



10 jajek waży 0,52 kg



48 zapalek waży 5,76 g

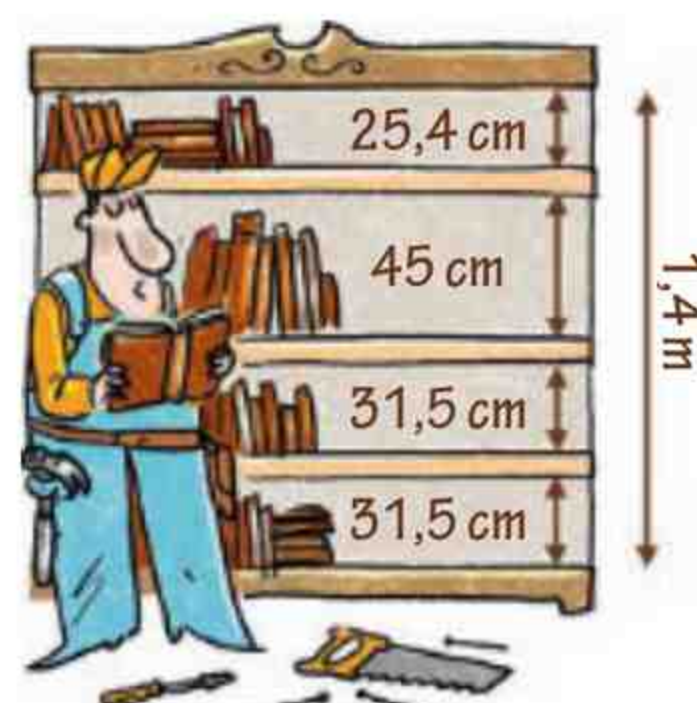


400 serwetek waży 0,16 kg



200 ziaren kawy waży 12,5 dag

7. Do biblioteczki włożono 3 jednakowe półki, na których ułożono książki (zob. rysunek obok). Jaką grubość mają te półki?



8. Pływak podczas treningu pokonuje dystans 9,2 km. Ile razy musi przepłynąć basen o długości 25 m?

9. Po obu stronach drogi o długości 1,5 km ułożono krawężnik z jednakowych elementów, każdy o długości 75 cm. Ilu takich elementów użyto?



10. Pan Roman słodzi herbatę, wsypując do każdej szklanki dwie łyżeczki cukru po 5 g każda. Na ile szklanek herbaty wystarczy mu 1 kg cukru?

11. Tona aluminium kosztuje około 10 tys. zł. Pusta aluminiowa puszka waży 16 g. Ile kosztuje aluminium zużyte na wyprodukowanie jednej puszki?

12. a) Ile witaminy C jest w 1 kg truskawek, a ile — w 1 kg malin?

b) Czy więcej witaminy C jest w 5 dag truskawek, czy — w 0,5 kg czereśni?

ZAWARTOŚĆ
WITAMINY C W 100 g

truskawki — 63 mg
maliny — 31 mg
czereśnie — 5 mg

ŚREDNIE PLONY ZBÓŻ Z 1 ha POLA

pszenica	34,5 q
żyto	23,1 q
jęczmień	31,1 q
owies	26,1 q
pszenżyto	29,9 q

13. a) Ile ton żyta można zebrać z 1 ha pola?
b) O ile więcej kilogramów jęczmienia niż żyta można zebrać z 1 ha pola?

 c) Z 1 kg pszenicy można otrzymać 75 dag mąki pszennej. Z 1 kg takiej mąki można upiec 2 nieduże bochenki chleba. Na ile bochenków wystarczy pszenica zebrana z 1 ha pola?

14. a) 6 mil — ile to kilometrów?

b) 20 cali — ile to centymetrów?

 c) 30 stóp — ile to metrów?

JEDNOSTKI ANGLOSASKIE

1 mila = 1609 m

1 cal = 2,54 cm

1 stopa = 12 cali

DAWNE JEDNOSTKI DŁUGOŚCI

linia (2 mm)

stopa = 144 linie

łokieć = 2 stopy

sążen = 3 łokcie

pręt = 2,5 sążnia

DAWNE JEDNOSTKI MASY

gran (0,044 g)

skrupuł = 24 grany

łut = 12 skrupułów

funt = 32 łuty

cetnar = 100 funtów

15. a) Każdą z podanych obok dawnych jednostek długości wyraż za pomocą wybranej jednostki metrycznej (mm, cm, m lub km).

b) Które z dawnych jednostek masy wymienionych obok były mniejsze od 1 dag, a które większe od 1 kg?

c) Jeśli łokieć płótna ważył pół funta, to ile funtów ważył sążen tego płótna?

Ciekawostka

Odległość Ziemi od Słońca wynosi około 150 mln km. Tę odległość przyjęto za jednostkę długości i nazwano jednostką astronomiczną, w skrócie j.a. Na przykład średnia odległość od Słońca do Jowisza wynosi ok. 5,2 j.a.

Jeszcze większą jednostką długości jest rok świetlny. To odległość, jaką pokonuje światło w ciągu roku (ziemskiego). Wynosi ona około 9 bilionów km. Na przykład odległość od Słońca do najbliższej gwiazdy to ponad 4 lata świetlne.



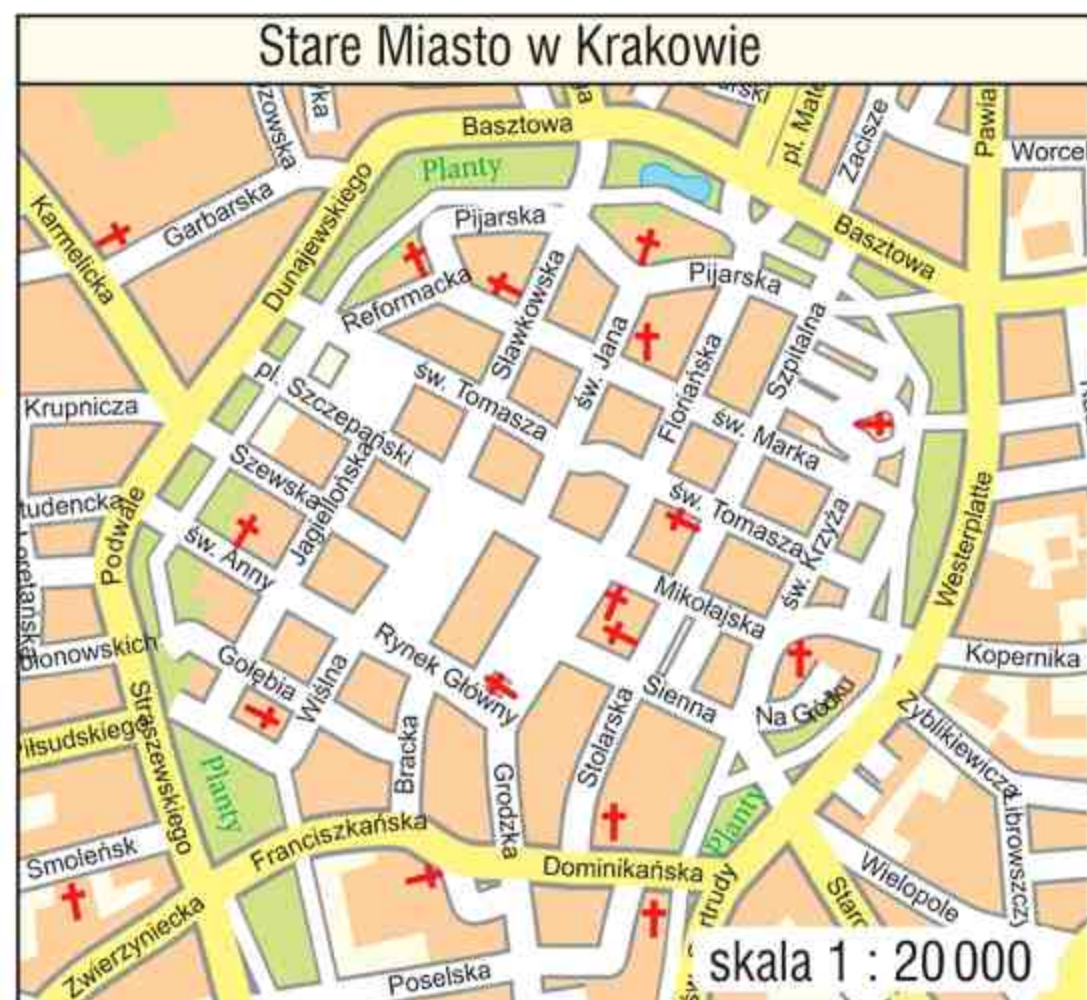
33–35 / 252–253

a) Ile kilometrów jest od Słońca do Jowisza?

b) Jeden rok świetlny — ile to jednostek astronomicznych?

c) Ziemia, okrążając Słońce, pokonuje w ciągu roku odległość około 6,5 j.a. Czy w ciągu doby Ziemia pokonuje odległość większą, czy mniejszą niż 2 mln km?

Skala na planach i mapach



Powyżej przedstawione są fragmenty planów i map. Dzięki podanym na nich skalom możemy obliczyć, jakie są rzeczywiste odległości w terenie.

Rozważmy mapę o skali:

1 : 20 000

Ta skala oznacza, że odległości w terenie są 20 000 razy większe niż odległości na mapie. Zatem:

1 cm na tej mapie
to
20 000 cm w terenie

Ponieważ $20\,000\text{ cm} = 200\text{ m} = 0,2\text{ km}$, więc 1 cm na tej mapie odpowiada 0,2 km w terenie.

PRZYKŁADY

skala 1 : 5 000 000

1 cm na mapie to w terenie $\begin{cases} 5\,000\,000\text{ cm} \\ 50\,000\text{ m} \\ 50\text{ km} \end{cases}$

skala 1 : 3 000

1 mm na mapie to w terenie $\begin{cases} 3\,000\text{ mm} \\ 300\text{ cm} \\ 3\text{ m} \end{cases}$

Ciekawostka

Czy wiesz, czym się różni mapa od planu? W odróżnieniu od mapy, plan nie uwzględnia krzywizny Ziemi ani różnic wysokości na danym terenie.

Najczęściej można spotkać plany miast w skalach 1:10 000 lub 1:5 000. Plany domów, mieszkań oraz działek sporządza się zwykle w skalach 1:100 lub 1:200.

ĆWICZENIE. Ustal, jakim odległościom w terenie odpowiada 1 cm na planach i mapach przedstawionych na poprzedniej stronie.

- a) Budynek na środku rynku w Krakowie to Sukiennice. Oblicz, jaka jest długość tego budynku.
- b) Oblicz, jaka jest długość ulicy Floriańskiej w Krakowie.
- c) Ile jest kilometrów w linii prostej z Krakowa do Zakopanego?
- d) Ile jest kilometrów w linii prostej z Krakowa do Warszawy?

ZADANIA

1. Podaj, ilu metrom i ilu kilometrom w terenie odpowiada 1 cm na mapie o skali:

- a) 1 : 300 000 b) 1 : 15 000 c) 1 : 1 000 000 d) 1 : 270 000

2. Ustal, ilu metrom w terenie odpowiada 1 mm na planie o skali:

- a) 1 : 2000 b) 1 : 5000 c) 1 : 12 000 d) 1 : 100 000

3. Podaj, jaka jest skala mapy, gdy 1 cm na mapie odpowiada w terenie odległości:

- a) 50 000 cm b) 200 m c) 2 km d) 50 km

4. Poniżej są narysowane podziałki liniowe. Jakim skalom odpowiadają te podziałki?

a) 0  5 m

c) 0  350 m

b) 0  10 km

d) 0  2 km

5. Ustal, jaka jest rzeczywista odległość między punktami, które na mapie o skali 1 : 200 000 są odległe o:

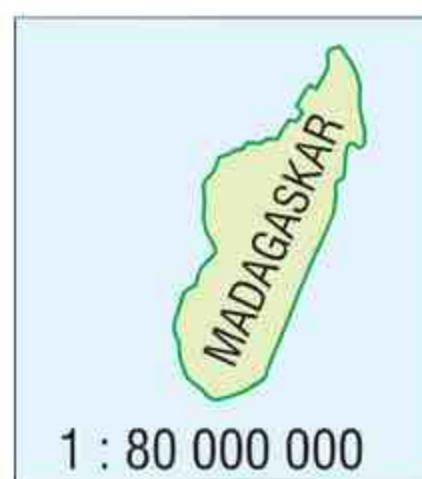
- a) 1 cm b) 5,5 cm c) 3 mm d) 10,4 cm

6. Pewna mapa ma skalę 1 : 150 000.

- a) Ile razy odległość między punktami na tej mapie jest mniejsza od odległości między tymi punktami w rzeczywistości?
- b) 2 cm na tej mapie — ile to metrów w terenie?
- c) 6 mm na tej mapie — ile to metrów w terenie?
- d) 6 km w terenie — ile to centymetrów na tej mapie?

7. Skwer Poetów ma kształt prostokąta. Ile metrów kwadratowych zajmuje ten skwer, jeśli na planie w skali 1 : 6 000 ma wymiary 8 mm × 1,5 cm?

8. Ustal, która z wysp jest najdłuższa, a która — najkrótsza.



9. Na rysunkach przedstawiono fragmenty mapy tego samego terenu w następujących skalach: 1 : 50 000, 1 : 60 000 i 1 : 80 000. Dopasuj odpowiednią skalę do każdej mapy.



10. a) Dwa plany mają jednakowe wymiary. Jeden plan sporządzono w skali 1 : 5 000, a drugi — w skali 1 : 8 000. Na którym planie pokazano większy obszar?

b) Dwie mapy pokazują ten sam obszar. Jedna mapa ma skalę 1 : 250 000, a druga 1 : 300 000. Która mapa ma większe wymiary?

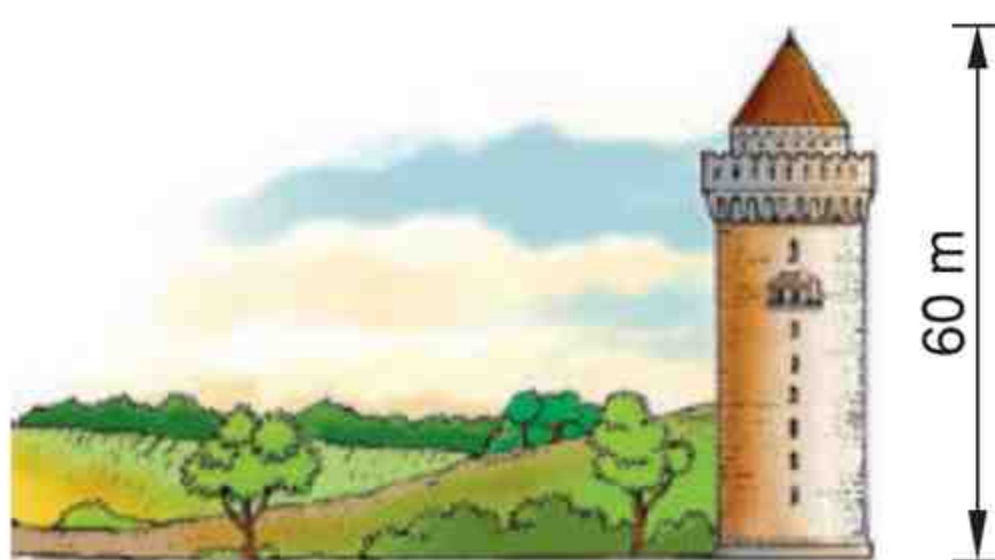


11. Odległość w linii prostej między Warszawą a Gdańskiem jest równa 300 km. Jaka jest skala mapy, na której ta odległość wynosi 4 cm? Wyobraź sobie, że taką mapę powiększono dwukrotnie za pomocą kserografu. Jaką skalę należy zapisać na otrzymanej odbitce?

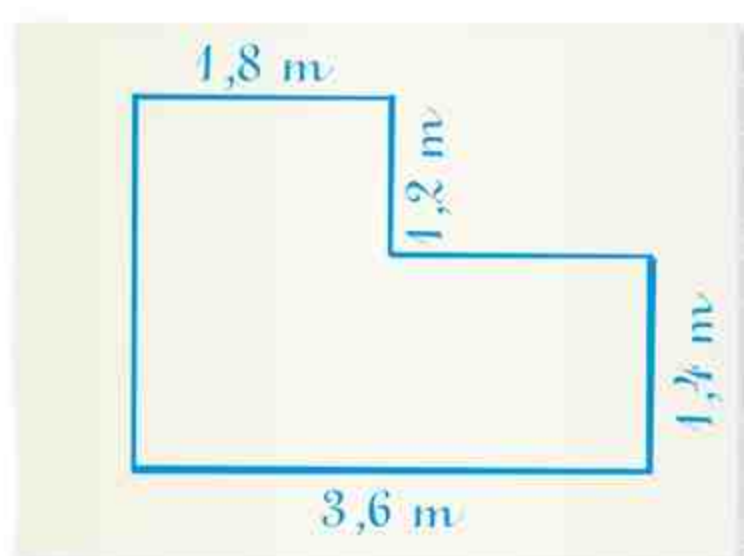
12. Popatrz na dwie mapy okolic syberyjskiego jeziora Bajkał.

a) Jaka jest rzeczywista odległość między punktami zaznaczonymi na pierwszej mapie?

b) Jaką skalę należałoby wpisać pod drugą mapą? Czy długość Bajkału jest większa niż odległość z Warszawy do Gdańska?



13. Wieżę narysowano w pewnej skali. Jaką skalę należałoby wpisać pod tym rysunkiem?



36–40 / 253

Zosia chce sporządzić plan swojego pokoju. Naszkicowała kształt podłogi i zanotowała kilka wymiarów. W jakiej skali może narysować plan, aby zmieścił się na kartce o wymiarach 20 cm × 30 cm i był jak największy?



Najczęściej oglądane

Na czele listy najchętniej oglądanych filmów polskich w kinach od lat znajduje się film *Krzyżacy* wyprodukowany w 1960 roku. Obejrzały go do tej pory 32 miliony widzów.

Z filmów zagranicznych jedną z największych widowni w polskich kinach miał film *Avatar* z 2009 roku. W ciągu kilku miesięcy od premiery obejrzały go w polskich kinach 4 miliony widzów.

Autor powyższego artykułu napisał, że *Krzyżaków* obejrzały 32 miliony widzów, a *Avatara* — 4 miliony. Liczby te oczywiście nie są dokładne. Na każdym z filmów mogło być trochę mniej lub trochę więcej osób. Tego typu informacje często podawane są w prasie w pewnym przybliżeniu. W rzeczywistości na *Krzyżaków* sprzedano więcej niż 32 miliony biletów, a na *Avatara* — mniej niż 4 miliony (w ciągu kilku miesięcy od premiery w Polsce). W tabeli podano dokładne liczby widzów oraz ich zaokrąglenia do pełnych milionów.

	<i>Krzyżacy</i>	<i>Avatar</i>
Dokładna liczba widzów	32 315 695	3 677 893
Przybliżona liczba podana w gazecie	32 000 000	4 000 000

Dane liczbowe często są zaokrąglane — na przykład wtedy, gdy dokładne liczby nie są istotne lub gdy trudno je ustalić. Dzięki zaokrągleniom łatwiej jest zapamiętywać dane oraz je porównywać.

ĆWICZENIE A. a) Podaj dwie kolejne wielokrotności liczby 10, tak aby jedna z nich była mniejsza od liczby 76, a druga — większa. Która z tych dwóch wielokrotności jest bliższa liczbie 76 (mniej różni się od liczby 76)?

b) Podaj dwie kolejne wielokrotności liczby 100, tak aby jedna z nich była mniejsza od liczby 428, a druga — większa. Która z tych dwóch wielokrotności jest bliższa liczbie 428 (mniej różni się od liczby 428)?

Oto reguły zaokrąglania (znak $\approx$ czytamy: *równa się w przybliżeniu*):

Wynik zaokrąglania jest tu mniejszy od danej liczby.

$83 \approx 80$
 $1241 \approx 1240$
 $592 \approx 590$

ZAOKRĄGLANIE DO DZIESIĄTEK

Gdy cyfra jedności jest równa 0, 1, 2, 3 lub 4, zaokrąglamy w dół.

Gdy cyfra jedności jest równa 5, 6, 7, 8 lub 9, zaokrąglamy w górę.

Wynik zaokrąglania jest tu większy od danej liczby.

$86 \approx 90$
 $1245 \approx 1250$
 $598 \approx 600$

$348 \approx 300$
 $2405 \approx 2400$
 $35936 \approx 35900$

ZAOKRĄGLANIE DO SETEK

Gdy cyfra dziesiątek jest równa 0, 1, 2, 3 lub 4, zaokrąglamy w dół.

Gdy cyfra dziesiątek jest równa 5, 6, 7, 8 lub 9, zaokrąglamy w górę.

$358 \approx 400$
 $2495 \approx 2500$
 $35976 \approx 36000$

Podobnie postępujemy, gdy zaokrąglamy liczby do tysięcy, dziesiątek tysięcy, setek tysięcy itd. Zwróć uwagę, że wynikiem zaokrąglania może być liczba 0, na przykład gdy zaokrąglamy liczbę 4 do dziesiątek lub 35 do setek. Zauważ również, że wynikiem zaokrąglania do dziesiątek jest zawsze wielokrotność liczby 10, wynikiem zaokrąglania do setek jest wielokrotność liczby 100 itd.

ĆWICZENIE B. Zaokrąglaj do tysięcy każdą z liczb: 7345, 38572, 254821, 999837, 758, 421.

ĆWICZENIE C. Na osi liczbowej zaznaczono kilka liczb. Podaj ich zaokrąglenia do setek i do tysięcy.



ĆWICZENIE D. Waga elektroniczna podaje wyniki ważenia z dokładnością do tysięcznych części kilograma.

Czworo dzieci skorzystało z takiej wagi. Zastanów się, jak zaokrąglić podane wyniki do pełnego kilograma, a jak — do dziesiątej części kilograma.

Asia 45,938 kg Krzysiek 48,170 kg
 Ela 46,752 kg Marcin 46,329 kg



Przy zaokrąglaniu ułamków dziesiętnych obowiązują podobne zasady jak przy zaokrąglaniu liczb naturalnych.



ZAOKRĄGLANIE DO JEDNOŚCI			
$7,42 \approx 7$ $8,396 \approx 8$ $19,0359 \approx 19$	Jeśli cyfra części dziesiętych jest równa 0, 1, 2, 3 lub 4, zaokrąglamy w dół.	Jeśli cyfra części dziesiętych jest równa 5, 6, 7, 8 lub 9, zaokrąglamy w górę.	$7,62 \approx 8$ $8,561 \approx 9$ $19,742 \approx 20$
ZAOKRĄGLANIE DO CZĘŚCI DZIESIĄTYCH			
$7,42 \approx 7,4$ $8,346 \approx 8,3$ $19,0359 \approx 19$	Jeśli cyfra części setnych jest równa 0, 1, 2, 3 lub 4, zaokrąglamy w dół.	Jeśli cyfra części setnych jest równa 5, 6, 7, 8 lub 9, zaokrąglamy w górę.	$7,68 \approx 7,7$ $8,561 \approx 8,6$ $19,052 \approx 19,1$

Podobnie postępujemy, gdy zaokrąglamy liczby do części setnych, części tysięcznych, części dziesięciotysięcznych itd.

ZADANIA

1. Zaokrąglij podane liczby do dziesiątek, do setek i do tysięcy.

$$a = 156 \quad b = 172 \quad c = 1210 \quad d = 597 \quad e = 124057 \quad f = 859$$

2. Podaj z dokładnością do 100 lat, ile lat mają zabytki przedstawione na fotografiach (na zdjęciach podano daty ich zbudowania).



80 r.

Koloseum w Rzymie



1364 r.

Katedra na Wawelu



1635 r.

Tadź Mahal w Agrze



1828 r.

Zamek w Windsorze



432 r. p.n.e.

Partenon w Atenach



1097 r.

Tower w Londynie

3. Zaokrąglij do setek oraz do tysięcy liczby: 9999, 999, 99 i 9.

4. a) Wymień wszystkie liczby naturalne, których zaokrąglenie do dziesiątek jest równe 70.

b) Podaj przykład liczby naturalnej, której zaokrąglenie do setek jest równe 0. Ile jest takich liczb?

c) Ile liczb naturalnych ma zaokrąglenie do setek równe 1200?

5. Zaokrąglaj podane liczby do jedności i do części setnych.

$g = 0,807$ $h = 2,7183$ $i = 9,8067$ $j = 69,9643$ $k = 9,9999$

6. Zaokrąglaj z różnymi, wybranymi dokładnościami liczby podane w poniższych tekstach.

Wielki kamień Men-Er-Grah

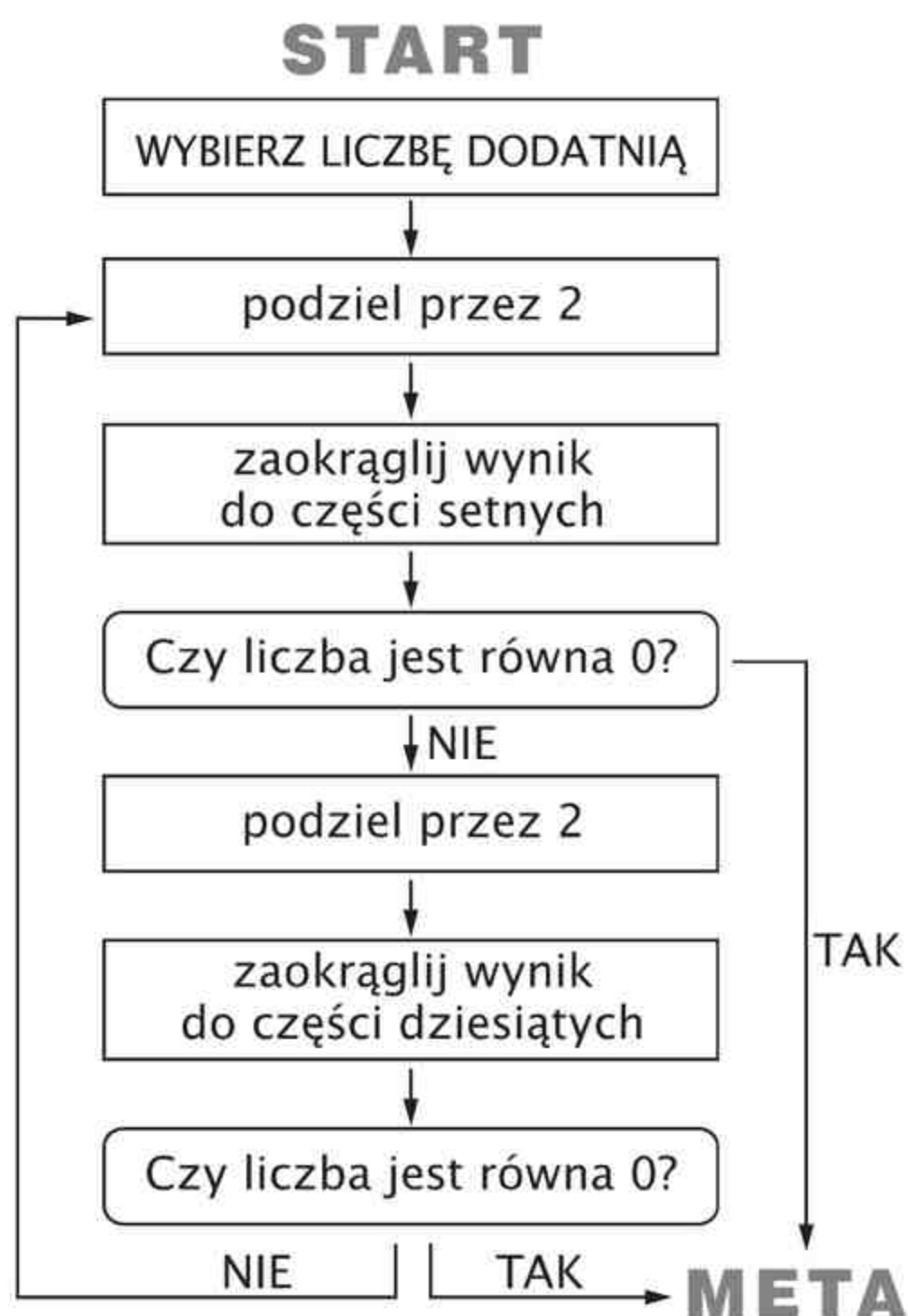
Ten gigantyczny obelisk znajduje się na wybrzeżu Francji. Waży 347,53 t. Jego wysokość wynosi 20,3 m, a objętość 134,5 m³.

Ogromny statek pasażerski

Harmony of the Seas – ma 362,12 m długości, 65,929 m szerokości i 9,322 m zanurzenia.

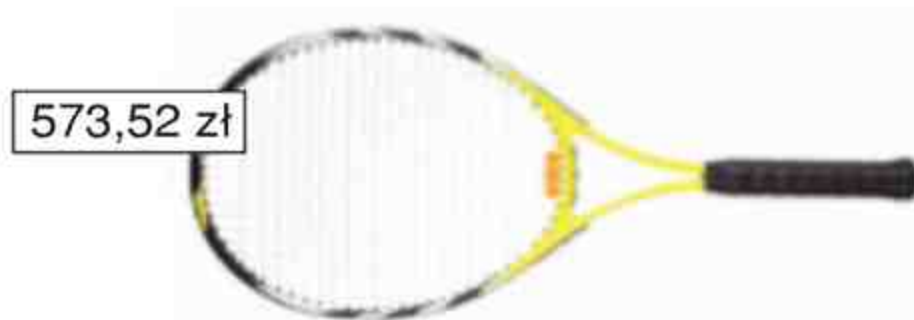
Wielkie warzywa

Angielski ogrodnik – Bernard Lavery – wyhodował wiele gigantycznych jarzyn: cebulę, która ważyła 7,03 kg, kapustę ważącą 56,24 kg, marchew, która ważyła 7,13 kg, cukinię o wadze 29,25 kg oraz kolbę kukurydzy o długości 0,92 m.



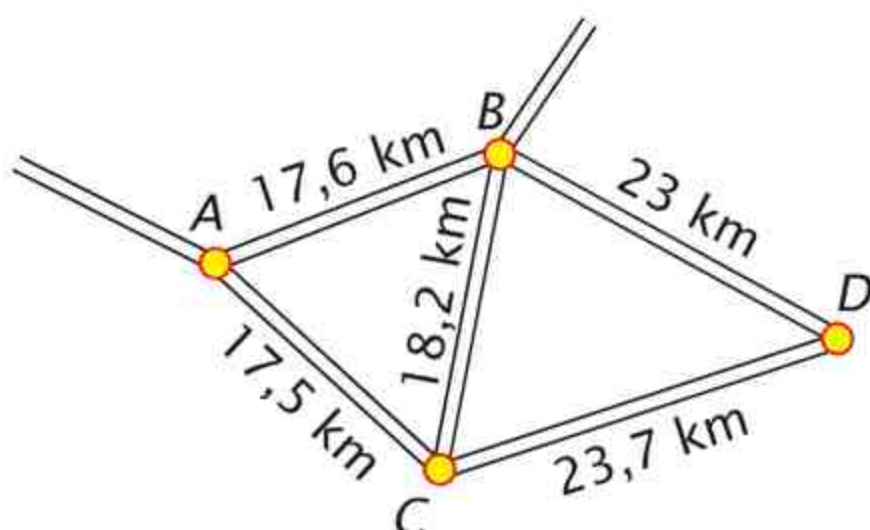
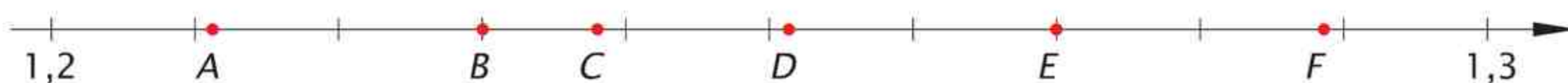
7. Przyjrzyj się schematowi przedstawionemu obok. Wystartuj z liczbą 1 i wykonuj polecenia tak długo, aż dotrzesz do mety. Potem wystartuj z dowolną inną liczbą i sprawdź, czy dotrzesz do mety.

8. Podaj cztery różne zaokrąglenia ceny rakiety tenisowej.



9. Litrtęci waży 13,534 kg. Zaokrąglj tę liczbę i podaj, ile kilogramów waży 1 litrtęci z dokładnością do 1 dekagrama, do 10 dekagramów oraz do 1 kilograma.

10. Na osi liczbowej zaznaczono kilka liczb. Podaj ich zaokrąglenia do części dziesiątych i do części setnych.



11. Długości dróg przedstawionych na mapie podano w zaokrągleniu do 0,1 km. Jaka może być minimalna długość drogi z B do C? Jaka może być minimalna długość drogi z A do D?

Ciekawostka

Wyobraź sobie takie sytuacje:

1. Stary mercedes pana Kowalskiego przejechał 175 627 km. Gdy pan Kowalski go sprzedał, twierdził, że jego samochód miał przebieg 175 000 km. Sprzedający nie zaokrąglił liczby przebytych kilometrów, tylko podał jej przybliżenie **z niedmiarem** do dziesiątek tysięcy.

2. Pan Nowak chciał kupić toyotę o przebiegu 132 540 km. Podczas rozmowy z jej właścicielem powiedział: „Mogłaby być tańsza, 140 000 km to duży przebieg”. Pan Nowak nie zaokrąglił liczby przejechanych kilometrów, tylko podał jej przybliżenie **z nadmiarem** do dziesiątek tysięcy.

Jak widać, w życiu codziennym zdarzają się sytuacje, gdy podajemy liczby w pewnym przybliżeniu, z nadmiarem lub z niedmiarem, nie zawsze stosując zasady zaokrąglania. Oto przykłady takich przybliżeń:

$$3457 \text{ zł} \approx 3450 \text{ zł}$$

↑
przybliżenie do dziesiątek
z niedmiarem

$$2420 \text{ m} \approx 2500 \text{ m}$$

↑
przybliżenie do setek
z nadmiarem

$$125\,847 \text{ t} \approx 125\,000 \text{ t}$$

↑
przybliżenie do tysięcy
z niedmiarem

12. Dla każdej z podanych liczb podaj jej:
a) przybliżenie do dziesiątek z niedmiarem,
b) przybliżenie do setek z nadmiarem,
c) przybliżenie do tysięcy z niedmiarem.

$$k = 6\,237$$

$$l = 12\,033$$

$$m = 67\,829$$



41–44 / 253–254

Ile jest liczb trzycyfrowych, których zaokrąglenie do dziesiątek jest takie samo jak zaokrąglenie do setek?

Kalkulatory to urządzenia elektroniczne oraz aplikacje na komputerze lub w telefonie komórkowym służące do szybkiego wykonywania obliczeń. Proste działania wykonywane za pomocą kalkulatora — dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie — nie sprawiają kłopotu. Do ich wykonywania służą:



- przyciski z cyframi



- przyciski ze znakami działań



znak
mnożenia

znak
dzielenia

- przycisk ze znakiem równości (=)
- przycisk z kropką (.) używany do zapisywania ułamków dziesiętnych (kropka zastępuje przecinek)
- przycisk **AC** kasujący wszystkie liczby i działania wprowadzone wcześniej do kalkulatora.

Na przykład iloczyn $17,5 \cdot 9$ obliczamy tak:



Uwaga. Na niektórych kalkulatorach znak mnożenia oznacza się tak: *****, a znak dzielenia tak: **/**.

ĆWICZENIE A. Oblicz za pomocą kalkulatora.

a) $2,5 + 7,35 - 1,24$

b) $6,1 \cdot 2 \cdot 8,5$

c) $1 : 0,125$

ĆWICZENIE B. Ile cyfr mieści się w okienku twojego kalkulatora?

Kalkulator wyświetla w okienku tylko pewną ilość cyfr. Nie wszystkie obliczenia można więc wykonać za pomocą kalkulatora. Na przykład raczej nie uda się obliczyć na kalkulatorze iloczynu $2\,000\,000 \cdot 3\,000\,000$, chociaż ty bez trudu możesz zapisać wynik tego działania.

ĆWICZENIE C. Znajdź wyniki działań (sprytnie użyj kalkulatora).

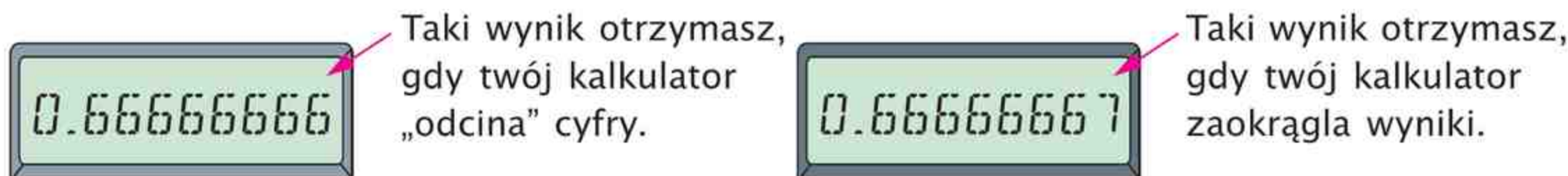
$234\,000 \cdot 57\,000\,000$

$5\,700\,800 \cdot 230\,000$

$0,000\,375 \cdot 0,000\,271$

Warto wiedzieć, że niektóre kalkulatory „odcinają” cyfry, które nie mieszczą się na ekranie, a inne — zaokrąglają wyniki.

Obliczając pisemnie iloraz $2 : 3$, otrzymasz wynik $0,666666666666666666\dots$. Obliczając ten iloraz za pomocą kalkulatora, otrzymasz kilka początkowych cyfr wyniku albo wynik zaokrąglony (do pewnego miejsca po przecinku).



Trzeba pamiętać, że jest wiele kalkulatorów, w których reguły kolejności działań nie są przestrzegane.

ĆWICZENIE D. Sprawdź, czy twój kalkulator zachowuje kolejność działań. W tym celu wciśnij kolejno przyciski:



Jeśli otrzymasz w wyniku 14, to znaczy, że twój kalkulator przestrzega reguł kolejności działań. Jeśli otrzymasz 20 — twój kalkulator „nie przestrzega” kolejności działań (obliczył wartość wyrażenia $(2 + 3) \cdot 4$).

Jeśli chcemy na przykład obliczyć wartość wyrażenia $2 + 3 \cdot 4$, a nasz kalkulator nie przestrzega reguł kolejności działań, musimy najpierw wykonać mnożenie $3 \cdot 4$, a potem dodawanie (do wyniku dodać 2).

ĆWICZENIE E. Oblicz za pomocą kalkulatora.

- a) $4,5 \cdot (15,3 - 2)$ b) $0,5 \cdot (0,8 + 7,6)$ c) $2,34 + 0,16 \cdot 2,25 - 1,79$

ZADANIA

Rozwiązując zadania w tym rozdziale, używaj kalkulatora.

1. Znajdź metodą prób i błędów liczbę, której:

- a) kwadrat jest równy 729,
b) kwadrat jest równy 123904,
c) trzecia potęga jest równa 2197,
d) trzecia potęga jest równa 1 442 897.

2. Jakie liczby należy wpisać w szare pola, aby każdy z trzech kwadratów na rysunku obok był magiczny?

28	65	62	61	26	27	18
23	36	53	51	35	30	59
24	50	40	45	38	32	58
25	33	39	41		49	57
60	34	44	37	42	48	22
63	52	29	31		46	19
64	17		21	56	55	54

3. Znajdź rozwinięcia dziesiętne podanych liczb i zapisz je w kolejności od największej do najmniejszej.

$$a = \frac{13}{24} \quad b = \frac{4}{11} \quad c = 1\frac{5}{33} \quad d = \frac{64}{111} \quad e = \frac{41}{333} \quad f = \frac{45}{39}$$

4. Znajdź iloraz i resztę z dzielenia:

a) liczby 15 327 przez 38,

b) liczby 354 238 przez 240.

SŁYNNI KOSZYKARZE LIGI NBA
(dane do roku 2021)

	Liczba meczów	Liczba zdobytych punktów
Kareem Abdul-Jabbar	1 560	38 387
Karl Malone	1 476	36 928
LeBron James	1 298	35 086
Kobe Bryant	1 332	33 361
Michael Jordan	1 072	32 292
Dirk Nowitzki	1 522	31 560
Wilt Chamberlain	1 045	31 419

5. Oblicz, ile przeciętnie punktów zdobywali w ciągu jednego meczu koszykarze wymienieni w tabeli obok.

6. Można przyjąć, że rok szkolny ma 35 tygodni nauki. Oblicz, ile stron tego podręcznika przypada na jedną lekcję matematyki. Sprawdź, ile stron podręcznika do innego przedmiotu przypada na jedną lekcję.

7. a) Wykonaj kilka kroków, zmierz przebytą odległość i oblicz, jaka jest przeciętna długość twojego kroku.

b) Podobno długość kroku człowieka to około 2,5 długości jego stopy. Sprawdź, czy w twoim wypadku też tak jest.

8. Europa ma powierzchnię około 10 200 000 km² i liczy około 743 mln mieszkańców. Ile osób przypada w Europie na 1 km²?

9. Korzystając z podanych informacji, oblicz:

a) Ile trzeba zapłacić za 27 dag orzechów i 0,35 kg rodzynek?

b) Ile reszty otrzymasz z banknotu dwudziestozłotowego, gdy kupisz 15 dag moreli, 12 dag migdałów i 45 dag daktyli?

Bakalie (cena za 1 kg)	
rodzynki	14,50 zł
daktyle	9,90 zł
żurawina	25,30 zł
migdały	31,80 zł
orzechy	29,20 zł
figi	21,90 zł
morele	19,70 zł

10. Ta sama kawa jest sprzedawana w różnych opakowaniach. Które opakowanie bardziej opłaca się kupić?



11. Na pomalowanie $142,5 \text{ m}^2$ ścian malarz zużył 5,7 litra farby. Na jaką powierzchnię wystarcza liter tej farby? Ile litrów farby zużywa się na pomalowanie 1 m^2 ściany?

12. Wśród ocen z matematyki, wystawionych na półroczu w pewnej klasie, są 2 szóstki, 4 piątki, 11 czwórek, 7 trójek, 2 dopuszczające i 1 jedynka. Jaka jest średnia ocen z matematyki w tej klasie?

WYNALAZKI ZGŁOSZONE W EUROPEJSKIM URZĘDZIE PATENTOWYM W 2017 R.

Kraj (liczba ludności)	Polska (37,97 mln)	Niemcy (82,66 mln)	Szwecja (10,06 mln)
Liczba wynalazków	687	18 882	2833
Nakłady na działalność badawczą [mln USD]	11 807	133 668	17 570

13. Przeczytaj informacje podane w tabeli.

- Ile przeciętnie wynalazków przypadło w 2017 roku na 1 mln mieszkańców każdego z krajów wymienionych w tabeli?
- Który statystyczny obywatel: Polak, Niemiec czy Szwed poniósł najwięcej nakładów na działalność badawczą w 2017 roku?

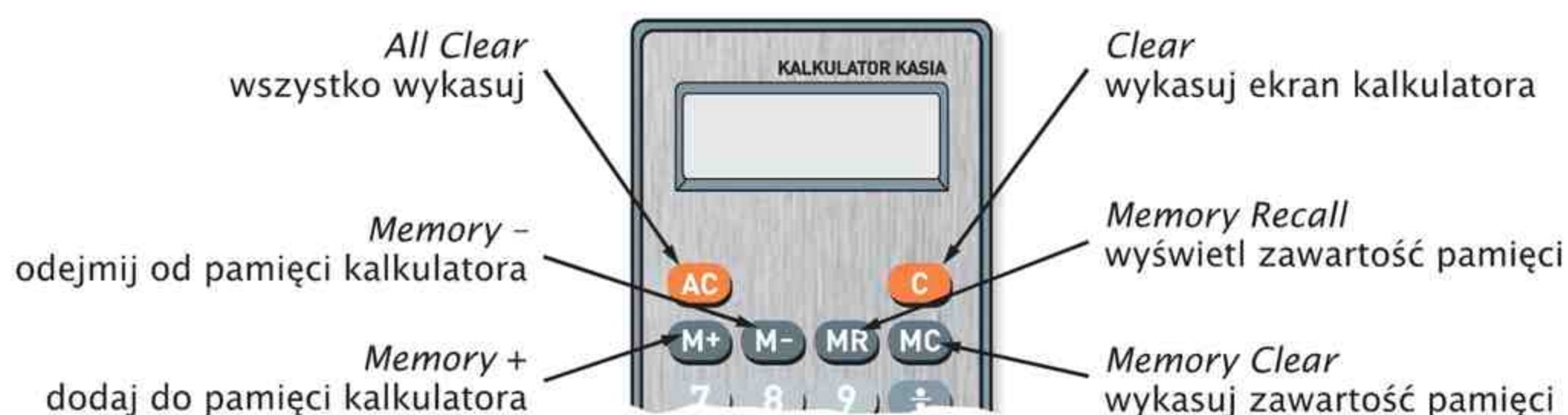
14. a) Odległość z Gdańska do Helsinek to około 390 mil morskich. Ile to kilometrów?
b) Odległość z Gdańska do Karlskrony to około 275 km. Ile to mil morskich?

1 mila morska
to 1852 m

15. 1 stopa = 30,48 cm, 1 jard = 3 stopy, 1 mila = 5280 stóp. Oblicz (wyniki zaokrąglaj do części tysięcznych):

- 1 jard — ile to metrów?
1 metr — ile to jardów?
- 1 mila — ile to kilometrów?
1 kilometr — ile to mil?

Ciekawostka



Czy wiesz, jak skorzystać z pamięci kalkulatora? Nazwy przycisków obsługujących pamięć to skróty pochodzące z języka angielskiego. W tabeli pokazano, jak korzystać z tych przycisków.

Wyrażenie	Jak znaleźć wynik?
$6 \cdot 8 + 14 : 2$	AC 6×8 M+ C $14 \div 2$ M+ MR
$5 \cdot 6 - 3 \cdot 8$	AC 5×6 M+ C 3×8 M- MR
$(6 + 5) \cdot (8 - 5)$	AC $6 + 5$ M+ C $8 - 5 \times$ MR =
$\frac{10}{12 - 4}$	AC $12 - 4$ M+ C $10 \div$ MR =

16. Przeczytaj ciekawostkę. Sprawdź, czy twój kalkulator ma przyciski, które opisano na rysunku. Jeśli tak, wykonaj działania zapisane w powyższej tabelce. Sprawdź za każdym razem, czy kalkulator pokazuje prawidłowy wynik.

17. Korzystając z pamięci kalkulatora, oblicz:

a) $16 \cdot 18 + 810 : 12$

d) $\frac{253\,044}{197 + 584}$

b) $(345 + 178) \cdot (257 - 129)$

e) $237 + \frac{15\,252}{358 - 194}$

c) $12 \cdot 13 + 14 \cdot 15 - 16 \cdot 17$

f) $\frac{87^2 - 1}{5^2 - 9} - 162$



Znajdź z dokładnością do części tysięcznych liczbę, której kwadrat jest równy 5.

Odczytywanie informacji



Letnie igrzyska olimpijskie	Skok w dal		Bieg na dystansie 400 m	
	mężczyźni	kobiety	mężczyźni	kobiety
XV — Helsinki, 1952	7,57 m	6,24 m	45,90 s	—
XVI — Melbourne, 1956	7,83 m	6,35 m	46,70 s	—
XVII — Rzym, 1960	8,12 m	6,37 m	44,90 s	—
XVIII — Tokio, 1964	8,07 m	6,76 m	45,10 s	52,00 s
XIX — Meksyk, 1968	8,90 m	6,82 m	43,80 s	52,00 s
XX — Monachium, 1972	8,24 m	6,78 m	44,66 s	51,08 s
XXI — Montreal, 1976	8,35 m	6,72 m	44,26 s	49,29 s
XXII — Moskwa, 1980	8,54 m	7,06 m	44,60 s	48,88 s
XXIII — Los Angeles, 1984	8,54 m	6,96 m	44,27 s	48,83 s
XXIV — Seul, 1988	8,72 m	7,40 m	43,87 s	48,65 s
XXV — Barcelona, 1992	8,67 m	7,14 m	43,50 s	48,83 s
XXVI — Atlanta, 1996	8,50 m	7,12 m	43,49 s	48,25 s
XXVII — Sydney, 2000	8,55 m	6,99 m	43,84 s	49,11 s
XXVIII — Ateny, 2004	8,59 m	7,07 m	44,00 s	49,41 s
XXIX — Pekin, 2008	8,34 m	7,04 m	43,75 s	49,62 s
XXX — Londyn, 2012	8,31 m	7,12 m	43,94 s	49,55 s
XXXI — Rio de Janeiro, 2016	8,38 m	7,17 m	43,03 s	49,44 s
XXXII — Tokio, 2020	8,41 m	7,00 m	43,85 s	48,36 s

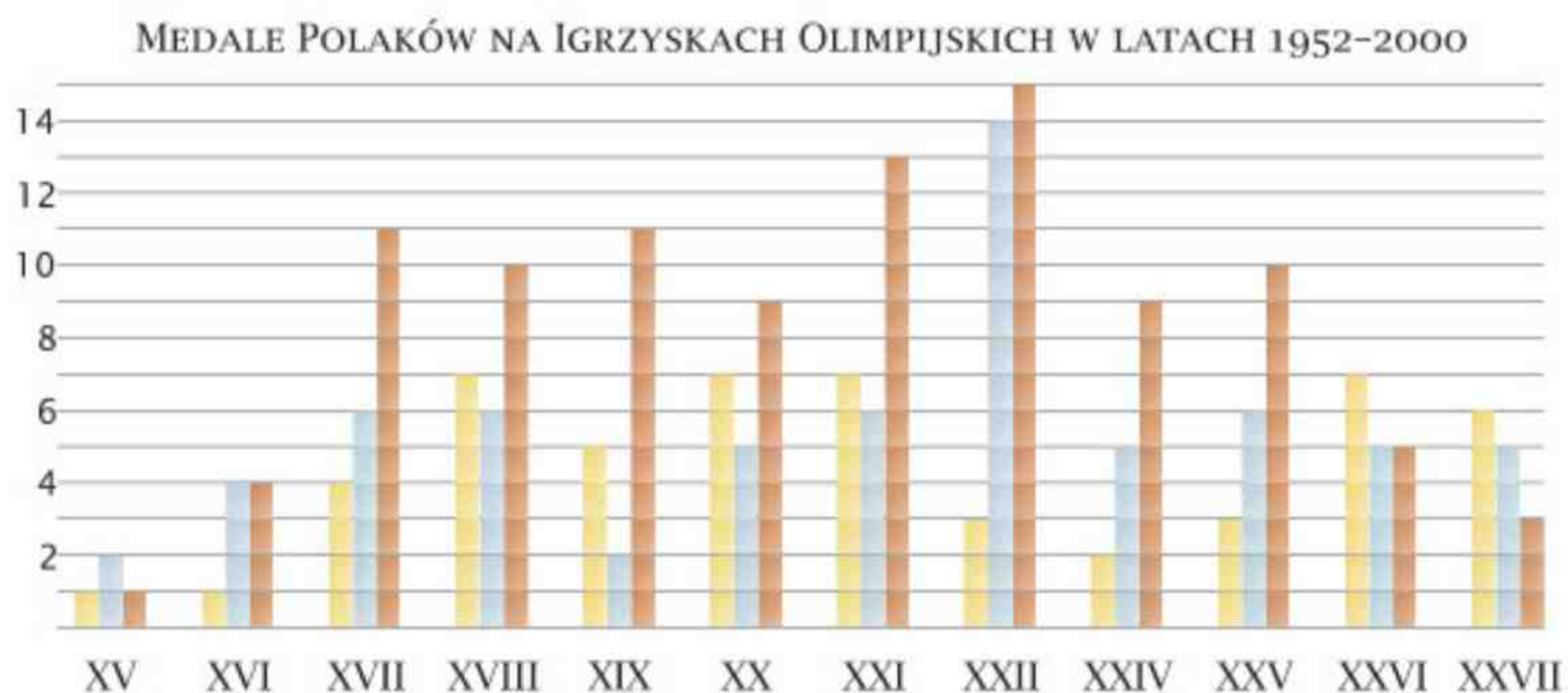
ĆWICZENIE A. Tabela prezentuje najlepsze wyniki uzyskane w dwóch konkurencjach podczas kolejnych igrzysk olimpijskich.

- Ile lat minęło między igrzyskami, które odbyły się w Australii?
- Podaj rezultaty w skoku w dal na igrzyskach w Meksyku. Porównaj te wyniki z wynikami z poprzednich i następnych igrzysk.
- O ile sekund różni się najlepszy podany w tabeli wynik biegu na 400 m mężczyzn od wyniku najslabszego?
- Na których igrzyskach wynik kobiet w biegu na 400 m różnił się od wyniku mężczyzn o mniej niż 5 sekund? W jakich to było miastach?

ĆWICZENIE B. Na podstawie tabeli oraz mapy z poprzedniej strony ułóż kilka pytań dla koleżanek i kolegów.

Do przedstawiania danych często używa się tabel. Gdy dane chcemy ze sobą porównywać, warto przedstawiać je za pomocą diagramów.

Popatrz na poniższy diagram. Można z niego odczytać na przykład, że na XX Igrzyskach Olimpijskich Polacy zdobyli 7 złotych medali, 5 srebrnych i 9 brązowych. Łatwo też od razu zauważyć, że na następnych (XXI) igrzyskach zdobyliśmy tyle samo medali złotych, ale więcej srebrnych i brązowych.



ĆWICZENIE C. Poniższe pytania dotyczą igrzysk, które odbywały się w drugiej połowie XX wieku. Korzystając z diagramu i tabeli, ustal:

- Ile razem medali zdobyli Polacy na igrzyskach w Barcelonie?
- Gdzie odbywały się igrzyska, na których Polacy zdobyli więcej niż 4 złote medale?
- Na których igrzyskach dostaliśmy więcej medali złotych niż srebrnych?
- Ile razem złotych medali zdobyli Polacy na letnich igrzyskach olimpijskich, które odbywały się w Europie?

Ułóż podobne pytania.

W książkach, prasie, telewizji, na plakatach, w internecie i innych środkach przekazu informacje są podawane w rozmaity sposób: w postaci tekstów, rysunków, tabel, diagramów itp. Umiejętność odczytywania tych informacji jest ważna i użyteczna w życiu codziennym.

ĆWICZENIE D. Znajdź w podręcznikach lub w internecie informacje zapisane za pomocą tabeli, diagramu i rysunku. Skomentuj je.

ZADANIA

1. a) O ile mniej trzeba zapłacić za przejazd koleją na trasie o długości 45 km niż na trasie liczącej 78 km?
- b) Marcin przewoził rower na trasie o długości 160 km. Razem za przejazd zapłacił 55,90 zł. Ile kosztował przewóz roweru?
- c) Ola wiozła 2 psy na trasie 60 km. Zapłaciła za bilety 56,30 zł. Ile kosztuje bilet dla jednego psa?

CENY BILETÓW KOLEJOWYCH

odległość (w km)	cena biletu (w zł)
do 40	13,70
41-50	17,20
51-100	27,90
101-150	39,50
151-200	46,80

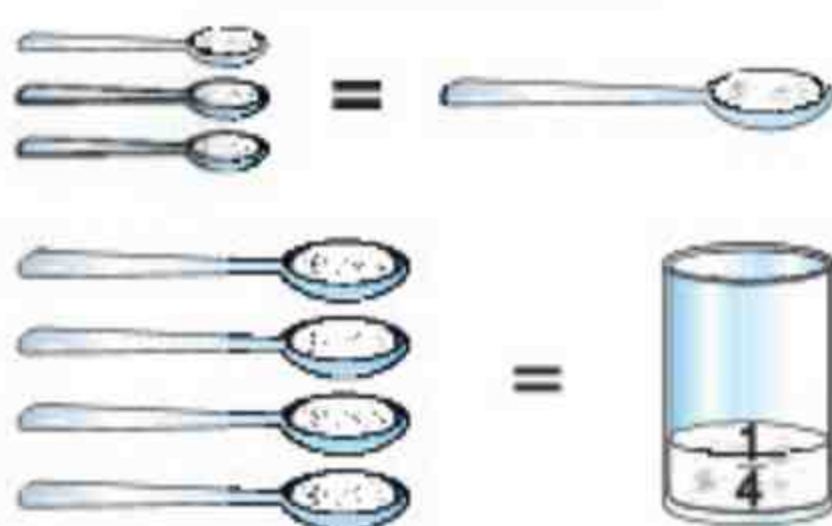
ODLEGŁOŚCI KOLEJOWE I DROGOWE MIĘDZY WYBRANYMI MIEJSCOWOŚCIAMI

	Biał.	Gd.	Kat.	Krak.	Lub.	Łódź	Pozn.	Rzesz.	Szcz.	War.	Wroc.
Białystok	—	414	482	476	343	317	490	511	704	184	569
Gdańsk	385	—	532	610	504	389	295	656	376	329	460
Katowice	488	534	—	78	380	237	318	235	535	298	188
Kraków	553	600	77	—	312	283	396	157	613	292	266
Lublin	258	590	337	289	—	321	481	215	695	175	518
Łódź	318	348	201	257	262	—	237	389	454	133	243
Poznań	509	301	354	408	469	209	—	553	217	306	165
Rzeszów	426	663	255	162	168	320	519	—	770	327	423
Szczecin	639	356	603	659	711	460	247	828	—	520	373
Warszawa	196	343	292	294	163	133	303	291	520	—	385
Wrocław	544	465	189	270	421	215	169	442	370	348	—

Na niebieskim tle zapisano odległości kolejowe, na żółtym — odległości drogowe.

2. a) Odczytaj odległości kolejowe z Warszawy: do Krakowa oraz do Lublina.
- b) Podaj odległości drogowe z Poznania: do Rzeszowa i do Łodzi.
- c) Czy trasa z Katowic do Gdańska jest dłuższa wtedy, gdy podróżujesz koleją, czy też wtedy, gdy jedziesz samochodem? O ile kilometrów?

MIARY KUCHENNE

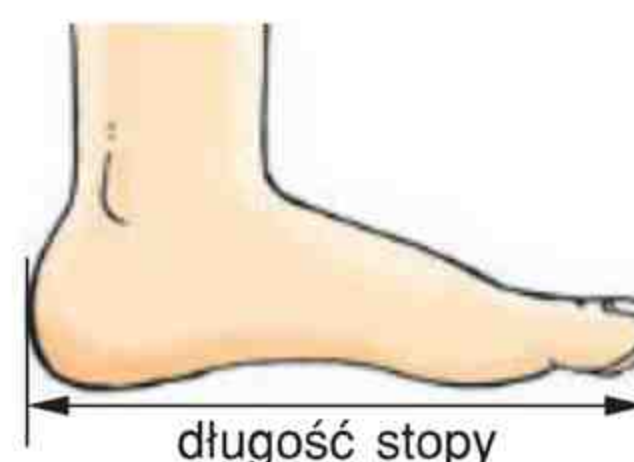


3. a) Jaką część pojemności łyżki stołowej stanowi pojemność 1 łyżeczki do herbaty?
- b) Ile łyżek stołowych płynu trzeba wlać do pustej szklanki, aby ją napełnić?
- c) Do pustej szklanki wiano 5 łyżek stołowych wody i 5 łyżeczek syropu. Oszacuj, czy woda z syropem zajmuje więcej czy mniej niż połowę szklanki.

Długość stopy w cm	P	A	F	Długość stopy w cm	P	A	F
11,0	11	2	18	21,0	21	1	33
11,5	11,5	2,5	18,5	21,5	21,5	1,5	33,5
12,0	12	3	19	22,0	22	2	34
12,5	12,5	4	20	22,5	22,5	3	35
13,0	13	4,5	21	23,0	23	3,5	36
13,5	13,5	5	21,5	23,5	23,5	4	36,5
14,0	14	5,5	22	24,0	24	4,5	37
14,5	14,5	6	23	24,5	24,5	5	38
15,0	15	7	24	25,0	25	5,5	39
15,5	15,5	7,5	24,5	25,5	25,5	6	39,5
16,0	16	8	25	26,0	26	6,5	40
16,5	16,5	8,5	26	26,5	26,5	7	41
17,0	17	9	27	27,0	27	8	42
17,5	17,5	10	27,5	27,5	27,5	8,5	42,5
18,0	18	10,5	28	28,0	28	9	43
18,5	18,5	11	29	28,5	28,5	10	44
19,0	19	11,5	30	29,0	29	10,5	45
19,5	19,5	12	30,5	29,5	29,5	11	45,5
20,0	20	13	31	30,0	30	11,5	46
20,5	20,5	13,5	32	30,5	30,5	12	47
				31,0	31	13	48

4. Na pudełkach z butami można znaleźć rozmiary butów określone w różnych systemach numeracji. W tabeli obok porównano numerację polską (P), angielską (A) oraz francuską (F).

Prawidłowy sposób pomiaru długości stopy

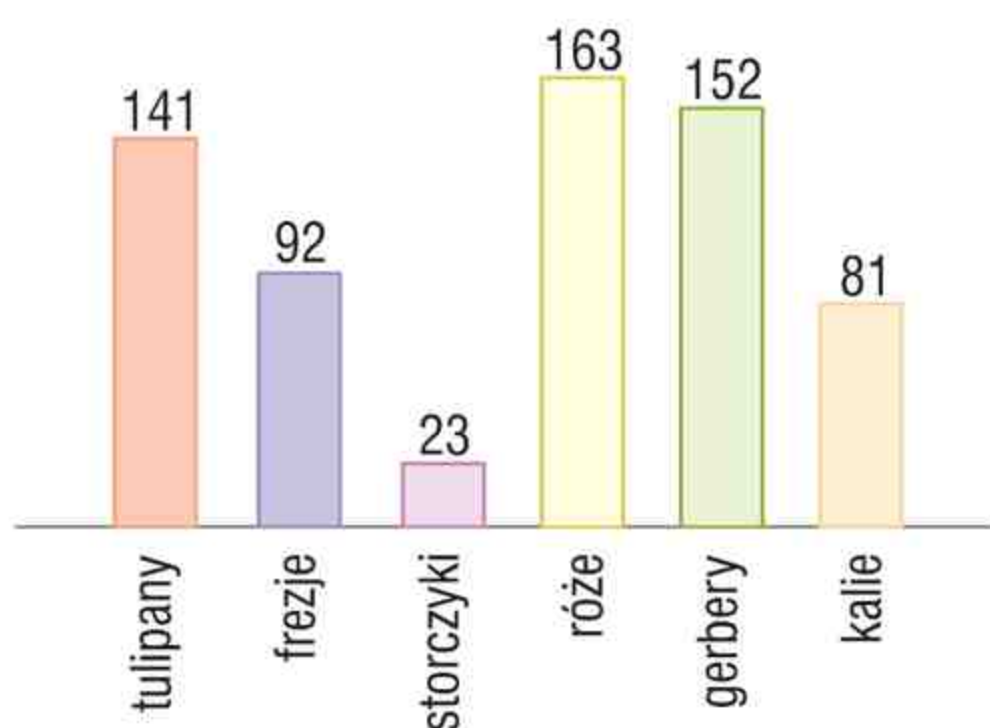


a) Sprawdź, jaki masz rozmiar buta według numeracji polskiej, angielskiej oraz francuskiej.

b) Janek i jego tata noszą buty nr 11 według angielskiej numeracji, ale buty Janka są znacznie mniejsze niż buty jego taty. Jaka długość stopy ma Janek, a jaką — jego tata?

c) Artur nosi buty w rozmiarze 29 według numeracji francuskiej, a jego tata ma numer 29 według numeracji polskiej. Jaka jest różnica między długością stopy Artura a długością stopy jego taty?

d) Pani Joasia ma według numeracji polskiej buty w rozmiarze 25. Podała taki numer, zamawiając sandały w sklepie internetowym. Otrzymała jednak sandały o wiele za małe. Jak myślisz dlaczego? O ile centymetrów były za małe?

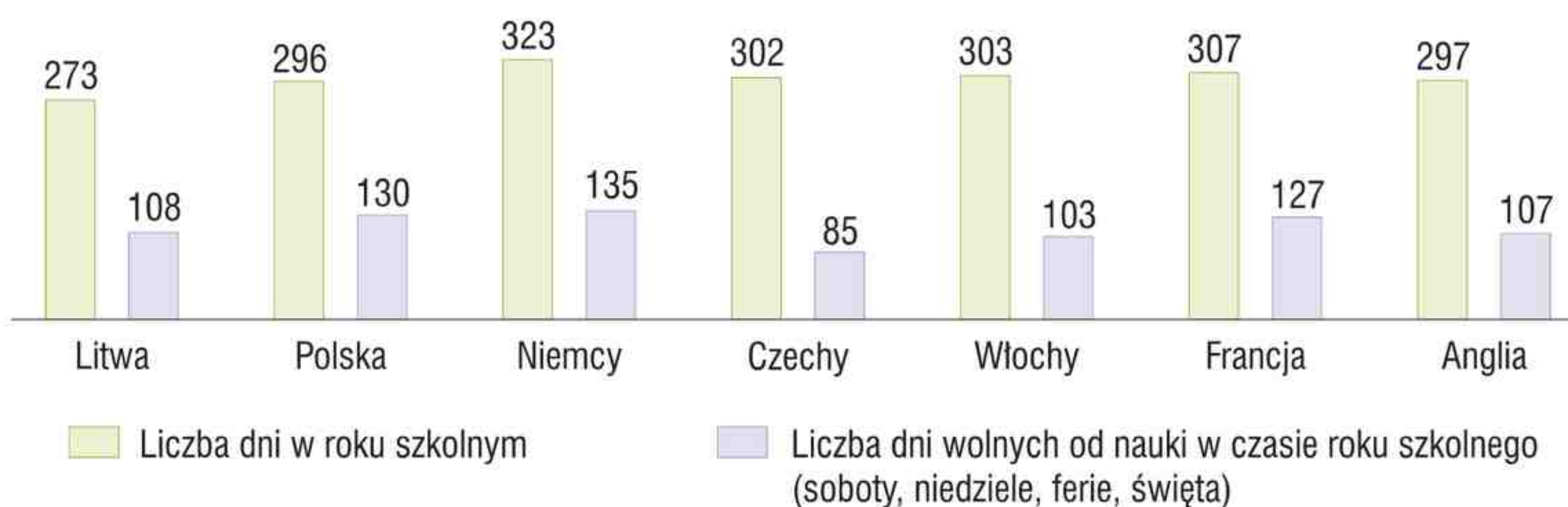


5. Diagram pokazuje, ile sztuk różnych gatunków kwiatów sprzedano w ciągu miesiąca w pewnej kwiaciarni.

a) Które kwiaty były najbardziej popularne, a które — najmniej?

b) Ile sprzedano tulipanów?

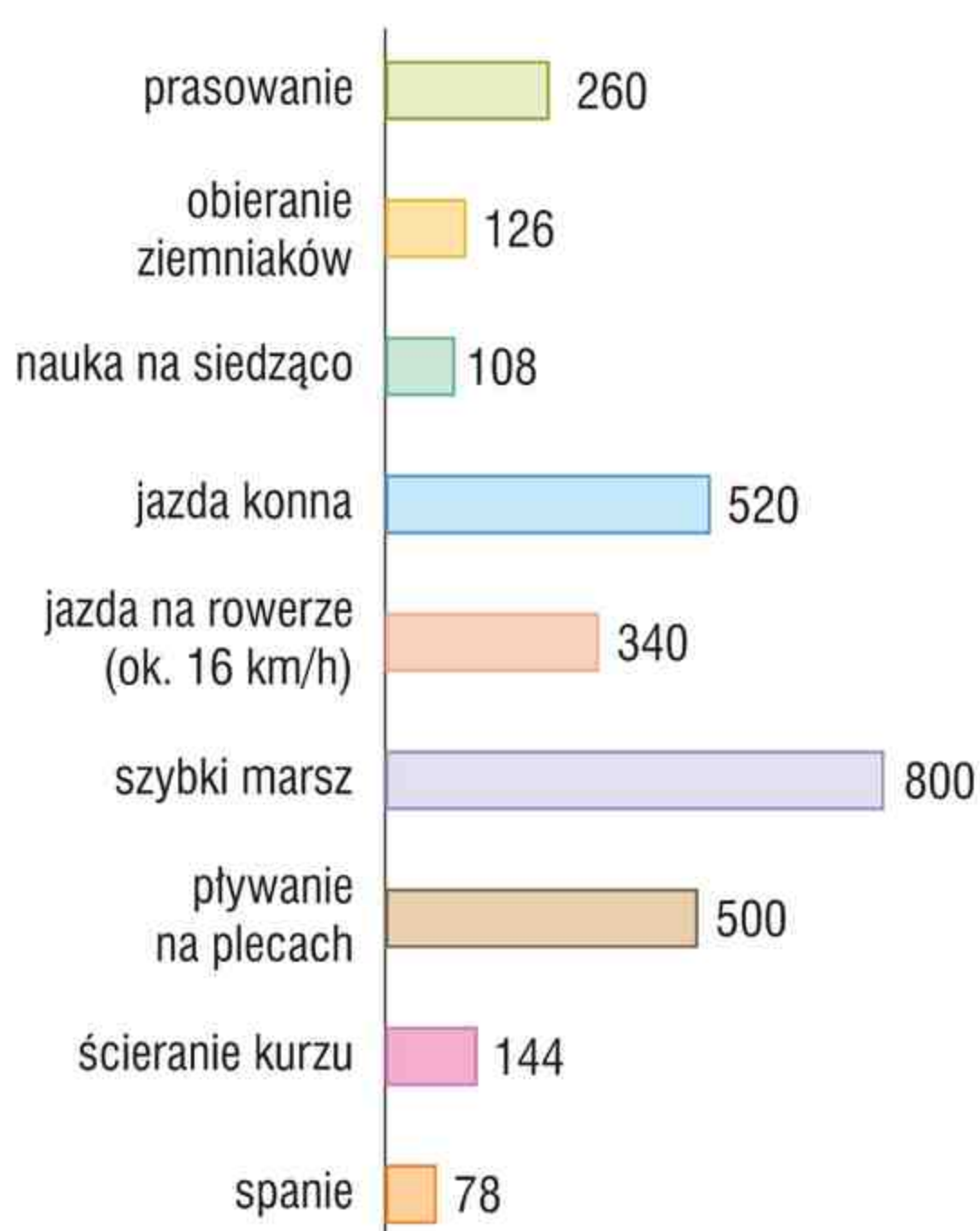
c) O ile więcej sprzedano frezji niż storczyków?



6. Na diagramie podano, ile trwał pewien rok szkolny w siedmiu państwach europejskich. Pozostałe dni roku kalendarzowego w każdym z tych krajów stanowiły wakacje letnie.

- Jak długo trwał ten rok szkolny w Czechach? Ile dni było wolnych od nauki w czasie roku szkolnego?
- W którym z wymienionych krajów rok szkolny trwał najdłużej? W którym z tych krajów wakacje letnie trwały najdłużej?
- Ile było dni nauki w roku szkolnym we Francji, a ile — w Polsce?
- Porównaj przedstawione dane dotyczące Włoch i Anglii.
- W którym kraju — w Niemczech czy w Polsce — dłużej trwały wakacje letnie? O ile dni?

KILOKALORIE SPALONE W CZASIE 1 GODZINY WYKONYWANIA CZYNNOŚCI



7. a) Ile kilokalorii zużywasz w ciągu 8 godzin snu?

b) Czy więcej kilokalorii spalisz, idąc szybkim marszem przez 10 minut czy jadąc przez 20 minut rowerem?

c) Ile kilokalorii zużywa się, obierając ziemniaki przez kwadrans?

d) Ile kilokalorii zużywasz podczas jednej lekcji w szkole?

e) Średniej wielkości tabliczka czekolady dostarcza 576 kilokalorii. Jak długo musisz ścierać kurz, aby spalić kilokalorie nabyte po zjedzeniu takiej tabliczki czekolady?

f) Jak długo musisz pływać na plecach, aby spalić tyle samo kilokalorii co podczas półgodzinnego marszu?



■ liczba miast
■ liczba powiatów

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| ① dolnośląskie | ⑨ podkarpackie |
| ② kujawsko-pomorskie | ⑩ podlaskie |
| ③ lubelskie | ⑪ pomorskie |
| ④ lubuskie | ⑫ śląskie |
| ⑤ łódzkie | ⑬ świętokrzyskie |
| ⑥ małopolskie | ⑭ warmińsko-mazurskie |
| ⑦ mazowieckie | ⑮ wielkopolskie |
| ⑧ opolskie | ⑯ zachodniopomorskie |

8. a) Ile powiatów i ile miast jest w województwie, w którym mieszkasz?

b) O ile więcej miast niż powiatów jest w województwie podlaskim?

c) W których województwach jest ponad trzy razy więcej miast niż powiatów?

d) W którym z województw liczba powiatów jest największa, a w którym najmniejsza?

e) W którym z województw liczba miast jest największa, a w którym najmniejsza?

f) Jak myślisz, czy przeciętna powierzchnia jednego powiatu jest większa w województwie pomorskim, czy w województwie śląskim?

Ciekawostka

Większość flag państwowych ma kształt prostokąta. Flagi mogą być większe lub mniejsze, ale dla każdej flagi został określony związek między jej długością a szerokością. Na przykład szerokość flagi Polski powinna stanowić $\frac{5}{8}$ długości, szerokość flagi USA powinna stanowić $\frac{10}{19}$ długości, a flaga Szwajcarii jest kwadratowa.

Jak wiadomo, flaga Polski składa się z dwóch pasków — białego i czerwonego. Podobne paski mają flagi Indonezji i Monako, ale na flagach tych państw czerwony pasek jest u góry, a biały na dole. Ponadto flagi te różnią się od polskiej odcieniem koloru czerwonego oraz związkiem między długością a szerokością. Szerokość flagi indonezyjskiej stanowi $\frac{2}{3}$ jej długości, a w wypadku flagi Monako ten stosunek jest równy $\frac{4}{5}$.

9. Przeczytaj ciekawostkę.

a) Oblicz, jaką szerokość powinna mieć flaga Polski o długości 56 cm, a jaką — flaga o długości 3 m.

b) Narysuj flagę Polski o długości 72 mm oraz flagę Indonezji o długości 66 mm.

Ciekawostka

Nie tylko wielkie koncerny budują rakiety. Zajmują się tym także amatorzy. Pierwsza amatorska rakietka, która poleciała w kosmos, to GoFast wystrzelona 17 maja 2004 roku na pustyni w stanie Newada w USA. Po 13,4 s pracy, na wysokości około 15 km, silnik zamilkł i rakietka zaczęła poruszać się lotem bezwładnościowym. Po 158 sekundach od startu, wciąż w locie bezwładnościowym, rakietka osiągnęła maksymalną wysokość 115,8 km. Było to o 15,8 km powyżej tzw. linii Karmana, czyli wysokości uznawanej za granicę kosmosu.

10. Przeczytaj ciekawostkę.

- Ile kilometrów przebyła rakietka GoFast w locie bezwładnościowym, czyli po ustaniu pracy silnika? Jak długo trwał ten etap lotu?
- Na jakiej wysokości nad powierzchnią Ziemi rozpoczyna się przestrzeń kosmiczna?

11. Poniżej przedstawiono rozkład jazdy autobusów, który wisi na jednym z przystanków. Można z niego odczytać na przykład, że w święta pierwszy autobus linii 161 odjeżdża z tego przystanku o godzinie 5⁵¹, a następny o 6³³.

Dni powszednie

3 : 47
 4 : 47
 5 : 19 25 38 54
 6 : 09 17 29 34 43 51
 7 : 00 09 17 26 35 43 51 59
 8 : 11 17 27 42 57
 9 : 12 27 42 57
 10 : 12 27 42 57
 11 : 12 27 42 57
 12 : 12 27 42 57
 13 : 12 27 42 56
 14 : 10 22 30 30 41 50 59
 15 : 07 16 24 33 41 50 58
 16 : 07 15 24 32 41 50 59
 17 : 07 16 24 33 42 56
 18 : 12 26 38 53
 19 : 08 23 38 53
 20 : 08 23 38 53
 21 : 11 41 56
 22 : 11 24 26 41
 23 : 08 27

Dni świąteczne

3 : 47
 4 : 47
 5 : 25 51
 6 : 10 33 52
 7 : 21 37 53
 8 : 08 23 48
 9 : 08 27 47
 10 : 06 22 41 57
 11 : 16 32 51
 12 : 07 26 42
 13 : 01 17 36 52
 14 : 11 27 46
 15 : 02 21 37 56
 16 : 12 31 47
 17 : 06 22 40 56
 18 : 14 30 49
 19 : 06 24 40 58
 20 : 15 23 53
 21 : 11 41 56
 22 : 11 26 41
 23 : 37

NUMERY LINII AUTOBUSOWYCH:

161 167 367 525 N3

- O której godzinie w dni powszednie odjeżdża z przystanku przedostatni autobus linii 167, a o której — linii 367?
- Ola przyszła na przystanek w niedzielę o godzinie 16⁰¹. Jak długo będzie czekała na autobus linii 167?
- Czy to prawda, że na tym przystanku w dni powszednie między 15⁰⁰ a 17⁰⁰ autobusy zatrzymują się częściej niż co 10 minut?
- O której godzinie powinny według rozkładu odjeżdżać z przystanku jednocześnie dwa autobusy?
- Ustal, ile autobusów 161 odjeżdża z przystanku w dni świąteczne między godziną 15³⁰ a 20³⁰.

Tabela lat				Tabela miesięcy											
1930-2041				I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
30	58	86	14	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
31	59	87	15	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
32	60	88	16	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
33	61	89	17	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
34	62	90	18	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
35	63	91	19	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
36	64	92	20	3	6	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
37	65	93	21	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
38	66	94	22	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
39	67	95	23	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
40	68	96	24	1	4	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
41	69	97	25	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
42	70	98	26	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
43	71	99	27	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
44	72	00	28	6	2	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
45	73	01	29	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
46	74	02	30	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
47	75	03	31	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
48	76	04	32	4	0	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
49	77	05	33	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
50	78	06	34	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
51	79	07	35	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
52	80	08	36	2	5	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
53	81	09	37	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
54	82	10	38	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
55	83	11	39	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
56	84	12	40	0	3	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
57	85	13	41	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0

KALENDARZ WIELOLETNI

Chcąc ustalić, którym dniem tygodnia był dany dzień wybranego roku, znajdujemy najpierw odpowiedni rok w tabeli lat i w tej linii odczytujemy „liczbę wskaźnikową” dla danego miesiąca.

Do dnia miesiąca, który rozpatrujemy, dodajemy liczbę wskaźnikową. Otrzymaną liczbę odszukujemy w tabeli dni. Wskazuje ona poszukiwany dzień tygodnia.

Tabela dni						
N	1	8	15	22	29	36
Pn	2	9	16	23	30	37
Wt	3	10	17	24	31	
Śr	4	11	18	25	32	
Cz	5	12	19	26	33	
Pt	6	13	20	27	34	
So	7	14	21	28	35	

Przykład. Jakim dniem tygodnia był 1 września 1939 roku? Liczbą wskaźnikową miesiąca dla września 1939 roku jest 5. Dodajemy 5 do dnia miesiąca: $1 + 5 = 6$. Liczba 6, odszukana w tabeli dni, wskazuje, że 1 września 1939 roku był piątek.

12. Przeczytaj ciekawostkę. Odpowiedz na pytania.

- Jakim dniem tygodnia był dzień twoich urodzin?
- W jakim dniu tygodnia będziesz obchodzić 18. urodziny?
- W jakim dniu tygodnia nastąpiło przystąpienie Polski do Unii Europejskiej — 1 V 2004 roku?

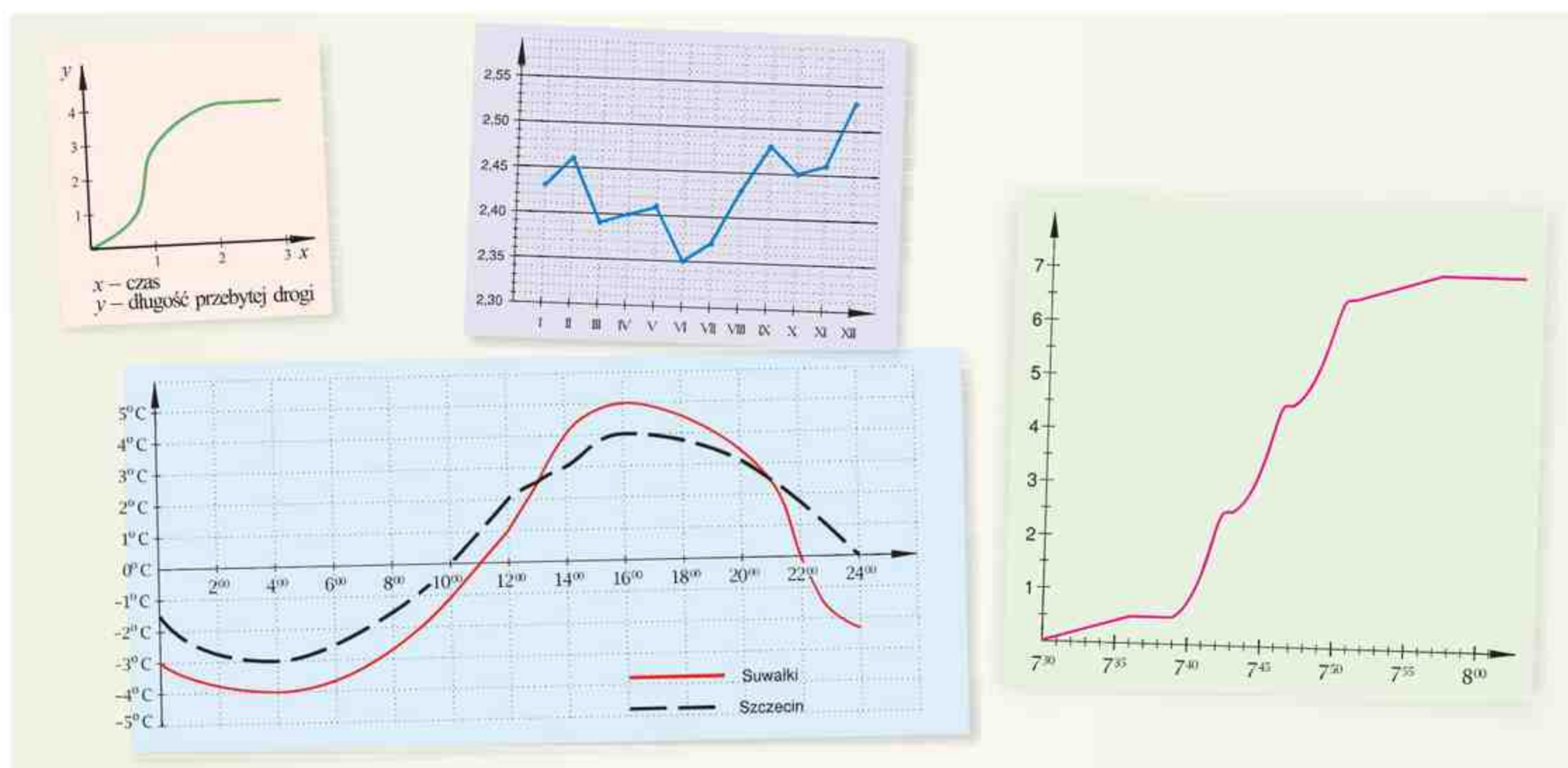


BIO XV	100 g zawiera:		Dawkowanie:
	białko	0,4 g	1 tabletka
	węglowodany	0,2 g	co 8 godzin
	tluszcz	0,1 g	
	składnik XV5	8 g	
	reszta to substancje pomocnicze		
	Zawartość opakowania: 30 tabletek		
Każda tabletka po 70 mg XV5			

Przyjrzyj się informacjom na opakowaniu i odpowiedz na pytania.

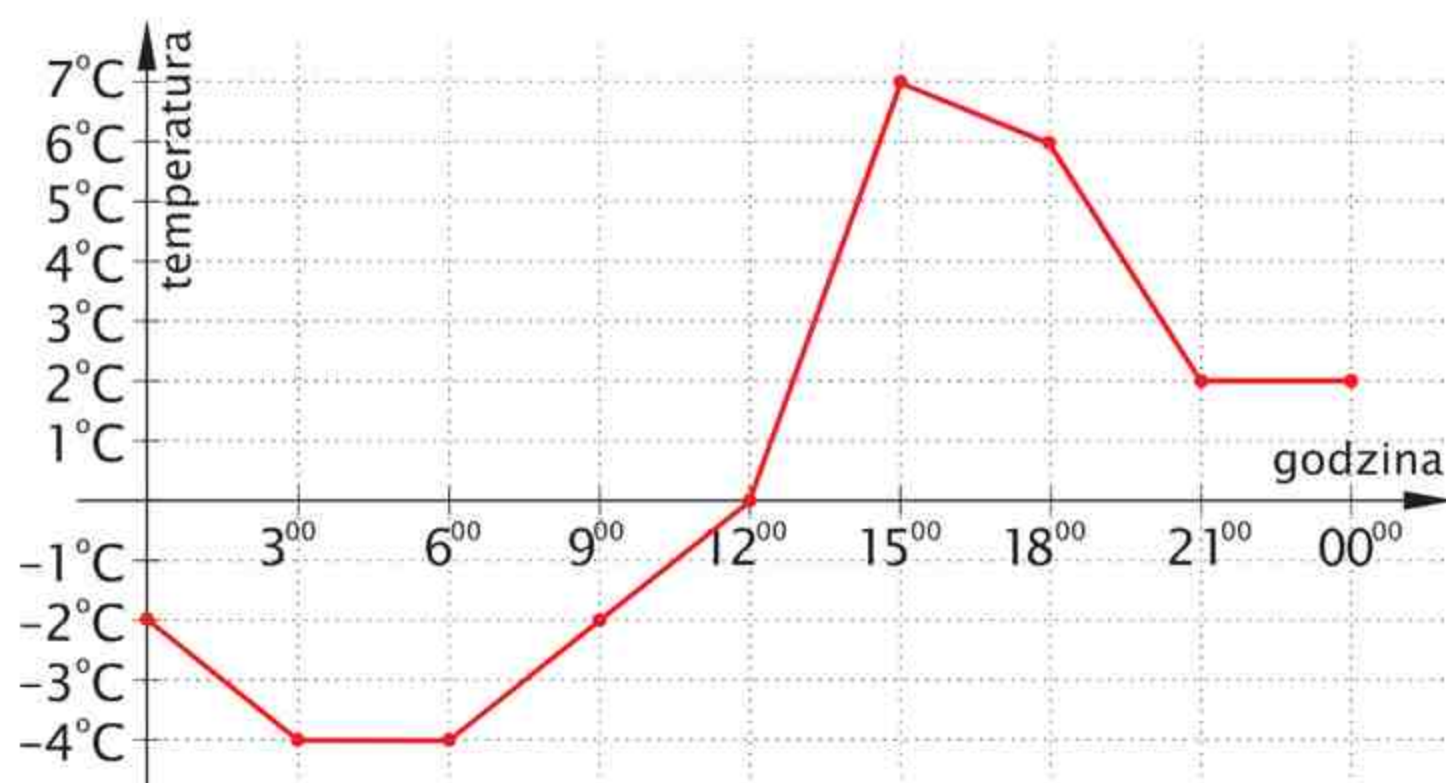
- Ile ważą substancje pomocnicze użyte do produkcji 100 g tabletek Bio XV?
- Pacjent ma przyjąć co najmniej 2 g składnika XV5. Pierwszą tabletkę zażył w piątek o 23⁰⁰. W jaki dzień i o której godzinie powinien przyjąć ostatnią tabletkę?

Odczytywanie danych z wykresów



Na powyższych rysunkach przedstawiono przykłady różnych wykresów. Można z nich odczytywać rozmaite informacje i je interpretować.

Wykres na rysunku poniżej przedstawia, jak zmieniała się temperatura w Gdańsku pewnego styczniowego dnia (temperaturę mierzono i notowano co 3 godziny).



Z wykresu tego można odczytać na przykład, że:

- o godzinie 6⁰⁰ temperatura wynosiła -4°C ,
- najwyższą temperaturę zanotowano o 15⁰⁰,
- od godziny 6⁰⁰ do 15⁰⁰ temperatura rosła.

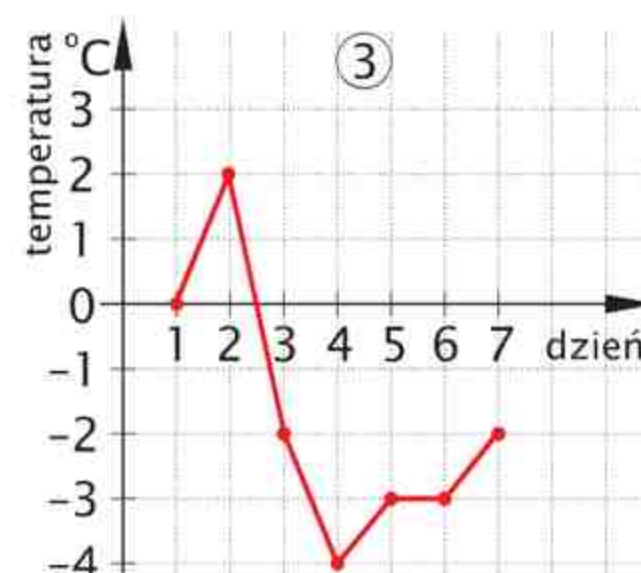
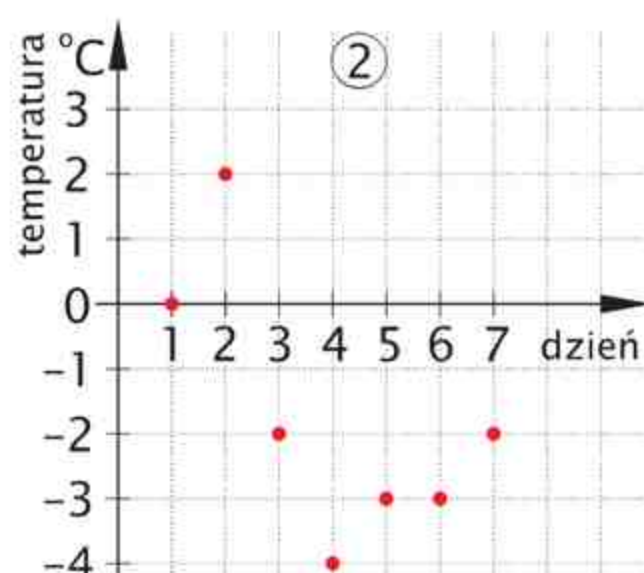
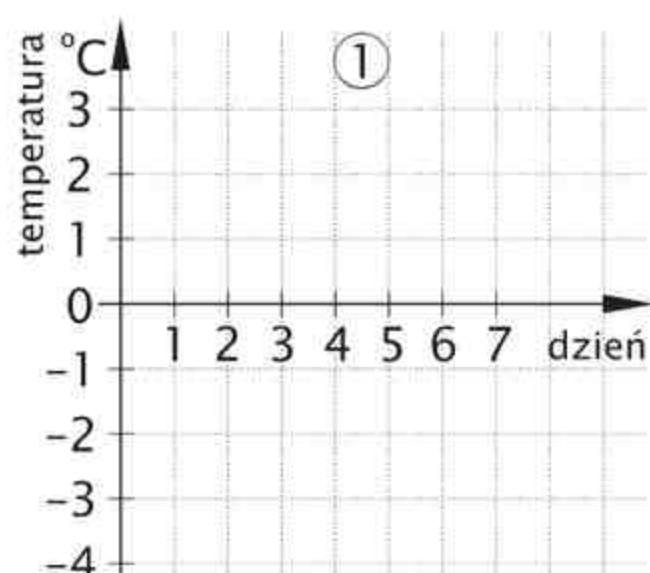
ĆWICZENIE. Odczytaj z wykresu:

- Jaką temperaturę zanotowano o 9⁰⁰?
- O której godzinie zanotowano temperaturę $+7^{\circ}\text{C}$?
- O ile stopni wzrosła temperatura między 9⁰⁰ a 15⁰⁰?
- Ile razy zanotowano temperaturę ujemną?

Czy wiesz, jak sporządza się takie wykresy jak ten, który przedstawiono powyżej?

Wojtek przez cały tydzień sprawdzał codziennie o 6⁰⁰, jaka jest temperatura. Wyniki notował w tabelce, a następnie sporządził wykres.

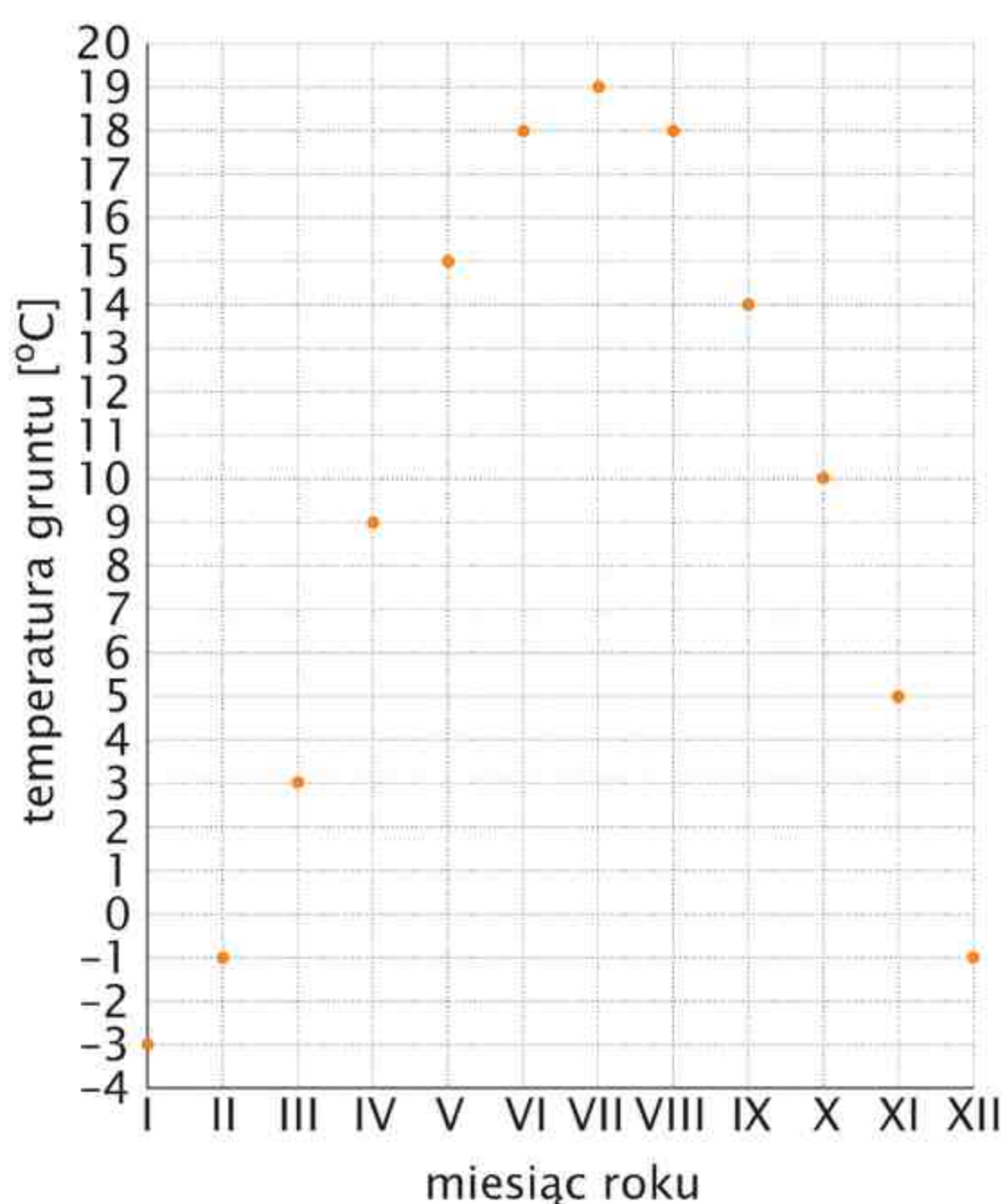
Dzień	1	2	3	4	5	6	7
Temperatura (°C)	0	2	-2	-4	-3	-3	-2



- ① Najpierw narysował dwie osie — poziomą i pionową. Na osi poziomej zaznaczył liczby oznaczające kolejne dni tygodnia, a na osi pionowej — temperaturę.
- ② Zaznaczył punkty odpowiadające kolumnom w tabeli, tzn. dzień 1 — temperatura 0°, dzień 2 — temperatura 2° itd.
- ③ Połączył zaznaczone punkty, aby łatwiej było odczytać informacje z wykresu.

Wiele różnych informacji można odczytać zarówno z tabeli, jak i z wykresu. Posługując się wykresem, dużo łatwiej zaobserwować różne zmiany, np. czy temperatura w kolejnych dniach rosła czy malała, kiedy nastąpił największy wzrost temperatury itp.

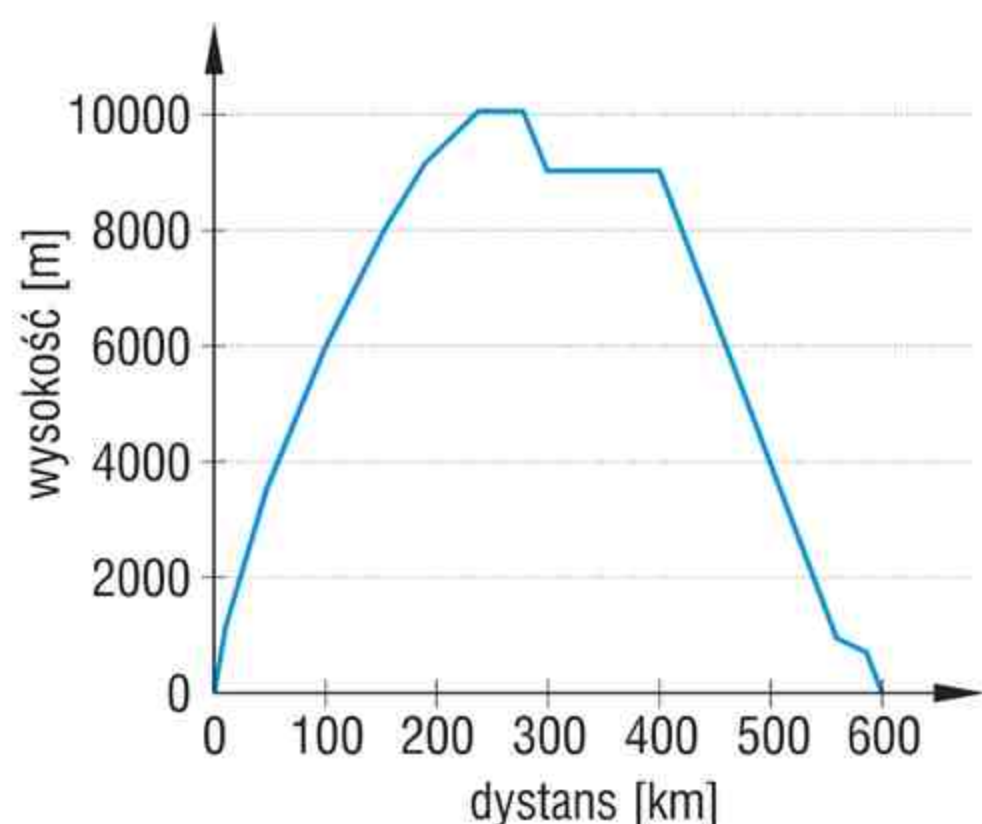
ZADANIA



1. Z wykresu pokazanego obok można odczytać, jak zmieniała się średnia temperatura gruntu w pewnej miejscowości w kolejnych miesiącach roku.

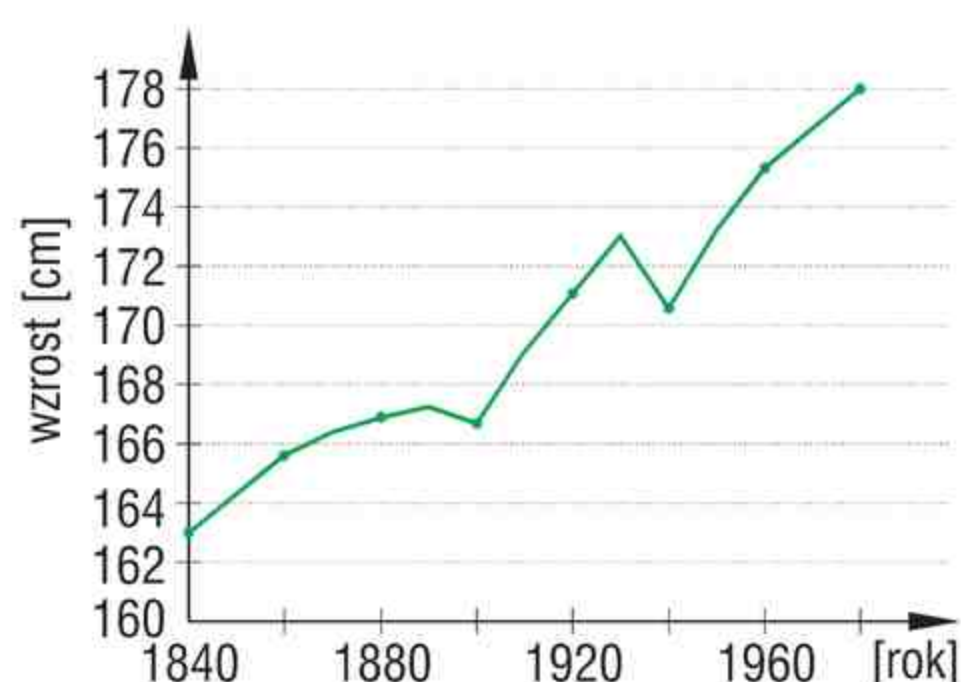
- a) Jaka była średnia temperatura gruntu w marcu?
- b) W którym miesiącu średnia temperatura była najwyższa?
- c) W którym miesiącu średnia temperatura gruntu była równa 10°?

2. Na wykresie przedstawiono, jak zmieniała się wysokość samolotu nad ziemią w czasie pewnego lotu.



- Na jakiej wysokości znajdował się samolot, gdy pokonał dystans 100 km?
- Jaką najwyższą wysokość osiągnął samolot w czasie tego lotu?
- Jaki dystans pokonał samolot, lecąc na wysokości 9000 m?
- Podczas przelotu między lotniskami samolot spalił 3000 kg paliwa. Jakie było przeciętne spalanie na 100 km?

3. Na wykresie pokazano przeciętny wzrost mężczyzn urodzonych w Polsce w zależności od roku ich urodzenia.



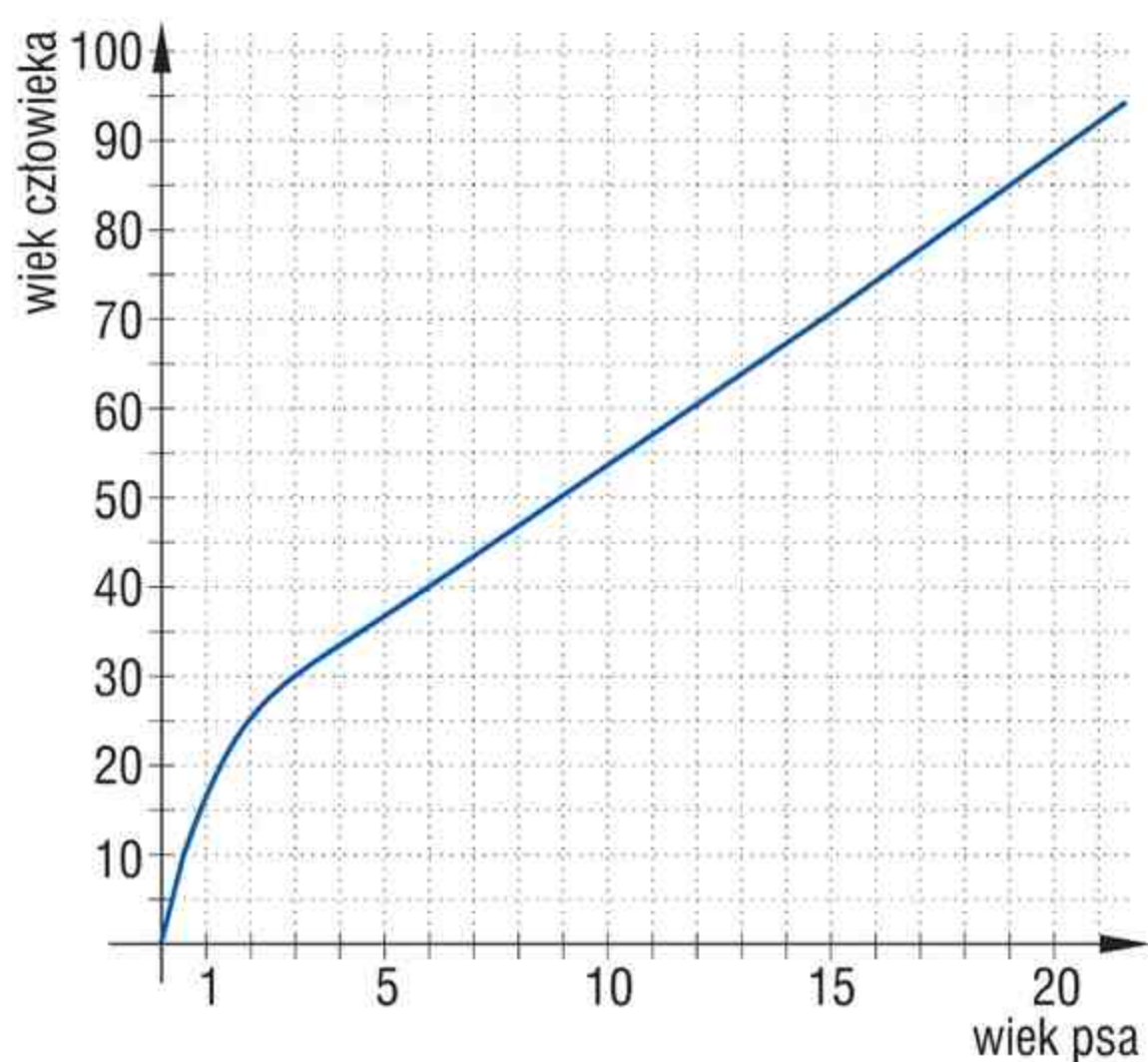
- Jaki był przeciętny wzrost mężczyzn urodzonych w roku 1880?
- O ile wyżsi byli przeciętnie Polacy urodzeni w 1980 roku od tych urodzonych w 1840 roku?
- Czy trzydziestoletni mężczyzna o wzroście 170 cm, który urodził się w roku 1910, był wyższy od przeciętnego Polaka urodzonego w tym samym roku?

4. Tomek przez kwadrans obserwował samochody przejeżdżające obok swojego domu. W tabeli notował, ile samochodów przejechało w ciągu kolejnych minut. Przedstaw te dane na wykresie.

Kolejne minuty	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Liczba samochodów															

Rok	Liczba ludności	Rok	Liczba ludności
1950	25 mln	1990	38 mln
1960	30 mln	2000	38 mln
1970	33 mln	2010	39 mln
1980	36 mln	2020	38 mln

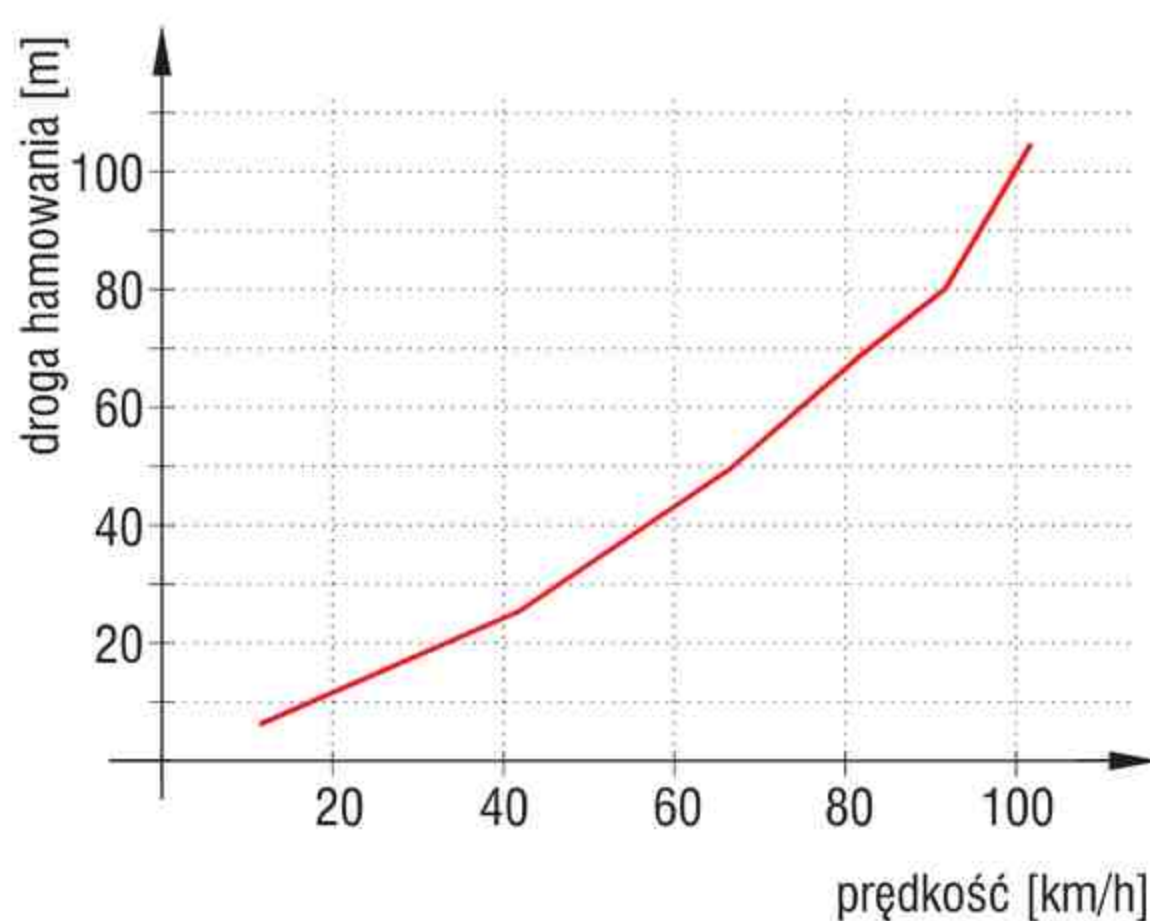
5. W tabeli obok przedstawiono, jak zmieniała się liczba ludności Polski. Dane w tej tabeli podano w zaokrągleniu do pełnych milionów. Przedstaw te dane na wykresie.



6. Wykres przedstawia, jak wiek psa „przekłada się” na wiek człowieka.

- 2 lata u psa — ile to lat u człowieka?
- Czy pies, który ma 14 lat, mógłby już przejść na emeryturę?
- Ilu „psim” latom odpowiada wiek 15 lat człowieka?
- Ile lat ma pies, który wiekiem odpowiada 90-latkowi?

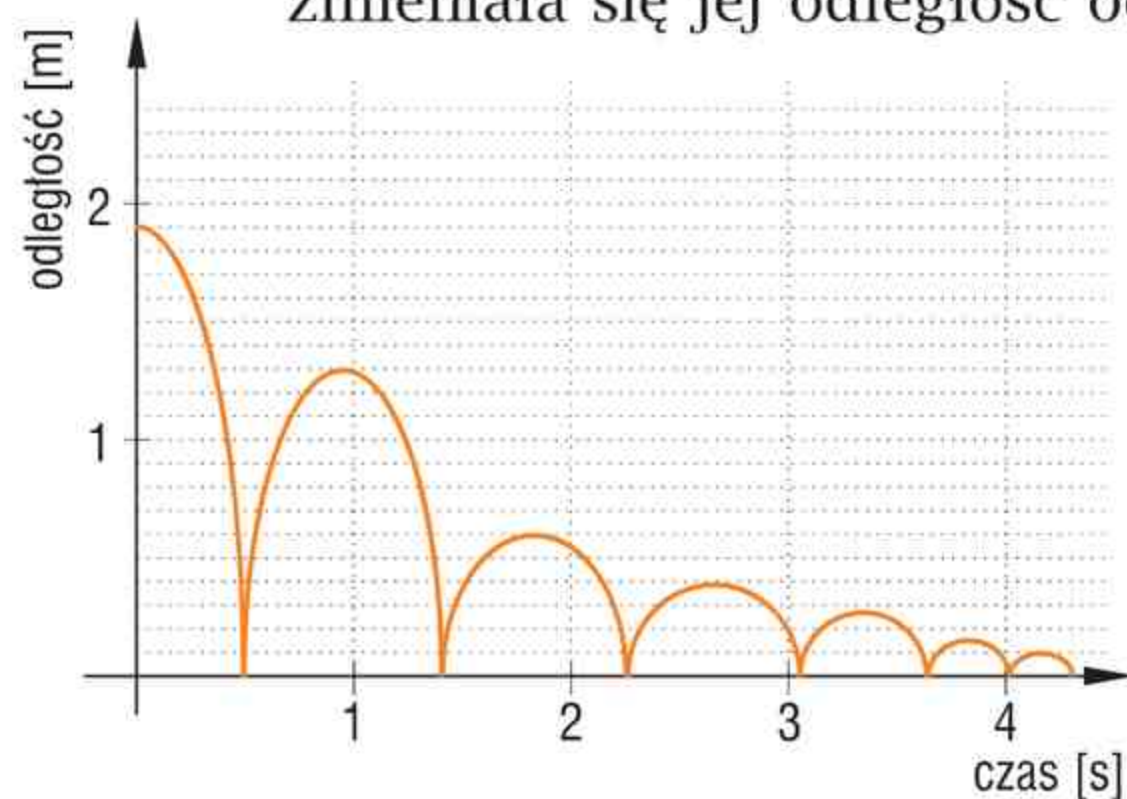
7. Poniższy wykres pokazuje, jak droga hamowania pewnego samochodu zależy od jego prędkości.



Uwaga. Skrót km/h czytamy: kilometrów na godzinę.

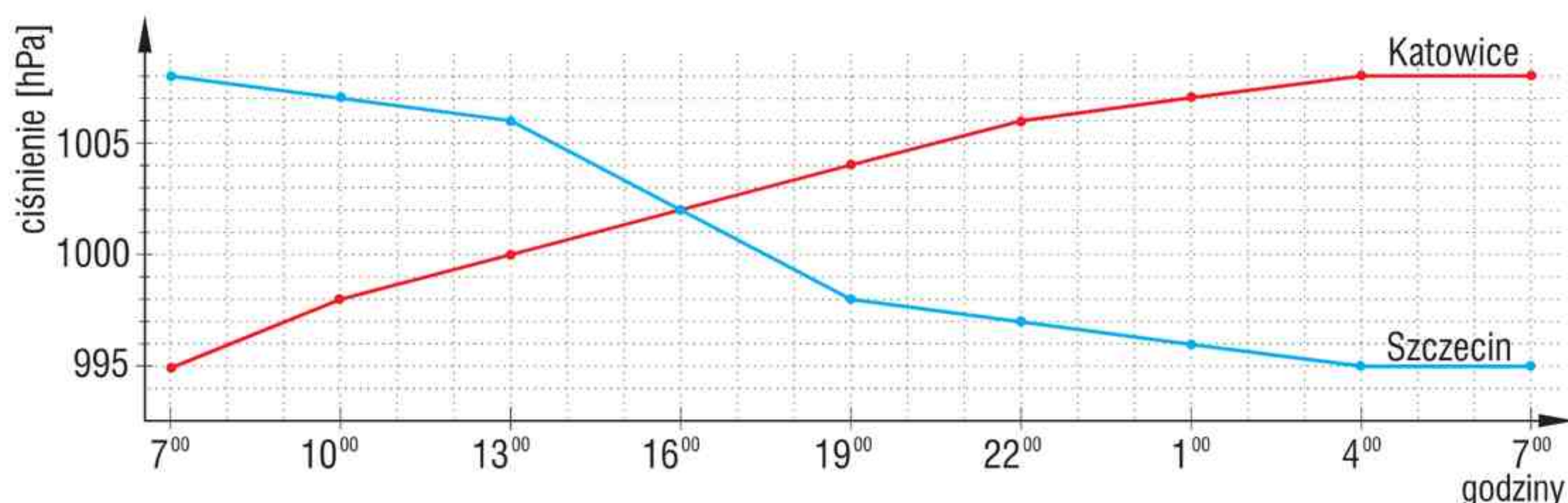
- Podaj w przybliżeniu długość drogi hamowania przy prędkości 40 km/h oraz przy prędkości dwa razy większej.
- Kierowca jadący z prędkością 90 km/h zaczął hamować, gdy odległość auta od przeszkody wynosiła 100 m. Czy uniknął zderzenia?
- Sprawdź, czy można powiedzieć, że droga hamowania dla prędkości 100 km/h jest dwa razy dłuższa niż dla prędkości 50 km/h.

8. Piłkę spuszczaono z pewnej wysokości. Wykres przedstawia, jak zmieniała się jej odległość od ziemi.

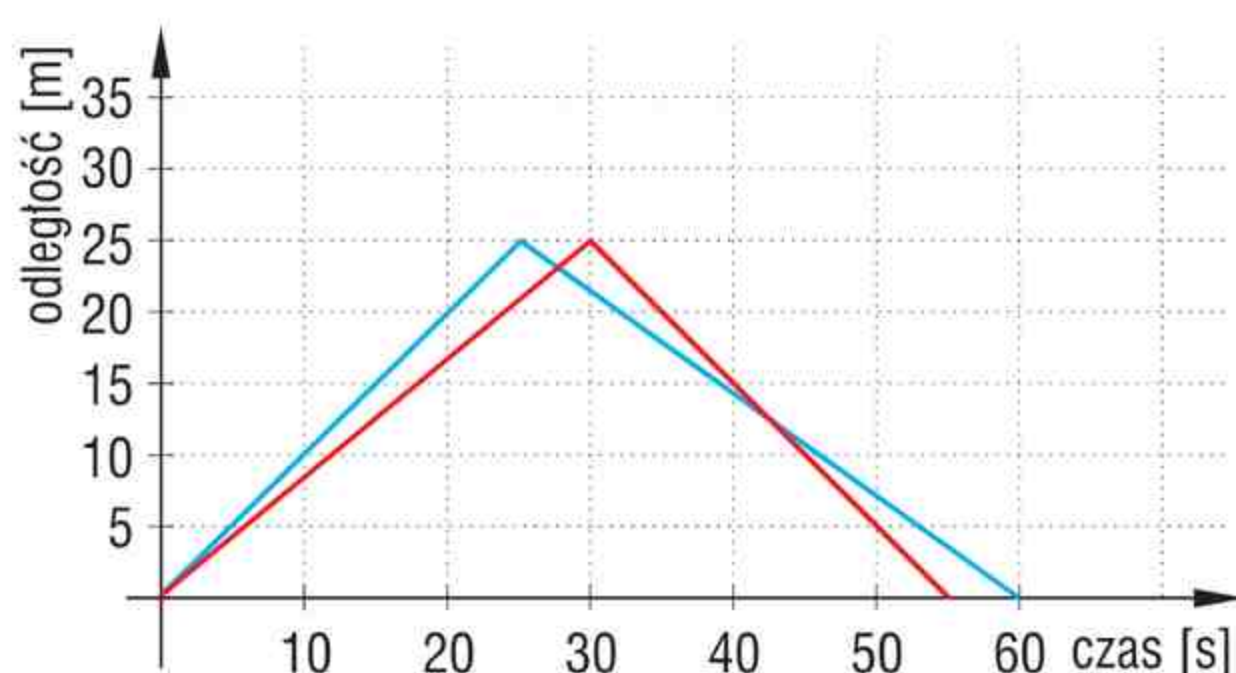


- Odczytaj z wykresu, z jakiej wysokości spuszczaono piłkę.
- Ile razy piłka uderzyła o ziemię w ciągu pierwszych 3 sekund?
- Na jaką wysokość uniosła się piłka po pierwszym odbiciu się?
- Ile razy piłka znalazła się na wysokości 1 m?

9. Poniżej przedstawiono informacje o ciśnieniu atmosferycznym w Katowicach oraz w Szczecinie w ciągu tej samej doby od godziny 7⁰⁰ do godziny 7⁰⁰ następnego dnia. Ciśnienie (określone w hektopaskalach, w skrócie hPa) mierzono co 3 godziny.



- O której godzinie zanotowano w obu miastach jednakowe ciśnienie? Jaka była jego wartość?
- W jakich godzinach w Katowicach zanotowano wyższe ciśnienie niż w Szczecinie?
- Gdy ciśnienie spada, pogoda na ogół się pogarsza. W którym mieście nastąpiło pogorszenie pogody?
- O ile hektopaskali wzrosło ciśnienie w Katowicach między godziną 13⁰⁰ a 22⁰⁰?
- O ile hektopaskali zmalało w ciągu doby ciśnienie w Szczecinie?



10. Ola i Ala brały udział w wyścigu pływackim. Wykres czerwony przedstawia, jak zmieniała się odległość Oli od linii startu, a niebieski — jak zmieniała się odległość Ali od linii startu.

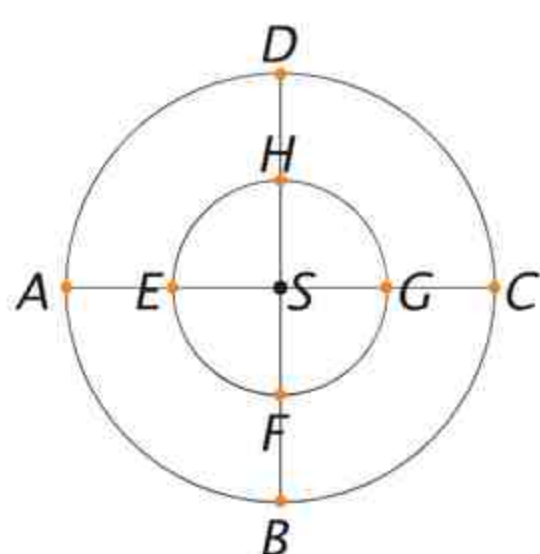
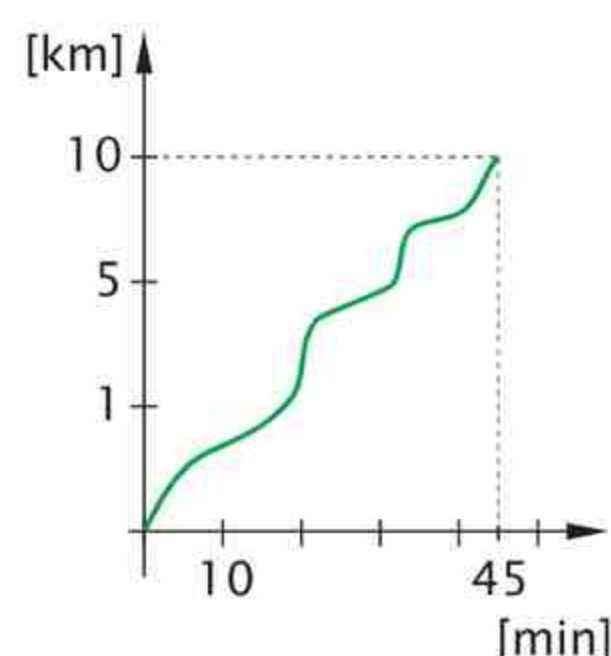
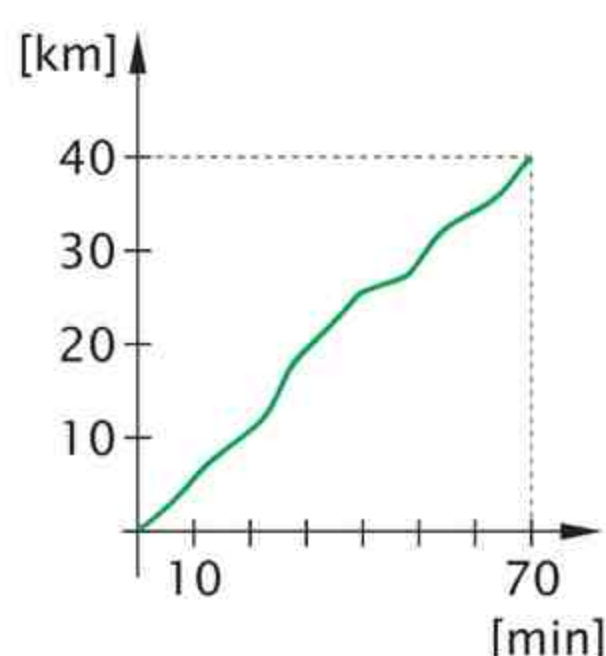
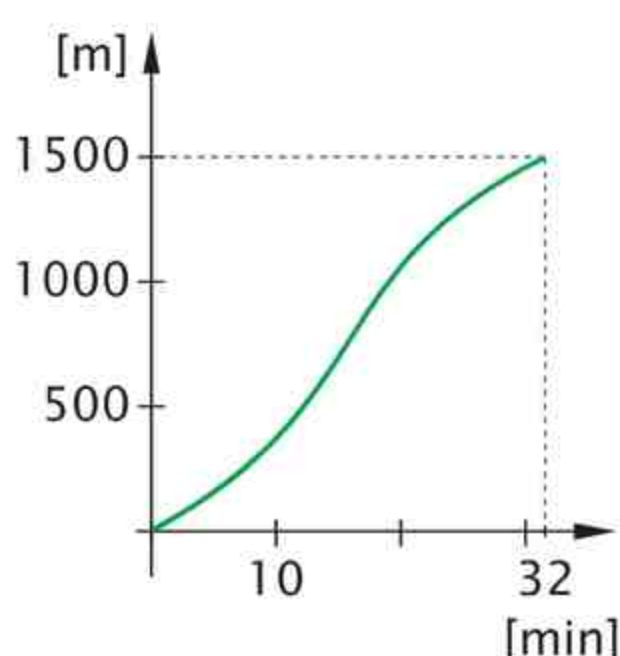
- Jaką długość miał basen, na którym rozegrano wyścig?
- Jaki dystans pokonała każda z dziewcząt?
- Która z dziewcząt pierwsza przyплыnęła do mety?
- Ile sekund zajęło Oli pokonanie pierwszej połowy dystansu?
- Która z dziewcząt szybciej pokonała drugą połowę dystansu?
- W której sekundzie wykonała nawrót Ola, a w której — Ala?

11. Triathlon to dyscyplina sportowa, która składa się z trzech części: jazdy na rowerze, biegu i pływania. Na wykresach przedstawiono, jak zmieniał się dystans pokonany przez jednego z uczestników pewnych zawodów triathlonowych. Każdy wykres ilustruje inną dyscyplinę.

a) Najkrótszy dystans zawodnik ten pokonał, płynąc, a najdłuższy — na rowerze. Jaki dystans pokonał, biegnąc?

b) Czy zawodnik potrzebował więcej czasu na pływanie, czy na bieg? O ile minut więcej?

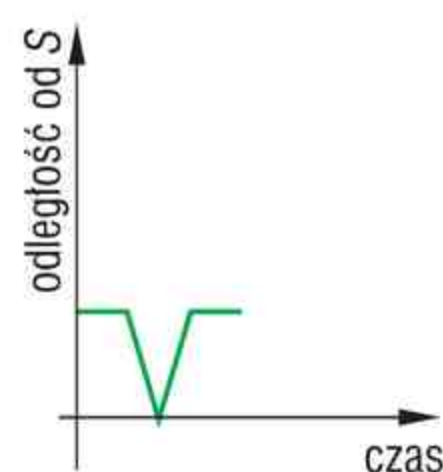
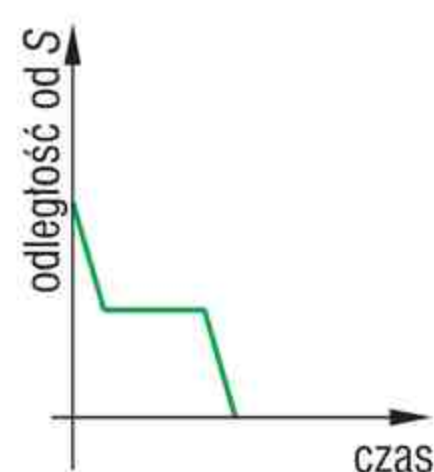
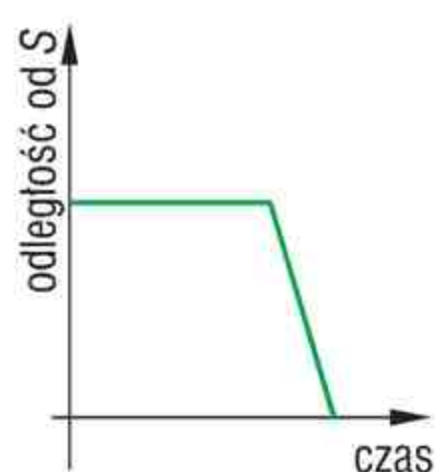
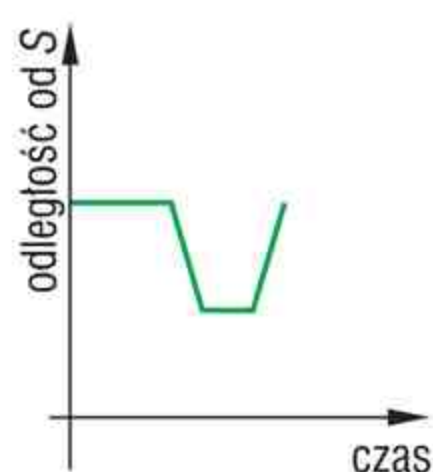
 c) Zwycięzca zawodów uzyskał łączny czas 2 godz. 22 min 30 s. O ile dłuższy łączny czas uzyskał zawodnik, którego wyniki są przedstawione na wykresach?



Cztery pojazdy poruszały się z jednakową prędkością wzdłuż narysowanych linii. Poniżej opisano trasy pojazdów (punkt startu, mijane punkty i punkt końcowy).

- ① *ADHGC* ② *AEFGS* ③ *BCDHS* ④ *FESHG*

Wykresy ilustrują, jak zmieniała się odległość pojazdów od punktu *S* w zależności od czasu jazdy. Dopasuj numery pojazdów do wykresów.



1. Statek wypłynął z portu o 6⁴². Wrócił następnego dnia o 16¹⁵. Jak długo trwała podróż?

- A. 33 godz. i 27 min
- B. 34 godz. i 27 min
- C. 33 godz. i 33 min
- D. 10 godz. i 33 min

2. Dzień 13 maja pewnego roku wypadł w piątek. Oceń prawdziwość zdań.

① Dzień 22 maja tego roku wypadł w poniedziałek. PRAWDA / FAŁSZ

② Dzień 13 czerwca tego roku wypadł we wtorek. PRAWDA / FAŁSZ

3. Przyjmuje się, że średniowiecze to okres od roku 476 (upadek Cesarstwa Zachodniorzymskiego) do roku 1492 (odkrycie Ameryki przez Kolumba). Które zdanie jest nieprawdziwe?

- A. Średniowiecze trwało od V wieku do XV wieku.
- B. Średniowiecze trwało ponad 1000 lat.
- C. Od odkrycia Ameryki przez Kolumba minęło mniej niż 5 wieków.
- D. Upadek Cesarstwa Zachodniorzymskiego nastąpił prawie 500 lat po narodzinach Chrystusa.

4. Z Amkowa do Drabkowa jedzie się przez Bumkovo i Ciachowo (zob. rysunek). Jak długa jest ta trasa?



- A. 21,7 km
- B. 2219,5 m
- C. 1516,5 m
- D. 18 km

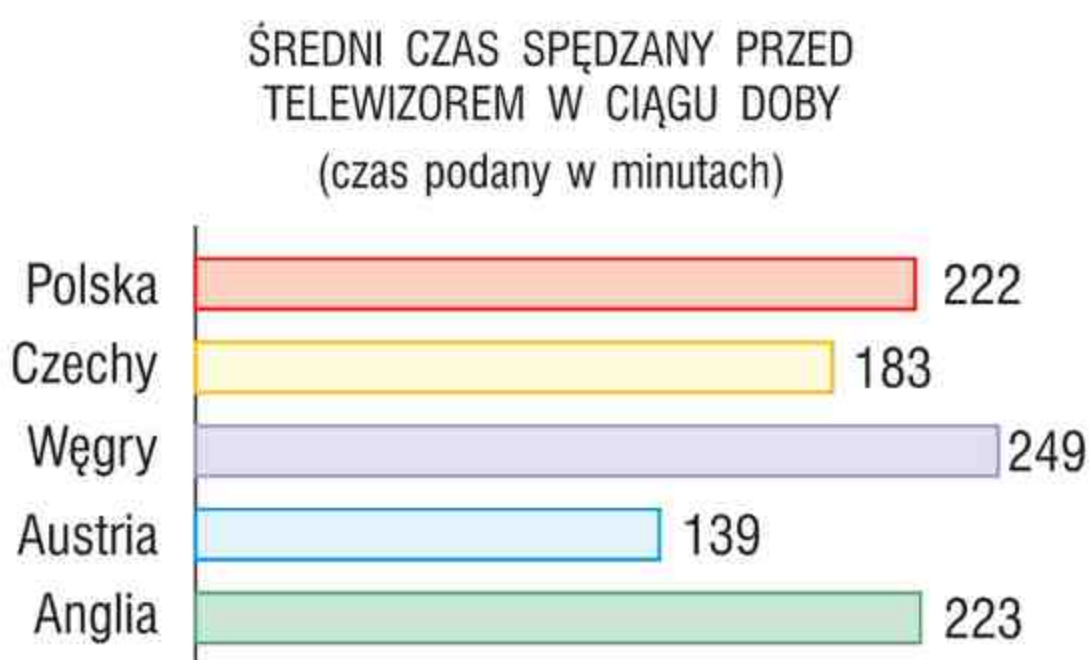
5. Która z podanych długości jest największa?

- A. 1250 cm
- B. 12 600 cm
- C. 127 dm
- D. 126,10 m

6. Które zdanie nie może być prawdziwe?

- A. Rower Adama waży 1300 dag.
- B. Parasolka Joli waży 325 g.
- C. Czapka Witka waży 0,02 t.
- D. Sandały Kuby ważą 157 dag.

W zadaniach 7. i 8. skorzystaj z poniższego diagramu.



7. Ile godzin tygodniowo spędza przed telewizorem statystyczny Węgier?

- A. około 29
- B. około 4
- C. około 17
- D. około 16

8. W ilu spośród wymienionych powyżej państw przeciętny mieszkaniec oglądał telewizję dłużej niż 3,5 godziny dziennie?

- A. w dwóch
- B. w trzech
- C. w czterech
- D. w pięciu

9. Wskaż niepoprawne zaokrąglenie.

- A. $15974 \approx 15970$
- B. $15974 \approx 16000$
- C. $15974 \approx 20000$
- D. $15974 \approx 15980$

10. Aby obsiać 1 ha pola pszenicą, potrzeba 250 kg ziarna. Z 1 ha ziemi wysokiej klasy można otrzymać nawet 4,5 t pszenicy.

Ile ziarna potrzeba, aby obsiać 4,5 ha pola?

A. 11,25 t B. 1,125 t

Ile pszenicy uzyskuje się z 1 kg ziarna?

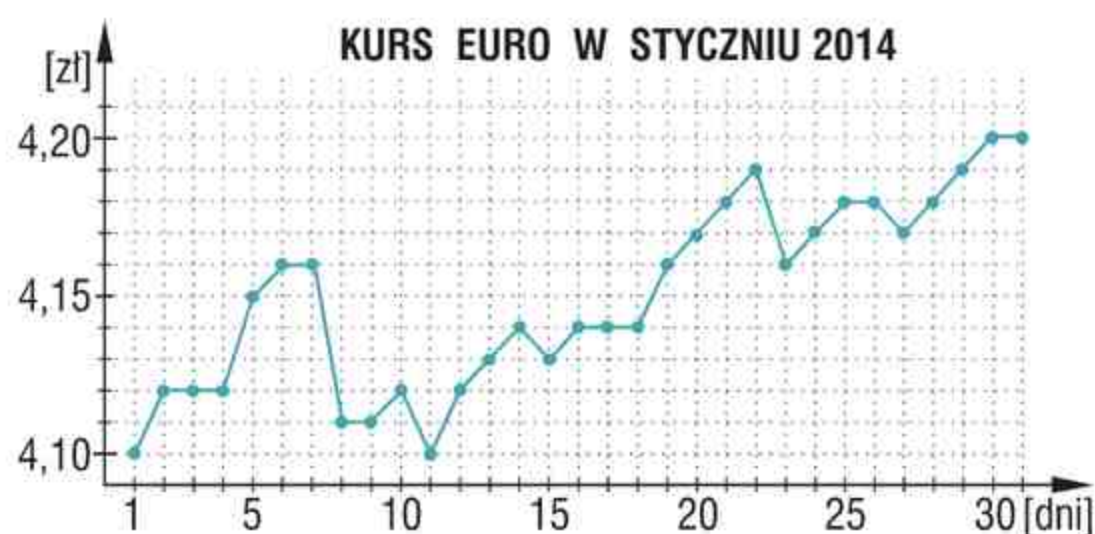
C. 18 kg D. 180 kg

11. Jakiej odległości w terenie odpowiada odcinek o długości 2,6 cm na mapie o skali 1 : 250 000?

A. 2,75 km C. 6,5 km

B. 6,25 km D. 65 km

12. Przyjrzyj się wykresowi i oceń prawdziwość podanych zdań.



① Różnica między najwyższym a najniższym kursem euro w styczniu wynosiła 50 gr. PRAWDA / FAŁSZ

② Kurs euro był wyższy niż 4,15 zł przez 16 dni. PRAWDA / FAŁSZ

③ 7 stycznia kurs euro był o 5 gr niższy w porównaniu z kursem z poprzedniego dnia. PRAWDA / FAŁSZ

13. Ela codziennie zjada pączek, który waży około 6 dag. Ile kilogramów łącznie ważą pączki zjadane przez Elę w ciągu roku?

14. Ile jest liczb naturalnych, których zaokrąglenie do setek jest równe 2400?

15. Pierwszy sputnik wysłany na orbitę Ziemi ważył około 100 kg, a rakieta Saturn V, dzięki której człowiek stanął na Księżycu, ważyła około 3000 t. Ile razy ta rakieta była cięższa od pierwszego sputnika?

16. Szerokość Polski ze wschodu na zachód to około 650 km. W jakiej skali sporządzono poniższą mapę?



17. Tabela podaje godziny odjazdów dwóch pociągów ekspresowych kursujących między Gdynią a Krakowem.

07:46	KRAKÓW GŁ.	18:13
10:02	Warszawa Zach.	15:55
10:20	Warszawa Centr.	15:50
10:28	Warszawa Wsch.	15:33
12:03	Ława Gł.	13:58
12:38	Malbork	13:22
12:51	Tczew	13:09
13:10	Gdańsk Gł.	12:52
13:15	Gdańsk Wrzeszcz	12:44
13:20	Gdańsk Oliwa	12:39
13:25	Sopot	12:34
13:34	GDYNIA GŁ.	12:25

a) Jak długo jedzie ekspres z Sopotu do Warszawy Centralnej?

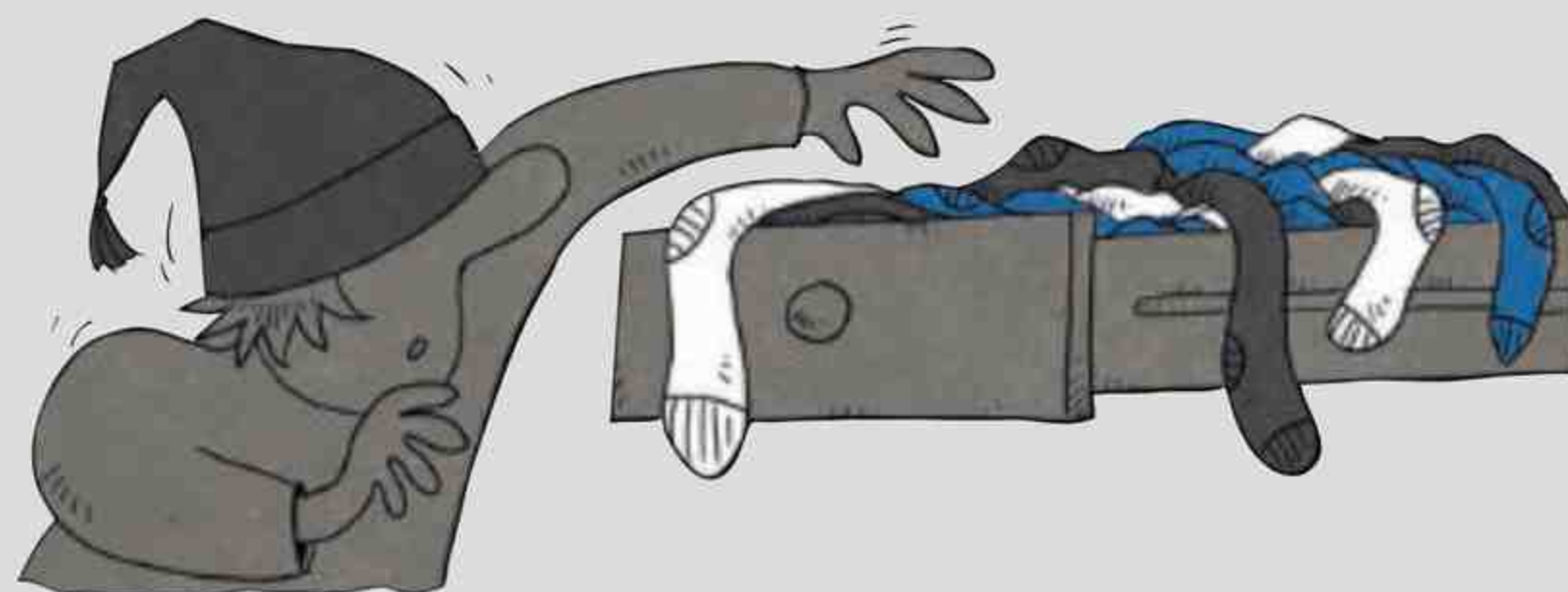
b) Podróżny jadący z Krakowa do Gdyni spał przez pierwszych 161 minut podróży i obudził się, gdy pociąg stał na stacji. Jaka to była stacja?

w krainie łamigłówek

5

A. W pudełku jest 6 kul białych, 5 czarnych i 4 niebieskie. Różnią się tylko kolorem. Masz zasłonięte oczy i wyciągasz z pudełka po jednej kuli. Ile razy musisz to zrobić, żeby mieć pewność, że wśród wyciągniętych kul są wszystkie kolory?

B. W szufladzie ze skarpetami jest bałagan, a ty po ciemku (wysiadł prąd) wydajesz z niej po jednej skarpetce. Wiesz, że masz tam 6 skarpetek czarnych, 4 białe i 6 granatowych. Ile skarpetek musisz wyciągnąć, żeby mieć pewność, że znajdziesz wśród nich dwie takie same? A ile — żeby mieć dwie czarne?



6

Pewnego roku w listopadzie było 5 niedziel i 5 poniedziałków. W jakim dniu tygodnia wypadł ostatni dzień tego roku?

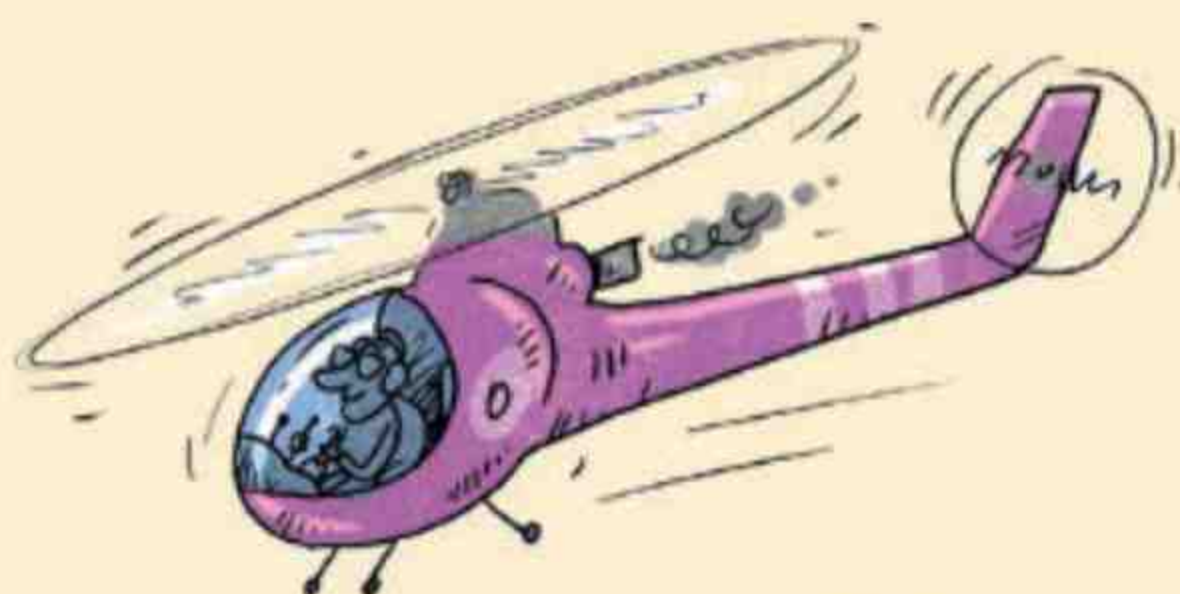
Prędkość, droga, czas



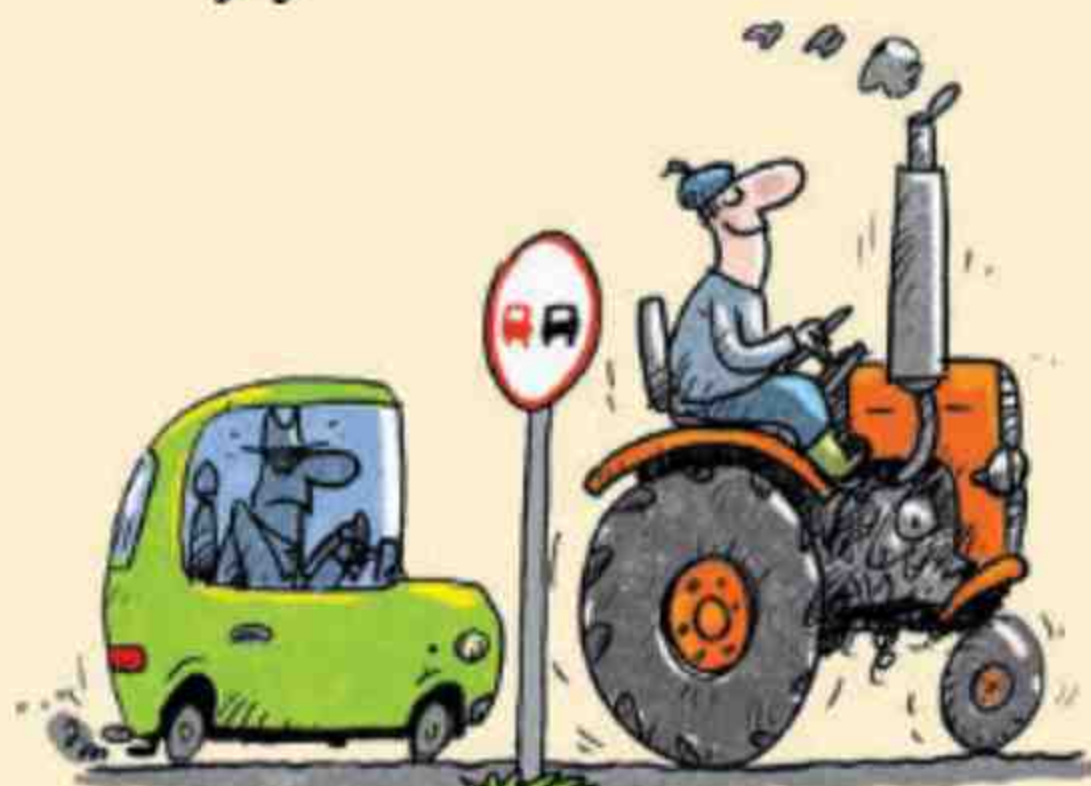
Spójrz na znak drogowy. Co on oznacza? Czy wiesz, z jaką prędkością mogą poruszać się kierowcy w Polsce w terenie zabudowanym, z jaką — w terenie niezabudowanym, a z jaką — na autostradzie?



Na mapie zaznaczony jest fragment trasy o długości 25 km. W jakim najkrótszym czasie można przejechać ten odcinek, nie łamiąc przepisów?



Pilot śmigłowca, utrzymując tę samą prędkość, przeleciał w 2 godziny 120 km. Ile kilometrów przeleciał w ciągu godziny?



Pan Nowak przez pół godziny jechał za traktorem, który poruszał się z prędkością 20 km na godzinę. Przez ile kilometrów pan Nowak podążał za traktorem?

W poprzednim rozdziale pojawiły się wykresy związane z prędkością wyrażoną w kilometrach na godzinę. Ponieważ h to międzynarodowy skrót oznaczający godzinę, więc km/h czytamy *kilometry na godzinę*.



Popatrz na rysunek obok. Prędkościomierz pokazuje, że samochód jedzie z prędkością $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oznacza to, że gdyby prędkość tego pojazdu się nie zmieniała, pokonywałby on odległość 80 km w ciągu 1 godziny.

Prędkość obiektu (samolotu, pieszego, biegnącego zwierzęcia) wyraża, jaką odległość pokonuje ten obiekt w pewnej jednostce czasu. Na przykład:

- Gdy samolot leci ze stałą prędkością $960 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, to znaczy, że pokonuje odległość 960 km w ciągu 1 godziny.
- Pieszy idący z prędkością $50 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ pokonuje odległość 50 m w ciągu 1 minuty.
- Jeśli pies biegnie z prędkością $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, to w ciągu 1 sekundy pokonuje odległość 8 m.

Prędkości mogą być podawane w różnych jednostkach.



$20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



$20 \frac{\text{m}}{\text{min}}$



$5,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



$8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$



$110 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



$8 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$



$250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

ĆWICZENIE. Przyjmijmy, że rower, walec drogowy, narciarz i rakieta poruszają się ze stałymi prędkościami. Jaką odległość pokonuje:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------|
| a) rowerzysta w ciągu 2 godzin, | c) narciarz w ciągu 10 sekund, |
| b) walec drogowy w ciągu 5 minut, | d) rakieta w ciągu minuty? |

Założmy, że samochód jedzie z prędkością $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Gdy będzie się poruszał z tą prędkością przez pewien czas, długość przebytej drogi możemy obliczać w następujący sposób:

	Czas przejazdu	Przebyta odległość
	w ciągu 1 godziny	70 km
	w ciągu 2 godzin	$2 \cdot 70 \text{ km} = 140 \text{ km}$ (2 razy więcej niż w 1 godzinę)
	w ciągu 5 godzin	$5 \cdot 70 \text{ km} = 350 \text{ km}$ (5 razy więcej niż w 1 godzinę)
	w ciągu 30 minut	$\frac{1}{2} \cdot 70 \text{ km} = 35 \text{ km}$ (2 razy mniej niż w 1 godzinę)
	w ciągu 1 minuty	$\frac{1}{60} \cdot 70 \text{ km} = 1 \frac{1}{6} \text{ km}$ ($\frac{1}{60}$ tego co w 1 godzinę)
	w ciągu 12 minut	$\frac{12}{60} \cdot 70 \text{ km} = 14 \text{ km}$ ($\frac{12}{60}$ tego co w 1 godzinę)

PRZYKŁAD

Samochód wyścigowy porusza się ze stałą prędkością $240 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, jaką odległość pokona w ciągu 5 minut.

Sposób I: 5 minut to $\frac{5}{60}$ godziny
 $\frac{5}{60} \cdot 240 \text{ km} = 20 \text{ km}$

Sposób II: w 1 godzinę: 240 km
w 1 minutę: $\frac{240 \text{ km}}{60} = 4 \text{ km}$
w 5 minut: $5 \cdot 4 \text{ km} = 20 \text{ km}$

Odp. Samochód wyścigowy w ciągu 5 minut pokona 20 km.

ZADANIA



$50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



$8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



$100 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

1. Założmy, że samochód ciężarowy, zając i gondola poruszają się ze stałymi prędkościami, które podano obok rysunków. Oblicz, jaką odległość pokonuje:

a) samochód ciężarowy w czasie: 1 h, 3 h, 30 min, $1 \frac{1}{2}$ h,

b) zając w czasie: 2 s, 5 s, 1 min, 3,5 min,

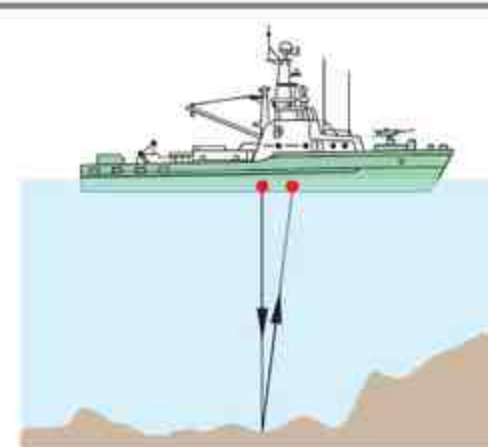
c) gondola w czasie: 7 min, 20 min, $\frac{1}{2}$ min, $\frac{1}{2}$ h.

2. Który pojazd przebyłby dłuższą drogę: samochód ciężarowy jadący przez 4 godziny z prędkością $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ czy samochód osobowy jadący przez 3 godziny z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

3. Prędkość światła to około $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Dźwięk rozchodzi się w powietrzu z prędkością $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Mrugnięcie okiem trwa średnio $\frac{1}{4}$ s. Jaką drogę przebędzie w tym czasie światło, a jaką dźwięk?

Ciekawostka

Echosonda to urządzenie, za pomocą którego można m.in. badać głębokość morza. Sygnał dźwiękowy wysyłany z echosondy odbija się od dna i wraca do urządzenia. Znając prędkość rozchodzenia się dźwięku w wodzie ($1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$), można obliczyć odległość statku od dna.



4. Przeczytaj ciekawostkę. Oblicz głębokość morza, jeśli dźwięk powrócił do echosondy:

- a) po 5 sekundach, b) po 3,5 sekundy.

5. Walc Des-dur op. 64 (czytamy: *opus sześćdziesiąte czwarte*) Fryderyka Chopina to tzw. walc minutowy, który pianiści wykonują w ciągu około 1 minuty. Jaką odległość w czasie tego utworu pokonuje kierowca jadący samochodem z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?



6. Ziemia okrąży Słońce z prędkością około $30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Jaką drogę pokonuje Ziemia w ciągu godziny, a jaką — w ciągu doby?



45–48 / 254

Rowerzysta wyruszył o godzinie 11¹⁵ i jechał ze stałą prędkością $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pół godziny później z tego samego miejsca wyruszył samochód i jechał tą samą trasą z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaka była odległość między rowerzystą a samochodem o 13⁰⁰?

Prędkość

ĆWICZENIE. Pociąg ekspresowy pokonał odległość 360 km w ciągu 4 godzin. Jaką odległość pokonywał przeciętnie w ciągu godziny?

Gdy wiemy, jak długą drogę przejechał pojazd i w jakim czasie ją pokonał, to możemy obliczyć, z jaką średnią prędkością jechał — wystarczy podzielić długość drogi przez dany czas.


$$\text{prędkość} = \frac{\text{długość drogi}}{\text{czas}}$$

PRZYKŁAD

Jednym z najszybszych ptaków jest jerzyk zwyczajny. Potrafi przelecieć odległość 700 km w ciągu 5 godzin. Z jaką średnią prędkością wtedy leci?

$$\text{Prędkość} = \frac{700 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odp. Średnia prędkość jerzyka to $140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.



180 m w 10 sekund

Gdy cwałujący koń pokonuje odległość 180 m w ciągu 10 sekund, to jego prędkość wynosi:

$$\frac{180 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zastanówmy się, czy samochód jadący z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ może wyprzedzić tego konia. Łatwo byłoby odpowiedzieć na to pytanie, gdybyśmy wyrazili prędkość konia w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Obliczmy odległości, jakie pokonywałby ten koń w ciągu minuty i w ciągu godziny (gdyby zdołał utrzymać taką prędkość). Wtedy będziemy mogli podać prędkość konia w innych jednostkach.



$18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Czas cwału	Przebyta odległość	Prędkość
w ciągu 1 min	$60 \cdot 18 \text{ m} = 1080 \text{ m}$	$1080 \frac{\text{m}}{\text{min}}$
w ciągu 1 godz.	$60 \cdot 1080 \text{ m} = 64\,800 \text{ m} = 64,8 \text{ km}$	$64,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Ponieważ $64,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ to więcej niż $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, więc samochód jadący z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ na krótkim dystansie nie wyprzedzi cwałującego konia.

Pokazaliśmy, jak można zamieniać prędkość wyrażoną w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ na prędkość wyrażoną w $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ oraz w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Rozumując w podobny sposób, można zamieniać prędkości podane w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ na prędkości wyrażone w innych jednostkach.

Założmy, że samolot leci ze stałą prędkością $450 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Sprawdźmy, ile to metrów na minutę i ile metrów na sekundę.

	Czas przelotu	Przebyta odległość	Prędkość
 $450 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	w ciągu 1 min	$\frac{1}{60} \cdot 450 \text{ km} = 7,5 \text{ km} = 7500 \text{ m}$	$7500 \frac{\text{m}}{\text{min}}$
	w ciągu 1 s	$\frac{1}{60} \cdot 7500 \text{ m} = 125 \text{ m}$	$125 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

PRZYKŁAD

Rowerzysta jedzie z prędkością $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a sprinter przebiega 100 m w 10 sekund. Który z nich porusza się z większą prędkością?

Sposób I

Rowerzysta: $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Sprinter:

w 10 s — 100 m

w 1 min — $6 \cdot 100 \text{ m} = 600 \text{ m}$

w 1 h — $60 \cdot 600 \text{ m} =$
 $= 36\,000 \text{ m} = 36 \text{ km}$

Prędkość sprintera: $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Odp. Sprinter porusza się z większą prędkością.

Sposób II

Sprinter: $\frac{100 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rowerzysta:

w 1 h — $24 \text{ km} = 24\,000 \text{ m}$

w 1 min — $\frac{1}{60} \cdot 24\,000 \text{ m} =$
 $= 400 \text{ m}$

w 1 s — $\frac{1}{60} \cdot 400 \text{ m} = 6\frac{2}{3} \text{ m}$

Prędkość rowerzysty: $6\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

ZADANIA

1. a) Samolot przeleciał odległość 2400 km w ciągu 4 godzin. Z jaką średnią prędkością leciał?

b) Pieszy przeszedł 1,5 km w ciągu pół godziny. Z jaką szedł prędkością?

c) Kombajn w ciągu 5 minut pokonuje odległość 100 m. Jaka jest prędkość kombajnu?

d) Pies w ciągu 12 sekund przebiegł 150 m. Z jaką prędkością biegł ten pies?

2. Samochód przejechał pierwsze 150 km podróży w 2 godziny, a następne 50 km w pół godziny. Jaką łączną odległość przebył i w jakim czasie? Z jaką średnią prędkością pokonał cały dystans?

3. Pod fotografiami podano, w jakim czasie zwierzęta pokonują dany dystans.



600 m w 2 godz.



3 km w 4 min



8 km w 10 min

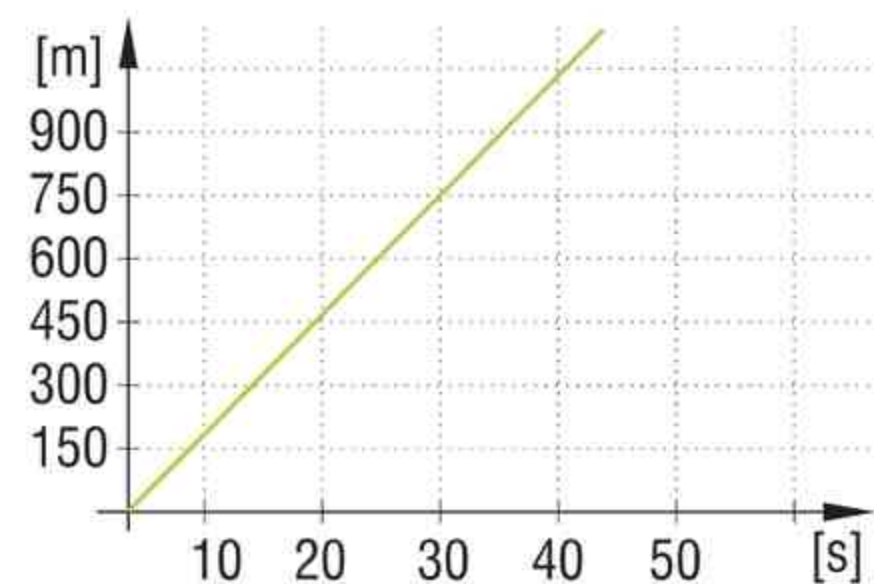
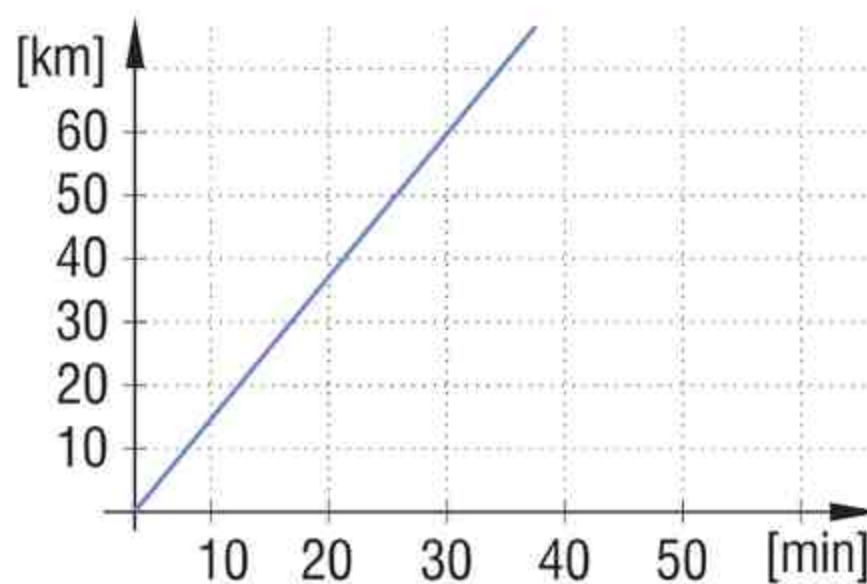


30 cm w 3 s

a) Które ze zwierząt jest szybsze — zebra czy kangur?

b) Czy szybszy jest żółw czy mrówka?

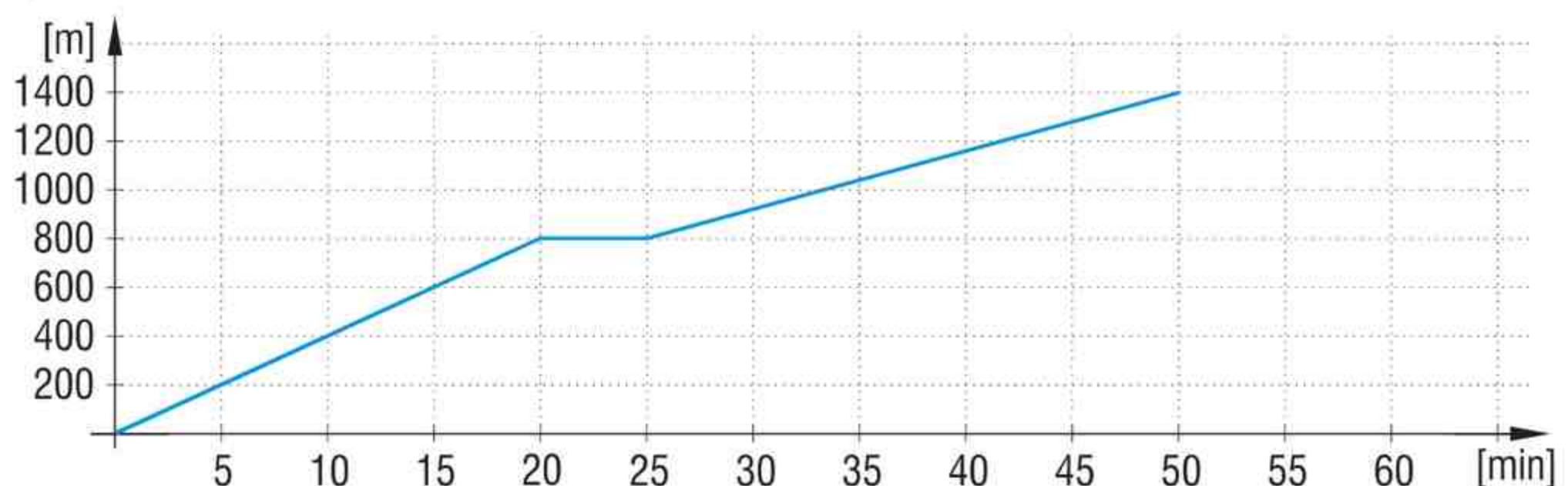
4. Na wykresach przedstawiono, jak zwiększała się długość drogi pokonywanej przez dwa samochody w czasie ich jazdy. Z jaką prędkością poruszał się każdy samochód? Odpowiedzi podaj w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.



5. Zawodnik podczas treningu najpierw pływał stylem grzbietowym, potem zatrzymał się na odpoczynek, a następnie trenował pływanie żabką. Na wykresie pokazano, jak zmieniał się pokonany przez niego dystans.

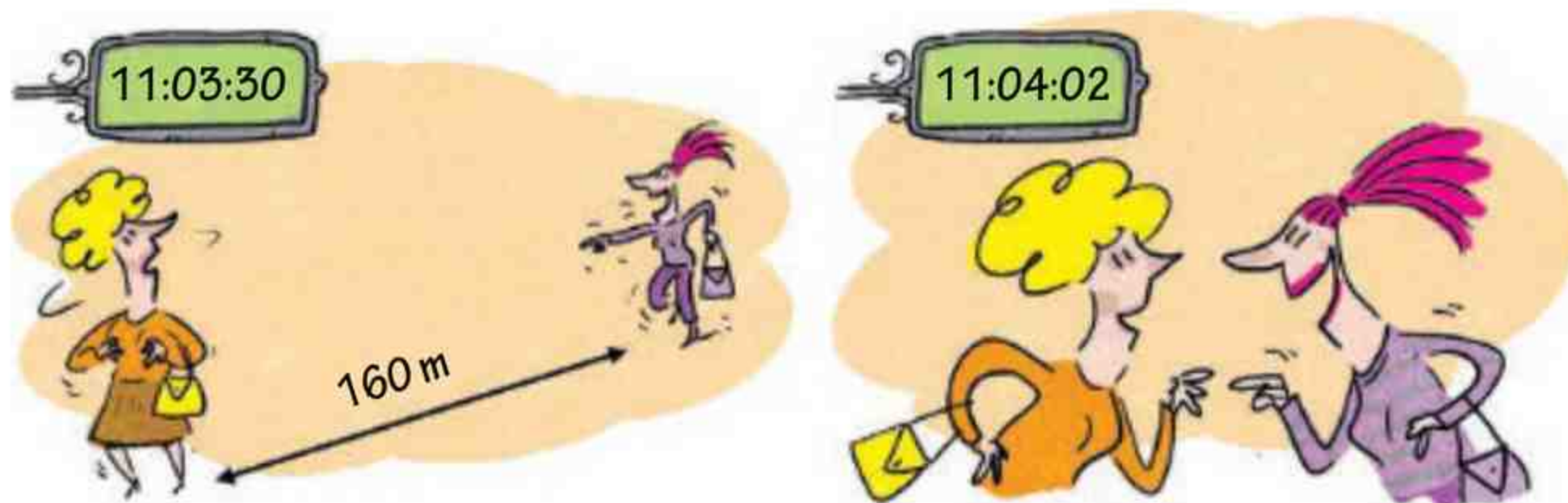
a) Jaki dystans zawodnik pokonał żabką, a jaki — na plecach?

b) Którym stylem zawodnik płynął szybciej? O ile szybciej?



6. Dom pana Kowalskiego i najbliższa kwiaciarnia znajdują się na terenie zabudowanym. Dopuszczalna prędkość na tym terenie wynosi $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Pan Kowalski odległość z domu do kwiaciarni wynoszącą 10 km pokonał w ciągu 10 minut. Czy złamał przepisy ruchu drogowego?

7. Kierowca wyruszył z Gdańska o godzinie 6^{15} i dotarł do Warszawy o 10^{30} . Przejechał w tym czasie 340 km. Gdy wracał z Warszawy tą samą drogą, jechał o pół godziny dłużej. W którą stronę kierowca jechał z większą średnią prędkością? O ile większą?



8. Przyjrzyj się powyższemu rysunkowi. Panie, które nie widziały się od dawna, zobaczyły się z daleka. Podbiegły do siebie i spotkały się w połowie drogi. Z jaką prędkością biegły?



9. a) Długość stopy Jacka wynosi 24 cm. Jacek w ciągu 12 sekund przeszedł 25 tip-topków (stopa za stopą). Z jaką prędkością poruszał się Jacek? Wyraż ją w $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ oraz w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) Wykonaj odpowiednie pomiary i oblicz, z jaką prędkością poruszasz się, idąc tip-topkami.



49–51 / 254–255

Pociąg o długości 500 m, jadący ze stałą prędkością, wjechał do tunelu o długości 1,3 km. Od momentu, gdy lokomotywa wjechała do tunelu, do momentu, gdy ostatni wagon go opuścił, minęły 2 minuty. Z jaką prędkością jechał pociąg?



ĆWICZENIE A. Ile czasu potrzebowalby na pokonanie dystansu 30 km pojazd poruszający się z prędkością $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a ile — pojazd jadący z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

ĆWICZENIE B. Pewien pojazd porusza się ze stałą prędkością $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. W jakim czasie pojazd pokona dystans 10 km, a w jakim — 50 km?

Założmy, że pieszy, rowerzysta, samochód i samolot poruszają się ze stałymi prędkościami odpowiednio $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $600 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zobacz, jak można obliczyć, ile czasu potrzebuje pieszy, ile rowerzysta, ile samochód, a ile samolot, aby pokonać trasę 30 kilometrów.



dystans	czas
5 km	1 h
10 km	2 h
30 km	$3 \cdot 2 \text{ h} = 6 \text{ h}$



dystans	czas
40 km	1 h
10 km	$\frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min}$
30 km	$3 \cdot 15 \text{ min} = 45 \text{ min}$



dystans	czas
15 km	1 h
30 km	2 h



dystans	czas
600 km	1 h
300 km	30 min
30 km	3 min

ZADANIA



$60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



$4 \frac{\text{m}}{\text{min}}$



$3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

1. Załóżmy, że samochód, żółw i leniwiec poruszają się ze stałymi prędkościami, które podano pod rysunkami. Oblicz, w jakim czasie:

- samochód pokona trasę: 120 km, 600 km, 30 km, 10 km, 90 km,
- żółw pokona odległość: 20 m, 32 m, 1 m, 0,1 km,
- leniwiec pokona odległość: 12 cm, 60 cm, 18 m, 0,27 km.



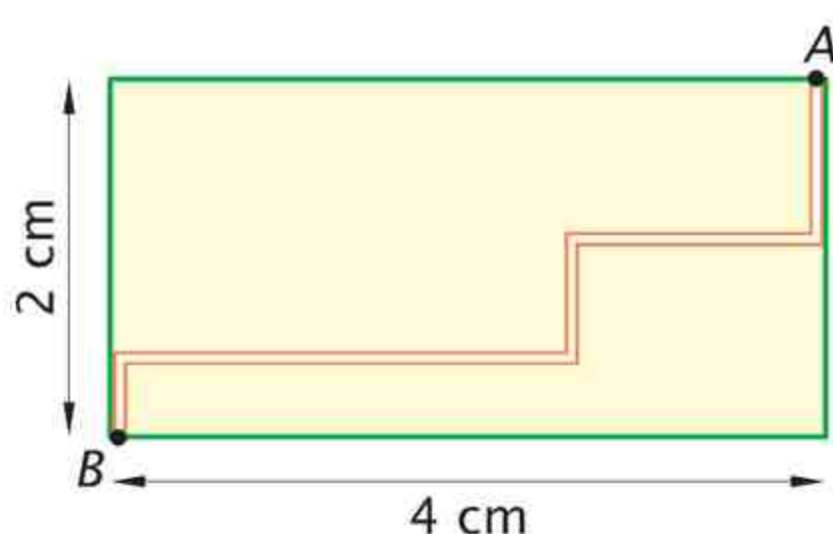
2. Rolnik jedzie do Psinosa z prędkością $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a rowerzysta do Kocielapek z prędkością $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Który z panów szybciej dojedzie do celu?

3. Pan X przejechał trasę o długości 45 km ze średnią prędkością $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zgodnie z przepisami powinien jechać z prędkością nie większą niż $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O ile minut krócej jechał, łamiąc przepisy?

4. Krasnoludki z domu do pracy musiały przejść 800 sążni. Najmniejszy z nich chodził z prędkością $20 \frac{\text{sążni}}{\text{min}}$. Największy krasnoludek chodził dwa razy szybciej. Oblicz, o której godzinie musiał wyruszyć najmniejszy, a o której — największy krasnoludek, aby zdążyć do pracy na godzinę 6⁰⁰.



5. Przyjmijmy, że średnia prędkość nurtu Wisły wynosi $3,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Przypuśćmy, że łódeczka z kory rzucona do Wisły w Krakowie dopłynęła bez przeszkód do Warszawy. Ile godzin płynęła, jeśli długość Wisły na tym odcinku wynosi około 400 km?



6. Mrówka porusza się ze średnią prędkością $3 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Popatrz na trasę narysowaną obok i oblicz, w jakim czasie mrówka przejdzie od punktu A do punktu B.



52-53 / 255

Samolot Airbus wylatuje z Paryża o godzinie 14⁰⁰ i trasę Paryż — Nowy Jork długości około 7000 km pokonuje ze średnią prędkością $800 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O której godzinie czasu miejscowego samolot wyląduje w Nowym Jorku, jeśli różnica czasu między Paryżem a Nowym Jorkiem wynosi 6 godzin?

Droga, prędkość, czas



ĆWICZENIE. Przyjrzyj się rysunkowi i odpowiedz na pytania.

- Po jakim czasie kierowca dojechałby do Torunia, gdyby przez cały czas jechał z tą samą prędkością?
- Pewien kierowca przejechał trasę z Pruszcza Gdańskiego do Konina w ciągu 5 godzin. Z jaką średnią prędkością przejechał tę trasę?
- Kierowca pewnego samochodu dostawczego wyruszył o świcie z Pruszcza Gdańskiego do Chodzieży i przez całą drogę jechał ze stałą prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Po dwóch godzinach zatrzymał się na stacji benzynowej. Jaka była odległość między tą stacją a Chodzieżą?
- Kierowca pewnego autobusu wyruszył o 10⁴⁰ z Pruszcza Gdańskiego i planowo miał dojechać do Konina o 15⁰⁰. Jechał ze średnią prędkością $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ i zatrzymał się na jednym 20-minutowym postoju. Czy udało mu się dotrzeć na miejsce zgodnie z rozkładem jazdy?

ZADANIA



Gołąb pocztowy potrafi lecieć z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.



Mucha lata z prędkością $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.



Ważka potrafi pokonać odległość 3 km w ciągu 2 minut.

- Ile czasu potrzebuje gołąb na dostarczenie przesyłki na trasie Warszawa — Gdańsk, która w linii prostej ma długość około 270 km?
 - Z jaką średnią prędkością, wyrażoną w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ważka pokonuje odległość 3 km?
 - Jaką odległość może przelecieć mucha w ciągu minuty?

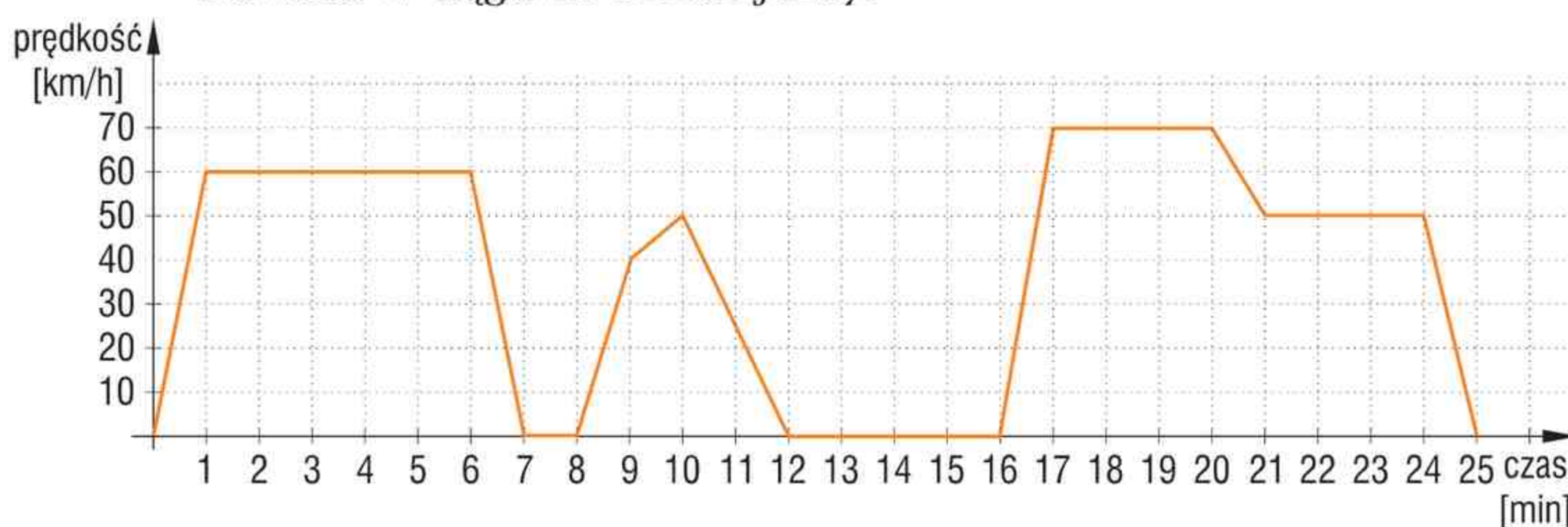
2. a) Pan Kowalski przejechał 120 km w ciągu 2 godzin, a pan Nowak — 200 km w czasie 3 godzin. Który kierowca jechał z większą średnią prędkością?



b) Samochód osobowy jedzie z prędkością $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a dostawczy z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Samochód osobowy przejechał 240 km, a dostawczy przejechał 180 km. Który samochód jechał krócej?

c) Pani Jola przez 3 kwadranse jechała z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a pani Aniela jechała ze średnią prędkością $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ przez $\frac{1}{2}$ godziny. Która z pań pokonała większą odległość?

3. Pan Nowak wyruszył samochodem sprzed domu i jechał aż do momentu, gdy musiał się zatrzymać na czerwonym świetle. W czasie dalszej drogi zatrzymał się jeszcze raz, aby kupić gazetę. Wykres przedstawia, jak zmieniała się prędkość samochodu pana Nowaka w ciągu 25 minut jazdy.



a) Po jakim czasie od startu samochód osiągnął prędkość $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

b) Jak długo samochód stał na światłach?

c) W której minucie jazdy samochód wyruszył spod kiosku z gazetami?

d) Ile razy licznik w samochodzie wskazywał prędkość $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

e) Pan Nowak jechał drogą, na której dozwolona prędkość wynosiła $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Czy złamał przepisy drogowe?

f) Jaki dystans pokonał pan Nowak, jadąc ze stałą prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a jaki — gdy jechał z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

4. Odległość od Ziemi do Księżyca wynosi około 380 000 km. Czy statek kosmiczny lecący ze średnią prędkością $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ doleciałby z Ziemi do Księżyca w czasie nieprzekraczającym 10 godzin?

5. Prędkość jednostek pływających określa się w węzłach: 1 węzeł to 1 mila morska na godzinę.

Prom płynął ze średnią prędkością 15 węzłów i pokonał trasę z Ystad do Świnoujścia w ciągu 8 godzin. Podaj w kilometrach odległość, którą pokonał prom. Przyjmij, że 1 mila morska to 1,85 km.



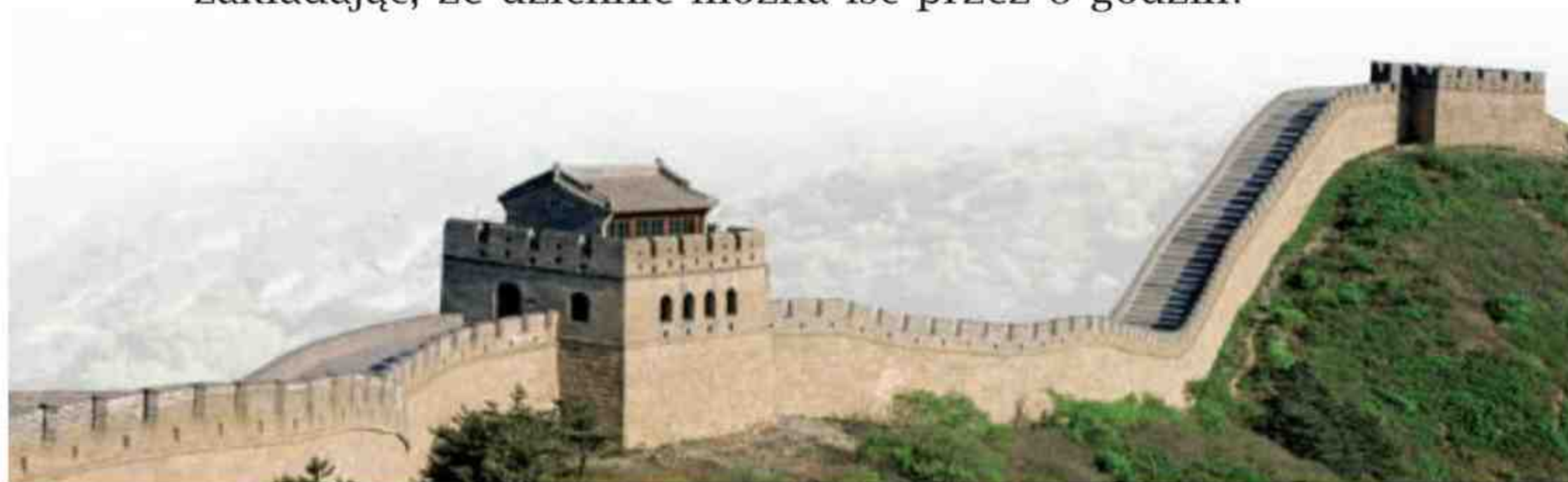
Ciekawostka

Ślimaki winniczki poruszają się bardzo wolno, ich prędkość wynosi około $5 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$. Czasami jednak potrafią się poruszać dwa razy szybciej niż normalnie — wykonują wówczas tzw. galop ślimaka, zostawiając ślad w postaci plam.

6. a) Przeczytaj ciekawostkę. Oblicz, jaką odległość pokonałby bardzo wytrzymały ślimak winniczek w ciągu 1 godziny. Czy winniczek, nie galopując, pokonałby w ciągu doby odległość 100 metrów?

b) Jaką drogę przebyłby galopujący winniczek w ciągu półtorej godziny?

7. Główna część Wielkiego Muru Chińskiego ma długość 3460 km. Ile dni zajęłoby przejście tej części muru z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, zakładając, że dziennie można iść przez 8 godzin?



8. Justyna Kowalczyk zdobyła złoty medal na igrzyskach olimpijskich w Soczi w biegu narciarskim na 10 km. Pokonała ten dystans w czasie 28 minut 18 sekund. Z jaką średnią prędkością (w kilometrach na godzinę) biegła złota medalistka?

Ciekawostka

Przed wynalezieniem płyt kompaktowych muzyki słuchano z płyt gramofonowych (tzw. winylowych) — dużych i małych. Duża płyta o średnicy około 30 cm obracała się z prędkością $33\frac{1}{3}$ obrotu na minutę, a mała płyta o średnicy około 18 cm — z prędkością 45 obrotów na minutę. Wiele osób do dziś jest miłośnikami tych płyt i starych gramofonów.

9. Przeczytaj ciekawostkę. Piosenka *Dziwny jest ten świat* Czesława Niemena, trwająca 4 minuty, została nagrana zarówno na dużej płycie, jak i na małej. Ile razy podczas odtwarzania tej piosenki obracała się duża płyta, a ile razy — mała?

10. a) Poziom wody w wannie przy maksymalnie odkręconym kranie podnosi się z prędkością $4 \frac{\text{cm}}{\text{min}}$. W jakim czasie wanna o głębokości 40 cm napełni się do połowy?

b) Tę samą wannę napełniono po brzegi. Ile czasu zajmie opróżnienie wanny, jeżeli po otwarciu odpływu poziom wody obniża się średnio o 3 cm w ciągu 1 minuty?

c) Do tej samej wanny Jan nalewał wodę. Odkręcił kran, ale zapomniał zamknąć odpływ. Po jakim czasie wanna napełni się do połowy?



KURS SC

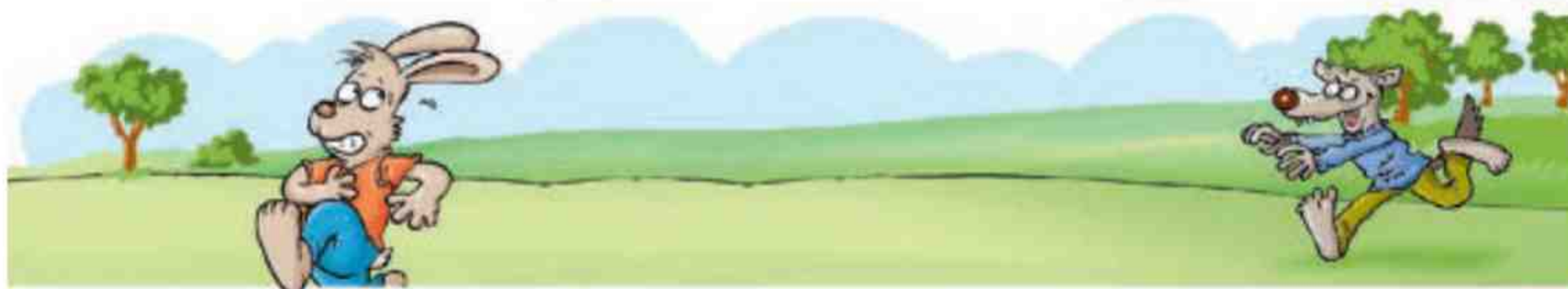
Rewelacyjny kurs szybkiego czytania. Po naszym kursie będziesz czytał 2 razy szybciej.

11. Pani Ewa przed kursem SC czytała w tempie 50 stron na godzinę. Po kursie stwierdziła, że czyta 1,5 raza szybciej. Ile stron przeczyta w ciągu 5 godzin?



54–58 / 255–256

Wilk zobaczył zająca w odległości 200 m i zaczął go gonić z prędkością $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W tym samym momencie zając zobaczył wilka i zaczął uciekać z prędkością $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Do bezpiecznej nory miał 300 m. Czy zając zdoła uciec przed wilkiem?



1. Każdy z czterech koncertów cyklu *Cztery pory roku* Vivaldiego trwa około 10 minut. Pani Basia słuchała tego cyklu koncertów w samochodzie, jadąc z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaką odległość przejechała w czasie trwania *Czterech pór roku*?

- A. 9 km C. 15 km
B. 10 km D. 60 km

2. Kierowca przejechał drogę z A do B w ciągu 3 godzin, a drogę powrotną w czasie o 10 minut dłuższym. Z A wyruszył o godz. 8^{15} , a wrócił o 16^{30} . Oceń prawdziwość zdań.

① Nie można stwierdzić, czy kierowca jechał z większą średnią prędkością z A do B czy z B do A, ponieważ jest za mało danych. PRAWDA / FAŁSZ

② W miejscowości B kierowca przebywał mniej niż 2 godziny. PRAWDA / FAŁSZ

Ciekawostka

W starożytności używano słoń bojowych do walk i do transportu. Słoń potrafi przez wiele godzin iść spokojnie z jednakową prędkością do $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Przez długi czas potrafi też iść szybkim marszem z prędkością ok. $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a w walce może szarżować z prędkością ok. $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

3. Przeczytaj ciekawostkę. Jeżeli słoń w ciągu 5 minut pokonał trasę długości 600 m, poruszając się ze stałą prędkością, to:

- A. szedł spokojnie,
B. maszerował,
C. szarżował,
D. nie da się ustalić typu poruszania się słonia.

4. Oceń prawdziwość podanych zdań.

① Struś biegnący z prędkością $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ pokonuje 450 m w ciągu 15 s.

PRAWDA / FAŁSZ

② Kolarz jadący ze średnią prędkością $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ pokonuje w ciągu 15 minut dystans 18 km.

PRAWDA / FAŁSZ

③ Chłopak jadący na hulajnodze z prędkością $400 \frac{\text{m}}{\text{min}}$ pokonuje w ciągu 45 s dystans 0,3 km.

PRAWDA / FAŁSZ

④ Samochód jadący z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ pokonuje w ciągu 15 s dystans 120 m.

PRAWDA / FAŁSZ



5. Dorożka w ciągu pół godziny przejechała 5 km, a w ciągu następnego kwadransa pokonała 4 km.

- a) Z jaką prędkością poruszała się dorożka przez pierwsze dwa kwadranse?
b) Jaka była średnia prędkość dorożki na całej trasie?

6. Jaki dystans pokonuje w ciągu 20 s samochód, który jedzie z prędkością $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

7. Gdy pan Bazyli mijał drogowskaz z napisem „Warszawa 200 km”, zegar wskazywał godzinę 11^{15} , a prędkościomierz $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O której godzinie pan Bazyli dojechał do Warszawy, jeśli udało mu się utrzymać tę samą prędkość?

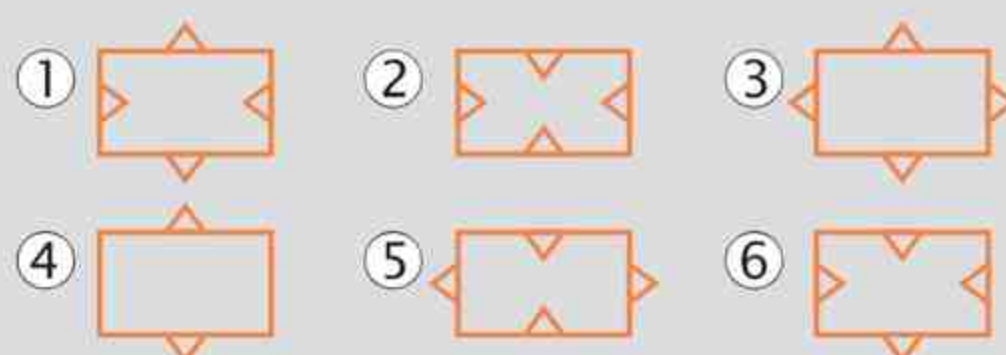
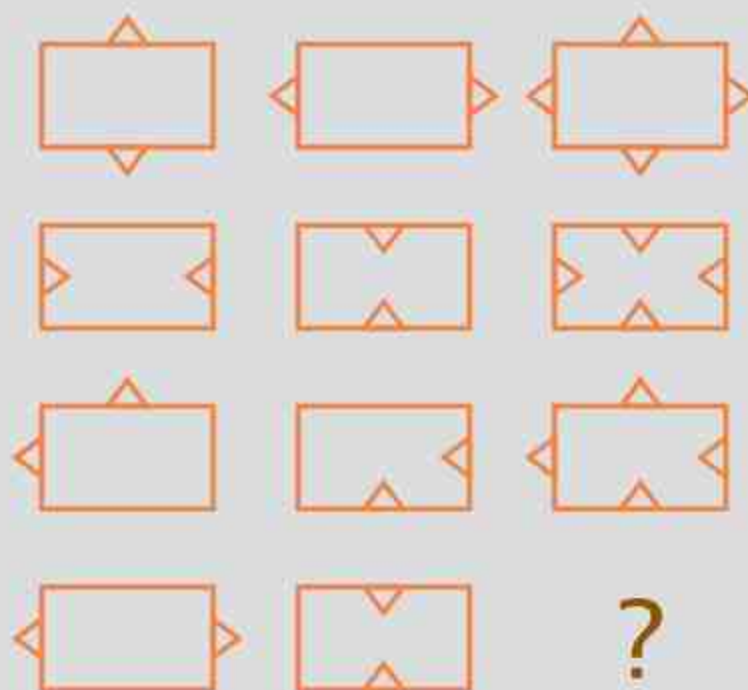
8. Kierowca, jadąc ze stałą prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, przejechał cały most w ciągu 3 minut. Jaka była długość mostu?

w krainie łamigłówek

- 7** Droga łącząca miejscowości **A** i **B** ma długość 95 km. O godzinie 10⁰⁰ z miejscowości **A** wyruszył piechur idący ze stałą prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Trzy godziny później z **B** wyjechał rowerzysta i jechał do **A** z prędkością $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O której godzinie piechur i rowerzysta się spotkają?

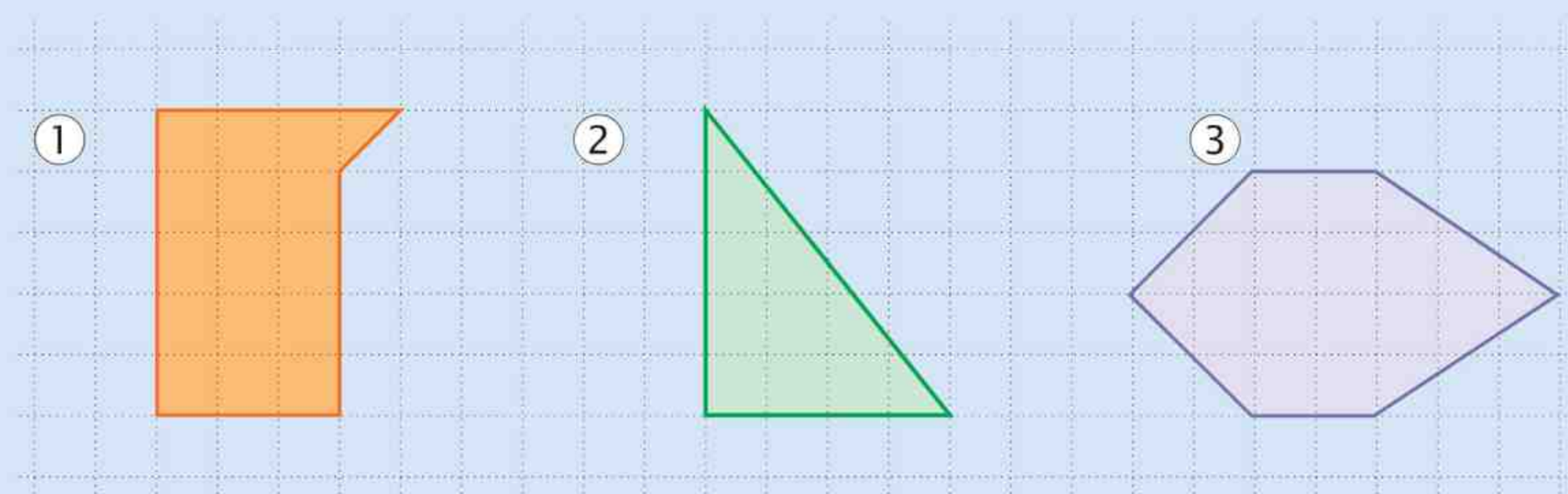


- 8** Która spośród figur oznaczonych numerami 1, 2, 3, 4, 5, 6 kryje się pod znakiem zapytania?

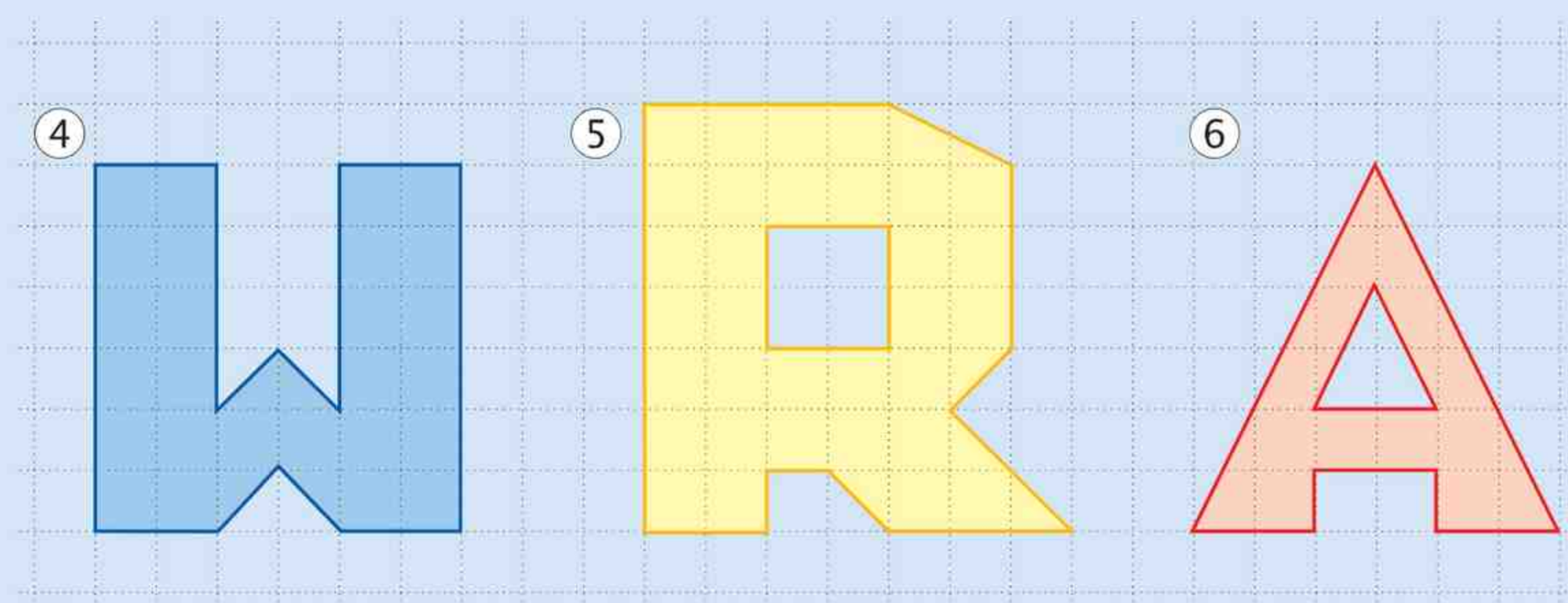


Pola wielokątów

Przyjmijmy, że pole jednej kratki jest równe 1. Wobec tego figura na rysunku ① ma pole równe 15,5, gdyż mieści się w niej piętnaście i pół kratki. Trójkąt na rysunku ② jest połową prostokąta o polu 20, więc pole tego trójkąta jest równe 10. Natomiast figura na rysunku ③ ma pole równe 18.



Jakie pola mają poniższe figury?



Pole prostokąta

ĆWICZENIE A. Szkółka leśna ma kształt prostokąta o wymiarach $30\text{ m} \times 80\text{ m}$. Ile metrów siatki potrzeba, aby ogrodzić jej teren? Przed zasadzeniem drzewek szkółkę podzielono na kwadraty o wymiarach $1\text{ m} \times 1\text{ m}$. Ile było tych kwadratów?

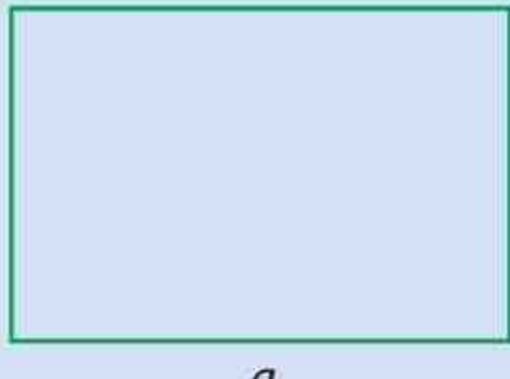


Z jakimi pojęciami matematycznymi są związane podkreślone pytania?

ĆWICZENIE B. a) Podaj kilka przykładów z życia codziennego, w których oblicza się obwody figur. W jakich jednostkach się je wyraża?

b) Podaj przykłady z życia codziennego, w których oblicza się pola powierzchni figur. W jakich jednostkach wyraża się te pola?

Poniżej przypominamy, z jakich wzorów możemy korzystać przy obliczaniu pól prostokątów i kwadratów.



Pole prostokąta:

$$P = a \cdot b$$

a, b — długości boków



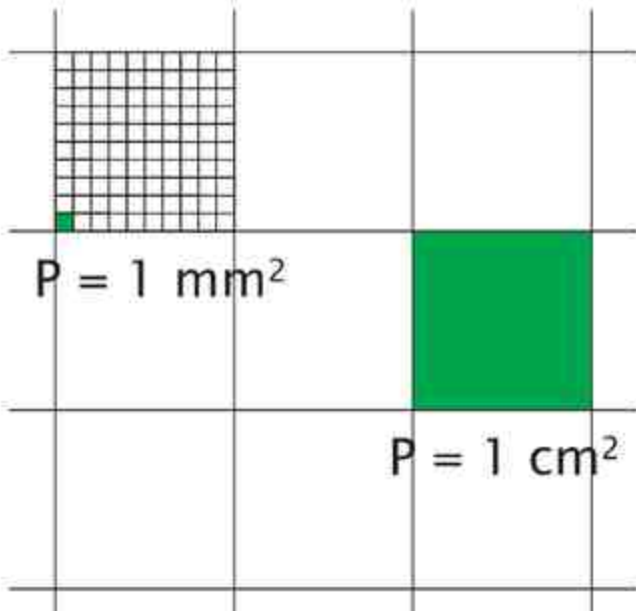
Pole kwadratu:

$$P = a^2$$

a — długość boku kwadratu

Uwaga. Korzystając z tych wzorów, należy pamiętać, aby długości boków wyrażone były w tej samej jednostce.

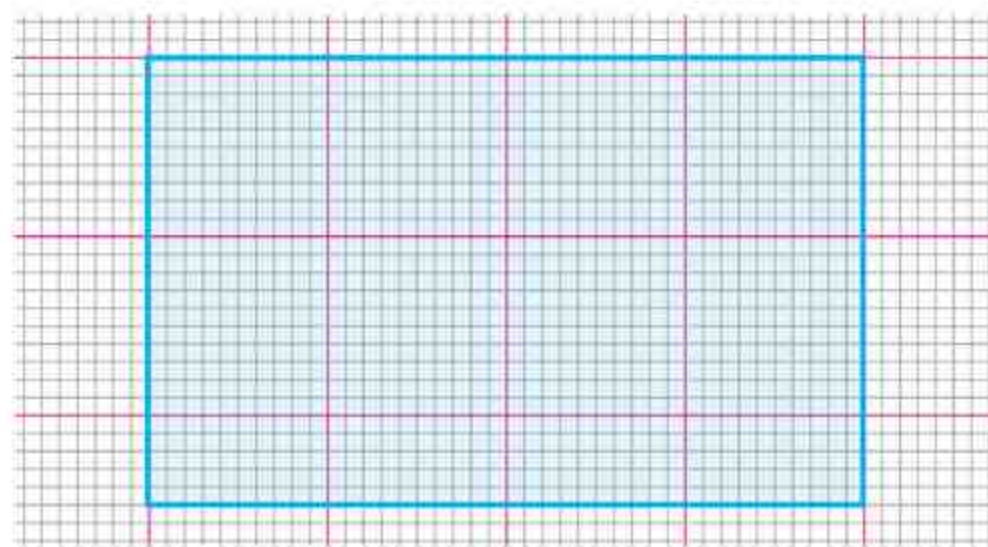
Do określenia pól powierzchni figur służą następujące jednostki pola:



1 mm^2 1 cm^2 1 dm^2 1 m^2 1 km^2

1 mm^2 to pole kwadratu o boku długości 1 mm ,
 1 cm^2 to pole kwadratu o boku długości 1 cm ,
 1 dm^2 to pole kwadratu o boku długości 1 dm
itd.

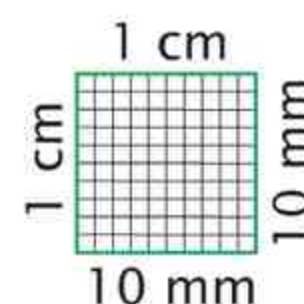
ĆWICZENIE C. Wyraź w centymetrach i w milimetrach długości boków prostokąta zacięniowanego na niebiesko. Wyraź pole tego prostokąta w centymetrach kwadratowych i w milimetrach kwadratowych.



Zależności między jednostkami pola wynikają w prosty sposób z zależności między jednostkami długości.

1 cm^2 to pole kwadratu o wymiarach $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, czyli pole kwadratu o wymiarach $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$. Wynika stąd równość:

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$



Podobnie można ustalić zależności między innymi jednostkami pola.

ĆWICZENIE D. Wyjaśnij, z czego wynikają równości zapisane obok.

$$\begin{aligned} 1 \text{ dm}^2 &= 100 \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ m}^2 &= 10\,000 \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ km}^2 &= 1\,000\,000 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Do określenia powierzchni działek budowlanych i powierzchni gruntów najczęściej używa się jednostek 1 a (ar) i 1 ha (hektar). 1 ar to pole kwadratu o wymiarach $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$. 1 hektar to pole kwadratu o wymiarach $100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$.

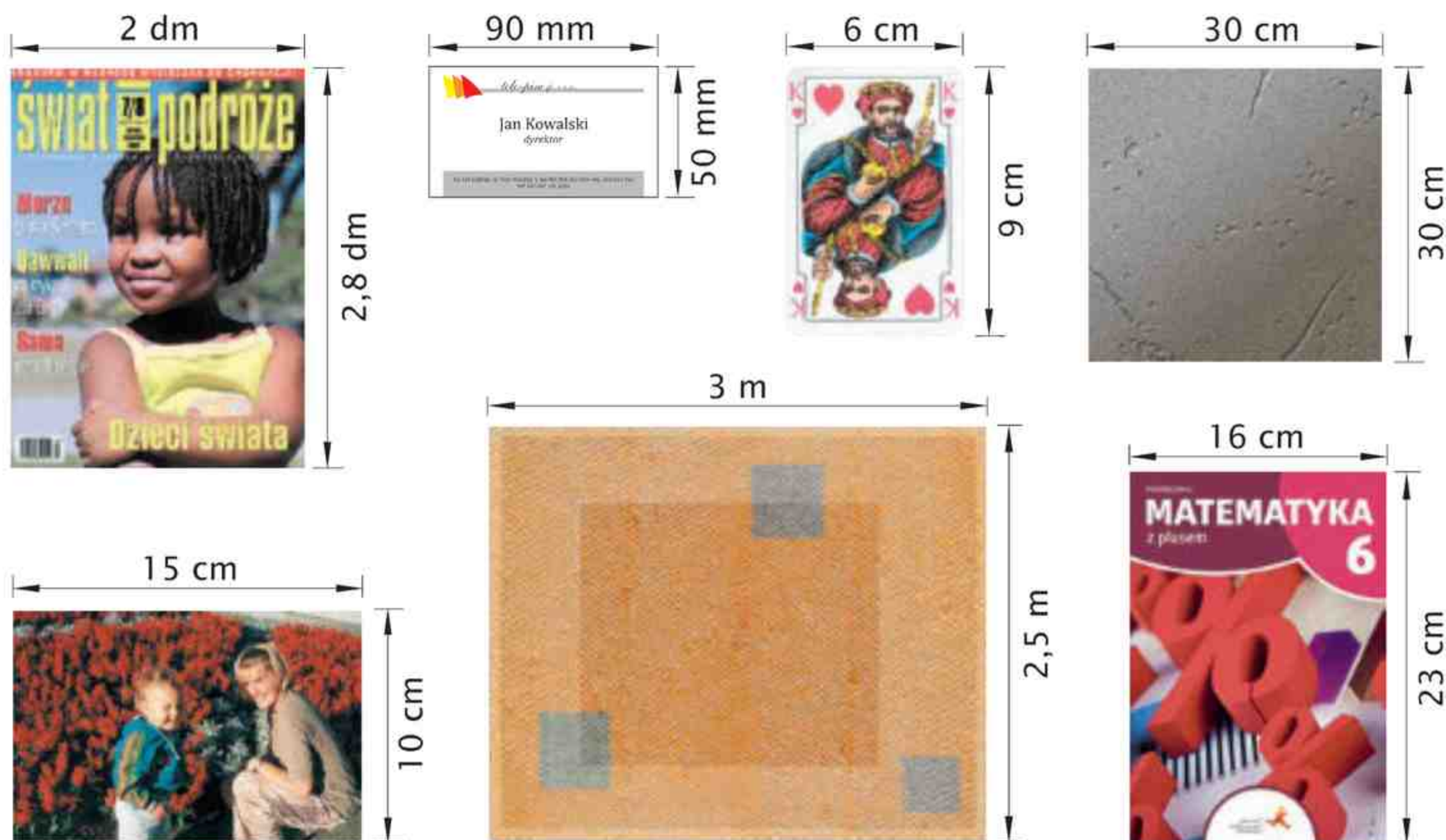


$$\begin{aligned} 1 \text{ a} &= 100 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ ha} &= 10\,000 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ ha} &= 100 \text{ a} \end{aligned}$$

ZADANIA

1. a) Jeden z boków prostokąta ma 5 cm, a drugi bok jest 3 razy dłuższy. Oblicz pole tego prostokąta.
- b) Jeden z boków prostokąta ma 5 cm, a drugi bok jest o 3 cm dłuższy. Jakie pole ma ten prostokąt?
- c) Oblicz pole kwadratu, którego obwód wynosi 6 dm.
- d) Oblicz obwód kwadratu, którego pole jest równe 25 cm^2 .
- e) Z pięciu jednakowych kwadratów ułożono prostokąt o polu 405 cm^2 . Jaką długość ma bok jednego kwadratu?

2. Pole powierzchni każdego z obiektów przedstawionych poniżej wyraż za pomocą dwóch różnych jednostek.

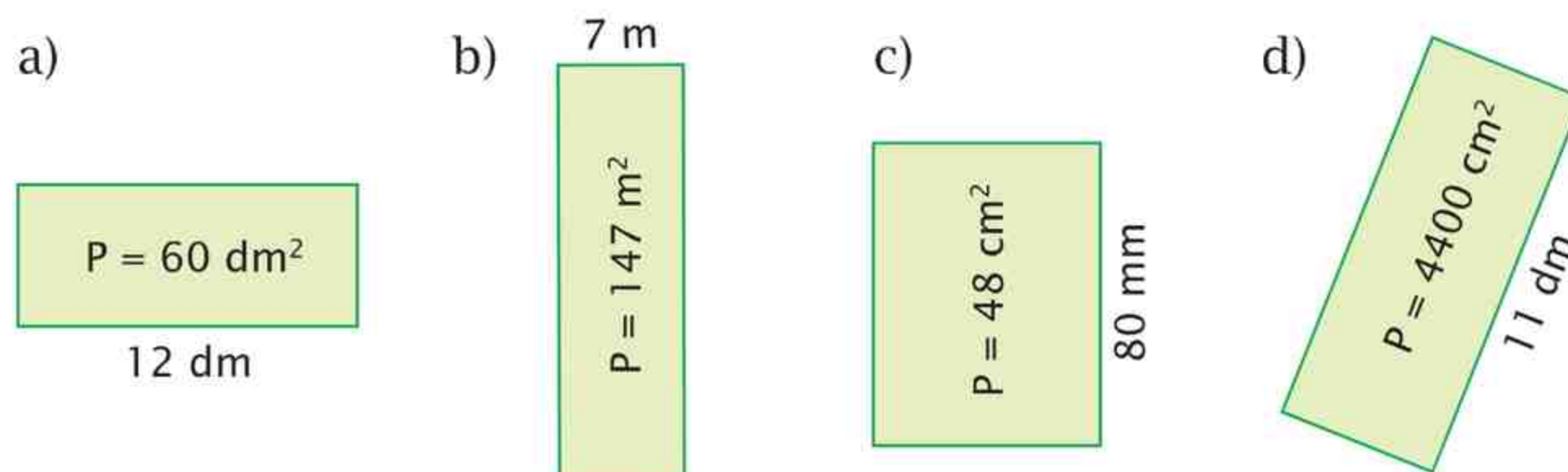


3. a) Narysuj prostokąt o polu 13 cm^2 .

b) Narysuj dwa prostokąty, których suma pól wynosi 35 cm^2 .

4. Jeden z boków prostokąta jest dwa razy dłuższy niż drugi bok. Obwód tego prostokąta jest równy 42 cm. Oblicz jego pole.

5. Na każdym rysunku podano pole prostokąta oraz długość jednego z boków. Oblicz długość drugiego boku prostokąta.



6. Jaką powierzchnię można zakleić taśmą klejącą o długości 15 m i szerokości 2 cm? Jaką powierzchnię można by zakleić, gdyby taśma była dwa razy szersza?



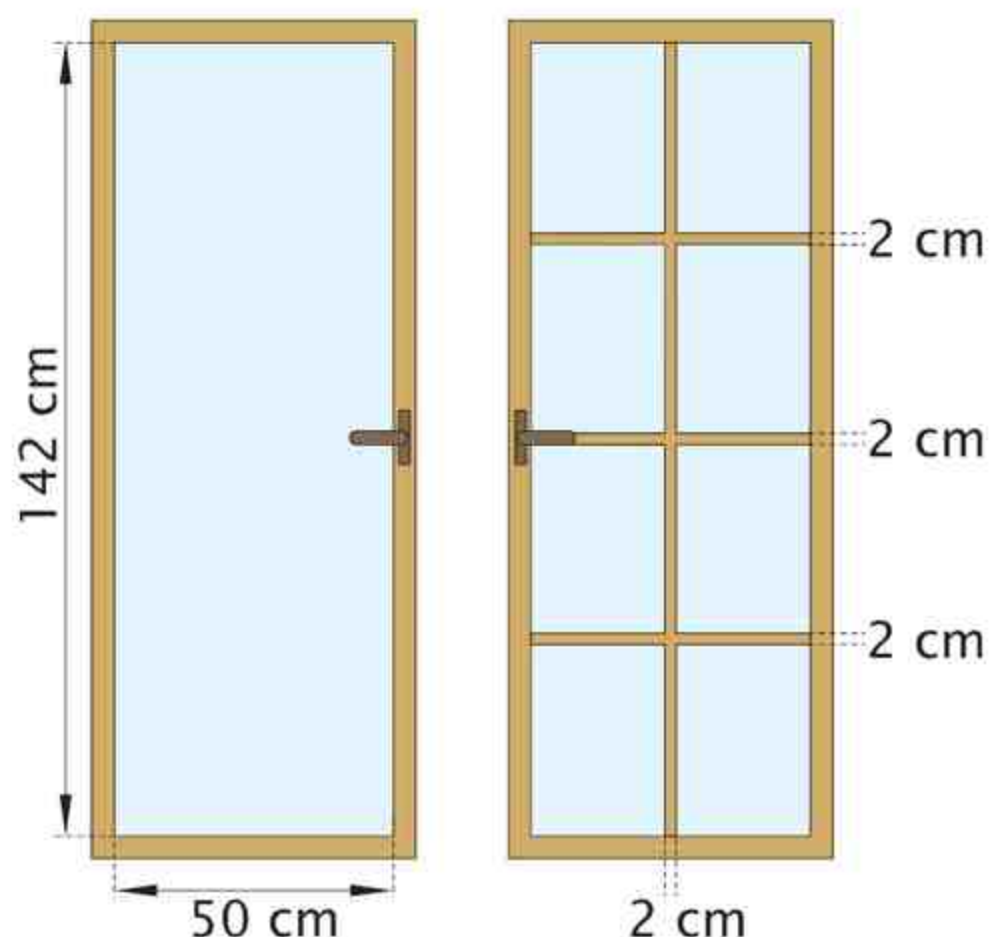
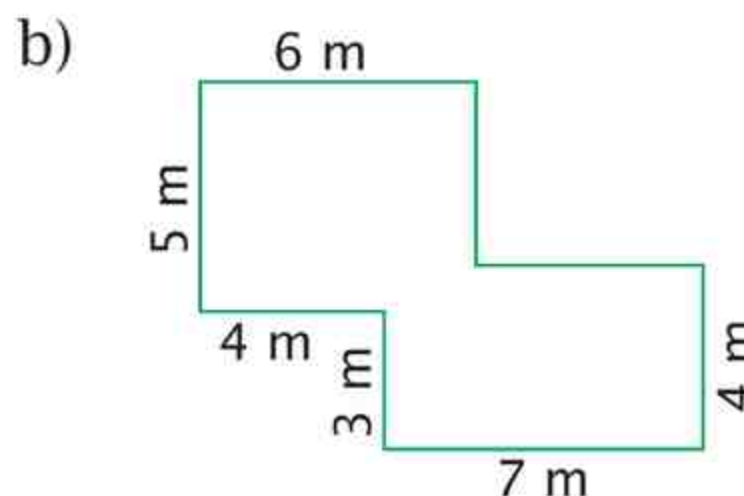
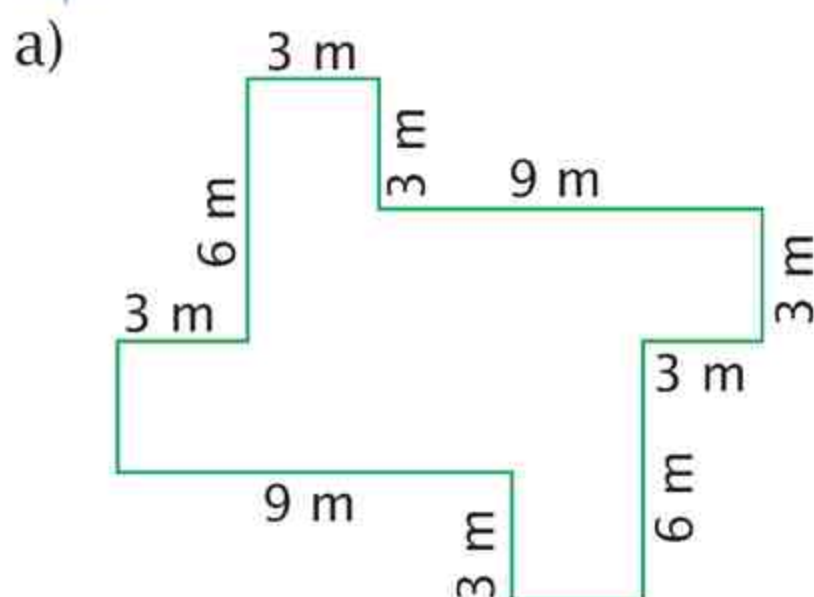
7. Obok przedstawiono kopię znaczka z 1847 roku w skali 1:1. Na aukcji w 2021 roku znaczek ten osiągnął cenę 8,1 mln euro. Jaką wartość w przybliżeniu miał każdy milimetr kwadratowy znaczka?

8. Tablet Jacka ma monitor w kształcie prostokąta o bokach długości 1,48 dm i 1,97 dm. Gosia ma smartfon, którego prostokątny ekran ma boki o długościach 6 cm i 10,5 cm. Ile razy powierzchnia ekranu smartfona jest mniejsza od powierzchni ekranu tabletu?

9. Balkon ma kształt prostokąta o wymiarach $4\text{ m} \times 1,5\text{ m}$. Ile płytek terakoty w kształcie kwadratu o boku 10 cm potrzeba do wyłożenia podłogi tego balkonu?

10. Prostokątny obrazek o wymiarach $20\text{ cm} \times 35\text{ cm}$ naklejono na płytę pilśniową w kształcie prostokąta o wymiarach $50\text{ cm} \times 40\text{ cm}$. Jakie pole ma powierzchnia płyty wokół obrazka? Jaką część powierzchni płyty pilśniowej obejmuje obrazek?

11. Oblicz pola i obwody narysowanych figur.



12. Rysunek przedstawia dwa okna o takich samych wymiarach — jedno pełne, a drugie z tzw. szprosami. O ile mniejsza jest powierzchnia szkła w drugim oknie?

13. a) Zamień na milimetry kwadratowe:
 6 cm^2 $2,5\text{ cm}^2$ 1 dm^2 $0,007\text{ dm}^2$
 b) Zamień na centymetry kwadratowe:
 7 dm^2 $0,6\text{ dm}^2$ 2 m^2 $0,05\text{ m}^2$

14. a) Wyraż w arach oraz w metrach kwadratowych:

2 ha 7 ha 5000 ha 0,7 ha 0,05 ha $3\frac{1}{4}$ ha

b) Wyraż w hektarach oraz w arach:

80 000 m² 700 tys. m² 6 000 m² 500 m² 6 mln m²



15. a) Na podstawie tabeli oblicz, ile osób przypada na 1 km² w twoim województwie, a ile — w województwie o największej powierzchni.

b) Oblicz, ile hektarów przypada na jednego mieszkańca twojego województwa, a ile — na jednego mieszkańca w województwie o najmniejszej liczbie ludności.

Województwo	Ludność w tys.	Powierzchnia w km ²	Województwo	Ludność w tys.	Powierzchnia w km ²
dolnośląskie	2 891	19 947	kujawsko-pomorskie	2 062	17 971
lubelskie	2 095	25 122	lubuskie	1 007	13 988
łódzkie	2 438	18 219	małopolskie	3 410	15 183
mazowieckie	5 425	35 558	opolskie	977	9 412
podkarpackie	2 121	17 846	podlaskie	1 173	20 187
pomorskie	2 347	18 310	śląskie	4 492	12 333
świętokrzyskie	1 225	11 711	warmińsko-mazurskie	1 416	24 173
wielkopolskie	3 496	29 827	zachodniopomorskie	1 688	22 892



16. W 2016 roku w RPA około 1500 osób wykonało na szydełkach 67 koców, które połączono w jeden ogromny koc o powierzchni 17 188,57 m². Ile hektarów miał ten koc? Jaką przeciętnie powierzchnię koca wyszydełkowała jedna osoba? Ile arów miał przeciętnie każdy z mniejszych kocyków?

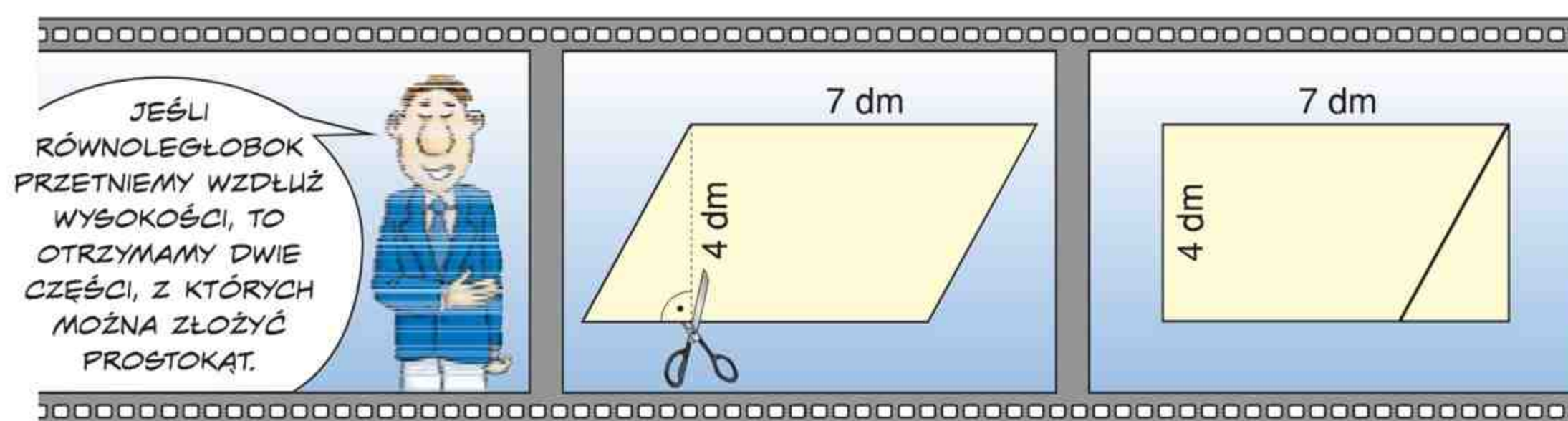


59–61 / 256

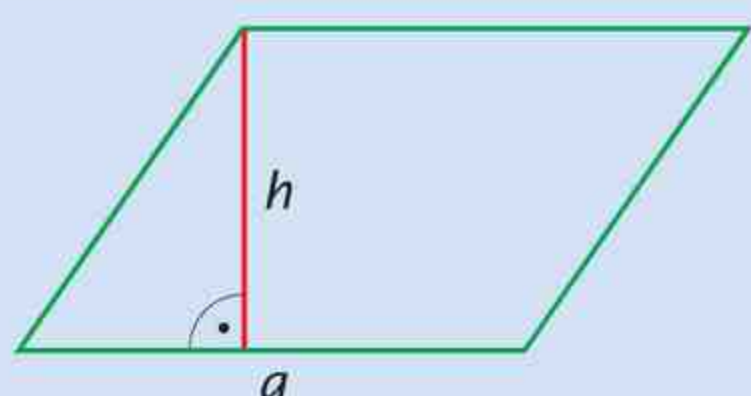
a) Natalia chce zrobić łańcuch na choinkę złożony z 200 jednakowych papierowych ogni. Każde ogniwo wykona z paska o wymiarach 1,5 cm × 12 cm. Czy zeszyt papierów kolorowych wystarczy do wykonania łańcucha?

b) Wojtek zużył zeszyt papierów kolorowych na łańcuch złożony z 500 jednakowych ogni. Każde ogniwo było paskiem o długości 12 cm. Czy szerokość tego paska mogła mieć więcej niż 7 mm?

Pole równoległoboku i rombu



ĆWICZENIE A. Przyjrzyj się powyższemu rysunkowi. Jakie jest pole otrzymanego prostokąta? Jakie pole ma równoległobok?



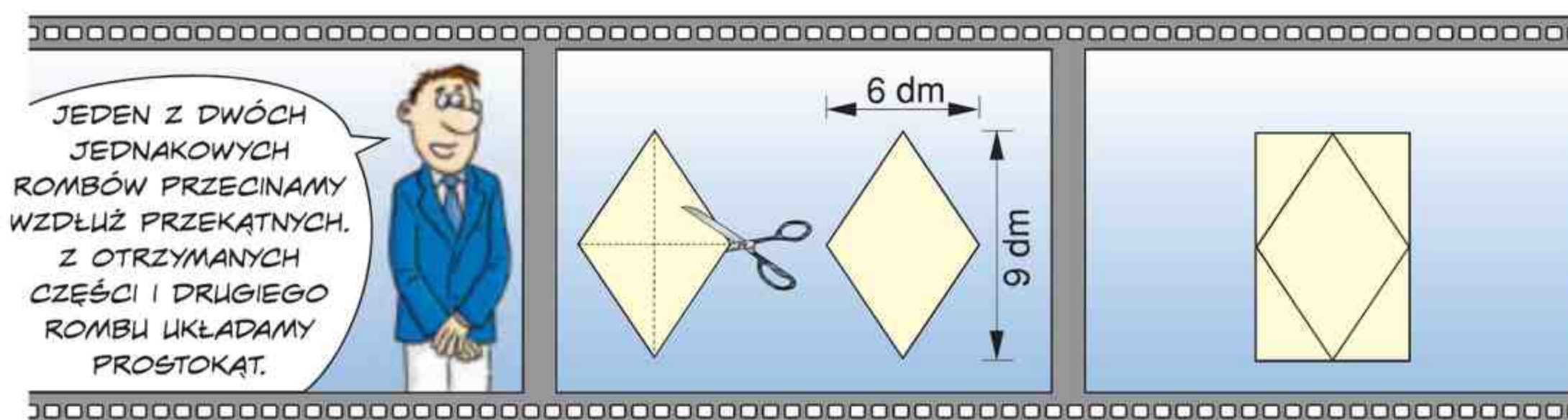
Pole równoległoboku:

$$P = a \cdot h$$

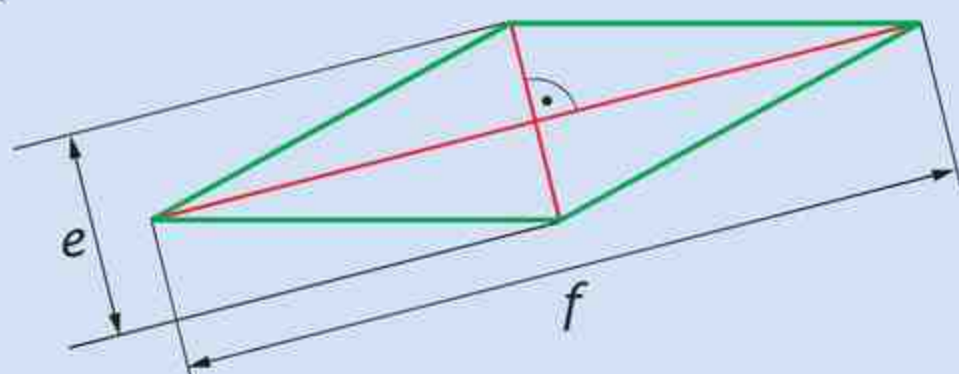
a — długość boku (podstawy)

h — wysokość opuszczona na tę podstawę

Romb jest równoległobokiem, możemy więc obliczać jego pole, korzystając z powyższego wzoru. Można też użyć innego wzoru.



ĆWICZENIE B. Przyjrzyj się powyższemu rysunkowi. Jakie pole ma otrzymany prostokąt? Jakie pole ma każdy z dwóch rombów?



Pole rombu:

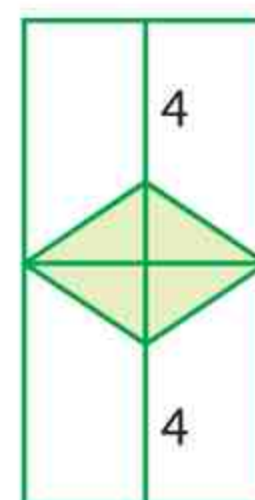
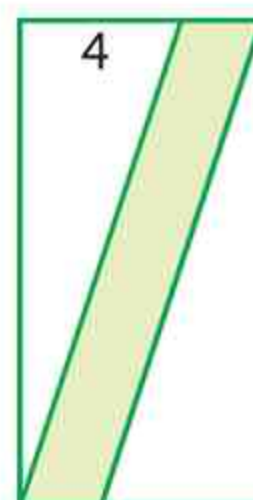
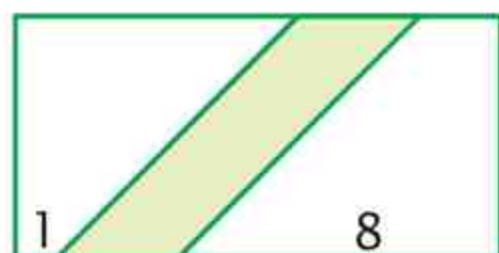
$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

e, f — długości przekątnych rombu

Uwaga. Korzystając ze wzorów na pola wielokątów, należy pamiętać, aby wszystkie długości były wyrażone w tej samej jednostce.

ZADANIA

1. W jednakowych prostokątach o wymiarach $6\text{ cm} \times 12\text{ cm}$ zacięto równoległoboki. Oblicz ich pola. (Liczby na rysunkach to długości odcinków wyrażone w centymetrach).



2. Narysuj dowolny równoległobok (niebędący rombem) oraz dowolny romb tak, aby każda z tych figur miała pole 12 cm^2 .

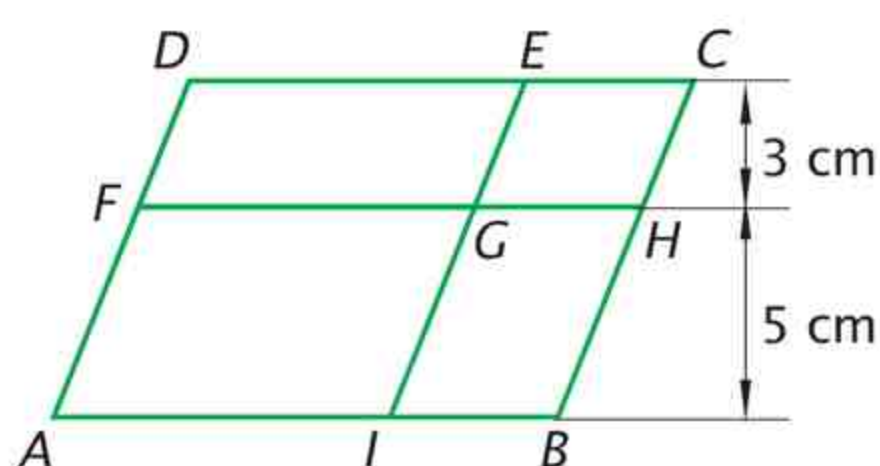
3. a) W równoległoboku o polu 91 cm^2 jeden z boków ma 7 cm . Jaką długość ma wysokość opuszczona na ten bok?

b) Długości boków równoległoboku są równe 16 cm i 20 cm . Wysokość opuszczona na krótszy bok ma 5 cm . Oblicz wysokość opuszczoną na dłuższy bok.

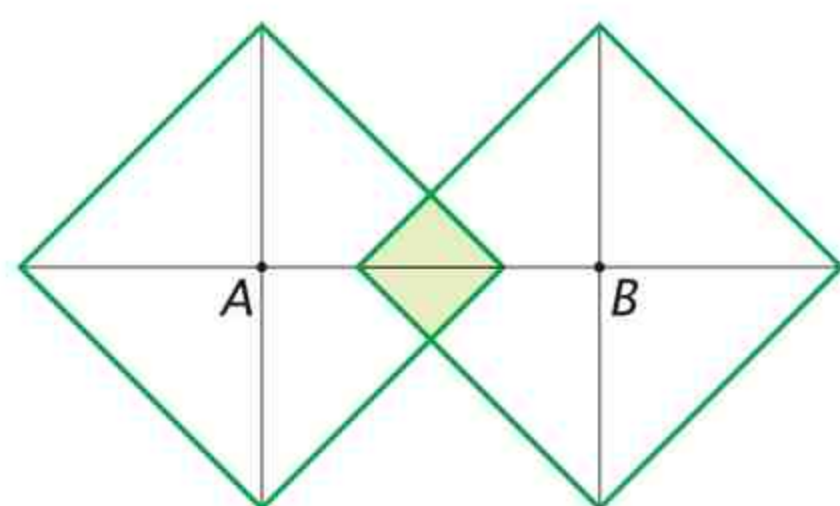
4. a) Jedna z przekątnych rombu ma 15 cm , a druga przekątna jest 4 razy dłuższa. Oblicz pole tego rombu.

b) Romb ma pole równe 60 cm^2 , a długość jednej z jego przekątnych wynosi 12 cm . Jaką długość ma druga przekątna?

c) Jedna z przekątnych kwadratu ma 2 dm . Jakie pole ma kwadrat?



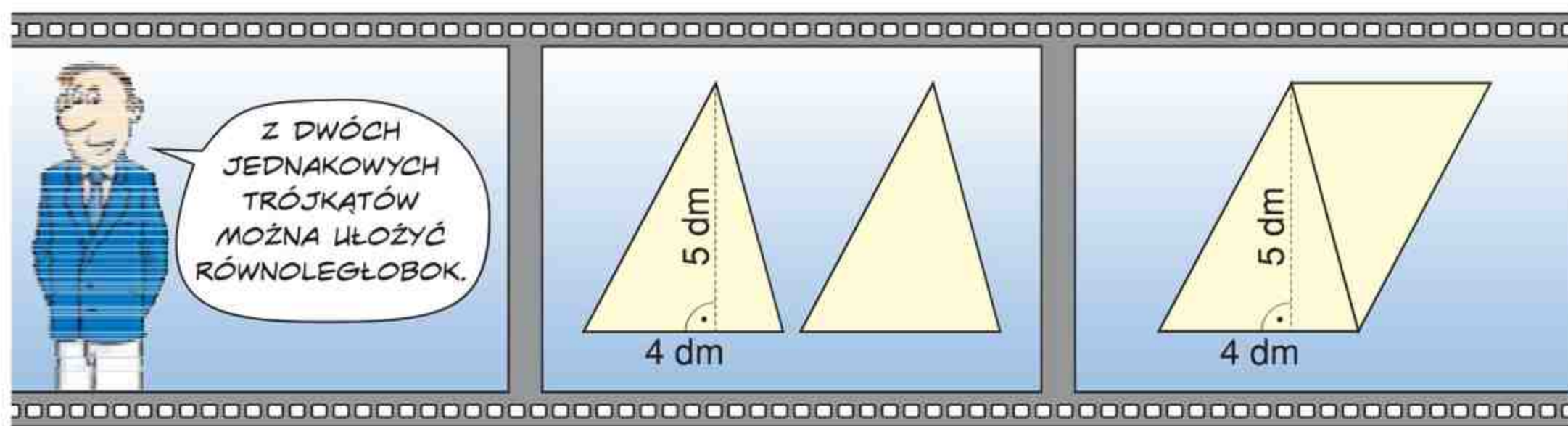
5. Pola równoległoboków $ABCD$ i $FGED$ są równe odpowiednio 96 cm^2 i 24 cm^2 . Oblicz pola równoległoboków $FAIG$, $GIBH$ i $EGHC$.



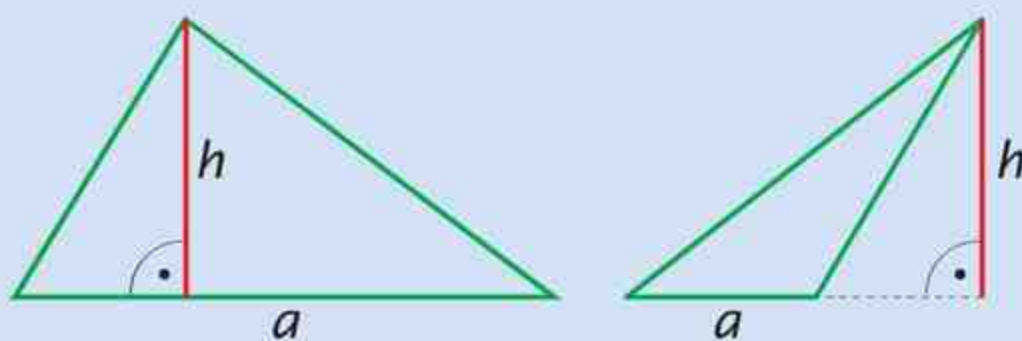
62-64 / 256

Dwa jednakowe kwadraty o przekątnych długości 10 cm położone są tak jak na rysunku obok. Długość odcinka AB wynosi 7 cm . Oblicz pole zaciętego kwadratu.

Pole trójkąta



ĆWICZENIE A. Przyjrzyj się powyższemu rysunkowi. Jakie pole ma otrzymany równoległobok? Jakie pole ma każdy z trójkątów?



Pole trójkąta:

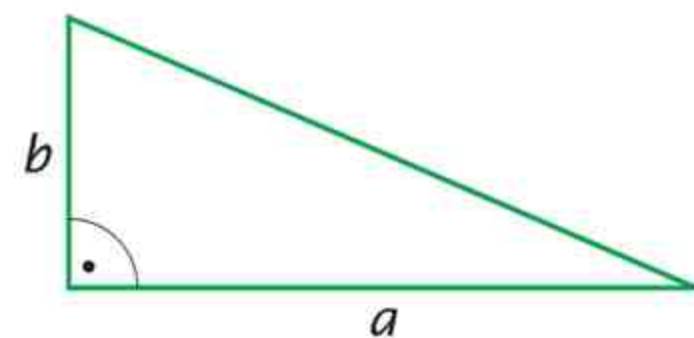
$$P = \frac{a \cdot h}{2}$$

a — długość boku (podstawy)

h — wysokość poprowadzona do tego boku

ĆWICZENIE B. a) Narysuj dowolny trójkąt prostokątny oraz wszystkie wysokości tego trójkąta.

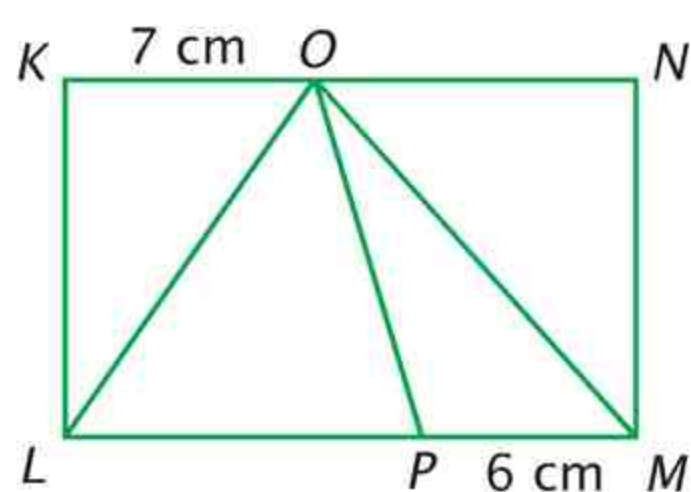
b) Zapisz wzór pozwalający obliczać pole trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych długości a i b .



ZADANIA

1. Przyjrzyj się obrazkowi. Pan Sławek zaprojektował trzy proporczyki dla klubu sportowego Tęcza. Dumny ze swego klubu prezes wybrał proporczyk o największej powierzchni. Który?



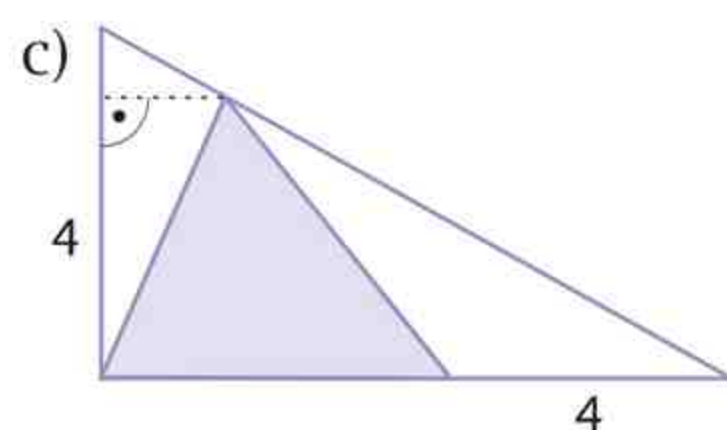
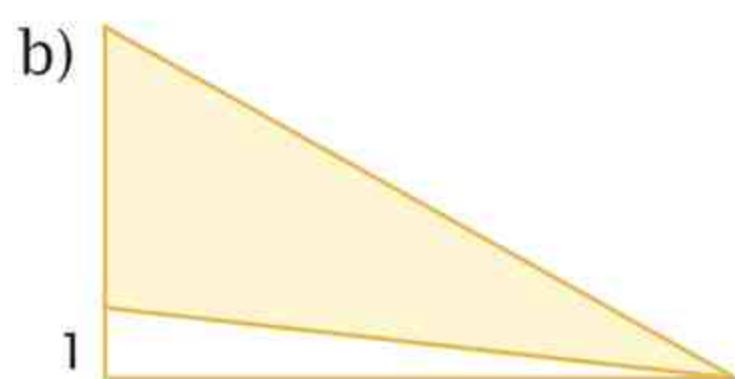
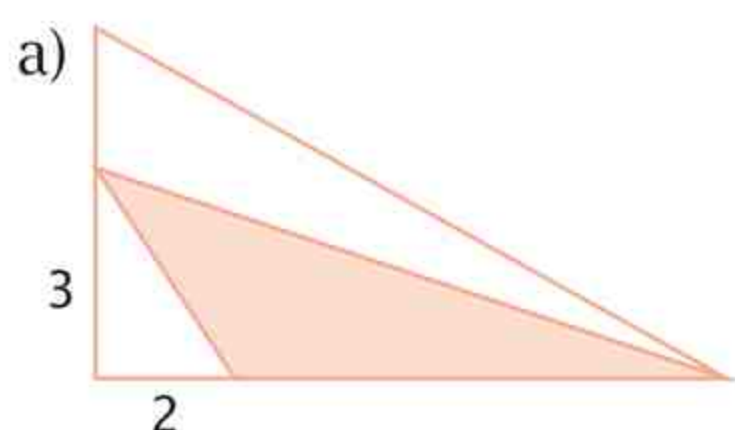


2. Prostokąt $KLMN$ ma wymiary $16\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. Znajdź na rysunku pięć różnych trójkątów i oblicz ich pola.

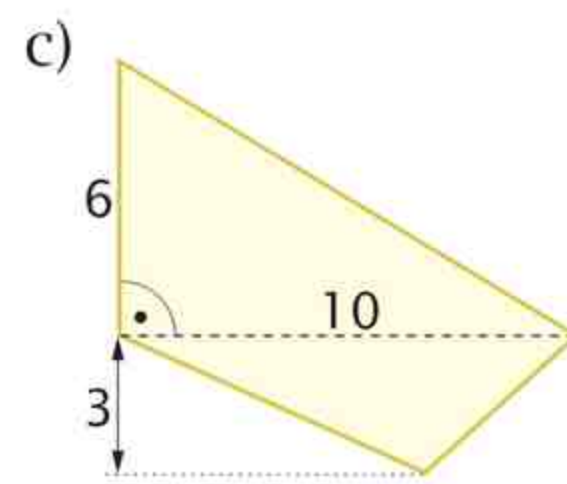
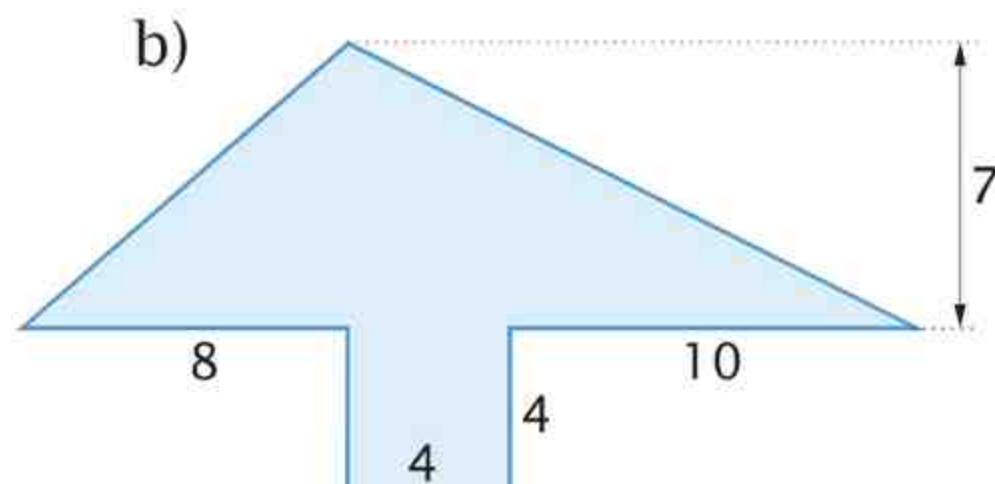
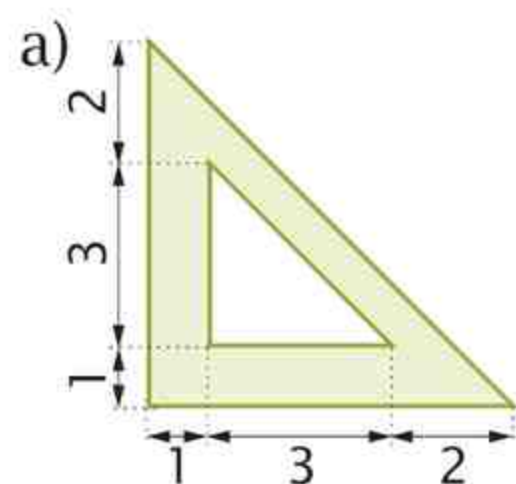
3. Jak podzielić trójkąt na trzy trójkąty o jednakowych polach?

4. Wysokość trójkąta jest 3 razy dłuższa od podstawy i wynosi 12 cm . Jakie pole ma ten trójkąt?

5. Na każdym z poniższych rysunków w trójkącie o przyprostokątnych 5 cm i 9 cm zacięniowano inny trójkąt. Oblicz pola zacięniowanych trójkątów. (Liczby na rysunkach oznaczają długości odcinków wyrażone w centymetrach).

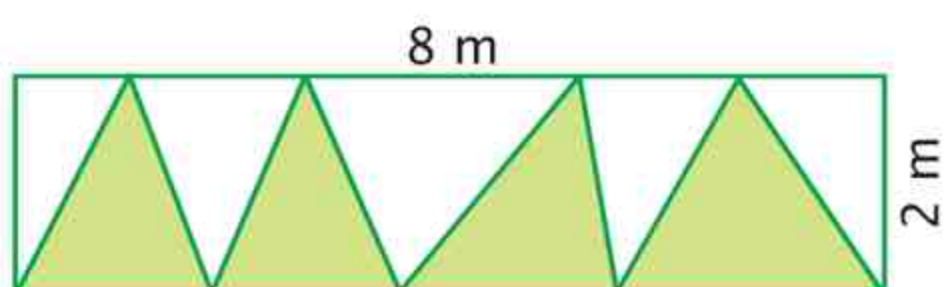


6. Oblicz pola poniższych figur (wymiarów podano w centymetrach).



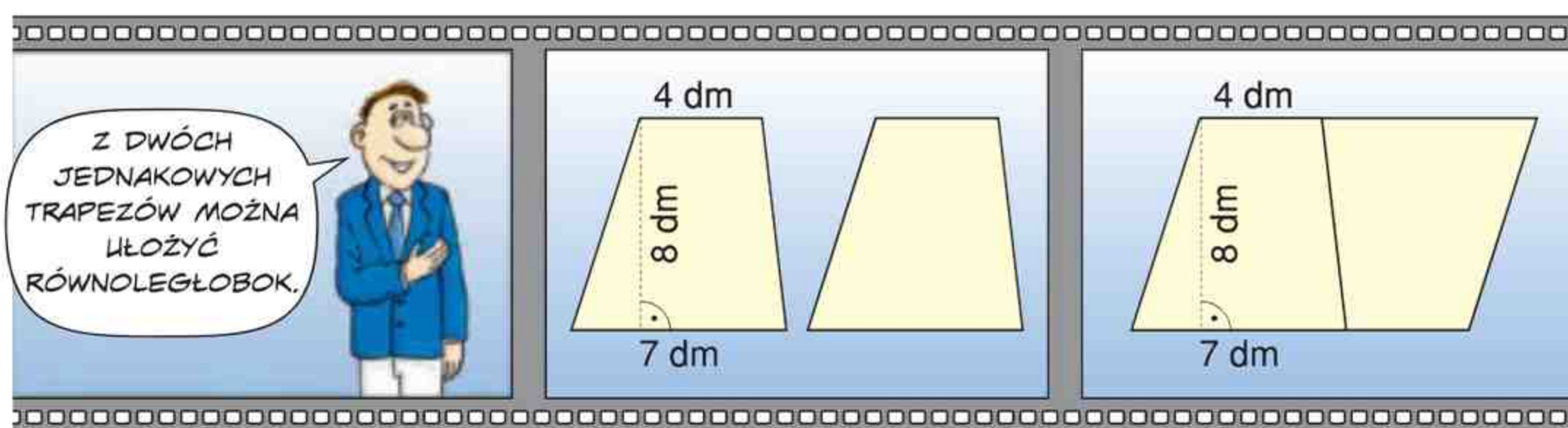
7. a) Trójkąt prostokątny ma boki długości 3 cm , 4 cm i 5 cm . Jaką długość ma najkrótsza z wysokości tego trójkąta?

b) Trójkąt o bokach 13 cm , 13 cm i 24 cm ma pole 60 cm^2 . Jakie długości mają wysokości tego trójkąta?

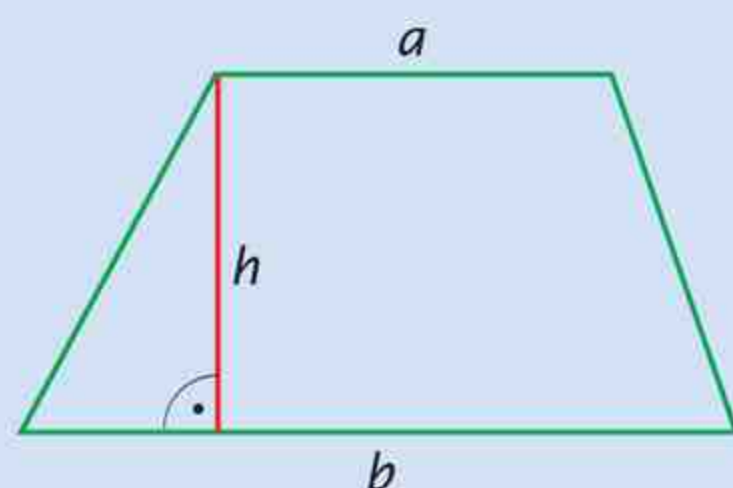


65–66 / 257

Popatrz na rysunek obok. Oblicz sumę pól zacięniowanych trójkątów.



ĆWICZENIE. Przyjrzyj się powyższym rysunkom. Jaką długość ma dłuższy bok otrzymanego równoległoboku? Jaką długość ma wysokość opuszczona na ten bok? Ile wynosi pole równoległoboku? Ile wynosi pole każdego z dwóch trapezów?



Pole trapezu:

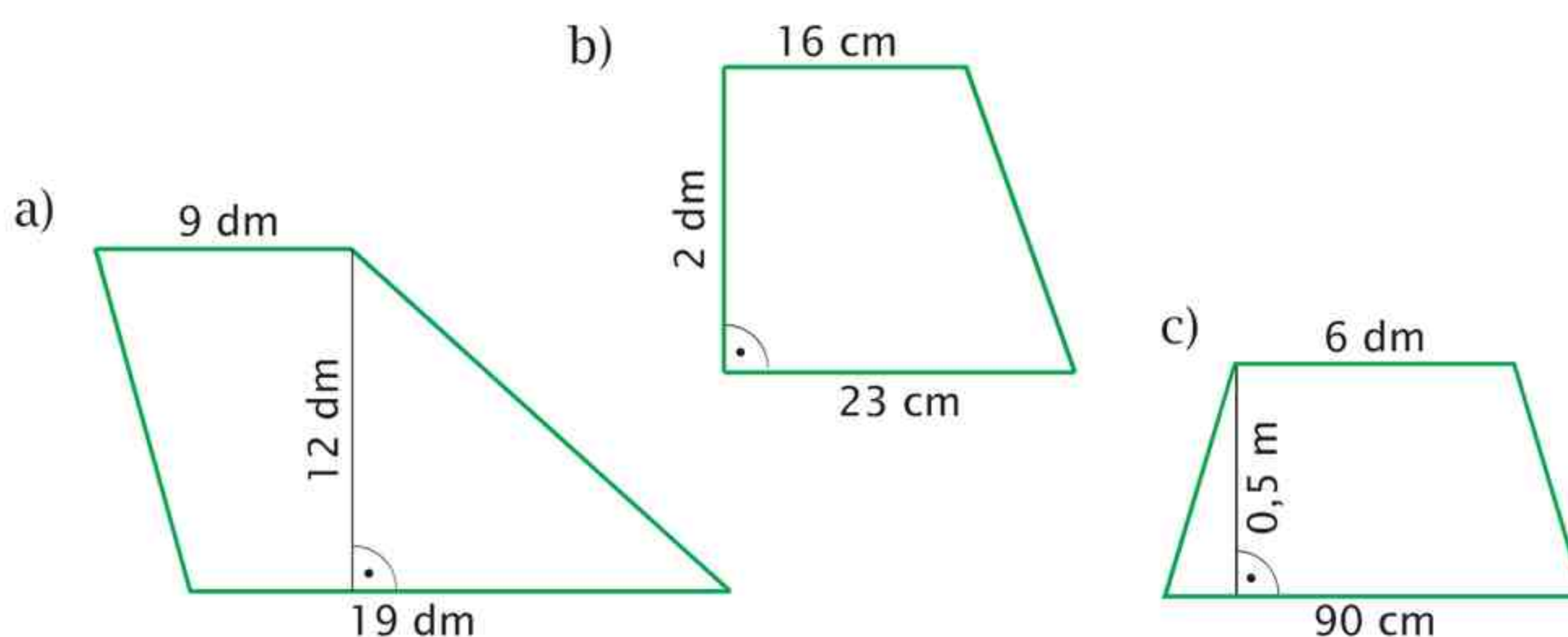
$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

a, b — długości podstaw trapezu

h — wysokość trapezu

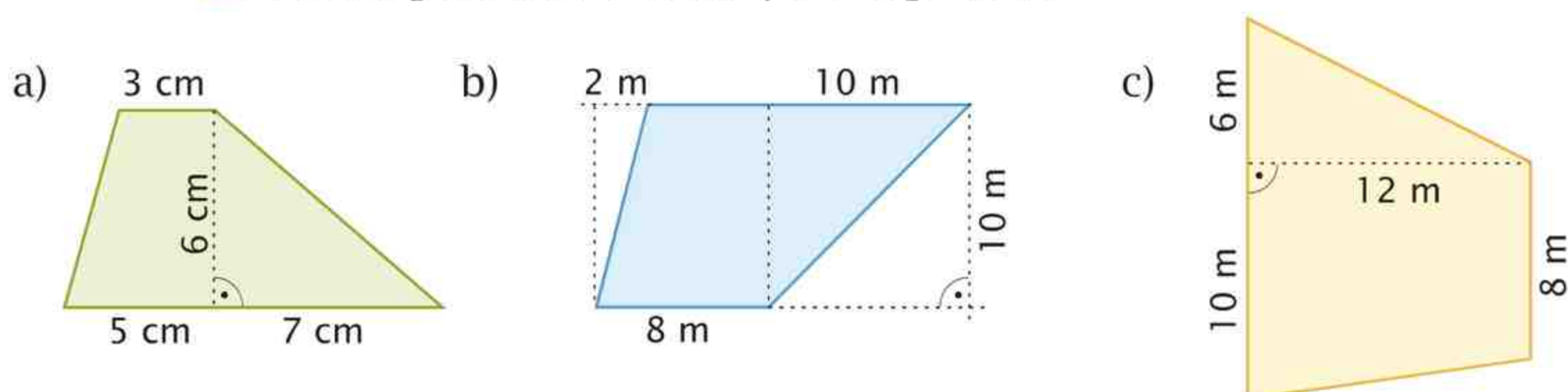
ZADANIA

1. Oblicz pola trapezów przedstawionych na rysunkach.

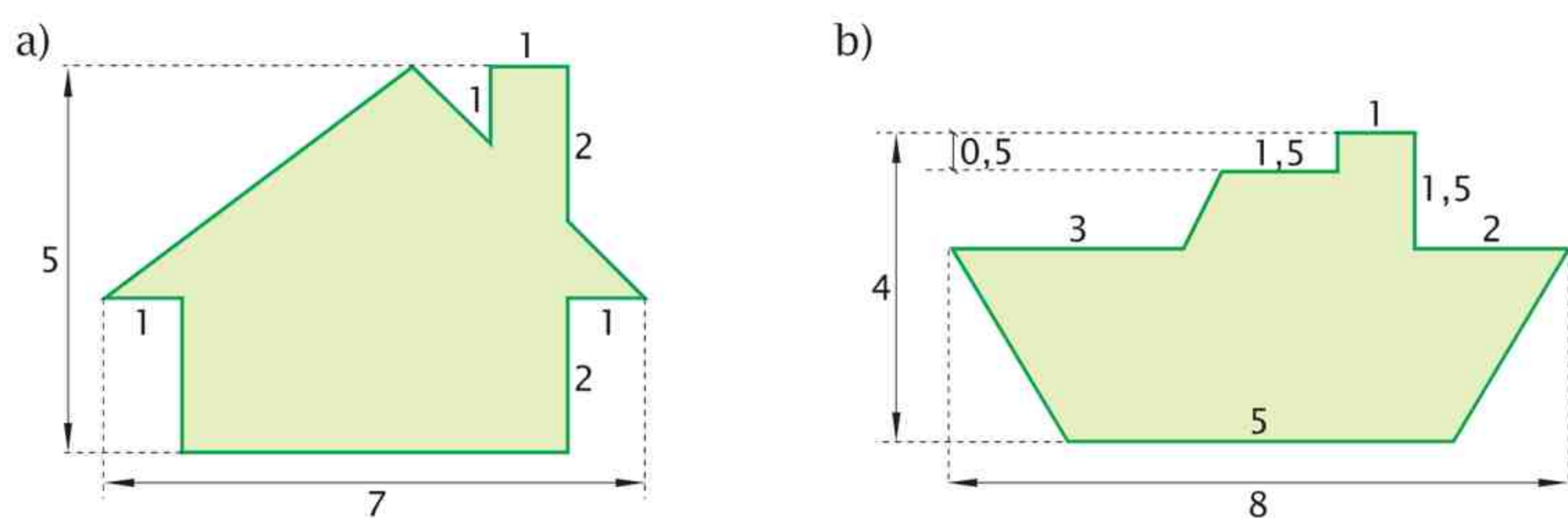


2. Jedna z podstaw trapezu ma 26 cm, a druga podstawa jest od niej dwa razy krótsza. Wysokość trapezu jest równa 12 cm. Oblicz pole tego trapezu.

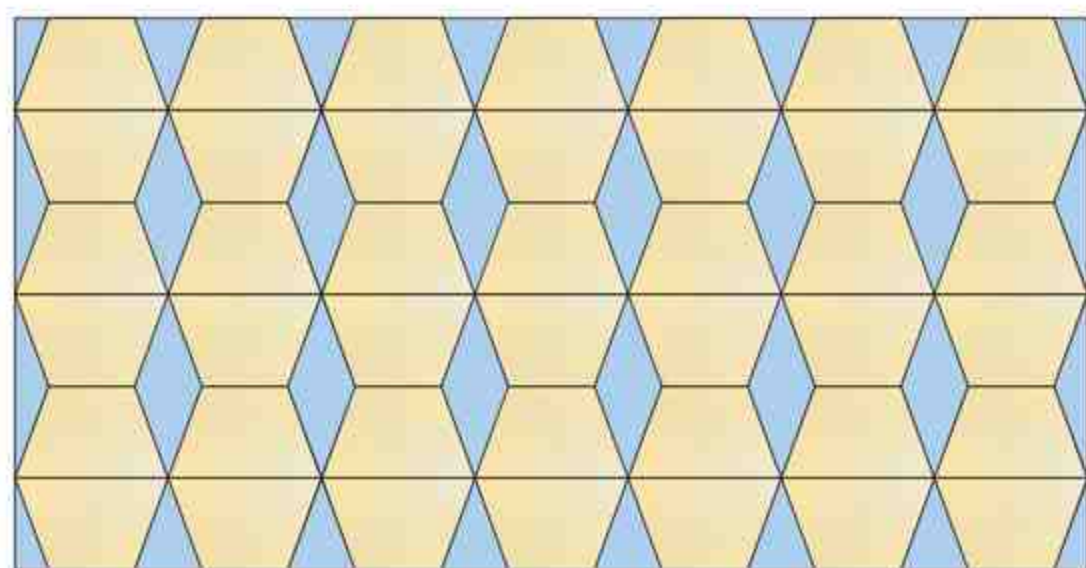
3. Oblicz pola zacieniowanych trapezów.



4. Oblicz pola zacieniowanych wielokątów. (Liczby na poniższych rysunkach oznaczają długości odcinków wyrażone w decymetrach).



5. a) Narysuj dowolny trapez (niebędący równoległobokiem) o polu $0,5 \text{ dm}^2$.
b) Narysuj dowolny trapez (niebędący równoległobokiem) i podziel go na dwa trapezy o równych polach.



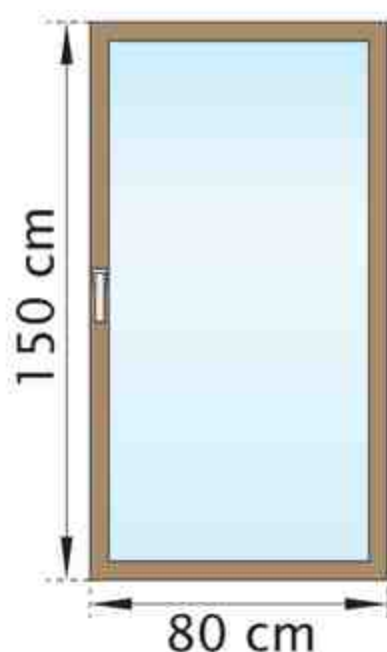
6. Posadzkę ułożono z dwóch rodzajów płytek. Większe płytki mają kształt trapezu równoramiennego o podstawach 20 cm i 14 cm oraz wysokości 12 cm . Jaką powierzchnię ma posadzka? Jaką powierzchnię ma niebieska część posadzki?

W trapezie $ABCD$ podstawa AB ma 12 cm , a podstawa CD ma 8 cm . Jak podzielić ten trapez na trójkąt i trapez o jednakowych polach?

1. Jakie pole ma prostokąt o wymiarach $50 \text{ cm} \times 16 \text{ dm}$?

- A. 800 cm^2 C. $0,8 \text{ m}^2$
B. 800 dm^2 D. 8 m^2

2. Rama okna przedstawionego na rysunku ma szerokość 5 cm . Oceń prawdziwość poniższych zdań.



① Szyba w tym oknie ma powierzchnię $1,2 \text{ m}^2$.
PRAWDA / FAŁSZ

② Rama w tym oknie ma powierzchnię $0,22 \text{ m}^2$.
PRAWDA / FAŁSZ

3. Zastąp kwadraciki i kółeczka odpowiednimi liczbami.

a) $7 \text{ cm}^2 = \square \text{ mm}^2$

$7 \text{ mm}^2 = \bigcirc \text{ cm}^2$

b) $20 \text{ dm}^2 = \square \text{ cm}^2$

$20 \text{ cm}^2 = \bigcirc \text{ dm}^2$

c) $6 \text{ m}^2 = \square \text{ cm}^2$

$6 \text{ cm}^2 = \bigcirc \text{ m}^2$

4. Uporządkuj podane wielkości od najmniejszej do największej.

a) $0,2 \text{ m}^2$ 300 cm^2 $1,5 \text{ dm}^2$

b) 2000 m^2 50 a $0,3 \text{ ha}$

5. Wyraż powierzchnie w podanych jednostkach.

a) w hektarach:

300 a 10 a $40\,000 \text{ m}^2$ $100\,000 \text{ m}^2$

b) w arach:

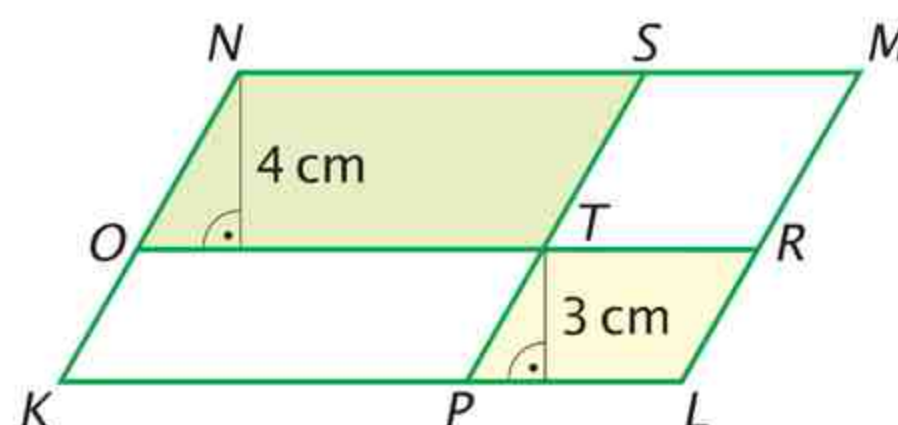
500 m^2 1200 m^2 2 ha $0,8 \text{ ha}$

6. Obwód pewnego prostokąta jest równy 29 cm , a długość jednego z boków wynosi 8 cm . Jakie pole ma ten prostokąt?

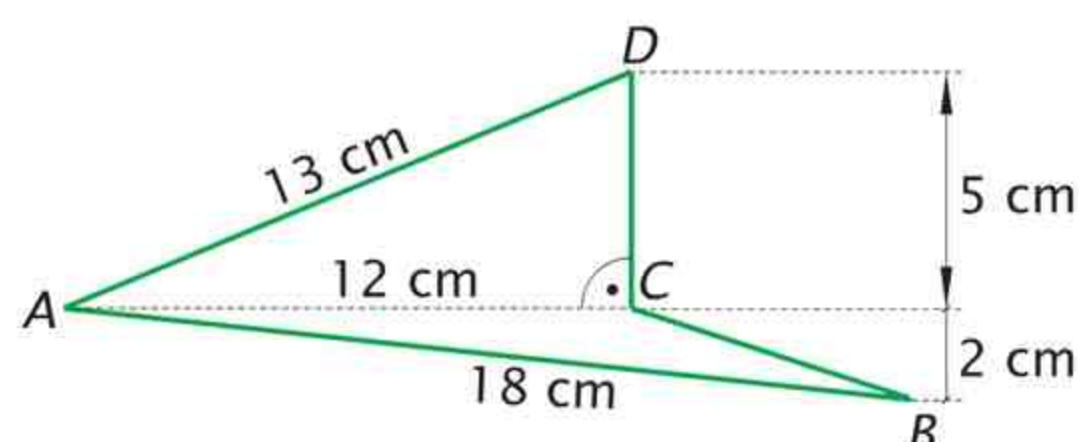
7. Pan Gzegzółka odkupił od pani Kociubińskiej działkę o powierzchni 6 a . Zapłacił za nią $28\,800 \text{ zł}$. Połowę tej działki odsprzedał panu Gałczyńskiemu za $16\,800 \text{ zł}$. O ile więcej za 1 m^2 działki zapłacił pan Gałczyński niż pan Gzegzółka?

8. Jedna ze ścian w przedpokoju ma kształt prostokąta o wymiarach $200 \text{ cm} \times 270 \text{ cm}$. Na ścianie wisi lustro w kształcie rombu o przekątnych długości 135 cm i 180 cm . Jaką część powierzchni ściany zajmuje lustro?

9. Pole równoległoboku $OTSN$ jest równe 20 cm^2 , a pole równoległoboku $PLRT$ jest równe 12 cm^2 . Jakie pole ma równoległobok $KLMN$?



10. Jakie pole ma czworokąt $ABCD$?



11. W trapezie o wysokości 2 dm jedna z podstaw ma 12 cm , a druga podstawa jest od niej trzy razy dłuższa. Jakie pole ma ten trapez? Zapisz potrzebne obliczenia i odpowiedź.

w krainie łamigłówek

9

Narysuj kwadrat i podziel go na dwie części o jednakowych polach, z których każda jest wielokątem o innej liczbie boków.

10

Litery w kwadratach są wpisane według pewnej reguły. Który z kwadratów oznaczonych numerami 1, 2, 3 należy wstawić w miejsce znaku zapytania?

A	B	C	A	D	C	?
C	D	D	B	B	A	

①

②

③

B	C	D	C	B	D
A	D	A	B	A	C

Procenty

Oto fragmenty wywiadów z właścicielami dwóch biur podróży.

Proszę nam powiedzieć, jakie wycieczki wybierają najczęściej klienci Anka Travel.

— *Moi klienci bardzo często decydują się na wczasy w Polsce, aż 65 na 100 osób spędza wakacje w kraju.*

Podobno dużym powodzeniem cieszą się wycieczki do Włoch i do Hiszpanii.

— *Do Włoch wyjeżdża 6 na 50 moich klientów, a wycieczki do Hiszpanii wybiera 1 na 5 klientów.*



Czy biuro podróży Superwakacje.pl oferuje wycieczki do Włoch lub do Hiszpanii?

— *Oczywiście, mamy w naszej ofercie takie wycieczki. Mniej więcej co dziesiąty klient wybiera u nas Włochy, a do Hiszpanii wysyłamy 3 na 20 klientów.*

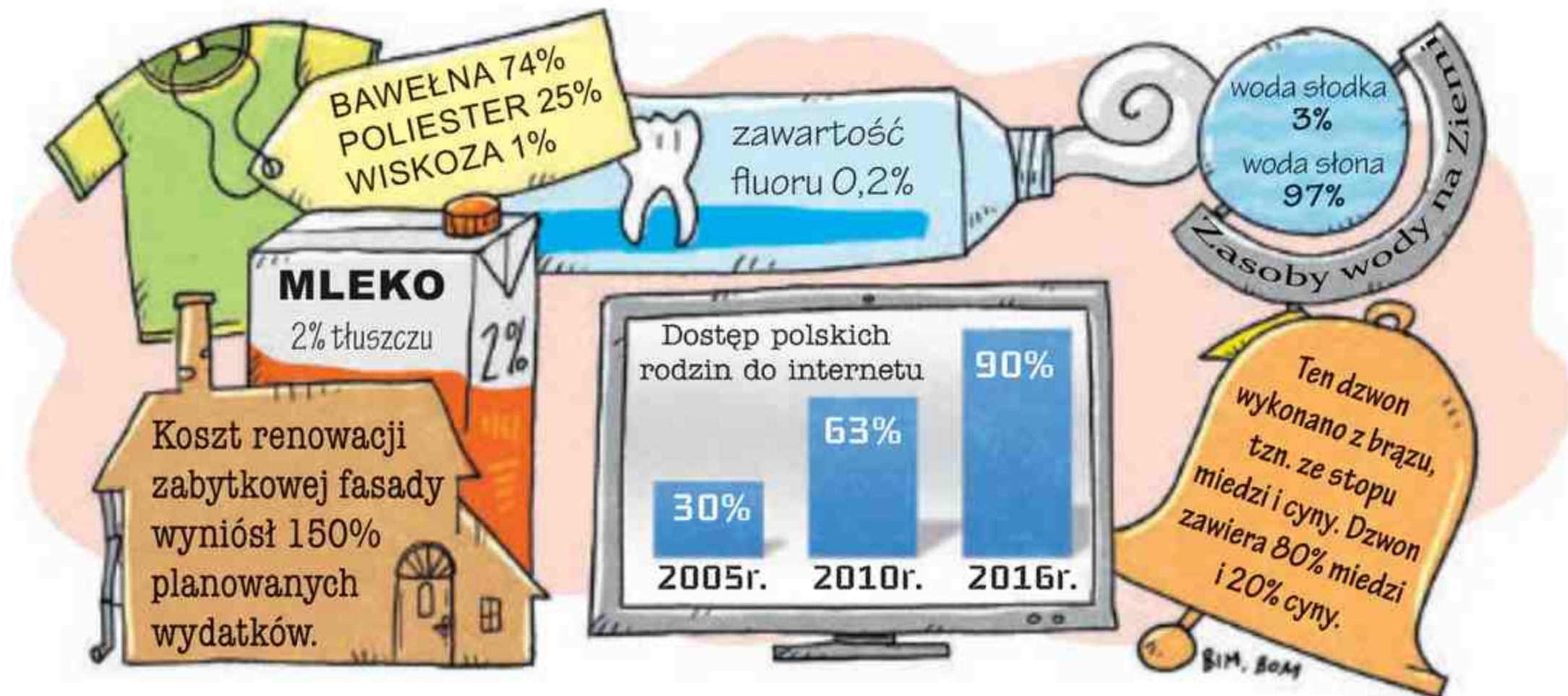
Czy pańscy klienci wolą wczasy zagraniczne, czy częściej wybierają urlop w kraju?

— *Aż 60 na 100 klientów mojego biura podróży wyjeżdża na urlop za granicę.*

1. Ile osób na 100 klientów biura Anka Travel wybiera wycieczki zagraniczne?
2. Ilu klientów na 100 wybiera wycieczki do Włoch w biurze Anka Travel, a ilu — w Superwakacje.pl?
3. Które wycieczki — do Włoch czy do Hiszpanii — są bardziej popularne w biurze Superwakacje.pl?
4. Ilu klientów na 100 wybiera w biurze Anka Travel wycieczki zagraniczne inne niż do Włoch lub do Hiszpanii?

Procenty i ułamki

Z symbolem % (czytamy: *procent*) spotykamy się niemal codziennie — w sklepach, gazetach, telewizji, na plakatach reklamowych itp. Słowo „procent” pochodzi od łacińskiego wyrażenia „pro centum”, czyli „na sto”.



63% rodzin
to znaczy
 $\frac{63}{100}$ liczby wszystkich rodzin

Jeśli mówimy, że 63% rodzin miało dostęp do internetu, to znaczy, że przeciętnie na 100 rodzin przypadały 63 takie, które miały internet. Możemy też powiedzieć, że $\frac{63}{100}$ wszystkich rodzin miało internet.

Jeden procent danej wielkości to setna część tej wielkości. Możemy powiedzieć, że procenty pewnych wielkości (np. powierzchni, liczby osób, długości, kwoty) to inaczej zapisane ułamki tych wielkości.

$$1\% \text{ to } \frac{1}{100}$$

$$9\% \text{ to } \frac{9}{100}$$

$$46\% \text{ to } \frac{46}{100}$$

$$120\% \text{ to } \frac{120}{100}$$

Poniższe przykłady pokazują, jak można przedstawić procenty za pomocą ułamków dziesiętnych lub zwykłych.

PRZYKŁADY

$$7\% = \frac{7}{100} = 0,07$$

$$43\% = \frac{43}{100} = 0,43$$

$$120\% = \frac{120}{100} = 1,2$$

$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25 = \frac{1}{4}$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,2 = \frac{1}{5}$$

$$75\% = \frac{75}{100} = 0,75 = \frac{3}{4}$$

Należy pamiętać, że w praktyce procent nigdy nie występuje jako samodzielny ułamek, jest on zawsze ułamkiem pewnej wielkości.

$30\% = \frac{30}{100} = 0,30$, ale 30% pewnej kwoty to 0,30 tej kwoty (a nie 0,30 zł).

$100\% = \frac{100}{100} = 1$, ale 100% nauczycieli to $\frac{100}{100}$ liczby wszystkich nauczycieli, czyli wszyscy nauczyciele (a nie 1 nauczyciel).

ĆWICZENIE A. Zamień procenty: 50%, 25%, 10%, 75%, 150% i 200% na ułamki dziesiętne oraz na ułamki zwykłe nieskracalne.

WARTO ZAPAMIĘTAĆ

50% to połowa

75% to trzy czwarte

20% to jedna piąta

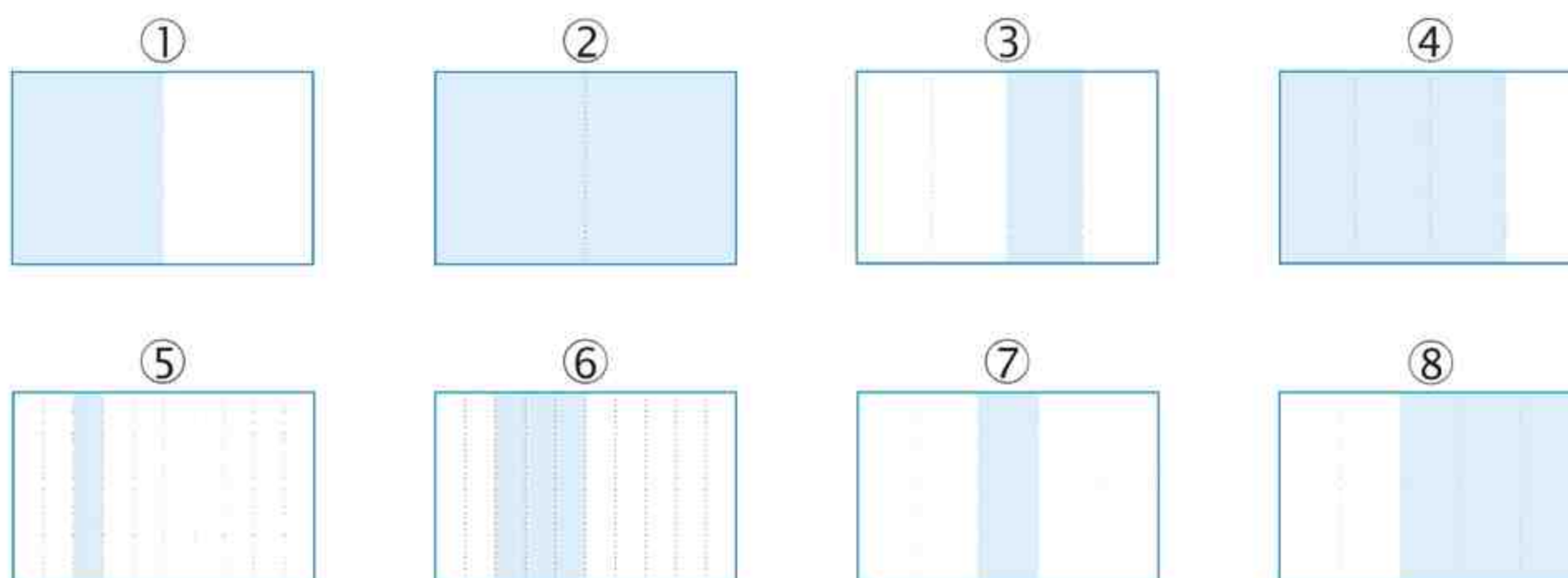
100% to całość

25% to ćwierć

10% to jedna dziesiąta

200% to 2 razy więcej

ĆWICZENIE B. Jaki procent figury zamalowano?



ĆWICZENIE C. Jakie liczby należy wpisać w miejsce znaków zapytania?

- ① Wszyscy uczniowie byli dzisiaj w szkole, innymi słowy — frekwencja wyniosła ? %.
- ② Na remont teatru wydano 2 razy więcej, niż planowano, innymi słowy koszt remontu wyniósł ? % planowanych wydatków.
- ③ Do biegu maratońskiego przystąpiło półtora raza więcej osób, niż planowano, innymi słowy — liczba zawodników stanowiła ? % liczby, którą zakładali organizatorzy.

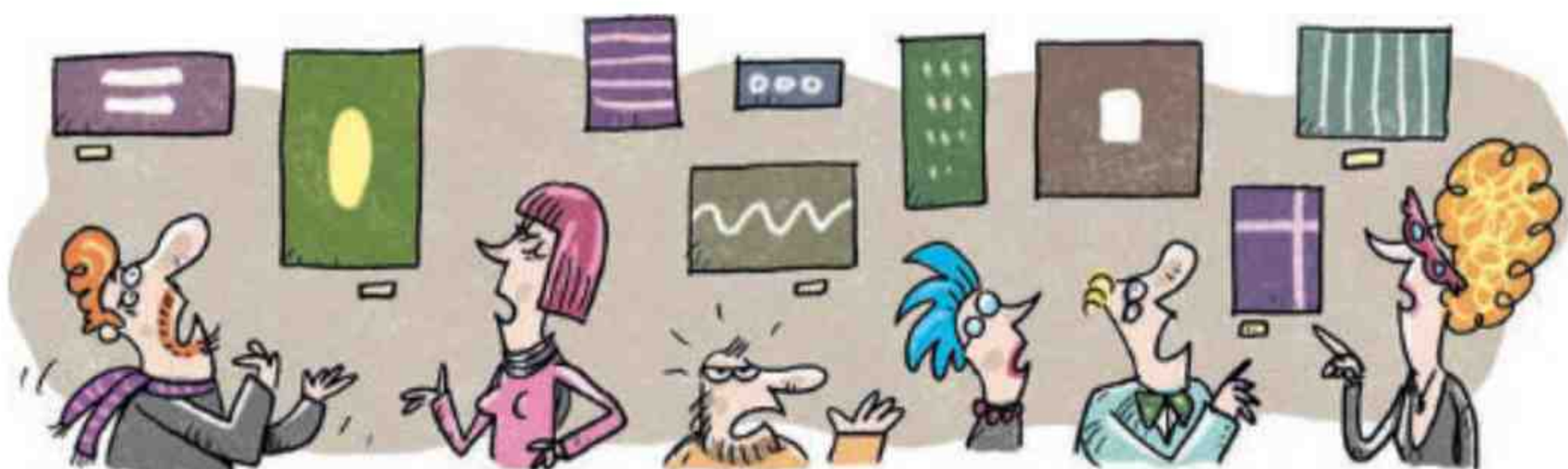
ZADANIA

1. a) Poniższe informacje wyraż za pomocą ułamków.

- Około 60% Polaków mieszka w mieście.
- Około 98% rodzin w Polsce ma telewizor.
- Lasy zajmują około 30% powierzchni Polski.
- Szóstoklasiści stanowią około 14% uczniów szkół podstawowych.
- Kobiety stanowią więcej niż 50% ludności Polski.
- Około 16% mieszkańców Polski ma mniej niż 16 lat.

b) Pierwszą z powyższych informacji można wypowiedzieć tak: „Około 40% Polaków mieszka na wsi”. Przekształć w podobny sposób pozostałe zdania.

2. Oto kilka wypowiedzi osób oglądających obrazy podczas wernisazu. Sformułuj te same opinie za pomocą procentów.



- a) Jakieś ponure te dzieła — połowa zupełnie mi się nie podoba.
- b) Myślę, że co najmniej jedna czwarta tych obrazów powinna się znaleźć w Muzeum Narodowym.
- c) Zaledwie co dziesiąty obraz naprawdę przyciąga moją uwagę.
- d) Mniej więcej co piąty zwiedzający wcale nie patrzy na obrazy.
- e) Cena tego obrazu to 1,5 raza więcej niż moja pensja!

3. a) Podane procenty zamień na ułamki dziesiętne.

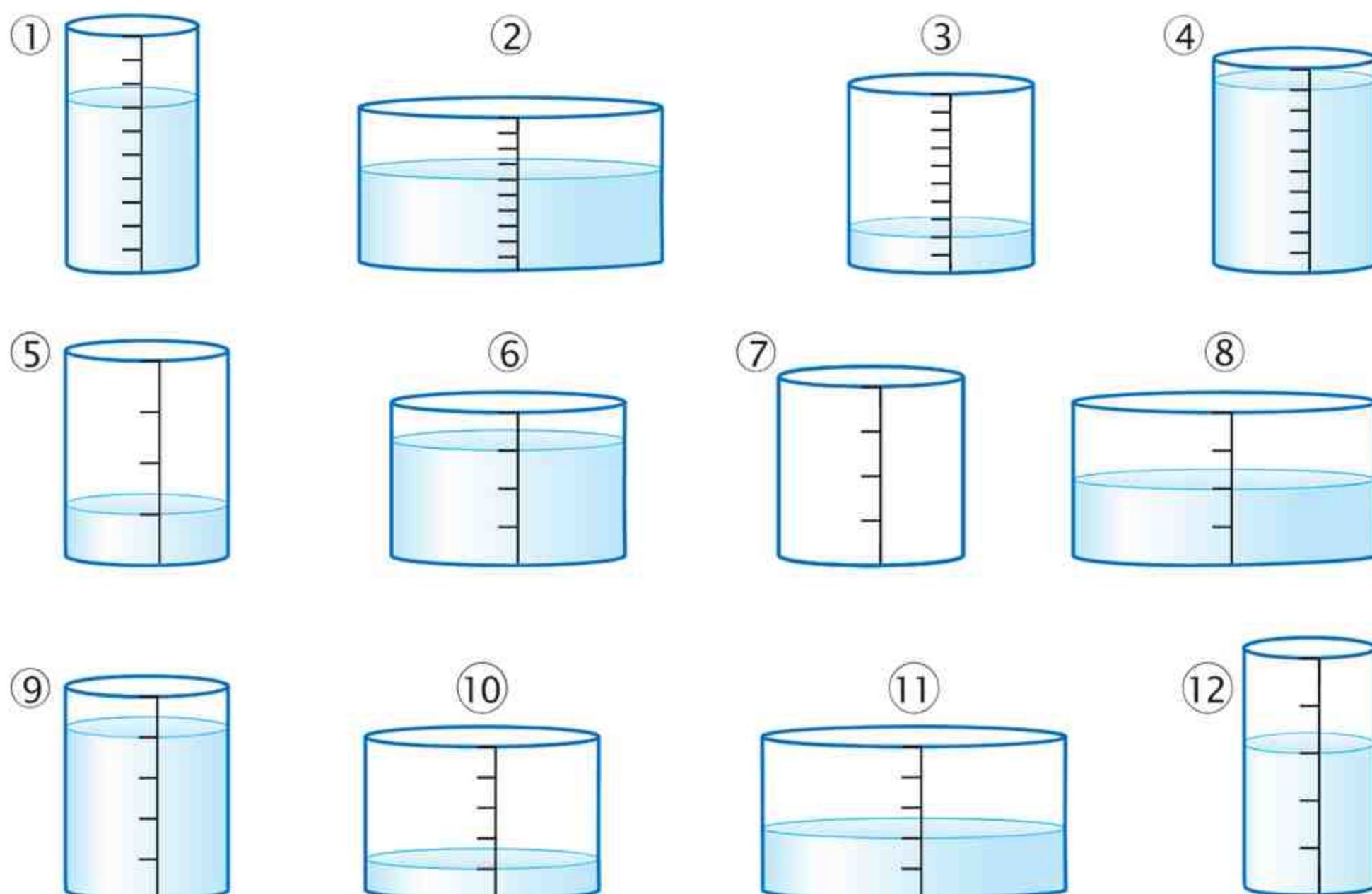
90% 37% 8% 125% 300%

b) Podane procenty zamień na ułamki zwykłe.

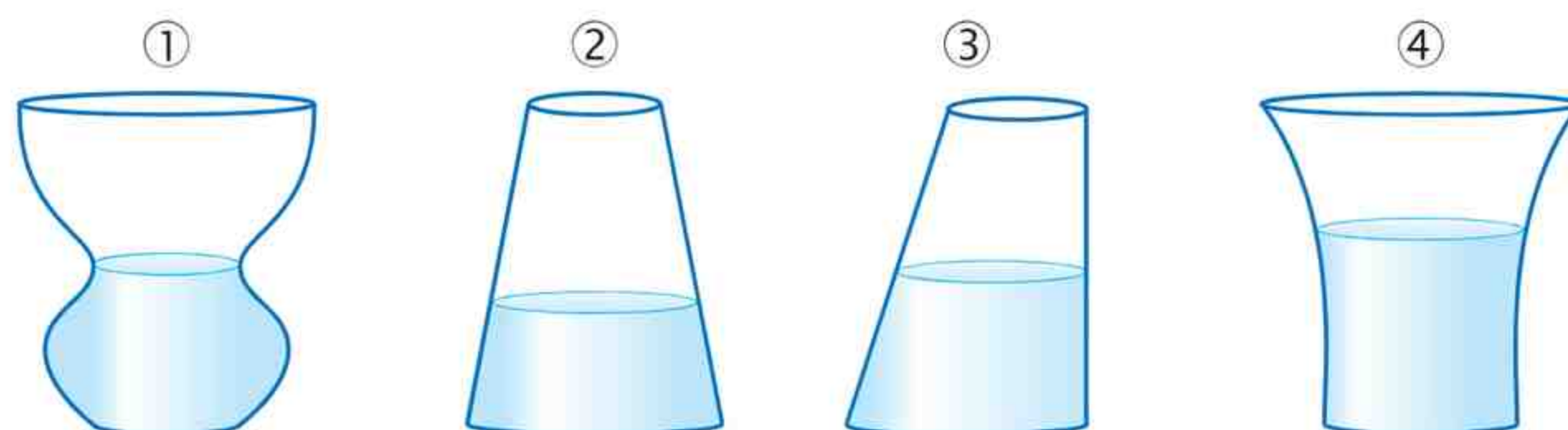
30% 5% 42% 125% 220%

4. Narysuj trzy kwadraty o wymiarach $50\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ i zaznacz 50% pierwszego kwadratu, 70% drugiego i 20% trzeciego.

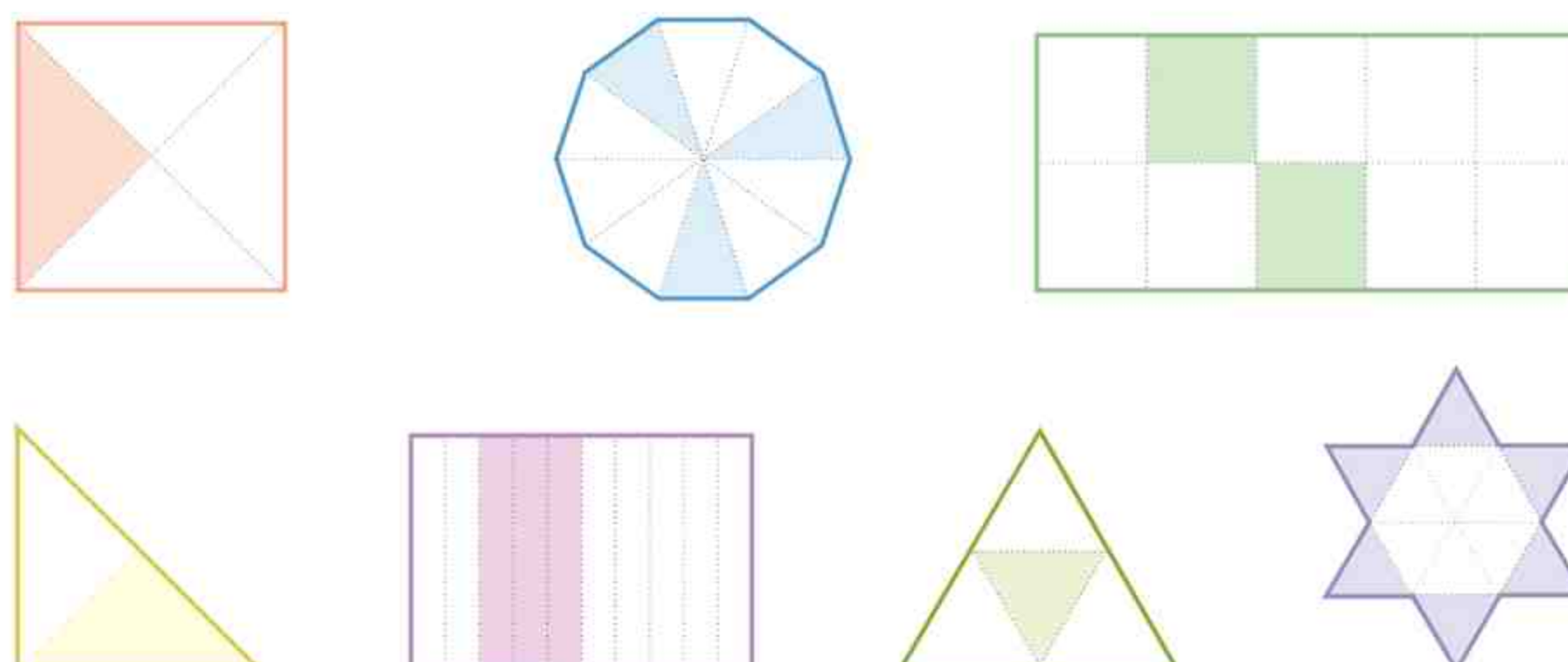
5. Popatrz na poniższe rysunki. Wyraź w procentach, jaką część każdego naczynia zajmuje woda i jaka część naczynia jest pusta.



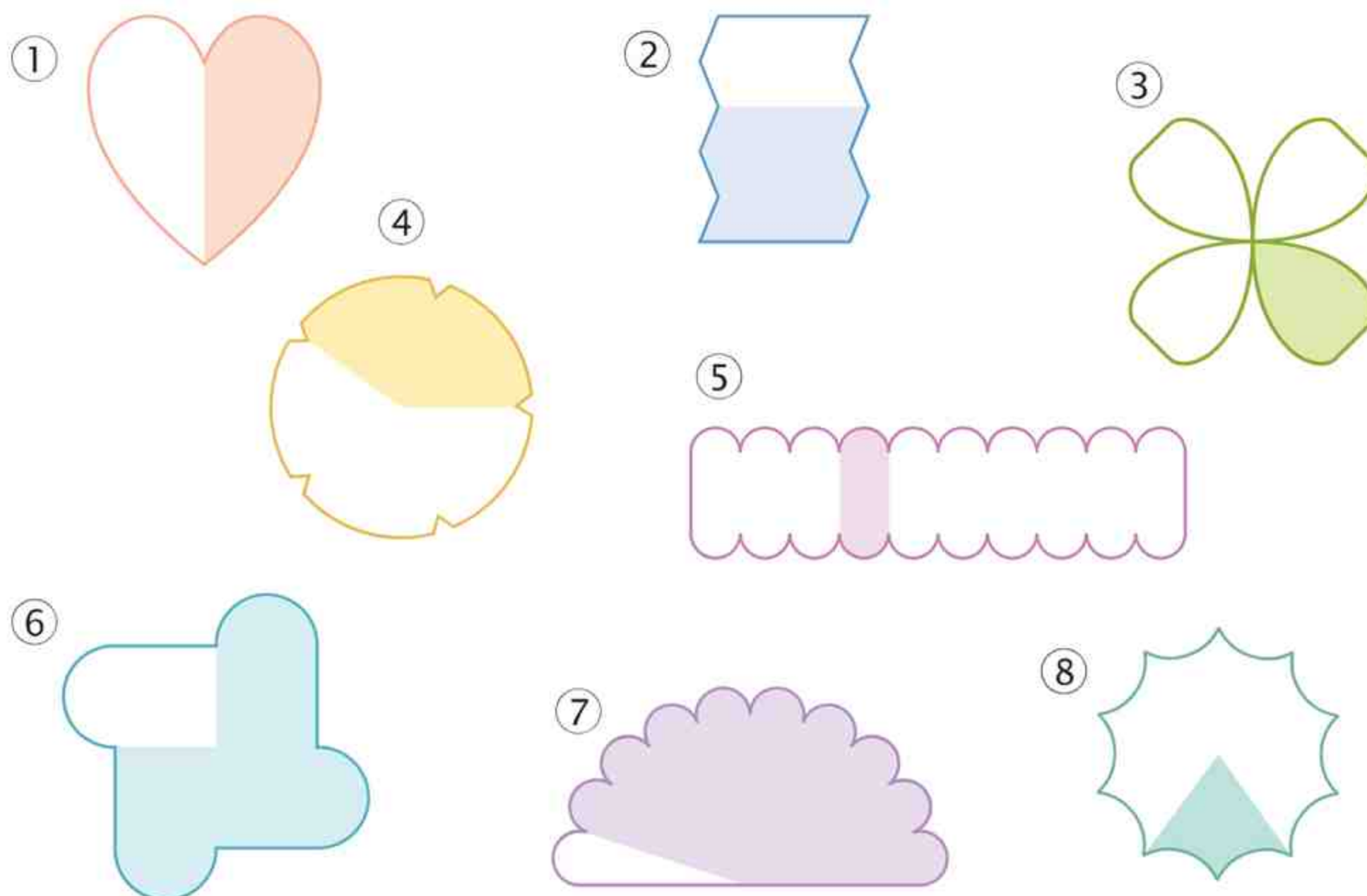
6. Tylko w dwóch naczyniach płyn zajmuje dokładnie 50% pojemności. Które to naczynia?



7. Ustal, jaki procent każdej figury został zamalowany.



8. Na rysunkach zamalowano następujące części figur: 10%, 20%, 25%, 40%, 50%, 60%, 75% i 90%. Dopasuj do rysunków odpowiednie procenty.



9. Na ekranie komputera widać, ile procent pliku ściągnięto. Ile procent pliku zostało jeszcze do pobrania?



10. W pewnej szkole przeprowadzono ankietę: „Czy wolałbyś być sławnym sportowcem, czy sławnym muzykiem?”. Sportowcem wolałoby być 47% pytanych osób, a 40% wybrałoby karierę muzyka. Pozostali nie wskazali żadnej odpowiedzi? Jaki to procent ankietowanych?



11. Piraci rozdzielają skarb. Który otrzyma największą część skarbu, a który — najmniejszą?

12. Ustal, co jest większe:

- a) $\frac{1}{4}$ pojemności naczynia czy 20% tej pojemności,
- b) 45% pewnej kwoty czy 0,4 tej kwoty,
- c) $\frac{9}{10}$ tabliczki czekolady czy 85% tej tabliczki,
- d) $\frac{1}{5}$ pewnej odległości czy 25% tej odległości,
- e) $1\frac{1}{2}$ pewnej liczby czy 160% tej liczby,
- f) 3 razy więcej niż wynosi pewna kwota czy 250% tej kwoty.

13. Jakie liczby naturalne mogą się kryć pod kleksami?

- a)  $\frac{1}{17}$ pewnej kwoty to mniej niż 100% tej kwoty
- b)  $\frac{12}{12}$ pewnej liczby to więcej niż 100% tej liczby
- c)  $\frac{1}{8}$ pewnej powierzchni to mniej niż 50% tej powierzchni
- d)  $\frac{1}{46}$ pewnej kwoty to więcej niż 50% tej kwoty

14. Jakie liczby naturalne mogą się kryć pod kleksami?

- | | |
|--|---|
| a)  $\frac{1}{12}$ to mniej niż 30% | d)  $\frac{1}{32}$ to więcej niż 25% |
| b)  $\frac{1}{250}$ to mniej niż 10% | e)  $\frac{1}{170}$ to mniej niż 10% |
| c)  $\frac{1}{60}$ to więcej niż 150% | f)  $\frac{1}{160}$ to mniej niż 75% |



69–72 / 257

Zasadził dziadek rzepki w ogrodzie.
Chodził te rzepki podlewać co dzień.
 $\frac{3}{5}$ rzepek wyrosło krzepkich,
z czego połowa to wielkie rzepki.
Dziadkowe rzepki wielkie i krzepkie
— jaki to procent plantacji rzepki?

Jaki to procent?

ĆWICZENIE A. Podane informacje wyraż za pomocą procentów.

1. Szkoła wydała już na remont $\frac{1}{2}$ zaplanowanej kwoty.
2. W sadzie pana Wiesława śliwy stanowią $\frac{1}{4}$ wszystkich drzew.
3. Wojtek zbiera na nowy rower i uzbierał już $\frac{1}{5}$ potrzebnej kwoty.
4. Sok zajmuje $\frac{1}{10}$ pojemności dzbanka.
5. $\frac{1}{100}$ uczniów pewnej szkoły otrzymała nagrodę prezydenta miasta.
6. Pani Katarzyna wydała na nowy samochód $\frac{3}{4}$ swoich oszczędności.



Z informacji dziennikarza wynika, że na 100 osób oglądających film *Wielki skok* 80 uznało go za dobry. Nie oznacza to, że w ankiecie wzięło udział 100 widzów. Przepymano 600 osób, film uznało za dobry 480 osób. A wynik procentowy oblicza się tak:

$$\frac{480}{600} = \frac{80}{100} = 80\%$$

Aby wyrazić, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wystarczy ustalić najpierw, jakim ułamkiem jednej liczby jest druga i zamienić ten ułamek na procent.

PRZYKŁAD

Grupie 250 dziewcząt zadano pytanie: „Co wolisz nosić: spódniczkę czy spodnie?” i 50 dziewcząt odpowiedziało, że woli nosić spódniczkę. Jaki to procent tej grupy?

$$\frac{50}{250} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Odp. 20% dziewcząt z tej grupy woli nosić spódniczkę.

ĆWICZENIE B. Zapisz odpowiednie ułamki i odpowiedz na pytania.

1. Wśród 30 samochodów na parkingu 15 miało kolor srebrny. Ile procent aut na parkingu stanowiły srebrne samochody?

2. W 24-osobowej klasie Joasi tylko 6 osób ma psa. Ile procent uczniów tej klasy ma psa?

3. Wśród 120 mieszkańców kamienicy, w której mieszka Piotrek, jest 12 dzieci. Ile procent mieszkańców tej kamienicy stanowią dorośli?

Łatwo zamienia się na procenty te ułamki zwykłe, które można rozszerzyć lub skrócić do mianownika 100.

PRZYKŁADY

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$\frac{180}{2000} = \frac{18}{200} = \frac{9}{100} = 9\%$$

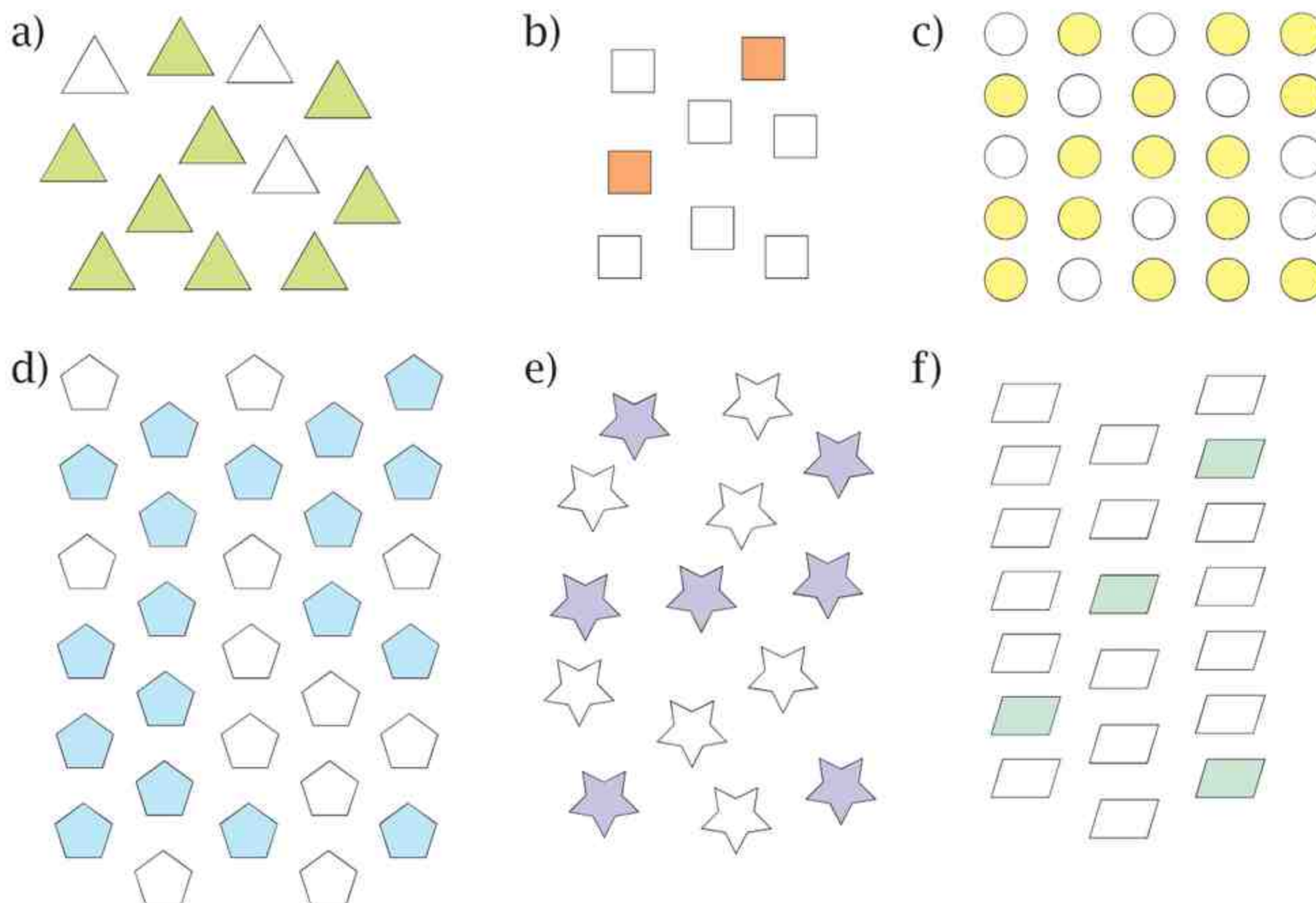
$$\frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 28\%$$

$$\frac{2}{40} = \frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 5\%$$

W kolejnym temacie pokażemy, jak na procenty zamienia się dowolne ułamki.

ZADANIA

1. Jaki procent figur zamalowano?



2. Podane liczby to ułamki pewnych wielkości. Zamień te ułamki na procenty.

$$\frac{9}{50}$$

$$\frac{7}{25}$$

$$\frac{18}{15}$$

$$\frac{49}{700}$$

$$\frac{53}{20}$$

$$\frac{50}{25}$$

3. a) Rzuć 20 razy monetą i policz, ile razy wypadła reszka. Jaki procent liczby rzutów stanowi liczba uzyskanych reszek?

b) Rzuć 20 razy kostką. Ile razy wypadła parzysta liczba oczek? Jaki to procent rzutów?

4. Ustal, jaki procent wyrazów w tym zdaniu stanowią wyrazy czteroliterowe.

5. Tuzin to 12, mendel to 15, kopa to 60.

a) Tuzin — jaki to procent kopy, a jaki procent mendla?

b) Mendel — jaki to procent kopy, a jaki procent tuzina?



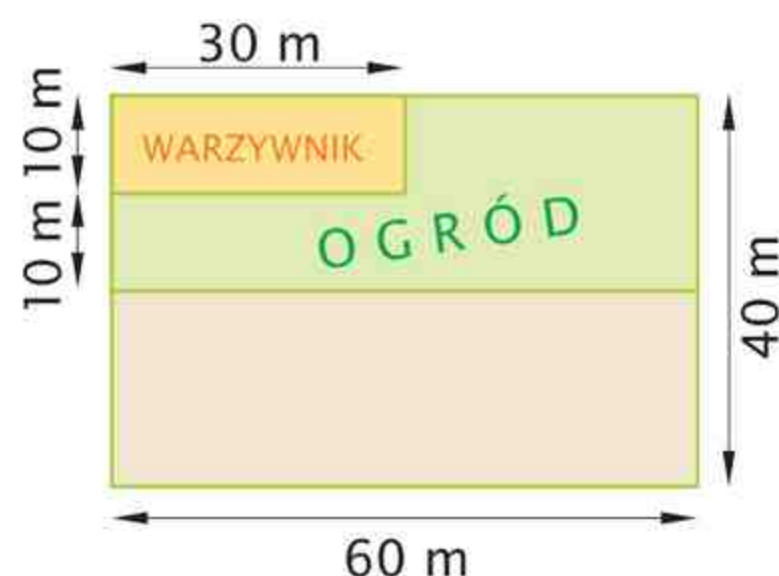
6. Na filmie *Wesoły Łoś* było w kinie 36 dorosłych i 44 dzieci. Jaki procent widzów stanowili dorośli, a jaki — dzieci?

7. Po 90 minutach meczu sędzia zarządził dogrywkę, która trwała 30 minut. Jaki procent czasu całego spotkania trwała dogrywka?

8. Na rysunku przedstawiono plan działki państwa Madejów.

a) Jaki procent powierzchni ogrodu zajmuje warzywnik?

b) Jaki procent powierzchni działki zajmuje warzywnik?



73-77 / 258

W zaszyfrowanej depeszy litery zastąpiono znakami. Każdej literze odpowiada inny znak. Posługując się szyfrem opisanym w tabelce, odczytaj depeszę.

△ ◆ ● □ ❁ ○ ↑ ◇ ❁ ✕ ➡ ▼ ☆ ●

△ ♥ ● □ ❁ ➡ ● ◆ ❁ ◐ ❁ ◇ ♥ ❁

▼ + ❁ ▼ △ ● ◇ ✕ ❁ △ ☆

➡ ↑ ◐ ❁ ➡ ◇ ♥ △ ✕ ➡ ▼

SZYFR	
A	16%
C, W, E	10%
N, O	8%
T, I	6%
Z, K, Y, D	4%
M, J, P, R, H	2%

Jaki to procent? (cd.) Obliczenia za pomocą kalkulatora*

Przykłady obok pokazują, jak zamieniamy na procenty ułamki dziesiętne. Pokażemy teraz, jak wyrażać za pomocą procentów dowolne ułamki zwykłe.

$$0,03 = \frac{3}{100} = 3\%$$

$$0,6 = 0,60 = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$1,2 = 1,20 = \frac{120}{100} = 120\%$$



Z informacji podanych przez dziennikarza wynika, że egzamin zdało $\frac{102}{680}$ liczby zdających.

Wiemy, że kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia. Korzystając z kalkulatora, możemy zamienić ten ułamek na ułamek dziesiętny, a potem na procent.

$$\frac{102}{680} = 102 : 680 = 0,15 = 15\%$$

Egzamin pomyślnie zdało 15% zdających.

Metodą dzielenia licznika przez mianownik możemy zamienić na procenty każdy ułamek.

PRZYKŁADY

$$\frac{91}{175} = 91 : 175 = 0,52 = 52\%$$

$$\frac{28}{40} = 28 : 40 = 0,7 = 0,70 = 70\%$$

$$\frac{111}{30} = 111 : 30 = 3,7 = 3,70 = 370\%$$

$$\frac{47}{240} = 47 : 240 \approx 0,196 \approx 0,20 = 20\%$$

Gdy w wyniku dzielenia otrzymamy rozwinięcie dziesiętne z wieloma cyframi po przecinku, możemy najpierw zaokrąglić otrzymaną liczbę, najlepiej do drugiego miejsca po przecinku, a potem to zaokrąglenie zamienić na procent.

W praktyce często zaokrąglamy także otrzymany w wyniku procent.

PRZYKŁAD

Grupie 1500 osób zadano pytanie: „Czy lubisz szpinak?” i 1035 osób odpowiedziało „tak”. Jaki to procent ankietowanych? Wynik zaokrąglaj.

$$\frac{1035}{1500} = 1035 : 1500 = 0,69 = 69\% \approx 70\%$$

Odp. W tej grupie ankietowanych około 70% lubi szpinak.

ZADANIA

1. Podane liczby to ułamki pewnych wielkości. Zamień je na procenty. Wyniki zaokrąglaj do jednego procenta.



$\frac{1}{12}$

$\frac{1}{3}$

$\frac{5}{6}$

$\frac{8}{7}$

$\frac{142}{350}$

$\frac{1248}{5700}$

$\frac{3542}{2821}$



2. Ustal, jakie liczby należy wpisać w miejsce znaków zapytania. Odpowiedź zaokrąglaj do dziesiątek.

- 70 osób spośród 195 klientów to około ? % klientów.
- Kwota 240 zł stanowi około ? % kwoty 130 zł.
- Trawnik o powierzchni 60 m^2 zajmuje około ? % ogrodu o powierzchni 530 m^2 .
- Jeśli spośród 29 uczniów pewnej klasy obecnych jest 26 osób, to frekwencja w tej klasie wynosi około ? %.



3. Przyjrzyj się zamieszczonemu obok fragmentowi kalendarza. Ile w tym miesiącu było dni szkolnych? Jaki to procent dni miesiąca? Jaki procent dni szkolnych stanowiły poniedziałki?

Pn		3	10	17	24
Wt		4	11	18	25
Śr		5	12	19	26
Cz		6	13	20	27
Pt		7	14	21	28
So	1	8	15	22	29
N	2	9	16	23	30



- Jaki procent godzin lekcyjnych w tygodniu stanowią lekcje matematyki w twojej klasie?
- Ile godzin zwykle śpisz? Jaki to jest procent doby?
- Jaki procent twoich ocen z matematyki stanowią oceny wyższe niż trójka?



78–80 / 258

W pewnym budynku mieszkało 100 dorosłych osób: 58 w klatce A i 42 w klatce B. Gdy mieszkańców zapytano o zgodę na przebudowę piwnicy, uzyskano wynik nierozstrzygający — 50% wyrażało zgodę, a 50% nie, z tym że w klatce A na przebudowę zgodziło się tylko 14 osób.

Po miesiącu powtórzono ankietę. Nikt nie zmienił zdania, ale akurat z klatki A wyjechały na wczasy dwie osoby, które poprzednio się nie zgadzały, a z klatki B — dwie osoby, które poprzednio się zgadzały. Jaki teraz otrzymano wynik ankiety?

Diagramy procentowe

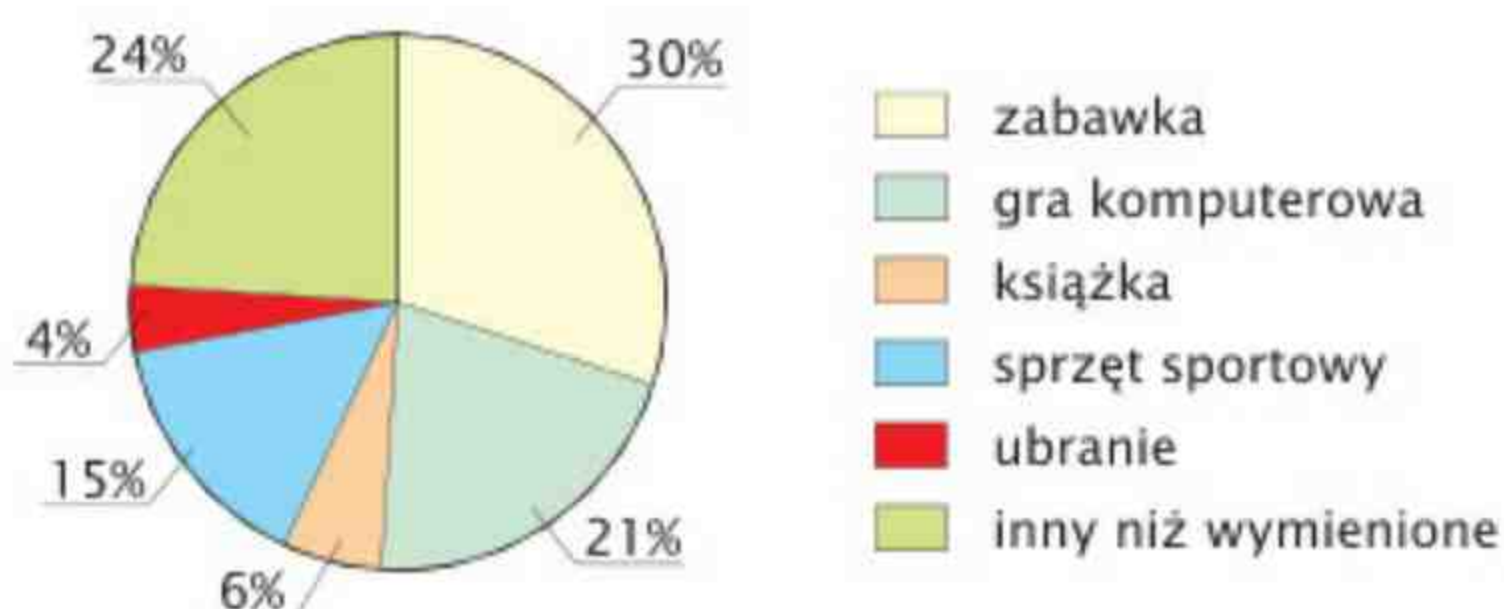
Gdy porównujemy dane wyrażone w procentach, wygodnie jest posługiwać się diagramami.

W grupie dzieci przeprowadzono ankietę: „Jaki rodzaj prezentu urodzinowego ucieszyłby cię najbardziej?”. Każdy mógł wskazać tylko jedną odpowiedź. Wyniki tej ankiety przedstawia diagram kołowy.

Jaki rodzaj prezentu urodzinowego ucieszyłby cię najbardziej?

Wskaż tylko jedną odpowiedź.

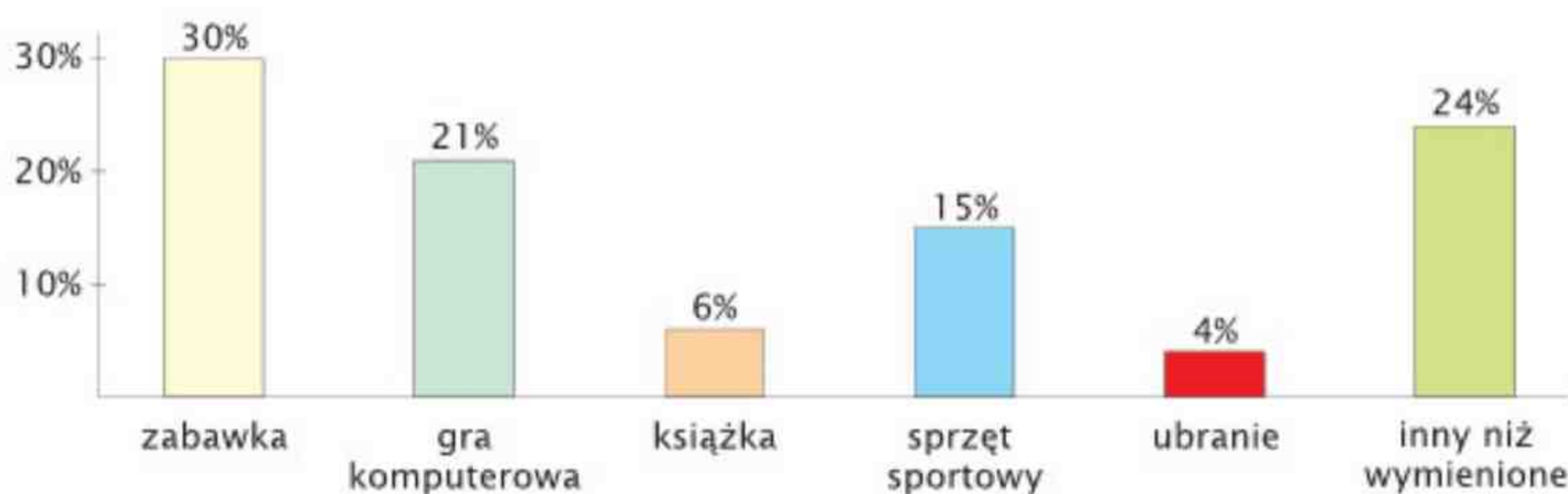
☒ zabawka	☒ sprzęt sportowy
☐ gra komputerowa	☐ książka
☐ ubranie	☐ inny niż wymienione



Przyglądając się temu diagramowi, można zauważyć na przykład, że:

- Najwięcej dzieci chciałoby otrzymać zabawkę, a najmniej — ubranie.
- Ponad połowa dzieci wskazała w odpowiedzi przedmiot służący przede wszystkim do zabawy (zabawkę lub grę komputerową).
- Około $\frac{1}{4}$ dzieci wolałaby inny rodzaj prezentu niż wymienione.
- Na sprzęt sportowy czeka dwa razy mniej dzieci niż na zabawkę.

Wyniki ankiet mogą być także przedstawiane za pomocą innych diagramów, na przykład diagramów słupkowych. Poniższy diagram prezentuje te same informacje, co diagram kołowy przedstawiony powyżej.



Obok przedstawiono ankietę dotyczącą ulubionych zup. Zapytano w niej: „Którą zupę lubisz?”. Każdy mógł wskazać kilka odpowiedzi. Wyniki tej ankiety przedstawia poniższy diagram.

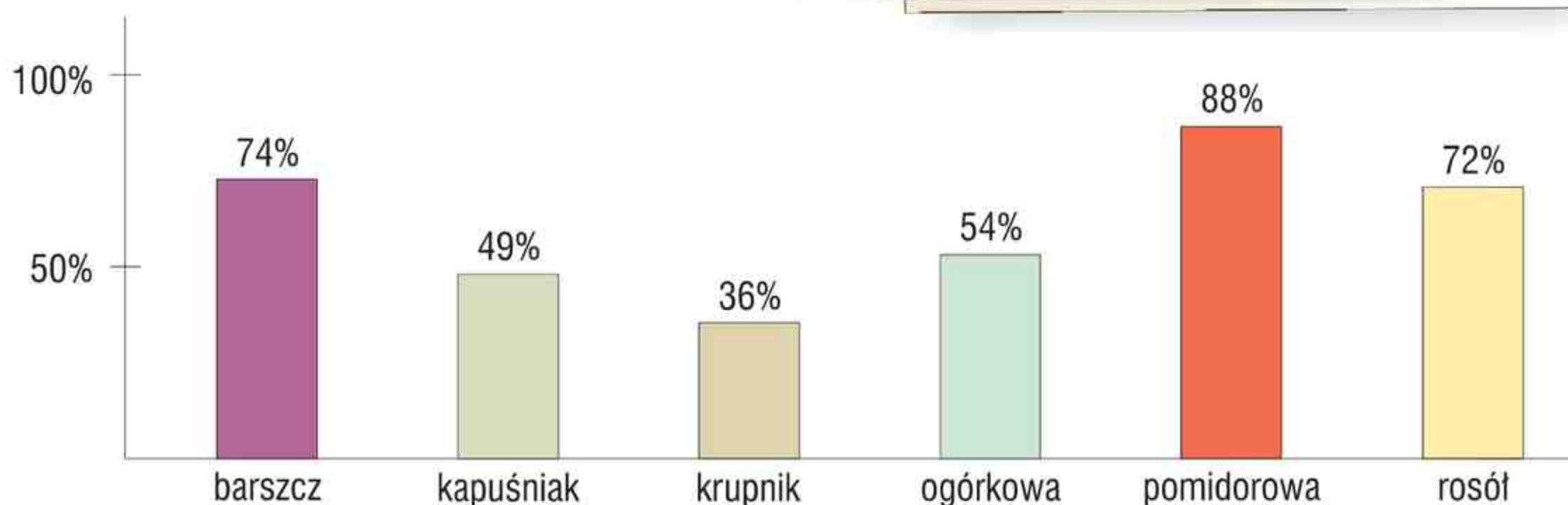
Które zupy lubisz?

Możesz wskazać kilka odpowiedzi.

☒ barszcz ☒ ogórkowa

☐ kapuśniak ☒ pomidorowa

☐ krupnik ☐ rosół



Z diagramu wynika między innymi, że:

- Najwięcej ankietowanych wskazało zupę pomidorową, a najmniej wybrało krupnik.
- Barszcz i rosół wskazało mniej więcej tyle samo osób.
- Zupę ogórkową lubi ponad połowa ankietowanych.
- Ponad $\frac{1}{4}$ osób nie lubi barszczu.

Zauważ, że wyników tej ankiety nie można przedstawić za pomocą diagramu kołowego, gdyż ankietowani mogli wybrać kilka odpowiedzi (suma wyników przedstawionych na diagramie przekracza 100%).

ĆWICZENIE. Grupie dzieci zadano pytanie: „Z czym kojarzą ci się urodziny?”. Każde dziecko miało na kartce zapisać jeden lub więcej wyrazów (skojarzeń). W tabeli obok zebrano najczęściej pojawiające się odpowiedzi.

Skojarzenie	Procent
Tort	90%
Prezent	100%
Śweczki	72%
Goście	48%
Lody	44%
Baloniki	20%

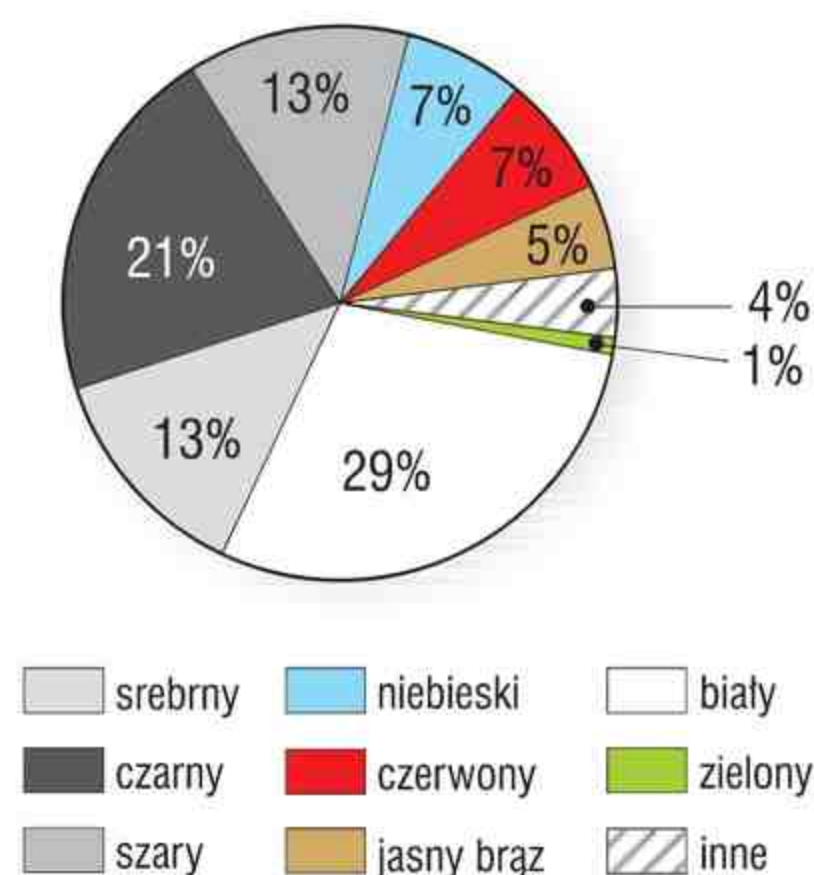
a) Informacje z tabeli przedstaw na diagramie słupkowym i odpowiedz:

- Jaki wyraz zapisało każde z dzieci?
- Ile procent dzieci nie wspomniało o torcie?
- Czy więcej dzieci zapisało słowo „goście” czy słowo „śweczki”?

b) Podaj jeszcze kilka wniosków wynikających z tej ankiety.

ZADANIA

1. Diagram przedstawia, jakie kolory mają samochody jeżdżące po Europie.



a) Jaki kolor samochodu jest najbardziej popularny w Europie? Jak popularny jest ten z podanych kolorów, który lubisz najbardziej?

b) Jaką część samochodów w Europie stanowią te, które nie są ani srebrne, ani czarne, ani szare?

c) W Ameryce Północnej zielone samochody są 2 razy bardziej popularne niż w Europie. Jaki procent aut w Ameryce Północnej ma kolor zielony?

2. Diagram przedstawia wyniki ankiety, w której zadano pytanie: „Gdzie chcesz spędzić wakacje?”. Można było wskazać co najwyżej 3 odpowiedzi.

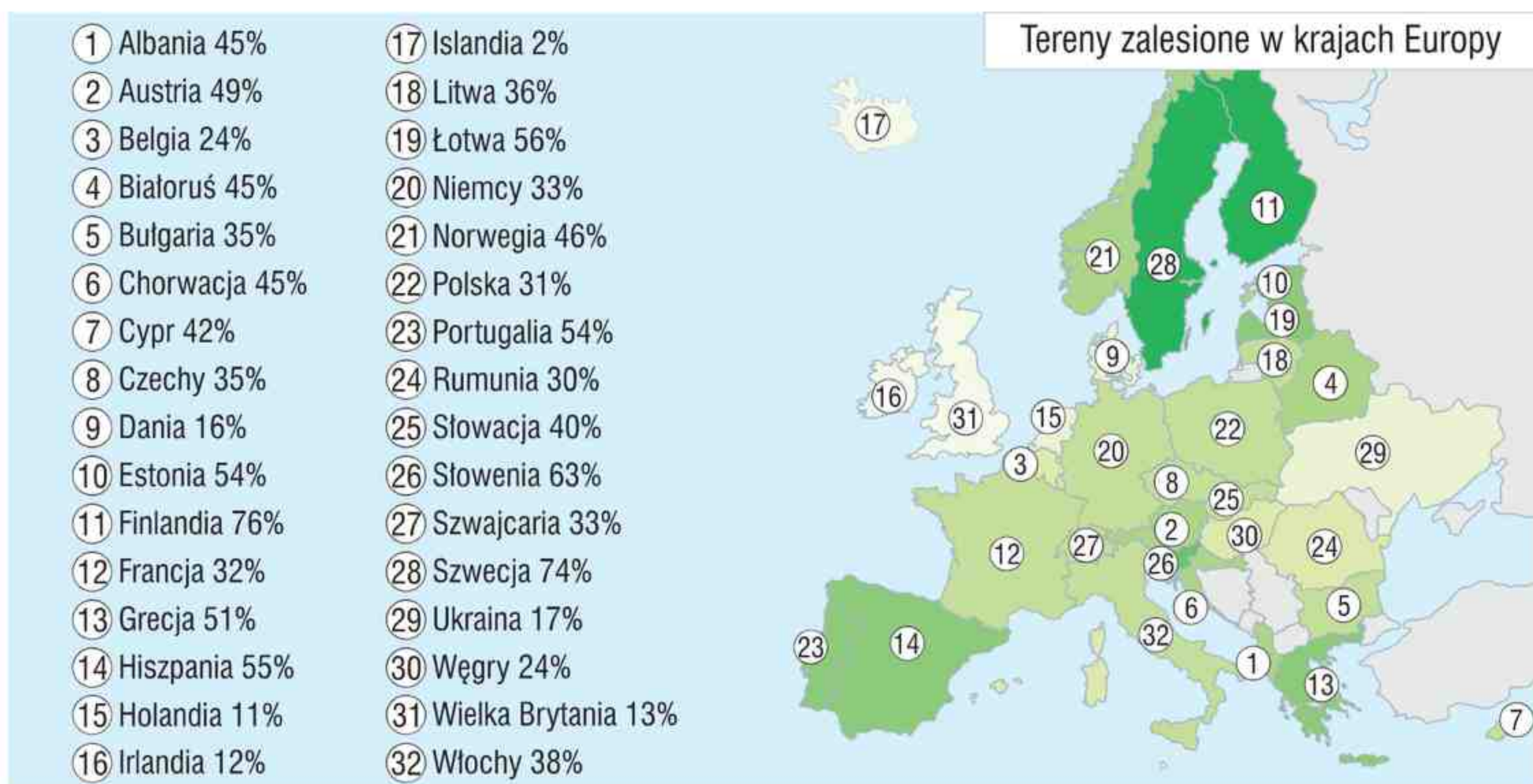


Jak uzupełnić poniższy tekst?

Ponad $\frac{1}{3}$ ankietowanych zamierza wyjechać Około 5% ankietowanych wybiera się Poza Europą wakacje zamierza spędzić przeciętnie 1 na ankietowanych. Odpowiedź „gdzieś w Polsce” wskazało dwa razy więcej ankietowanych niż odpowiedź

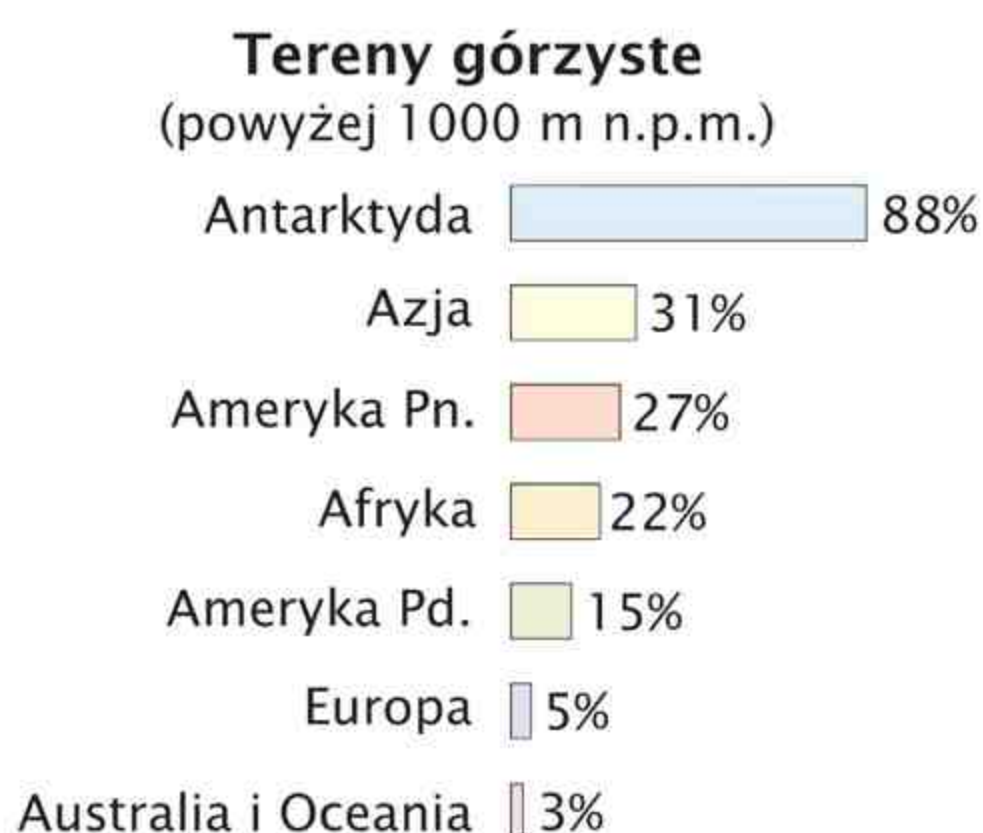
prezenty 50%	cukiernia lub restauracja 5%
słodycze 40%	festyn, wesole miasteczko 2,5%
kino lub teatr 5%	spacer lub wycieczka 10%

3. Grupę rodziców zapytano, jakie atrakcje zwykle proponują swoim dzieciom z okazji Dnia Dziecka. Wyniki podano w ramce obok. Czy rodzice mogli w tej ankiecie podawać więcej niż jedną odpowiedź? Narysuj diagram przedstawiający wyniki tej ankiety.



4. Korzystając z powyższych informacji, odpowiedz:

- Który z wymienionych krajów jest najbardziej zalesiony?
- Jaka część powierzchni Polski nie jest zalesiona?
- Lasy w Europie stanowią 42% powierzchni. W których krajach zalesienie jest większe niż średnia europejska?
- W których państwach lasy stanowią ponad połowę powierzchni?
- W których państwach ponad $\frac{3}{4}$ powierzchni stanowią obszary niezalesione?

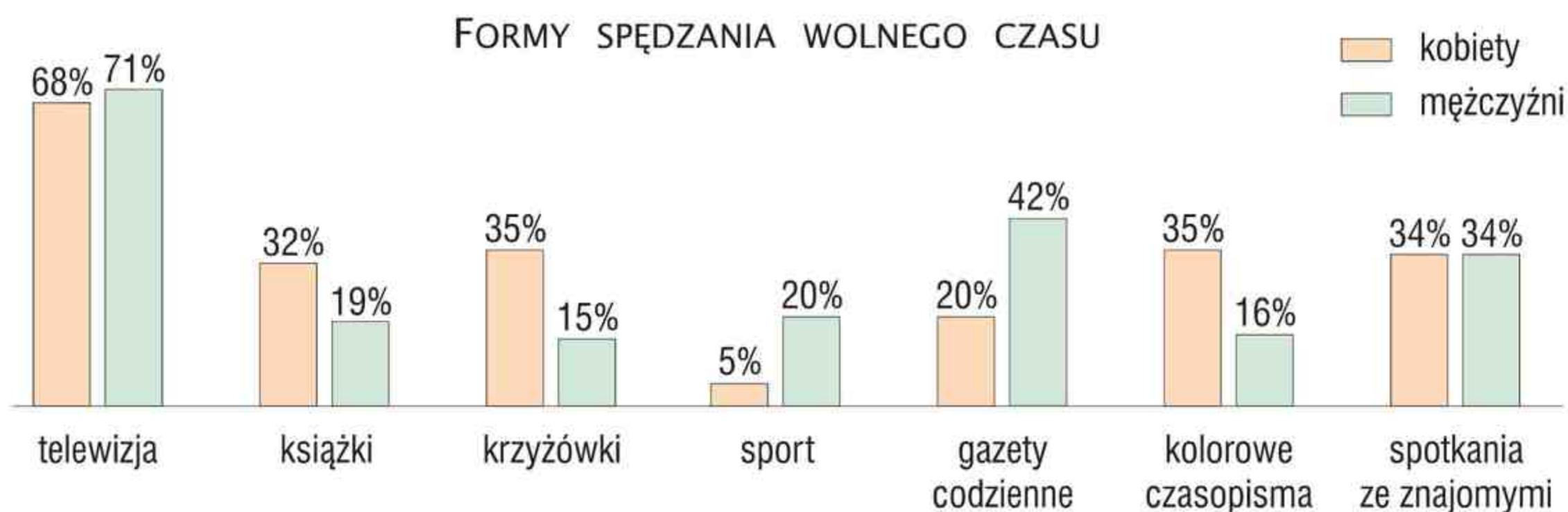


5. a) Które zdania są prawdziwe?

- Tereny górzyste w Azji to prawie $\frac{1}{3}$ kontynentu.
- Na wszystkich kontynentach tereny poniżej 1000 m n.p.m. zajmują ponad połowę powierzchni.
- Tereny poniżej 1000 m n.p.m. zajmują w Afryce ponad 3 razy większą powierzchnię niż tereny górzyste.

b) Czy z diagramu wynika, że tereny górzyste w Ameryce Północnej zajmują większy obszar niż w Afryce?

c) Tereny górzyste na Antarktydzie zajmują ponad 20 razy większą powierzchnię niż tereny górzyste w Europie. Na podstawie tej informacji spróbuj wywnioskować, który z tych kontynentów ma większą powierzchnię.

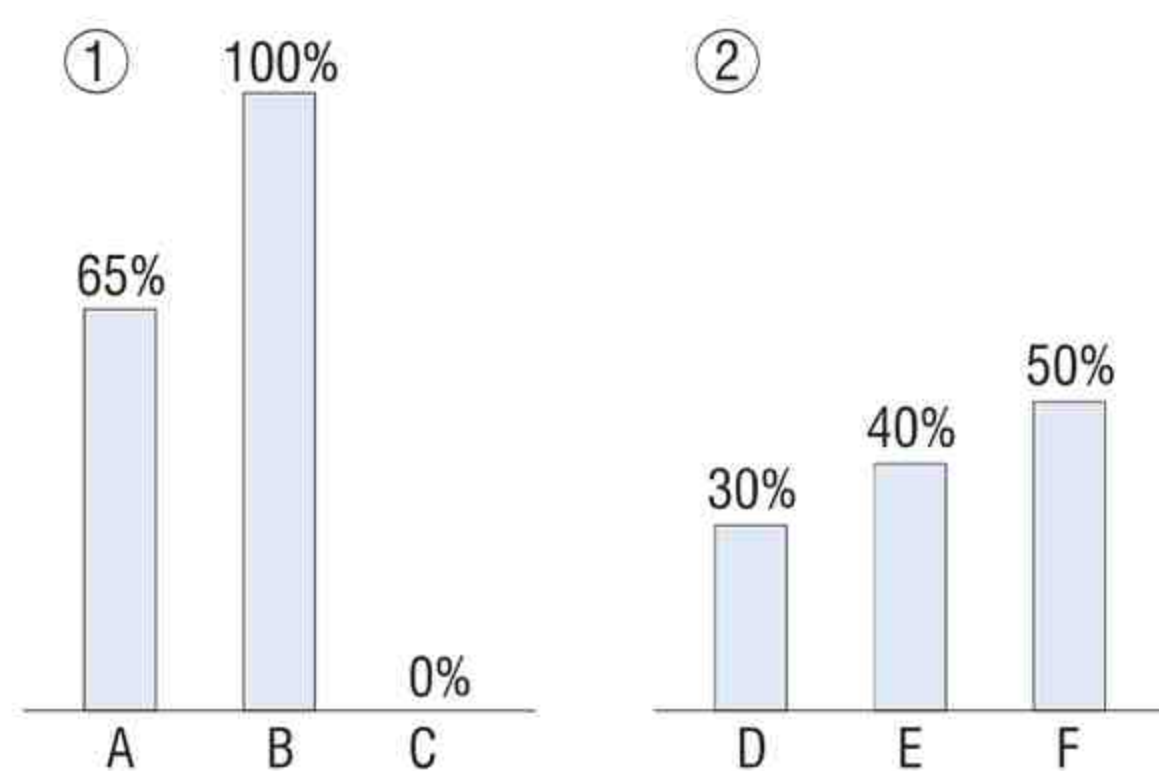


6. Przyjrzyj się diagramowi zamieszczonemu wyżej.

- Które z wymienionych form spędzania wolnego czasu są bardziej popularne wśród kobiet niż wśród mężczyzn? Wskaż największą różnicę.
- Czy w wolnym czasie kobiety częściej czytają książki, czy rozwiązują krzyżówki? A mężczyźni?
- Który rodzaj spędzania wolnego czasu mężczyźni wskazywali 4 razy częściej niż kobiety?
- Jakie sposoby spędzania czasu wskazało ponad $\frac{2}{5}$ mężczyzn?



Oto ankieta, którą przeprowadzono wśród dzieci, oraz wyniki otrzymane przez ankieterów.



① Czy potrafisz?

☐ A. Umiem jeździć na nartach.

☐ B. Umiem jeździć na rowerze.

☐ C. Nie umiem jeździć na rowerze ani na nartach.

② Czy potrafisz?

☐ D. Umiem grać na instrumencie.

☐ E. Umiem śpiewać.

☐ F. Nie umiem grać ani śpiewać.

Do każdego pytania możesz wskazać jedną lub dwie odpowiedzi.

Podaj, ile procent ankietowanych:

- potrafi jeździć na rowerze i na nartach,
- potrafi jeździć na rowerze, ale nie umie grać na instrumencie,
- potrafi grać i śpiewać,
- potrafi grać, ale nie potrafi śpiewać.

Obliczenia procentowe

1. Bilet do eksperymentarium kosztuje 26 zł, a dzieci płacą 50% tej kwoty. Ile kosztuje bilet dla dzieci?

2. W konkursie matematycznym Kangur startowało 70 uczniów klas szóstych, 10% z nich zdobyło nagrodę. Ile to osób?

3. W szkole Sebastiana aż 240 osób umie pływać, a 25% z nich potrafi pływać stylem motylkowym. Ilu uczniów potrafi pływać motylkiem?

ĆWICZENIE A. Przeczytaj uważnie teksty na kolorowych karteczkach. Czy potrafisz odpowiedzieć na zadane pytania?

Niektóre procenty z pewnych wielkości można łatwo obliczyć w pamięci.

PRZYKŁADY

50% ze 160 zł to 80 zł ↑ połowa $160 : 2$	20% z 45 dag to 9 dag ↑ jedna piąta $45 : 5$
25% z 24 kg to 6 kg ↑ ćwierć $24 : 4$	1% kwoty 70 000 zł to 700 zł ↑ jedna setna $70\,000 : 100$
10% grupy 300 osób to 30 osób ↑ jedna dziesiąta $300 : 10$	200% liczby 18 to 36 ↑ dwukrotność $18 \cdot 2$

ĆWICZENIE B. Oblicz w pamięci:

- a) 50% każdej z liczb: 8, 46, 380, c) 10% każdej z liczb: 40, 12, 350,
b) 25% każdej z liczb: 8, 2, 2800, d) 20% każdej z liczb: 10, 30, 15.

Julek wymyślił, jak obliczyć w pamięci 30% kwoty 40 zł. Wyjaśnij, w jaki sposób poradził sobie z tym zadaniem.

ĆWICZENIE C. a) Oblicz 10%, a potem 30% kwoty 50 zł.

- b) Oblicz 10%, a potem 5% kwoty 460 zł.
c) Oblicz 10%, a potem 110% liczby 270.
d) Oblicz 10%, a potem 90% masy 80 g.



ZADANIA

1. Oblicz 50%, 25%, 10% oraz 1%:

- a) kwoty 500 zł, b) odległości 1 km,
c) masy 40 kg, d) pojemności 800 ml.

2. Oblicz 150%, 200%, 110% i 125%:

- a) kwoty 18 zł, b) kwoty 36 zł.

50% to połowa
25% to ćwierć
100% to całość
10% to jedna dziesiąta
75% to trzy czwarte
150% to półtora
200% to dwie całości

3. Zastanów się, jak obliczyć w pamięci podany procent danej liczby. Oblicz:

- a) 30% liczby 40, e) 5% liczby 140,
b) 60% liczby 20, f) 2% liczby 300,
c) 20% liczby 1200, g) 140% liczby 80,
d) 40% liczby 25, h) 120% liczby 60.

4. Wymyśl sposób, jak obliczyć 75% danej liczby. Oblicz swoim sposobem:

- a) 75% liczby 28, b) 75% kwoty 120 zł, c) 75% masy 2 kg.

5. Na świecie jest około 10% osób leworęcznych. Ilu leworęcznych można się spodziewać w grupie liczącej 30 osób, a ilu — w grupie liczącej 200 osób?

6. Ustal, która kwota jest większa:

- a) 15 zł czy 20% kwoty 80 zł,
b) 10% kwoty 1247 zł czy 120 zł,
c) 25% kwoty 160 zł czy 70% kwoty 60 zł.



7. We wsi Malinowo mieszka 750 osób, a we wsi Jagodowo — 420 osób. W Malinowie dzieci stanowią 20% wszystkich mieszkańców, a w Jagodowie 30%. W której z tych wsi jest więcej dzieci?

8. Ogórek zawiera 90% wody. Ile waży woda w ogórku o masie 80 g, a ile ważą w tym ogórku pozostałe składniki?

9. Makaron w czasie gotowania wchłania wodę, dlatego jego masa po ugotowaniu jest równa 300% masy makaronu, który wrzucono do garnka. Ile będzie ważyć makaron po ugotowaniu, gdy do garnka wrzucimy 15 dag suchego makaronu?



10. Aż 10% coca-coli stanowi rozpuszczony w niej cukier. W puszcze coca-coli jest około 360 g napoju. Ile gramów cukru zawiera puszka coli? Ile to łyżeczek cukru, jeśli jedna łyżeczka cukru waży około 5 g?

11. Na obozie harcerskim było 120 dzieci. Dziewczynki stanowiły 60% uczestników obozu, a 25% wszystkich dziewcząt miało po 12 lat. Ile dwunastoletnich dziewcząt było na tym obozie?

12. Pan Młodożeniec chce kupić nowe mieszkanie, które kosztuje 400 tys. zł. W banku może pożyczyć albo kwotę 5 razy większą niż jego roczne zarobki, albo kwotę równą 70% wartości mieszkania. Pan Młodożeniec zarabia miesięcznie 4 tys. zł. Przy której z dwóch wersji kredytu otrzyma większą kwotę?

13. Pan Zaradny, który jest sprzedawcą, zarabia miesięcznie 3500 zł i dodatkowo otrzymuje 5% wartości tego, co sprzedaje. W tym miesiącu pan Zaradny sprzedał towar za 25 000 zł. Jakie wynagrodzenie otrzyma?



81–84 / 259

Przyjrzyj się komiksowi. Który z chłopców po ostatecznym podziale otrzymał więcej pieniędzy? O ile więcej?



Obniżki i podwyżki

W sklepie sportowym obniżono ceny o 10%. Czy wiesz, co to znaczy?

OBNIŽKA CEN O 10%



Przed obniżką rolki kosztowały 240 zł. Teraz są o 10% tańsze. Jaka jest nowa cena rolek?

10% ceny 240 zł to 24 zł

jedna dziesiąta

$$240 : 10$$

$$240 - 24 = 216$$

Zatem nowa cena rolek to 216 zł.

Aby ustalić, jaka jest nowa cena po obniżce o dany procent, wystarczy obliczyć kwotę obniżki i odjąć ją od dotychczasowej ceny. Aby ustalić, jaka jest nowa cena po podwyżce o dany procent, wystarczy obliczyć kwotę podwyżki i dodać ją od dotychczasowej ceny.

PRZYKŁADY

Znajdź kwotę o 30% mniejszą niż 45 zł.

10% z 45 zł to 4,50 zł, więc 30% z 45 to 13,50 zł $\leftarrow 3 \cdot 4,50$

$$45 - 13,50 = 31,50$$

Odp. O 30% mniej niż 45 zł to 31,50 zł.

Znajdź kwotę o 10% większą niż 360 zł.

10% z 360 zł to 36 zł

$$360 + 36 = 396$$

Odp. O 10% więcej niż 360 zł to 396 zł.

ZADANIA

1. Oblicz nowe ceny towarów.

OBNIŽKA CEN O 10%



OBNIŽKA CEN O 20%



2. Dla każdej z liczb: 20, 60, 150, 300 znajdź liczbę:

- a) o 10% większą,
- b) o 20% mniejszą,
- c) o 50% mniejszą,
- d) o 25% większą.

3. W klasie VIa jest 25 uczniów, w klasie VIb jest o 20% uczniów więcej niż w klasie VIa. Ilu uczniów jest w klasie VIb?

4. Sweter kosztuje 80 zł. Co jest korzystniejsze dla kupującego: obniżka ceny o 30% czy obniżka o 25 zł?

5. Pan Wesoły zarabiał 3200 zł, a pan Markotny o 200 zł mniej. Pan Wesoły otrzymał 20% podwyżki, a pan Markotny 30%. Który z panów zarabia teraz więcej?

6. Przyjrzyj się rysunkowi. Czy klientka kupująca płaszcz ma rację?



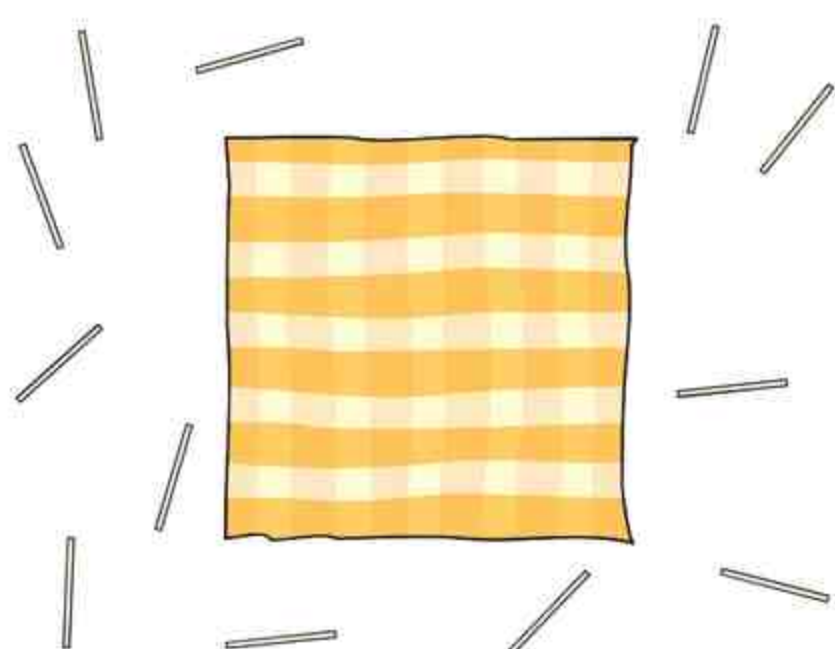
7. Rower kosztował zimą 800 zł. Wiosną jego cena wzrosła o 10%, a jesienią obniżono jego cenę także o 10%. Ile kosztował rower jesienią?

8. Wczoraj wartość akcji firmy Plama wzrosła o 20%, a dzisiaj o 20% się zmniejszyła. Czy dzisiaj te akcje są tańsze, czy droższe niż przedwczoraj?

Pan Jan kupił na giełdzie 1000 akcji firmy Impet po 6,50 zł oraz 500 akcji firmy Naprzód po 11 zł. Po miesiącu wartość akcji Impetu spadła o 10%, a firmy Naprzód wzrosła o 10%. Czy pan Jan zyskał czy stracił, kupując te akcje? Ile złotych?

Obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent*

Wiesz już, jak obliczać w pamięci niektóre procenty danych liczb. Czasem nietrudno też obliczyć liczbę, gdy znamy jej pewien procent.



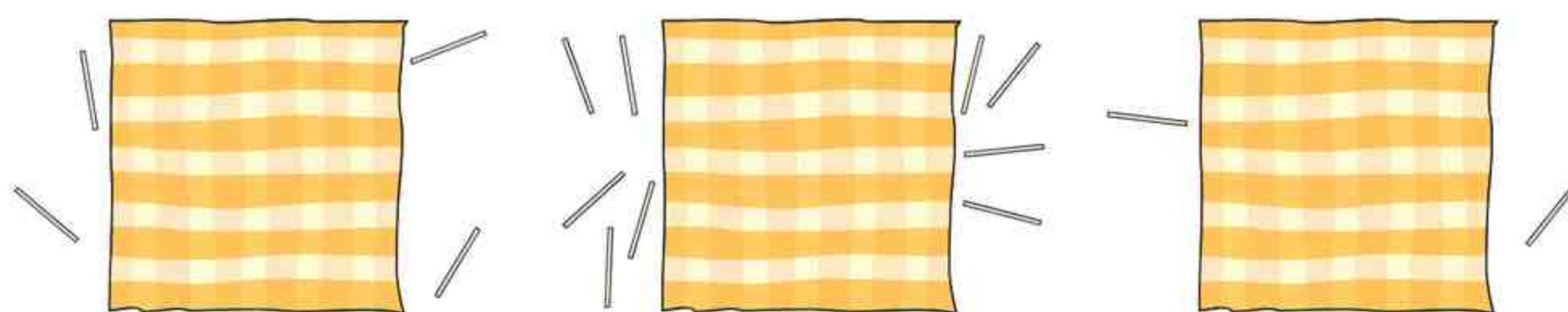
Asia rozsypała na stole patyczki. Część z nich przykryła i powiedziała do Eli:

— Tu widać 50% patyczków. Ile patyczków rozsypałam?

— Widzę 12 patyczków, a 50% to połowa, czyli wszystkich patyczków jest 24.

— odpowiedziała Ela.

ĆWICZENIE. Oto kolejne zagadki Asi. Ustal, ile za każdym razem patyczków rozsypała Asia.



Widać 25% patyczków. Widać 10% patyczków. Widać 1% patyczków.

Pamiętając, że 50% to połowa, 20% to jedna piąta, 25% to jedna czwarta itd., możemy ustalać liczbę na podstawie danego jej procentu.

PRZYKŁADY

Jeśli 50% pewnej kwoty wynosi 42 zł, to cała kwota wynosi 84 zł.

↑
połowa

↑
 $2 \cdot 42$

Jeśli 10% pewnej pojemności wynosi 7 ml, to cała pojemność wynosi 70 ml.

↑
jedna dziesiąta

↑
 $10 \cdot 7$

Jeśli 25% pewnej powierzchni wynosi 30 a, to cała powierzchnia wynosi 120 a.

↑
jedna czwarta

↑
 $4 \cdot 30$

ZADANIA

1. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami.

- a) 50% liczby to 17 d) 10% masy kg to 23 kg
b) 50% kwoty to 3,50 zł e) 20% liczby to 24
c) 25% kwoty zł to 6,50 zł f) 1% liczby to 0,5

2. Odpowiedz na pytania. Obliczenia wykonuj w pamięci.

- a) 50% ceny biletu to 32 zł. Ile kosztuje bilet?
b) Przy zakupie komputera na raty trzeba najpierw zapłacić 25% jego ceny, czyli 800 zł. Ile kosztuje ten komputer?
c) W wyborach na przewodniczącego samorządu szkolnego Piotrek zdobył 25% głosów. Głosowało na niego 7 osób. Ile osób wzięło udział w głosowaniu?
d) 10% opłaty za przejazd to 2 zł. Ile trzeba zapłacić za przejazd?
e) 1% kwoty w skarbonce to 7 zł. Ile złotych jest w skarbonce?
f) 200% pewnego zaplanowanego wydatku to 3000 zł. Jaki wydatek zaplanowano?
g) Na pytanie „Czy delfin to ryba?” 25% pytanych, czyli 30 osób, odpowiedziało „nie”. Ilu osobom zadano to pytanie?

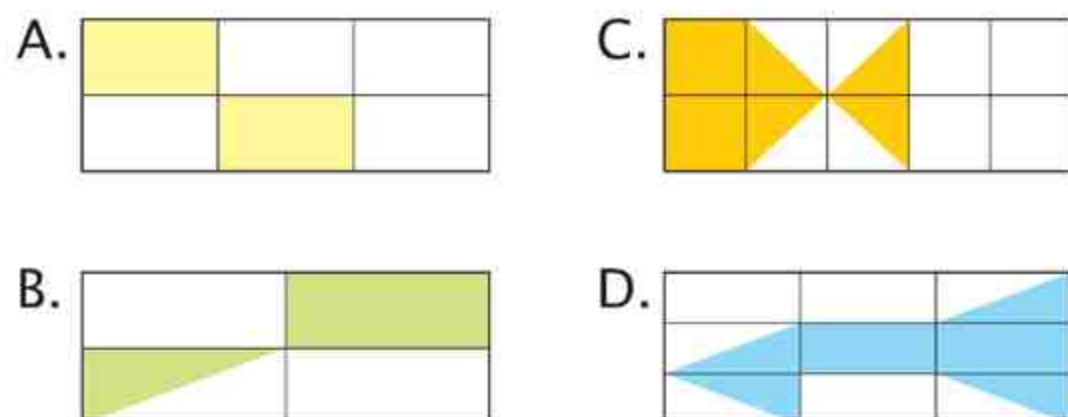
3. Masa pustego kontenera to 3 t, co stanowi 25% masy kontenera z towarem. Ile waży towar?

4. W klubie sportowym Tęcza jest 15 dziewcząt, a chłopcy stanowią 80% członków klubu. Ile dzieci należy do klubu Tęcza?



W pewnej grupie 50% osób stanowią dziewczęta. 50% dziewcząt ma imię zaczynające się na literę A, zaś 50% z nich to Agnieszki. W grupie są 3 dziewczęta o tym imieniu. Ile razem osób jest w tej grupie?

1. Na którym rysunku zamalowano 40% powierzchni prostokąta?



2. Sweter kosztował 50 zł, a czapka 20 zł, ale obniżono ich ceny o 10%.

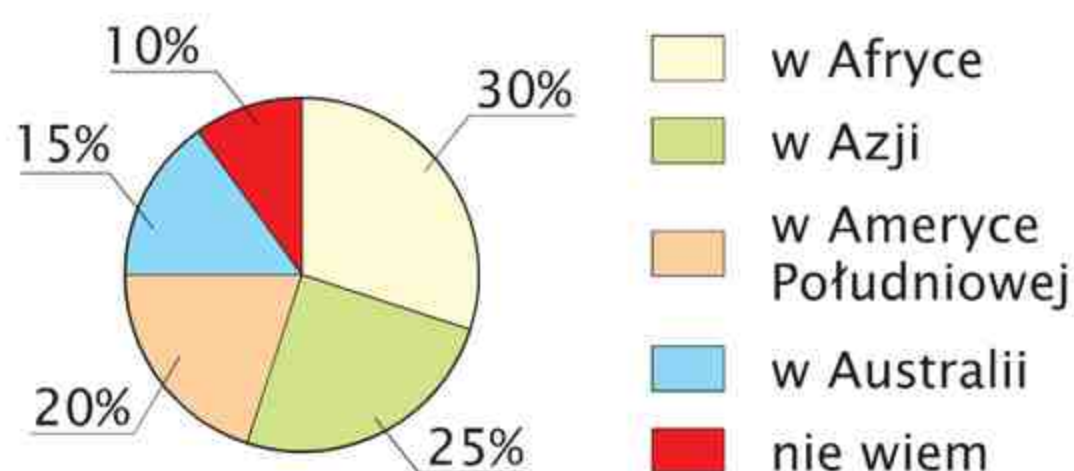
Ile kosztuje sweter po obniżce?

- A. 40 zł
B. 45 zł

O ile złotych po obniżkach czapka jest tańsza od swetra?

- C. o 27 zł
D. o 30 zł

3. W pewnym teście zadano pytanie: „Na jakim kontynencie żyją tygrysy w naturalnych warunkach?”. Wyniki testu przedstawiono na diagramie. Tylko 30 uczniów, czyli 25% badanych, udzieliło poprawnej odpowiedzi. Oceń prawdziwość zdań.



① Test przeprowadzono wśród 120 uczniów.

PRAWDA / FAŁSZ

② 90 uczniów odpowiedziało, że nie wie, na jakim kontynencie tygrysy żyją w naturalnych warunkach.

PRAWDA / FAŁSZ

4. W USA mieszka około 2,8 mln Indian, z czego około 10% to Indianie ze szczepu Czirokezów. Ilu Czirokezów mieszka w USA?

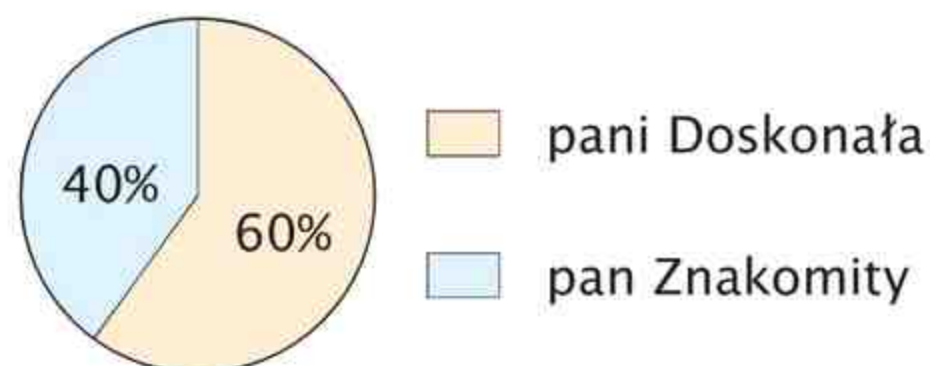
- A. około 30 tys.
B. około 300 tys.
C. około 10 tys.
D. około 100 tys.

5. Jeśli w butelce z sokiem została jeszcze $\frac{1}{5}$ zawartości, to ile procent soku z tej butelki już wypito?

6. Do naczynia wsypano 240 g cukierków owocowych i 60 g czekoladowych. Ile procent wszystkich cukierków stanowią cukierki czekoladowe?

7. Urodzinowy tort Amelki ważył 2 kg. Na przyjęciu zjedzono połowę tortu. Dorośli zjedli tylko 20 dag. Jaką część całego tortu zjadły dzieci?

8. W wyborach na przewodniczącego pewnego zgromadzenia było dwoje kandydatów: pan Znakomity i pani Doskonała. Wyniki wyborów przedstawiono na diagramie. Głosowało 200 osób. O ile głosów więcej niż pan Znakomity otrzymała pani Doskonała?



9. Zorganizowanie festynu kosztowało 400 zł. Na kolorowy papier i serpentyny wydano 10% tej kwoty, a na balony 20%. Resztę wydano na nagrody w konkursach. Ile kosztowały nagrody? Zapisz potrzebne obliczenia i odpowiedź.

11

Nieco zagniewany nauczyciel, oddając klasówki, rzekł:

— *Mieliście do zrobienia tylko dwa zadania, a na całą waszą dwudziestkę aż 80% rozwiązało źle pierwsze zadanie, a 60% rozwiązało źle drugie zadanie. I nikt z was nie rozwiązał poprawnie obu zadań.*

Jaki procent uczniów tej klasy stanowią ci, którzy źle rozwiązyli oba zadania?

12

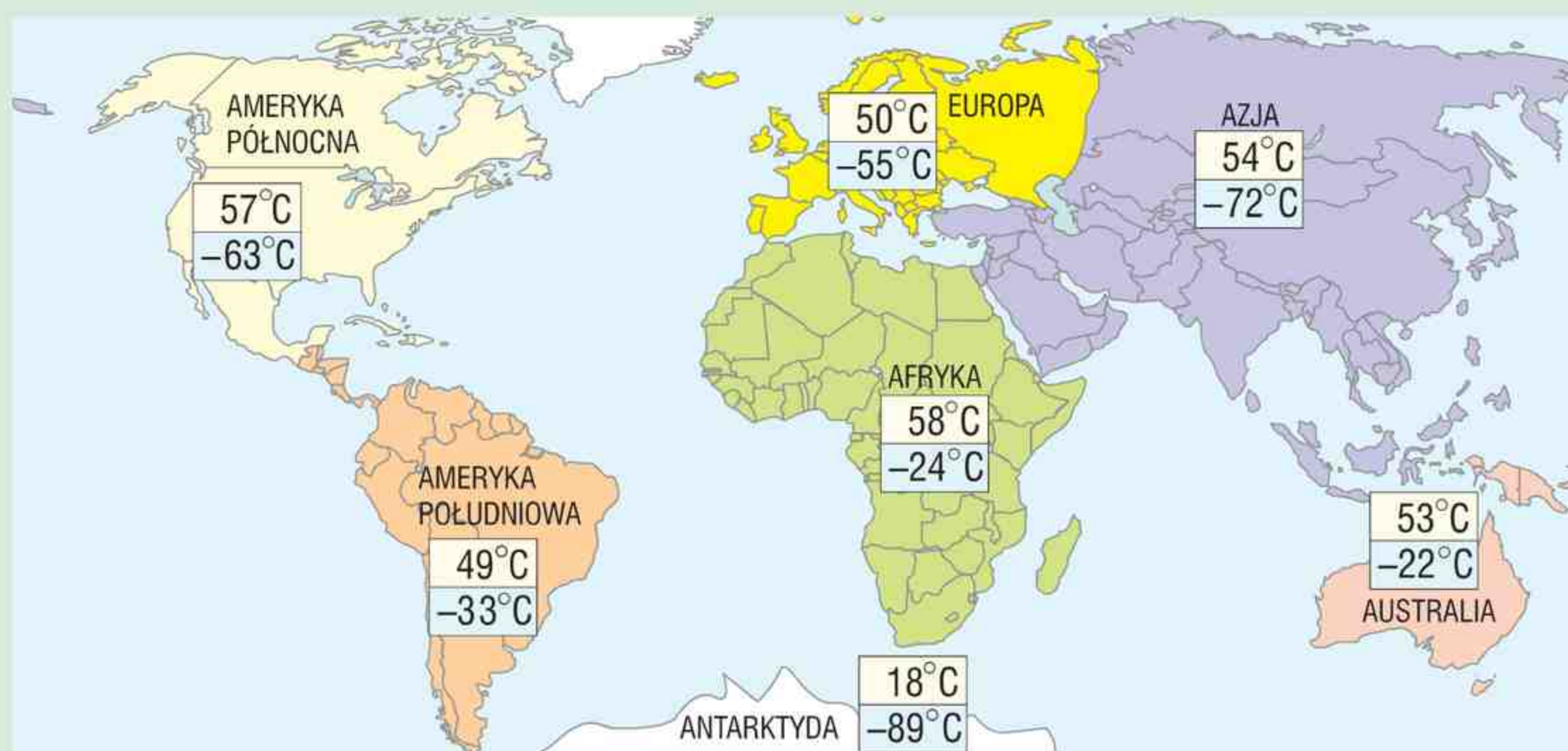
Alex, Bill i Charlie znaleźli skarb, którym postanowili się podzielić po równo. Jednak skarbem tym było 25 jednakowych złotych monet, których nie można było równo rozdzielić między trzy osoby. Głowili się nad tym, wreszcie Alex powiedział:

— *W swoich zbiorach mam jeszcze dwie takie monety. Dołożę je do tego skarbu i wtedy będziemy mieć 27 monet, a to już łatwo podzielić. Potem oddacie mi po jednej monecie, żebym odzyskał te pożyczone, i po sprawie.*

Tak też uczynili. Po powrocie do domów Bill i Charlie zaczęli się jednak zastanawiać, czy podział był sprawiedliwy. A ty jak myślisz?



Liczby dodatnie i liczby ujemne



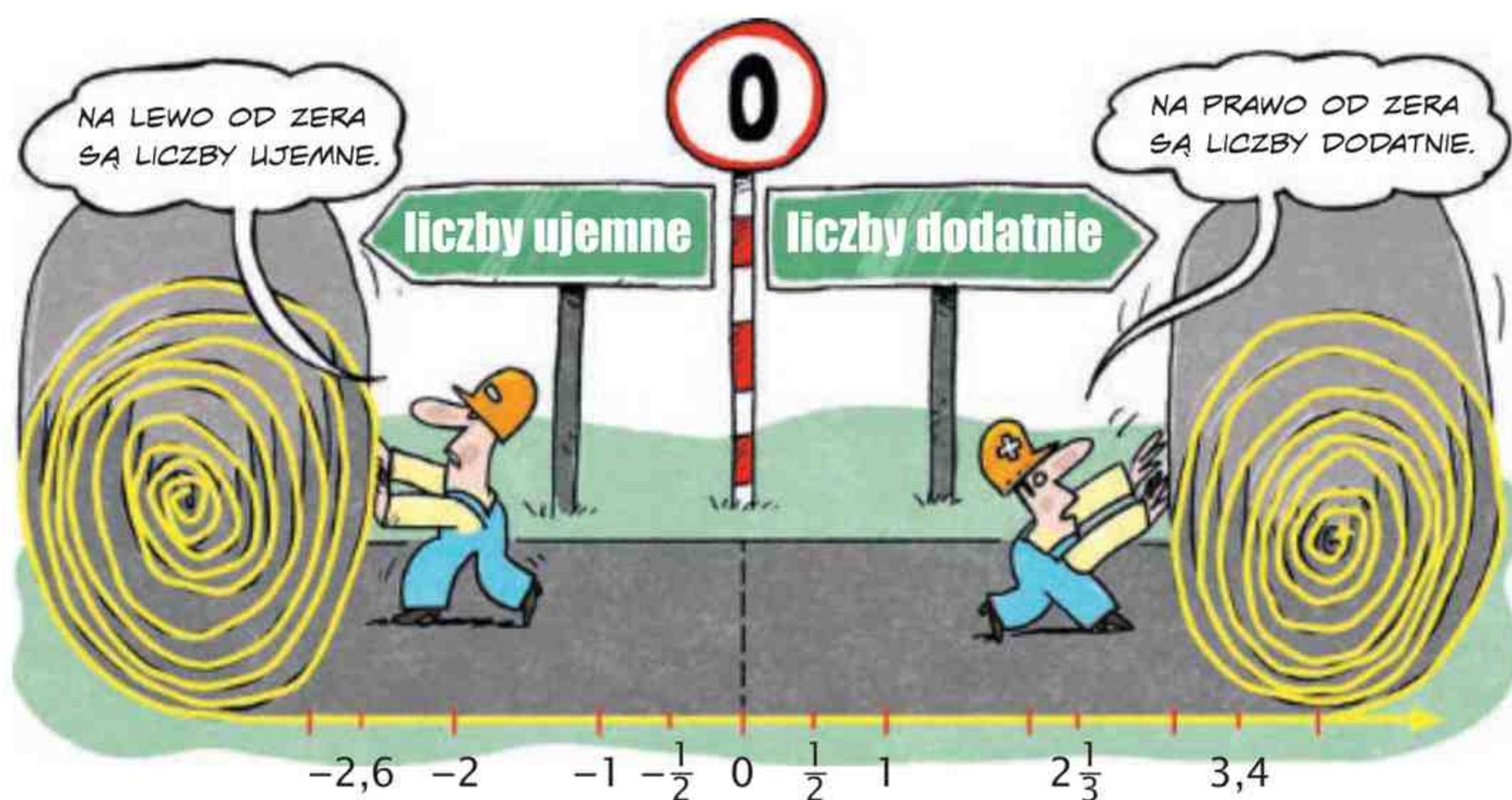
1. Na mapie zapisano najwyższe i najniższe temperatury zanotowane na poszczególnych kontynentach.

- Wymień ujemne temperatury w kolejności od najniższej do najwyższej.
- Na których kontynentach zanotowano temperaturę niższą niż -50°C ?
- Dla każdego kontynentu oblicz różnicę między najwyższą a najniższą temperaturą. Na którym kontynencie ta różnica jest największa?
- O ile stopni różni się minimalna temperatura zanotowana w Azji od minimalnej temperatury w Europie?

2. Ułóż podobne pytania do poniższej tabeli.

Kontynent	Najwyższy punkt względem poziomu morza	Najniższy punkt względem poziomu morza
Azja	8850 m (Mount Everest)	-408 m (Morze Martwe)
Ameryka Pd.	6960 m (Aconcagua)	-105 m (Laguna del Carbón)
Ameryka Pn.	6198 m (McKinley)	-86 m (Dolina Śmierci)
Afryka	5895 m (Kilimandżaro)	-153 m (jezioro Assal)
Antarktyda	4897 m (Vinson Massif)	-2538 m (Rów Bentleya)
Europa	4807 m (Mont Blanc)	-26 m (Morze Kaspjskie)
Australia	2228 m (Góra Kościuszki)	-12 m (jezioro Eyre)

Porównywanie liczb



Przypomnijmy, że liczby ujemne zapisujemy ze znakiem $-$. Przy zapisie liczb dodatnich można używać znaku $+$ lub pomijać ten znak. Na przykład możemy pisać $+7$ albo 7 .

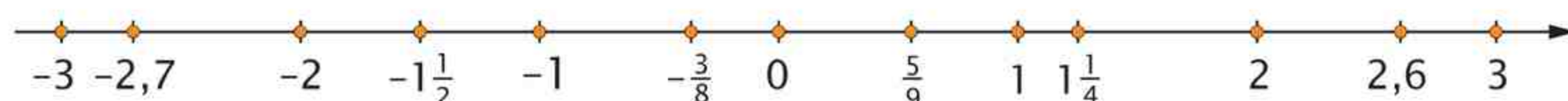
Mówimy, że liczby ujemne mają znak minus, a liczby dodatnie mają znak plus.

Uwaga. Liczba 0 nie jest ani dodatnia, ani ujemna.

Liczby $0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4$ itd. to **liczby całkowite**.

Liczby $0, 1, 2, 3, 4, 5$ itd. to **liczby naturalne**.

Na poniższej osi liczbowej zaznaczono przykłady liczb całkowitych oraz ułamków zwykłych, dziesiętnych i liczb mieszanych. Niektóre z tych liczb są dodatnie, a inne — ujemne.



Jeśli zaznaczymy jakąś liczbę na osi liczbowej, to na lewo od niej znajdują się liczby od niej mniejsze, a na prawo są liczby od niej większe.

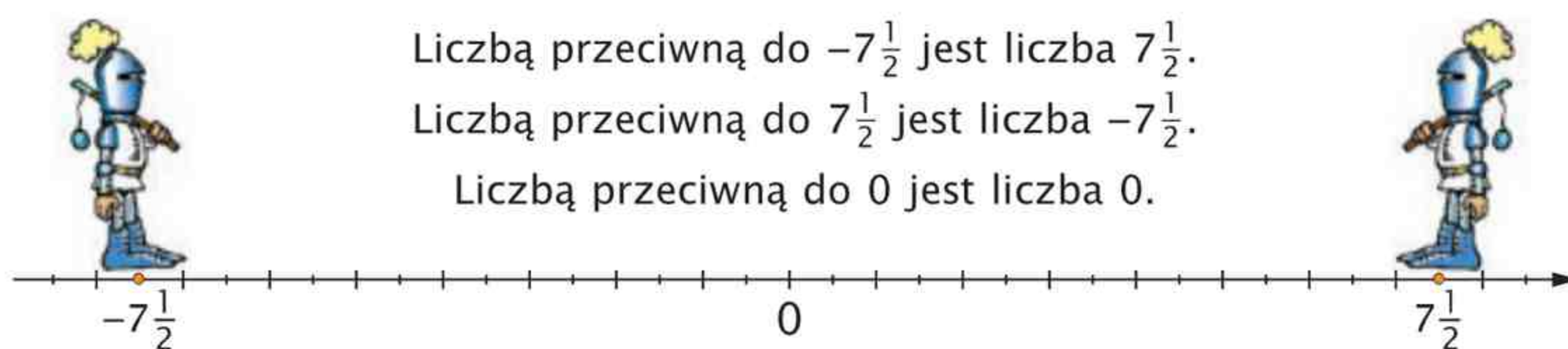


ĆWICZENIE A. Podaj pięć przykładów liczb ujemnych mniejszych od $-1\frac{3}{5}$ i pięć przykładów liczb ujemnych większych od $-1\frac{3}{5}$.

ĆWICZENIE B. Jakim znakiem: $<$ czy $>$ należy zastąpić kółeczka?

-1 ☐ -2 -1 ☐ $-\frac{3}{8}$ $-2,7$ ☐ -2 -3 ☐ -5

Liczby $-7\frac{1}{2}$ i $7\frac{1}{2}$ znajdują się na osi liczbowej w tej samej odległości od zera, po przeciwnych jego stronach. Takie liczby nazywamy **liczbami przeciwnymi**.



Ciekawostka

W dawnych polskich podręcznikach liczby dodatnie zapisane ze znakiem $+$ oraz liczby ujemne nazywano liczbami względnymi.

Nazwa wzięta się zapewne stąd, że znak $+$ lub $-$, który przypisany jest liczbie, określa jej położenie *względem* zera. W przeciwieństwie do liczb względnych, liczby niemające znaków nazywano liczbami bezwzględnymi. Stąd też pochodzi nazwa wartość bezwzględna — jeśli liczbę względną zapiszemy bez znaku, otrzymamy jej wartość bezwzględną.

O liczbach przeciwnych możemy powiedzieć, że mają przeciwne znaki, ale taką samą wartość bezwzględną, czyli odległość od zera.

Bezwzględna wartość liczby to jej odległość od zera na osi liczbowej.

Bezwzględna wartość liczby $-7\frac{1}{2}$ to $7\frac{1}{2}$.

Bezwzględna wartość liczby $7\frac{1}{2}$ to $7\frac{1}{2}$.

Możemy zapisać to tak:

$$|-7\frac{1}{2}| = 7\frac{1}{2}$$

czytamy:
bezwzględna
wartość liczby $-7\frac{1}{2}$

$$|7\frac{1}{2}| = 7\frac{1}{2}$$

czytamy:
bezwzględna
wartość liczby $7\frac{1}{2}$

Bezwzględna wartość liczby nieujemnej jest więc równa tej liczbie.

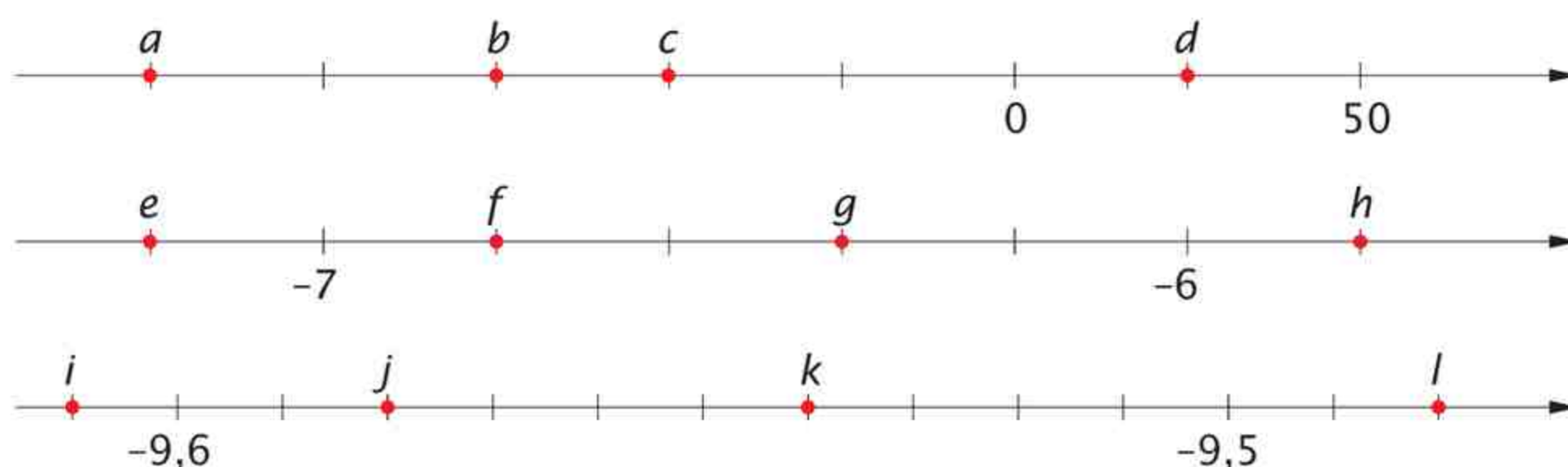
Bezwzględna wartość liczby ujemnej to liczba do niej przeciwna.

ĆWICZENIE C. Wskaż najmniejszą i największą z liczb:

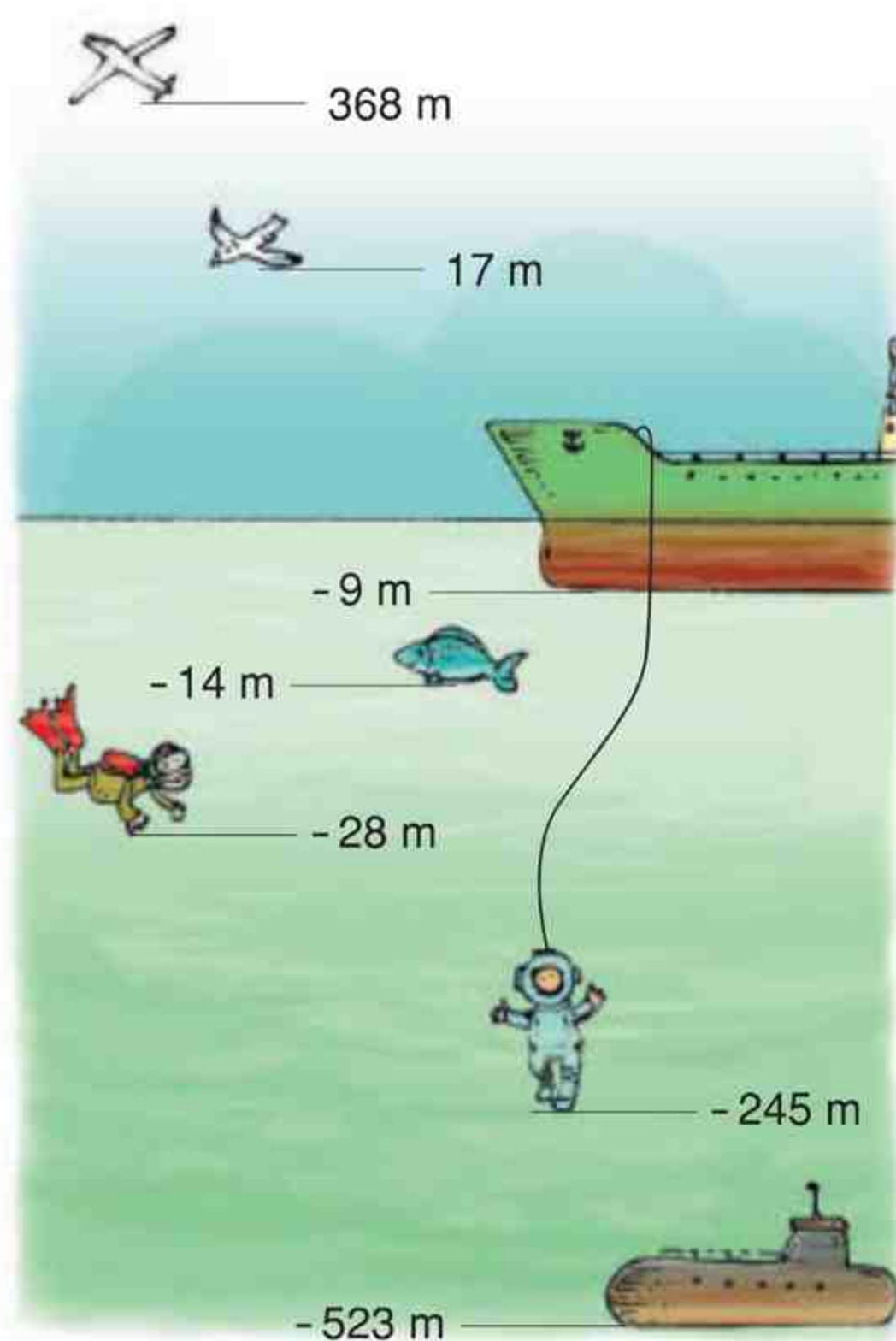
$|-5,5|$ $|0|$ $|-3|$ $|4,5|$ $|5|$ $|2\frac{3}{4}|$

ZADANIA

1. Odczytaj, jakie liczby zaznaczono na osiach liczbowych.



2. Liczby: $-\frac{7}{5}$, $-3\frac{3}{4}$, $-1\frac{1}{2}$, $-1,2$, $-3,7$, $-2,7$, $-\frac{17}{6}$ oraz $-\frac{7}{4}$ zaznaczono na osi liczbowej. Dopasuj te liczby do odpowiednich liter.



3. Liczby na rysunku oznaczają położenie względem poziomu morza. Oblicz, jaka jest różnica położenia:

- między nurkiem a płetwonurkiem,
- między łodzią podwodną a dnem statku,
- między mewą a rybą,
- między szybowcem a łodzią podwodną.

4. Które z liczb: $-2,5$, $0,7$, $-0,3$, 0 , -1 , $-\frac{3}{8}$, $-\frac{1}{3}$ są:

- większe od -1 ,
- mniejsze od -2 ,
- większe od $-\frac{1}{2}$,
- większe od $-1\frac{3}{4}$ i jednocześnie mniejsze od $0,25$?

5. a) Podaj trzy liczby większe od $-3\frac{1}{5}$ i zarazem mniejsze od $-2,1$.
 b) Ile jest liczb całkowitych większych od $-15\frac{1}{5}$ i mniejszych od $1\frac{1}{4}$?
 c) Wyobraź sobie, że na osi liczbowej zaznaczono wszystkie różne od zera liczby całkowite większe od $-150\frac{1}{2}$ i mniejsze od 130 . Ile par liczb przeciwnych zaznaczono w ten sposób?

6. Gdy w twojej miejscowości wschodzi słońce, to w miejscowościach leżących na zachód jest jeszcze ciemno (słońce wszędzie tam później). Poniżej podano, o ile minut różni się czas wschodu słońca w kilku miastach od czasu wschodu słońca w Warszawie.

Białystok	-9	Poznań	+16
Gdańsk	+10	Przemyśl	-7
Hajnówka	-10	Rzeszów	-4
Hrubieszów	-12	Suwałki	-8
Kraków	+4	Szczecin	+26
Lublin	-6	Warszawa	0
Łódź	+6	Wrocław	+16

Liczba +26 oznacza, że słońce wschodzi o 26 minut później niż w Warszawie. Liczba -4 oznacza, że słońce wzeszło 4 minuty wcześniej.

a) O której godzinie słońce wschodzi w Poznaniu, a o której w Przemyślu, gdy w Warszawie wschodzi o 6⁰⁰?

b) Przypuśćmy, że słońce właśnie wschodzi w Łodzi. Za ile minut wszędzie słońce w Szczecinie? Ile minut temu wzeszło słońce w Rzeszowie?

c) Które z wymienionych miast położone są bardziej na wschód niż Warszawa, a które — bardziej na wschód niż Suwałki?

7. a) Oblicz.

$$\left| -1\frac{3}{4} \right| \quad |0,7| \quad |-2| \quad -|-3| \quad \left| -8\frac{3}{11} \right| \quad -|-16|$$

b) Która z poniższych liczb jest największa, a która najmniejsza?

$$-|0,67| \quad \left| -\frac{2}{3} \right| \quad -\left| -\frac{3}{4} \right| \quad |0,6| \quad \left| -\frac{3}{5} \right|$$



Stawiamy pionki na polu z liczbą 0, a następnie kolejno rzucamy kostką do gry. Pionek przesuwamy o tyle pól, ile oczek wskaże kostka, ale:

- gdy wypadnie liczba parzysta, przesuwamy pionek zgodnie z ruchem wskazówek zegara,
- gdy wypadnie liczba nieparzysta, przesuwamy pionek w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara.

Wygrywa gracz, który pierwszy dotrze do pola z liczbą 12 lub do pola z liczbą -12.



90-92 / 260

Zapoznaj się z regułami gry „Plus albo minus”.

a) Po ilu ruchach pionek może najwcześniej stanąć na polu z liczbą 2, po ilu — na polu z liczbą -2, a po ilu na polu z liczbą -12?

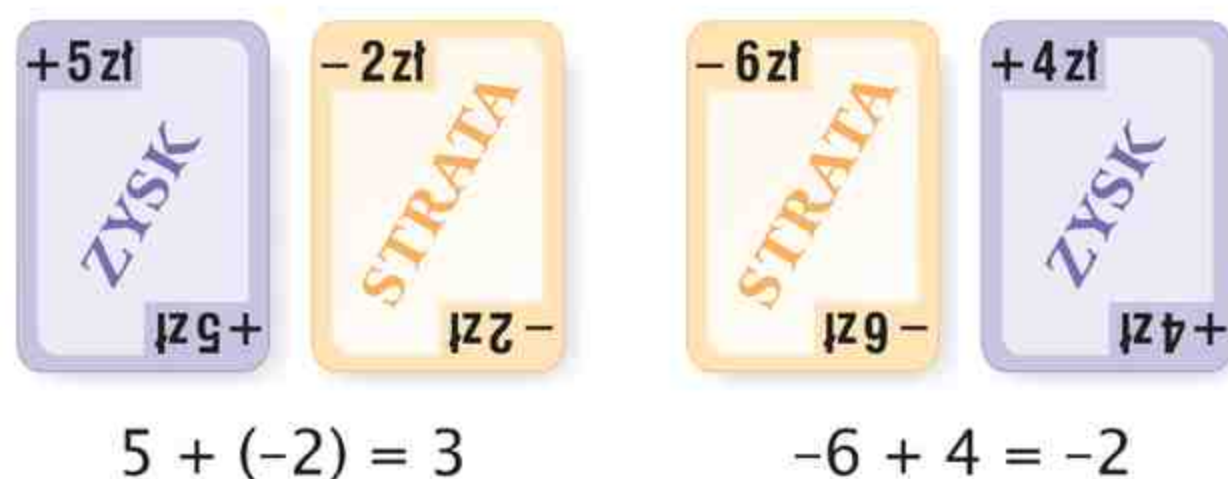
b) Pionek stoi na polu z liczbą -7. Grający tym pionkiem rzucał kostką już trzy razy. Jakie liczby oczek mogły wypaść na kostce w tych trzech rzutach?

c) Na których polach może stanąć pionek po dwóch rzutach?

Dodawanie i odejmowanie

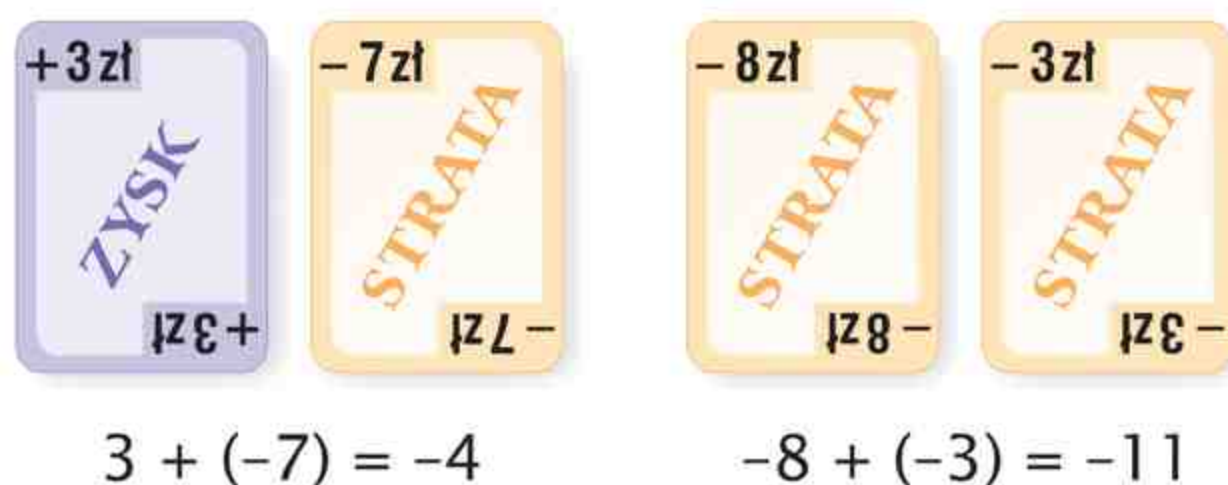
Wyobraź sobie grę, w której występują dwa rodzaje kart. Karta *zysk* o wartości dodatniej i karta *strata* o wartości ujemnej. Losujemy dwie karty i dodajemy ich wartości (zysk 1 zł i strata -1 zł to razem 0 zł).

Karta zysk o wartości 5 zł i karta strata o wartości -2 zł to razem 3 zł. Karty 3 zł i -7 zł to razem -4 zł. W podobny sposób ustalamy wynik dodawania dwóch dowolnych liczb.



PRZYKŁADY

$$\begin{aligned} (-5) + 2 &= -3 \\ 4 + (-2,5) &= 1,5 \\ -7,3 + (-5) &= -12,3 \\ 3\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) &= 2\frac{2}{3} \end{aligned}$$



ĆWICZENIE A. Przyjrzyj się działaniom zapisanym obok. Co można zauważyć? Jak myślisz — jakimi liczbami należałoby zastąpić kwadraciki?

Po rozwiązaniu ćwiczenia A można zauważyć na przykład, że zachodzą następujące równości:

$$\begin{aligned} 5 - 3 &= 5 + (-3) \\ 5 - 2 &= 5 + (-2) \\ 5 - (-1) &= 5 + 1 \\ 5 - (-3) &= 5 + 3 \end{aligned}$$

Zatem odejmowanie liczby zastąpiliśmy dodawaniem liczby do niej przeciwnej.

Pokażemy teraz (za pomocą kart), że podobnie możemy postępować, gdy odejmujemy jakąś liczbę od liczby ujemnej.

$$5 - 5 = 0 \qquad 5 + (-5) = 0$$

$$5 - 4 = 1 \qquad 5 + (-4) = 1$$

$$5 - 3 = 2 \qquad 5 + (-3) = 2$$

$$5 - 2 = 3 \qquad 5 + (-2) = 3$$

$$5 - 1 = 4 \qquad 5 + (-1) = 4$$

$$5 - 0 = 5 \qquad 5 + 0 = 5$$

$$5 - (-1) = \square \qquad 5 + 1 = 6$$

$$5 - (-2) = \square \qquad 5 + 2 = 7$$

$$5 - (-3) = \square \qquad 5 + 3 = 8$$

$$5 - (-4) = \square \qquad 5 + 4 = 9$$

$$5 - (-5) = \square \qquad 5 + 5 = 10$$

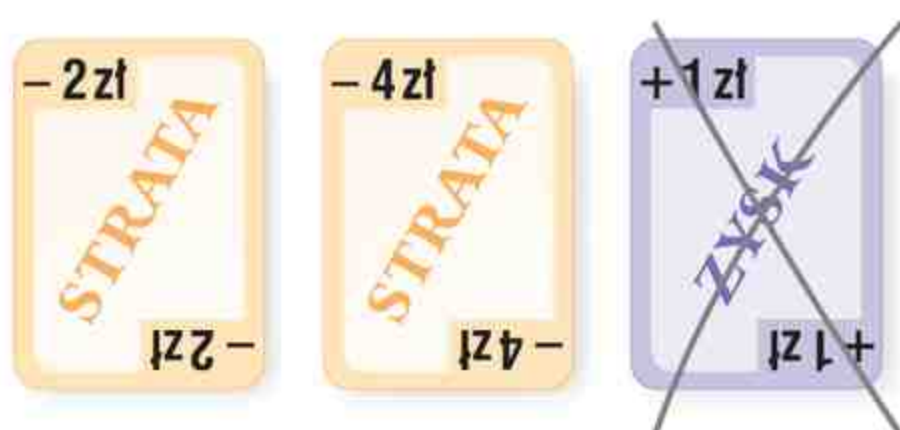
Przypuśćmy, że wybieramy trzy karty, ustalamy ich łączną wartość, a następnie zabieramy jedną z kart. Zabieranie karty to jak odejmowanie liczby zapisanej na tej karcie.



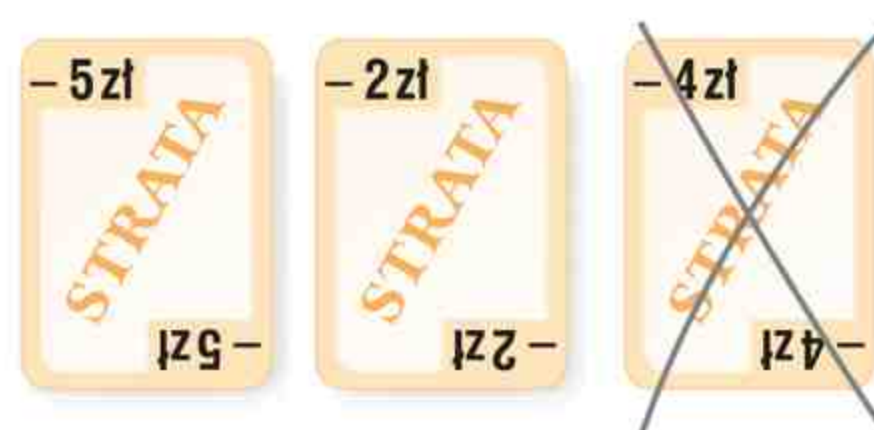
Łączna wartość to -5 .



Łączna wartość to -11 .



Łączna wartość (po zabraniu karty o wartości 1) to -6 .



Łączna wartość (po zabraniu karty o wartości -4) to -7 .

Zabieranie karty o wartości 1 to jak odejmowanie liczby 1. Zatem:

$$-5 - 1 = -6$$

Zauważ, że jeśli zamiast odejmować 1 dodamy -1 , to otrzymamy ten sam wynik.

$$(-5) + (-1) = -6$$

Zabieranie karty o wartości -4 to jak odejmowanie liczby -4 . Zatem:

$$-11 - (-4) = -7$$

Zauważ, że jeśli zamiast odejmować -4 dodamy 4, to otrzymamy ten sam wynik.

$$-11 + 4 = -7$$

Wobec tego zamiast od jednej liczby odejmować drugą liczbę, możemy do pierwszej liczby dodać liczbę przeciwną do drugiej liczby.

PRZYKŁADY

$$5 - (-7) = 5 + 7 = 12$$

$$-2\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -2\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -2\frac{1}{4}$$

$$-19 - (-4) = -19 + 4 = -15$$

$$-3,2 - 1,6 = -3,2 + (-1,6) = -4,8$$

ĆWICZENIE B. Podaj wyniki działań.

a) $8\frac{1}{2} + 6$

c) $8\frac{1}{2} - 6$

e) $6 + 8\frac{1}{2}$

g) $6 - 8\frac{1}{2}$

b) $8\frac{1}{2} + (-6)$

d) $8\frac{1}{2} - (-6)$

f) $6 + \left(-8\frac{1}{2}\right)$

h) $6 - \left(-8\frac{1}{2}\right)$

ZADANIA

1. a) Do każdej z poniższych liczb dodaj 30, a następnie do każdej z poniższych liczb dodaj -30 .

-50 -90 -30 -10 -15 -112 -61

b) Od każdej z poniższych liczb odejmij 50, a następnie od każdej z poniższych liczb odejmij -50 .

6 12 0 -30 -15 -110 -320

2. Oblicz.

a) $18 + (-21)$

g) $-6 + 0,5$

m) $-5,4 - (-12)$

b) $24 + (-51)$

h) $10 + (-2,5)$

n) $28 - 70\frac{1}{3}$

c) $27 - (-9)$

i) $0,1 - 1$

o) $-17\frac{1}{4} + 15$

d) $-60 - (-17)$

j) $-8 - 2,5$

p) $-73 + 13,3$

e) $-7 + (-2)$

k) $-3\frac{1}{3} - (-3)$

q) $-48\frac{1}{7} - (-13)$

f) $-29 + (-28)$

l) $-8 - (-1\frac{1}{4})$

r) $-80,8 - (-29)$

3. Oblicz.

a) $-1,7 + 0,9$

b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

c) $3,7 - 4\frac{2}{5}$

$18 + (-20,7)$

$-\frac{7}{12} + \frac{3}{8}$

$-\frac{7}{8} + (-0,7)$

$-2,7 + (-3,6)$

$-3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{2}$

$1,4 - (-1\frac{3}{4})$

$-3,4 - (-1,5)$

$1\frac{1}{6} - (-2\frac{1}{12})$

$-2\frac{1}{6} - (-1,6)$

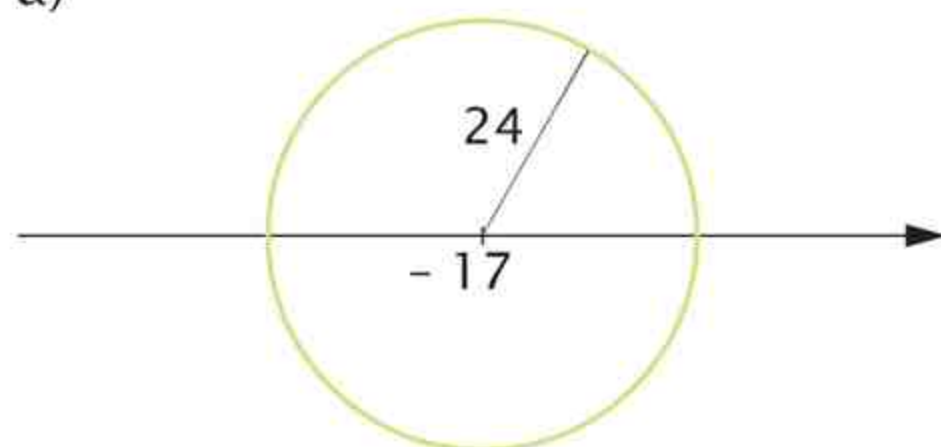
4. Jaką liczbą należy zastąpić kółeczko, a jaką — kwadracik?

a) $21 + \bigcirc = 5$ b) $-15 + \bigcirc = 4$ c) $35 - \bigcirc = 8$ d) $-12 - \bigcirc = 6$

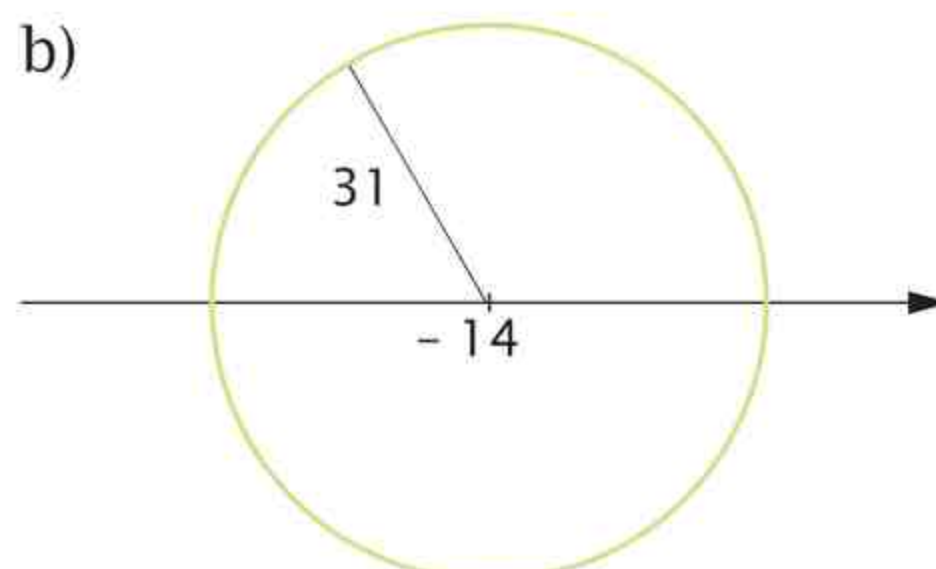
$21 + \square = -5$ $-15 + \square = -4$ $35 - \square = -8$ $-12 - \square = -6$

5. Narysowany okrąg przecina oś w dwóch punktach. Podaj ich współrzędne.

a)



b)



6. Oblicz sumę wszystkich liczb całkowitych:

- a) większych od -5 i mniejszych od 4 ,
- b) ujemnych większych od -8 .

7. Liczbę -1 przedstaw w postaci:

- a) sumy dwóch liczb ujemnych,
- b) różnicy dwóch liczb ujemnych,
- c) sumy dwóch liczb o przeciwnych znakach,
- d) różnicy dwóch liczb o przeciwnych znakach.

8. Oblicz.

a) $6 + (-4) + (-10)$

$-4 - (-9) - 3$

$-16 + 7 - 28$

b) $4,3 - 7,4 + 1,1$

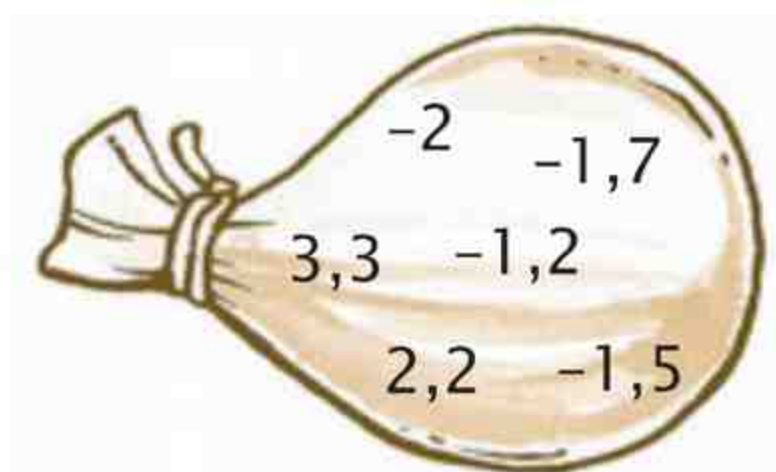
$-6,2 + 1,6 - (-2,3)$

$7,8 - 5,4 - 12,1$

c) $-1\frac{1}{3} - \frac{2}{9} + \frac{1}{6}$

$1\frac{1}{8} - 2\frac{1}{4} - (-\frac{1}{2})$

$-2,1 + \frac{1}{5} - 3$



9. Spośród liczb podanych obok wybierz:

- a) trzy liczby, których suma jest równa -1 ,
- b) dwie liczby, których różnica jest równa 5 ,
- c) dwie liczby, których różnica jest największa.

10. Jakie liczby kryją się pod kleksami?

a) $6,5 + \text{kleks} = -4$

d) $\text{kleks} + 2,3 = -1,7$

g) $1\frac{3}{5} - \text{kleks} = 4\frac{2}{5}$

b) $-3 - \text{kleks} = 7\frac{1}{2}$

e) $\text{kleks} - 4,6 = -5,2$

h) $-3,6 + \text{kleks} = -\frac{4}{25}$

c) $\text{kleks} + 8 = -8,5$

f) $1,9 + \text{kleks} = -2,1$

i) $\text{kleks} - \frac{3}{8} = -7$

11. Jaką największą liczbą całkowitą można zastąpić kwadracik?

a) $-3,5 + \square < 0$

b) $-10,1 - \square > 0$

c) $-1,9 - \square > 0$



Oblicz:

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots - 1498 + 1499 - 1500$

Mnożenie i dzielenie

Pokażemy teraz, jak oblicza się iloczyny i ilorazy liczb dodatnich i ujemnych.

Zacniemy od ustalenia wyniku mnożenia liczby naturalnej przez -1 . Takie mnożenie można zastąpić prostym dodawaniem:

$$2 \cdot (-1) = (-1) + (-1) = -2$$

$$3 \cdot (-1) = (-1) + (-1) + (-1) = -3$$

Iloczyn dwóch liczb nie zmienia się, gdy zmieniamy kolejność czynników. Zatem:

$$(-1) \cdot 2 = 2 \cdot (-1) = -2$$

$$(-1) \cdot 3 = 3 \cdot (-1) = -3$$

Gdy mnożymy liczbę naturalną przez -1 , otrzymujemy liczbę do niej przeciwną. Taka sama zasada obowiązuje, gdy przez -1 mnożymy dowolną liczbę. Wobec tego zachodzi równość:

$$(-1) \cdot (-1) = 1$$

$$(-1) \cdot 9 = -9$$

liczby przeciwne

$$(-1) \cdot (-5) = 5$$

liczby przeciwne

$$\frac{5}{7} \cdot (-1) = -\frac{5}{7}$$

liczby przeciwne

$$(-8) \cdot (-1) = 8$$

liczby przeciwne

Z powyższych rozważań wynikają równości:

$$(-5) \cdot 3 = (-1) \cdot 5 \cdot 3 = (-1) \cdot 15 = -15$$

$$4 \cdot (-2) = 4 \cdot (-1) \cdot 2 = (-1) \cdot 8 = -8$$

$$(-7) \cdot (-4) = (-1) \cdot 7 \cdot (-1) \cdot 4 = (-1) \cdot (-1) \cdot 28 = 28$$

Znak iloczynu liczb zależy od ich znaków. Iloczyn dwóch liczb o jednakowych znakach jest liczbą dodatnią. Iloczyn dwóch liczb o przeciwnych znakach jest liczbą ujemną. Obok zapisano to w symboliczny sposób.

Gdy liczbę 0 mnożymy przez jakąś liczbę, w wyniku otrzymujemy 0, np. $(-5) \cdot 0 = 0$, $0 \cdot (-7) = 0$, $0 \cdot 0 = 0$.

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

PRZYKŁADY

$$2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$-2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

$$-2 \cdot \frac{1}{5} = -\frac{2}{5}$$

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{2}{5}$$

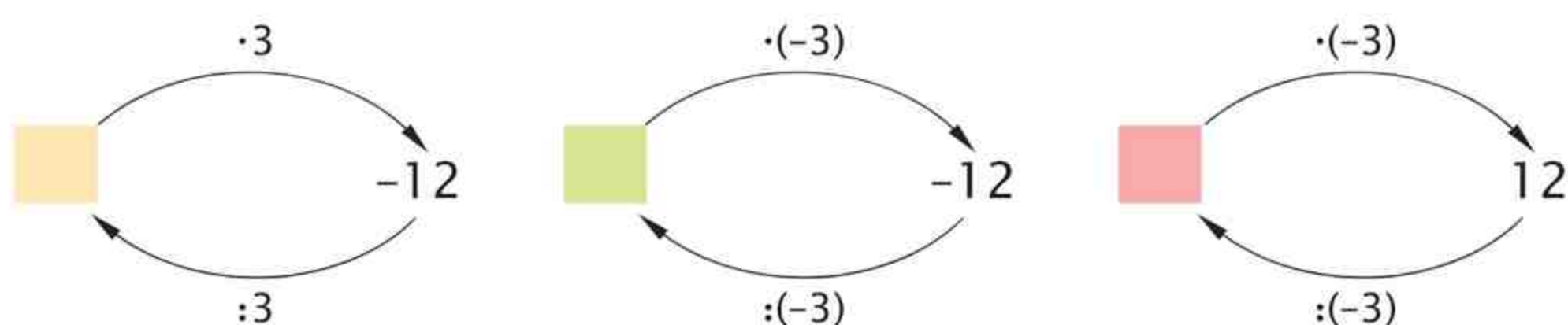
$$3 \cdot 1,2 = 3,6$$

$$-3 \cdot (-1,2) = 3,6$$

$$-3 \cdot 1,2 = -3,6$$

$$3 \cdot (-1,2) = -3,6$$

ĆWICZENIE. a) Jakimi liczbami należy uzupełnić grafy?



b) Korzystając z grafów, oblicz ilorazy:

$$(-12) : 3$$

$$(-12) : (-3)$$

$$12 : (-3)$$

Znak wyniku dzielenia dwóch liczb zależy od znaków dzielnej i dzielnika. Gdy dzielna i dzielnik mają jednakowe znaki, ich iloraz jest liczbą dodatnią. Gdy dzielna i dzielnik mają przeciwne znaki, iloraz jest liczbą ujemną. Obok zapisano to w symboliczny sposób.

Gdy liczbę 0 dzielimy przez jakąś liczbę różną od 0, to w wyniku otrzymujemy 0, np. $0 : (-2) = 0$, $0 : (-3) = 0$.

Pamiętaj, że nie wolno dzielić przez 0.

$\oplus$	:	$\oplus$	=	$\oplus$
$\ominus$	:	$\ominus$	=	$\oplus$
$\oplus$	:	$\ominus$	=	$\ominus$
$\ominus$	:	$\oplus$	=	$\ominus$

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{llll}
 1,6 : 2 = 0,8 & -1,6 : (-2) = 0,8 & -1,6 : 2 = -0,8 & 1,6 : (-2) = -0,8 \\
 5 : \frac{2}{3} = 7\frac{1}{2} & (-5) : \left(-\frac{2}{3}\right) = 7\frac{1}{2} & -5 : \frac{2}{3} = -7\frac{1}{2} & 5 : \left(-\frac{2}{3}\right) = -7\frac{1}{2}
 \end{array}$$

ZADANIA

1. Oblicz (postaraj się liczyć w pamięci).

- | | | | |
|--|---|--|----------------------------------|
| a) $(-3) \cdot 0,2$ | d) $(-9) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ | g) $(-4) : (-8)$ | j) $(-0,1)^2$ |
| b) $6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ | e) $\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{7}{12}$ | h) $3,2 : (-2)$ | k) $(-2)^3$ |
| c) $(-1,3) \cdot (-2)$ | f) $(-12) : 6$ | i) $\left(-\frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4}$ | l) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ |

2. a) Czy iloczyn szesnastu liczb ujemnych jest liczbą dodatnią czy ujemną?

b) Czy iloczyn dwunastu liczb ujemnych i trzynastu dodatnich jest liczbą dodatnią czy ujemną?

c) Czy iloczyn wszystkich liczb całkowitych większych od $-13,5$ i mniejszych $-5,5$ jest liczbą dodatnią czy ujemną?

3. Oblicz.

- | | | |
|--|------------------------------------|-------------------------------|
| a) $(-100) \cdot \frac{8}{25}$ | f) $(-3,6) \cdot \frac{4}{9}$ | k) $(-2\frac{2}{3}) : 1,2$ |
| b) $1\frac{2}{3} \cdot (-\frac{6}{25})$ | g) $(-2,1) \cdot (-4\frac{2}{7})$ | l) $\frac{2}{3} : (-6)$ |
| c) $(-2\frac{2}{5}) \cdot (-3\frac{3}{4})$ | h) $-\frac{7}{8} : (-5,6)$ | m) $(-0,45) : 1\frac{4}{5}$ |
| d) $(-9,45) \cdot 0,28$ | i) $\frac{9}{10} : (-\frac{3}{4})$ | n) $(-2,75) : (-2,2)$ |
| e) $0,04 \cdot (-0,27)$ | j) $(-1\frac{1}{2}) : (-0,06)$ | o) $(-3,5) : (-1\frac{2}{5})$ |

4. Które z liczb a, b, c, d, e, f są ujemne?

$$a = \left(-\frac{3}{7}\right)^5 \quad b = 3\frac{3}{4} \cdot (-0,07)^2 \quad c = \left(-\frac{3}{11}\right) \cdot \left(-\frac{13}{15}\right) \cdot 0 \cdot \left(-\frac{11}{17}\right)$$
$$d = 10 - \left(-\frac{2}{3}\right) \quad e = \frac{\frac{3}{4} \cdot (-5)^4}{-7} \quad f = (-8)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^3$$

5. Ustal, co jest większe:

- suma dwóch liczb ujemnych czy iloczyn tych liczb,
- iloczyn czterech liczb ujemnych czy liczba przeciwna do tego iloczynu,
- iloczyn trzech różnych liczb całkowitych ujemnych czy odwrotność tego iloczynu.

6. Oblicz.

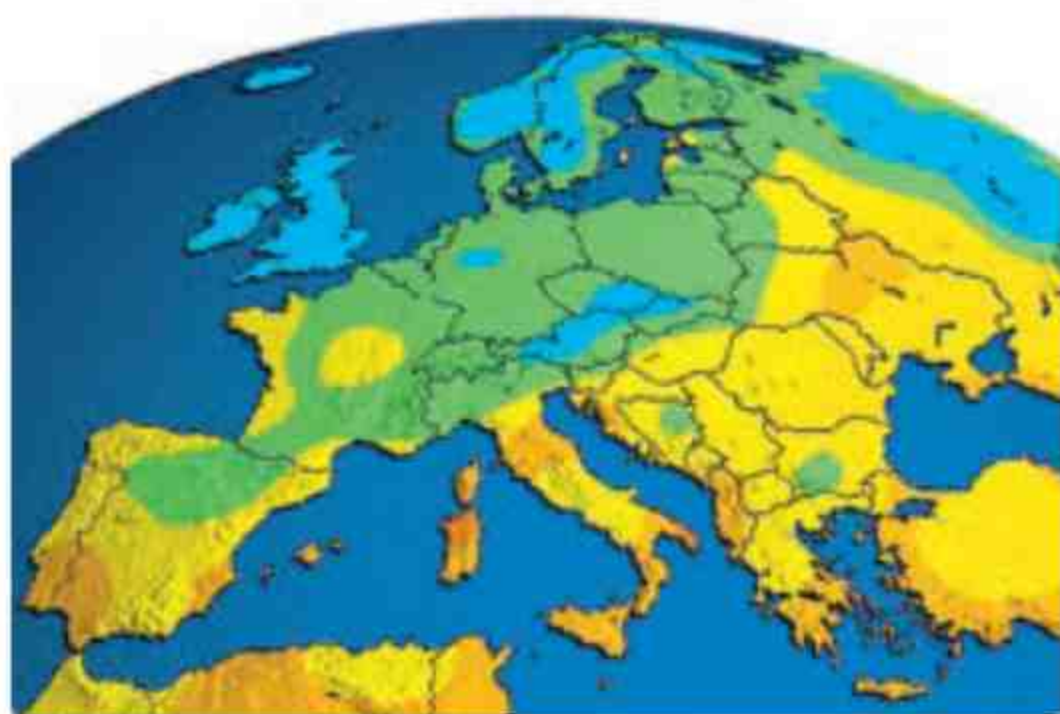
- | | | |
|--------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $-2 - 3 \cdot 5$ | e) $(-15) : 3 - 5 \cdot (-1)$ | i) $\frac{24-36}{4} - 7$ |
| b) $(-8) : 4 - 2$ | f) $3 \cdot (-7) - 7 \cdot (-2)$ | j) $\frac{-9-6}{-3} \cdot (-4)$ |
| c) $12 : (-2) - (-3)$ | g) $6 \cdot (-4) + 5 \cdot (-9)$ | k) $\frac{-9+5 \cdot (-11)}{4} - 1$ |
| d) $(-2)^3 \cdot 3 - 25$ | h) $(-18) : 9 - (-27) : (-1)$ | l) $4 \cdot \frac{-1-3}{-2-3}$ |

7. Czy liczba $(-1) \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot \dots \cdot (-2019)$ jest dodatnia?



98-99 / 261

Dane są trzy liczby. Ich iloczyn jest liczbą ujemną, a suma największej i najmniejszej z nich jest liczbą dodatnią. Ile liczb ujemnych jest wśród trzech danych liczb?



- od -20°C do -10°C
- od -10°C do 0°C
- od 0°C do 10°C
- od 10°C do 20°C

1. Na mapie przedstawiono prognozę pogody. Oceń prawdziwość zdań.

① W Polsce będzie cieplej niż w Wielkiej Brytanii. PRAWDA / FAŁSZ

② W Niemczech temperatury będą wyższe niż na południu Włoch. PRAWDA / FAŁSZ

③ W niektórych rejonach Portugalii temperatury spadną poniżej zera. PRAWDA / FAŁSZ

④ Na północy Europy w niektórych regionach temperatury spadną poniżej -10° . PRAWDA / FAŁSZ

2. Oceń prawdziwość zdań.

① Iloczyn dwóch liczb przeciwnych jest liczbą dodatnią. PRAWDA / FAŁSZ

② Suma dwóch liczb o przeciwnych znakach jest zawsze równa 0. PRAWDA / FAŁSZ

③ Różnica dwóch liczb ujemnych może być liczbą dodatnią. PRAWDA / FAŁSZ

④ Iloraz dwóch liczb ujemnych jest liczbą ujemną. PRAWDA / FAŁSZ

3. Wybierz poprawne odpowiedzi.

Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik w równości $-14 - \square = 3,2$?

- A. $-10,8$ B. $-17,2$

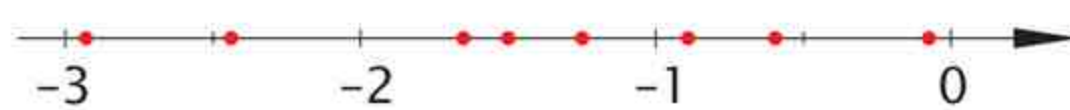
Jaką liczbą należy zastąpić kółeczko w równości $(-2) \cdot (-\bigcirc) = 3\frac{1}{2}$?

- C. $\frac{7}{4}$ D. $-\frac{7}{4}$

4. Która z podanych liczb jest równa kwadratowi liczby $-1\frac{1}{3}$?

- A. $1\frac{1}{9}$ B. $-1\frac{1}{9}$ C. $2\frac{1}{9}$ D. $1\frac{7}{9}$

5. Na osi liczbowej zaznaczono kropkami osiem różnych liczb. Ile wśród nich jest liczb większych od $-2,5$ i jednocześnie mniejszych od $-\frac{3}{4}$?



6. Ile liczb spośród wyników poniższych działań to liczby ujemne?

$$(-3) \cdot \frac{1}{32} \cdot (-1,2) \quad (-1,8)^4 \quad (-12) : (-3,6)$$

$$(-0,7)^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \quad \frac{-1}{(-1,2)^2} \quad (-2) + (-0,8)^2$$

$$(-3,5)^3 \cdot \frac{-0,1}{(-0,7)^2} \quad (-4)^3 - (-5)^3 \quad \frac{0,7^2 - 0,5}{-2}$$

7. Pola przez tydzień notowała każdego dnia o tej samej porze temperaturę powietrza. Oto jej notatki.

PN	WT	ŚR	CZ	PT	SO	N
-3°C	-2°C	0°C	1°C	3°C	-5°C	-8°C

Jaka jest średnia arytmetyczna tych temperatur? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

w krainie łamigłówek

13

Na osi liczbowej w punkcie o współrzędnej 0 ustawiamy pionek. Do przesuwania pionka po osi używamy kostki sześciennej z następującymi liczbami na ścianach: 1, 3, 5, -2, -4, -6. Rzucamy kostką i jeśli wypadnie liczba dodatnia, np. 3, to przesuwamy pionek o 3 jednostki w prawo, a jeśli wypadnie liczba ujemna, np. -4, to przesuwamy go o 4 jednostki w lewo. Wypisz wszystkie współrzędne punktów, w których pionek może stanąć po 3 rzutach kostką.

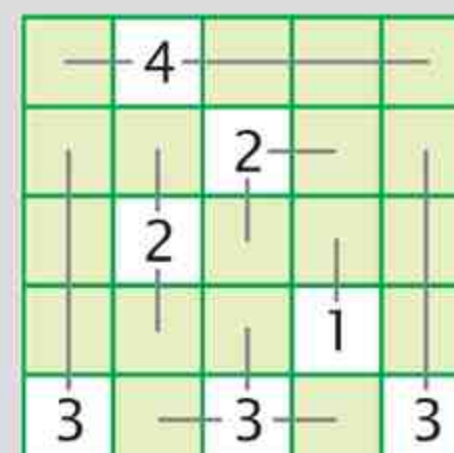


14

Na rysunku obok z każdego pola z cyfrą wychodzi jeden lub kilka odcinków (będziemy je nazywać **wypustkami**). Na przykład z pola z cyfrą 4 wychodzą wypustki przechodzące przez 4 zielone kratki, z każdego pola z cyfrą 3 wypustki przechodzą przez 3 zielone kratki itd.

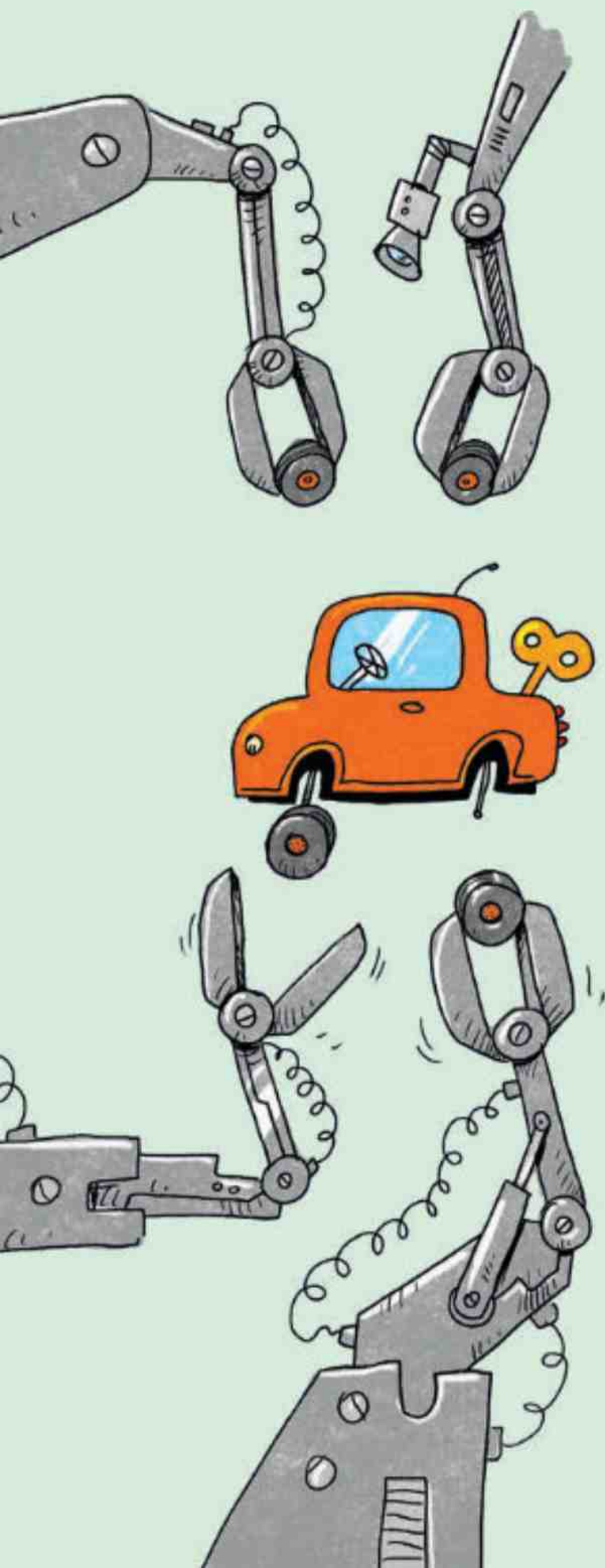
Przy rysowaniu wypustek obowiązują trzy reguły:

1. Wypustki są poziome lub pionowe.
2. Dwie wypustki nie mogą sięgać tej samej zielonej kratki.
3. Do każdej zielonej kratki dochodzi jakaś wypustka.
4. Wypustka nie może przecinać innego pola z cyfrą.



Przerysuj przedstawiony obok diagram do zeszytu i narysuj wypustki spełniające powyższe warunki.

Wyrażenia algebraiczne i równania



Firma Aucik produkuje samochodziki — zabawki. Są one składane z kilku elementów: nadwozia, podwozia i 4 kółek.

- Ile kółek musi wyprodukować Dział Kół, aby Dział Montażu mógł złożyć:

- a) 7 samochodzików,
- b) 150 samochodzików,
- c) n samochodzików?

- Ile waży samochodzik, jeśli:

- a) podwozie waży 20 gramów, nadwozie waży 30 gramów, a kołko waży 5 gramów,
- b) podwozie waży x gramów, nadwozie waży y gramów, a kołko waży z gramów?

- Samochodziki są pakowane do pudełek po 3 sztuki w każdym. Puste pudełko waży 25 gramów. Ile gramów waży pudełko z samochodzikami, jeśli:

- a) każdy samochodzik waży 70 gramów,
- b) każdy samochodzik waży p gramów?

- Hurtownia kupiła od firmy Aucik 100 samochodzików i wszystkie sprzedała. Jaki był zysk hurtowni, jeśli:

- a) samochodziki kupowała po 5 zł, a sprzedawała po 6,50 zł,
- b) samochodziki kupowała po k złotych, a sprzedawała po t złotych?

Zapisywanie wyrażeń algebraicznych

ĆWICZENIE A. Do podanych określeń dopasuj wyrażenia w kółkach.

liczba o 5 większa od 8	liczba 5 razy większa od 8	$5 \cdot 8$	$8 + 5$
liczba o 5 mniejsza od 8	liczba 5 razy mniejsza od 8	$\frac{8}{5}$	$5 : 8$
liczba o 8 mniejsza od 5	liczba 8 razy mniejsza od 5	$8 - 5$	$5 - 8$

ĆWICZENIE B. Liczbę uczniów klas szóstych pewnej szkoły oznaczmy literą x . Odpowiedz na pytania, używając litery x .

W klasach piątych jest o 5 uczniów więcej niż w klasach szóstych. Ilu uczniów jest w klasach piątych?

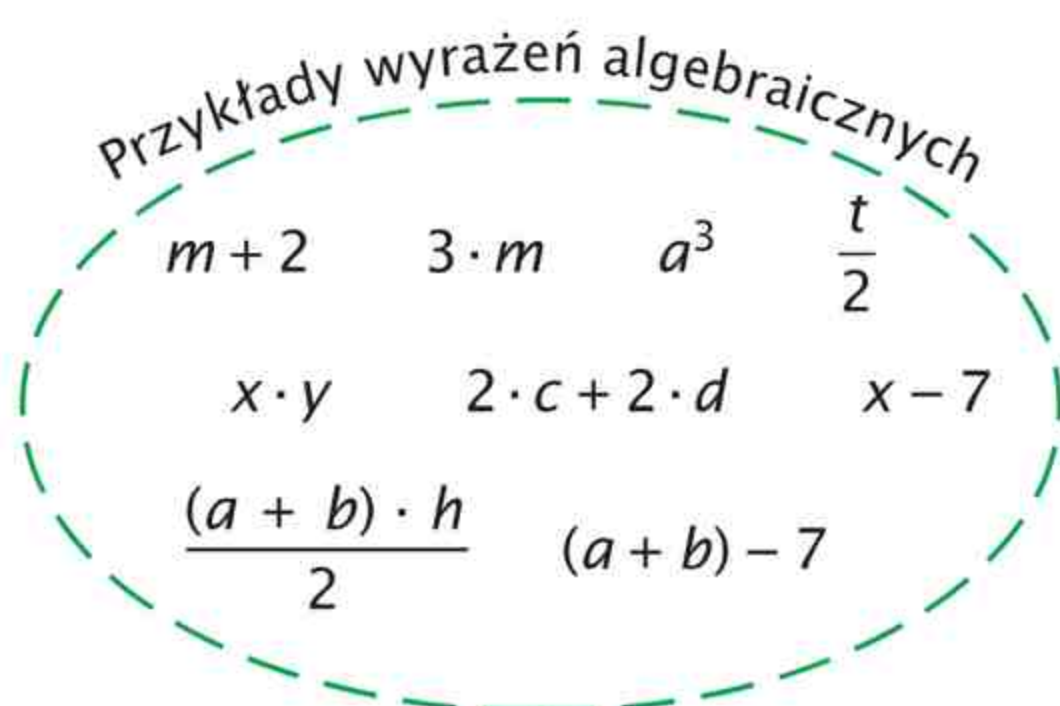
$\frac{1}{3}$ uczniów klas szóstych uczęszcza na kółko matematyczne. Ilu szóstoklasistów uczęszcza na to kółko?

Wszystkich uczniów w szkole jest 7 razy więcej niż uczniów klas szóstych. Ilu uczniów jest w tej szkole?

Liczba nauczycieli jest 5 razy mniejsza niż liczba szóstoklasistów. Ilu nauczycieli jest w tej szkole?

ĆWICZENIE C. Liczbę drzew liściastych w pewnym lesie oznaczmy literą m , a iglastych — literą k . Zapisz odpowiedzi na poniższe pytania.

- Ile jest wszystkich drzew w tym lesie?
- Dęby stanowią $\frac{1}{5}$ drzew liściastych. Ile jest dębów?
- Sosen jest 10 razy mniej niż wszystkich drzew. Ile jest sosen?
- Drzew liściastych jest więcej niż iglastych. O ile więcej?



Odpowiedziami na pytania z ćwiczeń B i C były wyrażenia, w których obok liczb i znaków działań występowały litery. Takie wyrażenia nazywamy **wyrażeniami algebraicznymi**.

Z wyrażeniami algebraicznymi spotkaście się już w geometrii. Służyły one do zapisywania różnych wzorów.

Poniższe przykłady pokazują, jak tworzy się proste wyrażenia algebraiczne.

liczba o 2 większa od m

$$m + 2$$

suma liczb a, b i c

$$a + b + c$$

liczba o 7 mniejsza od x

$$x - 7$$

iloczyn liczb $x + 1$ i 3

$$(x + 1) \cdot 3$$

Zapisując wyrażenia typu $3 \cdot m$, $x \cdot y$, $\frac{a \cdot h}{2}$, $3 \cdot (x + 1)$, możemy pominąć kropkę, czyli znak mnożenia.

Uwaga. Kropki jako znaku mnożenia nie można pominąć, gdy po tej kropce występuje liczba zapisana cyframi, np. $a \cdot 5$, $(x + y) \cdot 7$.

$3m$ oznacza to samo co $3 \cdot m$

xy oznacza to samo co $x \cdot y$

$\frac{ah}{2}$ oznacza to samo co $\frac{a \cdot h}{2}$

$3(x + 1)$ oznacza to samo co $3 \cdot (x + 1)$

ZADANIA

1. Podaj odpowiedzi w postaci wyrażeń arytmetycznych lub algebraicznych.

- a) • Ekwipunek strażaka waży 40 kg. Strażak waży 78 kg. Ile waży strażak z ekwipunkiem?
• Zbroja rycerza waży 30 kg. Rycerz waży x kilogramów. Ile waży rycerz w zbroi?
- b) • Batonik kosztuje 1,50 zł. Ile kosztuje 10 batoników?
• Jedno jajko kosztuje 0,85 zł. Ile złotych kosztuje m jajek?
- c) • Gałka lodów kosztuje 4,20 zł, a wafelek kosztuje 0,50 zł. Ile trzeba zapłacić za 4 gałki lodów w wafelku?
• Jedna róża kosztuje 4 zł, a wstążka kosztuje złotówkę. Ile złotych należy zapłacić za k róż przybranych wstążką?

2. Podaj odpowiedzi w postaci wyrażeń algebraicznych.

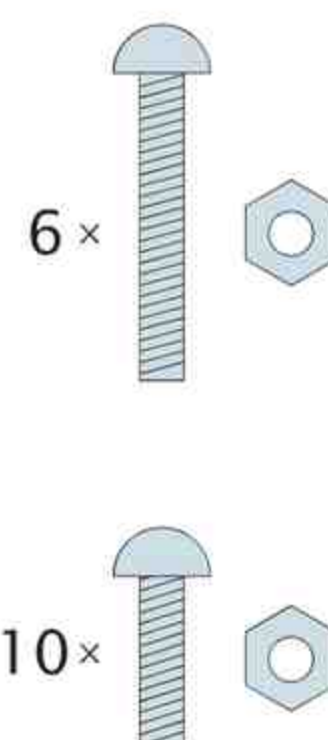
- a) Książka ma n kartek. Ile ma stron?
- b) Jaś jest starszy od Ani o 9 lat. Ania ma y lat. Ile lat ma Jaś?
- c) Beczka z solą waży 130 kg. Pusta beczka waży b kg. Ile waży sól?
- d) Do pudełka, które waży 200 g, wrzucono x ołówków. Każdy ołówek waży 17 g. Ile waży pudełko z ołówkami?

3. Do złożenia pewnej szafy używa się śrub z nakrętkami. Są dwa rodzaje śrub: długie i krótkie. Wszystkie nakrętki są jednakowe. Do jednej szafy potrzeba 6 długich śrub i 10 krótkich. Zapisz odpowiedzi w postaci wyrażeń algebraicznych.

a) Ile długich śrub potrzeba do wykonania 7 szaf, a ile — do wykonania k szaf?

b) Ile nakrętek potrzeba do wykonania 7 szaf, a ile — do wykonania k szaf?

c) Ile łącznie śrub i nakrętek potrzeba do wykonania 7 szaf, a ile — do wykonania k szaf?



4. Zapisz wyrażenia algebraiczne przedstawiające opisane liczby.

a) Liczba o 5 większa od liczby x .

b) Liczba 2 razy większa od liczby a^2 .

c) Liczba o 10 mniejsza od k .

d) Liczba o n mniejsza od liczby 9.

e) Połowa liczby n .

f) Liczba 4 razy mniejsza od liczby n^2 .

5. Zapisz odpowiednie wyrażenia algebraiczne.

a) t tygodni i 3 dni — ile to dni?

b) n lat i 4 miesiące — ile to miesięcy?

c) m godzin i 10 minut — ile to minut?

d) x złotych i 15 groszy — ile to groszy?

e) a kilogramów i 20 gramów — ile to gramów?

f) m kilometrów i 300 metrów — ile to metrów?

6. Kilogram jabłek kosztuje 4 zł, a kilogram gruszek kosztuje 6 zł. Zapisz za pomocą wyrażeń algebraicznych, ile złotych trzeba zapłacić za:

a) x kilogramów jabłek i kilogram gruszek,

b) 5 kilogramów jabłek i y kilogramów gruszek,

c) x kilogramów jabłek i y kilogramów gruszek.



7. Podaj odpowiedź za pomocą wyrażeń algebraicznych.

a) Samochód jedzie z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile kilometrów przejedzie ten samochód w ciągu x godzin?

b) Piechur idzie z prędkością $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile metrów pokona w ciągu t godzin?

c) Pociąg w ciągu minuty pokonuje m kilometrów. Jaką odległość pokona w ciągu n godzin?

8. Przyjmijmy, że m oraz n oznaczają dodatnie liczby naturalne. Zapisz wyrażenia algebraiczne przedstawiające podane liczby.

a) Liczba 4 razy mniejsza od liczby $n + 100$.

b) Liczba 3 razy większa od sumy liczb m i n .

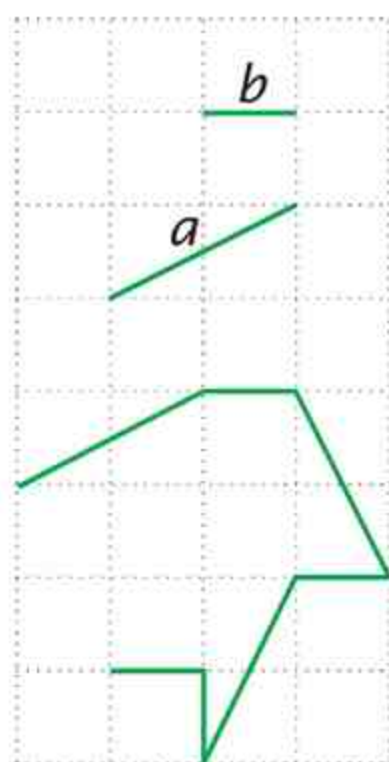
c) Trzy czwarte liczby $m - n$.

d) Połowa liczby $m + n - 6$.

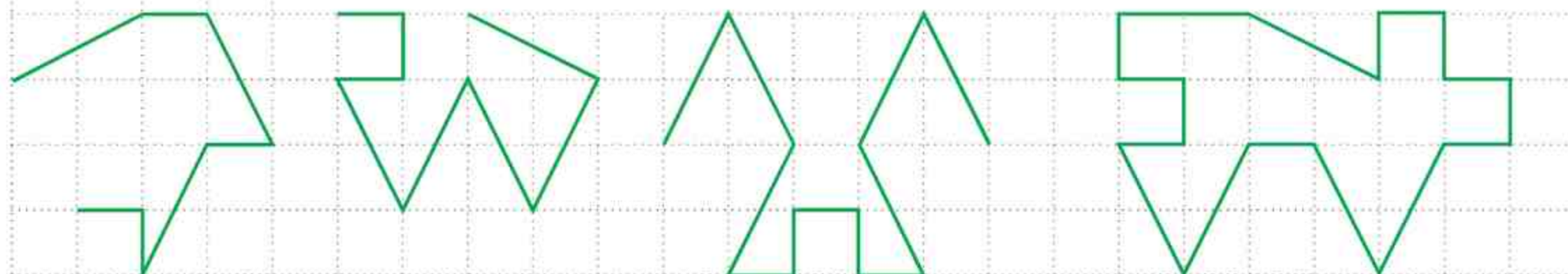
9. Karton z 12 butelkami soku waży n kilogramów. Pusty karton waży 20 dag. Ile waży jedna butelka z sokiem?

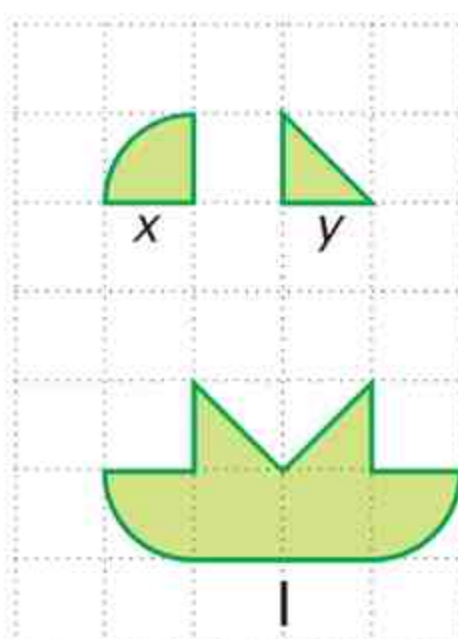
10. W szafce jest 5 puszek, a w każdej jest x pierniczków. Jacek zamierza wyjąć z każdej puszeki po 2 pierniczki. Ile zostanie wówczas pierniczków w szafce?

11. Na widowni w kinie jest 15 rzędów foteli na parterze i 8 rzędów na balkonie. W rzędach na parterze jest po n miejsc, a na balkonie — po m miejsc. Ile razem miejsc siedzących jest w tym kinie?

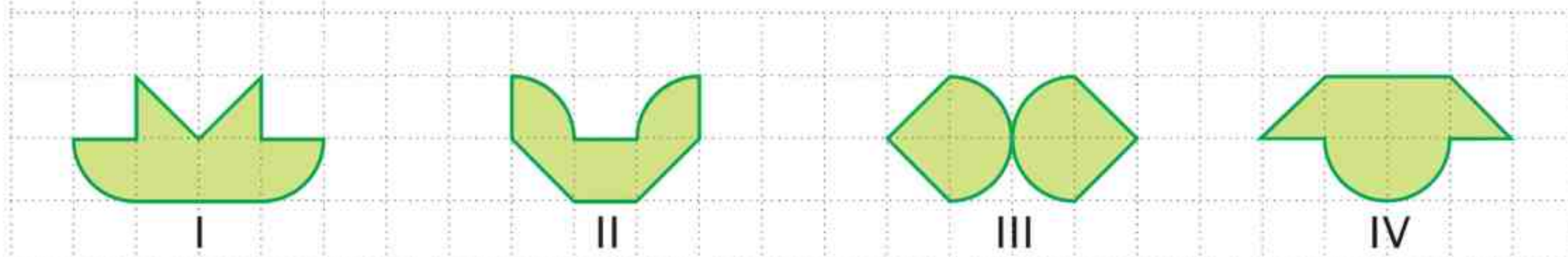


12. Litery a i b oznaczają długości narysowanych odcinków. Pierwsza łamana składa się z 3 odcinków o długości a oraz z 4 odcinków o długości b . Jej długość jest więc równa $3a + 4b$. Zapisz długości pozostałych łamanych.





13. Litery x i y oznaczają pola narysowanych figur. Pole pierwszej figury jest równe $2x + 6y$. Zapisz w postaci wyrażeń algebraicznych pola pozostałych figur.



14. Liczba x jest dodatnia. Wybierz z ramki obok wyrażenie, które przedstawia liczbę:

$2x$	$0,5x$	$x - \frac{1}{4}x$
$x + \frac{1}{4}x$	$3x$	$1,5x$

- a) o 50% mniejszą od x ,
- b) o 50% większą od x ,
- c) o 25% mniejszą od x ,
- d) o 25% większą od x ,
- e) o 100% większą od x ,
- f) o 200% większą od x .

15. Radek jest starszy od Ani o 9 lat. Zapisz w postaci wyrażeń algebraicznych odpowiedzi na pytania.

- a) Ile lat ma Radek, jeśli Ania ma x lat?
- b) Ile lat ma Ania, jeśli Radek ma y lat?
- c) Radek ma z lat. Ile lat będzie miała Ania za 5 lat?

16. Na półce stoją pudełka z klockami ponumerowane liczbami 1, 2, 3 itd. W każdym kolejnym pudełku są o dwa klocki więcej niż w poprzednim. Odpowiedz na pytania za pomocą wyrażeń algebraicznych.

- a) Jeśli w pudełku nr 3 jest n klocków, to ile ich jest w pudełku nr 4, a ile — w pudełku nr 6?
- b) Jeśli w pudełku nr 10 jest m klocków, to ile ich jest w pudełku nr 7, a ile — w pudełku nr 3?
- c) Jeśli w pudełku nr 1 jest n klocków, to ile ich jest w pudełku nr 6, a ile — w pudełku nr 15?

17. Niech n będzie pewną liczbą parzystą. Zapisz:

- a) pięć kolejnych liczb nieparzystych następujących po n ,
- b) pięć kolejnych liczb nieparzystych poprzedzających liczbę n .

18. Płot przy drodze jest budowany ze słupków i desek tak, jak przedstawiono na rysunku.



- Ile desek byłoby potrzebnych, gdyby słupków było 10?
- Ile desek byłoby potrzebnych, gdyby słupków było 12?
- Na płot zużyto już d desek, a potem wydłużono płot jeszcze o cztery słupki. Ile teraz desek jest w płocie? Ile jest słupków?



19. Okrągłą pizzę dzielimy na części, krojąc ją za każdym razem wzdłuż średnicy. Po pierwszym cięciu otrzymamy dwie części, a po drugim — cztery części. Wykonaj odpowiedni rysunek i sprawdź, ile części otrzymamy po trzech, ile po czterech, a ile — po n cięciach.

20. Krysia rysuje szlaczki takie jak na rysunku.



Szlaczki mogą być dłuższe lub krótsze, ale Krysia przestrzega dwóch następujących reguł:

- Rysuje kolejno: kwadrat, trójkąt, dwa kółka, kwadrat, trójkąt, dwa kółka i tak dalej.
- Jej szlaczek zawsze zaczyna się i kończy kwadratem.

- Ile kwadratów ma szlaczek, gdy jest w nim t trójkątów?
- Ile trójkątów ma szlaczek, gdy jest w nim k kwadratów?
- Ile kółek ma szlaczek, gdy jest w nim k kwadratów?
- Z ilu figur składa się szlaczek, w którym jest t trójkątów?

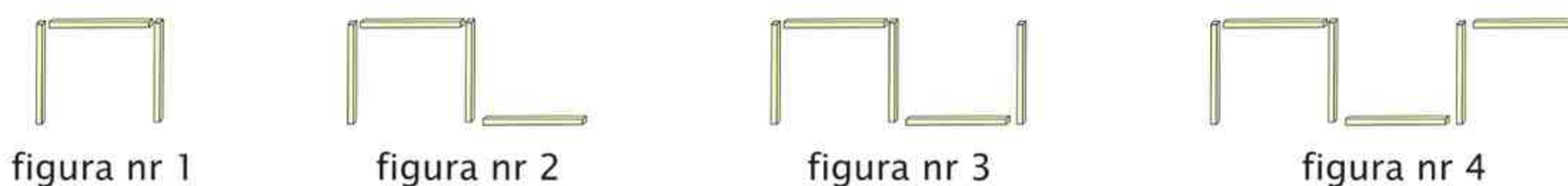
21. Ślimak wędrowniczek pokonuje w poniedziałki x metrów, we wtorki y metrów, a w środy i w soboty po z metrów. W czwartki, piątki i niedziele odpoczywa. Ślimak wyruszył 1 czerwca w sobotę. Jaką długość miała trasa, którą pokonał do 15 czerwca?



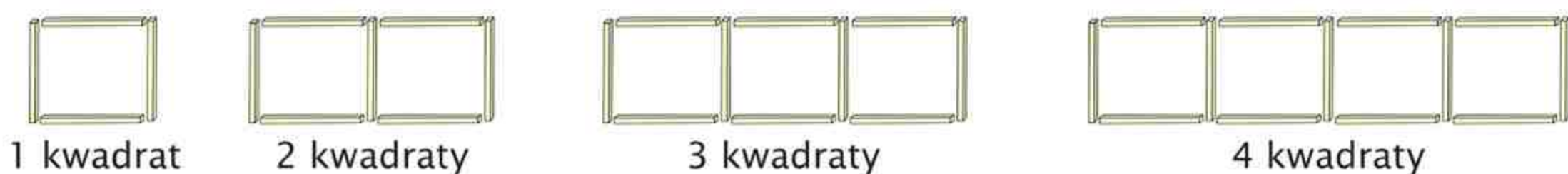
22. Zapisz wyrażenie algebraiczne przedstawiające opisaną liczbę.

- Liczba dwucyfrowa, której cyfrą dziesiątek jest x , a cyfrą jedności jest y .
- Liczba trzycyfrowa, której cyfrą setek jest x , cyfrą dziesiątek jest y , a cyfrą jedności z .
- Liczbę dwucyfrowa, której cyfrą dziesiątek jest x , a cyfra jedności jest o 2 większa od cyfry dziesiątek.

23. Przyjrzyj się figurom z patyczków. Ustal, według jakiej zasady budowano kolejne figury, i odpowiedz na pytania.



- Ilu patyczków potrzeba do ułożenia figury numer 7, a ilu — do ułożenia figury numer n ?



- Ilu patyczków potrzeba do ułożenia figury nr 6, a ilu — do ułożenia figury nr n ?



Mały Jasio zapisywał kolejne liczby: 1, 2, 3, 4, 5 itd. Ostatnią liczbą, którą zapisał, była pewna liczba trzycyfrowa n . Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego, ile łącznie cyfr zapisał Jasio.

Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych

Według umowy klient za wykonane prace remontowe ma zapłacić w ustalonym terminie 5600 zł. Jeśli się spóźni z zapłatą, to za każdy dzień spóźnienia musi zapłacić 25 zł kary. Wynika stąd, że jeśli klient spóźni się z zapłatą n dni, to zapłata (w złotych) za wykonany remont wyniesie:

$$5600 + 25n$$

Na przykład gdyby klient spóźnił się z zapłatą o tydzień, to musiałby zapłacić (w złotych):

$$5600 + 7 \cdot 25 = 5775$$



ĆWICZENIE. Oblicz, ile musiałby zapłacić klient, gdyby spóźnił się o 10 dni z zapłatą, a ile — gdyby spóźnił się o 6 tygodni.

Jeżeli w miejsce liter występujących w wyrażeniu algebraicznym wstawimy liczby, to po wykonaniu odpowiednich obliczeń otrzymujemy **wartość wyrażenia algebraicznego**.

PRZYKŁADY

Wartość wyrażenia $4x - 1$

dla $x = 2$:

$$4 \cdot 2 - 1 = 8 - 1 = 7$$

↑
w miejsce x
wstawiamy 2

Wartość wyrażenia $8a - 3b + 1$

dla $a = \frac{1}{2}$ i $b = 2$:

$$8 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot 2 + 1 = 4 - 6 + 1 = -1$$

↑
w miejsce a
wstawiamy $\frac{1}{2}$

↑
w miejsce b
wstawiamy 2

Wartość wyrażenia $4x - 1$

dla $x = -2$:

$$4 \cdot (-2) - 1 = -8 - 1 = -9$$

↑
w miejsce x
wstawiamy -2

Wartość wyrażenia $8a - 3b + 1$

dla $a = 3$ i $b = -1$:

$$8 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) + 1 = 24 + 3 + 1 = 28$$

↑
w miejsce a
wstawiamy 3

↑
w miejsce b
wstawiamy -1

Wartości wyrażeń algebraicznych obliczaliście już wcześniej. Na przykład pole trójkąta o podstawie 5 cm i wysokości 4 cm to tyle centymetrów kwadratowych, ile wynosi wartość wyrażenia $\frac{a \cdot h}{2}$ dla $a = 5$ i $h = 4$.

ZADANIA

1. Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

- a) $3x + 1$ dla $x = 2$ c) $a(a + 1)$ dla $a = 4$
b) $10 - 4y$ dla $y = 3$ d) $3(5 + x)$ dla $x = 0$

2. a) Podaj przykład wyrażenia algebraicznego, które dla $a = 1$ przyjmuje wartość 3.

b) Podaj przykład wyrażenia algebraicznego, które dla $x = 1$ ma wartość ujemną, a dla $x = 3$ ma wartość dodatnią.

3. Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

- a) $1 + x - y$ dla $x = 5$ i $y = 3$
b) $2(a - b)$ dla $a = 4$ i $b = 0$
c) $4x + 2y - 10$ dla $x = -1$ i $y = 1$

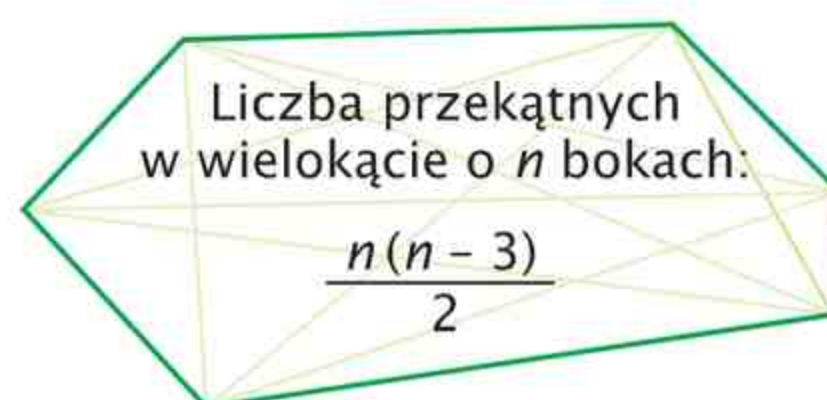
4. Wzór zapisany poniżej pozwala obliczyć sumę miar kątów dowolnego wielokąta. Sprawdź ten wzór dla trójkąta i dla czworokąta.

- Oblicz sumę miar kątów wielokąta narysowanego obok.
- Oblicz sumę miar kątów pięćdziesięciokąta.



5. Wzór podany poniżej pozwala obliczyć, ile przekątnych ma wielokąt (gdy znamy liczbę boków). Sprawdź ten wzór dla trójkąta i dla czworokąta.

- Ile przekątnych ma wielokąt narysowany obok?
- Oblicz, ile przekątnych ma siedmiokąt.
- Oblicz, ile przekątnych ma osiemdziesięciokąt.





6. Na skoczni typu K120 za skok długości x metrów punkty oblicza się według wzoru:

$$\text{liczba punktów} = 60 + (x - 120) \cdot 1,8$$

Oblicz, ile punktów przydziela się za skok na odległość:

- a) 100 m b) 120 m c) 130,5 m



7. Po zbadaniu dużej grupy dorosłych ludzi odkryto zależność między długością kości piszczelowej dorosłego człowieka a jego wzrostem (wyrażonym w centymetrach) z uwzględnieniem płci. Ustalono, że te zależności można opisać następującymi wzorami:

$$k = 0,43x - 27$$

$$x = \frac{k + 27}{0,43}$$

$$m = 0,45y - 31$$

$$y = \frac{m + 31}{0,45}$$

k — długość piszczeli kobiety

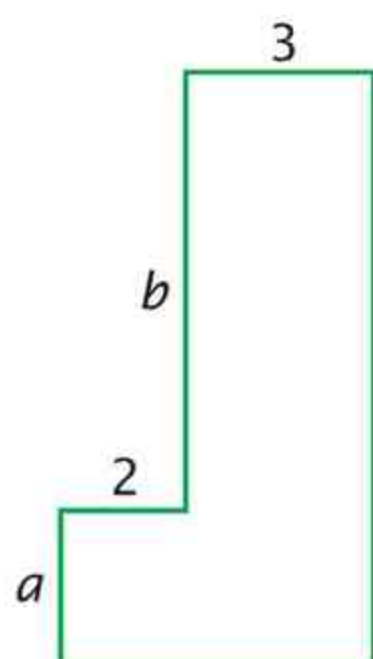
x — wzrost kobiety

m — długość piszczeli mężczyzny

y — wzrost mężczyzny



- a) Oblicz długość piszczeli kobiety o wzroście 150 cm.
b) Oblicz długość piszczeli mężczyzny o wzroście 2 m.
c) W czasie prac archeologicznych znaleziono męską piszczel, która miała długość 41,80 cm. Jaki wzrost miał mężczyzna?



8. Długości odcinków podane na rysunku obok są wyrażone w tej samej jednostce.

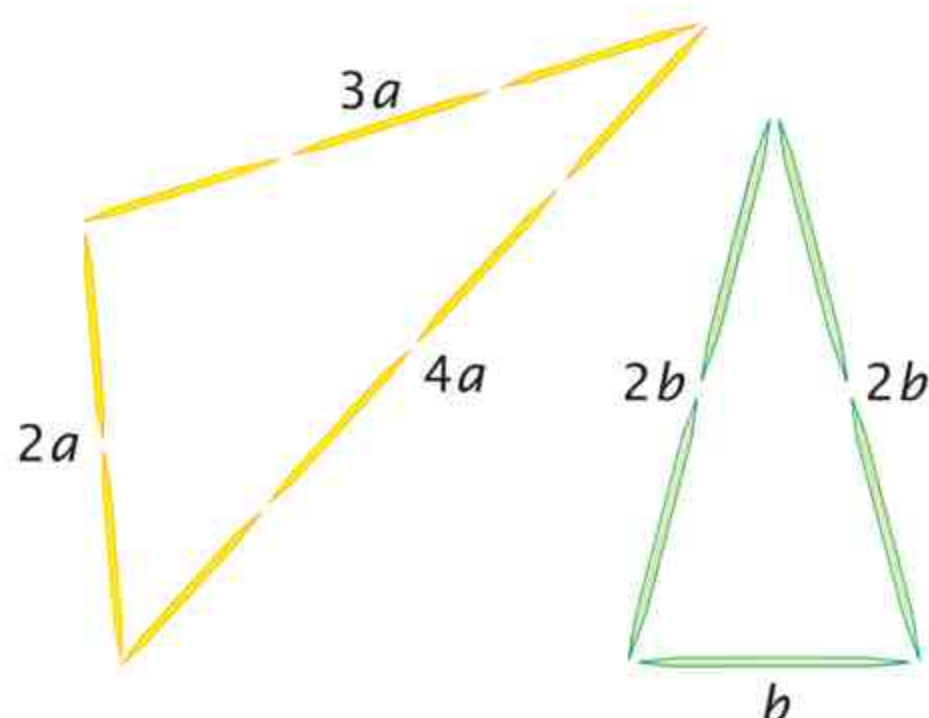
- a) Zapisz za pomocą wyrażenia algebraicznego wzór na pole narysowanego wielokąta.
b) Oblicz, podstawiając do otrzymanego wzoru, pole takiego wielokąta, gdy $a = 2,5$ i $b = 7$.



Podaj przykład wyrażenia algebraicznego, które dla $a = 0$ i $b = 1$ ma wartość 2, a dla $a = 1$ i $b = 0$ ma wartość 5.

Upraszczanie wyrażeń algebraicznych

Przyjrzyj się rysunkom. Litera a oznacza długość żółtego patyczka, a litera b — zielonego patyczka.



Pierwszy trójkąt ułożono z 9 żółtych patyczków o długości a . Jego obwód jest równy $9a$. Wynika stąd równość:

$$2a + 3a + 4a = 9a$$

Kolejny trójkąt zbudowano z 5 patyczków o długości b , więc jego obwód jest równy $5b$. Wynika stąd równość:

$$b + 2b + 2b = 5b$$

ĆWICZENIE A. Każde z wyrażeń: $x + 2x$, $4x - x$, $0,5x + 2,5x$, $x + x + x$ jest równe $3x$. Zapisz jeszcze inne przykłady wyrażeń równych $3x$.

Gdy w wyrażeniu algebraicznym kilka razy występuje ta sama litera, to takie wyrażenie można zapisać w prostszej postaci.

PRZYKŁADY

$$x + 3x = 4x$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 1 + 3 \end{array}$$

$$7y - y = 6y$$

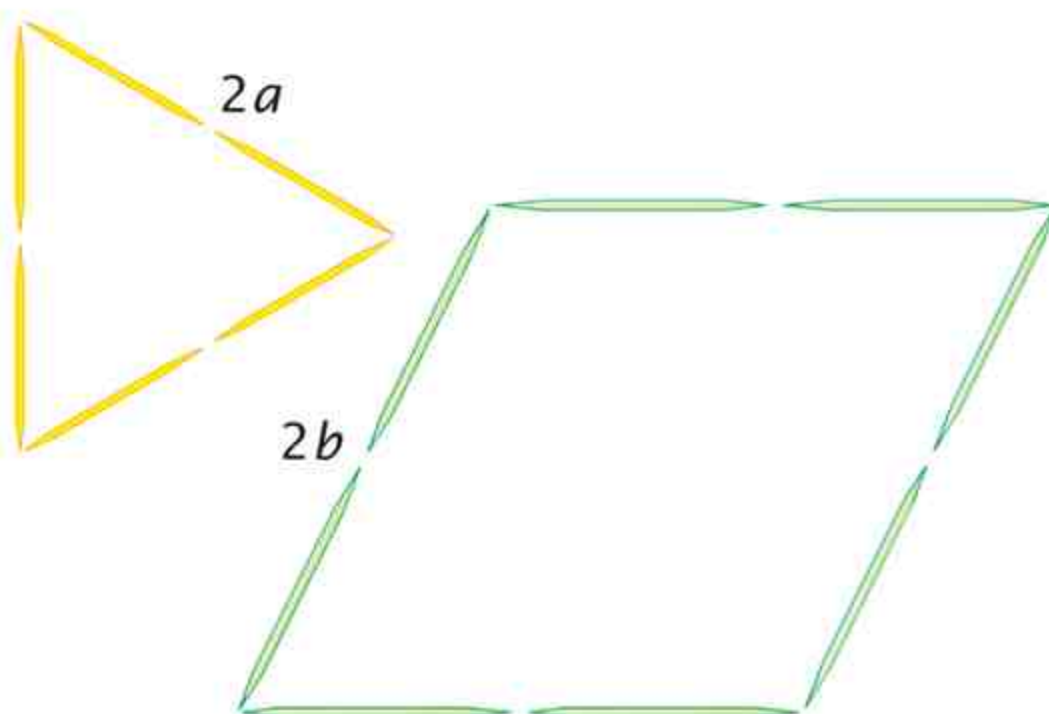
$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 7 - 1 \end{array}$$

$$3a - 5a = -2a$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 3 - 5 \end{array}$$

$$5t - 6t = (-1) \cdot t = -t$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ 5 - 6 \end{array}$$



Trójkąt równoboczny zbudowany z 6 żółtych patyczków o długości a ma obwód równy $6a$. Wynika stąd, że:

$$3 \cdot 2a = 6a$$

Romb zbudowany z 8 patyczków o długości b ma obwód równy $8b$. Więc:

$$4 \cdot 2b = 8b$$

ĆWICZENIE B. Każde z wyrażeń: $2 \cdot 2x$, $5 \cdot \frac{4}{5}x$, $\frac{20x}{5}$, $\frac{3x+5x}{2}$ jest równe $4x$. Zapisz jeszcze inne przykłady wyrażeń równych $4x$, w których występuje znak iloczynu lub ilorazu.

Gdy mnożymy lub dzielimy wyrażenie algebraiczne przez liczbę, to wynik takiego działania można często zapisać w prostszej postaci.

PRZYKŁADY

$$3 \cdot 6x = 18x$$

$$\uparrow$$

 $3 \cdot 6$

$$5 \cdot \frac{x}{2} = \frac{5}{2}x$$

$$\uparrow$$

 $5 \cdot \frac{1}{2}$

$$7x \cdot 3 = 21x$$

$$\uparrow$$

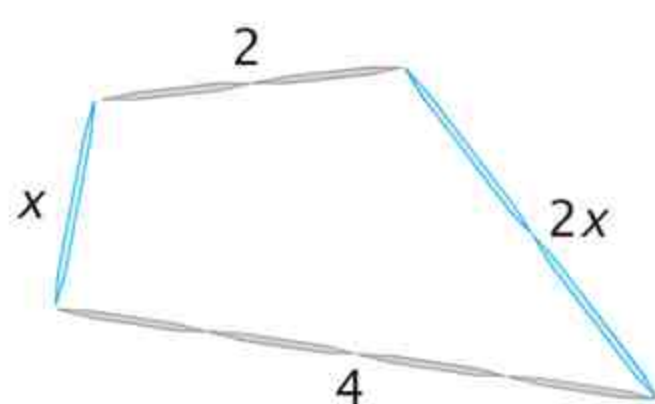
 $7 \cdot 3$

$$\frac{12x}{4} = 3x$$

$$\uparrow$$

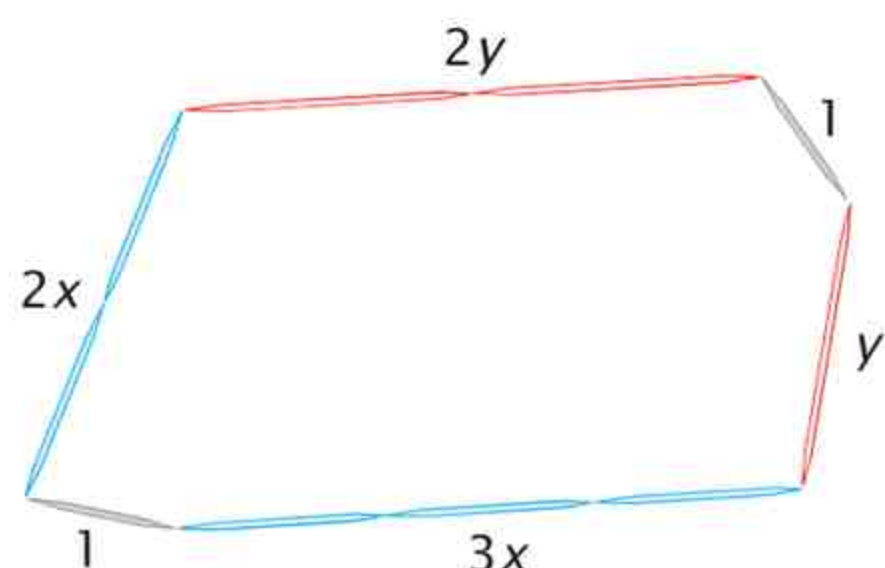
 $12 : 4$

Przyjrzyj się kolejnym rysunkom. Szare patyczki mają długość 1 cm. Litera x oznacza długość w centymetrach niebieskiego patyczka, a litera y — długość czerwonego.



Czworokąt na rysunku obok jest zbudowany z 3 patyczków o długości x i 6 patyczków o długości 1 cm. Jego obwód wyrażony w centymetrach jest równy $3x + 6$. Zatem:

$$x + 2 + 2x + 4 = 3x + 6$$



Sześciokąt na kolejnym rysunku zbudowano z 5 patyczków o długości x , 3 patyczków o długości y i 2 patyczków o długości 1 cm. Jego obwód w centymetrach wynosi więc $5x + 3y + 2$. Wynika stąd, że:

$$2x + 2y + 1 + y + 3x + 1 = 5x + 3y + 2$$

Wyrażenia składające się z liczb oraz z wyrażeń, w których występuje ta sama litera, często da się uprościć. Wówczas oddzielnie wykonujemy działania na liczbach, a wyrażenia z tą samą literą czasem można zastąpić wyrażeniem w innej, prostszej postaci.

PRZYKŁADY

$$\underline{5} + \underline{3a} - \underline{1} = 3a + 4$$

$$\uparrow$$

 $5 - 1$

$$\underline{2x} - \underline{1} + \underline{3x} - \underline{3} = 5x - 4$$

$$\uparrow \quad \quad \uparrow$$

 $2 + 3 \quad -1 - 3$

$$\underline{1} - \underline{b} + \underline{3b} + \underline{4} = 5 + 2b$$

$$\uparrow \quad \quad \uparrow$$

 $1 + 4 \quad -1 + 3$

$$\underline{x} - \underline{y} + \underline{2x} + \underline{5} = 3x - y + 5$$

$$\uparrow$$

 $1 + 2$

ĆWICZENIE C. Paulina i Agnieszka obliczały w różny sposób wartość liczbową wyrażenia $17x - 19x + 6,6$ dla $x = 2,3$. Który sposób jest wygodniejszy?

Paulina:

$$17x - 19x + 6,6$$

$$\text{dla } x = 2,3: 17 \cdot 2,3 - 19 \cdot 2,3 + 6,6 = 39,1 - 43,7 + 6,6 = -4,6 + 6,6 = 2$$

Agnieszka:

$$17x - 19x + 6,6 = -2x + 6,6$$

$$\text{dla } x = 2,3: -2 \cdot 2,3 + 6,6 = -4,6 + 6,6 = 2$$

ZADANIA

1. Zapisz krócej.

a) $y + 4y$

d) $4a - 3a$

g) $6x + 4x - 5x$

b) $8x - x$

e) $6z - 7z$

h) $3b + 2b - 5b$

c) $3b + 8b$

f) $9x - 17x$

i) $2z + z - 4z$

2. a) Do każdego z podanych wyrażień dodaj x i otrzymaną sumę zapisz krócej.

$$1,7x \quad -2x \quad 3\frac{1}{2}x \quad -2\frac{1}{5}x \quad -0,3x \quad -\frac{1}{8}x$$

b) Od każdego z podanych wyrażień odejmij x i otrzymaną różnicę zapisz krócej.

$$4\frac{3}{4}x \quad \frac{1}{2}x \quad 0,3x \quad -5x \quad -2,7x \quad 2\frac{1}{5}x$$

3. Uprość wyrażenia.

a) $x - \frac{x}{2}$

c) $\frac{a}{3} + a$

e) $\frac{x}{2} - \frac{x}{4}$

b) $y - \frac{y}{5}$

d) $\frac{z}{7} - z$

f) $\frac{y}{2} + \frac{y}{5}$

$$\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$$

$$\frac{a}{3} = \frac{1}{3}a$$

4. Uprość wyrażenia.

a) $x - 0,1x$

d) $0,25w - w$

g) $2,5y + y - 0,2y$

b) $\frac{3}{7}y - y$

e) $3z - 1\frac{3}{7}z$

h) $3y - 1\frac{1}{3}y + y$

c) $2\frac{3}{5}a - 3a$

f) $0,1z - 2,5z$

i) $\frac{3}{4}x - 1,5x - 2x$

5. Wykonaj działania.

- | | | | |
|---------------------------|---|-----------------------|-----------------------------|
| a) $3x \cdot 12$ | d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x$ | g) $6x : 3$ | j) $6 \cdot \frac{x}{9}$ |
| b) $4 \cdot 0,7x$ | e) $2y \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$ | h) $\frac{3}{4}x : 2$ | k) $\frac{2,5x}{0,5}$ |
| c) $\frac{1}{3} \cdot 6x$ | f) $\frac{x}{2} \cdot 6$ | i) $\frac{15x}{3}$ | l) $\frac{x}{3} \cdot (-9)$ |

6. a) Każde z podanych wyrażeń pomnóż przez $\frac{1}{2}$. Otrzymane wyrażenie zapisz krócej.

$$-5x \quad \frac{x}{2} \quad 3\frac{1}{2}x \quad 0,1x \quad 10,8x \quad -150x$$

b) Każde z podanych wyrażeń podziel przez 3. Otrzymane wyrażenie zapisz krócej.

$$\frac{x}{2} \quad 1\frac{1}{4}x \quad \frac{-x}{6} \quad 0,6x \quad \frac{5}{3}x \quad -1\frac{3}{8}x$$

7. Zapisz w jak najprostszej postaci:

- a) obwód trójkąta równobocznego o boku długości $2y$,
- b) obwód prostokąta o bokach długości $2x$ i $3x$,
- c) pole rombu o przekątnych długości x i 6 .

8. Uprość wyrażenia algebraiczne.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) $-7 + 3y + 9 + 2y$ | c) $z - 3z - 2 + 6z$ | e) $20x - 5 + 3x - 47$ |
| b) $2x - 4 + 3x - 2$ | d) $-5x + 4 - 7x - 9$ | f) $66 - 55x + 27x - 18$ |

9. Uprość wyrażenia algebraiczne.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $3\frac{1}{2} - x + 0,3x - 2$ | c) $0,6x - 0,6 - x - 2,5x$ |
| b) $\frac{3}{5}x - 2x - \frac{2}{5} - x$ | d) $x - 3x + 2 - 0,2x - \frac{1}{7}$ |

10. Oblicz wartości wyrażeń dla podanych wartości zmiennych:

- a) $-5t + t - 6 - 7t + 8t + 2 + 2t$ dla $t = -3,2$
- b) $-7x + 6 + 3x - 2 + x - 3$ dla $x = -\frac{2}{3}$

11. Zapisz w jak najprostszej postaci:

- a) sumę trzech kolejnych liczb naturalnych, z których pierwsza to n ,
- b) sumę trzech kolejnych liczb parzystych, z których pierwsza to k .

12. Zapisz odpowiedzi w jak najprostszej postaci.

- a) Kuba ma x samochodzików, a jego brat Adam ma o 5 więcej. Ile mają razem samochodzików?
- b) Kalinka ma n sukienek, a jej siostra Nela ma 2 razy mniej sukienek. Ile razem sukienek mają te dziewczynki?
- c) Mateusz, Gosia i Witek policzyli swoje gry planszowe. Mateusz ma x gier, Gosia ma o 3 gry mniej niż Mateusz, a Witek ma 2 razy więcej gier niż Mateusz. Ile razem gier mają te dzieci?

13. Bilety normalne w kinie Bajka kosztują 20 zł, a bilety ulgowe 15 zł. Na pierwszy seans sprzedano n biletów normalnych i 36 biletów ulgowych, a na drugi seans — dwa razy więcej normalnych i dwa razy mniej ulgowych. Ile pieniędzy wpłynęło do kasy kina za bilety na oba seanse?



14. Jesienią w owczarni było n owiec i 1 baran. Zimą wszystkie owce urodziły jagnięta. Połowa owiec urodziła po 2 jagnięta, a reszta — po jednym. Ile sztuk liczyło stado wiosną?

15. Przeczytaj wierszyk. Zapisz odpowiednie wyrażenie algebraiczne, a następnie je uprość.

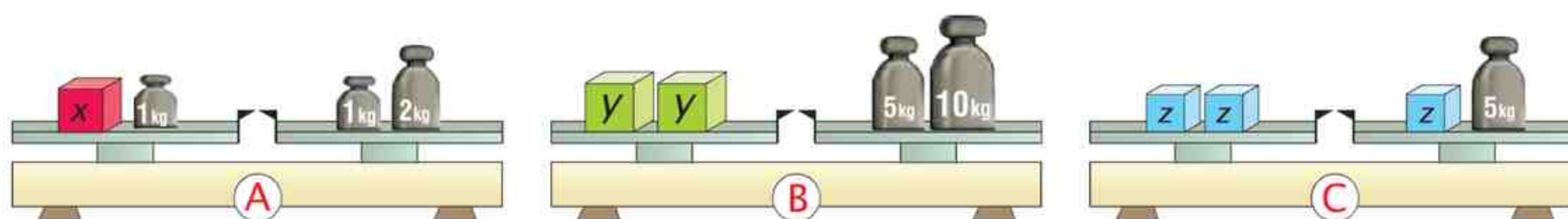
<i>Jest plac, na placu ptactwo się kłębi:</i>	<i>2x wróbelków, nawet trzy szpaki.</i>
<i>x wróbli, o 5 więcej gołębi.</i>	<i>Jednak okruchy wnet się skończyły;</i>
<i>Przyszedł pan z torbą pełną okruchów;</i>	<i>Szpaki natychmiast plac opuściły,</i>
<i>Jeden ptak uciekł w pierwszym odruchu,</i>	<i>x wróbli także już odleciało.</i>
<i>Lecz zewsząd nowe sfruwają ptaki:</i>	<i>Ile na placu ptaków zostało?</i>



108–112 / 262

Cukierki Bambo kosztują x złotych za kilogram. Cukierki Dumbo są 2 razy tańsze. Zosia kupiła 30 dag cukierków Bambo i 20 dag cukierków Dumbo. Za te zakupy zapłaciła banknotem stużłotowym. Zapisz w jak najprostszej postaci, ile reszty otrzymała.

Zapisywanie równań



Wagi na rysunkach A, B i C są w równowadze. Sytuację na rysunku A można opisać następująco: $x + 1 = 3$. Taki zapis nazywamy równaniem.

ĆWICZENIE A. Zapisz równania odpowiadające rysunkom B i C.

Poniższe przykłady pokazują, jak za pomocą równań można zapisywać podane informacje.

Gdy liczbę x zwiększymy o 6, to otrzymamy 100.

$$x + 6 = 100$$

Liczba 3 razy większa od y jest równa 51.

$$3 \cdot y = 51$$

Liczba 5 razy mniejsza od y wynosi 21.

$$\frac{y}{5} = 21$$

Liczba o x mniejsza od 130 jest równa 85.

$$130 - x = 85$$

ĆWICZENIE B. Zapisz równania odpowiadające podanym informacjom.

- W wiadrze jest x litrów wody, a w dzbanku — o 7 litrów mniej. Objętość wody w dzbanku jest równa 1,5 l.
- Kot waży x kilogramów, a pies jest o 18 kg cięższy i waży 23 kg.
- Na osiedlu jest x budynków 4-piętrowych i 2 wieżowce 13-piętrowe. Razem jest 17 budynków.
- Na kółko teatralne chodzi x chłopców i 3 razy więcej dziewcząt. Dziewcząt jest 18.

W tym rozdziale będziemy tylko zapisywać równania. W kolejnych rozdziałach pokażemy, jak się je rozwiązuje.

Za pomocą równań można też zapisywać treści zadań tekstowych. Zaczynamy od ustalenia niewiadomej i oznaczenia jej literą.

PRZYKŁADY

Zapisz treści zadań za pomocą równań.

1. Pani Gosia miała w portfelu 145 zł. Po zakupach w sklepie spożywczym zostały jej 74 gr. Ile kosztowały zakupy?

x — wydana kwota

$$145 - x = 0,74$$

2. Państwo Karlikowscy dużo podróżują i zbierają foldery odwiedzonych muzeów. Z ostatniej podróży przywieźli 16 folderów i ich kolekcja liczy teraz 271 egzemplarzy. Ile muzeów odwiedzili wcześniej?

x — liczba folderów przed podróżą

$$x + 16 = 271$$

ZADANIA

1. Zapisz podane zdania w postaci równań.

a) Jeśli liczbę a powiększymy o 20, otrzymamy 25.

b) Liczba 25 jest 2 razy większa od liczby t .

c) Liczba 5 stanowi $\frac{1}{3}$ liczby c .

d) Jeśli od liczby trzy razy większej od x odejmiemy liczbę x , to otrzymamy 50.

2. Podane informacje zapisz za pomocą równań.

a) Spodnie kosztują y złotych, a koszula jest o 125 zł tańsza i kosztuje 77 zł.

b) Za 2,5 kg śliwek po x złotych za 1 kg pani Iza zapłaciła 12,50 zł.

c) Zeszyt w linię kosztuje x złotych. Zeszyt w kratkę jest o 40 groszy droższy i kosztuje 3,20 zł.

d) Antek i Wojtek kupili w prezencie dla mamy kwiaty za 15 zł i broszkę za x złotych. Koszt prezentu wyniósł 48 zł.

e) Pani Wiesia za czapkę, którą kupiła za x złotych, zapłaciła banknotem dwudziestozłotowym i otrzymała 8,47 zł reszty.

3. Ułóż odpowiednie równania.

- a) Jaka liczba ma tę własność, że po dodaniu do niej liczby 72 otrzymamy -27 ?
- b) Jeżeli pewną liczbę zmniejszymy o 5,4, otrzymamy $-4,5$. O jakiej liczbie mowa?
- c) Pewną liczbę zwiększono 2,5 raza i otrzymano 100. Jaka to była liczba?
- d) Jeśli pewną liczbę zmniejszymy trzykrotnie, otrzymamy $3\frac{1}{2}$. Jaka to liczba?
- e) Jaka liczba ma tę własność, że po jej podwojeniu i dodaniu liczby 5 otrzymamy 10?

4. Oznacz niewiadomą dowolną literą i ułóż równanie odpowiadające treści zadania.

- a) Zmieszano 17 worków trawy I gatunku i 30 worków trawy II gatunku. Otrzymano 1 tonę mieszanki. Worek trawy I gatunku waży 20 kg. Ile waży worek trawy II gatunku?
- b) Bilety uczniowskie do ZOO kosztują 7 zł, a bilety dla dorosłych 18 zł. Za wejście do ZOO grupy kilkorga dzieci z dwoma opiekunami zapłacono 85 zł. Ile dzieci było w tej grupie?
- c) Piłki tenisowe są pakowane w pojemniki po 4 sztuki i w pojemniki po 6 sztuk. Na turniej tenisowy przygotowano 236 piłek. Pojemników zawierających 4 piłki było 35. Ile było pojemników zawierających 6 piłek?
- d) Od listwy długości 3 m odcięto dwa kawałki po 60 cm, a resztę podzielono na kawałki o długości 20 cm. Ile takich kawałków otrzymano?
- e) W amatorskim biegu masowym uczestniczyło 348 zawodników, kobiet i mężczyzn. Mężczyzn wystartowało 3 razy więcej niż kobiet. Ile kobiet startowało w tym wyścigu?



5. Oznacz niewiadomą dowolną literą i ułóż równanie odpowiadające treści zadania.

- a) Po obniżeniu ceny o 10% komputer kosztuje 2720 zł. Ile kosztował przed obniżką?
- b) Wojtek wydał już 70% kwoty, którą zabrał na wakacje. Zostało mu 60 zł. Jaką kwotę zabrał na wakacje?
- c) Pani Zofia zgromadziła już 960 zł, czyli 60% kwoty potrzebnej na zakup nowej kanapy do salonu. Ile kosztuje ta kanapa?

6. Do treści podanych zdań dopasuj odpowiednie równania z ramki.

- Liczba x jest dwa razy większa od liczby o 5 mniejszej od x .
- Liczba o 5 większa od x jest dwa razy większa od x .
- Liczba x jest o 5 większa od podwojonej liczby x .

$$x = 2x + 5$$

$$x = 2(x - 5)$$

$$x + 5 = 2x$$



113–115 / 263



Szli suchą szosą krokiem marszowym
Żołnierze w szyku defiladowym.
Dziesięć szeregów w pełnym rynsztunku
Szło w sobie tylko znanym kierunku.
Z pieśnią na ustach kroczyli tak,
Nagle drogowy ujrzeli znak.
— Zwężenie szosy. Dowódca w mig
Podjął decyzję — „Zmieniamy szyk”.
Wrzasnął — „Kolumnę zwęzić o trzech”.
Aż szeregowcom zaparło dech.
A kiedy szybko zrobili to,
Szesnaście szosą szeregow szło.

W obu ustawieniach szeregi były pełne. Oznacz literą liczbę żołnierzy w jednym szeregu przed zmianą szyku. Zapisz równanie opisujące informacje podane w wierszu.

Liczba spełniająca równanie

Na kolorowych karteczkach przedstawionych poniżej znajdują się przykłady zadań z podręczników dla młodszych klas.

ĆWICZENIE A. Pod kwadracikiem, kleksem, gwiazdką i znakiem zapytania kryją się niewiadome, czyli nieznane liczby, których szukamy. Spróbuj zgadnąć, jakie to liczby.

Jaką liczbę zastąpiono kwadracikiem?
 + 27 = 50

$$\begin{aligned}x + 27 &= 50 \\ x &= 23\end{aligned}$$

Równanie $x + 27 = 50$
spełnia liczba 23,
bo $23 + 27 = 50$.

Jaka liczba kryje się pod kleksem?
 - 12 = 30

$$\begin{aligned}x - 12 &= 30 \\ x &= 42\end{aligned}$$

Równanie $x - 12 = 30$
spełnia liczba 42,
bo $42 - 12 = 30$.

Zastąp gwiazdkę odpowiednią liczbą.
 $12 \cdot \text{★} = 60$

$$\begin{aligned}12 \cdot x &= 60 \\ x &= 5\end{aligned}$$

Równanie $12 \cdot x = 60$
spełnia liczba 5,
bo $12 \cdot 5 = 60$.

Jaką liczbę można wpisać w miejscu znaku zapytania?
 $\text{?} : 5 = 3$

$$\begin{aligned}x : 5 &= 3 \\ x &= 15\end{aligned}$$

Równanie $x : 5 = 3$
spełnia liczba 15,
bo $15 : 5 = 3$.

Zadania na kolorowych karteczkach zapisano w postaci równań, w których niewiadomą oznaczono literą x . Jeśli potrafimy odgadnąć, jaką liczbą można zastąpić literę, to od razu pod równaniem można zapisać jego rozwiązanie.

O liczbie, która jest rozwiązaniem równania, mówimy, że **spełnia równanie**.

ĆWICZENIE B. Odgadnij, jakie są rozwiązania poniższych równań.

$$a - 3 = 12 \quad 2b = 40 \quad c + 8 = 16 \quad \frac{d}{3} = 5 \quad 157 - e = 150 \quad 99 + f = 103$$

Przyjrzyj się rysunkowi. Chłopcy zgadywali, jaka liczba jest rozwiązaniem równania zapisanego na tablicy.



Aby sprawdzić, który z chłopców ma rację, można obliczyć wartość wyrażenia występującego po lewej stronie równania dla $x = -3$ oraz dla $x = 3$ i porównać otrzymane wyniki z liczbą po prawej stronie równania.

$$2 \cdot (-3) - 10 = -6 - 10 = -16$$

↑
Wartość wyrażenia
 $2x - 10$ dla $x = -3$.

$$2 \cdot 3 - 10 = 6 - 10 = -4$$

↑
Wartość wyrażenia
 $2x - 10$ dla $x = 3$.

Z obliczeń wynika, że liczba -3 nie spełnia równania $2x - 10 = 4$, bo $-16 \neq -4$, a liczba 3 spełnia to równanie.

ZADANIA

1. Odgadnij, jaka liczba jest rozwiązaniem równania.

- | | | | |
|---------------------|----------------------|------------------------------|-------------------|
| a) $x + 5 = 12$ | c) $20 - x = 18$ | e) $c - 8 = 11$ | g) $2x + 1 = 5$ |
| b) $2 \cdot y = 30$ | d) $\frac{z}{3} = 5$ | f) $\frac{1}{3} \cdot w = 3$ | h) $3(x + 1) = 6$ |

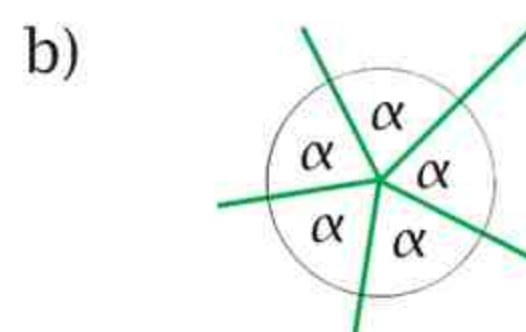
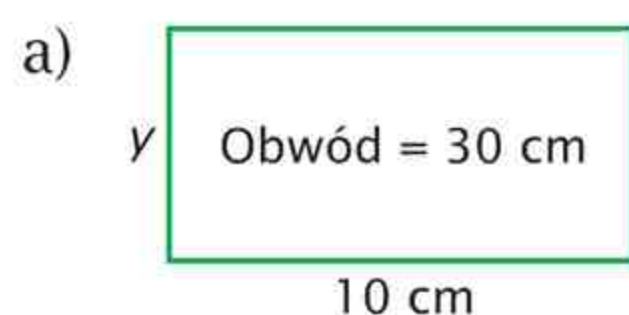
2. Jedna z liczb: -1 , 1 , 3 spełnia podane równanie. Która?

- | | | |
|-----------------|-----------------|-------------------|
| a) $2x - 3 = 3$ | b) $4x + 7 = 3$ | c) $3(1 - x) = 0$ |
|-----------------|-----------------|-------------------|

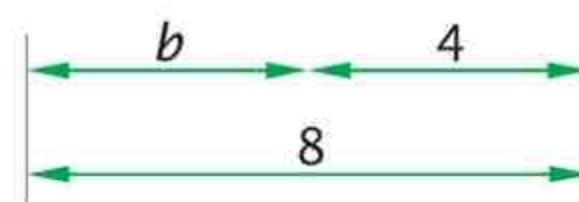
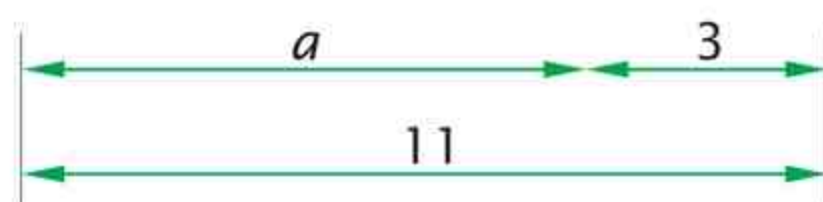
3. Które z poniższych równań spełnia liczba -2 ?

$$2x - 1 = 2 \qquad 3 - 2x = 7 \qquad 8 = 7 - \frac{1}{2}x \qquad 5(x + 4) = 10$$

4. Zapisz odpowiednie równania i zgadnij ich rozwiązania.



5. Zapisz równania, które odpowiadają poniższym rysunkom. Spróbuj zgadnąć, jakie liczby spełniają te równania. Sprawdź swoje przypuszczenia.



6. Jedną z liczb wybraną spośród: 0, 4, -4, 5, -5, 11, -11 należy wpisać w miejsce znaku zapytania, aby rozwiązaniem równania była liczba 5. Którą?

a) $3x - 4 = ?$

b) $\frac{7}{10}x + \frac{1}{2} = ?$

c) $? = 2x - 15$

7. Jaką liczbą należy zastąpić kwadracik, aby otrzymać równanie, które spełnia liczba 1?

a) $3x + 2 = \blacksquare$

b) $\frac{x+1}{4} = \blacksquare$

c) $\blacksquare = 2(x - 3) + x$

8. Wybierz dowolną liczbę i zapisz dwa różne równania, które spełnia ta liczba.

9. Jedno z poniższych równań nie ma żadnych rozwiązań. Które?

$x^2 = 9$

$x^3 = -8$

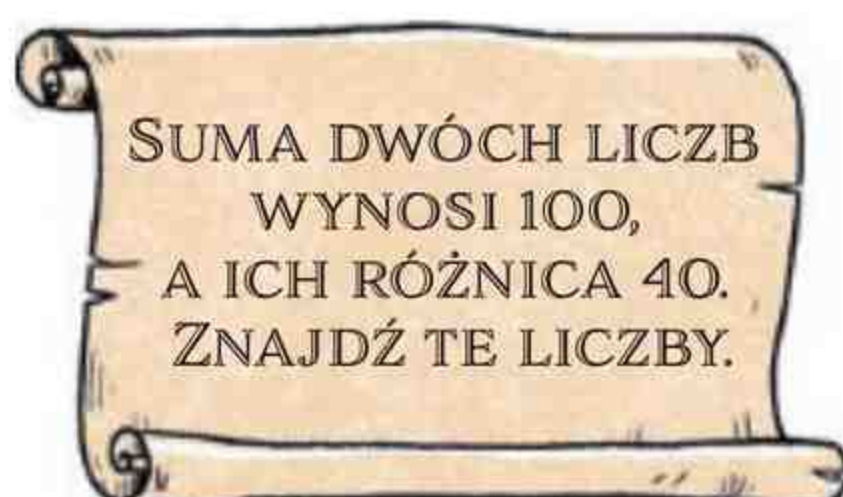
$x + 1 = x$

$2 - x = 2$

$2x = x$

10. Jaka to liczba, która nie zmieni się po podwojeniu i zmniejszeniu wyniku o 1?

Zapisz to pytanie w postaci równania i spróbuj zgadnąć jego rozwiązanie.

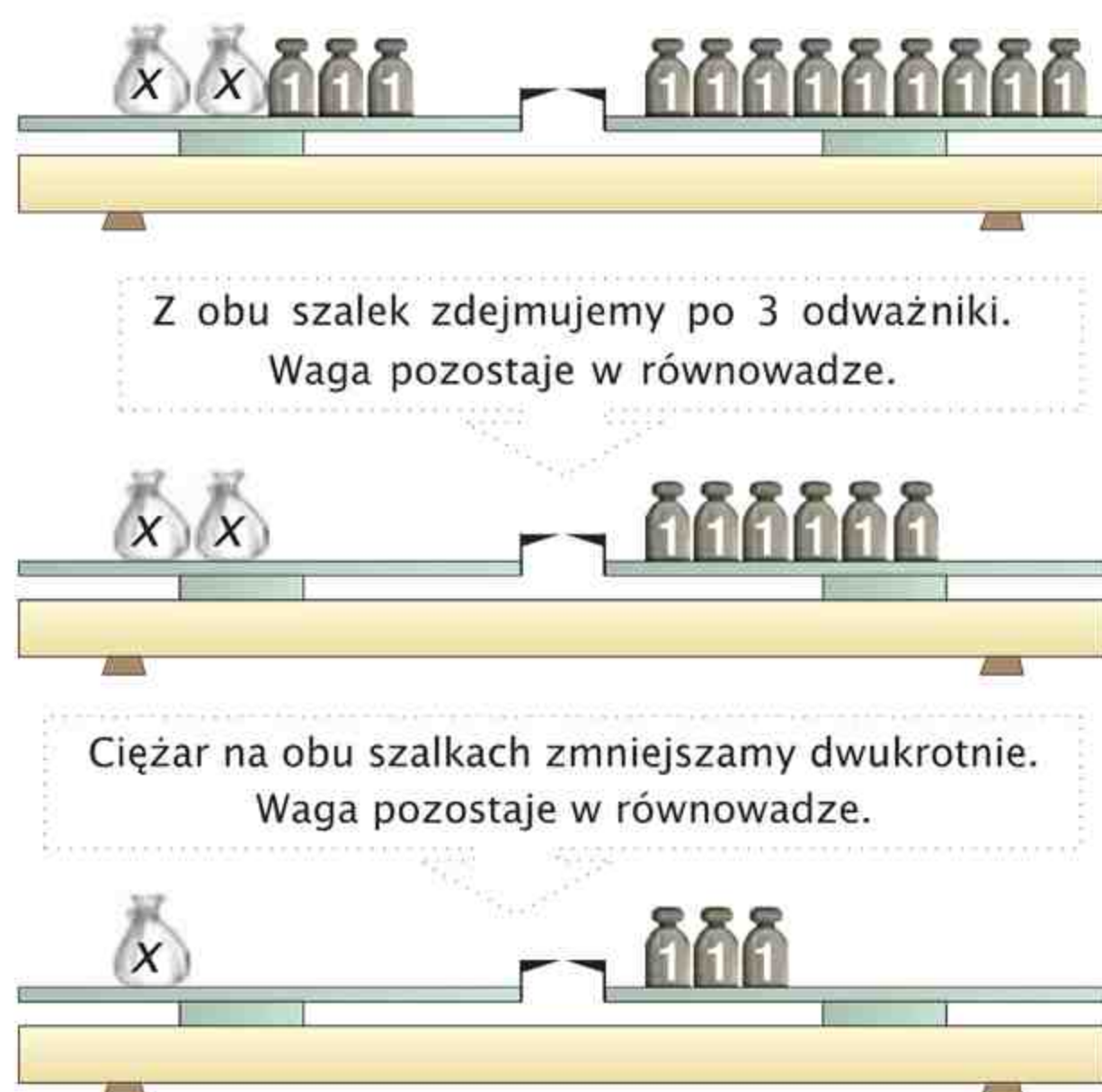


116-118 / 263

To zadanie ułożył grecki matematyk Diofantos około 1800 lat temu. Oznacz literą x mniejszą z liczb, zapisz odpowiednie równanie i zgadnij jego rozwiązanie.

Rozwiązywanie równań

Gdy równanie jest nieskomplikowane, dosyć łatwo odgadnąć jego rozwiązanie. Omówimy teraz metody rozwiązywania nieco bardziej skomplikowanych równań. Posłużymy się przy tym wagami. Na rysunkach literą x oznaczono masę worka. Obok każdej wagi znajduje się równanie opisujące sytuację na tej wadze.



$$\begin{array}{ccc} 2x + 3 = 9 & & \\ \text{Od obu stron} & & \\ \text{równania} & & \\ \text{odejmujemy 3.} & -3 & -3 \\ \hline 2x = 6 & & \\ \text{Obie strony} & & \\ \text{równania} & & \\ \text{dzielimy} & :2 & :2 \\ \text{przez 2.} & & \\ \hline x = 3 & & \end{array}$$

Gdy od obu stron równania odejmiemy to samo wyrażenie lub do obu stron równania dodamy to samo wyrażenie, zmienia się postać równania, ale nie zmienia się jego rozwiązanie. Podobnie jest, gdy obie strony równania mnożymy lub dzielimy przez tę samą liczbę różną od zera.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{ccc} y - 45 = 54 & & \\ +45 & \downarrow & +45 \\ \hline y = 99 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2x = x + \frac{1}{7} & & \\ -x & \downarrow & -x \\ \hline x = \frac{1}{7} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 5,2 = 0,3 + x & & \\ -0,3 & \downarrow & -0,3 \\ \hline 4,9 = x & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 4x = 3 & & \\ :4 & \downarrow & :4 \\ \hline x = \frac{3}{4} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{x}{5} = 18 & & \\ \cdot 5 & \downarrow & \cdot 5 \\ \hline x = 90 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} -2x = 4 & & \\ :(-2) & \downarrow & :(-2) \\ \hline x = -2 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4}x = 6 & & \\ \cdot \frac{4}{3} & \downarrow & \cdot \frac{4}{3} \\ \hline x = 8 & & \end{array}$$

ĆWICZENIE. Dla każdego z podanych równań ustal, jakimi liczbami należy zastąpić kwadraciki, aby otrzymać rozwiązanie równania. Podaj to rozwiązanie.

a) $-55 + \square = 100$ $y + 16 = 40$ $8 + z = -6$ $-3 = t - 6,5$

$\begin{array}{c} + \square \downarrow \downarrow + \square \\ x = ? \end{array}$
 $\begin{array}{c} - \square \downarrow \downarrow - \square \\ y = ? \end{array}$
 $\begin{array}{c} - \square \downarrow \downarrow - \square \\ z = ? \end{array}$
 $\begin{array}{c} + \square \downarrow \downarrow + \square \\ ? = t \end{array}$

b) $3a = -12$ $2,4b = 4,8$ $-\frac{1}{3}c = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}d = 5$

$\begin{array}{c} : \square \downarrow \downarrow : \square \\ a = ? \end{array}$
 $\begin{array}{c} : \square \downarrow \downarrow : \square \\ b = ? \end{array}$
 $\begin{array}{c} \cdot \square \downarrow \downarrow \cdot \square \\ c = ? \end{array}$
 $\begin{array}{c} \cdot \square \downarrow \downarrow \cdot \square \\ d = ? \end{array}$

Gdy rozwiązujemy równanie, wykonywane kolejno operacje na obu stronach równania wygodnie jest zapisać z boku równania (za kreską). Po rozwiązaniu równania warto sprawdzić, czy otrzymana liczba spełnia to równanie.

PRZYKŁAD

Można zapisywać tak:

$$\begin{array}{rcl} 5x + 6 & = & 10 \\ -6 \downarrow & & \downarrow -6 \\ 5x & = & 4 \\ :5 \downarrow & & \downarrow :5 \\ x & = & \frac{4}{5} \end{array}$$

Można zapisywać tak:

$$\begin{array}{rcl} 5x + 6 = 10 & | & -6 \\ 5x = 4 & | & :5 \\ x = \frac{4}{5} \end{array}$$

Sprawdzenie:

$$5 \cdot \frac{4}{5} + 6 = 4 + 6 = 10$$

Liczba $\frac{4}{5}$ jest rozwiązaniem równania.

Ciekawostka

W XVI wieku we Włoszech organizowano konkursy w rozwiązywaniu zadań za pomocą równań. Matematyk biorący udział w takim konkursie przygotowywał pewną liczbę zadań dla przeciwnika. Po pewnym czasie każdy z zawodników przedstawiał roz-

wiązania. Jeśli jeden z zawodników rozwiązał np. o 5 zadań mniej niż jego przeciwnik, był zobowiązany postawić obiad 5 przyjaciołom zwycięzcy. Ta sportowa rywalizacja doprowadziła do odkrycia metody rozwiązywania niektórych typów równań.



Gdy w równaniu występują wyrażenia algebraiczne, które można uprościć, to rozwiązywanie zaczynamy od zapisania wyrażen w prostszej postaci.

PRZYKŁADY

$$x - 3 - \frac{1}{4}x + 2 = 8$$

$$\frac{3}{4}x - 1 = 8 \quad | + 1$$

$$\frac{3}{4}x = 9 \quad | : \frac{3}{4}$$

$$x = 9 : \frac{3}{4}$$

$$x = 9 \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = 12$$

$$2 \cdot 8x + 5 = 7$$

$$16x + 5 = 7 \quad | - 5$$

$$16x = 2 \quad | : 16$$

$$x = 2 : 16$$

$$x = \frac{2}{16}$$

$$x = \frac{1}{8}$$

$$\frac{2x + 3x}{4} = 2$$

$$\frac{5x}{4} = 2 \quad | \cdot 4$$

$$5x = 8 \quad | : 5$$

$$x = 8 : 5$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$x = 1 \frac{3}{5}$$

ZADANIA

1. Rozwiąż równania.

a) $x + 75 = 57$

d) $3 - x = -2$

g) $\frac{b}{3} = 45$

b) $1\frac{2}{3} + y = 2\frac{3}{4}$

e) $5y = 13$

h) $7a + 7 = 35$

c) $t - 34 = -35$

f) $\frac{1}{7}x = -2$

i) $2 - 2x = 5$

2. Rozwiąż równania.

a) $97 = 2x - 5$

c) $17 = 11 - 12x$

b) $43 = 7 + 9x$

d) $3 = \frac{x}{2} - 1$

Strony równania możemy ze sobą zamieniać:
 $97 = 2x - 5$ oraz $2x - 5 = 97$
 to te same równania.

3. Zapisz równania w prostszej postaci i je rozwiąż.

a) $2x - 3 + x = 8$

c) $3x - 2x + 3 = 1$

e) $\frac{8 - 2x}{2} = 10$

b) $3 \cdot 5x - 7 = 3$

d) $\frac{4x + x}{3} = 4$

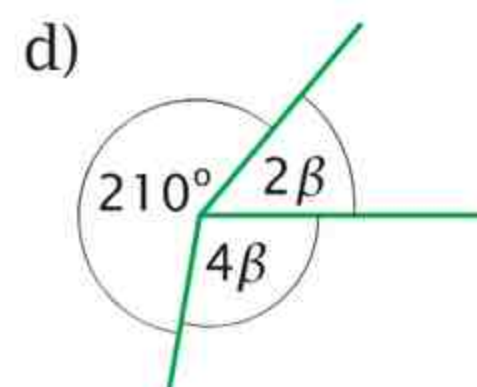
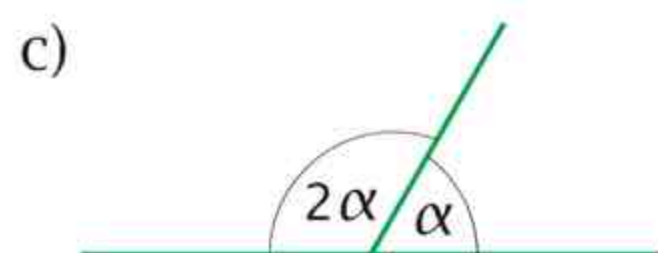
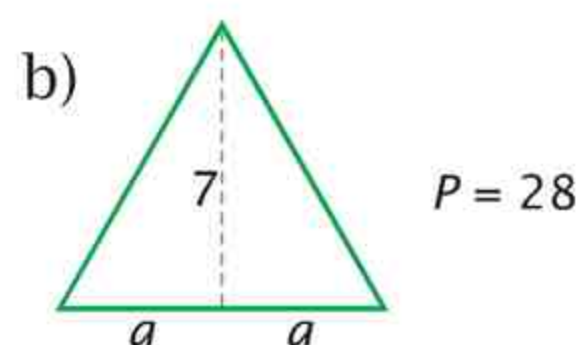
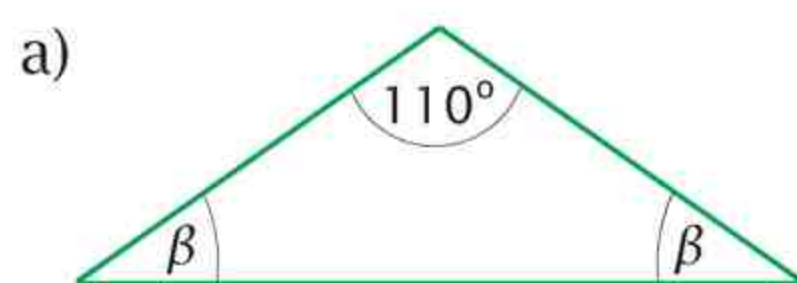
f) $\frac{3}{4}x - 5 + \frac{1}{4}x = 10$

4. Znajdź liczbę x , dla której:

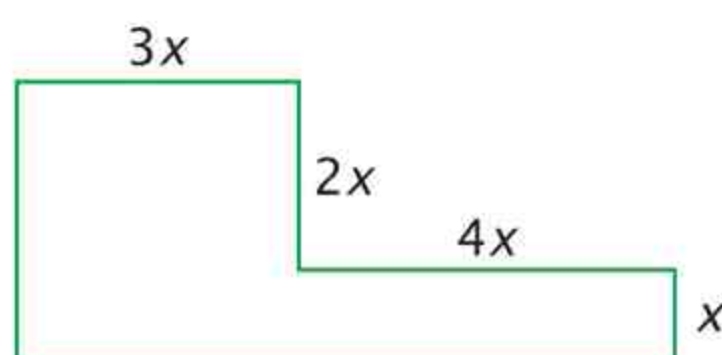
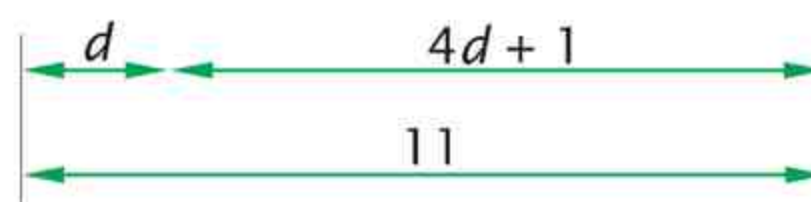
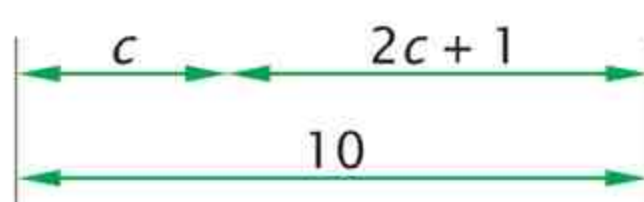
a) wartość wyrażenia $1 - 5x$ jest równa -9 ,

b) wartość wyrażenia $6x + 7$ jest równa 0 .

5. Ułóż i rozwiąż odpowiednie równania.

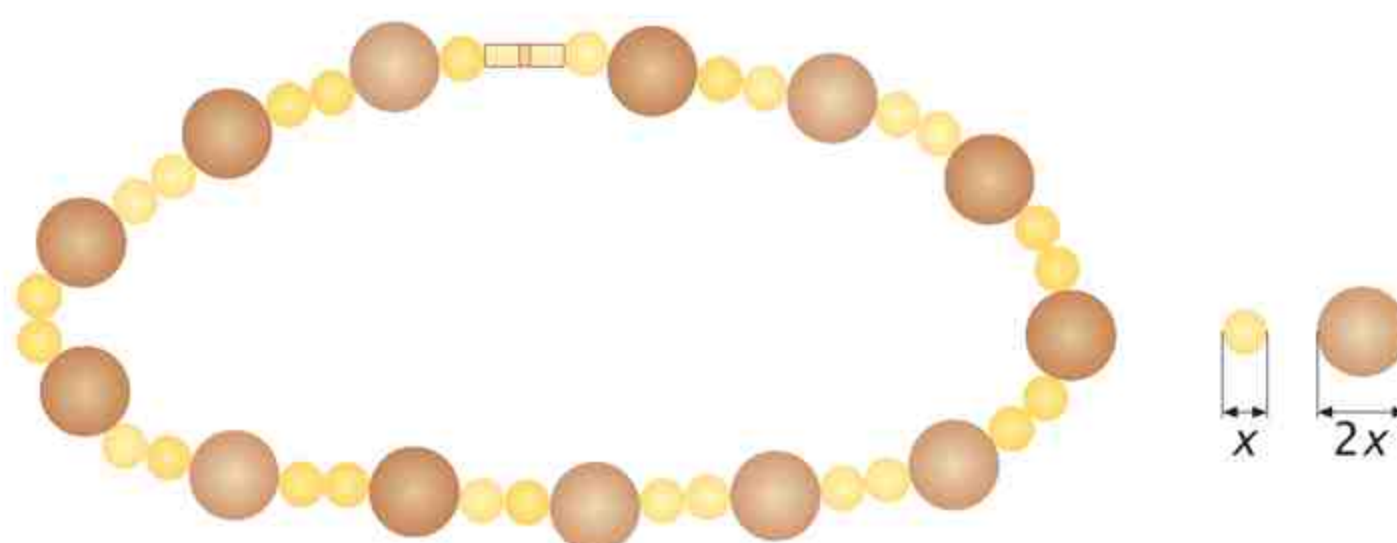


6. Ułóż i rozwiąż odpowiednie równania.



7. Obwód sześciokąta pokazanego obok jest równy 40 cm. Oblicz długości boków tego sześciokąta.

8. Sznur koralików nawleczonych tak jak na rysunku tworzy bransoletkę o długości 215 mm. Duże koraliki mają średnicę dwa razy większą niż małe. Zapinka ma długość 7 mm. Jaką średnicę mają małe koraliki, a jaką — duże?



Jeżeli liczbę x zwiększymy o połowę, a następnie wynik zmniejszymy trzykrotnie, otrzymamy sześćdziesiąt liczb 4. Znajdź liczbę x .

Zadania tekstowe

Poniższy przykład pokazuje, jak można rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań.

PRZYKŁAD

W pewnej klasie uczy się 29 uczniów. Dziewcząt jest o 5 więcej niż chłopców. Ilu chłopców i ile dziewcząt jest w tej klasie?

Rozwiązanie:

x — liczba chłopców

$x + 5$ — liczba dziewcząt



Ustalamy niewiadomą, oznaczamy ją literą i zapisujemy informacje związane z tą niewiadomą.

$$\begin{array}{c} x + x + 5 = 29 \\ \text{liczba} \quad \text{liczba} \quad \text{liczba} \\ \text{chłopców} \quad \text{dziewcząt} \quad \text{uczniów} \end{array}$$



Zapisujemy odpowiednie równanie (wynikające z treści zadania).

$$x + x + 5 = 29$$

$$2x + 5 = 29 \quad | -5$$

$$2x = 24 \quad | :2$$

$$x = 12$$



Rozwiązujemy równanie.

Liczba chłopców: 12

Liczba dziewcząt: $12 + 5 = 17$

Liczba uczniów: $12 + 17 = 29$



Sprawdzamy, czy otrzymane rozwiązanie jest zgodne z treścią zadania.

Odp. W tej klasie jest 12 chłopców i 17 dziewcząt.



Zapisujemy odpowiedź.

Zauważ, że powyższe zadanie mogliśmy rozwiązać, oznaczając literą x liczbę dziewcząt. Wówczas liczba chłopców wynosiłaby $x - 5$.

ĆWICZENIE. Rozwiąż powyższe zadanie, oznaczając literą x liczbę dziewcząt.

ZADANIA

1. W poniższych zadaniach oznacz niewiadomą dowolną literą, a następnie zapisz i rozwiąż odpowiednie równanie.

a) Za trzy ołówki po 0,60 zł i 4 zeszyty zapłacono 7 zł. Ile kosztuje zeszyt?

b) Pani Ela kupiła 3 kg ziemniaków. Zapłaciła banknotem 10-złotowym i otrzymała 3,70 zł reszty. Ile kosztował 1 kg ziemniaków?

c) Trzy jednakowe piłki i skakanka kosztowały 17 zł. Ile kosztowała piłka, jeśli skakanka kosztowała 5 zł?

2. W trzech klasach szóstych jest razem 72 uczniów. W klasie VIa jest 26 uczniów, a w klasie VIb jest tyle samo uczniów co w klasie VIc. Ilu uczniów liczy klasa VIb?

3. Karolina ma dwa razy więcej spinek do włosów niż Asia, a razem mają 51 spinek. Ile spinek ma Asia?

4. Tomek ma o 12 modeli samochodów więcej niż Artur, a razem mają 98 modeli. Ile samochodzików ma Artur?

5. Garnek zawierający groch z kapustą waży 4,5 kg. Pusty garnek waży 2 kg, a kapusta waży 4 razy więcej niż groch. Ile waży groch, a ile — kapusta?



6. Pani Ewa kupiła sobie bluzkę, sukienkę i żakiet. Razem zapłaciła 532 zł. Sukienka kosztowała o 67 zł więcej niż bluzka, a żakiet był 3 razy droższy niż bluzka. Ile kosztowała bluzka, ile — sukienka, a ile — żakiet?

7. Edek jest o 2 lata starszy od Ali. Razem mają 4 razy więcej lat niż ich najmłodszy braciszek, który skończył właśnie 3 latka. Ile lat ma Ala, a ile — Edek?

8. a) Suma trzech kolejnych liczb naturalnych wynosi 111. Jakie to liczby?

b) Suma trzech kolejnych liczb parzystych wynosi 162. Jakie to liczby?

9. a) Czy istnieją cztery kolejne liczby naturalne, których suma jest równa 120?

b) Czy istnieje pięć kolejnych liczb naturalnych, których suma wynosi 120?

10. Przyjrzyj się rysunkowi. Parkometr przyjmował tylko monety jednozłotowe i dwuzłotowe. Ile razem monet było w parkometrze?



11. Pan Kowalski pobrał ze swojego konta 12 000 zł. Kasjerka wypłaciła tę kwotę w banknotach o nominałach 100 zł i 50 zł. Banknotów stużłotowych było tyle samo co pięćdziesięciuzłotowych. Ile pan Kowalski otrzymał banknotów?

12. Na przystanek wjechał autobus pełen ludzi. Wszystkie 52 miejsca siedzące były zajęte, a 4 pasażerów stało. Sporo osób wysiadło. Wsiadło 11 osób. Gdy autobus ruszył, wszyscy pasażerowie mieli miejsca siedzące i jeszcze 4 miejsca pozostały wolne. Ile osób wysiadło na tym przystanku?



13. Na talerzu było 25 ciasteczek. Asia zjadła kilka, a Tomek — 2 razy więcej niż Asia. Na talerzu zostało tylko 7 ciasteczek. Ile ciasteczek zjadła Asia?

14. Do trzylitrowego naczynia nalano kubek soku, cztery kubki wody i 100 ml syropu klonowego. Naczynie wypełniono do połowy. Jaką pojemność miał kubek, którym odmierzano sok i wodę?

15. W głosowaniu na przewodniczącego Stowarzyszenia Miłośników Zadań Tekstowych wzięło udział 156 osób. Pan A. Bystry otrzymał 2 razy więcej głosów niż pan B. Ambitny i o 30 głosów więcej niż pan S. Łebski. 11 osób oddało głosy nieważne. Aby zostać przewodniczącym, trzeba zdobyć więcej niż połowę głosów. Czy te wybory wyłoniły przewodniczącego?



16. a) Pole trójkąta jest równe 20 cm^2 . Jeden z boków tego trójkąta ma 16 cm. Oblicz wysokość opuszczoną na ten bok.

b) Podstawy trapezu o polu 48 cm^2 mają długości 5 cm i 7 cm. Jaką wysokość ma ten trapez?

17. Gdybym zarabiała o jedną czwartą więcej miesięcznie i odkładała połowę swojej pensji, to w ciągu roku zaoszczędziłabym 30 000 zł — pomyślała pani Ewa. Ile miesięcznie zarabia pani Ewa?

18. W zawodach łuczniczych pani Justyna w sześciu seriach uzyskała 270 pkt. W pięciu pierwszych seriach uzyskiwała po tyle samo punktów, ale w ostatniej serii — aż o 12 mniej. Ile punktów zdobywała w kolejnych seriach?

19. Pięć rozdziałów powieści *Reguła pięciu* zajmuje 555 stron. Pierwszy rozdział jest najkrótszy, a każdy następny jest o 5 stron dłuższy od poprzedniego. Ile stron mają kolejne rozdziały?

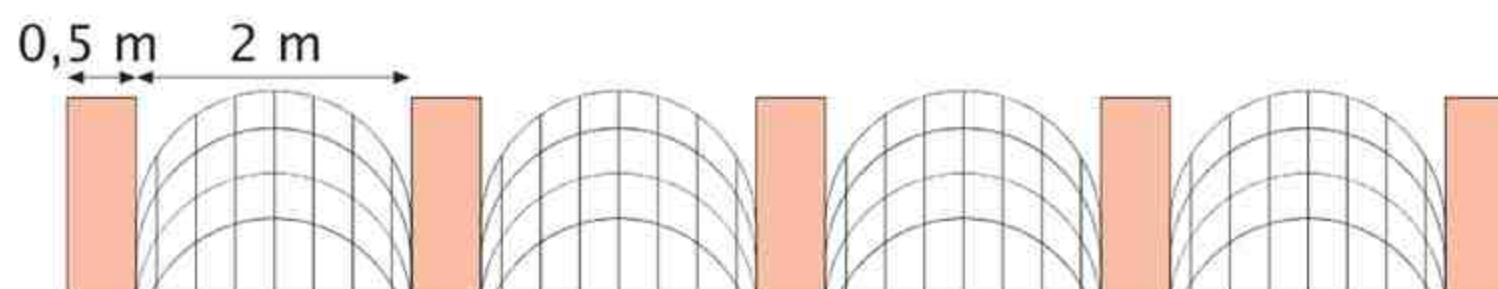
20. W czasie dwudziestominutowej przerwy reklamowej na same reklamy przeznaczono o 8 minut więcej czasu niż na zapowiedzi kolejnych programów. Oprócz tego w czasie tej przerwy wyemitowano dwuminutowe ogłoszenie społeczne. Ile czasu zajęły reklamy?

21. Obok podano ceny obowiązujące w firmie taksówkowej TAKSI-TEL. Za przejazd taksówką tej firmy pan Jan zapłacił 60,80 zł. Ile kilometrów przejechał pan Jan?



22. Wiśniowy sad pana Antoniego ma kształt prostokąta o wymiarach $20\text{ m} \times 30\text{ m}$. Tuż obok niego pan Antoni ma sad jabłoniowy (zob. rysunek). Oba sady są ogrodzone wspólnym płotem, który ma w sumie 180 m długości. Jakie wymiary ma sad jabłoniowy?

23. Płot zbudowany jest tak, że między betonowymi słupkami znajdują się metalowe panele. Potrzebne wymiary podano na rysunku. Ile paneli potrzeba, by postawić taki płot o długości 28 m?



Gdy z powodu awarii zgasło światło, zapalono świecę, która spala się całkowicie w ciągu 5 godzin. Awaria trwała 3 godziny. Po jej usunięciu świecę zgaszono i okazało się, że pozostało tylko 6 cm świecy. Jaka była początkowa długość świecy?

1. Grześ rozmiął n złotych na dwudziestogroszówki. Ile monet otrzymał?

- A. $\frac{n}{20}$ B. $5n$ C. $20n$ D. $\frac{20}{n}$

2. Samochód jedzie z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Ile kilometrów przejedzie w x godzin?

- A. $60 + x$ kilometrów
B. $60x$ kilometrów

Ile kilometrów przejedzie w y minut?

- C. $60y$ kilometrów
D. y kilometrów

3. W ramce zapisano cztery wyrażenia algebraiczne. Oceń prawdziwość zdań.

$-1 + \frac{a}{2} \quad 4 - a \quad \frac{2}{3}(a - 1) \quad 2a + 2$

① Dla $a = -2$ trzy wyrażenia z ramki przyjmują wartość -2 . PRAWDA / FAŁSZ

② Dla $a = 1$ trzy wyrażenia z ramki przyjmują wartość będącą liczbą dodatnią. PRAWDA / FAŁSZ

4. Jeśli liczbę x zmniejszymy o 5 i otrzymany wynik zwiększymy dwukrotnie, otrzymamy 8.

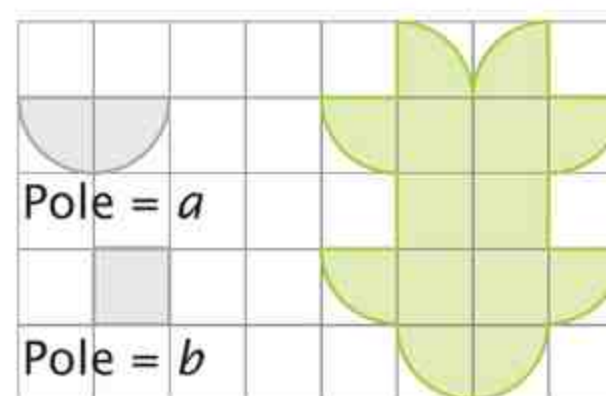
Które z podanych równań opisuje treść tego zadania?

- A. $\frac{x-5}{2} = 8$ C. $2(x-5) = 8$
B. $2(x+5) = 8$ D. $\frac{1}{2}(x-5) = 8$

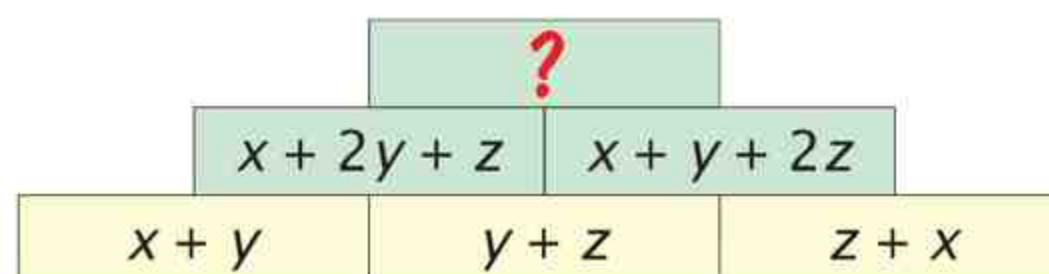
5. Ile równań spośród zapisanych w ramce spełnia liczba -4 ?

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{2}x - x = 2 & 2x + 2 = 6 \\ 1 - 3x - x = 8 & 2x + 5 = -3 \end{array}$$

6. Ile wynosi pole figury pokolorowanej na zielono?



7. W każdy zielony prostokąt należy wpisać sumę wyrażen z dwóch prostokątów leżących bezpośrednio pod nim. Jakim wyrażeniem należy zastąpić znak zapytania?



8. W sobotę wystawę fotografii obejrzało x dorosłych i y dzieci. Ile pieniędzy wpłynęło do kasy ze sprzedaży biletów tego dnia?

WYSTAWA FOTOGRAFII

CENY BILETÓW	NORMALNE	10 zł
	ULGOWE	5 zł

9. Zapisz i rozwiąż równanie.

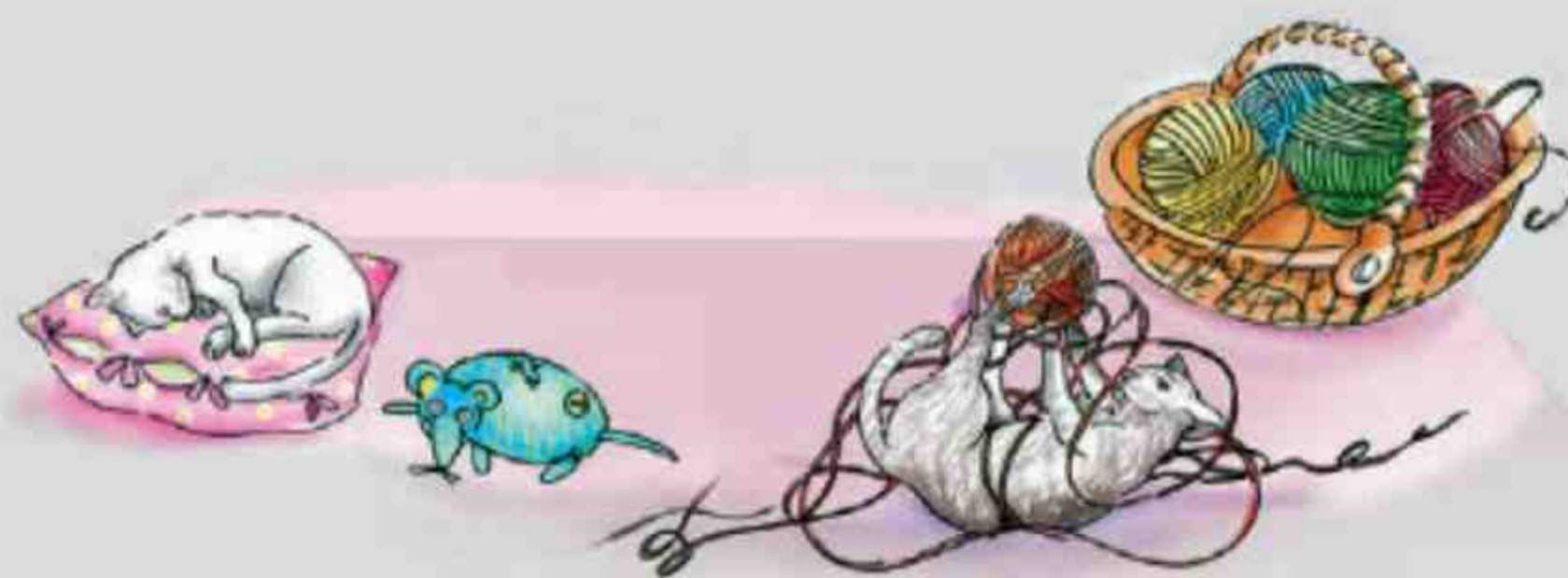
- a) Suma liczby o 2 większej od x i dwukrotności liczby x jest równa 20.
b) Liczba 4 razy mniejsza od liczby o 5 mniejszej od x jest równa 10.

10. Trzy słonie ważą razem 8,4 t. Największy słoń jest dwa razy cięższy od najmniejszego, a średni jest o 1,2 t cięższy od najmniejszego. Ile ważą razem dwa mniejsze słonie? Zapisz potrzebne obliczenia i odpowiedź.

w krainie łamigłówek

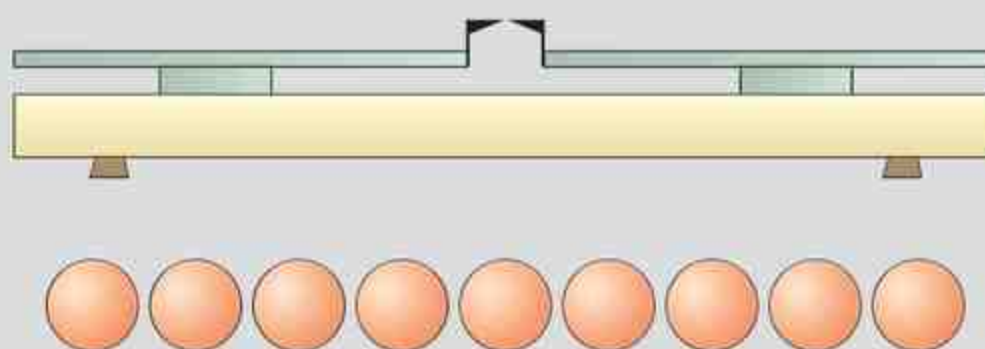
15

Mówi się, że dorosły kot przesypia 15 godzin w ciągu doby. Ale nie Mruczek! On śpi właściwie cały czas. Jeszcze trochę, a można by powiedzieć, że śpi przez całą dobę — brakuje mu tyle samo, ile przesypia ponad normę. Ile godzin dziennie sypia Mruczek?



16

Wiadomo, że jedna z dziewięciu kulek jest cięższa niż osiem pozostałych, które ważą po tyle samo. Jak za pomocą wagi dwuszalkowej znaleźć tę odmienną kulkę, wykonując przy tym jak najmniej ważeń?

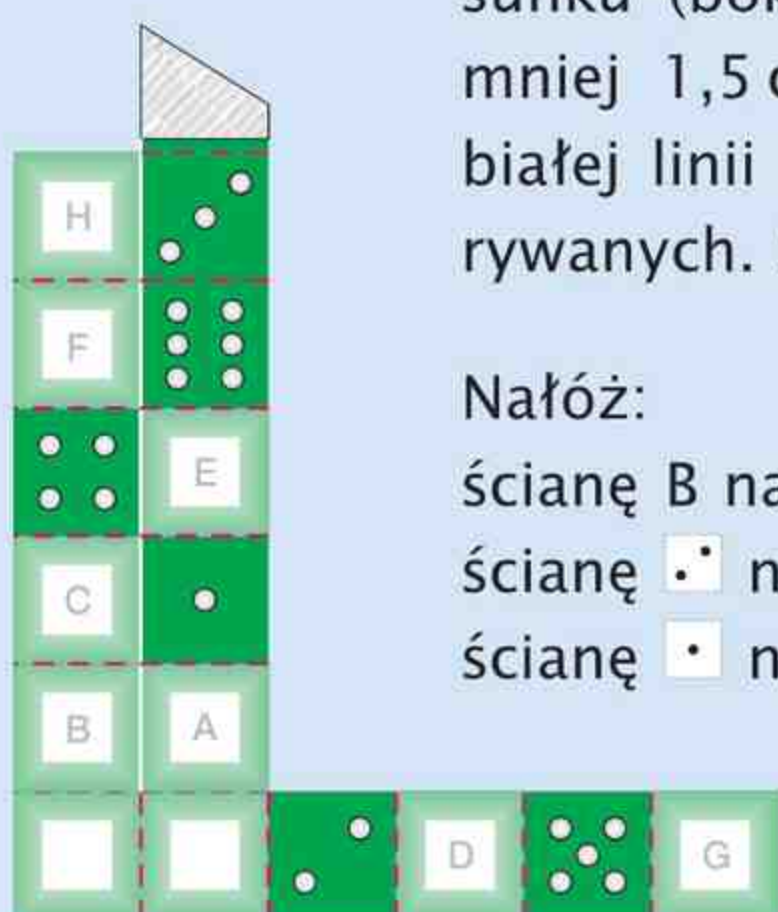


Figury przestrzenne

Modele niektórych figur przestrzennych można zbudować z papieru, nie używając kleju. Wystarczy tylko wyciąć odpowiedni szablon i go złożyć. Narysuj poniższe szablony i zbuduj bryły, korzystając z instrukcji.

SZEŚCIAN

Na kartce w kratkę narysuj szablon taki jak na rysunku (bok każdego kwadracika musi mieć co najmniej 1,5 cm). Wytnij szablon, przetnij go wzdłuż białej linii i pozaginaj wzdłuż wszystkich linii przerywanych. Składaj kostkę w następujący sposób:



Nałóż:
ścianę B na ścianę A,
ścianę  na ścianę C,
ścianę  na ścianę D,

ścianę  na ścianę E,
ścianę  na ścianę F,
ścianę  na ścianę G,
ścianę  na ścianę H.

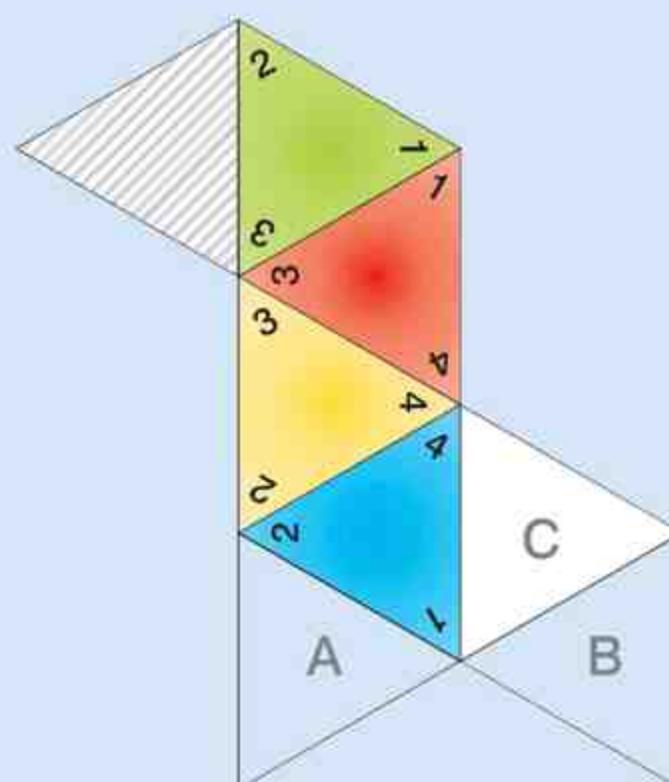
Zakreskowaną końcówkę wsuń w szczelinę prostopadle do ściany .

CZWOROŚCIAN

Wykonaj na kartce szablon taki jak na rysunku (składa się on z jednakowych trójkątów równobocznych, bok każdego trójkąta powinien mieć co najmniej 4 cm). Wytnij szablon i pozaginaj wzdłuż wszystkich linii. Składaj kostkę w następujący sposób:

Nałóż ścianę A na ścianę B,
ścianę czerwoną na ścianę C,
ścianę zieloną na ścianę A.

Zakreskowaną końcówkę wsuń w szczelinę za ścianą B.



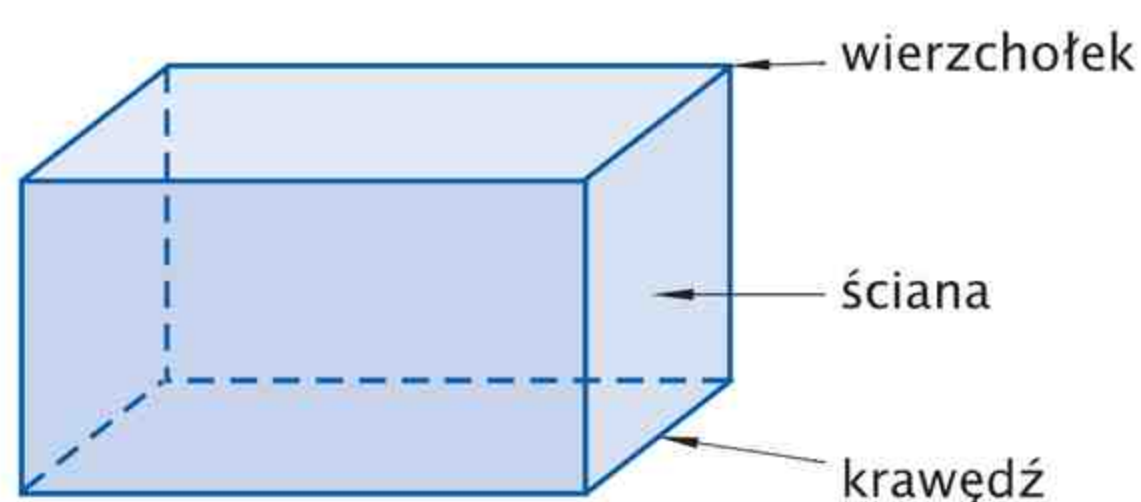
Prostopadłościany i sześciany



Powyżej przedstawiono przykłady **prostopadłościanów**. Niektóre z nich mają wszystkie krawędzie jednakowej długości. Nazywamy je **sześcianami**. Przypomnijmy podstawowe wiadomości o prostopadłościanach.

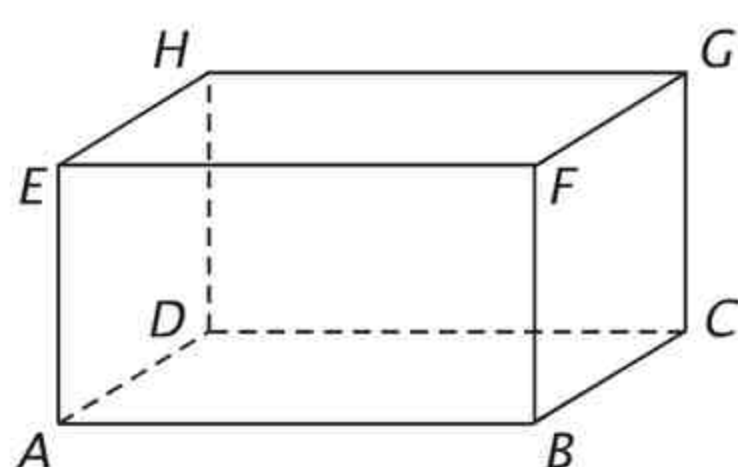
Każdy prostopadłościan ma 6 ścian, które są prostokątami, 8 wierzchołków i 12 krawędzi.

Czy pamiętasz, jak względem siebie mogą być położone ściany, a jak — krawędzie prostopadłościanu?



ĆWICZENIE A. Weź do ręki model prostopadłościanu. Wskaż:

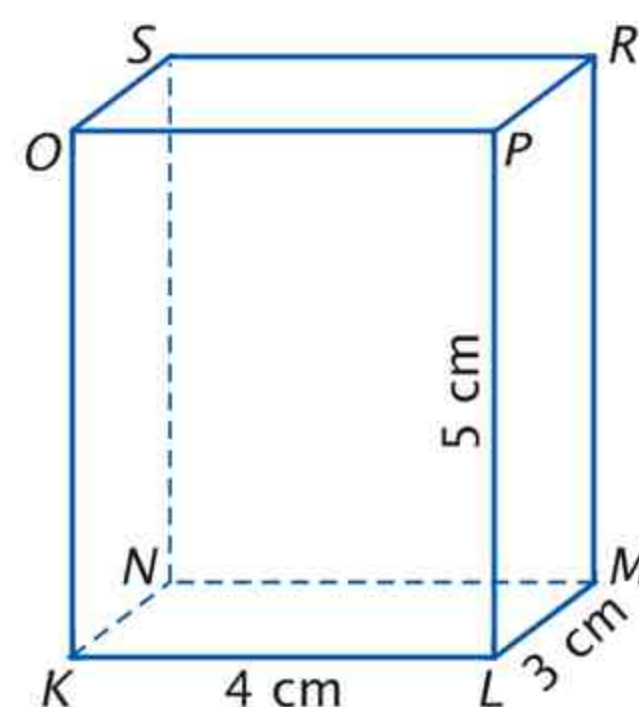
- a) trzy pary ścian równoległych oraz kilka par ścian prostopadłych,
- b) kilka par krawędzi równoległych i kilka par krawędzi prostopadłych,
- c) krawędzie o jednakowej długości.



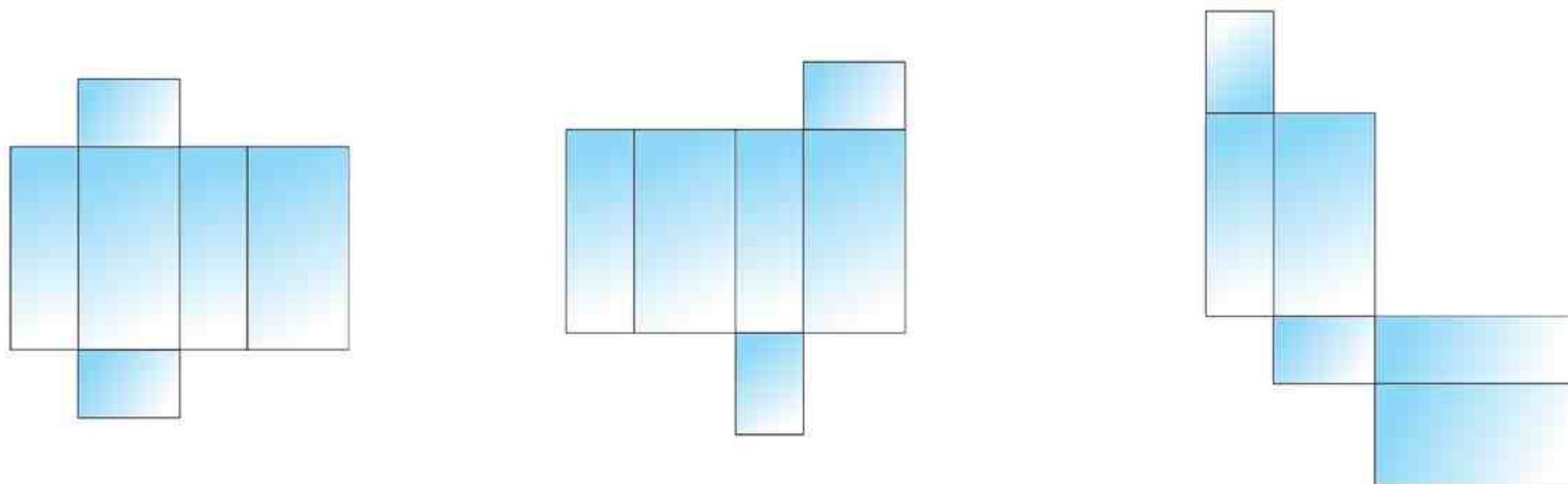
ĆWICZENIE B. W prostopadłościanie narysowanym obok ściany $ABFE$ i $DCGH$ są równoległe. Wymień pozostałe pary ścian równoległych. Wymień kilka par ścian prostopadłych.

Wymiary prostopadłościanu określamy, podając długości trzech krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka. Prostopadłościan narysowany obok ma wymiary $4\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 5\text{ cm}$.

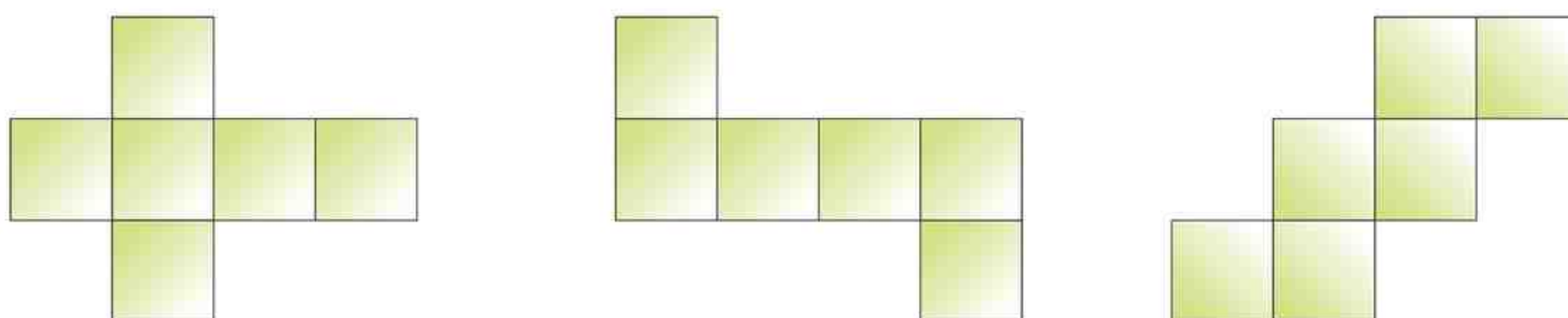
ĆWICZENIE C. Podaj długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu narysowanego obok.



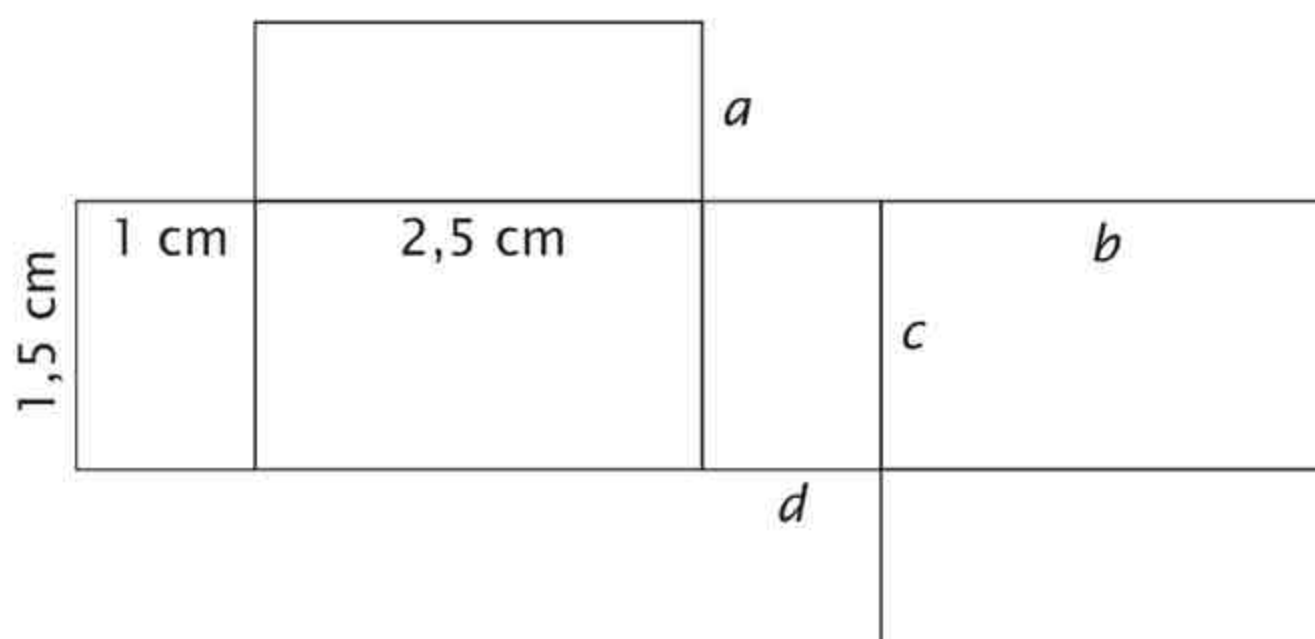
Pudełko w kształcie prostopadłościanu możemy rozciąć wzdłuż kilku krawędzi i rozłożyć na płaskiej powierzchni. W ten sposób otrzymamy siatkę prostopadłościanu. Siatki prostopadłościanów mogą mieć różne kształty.



To są różne siatki tego samego prostopadłościanu.



To są różne siatki tego samego sześcianu.



ĆWICZENIE D. Przyjrzyj się siatce prostopadłościanu. Odpowiedz (nie mierząc odcinków), jakie długości mają odcinki oznaczone literami.

ĆWICZENIE E. Narysuj siatkę prostopadłościanu o krawędziach długości 3 cm, 4 cm, 5 cm.

ĆWICZENIE F. Prostopadłościan ma wymiary $3\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 1\text{ cm}$. Oblicz pole każdej z jego ścian. Jaka jest suma pól wszystkich ścian prostopadłościanu?

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu to suma pól wszystkich jego ścian. Obliczając pole powierzchni, należy pamiętać, aby wszystkie wymiary były wyrażone w tej samej jednostce.

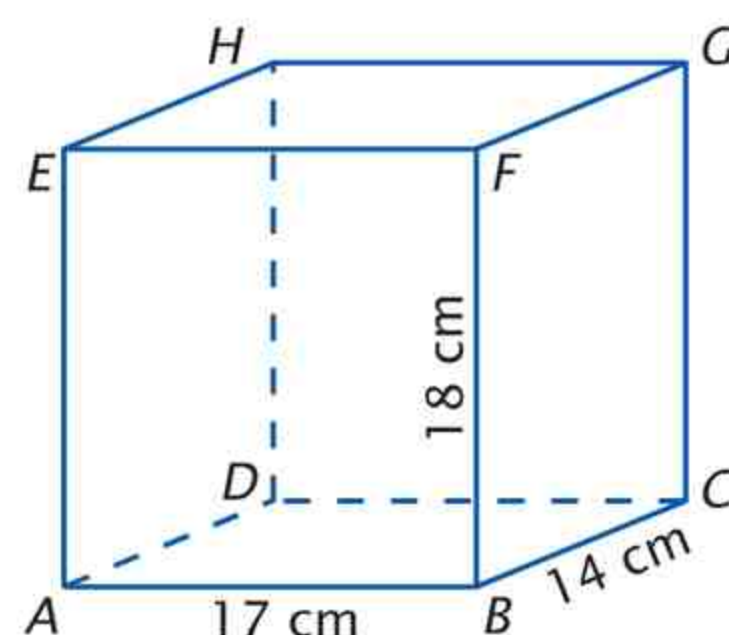
ZADANIA

1. Znajdź na rysunku kilka przedmiotów, które kształtem przypominają prostopadłościan.



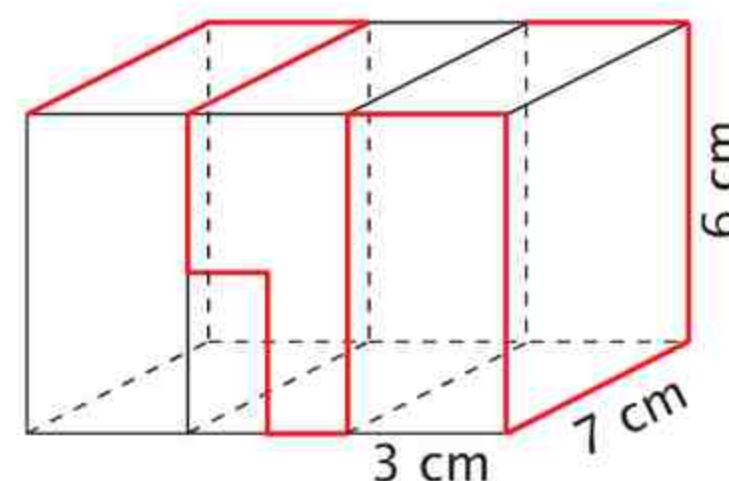
2. Oto rysunek prostopadłościanu.

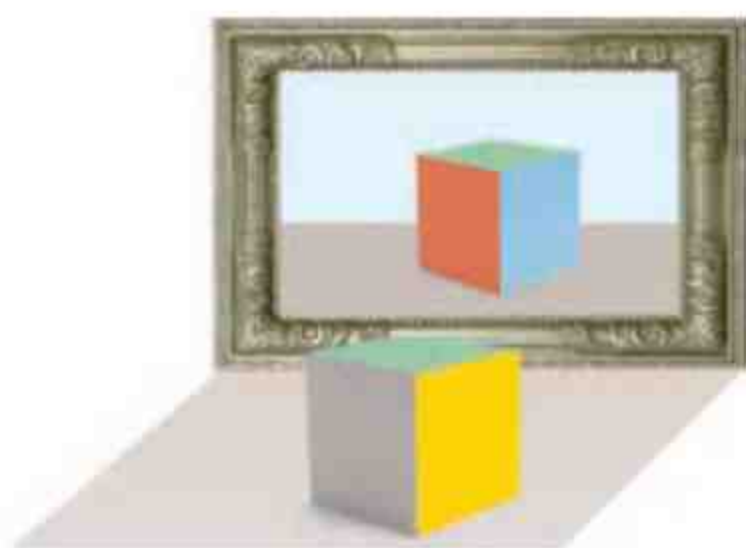
- Które ściany są prostopadłe, a które równoległe do ściany $EFGH$?
- Podaj wymiary ścian $EFGH$ i $DCGH$.
- Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu.



- Z cienkiego pręta o długości 2,40 m zbudowano szkielet sześciangu. Jaką długość mają jego krawędzie?
 - Dwie ściany prostopadłościanu są kwadratami o boku 5 cm. Suma długości krawędzi prostopadłościanu jest równa 68 cm. Jakie wymiary ma ten prostopadłościan?
 - Z drutu o długości 1,2 m można wykonać różne szkieletowe modele prostopadłościanu. Podaj przynajmniej trzy przykłady wymiarów takiego prostopadłościanu.

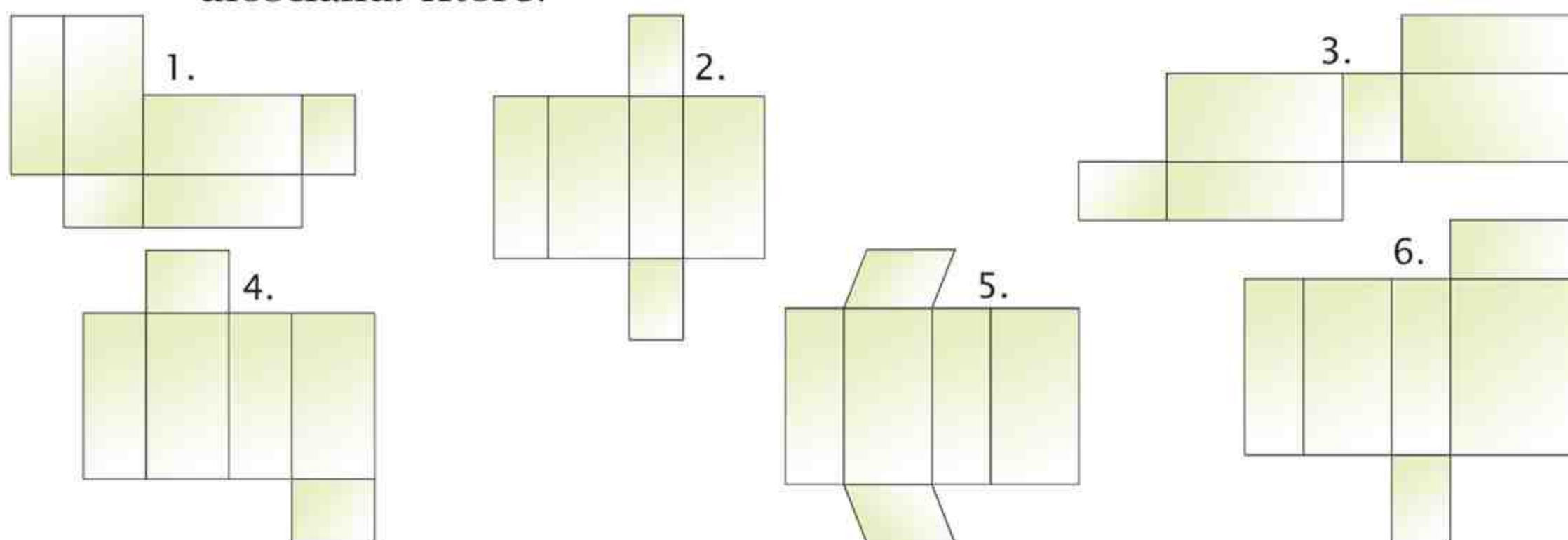
4. Trzy jednakowe prostopadłościany zsunięto tak jak na rysunku obok. Jaką długość ma linia zaznaczona kolorem czerwonym?



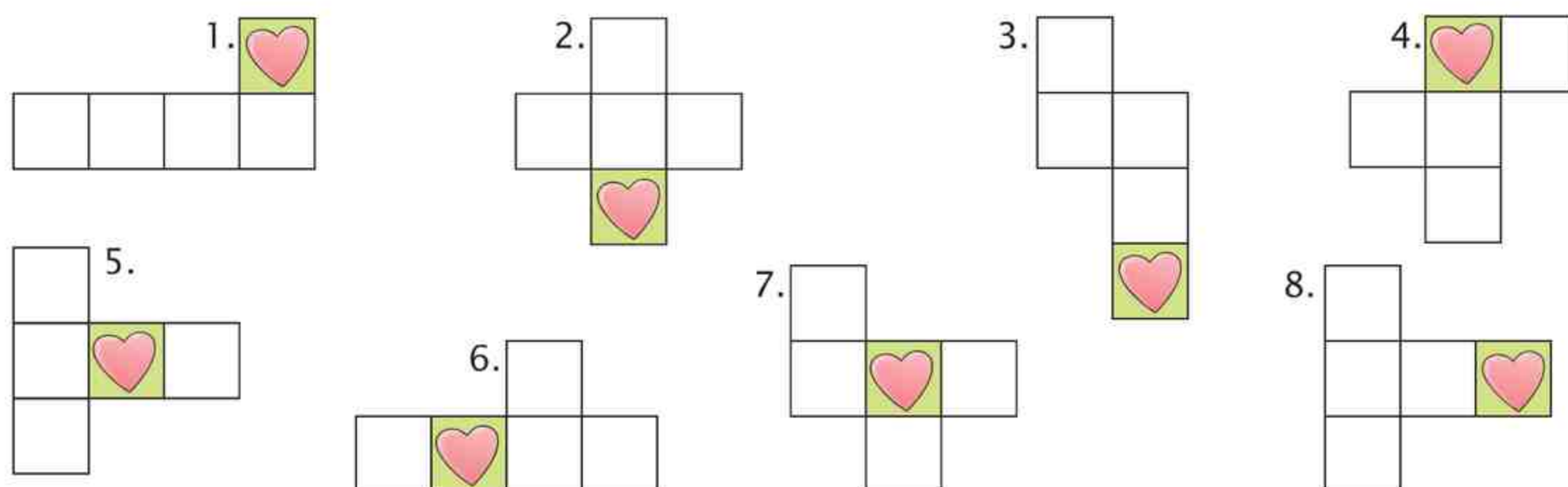


5. Ściany sześcianu pomalowano sześcioma różnymi kolorami: żółtym, zielonym, czerwonym, niebieskim, czarnym i szarym. Na rysunku widać ten sześciąt i jego odbicie w lustrze. Wymień kolory par ścian równoległych i par ścian prostopadłych.

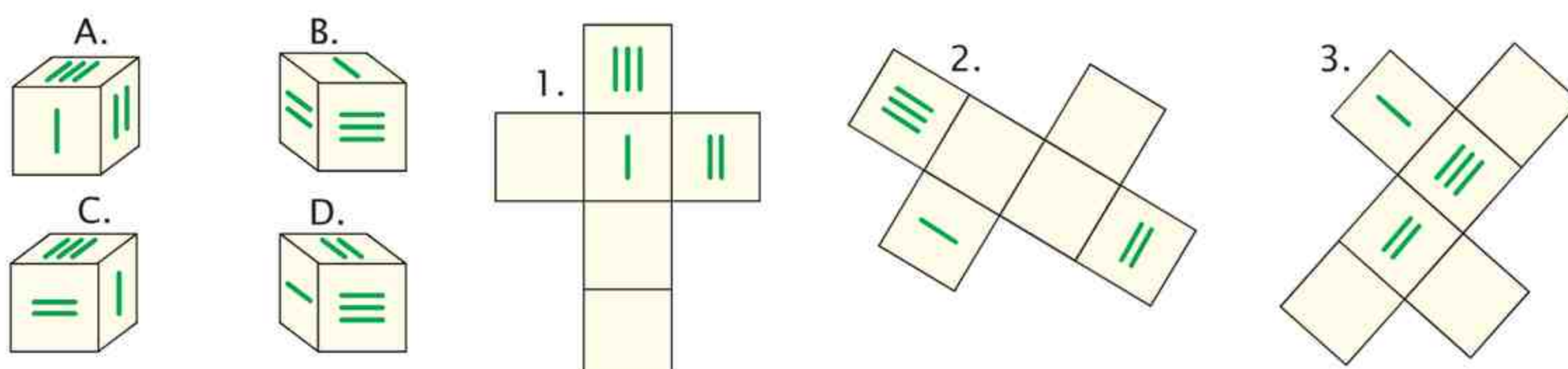
6. Trzy z poniższych rysunków nie przedstawiają siatek prostopadłościanu. Które?



7. Franek chce zrobić otwarte pudełko z serduszkami na dnie tego pudełka. Które siatki mogłyby w tym celu wykorzystać?



8. Trzy sześciiany pasują do narysowanych siatek oznaczonych literami A, B, C, D. Które? Narysuj brakującą siatkę.



9. Na kartce w kratkę narysuj (odręcznie) jak najwięcej różnych siatek sześcianu o krawędzi 1 cm.

10. Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o podanych wymiarach.

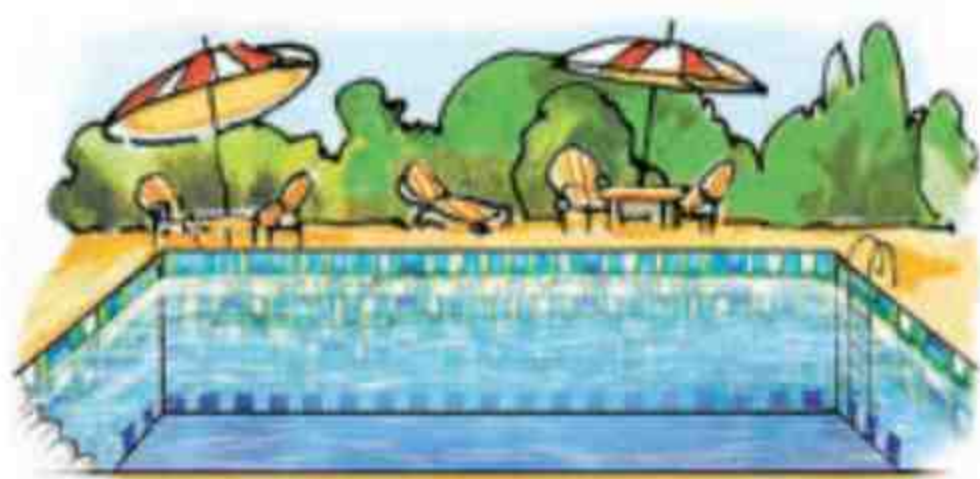
a) $4\text{ m} \times 7\text{ m} \times 2\text{ m}$

c) $11\text{ dm} \times 11\text{ dm} \times 11\text{ dm}$

b) $2\text{ cm} \times 4,5\text{ cm} \times 3,5\text{ cm}$

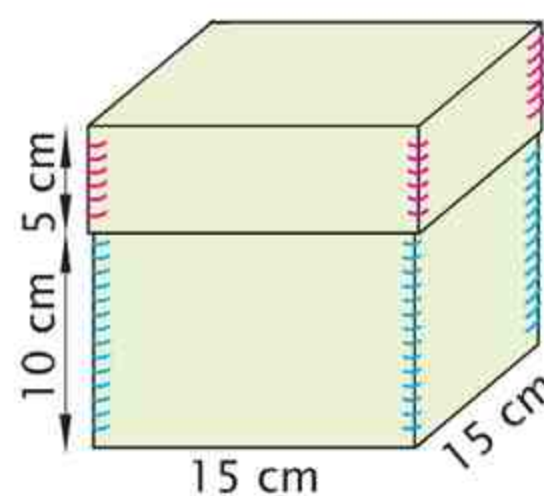
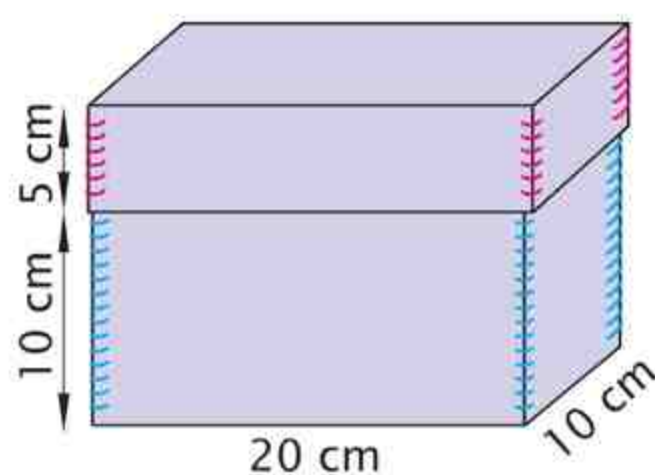
d) $25\text{ mm} \times 4,7\text{ cm} \times 0,2\text{ dm}$

11. Z 12 jednakowych kostek sześciennych o krawędzi 1 cm układamy prostopadłościany, wykorzystując za każdym razem wszystkie kostki. Ile różnych prostopadłościanów możemy otrzymać? Który z nich ma największe pole powierzchni?

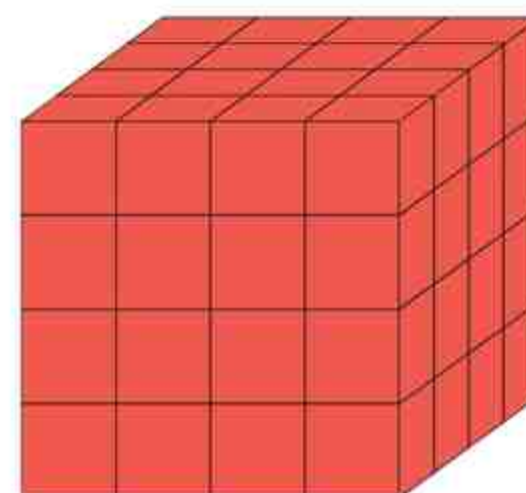


12. Basen ma kształt prostopadłościanu o wymiarach $25\text{ m} \times 10\text{ m} \times 1,5\text{ m}$. Ile co najmniej metrów kwadratowych kafelków potrzeba do wyłożenia dna i ścian tego basenu?

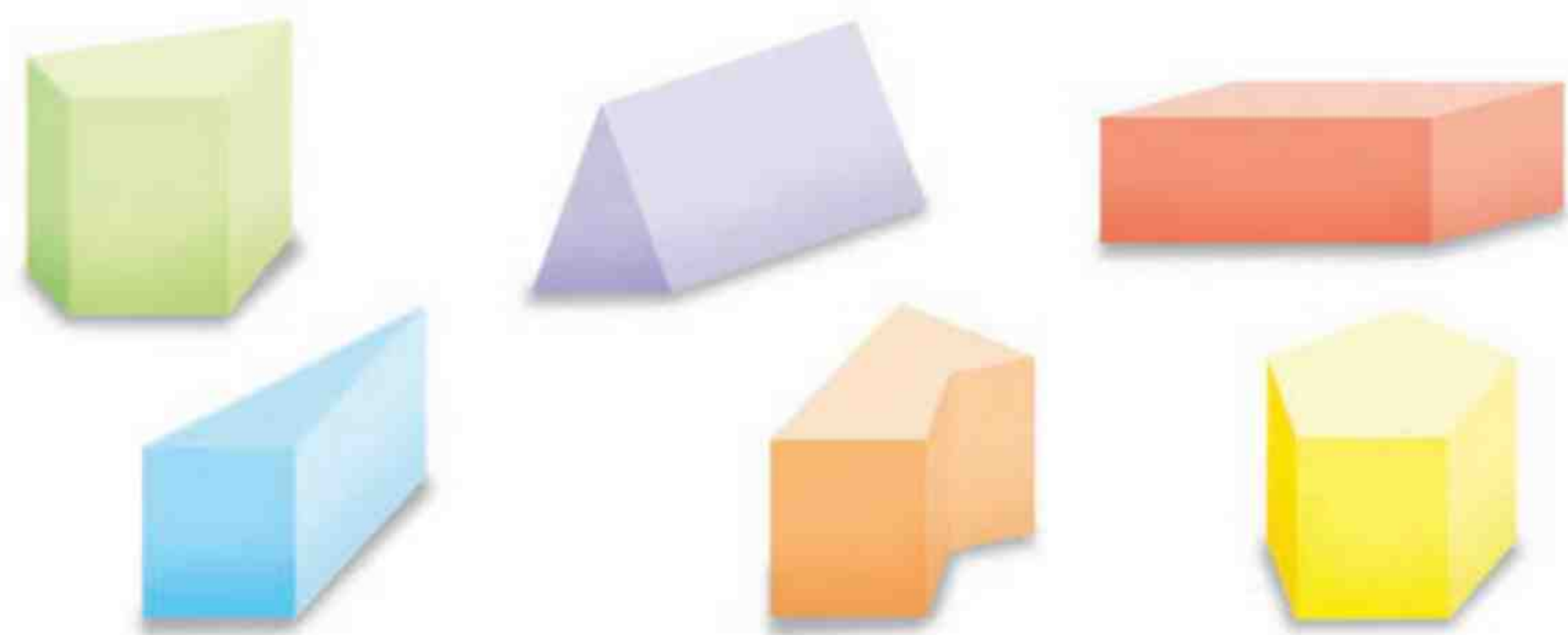
13. Dominika wykonała dwa pudełka z przykrywkami: jedno w kształcie prostopadłościanu, a drugie w kształcie sześcianu. Do łączenia ścian użyła nici. Na które pudełko zużyła więcej kartonu?



Drewniany sześcienny klocek pomalowano na czerwono, a następnie pocięto na 64 jednakowe sześcianiki. Ile sześcianików ma trzy ściany pomalowane na czerwono, ile ma dokładnie dwie pomalowane ściany, a ile — jedną? Ile jest sześcianików, które nie mają pomalowanych ścian?



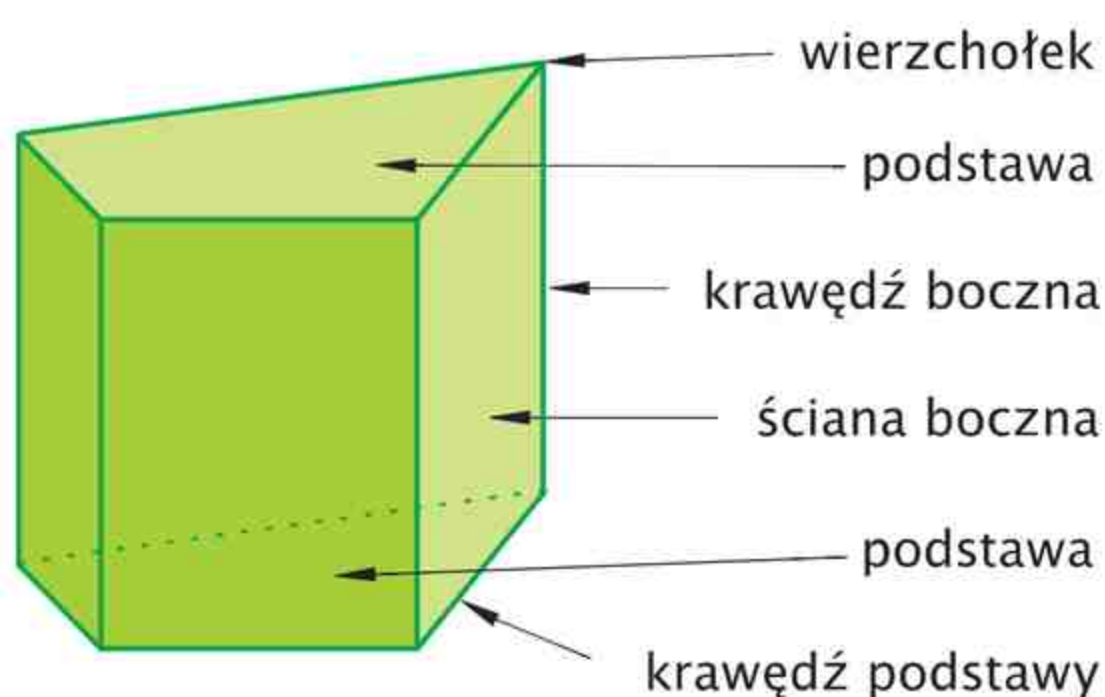
Graniastosłupy proste



Powyżej przedstawiono przykłady figur przestrzennych, które nazywamy **graniastosłupami prostymi**.

W każdym graniastosłupie prostym można wskazać:

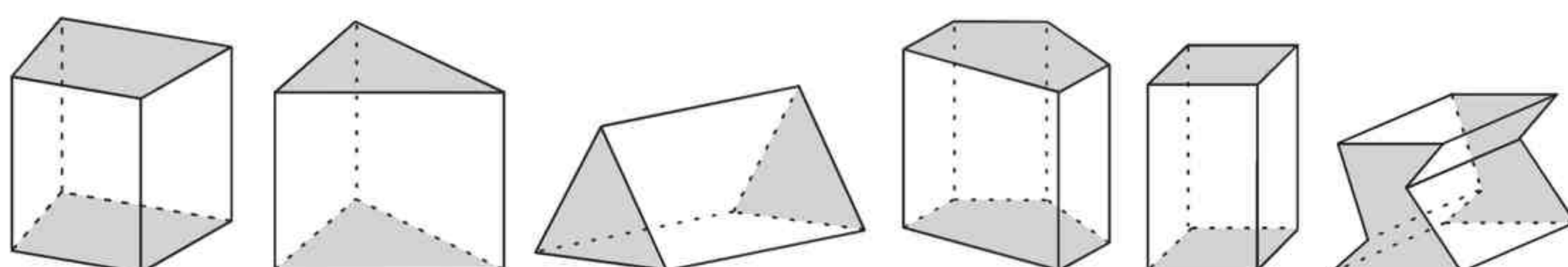
- dwie równoległe ściany, nazywane podstawami, które są jednakowymi (przystającymi) wielokątami,
- ściany boczne, które są prostokątami i które są prostopadłe do podstaw.



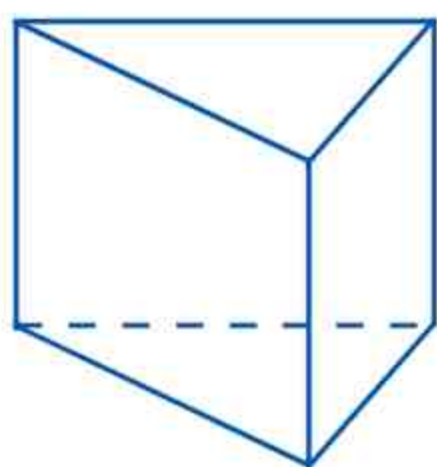
Zauważ, że w graniastosłupie prostym krawędzie boczne mają tę samą długość i są prostopadłe do podstaw.

ĆWICZENIE A. Weź do ręki model graniastosłupa prostego. Wskaż podstawy, ściany boczne i krawędzie boczne graniastosłupa.

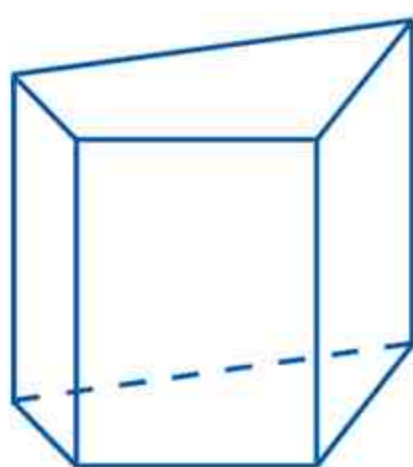
ĆWICZENIE B. Dla każdego z graniastosłupów przedstawionych na poniższych rysunkach ustal, ile boków ma jego podstawa i ile ścian bocznych ma ten graniastosłup.



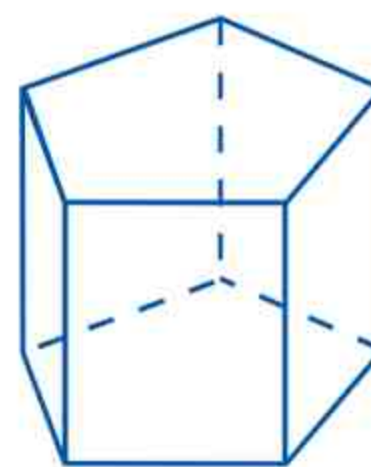
Graniastosłup, którego podstawą jest trójkąt, nazywamy trójkątnym. Gdy podstawą jest czworokąt, graniastosłup nazywamy czworokątnym itd.



Graniastosłup trójkątny ma 3 ściany boczne, podstawy są trójkątami.



Graniastosłup czworokątny ma 4 ściany boczne, podstawy są czworokątami.

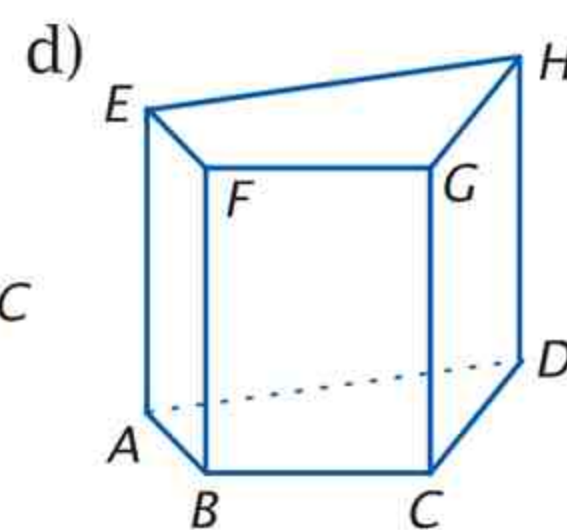
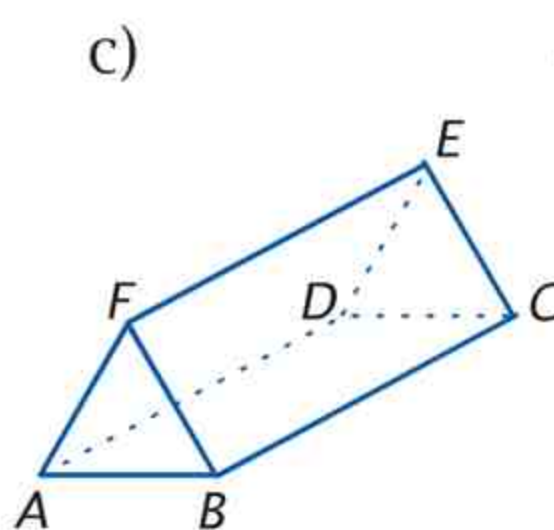
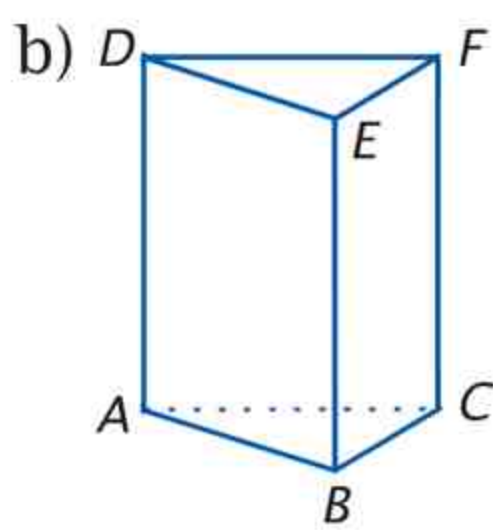
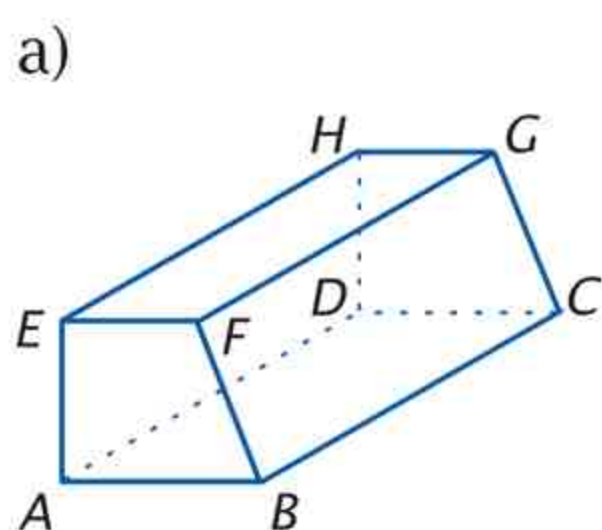


Graniastosłup pięciokątny ma 5 ścian bocznych, podstawy są pięciokątami.

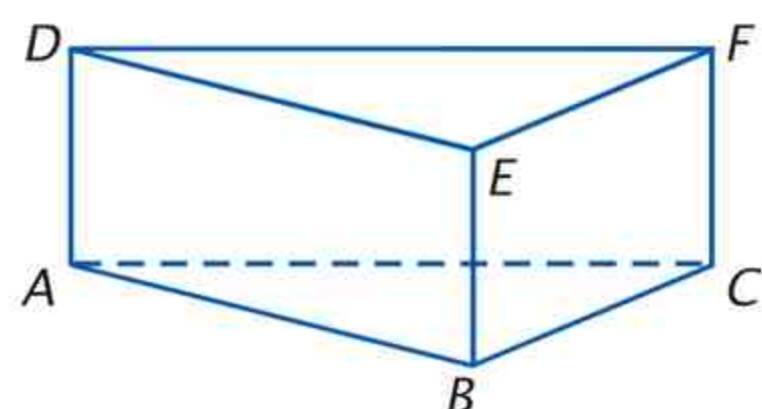
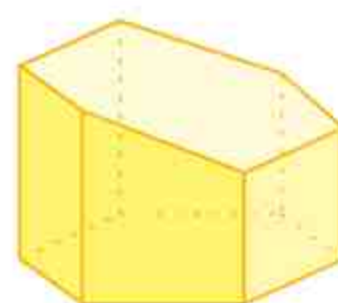
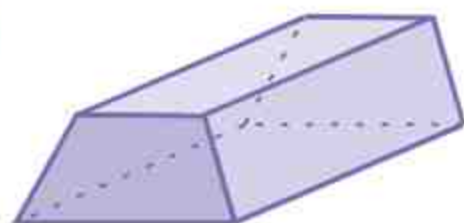
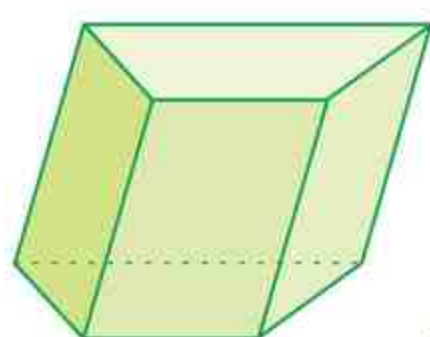
Wszystkie prostopadłościany, a więc także sześciany, to graniastosłupy proste czworokątne. W prostopadłościanie każda ściana może być podstawą.

ZADANIA

1. Na poniższych rysunkach są przedstawione graniastosłupy proste. Wypisz ich podstawy i krawędzie boczne.



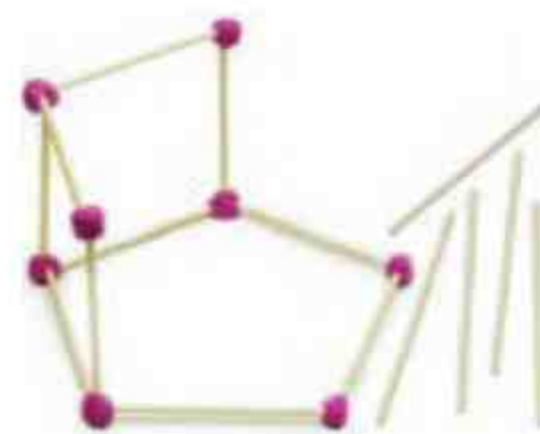
2. Dwie spośród narysowanych brył są graniastosłupami prostymi. Jakie to graniastosłupy?



3. Obok narysowano graniastosłup prosty trójkątny $ABCDEF$. Wypisz jego podstawy i ściany boczne. Które krawędzie są równoległe do krawędzi AD ? Które ściany są prostopadłe do ściany DEF ?

4. a) Wykonaj z patyczków szkielet graniastosłupa prostego pięciokątnego. Do łączenia patyczków użyj na przykład plasteliny.

b) Ile patyczków potrzeba do zbudowania szkieletu graniastosłupa prostego siedmiokątnego?



5. Każdy z poniższych graniastosłupów zbudowano z czterech jednakowych sześciątów. Ustal, ile krawędzi ma każdy z tych graniastosłupów.



6. a) Ile ścian bocznych ma graniastosłup ośmiokątny?

b) Ile wszystkich krawędzi ma graniastosłup sześciokątny?

c) Ile wierzchołków ma graniastosłup dwudziestokątny?

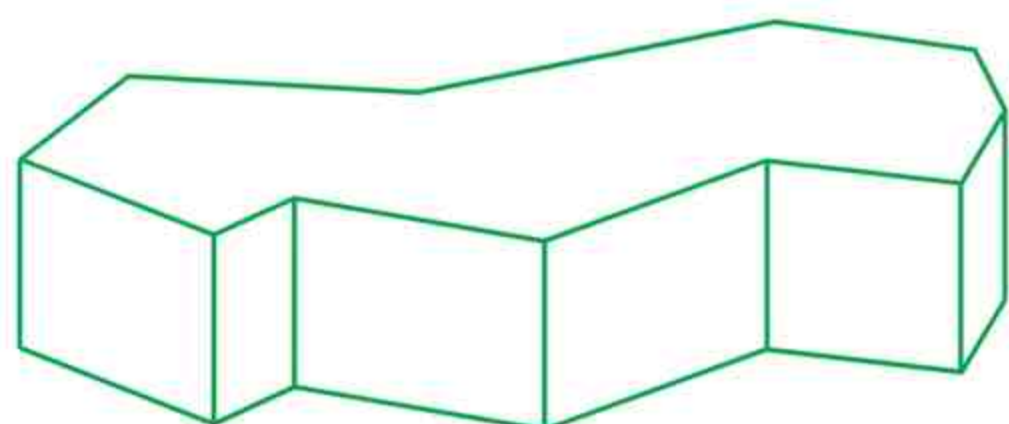
d) Ile krawędzi bocznych ma graniastosłup o 30 wierzchołkach?

7. Odpowiedz, czy graniastosłup może mieć:

a) 9 ścian,

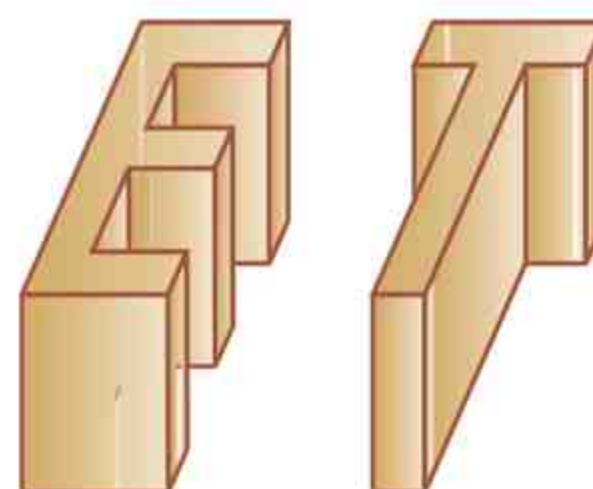
b) 9 krawędzi,

c) 9 wierzchołków.



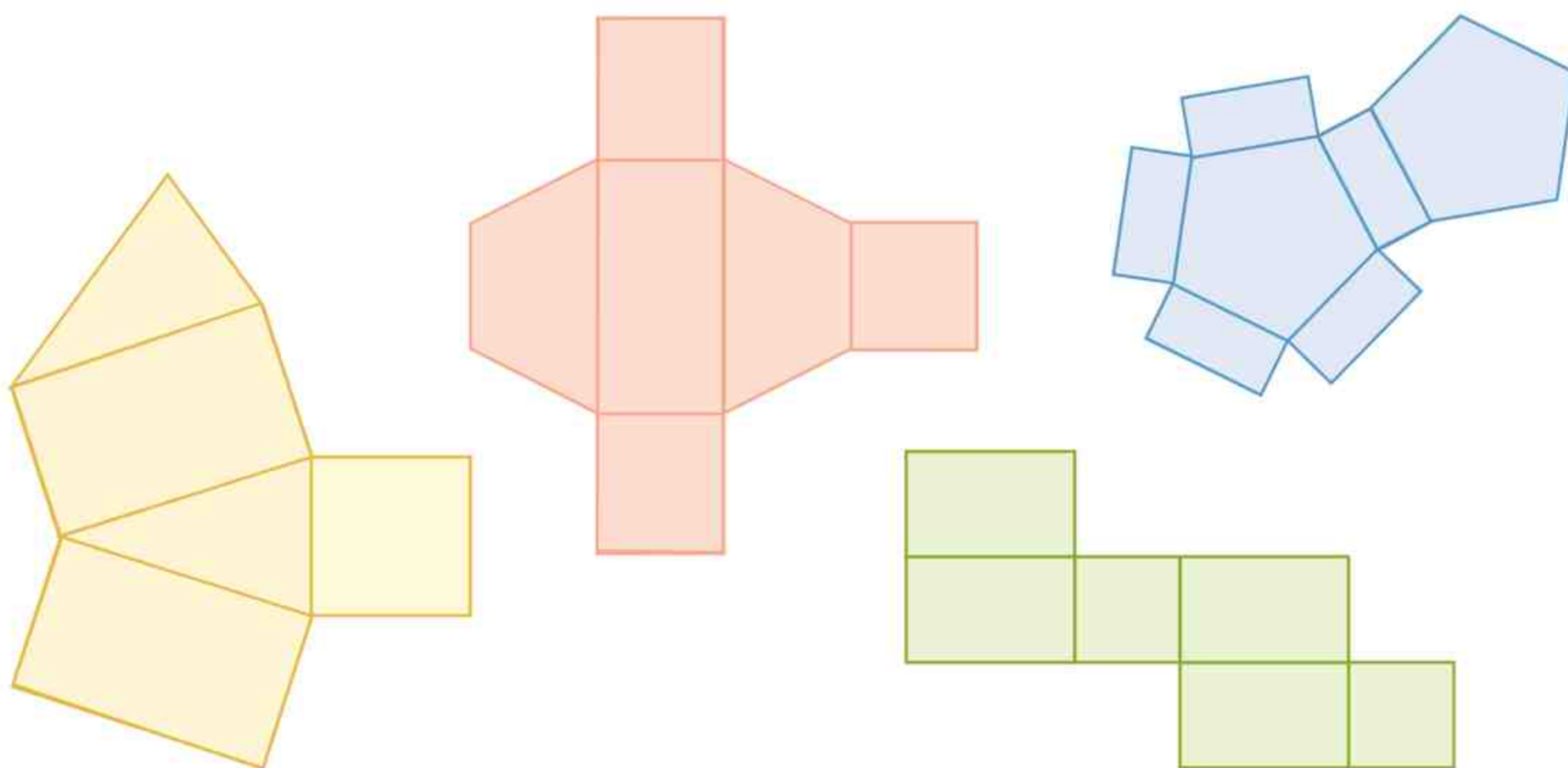
8. Na rysunku obok przedstawiony jest graniastosłup prosty. Ile ścian, ile wierzchołków i ile krawędzi jest niewidocznych?

9. Wycięte z drewna litery mają kształt graniastosłupów prostych. Ile krawędzi ma podstawa każdego z tych graniastosłupów? Ile wierzchołków, ile krawędzi i ile ścian ma każdy z nich?



Czy z dwóch jednakowych klocków w kształcie prostopadłościanu można zbudować graniastosłup sześciokątny? Czy można zbudować graniastosłup ośmiokątny?

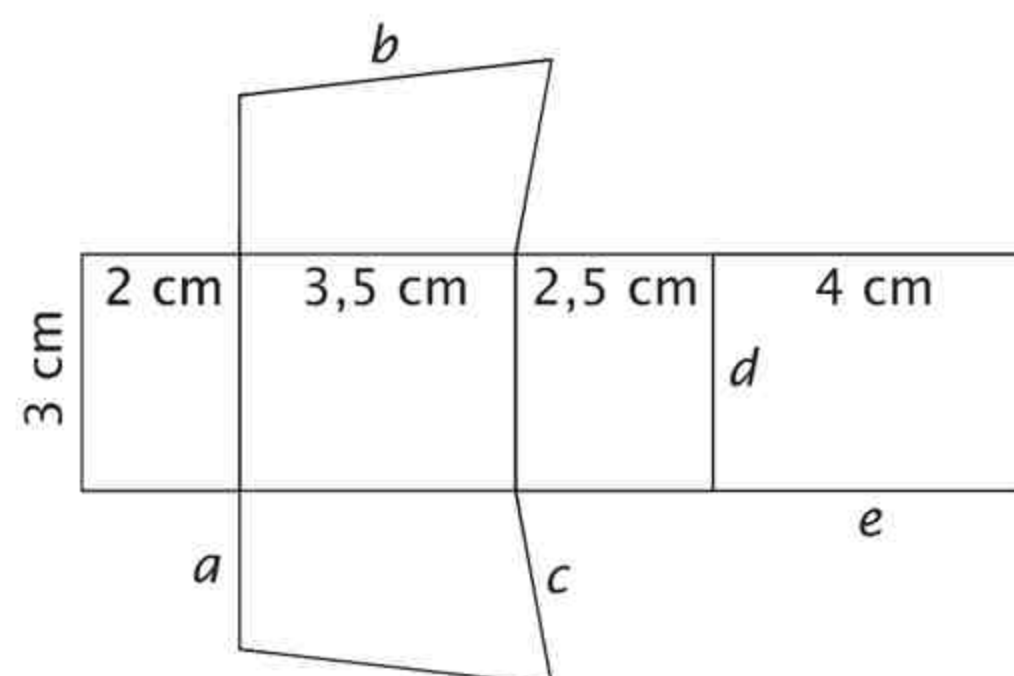
Siatki graniastosłupów prostych



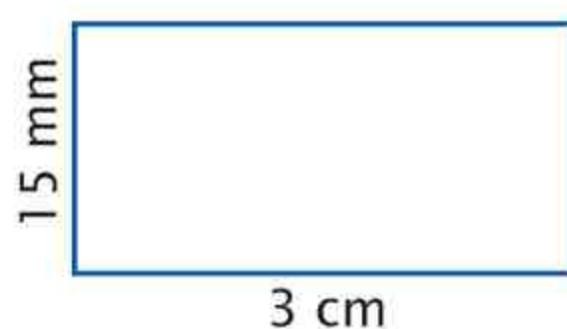
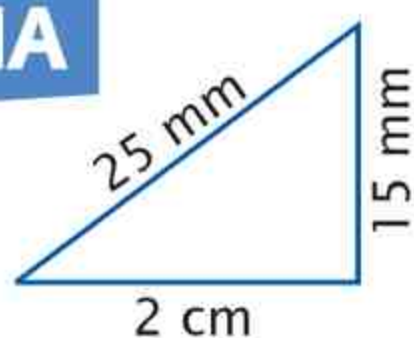
To są siatki różnych graniastosłupów prostych.

ĆWICZENIE A. Nazwij graniastosłupy, których siatki przedstawiono powyżej.

ĆWICZENIE B. Obok narysowano siatkę graniastosłupa prostego. Jakie długości mają odcinki oznaczone literami?

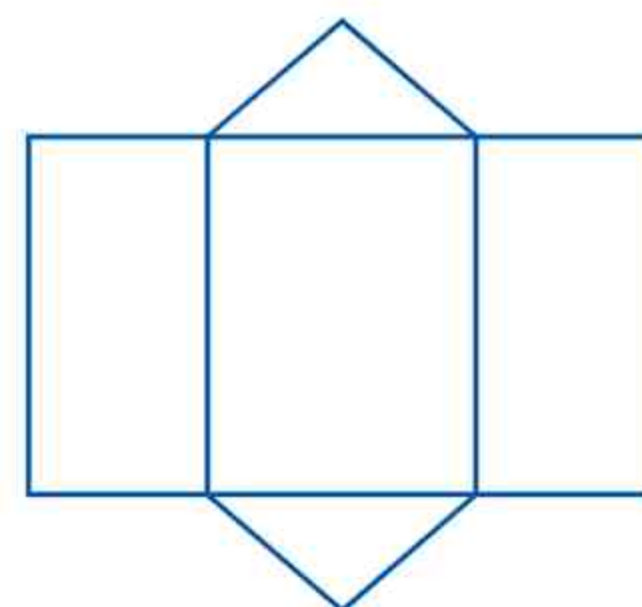


ZADANIA



1. Na rysunku obok przedstawiono dwie ściany pewnego graniastosłupa prostego. Narysuj siatkę tego graniastosłupa.

2. Obok przedstawiono siatkę graniastosłupa w skali 1 : 3. Narysuj tę siatkę w skali 1 : 1, dorysuj „języczki”, wytnij ją i sklej model graniastosłupa.

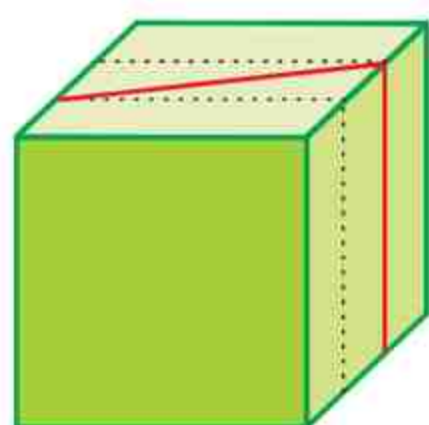
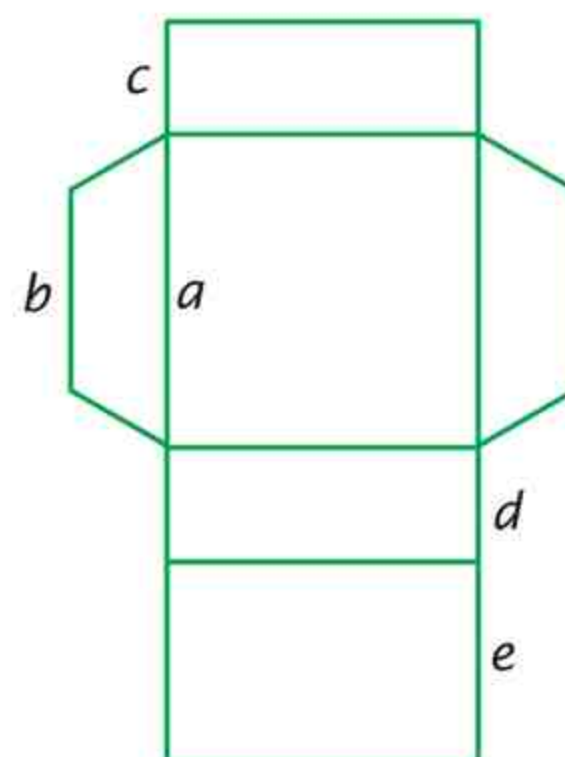


3. Narysuj siatkę graniastosłupa czworokątnego, którego podstawą jest romb o przekątnych długości 8 cm i 6 cm, a krawędź boczna ma długość 2 cm.

4. Na rysunku obok przedstawiono siatkę graniastosłupa, którego podstawą jest trapez równoramienny o bokach 3 cm, 2 cm oraz 1 cm.

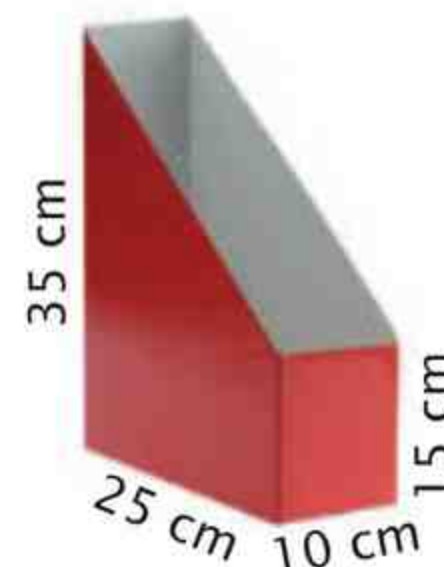
a) Podaj długości odcinków oznaczonych literami.

b) Jedna ze ścian tego graniastosłupa jest kwadratem. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego graniastosłupa.

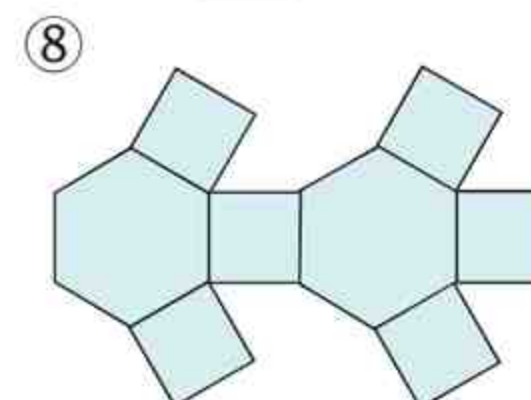
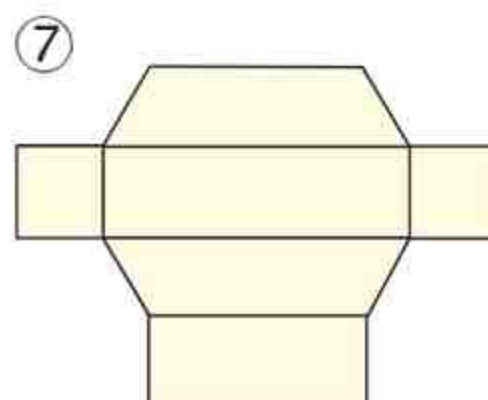
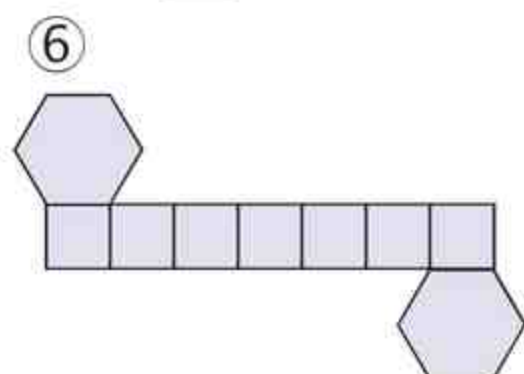
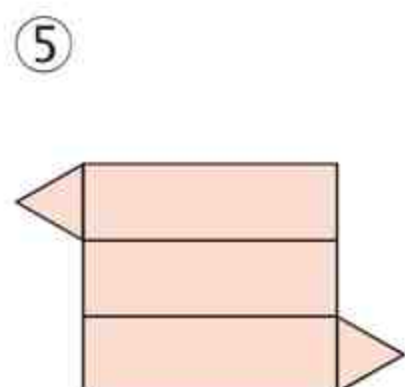
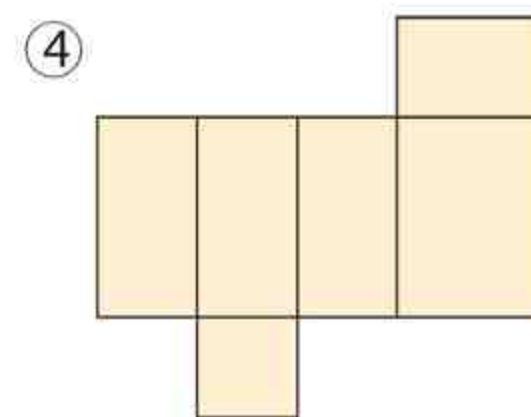
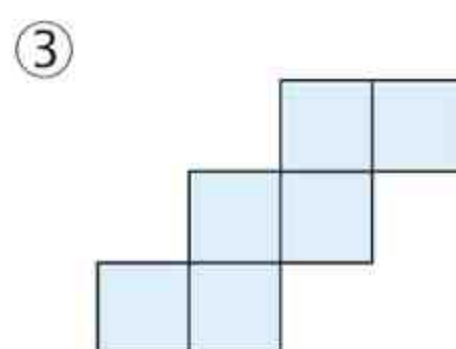
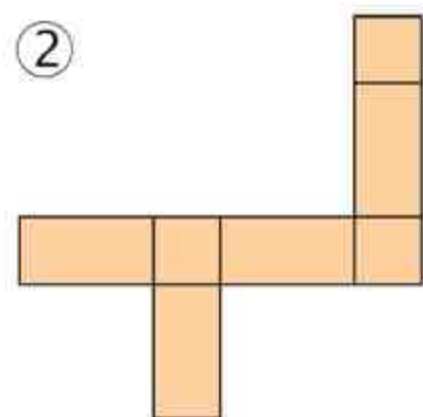
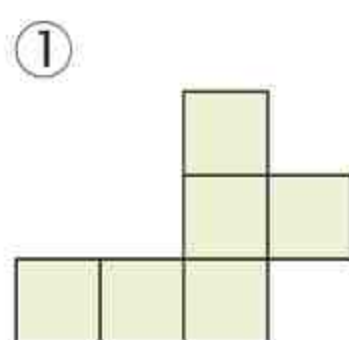


5. Popatrz na rysunek obok. Sześcian o krawędzi 3 cm podzielono na dwa jednakowe graniastosłupy (wzdłuż czerwonej linii). Narysuj siatkę jednego z nich.

6. Na rysunku są podane wymiary segregatora. Wykonaj model tego segregatora w skali 1 : 5 (narysuj odpowiednią siatkę, dorysuj „języczki” i sklej model).

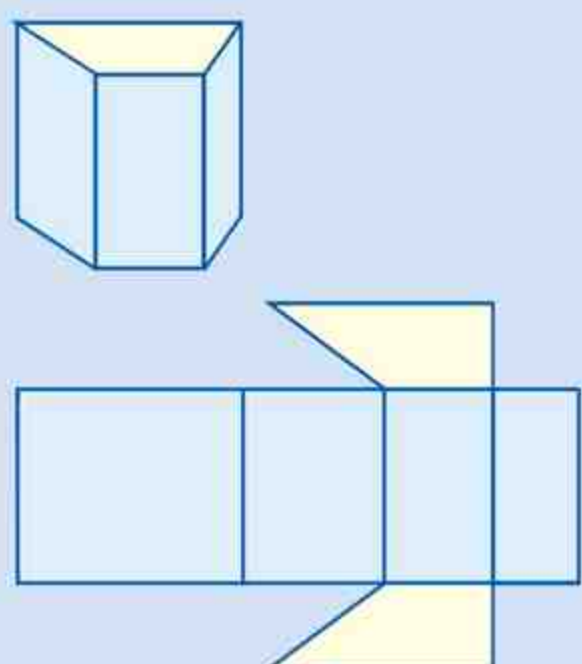


Które rysunki przedstawiają siatki graniastosłupów?



Pole powierzchni graniastopu prostego

Jeśli obliczymy pola wszystkich ścian prostopadłocianu i dodamy wyniki, otrzymamy pole powierzchni prostopadłocianu. Podobnie obliczamy pole powierzchni graniastopu.



Pole powierzchni graniastopu to suma pól wszystkich jego ścian, czyli suma pól dwóch podstaw i pól ścian bocznych.

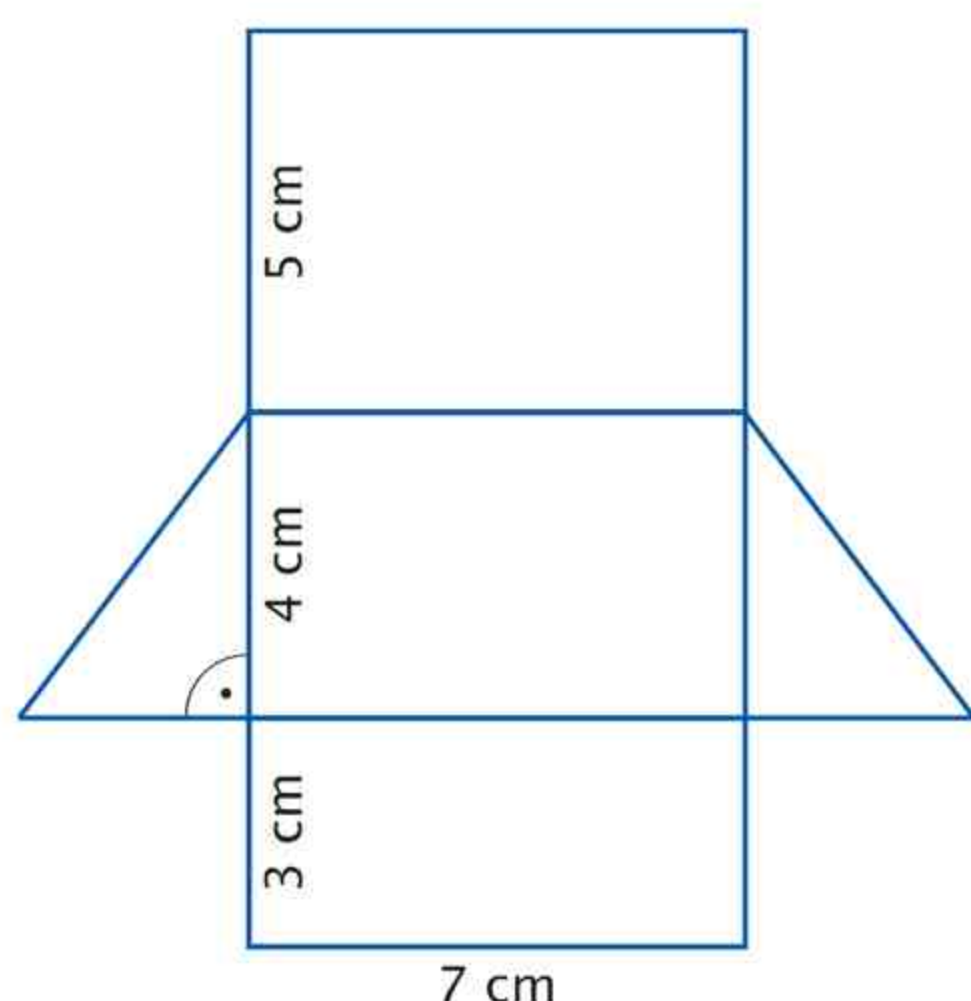
$$P_c = 2 \cdot P_p + P_b$$

P_c — pole powierzchni całkowitej graniastopu

P_p — pole podstawy graniastopu

P_b — pole powierzchni bocznej graniastopu

Popatrz, jak można obliczyć pole powierzchni graniastopu trójkątnego, którego siatkę przedstawiono na rysunku.



Obliczamy pole podstawy:

$$\frac{3 \cdot 4}{2} = 6$$

$$P_p = 6 \text{ cm}^2$$

Obliczamy pole powierzchni bocznej:

$$7 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 7 \cdot 5 = 84$$

$$P_b = 84 \text{ cm}^2$$

Obliczamy pole powierzchni całkowitej:

$$P_c = 2P_p + P_b$$

$$2 \cdot 6 + 84 = 96$$

$$P_c = 96 \text{ cm}^2$$

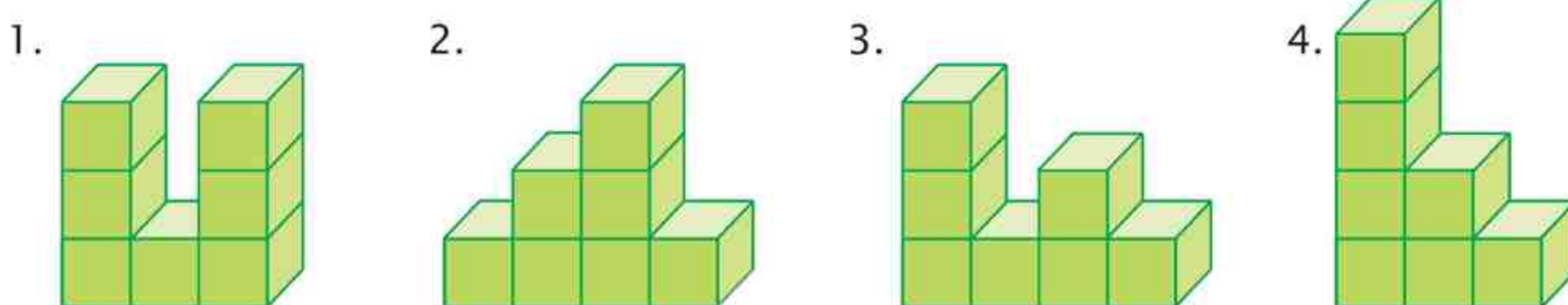
ĆWICZENIE. Wytnij trzy prostokątne paski papieru o wymiarach $18 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$. Zrób z nich trzy „dziurawe” modele różnych graniastopów. Jakie pole powierzchni bocznej mają te graniastopy?



ZADANIA

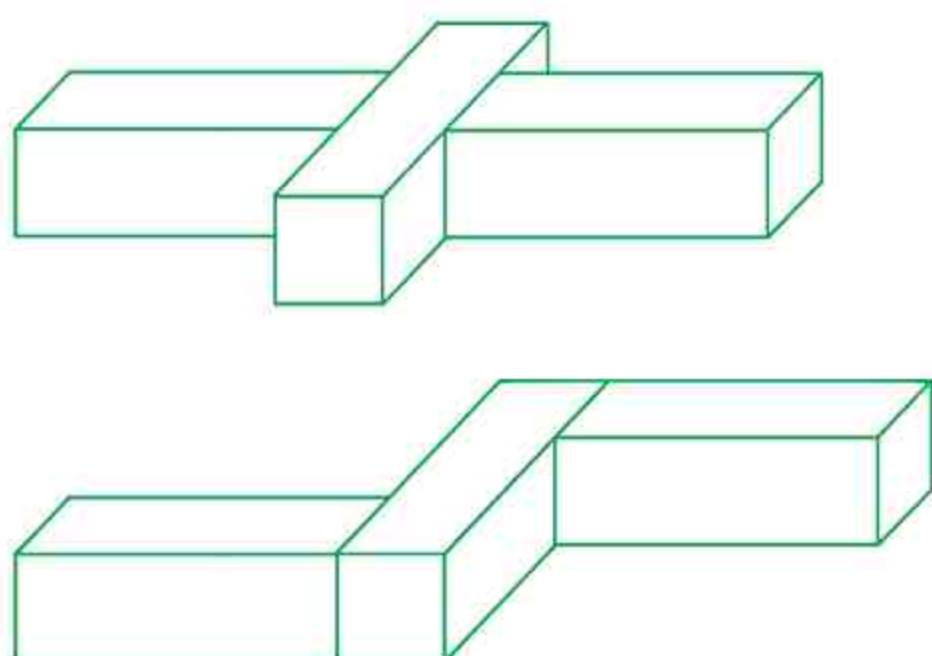
1. Oblicz pole powierzchni graniastosłupa prostego, w którym:
- a) podstawa jest kwadratem o boku 5 cm, a krawędzie boczne mają długość 7 cm,
 - b) podstawa jest trójkątem prostokątnym o bokach 6 cm, 8 cm i 10 cm, a wysokość ma 12 cm,
 - c) podstawa jest rombem o boku 6 cm i wysokości 3 cm, a krawędzie boczne mają długość 10 cm,
 - d) podstawa jest trapezem prostokątnym o podstawach 7 cm i 4 cm oraz ramionach 4 cm i 5 cm, a krawędzie boczne mają długość 10 cm.

2. Każdy z graniastosłupów prostych przedstawionych poniżej zbudowano z siedmiu jednakowych sześciątów o krawędzi długości 1 cm. Nazwij te graniastosłupy i oblicz ich pola powierzchni.



3. Oblicz pole powierzchni bocznej graniastosłupa prostego, którego:
- a) podstawa jest równoległobokiem o bokach 5,5 cm i 3 cm, krawędzie boczne są równe 12 cm,
 - b) obwód podstawy jest równy 10 cm, a wysokość wynosi 3,5 cm,
 - c) podstawa jest siedmiokątem, suma długości wszystkich krawędzi wynosi 134 cm, a wysokość jest równa 1 dm.

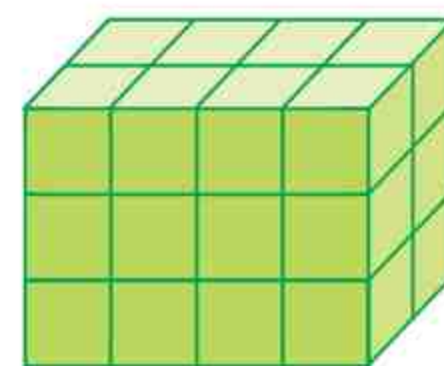
4. Pole powierzchni całkowitej pewnego graniastosłupa jest równe 120 dm^2 i jest 4 razy większe od jego pola powierzchni bocznej. Jakie pole ma podstawa tego graniastosłupa?



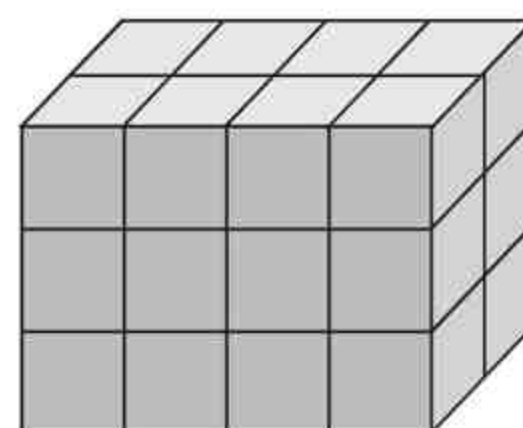
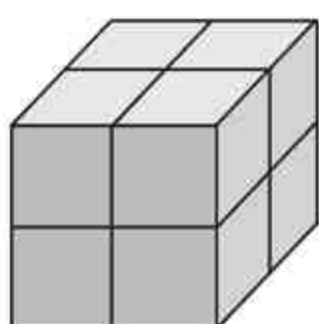
Oba graniastosłupy przedstawione na rysunku obok zostały ułożone z jednakowych prostopadłościanów o wymiarach $3 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 1 \text{ dm}$. Oblicz pole powierzchni każdego z tych graniastosłupów.

Objętość prostopadłościanu. Jednostki objętości

Prostopadłościan przedstawiony na rysunku obok składa się z 24 jednakowych sześciątów. Jeśli objętość jednego takiego sześciątka przyjmiemy za jednostkę, to objętość prostopadłościanu wynosi 24 jednostki.



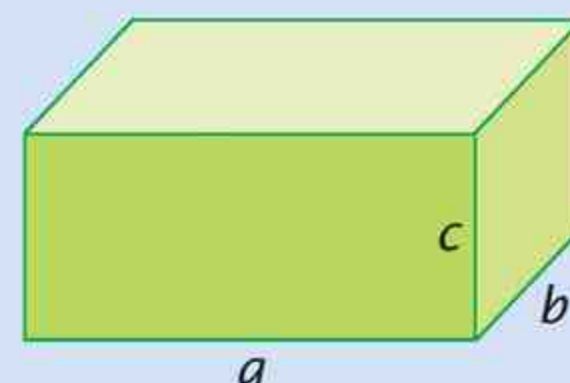
ĆWICZENIE A. Każdy z narysowanych prostopadłościanów składa się z jednakowych sześciątów o objętości 1 cm^3 . Podaj objętości tych prostopadłościanów.



Poniżej przypominamy wzory, z których możemy korzystać przy obliczaniu objętości prostopadłościanów.

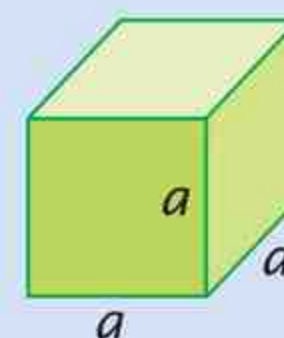
Objętość prostopadłościanu: $V = a \cdot b \cdot c$

a, b, c — długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka



Objętość sześcianu: $V = a^3$

a — długość krawędzi sześcianu



Uwaga. Korzystając z tych wzorów, musimy pamiętać, aby długości krawędzi wyrażone były w jednakowych jednostkach.

Przypomnijmy, że do określania objętości figur przestrzennych możemy używać następujących jednostek:

1 mm^3

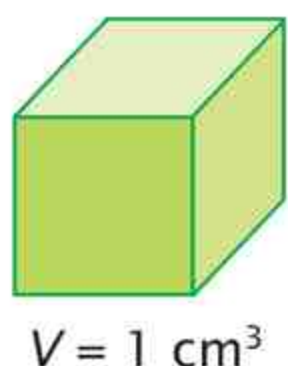
1 cm^3

1 dm^3

1 m^3

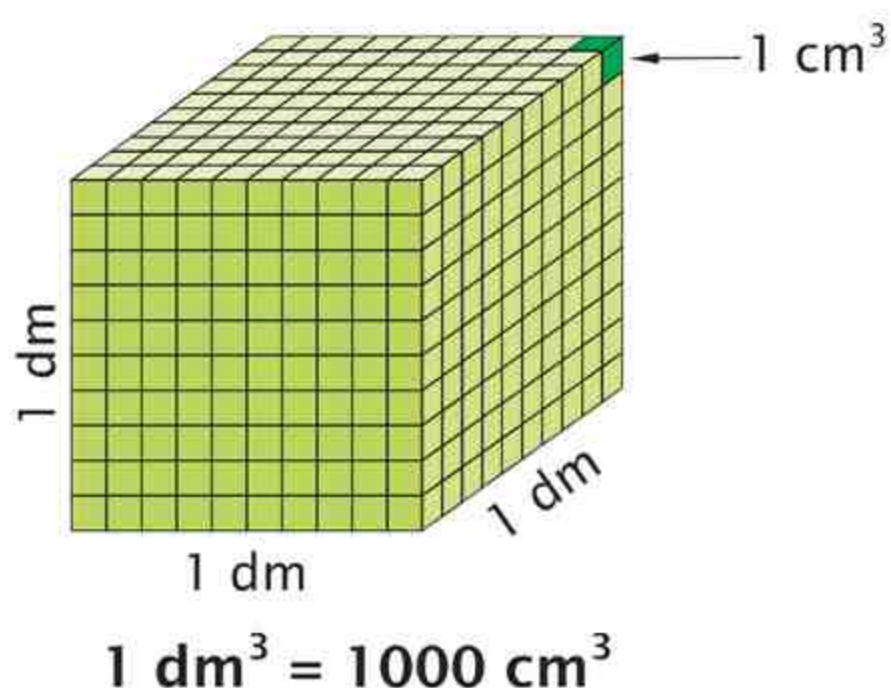
1 km^3


 $V = 1 \text{ mm}^3$



1 mm^3 to objętość sześcianu o krawędzi 1 mm ,
 1 cm^3 to objętość sześcianu o krawędzi 1 cm itd.

ĆWICZENIE B. Pod kleksami kryją się napisy mm^3 , cm^3 , dm^3 , m^3 i km^3 .
Dopasuj te napisy do odpowiednich kleksów.



ĆWICZENIE C. a) Krawędź sześcianu ma długość 1 dm . Wyraż objętość tego sześcianu w decymetrach sześciennych i centymetrach sześciennych.

- b) 1 cm^3 — ile to milimetrów sześciennych?
c) 1 m^3 — ile to centymetrów sześciennych i ile to decymetrów sześciennych?
d) 1 km^3 — ile to metrów sześciennych?

Oprócz jednostek objętości: 1 cm^3 , 1 m^3 itp. w życiu codziennym często używa się jednostek: litr i mililitr. Jednostki te służą przede wszystkim do określania objętości cieczy i gazów oraz pojemności naczyń.

1 litr płynu
wypełnia naczynie w kształcie
sześcianu o krawędzi 1 dm .

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$$

Ciekawostka

Warto pamiętać, że 1 hektolitr, w skrócie 1 hl, to 100 razy więcej niż litr, a 1 centylitr, w skrócie 1 cl, to 100 razy mniej niż litr. Zatem: $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$ i $1 \text{ cl} = 0,01 \text{ l} = 10 \text{ ml}$.

Na przykład duża beczka ogrodowa ma pojemność około 1,5 hl. Na butelkach o pojemności 0,75 l często można znaleźć zapis 75 cl.

ZADANIA

1. Oblicz objętość prostopadłościanu o wymiarach:

- a) $10\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 0,5\text{ cm}$ c) $1\text{ m} \times 30\text{ cm} \times 20\text{ cm}$
b) $2,5\text{ dm} \times 4\text{ dm} \times 1\text{ cm}$ d) $1\text{ cm} \times 1\text{ dm} \times 1\text{ m}$

2. Oblicz objętość sześcianu o krawędzi:

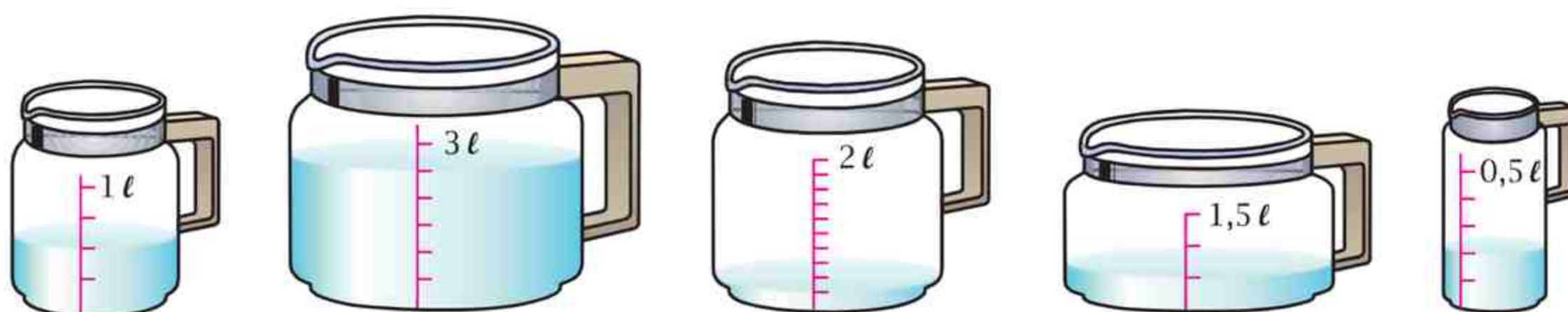
- a) 8 cm b) 19 dm c) $7,1\text{ cm}$ d) 20 m

3. Prostopadłościan ma wymiary $20\text{ cm} \times 12\text{ dm} \times 0,5\text{ m}$. Wyraż objętość tego prostopadłościanu w centymetrach sześciennych oraz w metrach sześciennych.

4. Płyta kartonowo-gipsowa o wymiarach $1,2\text{ m} \times 2\text{ m}$ ma grubość $12,5\text{ mm}$. Jaką objętość ma ta płyta?

5. Powierzchnia ścian w pokoju jest równa 50 m^2 . Pan Mietek chce wyłożyć ściany tego pokoju płytami kartonowo-gipsowymi o grubości $12,5\text{ mm}$. O ile zmniejszy się objętość powietrza w tym pokoju?

6. Ile mililitrów płynu jest w każdym z naczyń?



7. Wyraż w litrach i mililitrach objętości prostopadłościanów o wymiarach:

- a) $4\text{ dm} \times 2,5\text{ dm} \times 3\text{ dm}$ c) $3,5\text{ dm} \times 85\text{ cm} \times 40\text{ cm}$
b) $50\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 80\text{ cm}$ d) $1\text{ m} \times 1\text{ dm} \times 1\text{ cm}$

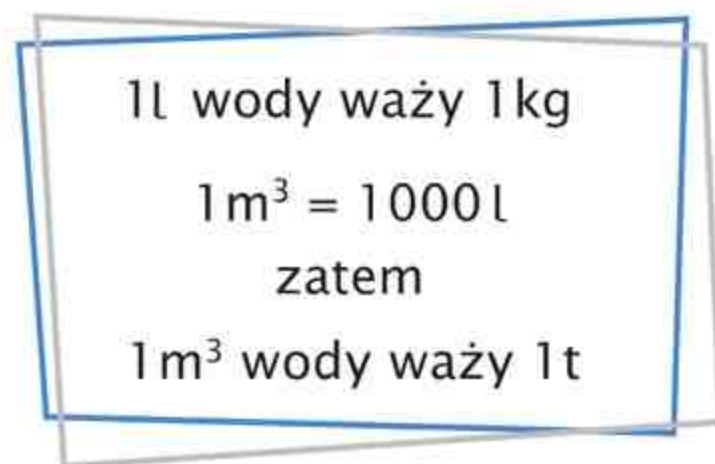
8. Wyraż objętości w podanych jednostkach.

- a) w litrach: 9 dm^3 3000 ml 4500 ml 250 ml 34 ml
b) w mililitrach: 8 l $9,5\text{ l}$ 4 dm^3 $7,2\text{ dm}^3$ 81 cm^3 527 cm^3
c) w decymetrach sześciennych: 15 l $3,7\text{ l}$ 8000 cm^3 6000 ml

9. a) 1 cm^3 rtęci waży 13,5 g. Ile waży 1 litr rtęci?
b) 1 litr oliwy waży 92 dag. Ile waży 1 cm^3 oliwy?

10. W wannie mieści się 150 dm^3 wody. Wiadro ma pojemność 12 litrów. Ile takich wiader pełnych wody można wlać do wanny, aby woda z wanny się nie wylewała?

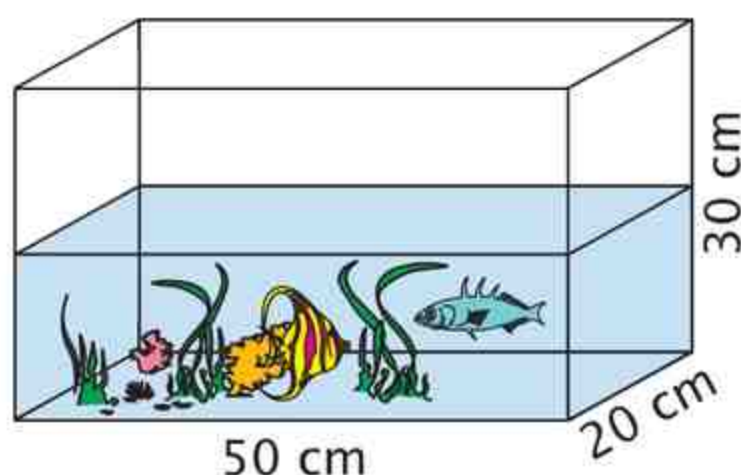
11. Śniardwy to największe pod względem powierzchni jezioro w Polsce. Objętość wody w tym jeziorze wynosi około $0,66 \text{ km}^3$. Wyobraź sobie, że wodę z tego jeziora trzeba przelać do stulitrowych beczek. Czy miliard takich beczek wystarczy?



12. W pewnej szkole podstawowej jest basen o długości 25 m. Każdy z sześciu torów ma 1,4 m szerokości. Basen ma głębokość 1,5 m.
a) Ile waży woda w tym basenie?

b) Jak długo trwałoby napełnianie tego basenu, gdyby woda wlewała się do niego z prędkością 100 litrów na minutę?

13. Akwarium w kształcie prostopadłościanu o krawędziach długości 50 cm, 30 cm i 20 cm jest wypełnione do połowy wodą.



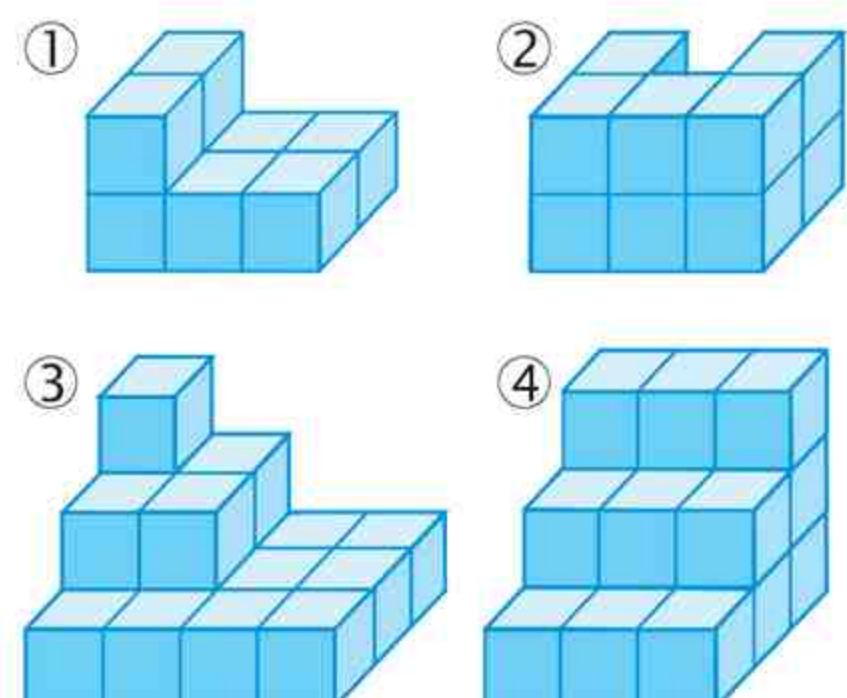
a) Ile waży woda w akwarium?

b) O ile centymetrów podniesie się poziom wody w akwarium, gdy dolejemy 3 litry wody?

c) Ile wody należy dolać do tego akwarium, aby było wypełnione do $\frac{3}{4}$ wysokości?

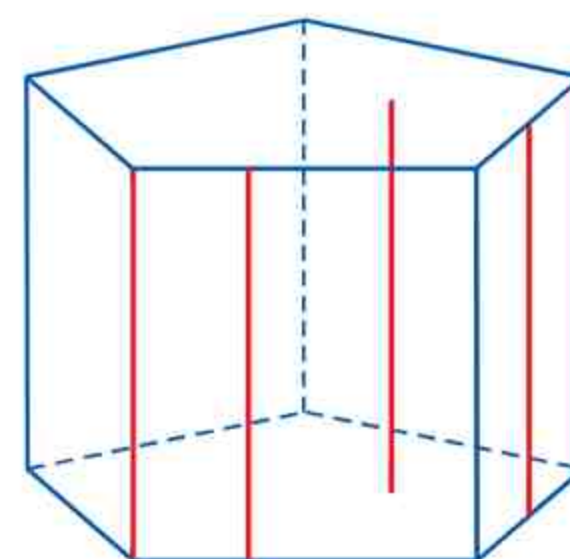


Każdą z brył narysowanych obok ułożono z jednakowych sześcianów o krawędzi 1 dm. Dla każdej z nich ustal objętość najmniejszego prostopadłościanu oraz najmniejszego sześcianu, w którym zmieści się bryła.



Objętość graniastosłupa prostego

Popatrz na rysunek obok. W graniastosłupie prostym zaznaczono czerwonym kolorem kilka odcinków, które łączą podstawy graniastosłupa i są do tych podstaw prostopadłe. Każdy taki odcinek nazywamy **wysokością graniastosłupa**.

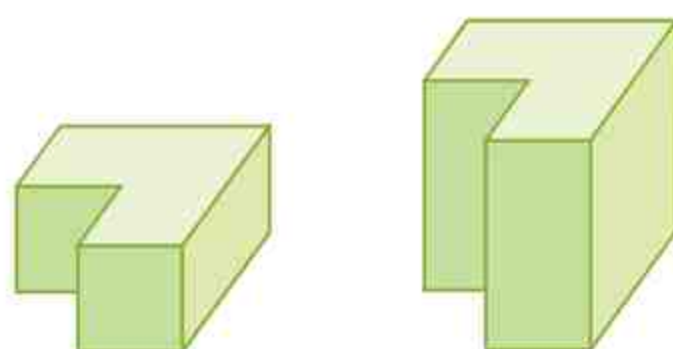


Uwaga. Wysokością graniastosłupa będziemy też nazywać długość takiego odcinka.

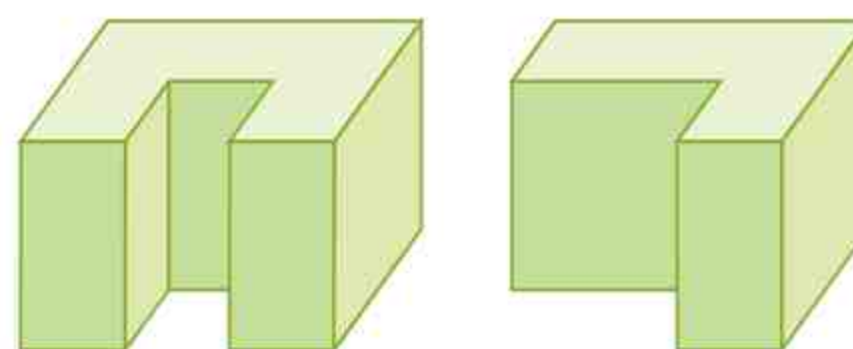
W graniastosłupie prostym krawędź boczna jest wysokością graniastosłupa.

ĆWICZENIE A. Przyjrzyj się poniższym rysunkom.

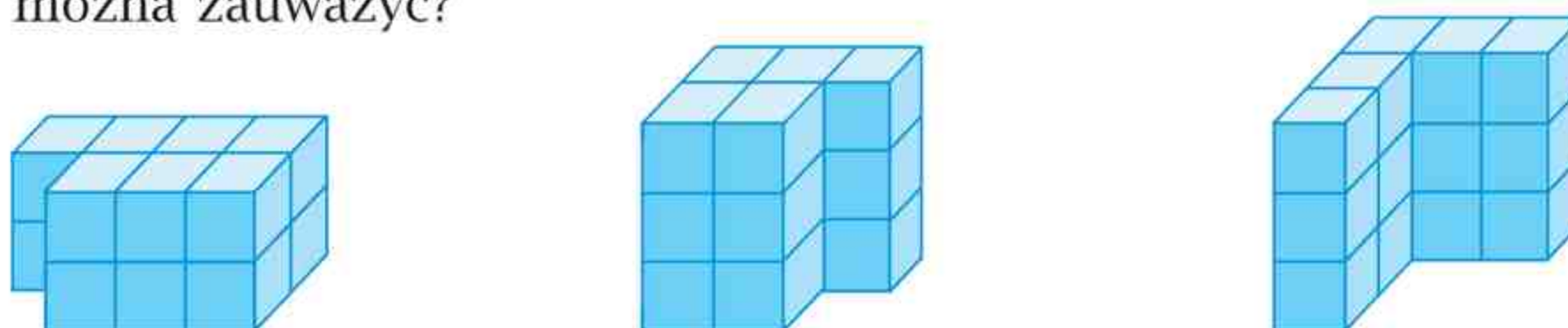
a) Oba graniastosłupy mają jednakowe podstawy. Który z nich ma większą objętość?



b) Oba graniastosłupy mają jednakowe wysokości. Który z nich ma większą objętość?



ĆWICZENIE B. Graniastosłupy przedstawione poniżej zostały zbudowane z jednakowych sześciąt o krawędzi 1 cm. Ustal, jaką objętość, jakie pole podstawy i jaką wysokość ma każdy z tych graniastosłupów. Co można zauważyć?



Objętość graniastosłupa zależy od wielkości jego podstawy i od wysokości. Obliczając objętość graniastosłupa, możemy korzystać ze wzoru:



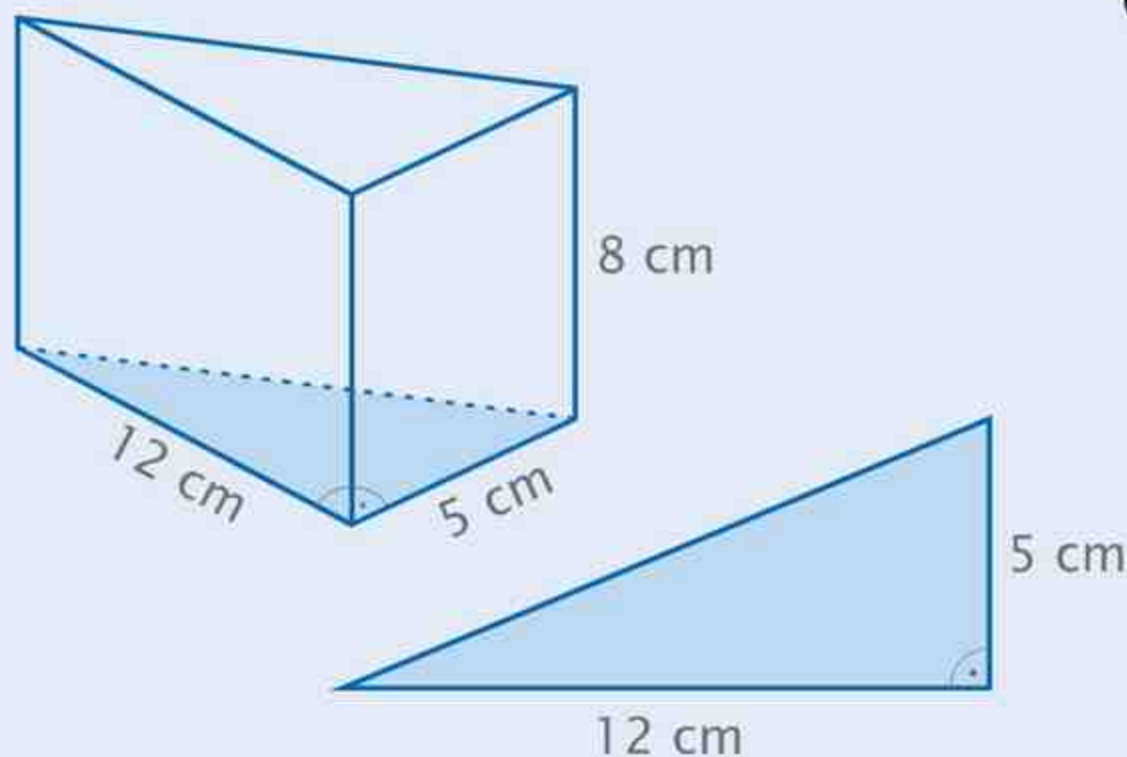
$$V = P_p \cdot h$$

V — objętość graniastosłupa prostego
 P_p — pole podstawy
 h — długość wysokości

Uwaga. Korzystając ze wzoru na objętość graniastosłupa, musimy pamiętać, aby długości odcinków potrzebne do obliczeń były wyrażone w tej samej jednostce.

PRZYKŁAD

Oblicz objętość graniastosłupa, którego wysokość jest równa 8 cm i którego podstawą jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 5 cm i 12 cm.



Obliczamy pole podstawy:

$$\frac{12 \cdot 5}{2} = 30$$
$$P_p = 30 \text{ cm}^2$$

Obliczamy objętość:

$$V = P_p \cdot h$$
$$h = 8 \text{ cm}$$
$$30 \cdot 8 = 240$$
$$V = 240 \text{ cm}^3$$

ZADANIA

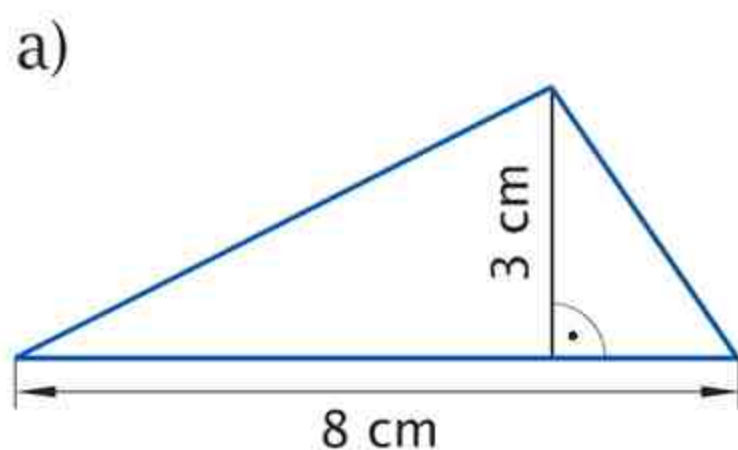
1. a) Pole podstawy graniastosłupa jest równe 24 cm^2 . Wysokość ma 8 cm. Jaka jest objętość tego graniastosłupa?

b) Pole podstawy graniastosłupa prostego wynosi $3,5 \text{ cm}^2$. Wysokość jest równa 2,5 dm. Jaką objętość ma ten graniastosłup?

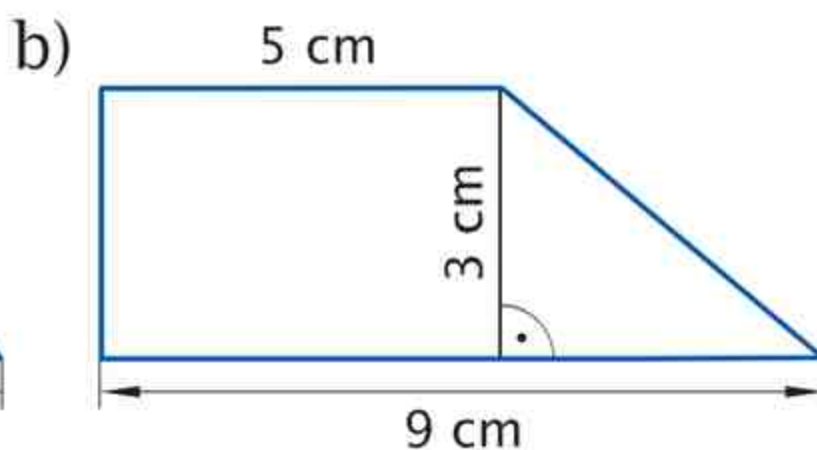
2. Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt prostokątny o bokach 3 cm, 4 cm i 5 cm, a wysokość graniastosłupa ma 30 cm. Oblicz objętość tego graniastosłupa i pole powierzchni całkowitej.

3. Jak zmieni się objętość graniastosłupa, jeśli wysokość zwiększy się dwukrotnie, a podstawa się nie zmieni?

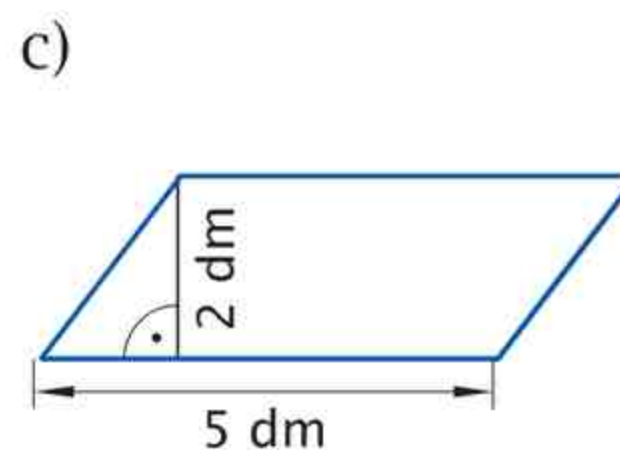
4. Na rysunkach przedstawiono podstawy graniastosłupów prostych, a pod rysunkami zapisano, jaką objętość mają te graniastosłupy. Oblicz wysokości tych brył.



$$V = 120 \text{ cm}^3$$

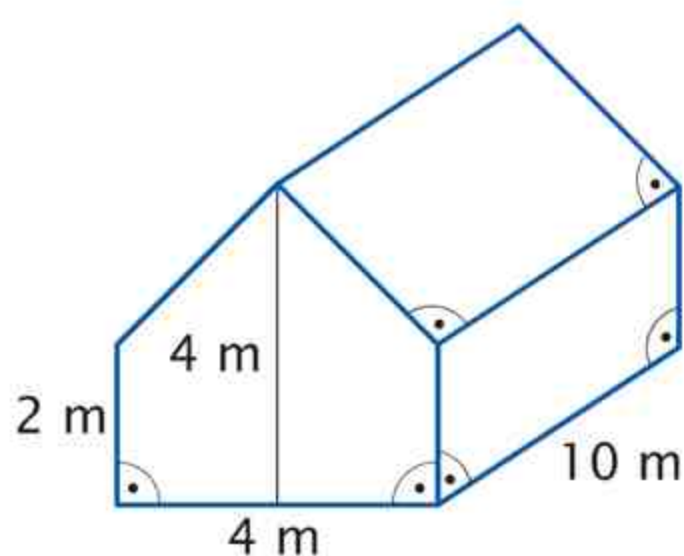
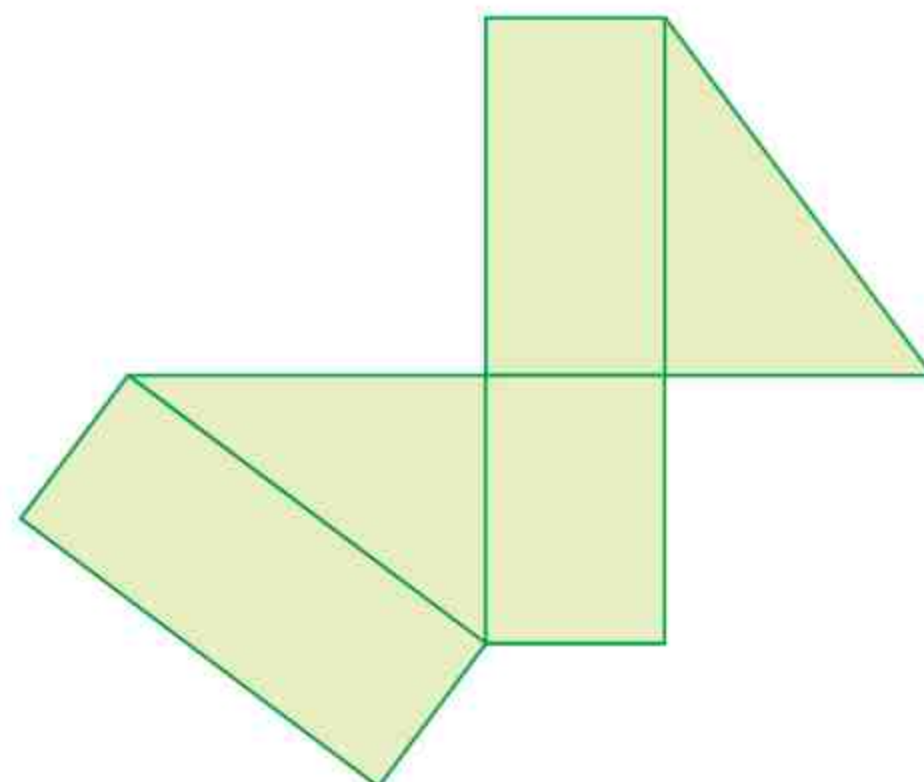
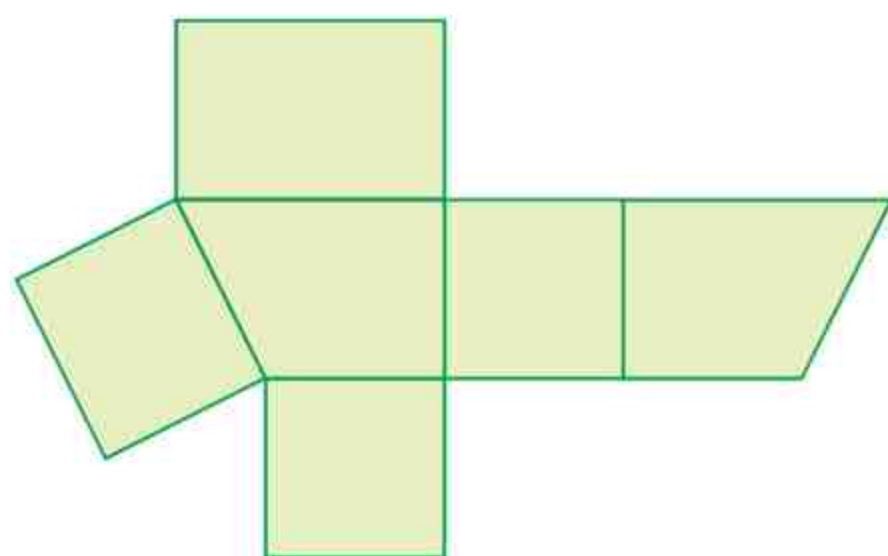


$$V = 420 \text{ cm}^3$$



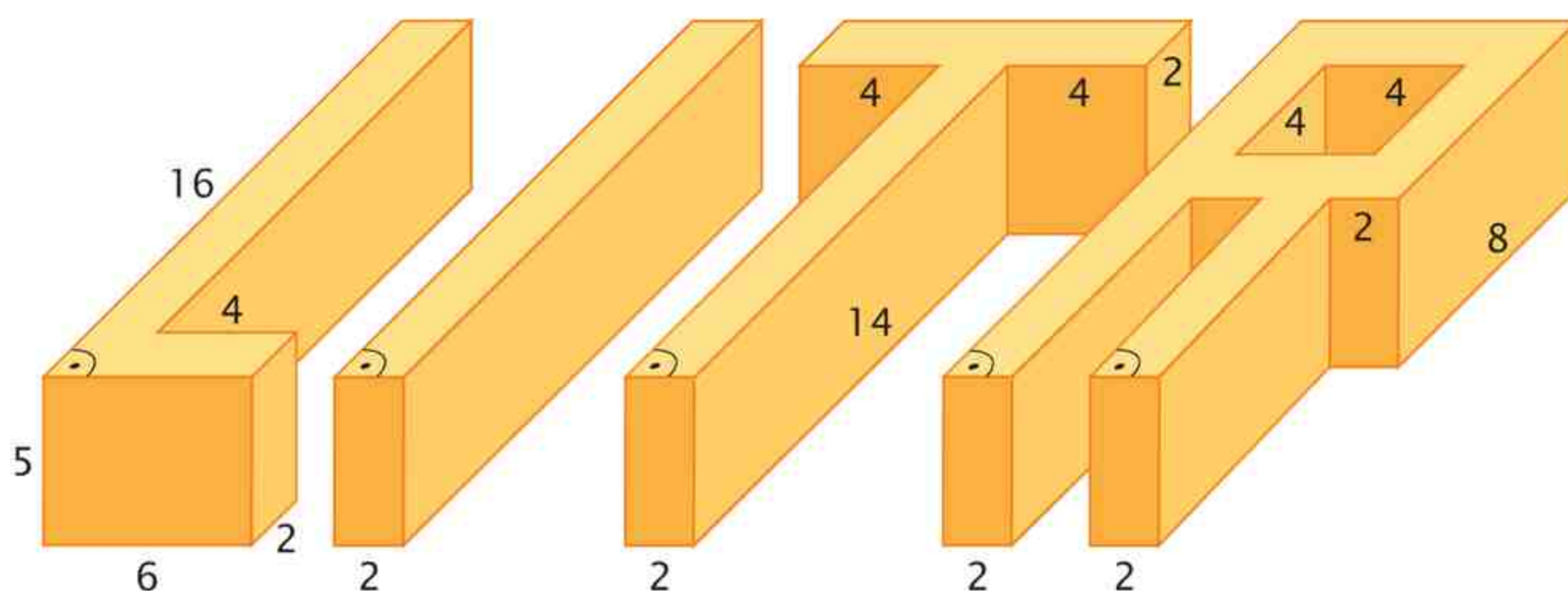
$$V = 22 \text{ dm}^3$$

5. Zmierz długości odpowiednich odcinków i oblicz pola powierzchni i objętości graniastosłupów, których siatki narysowano poniżej.



6. Na rysunku obok przedstawione są kształt i wymiary pewnej stodoły. Oblicz jej pojemność.

7. Liczby na rysunku oznaczają długości odcinków w centymetrach. Oblicz sumę objętości narysowanych brył.

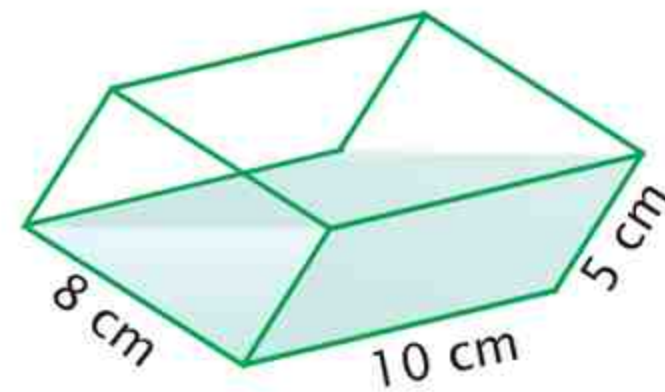
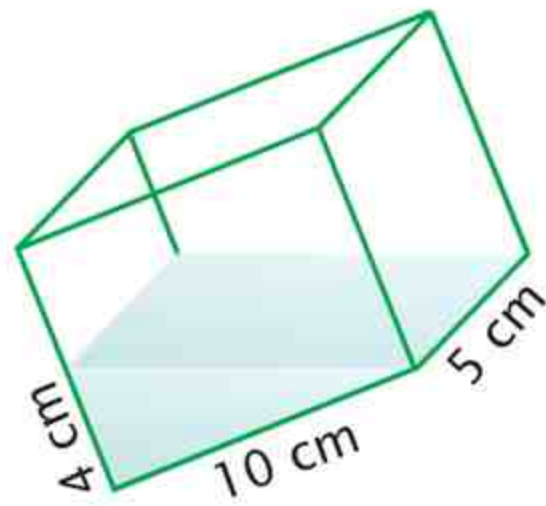


8. a) Oblicz objętość graniastosłupa prostego o wysokości 18 cm, którego podstawą jest romb o przekątnych 9 cm i 12 cm.

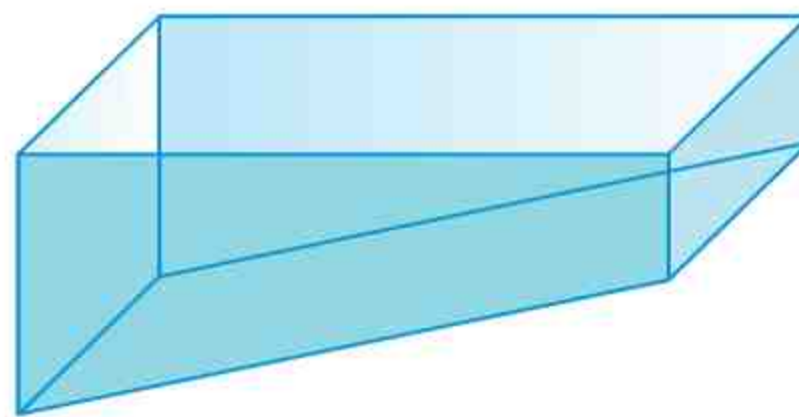
b) Podstawą graniastosłupa prostego o wysokości 5 cm jest trapez prostokątny o podstawach 6 cm i 8 cm. Krótsze ramię trapezu ma 2 cm. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

9. Objętość graniastosłupa trójkątnego o wysokości 10 cm jest równa 320 cm^3 . Podstawą jest trójkąt prostokątny równoramienny. Jakie długości mają ramiona tego trójkąta?

10. Na obu rysunkach przedstawione jest takie samo, ale inaczej przechylone naczynie w kształcie prostopadłościanu o wymiarach $10\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 8\text{ cm}$, częściowo wypełnione wodą. Ile mililitrów wody jest w każdym z tych naczyń? Jaka to część pojemności naczynia?



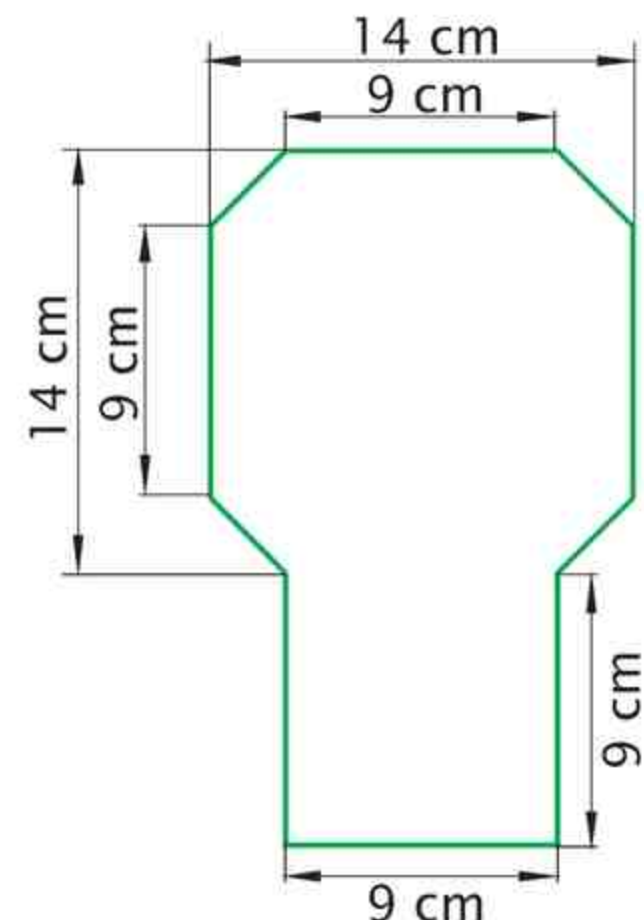
11. Basen w najpłytszym miejscu ma $0,8\text{ m}$, a w najgłębszym — $2,2\text{ m}$. Długość basenu wynosi 50 m , a szerokość — 15 m . 1 m^3 wody waży 1 t . Ile waży woda potrzebna do napełnienia tego basenu?



12. Pokój na poddaszu ma podłogę w kształcie kwadratu o boku 4 m i skośny sufit. W najniższym punkcie sufit znajduje się na wysokości $1,5\text{ m}$, a w najwyższym — na wysokości 3 m . Ile metrów sześciennych powietrza jest w tym pokoju?



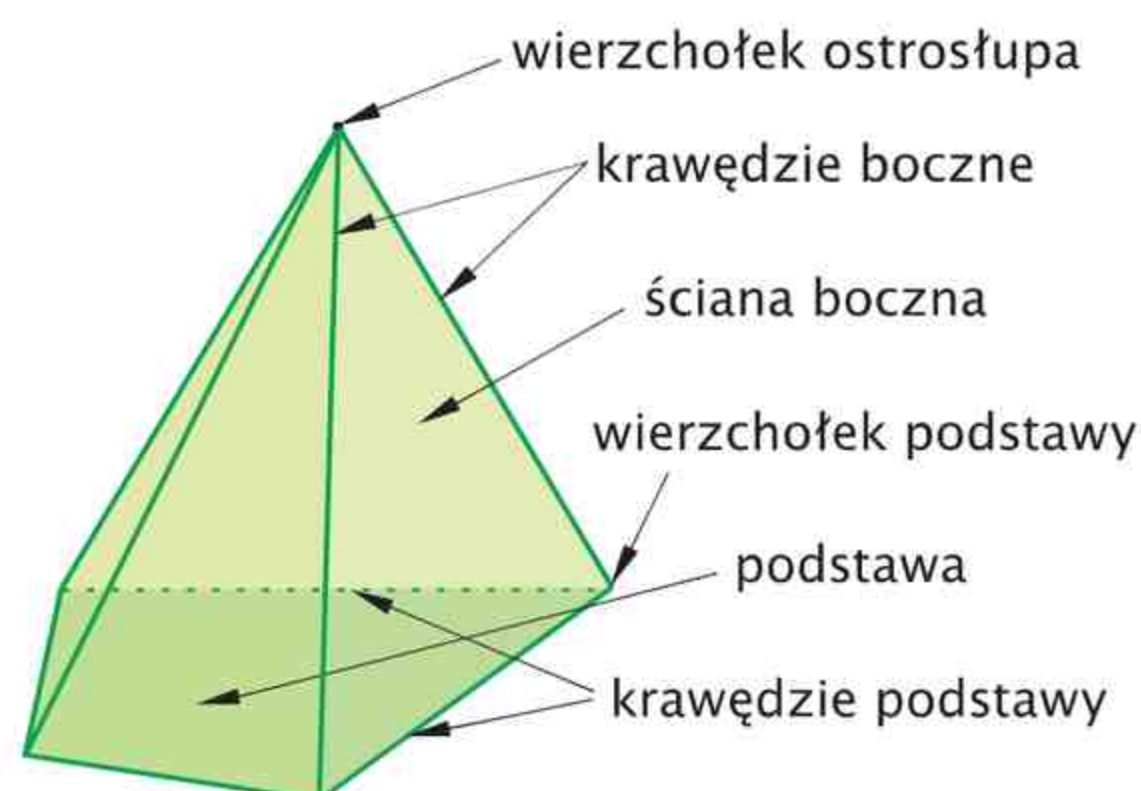
Kostki brukowe, z których układa się chodniki, ścieżki rowerowe itp., mają kształt graniastosłupa. Rysunek obok przedstawia przykład takiej kostki widzianej z góry. Kostka ma wysokość 8 cm i waży $4,6\text{ kg}$. Ile waży 1 cm^3 surowca, z którego wykonano tę kostkę?



Na fotografii przedstawiono słynne piramidy egipskie — grobowce faraonów, które zostały zbudowane kilka tysięcy lat temu. Każda z tych budowli ma kształt ostrosłupa o podstawie kwadratu, a ściany boczne są trójkątami.

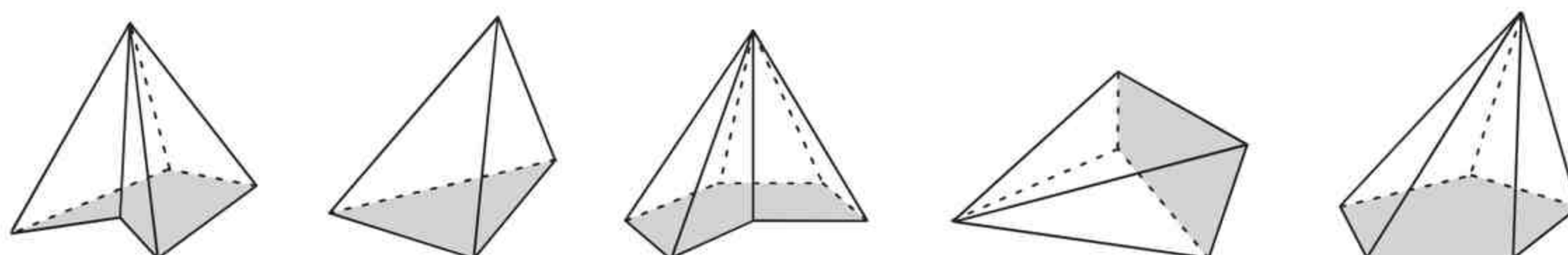
Ciekawostka

Piramida Cheopsa, zwana Wielką Piramidą, jest największą na świecie budowlą w kształcie ostrosłupa. Ma ona 137 m wysokości, podstawa jest kwadratem o boku 230 m, a wszystkie krawędzie boczne mają około 220 m długości. Wysokość każdej ściany bocznej wynosi około 190 m. Na zbudowanie tej piramidy zużyto 2,3 mln kamiennych bloków o masie od 2,5 t do 15 t. Zbudowany z tych bloków mur o wysokości 3 m i grubości 25 cm mógłby opasać całą Polskę!

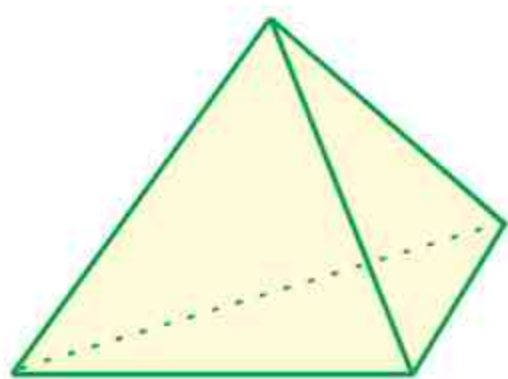


W każdym ostrosłupie można wskazać podstawę, która jest wielokątem, oraz ściany boczne, które są trójkątami o wspólnym wierzchołku.

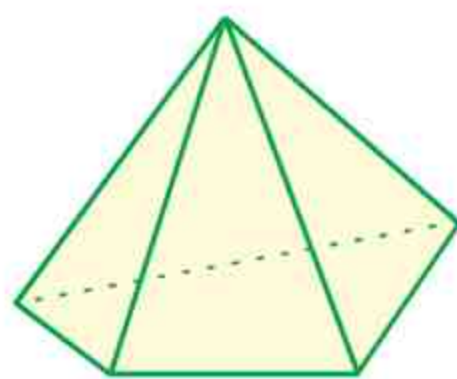
ĆWICZENIE A. Dla każdego z ostrosłupów narysowanych poniżej ustal, jakim wielokątem jest jego podstawa i ile ścian bocznych ma ten ostrosłup.



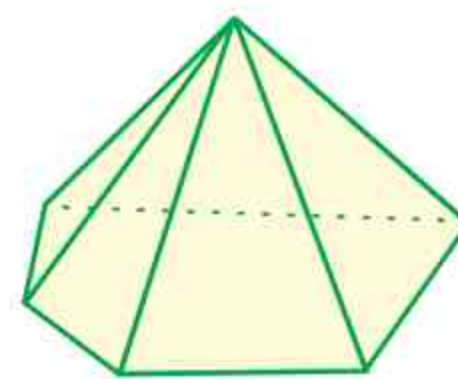
Ostrosłup, którego podstawą jest trójkąt, nazywamy trójkątnym, a gdy podstawą jest czworokąt, ostrosłup nazywamy czworokątnym itd.



Ostrosłup trójkątny ma 3 ściany boczne, podstawa jest trójkątem.

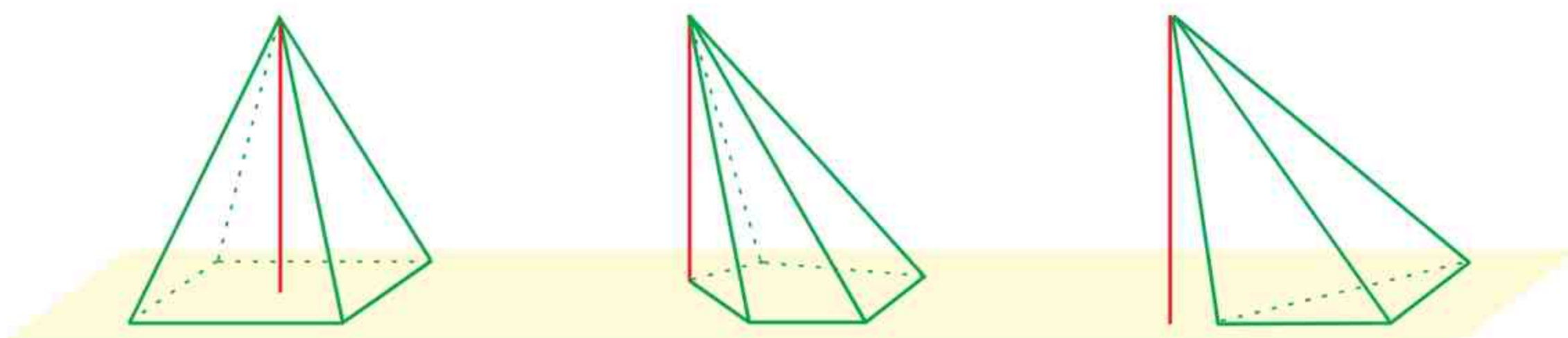


Ostrosłup czworokątny ma 4 ściany boczne, podstawa jest czworokątem.



Ostrosłup pięciokątny ma 5 ścian bocznych, podstawa jest pięciokątem.

Na poniższych rysunkach kolorem czerwonym zaznaczono wysokości ostrosłupów.



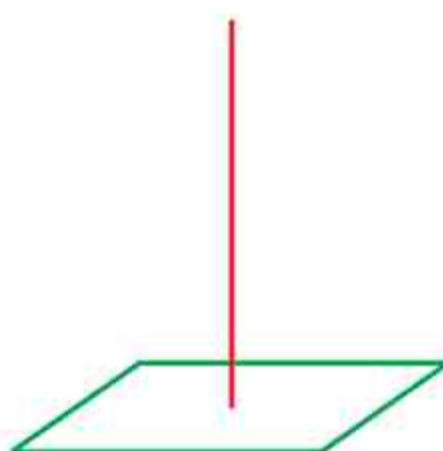
Wysokość ostrosłupa to odcinek łączący wierzchołek ostrosłupa z płaszczyzną podstawy, prostopadły do tej płaszczyzny.

Popatrz, jak można narysować ostrosłup.

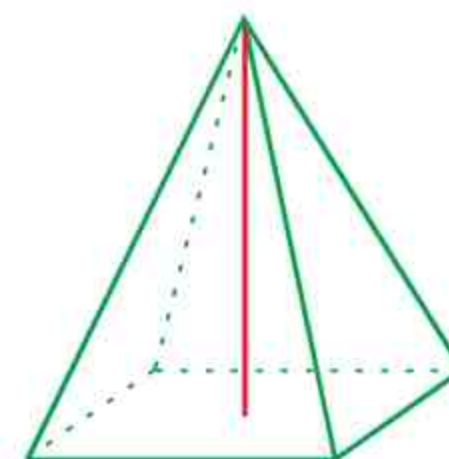
Najpierw rysujemy podstawę.



Dorysowujemy wysokość.

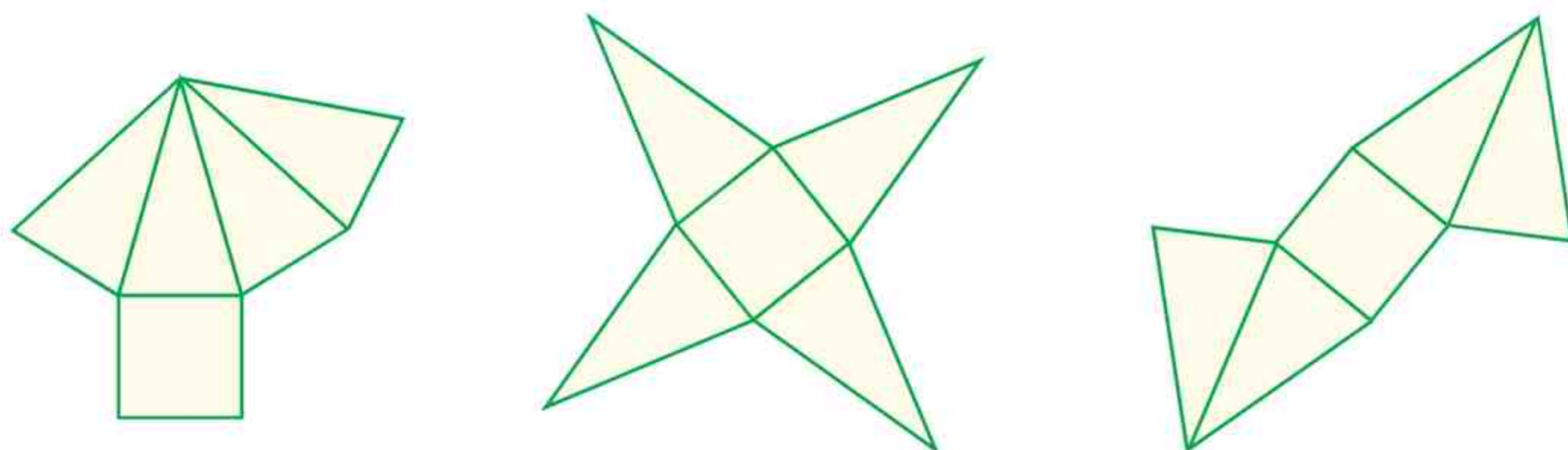


Łączymy wierzchołek ostrosłupa z wierzchołkami podstawy.

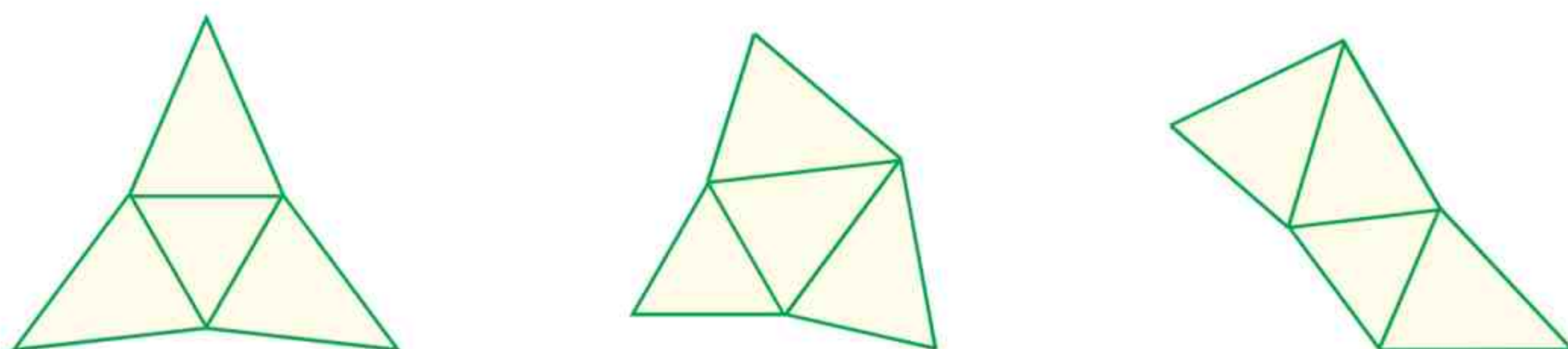


ĆWICZENIE B. Narysuj dowolny ostrosłup trójkątny, czworokątny i pięciokątny, zaczynając od narysowania podstawy i wysokości.

Siatki tego samego ostrosłupa mogą mieć różne kształty:

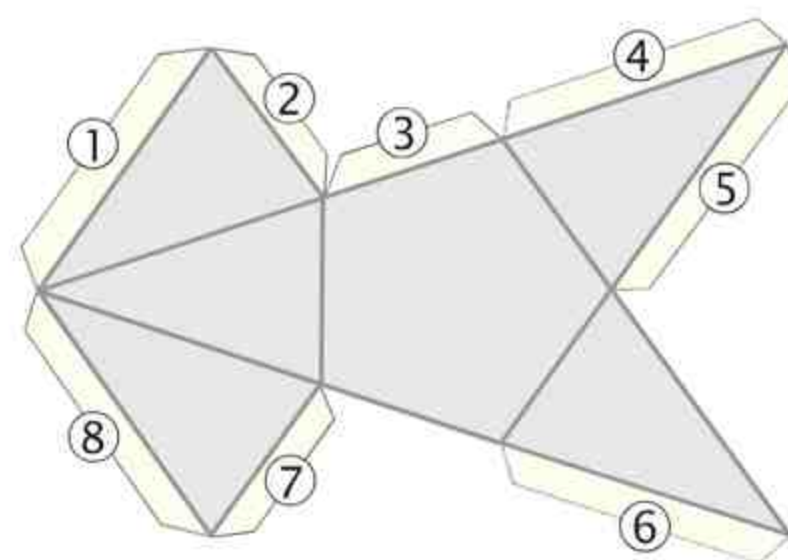


To są siatki tego samego ostrosłupa czworokątnego.

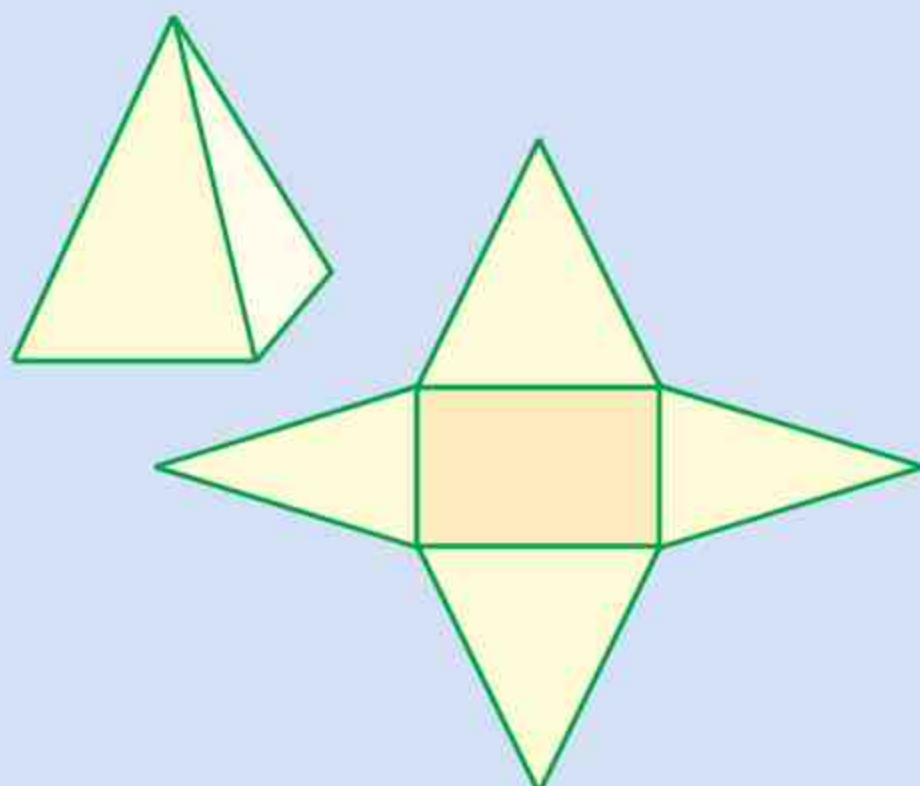


To są siatki tego samego ostrosłupa trójkątnego.

ĆWICZENIE C. Niektóre z narysowanych „języczków” są zbędne do sklejenia modelu ostrosłupa. Które z nich można usunąć?



ĆWICZENIE D. Weź do ręki model ostrosłupa, zmierz długości odpowiednich odcinków i oblicz pole powierzchni podstawy oraz pola ścian bocznych. Jaka jest suma pól wszystkich ścian tego ostrosłupa?



Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa to suma pól wszystkich jego ścian, czyli suma pola podstawy i pól wszystkich ścian bocznych.

$$P_c = P_p + P_b$$

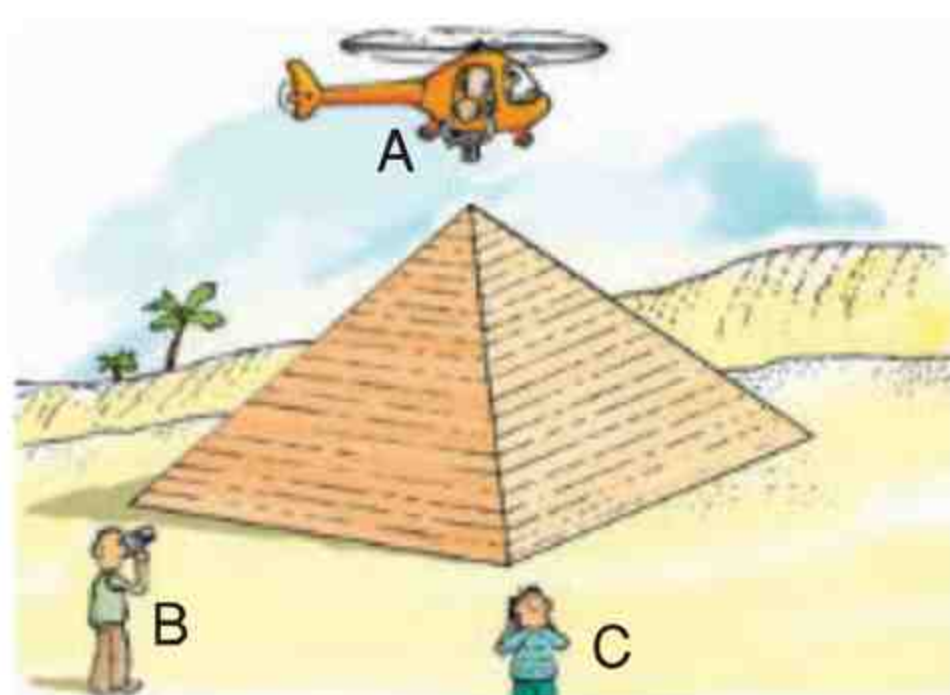
P_p — pole podstawy ostrosłupa

P_b — pole powierzchni bocznej

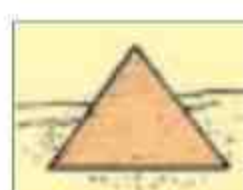
ZADANIA

1. Które z poniższych zdań są prawdziwe dla ostrosłupów, a które — dla graniastosłupów prostych?

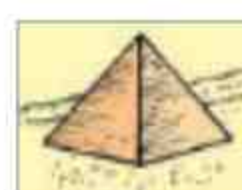
- ① Wszystkie ściany boczne są trójkątami.
- ② Wszystkie ściany boczne są prostokątami.
- ③ Wszystkie ściany boczne mają wspólny wierzchołek.
- ④ Podstawa jest wielokątem.
- ⑤ Wszystkie krawędzie mają wspólny punkt.



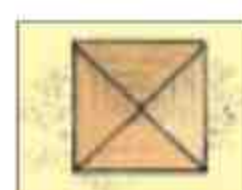
2. Panowie A, B i C sfotografowali piramidę Cheopsa. Który z nich wykonał zdjęcie nr 1, który — zdjęcie nr 2, który — zdjęcie nr 3?



1

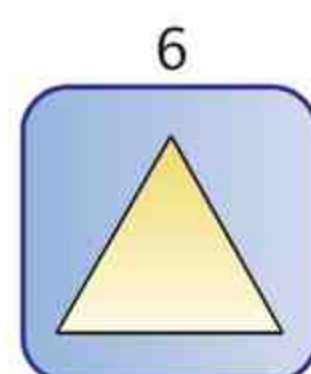
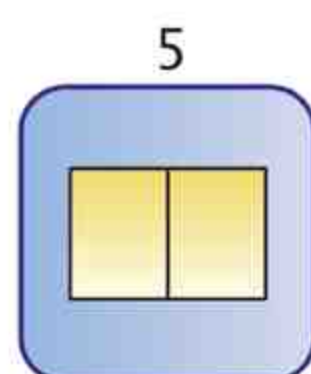
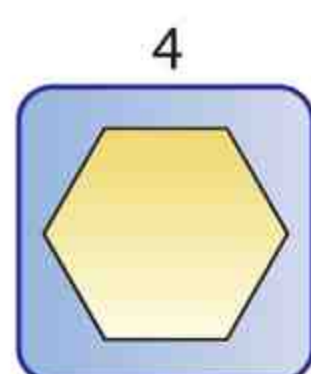
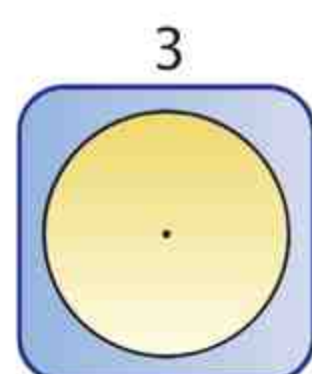
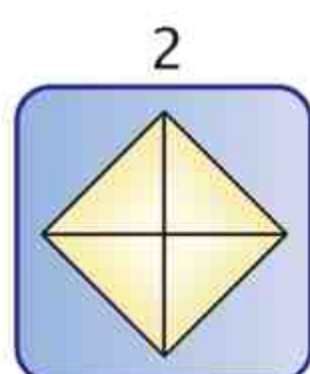
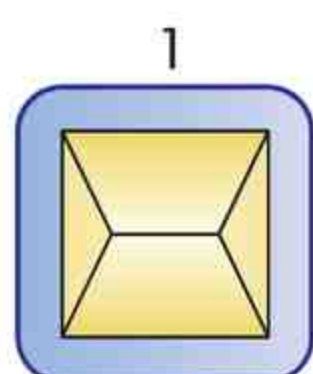


2

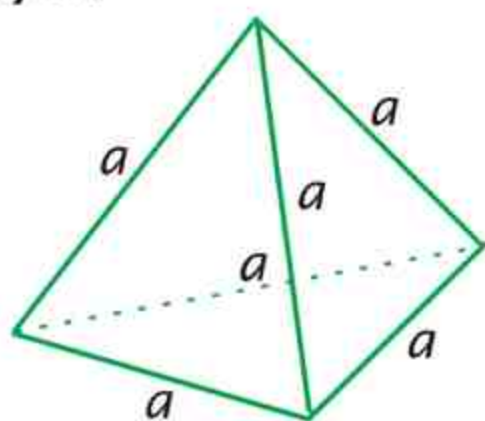


3

3. Sonda kosmiczna przesłała zdjęcia różnych obiektów latających. Które z tych zdjęć mogą przedstawiać ostrosłupy?



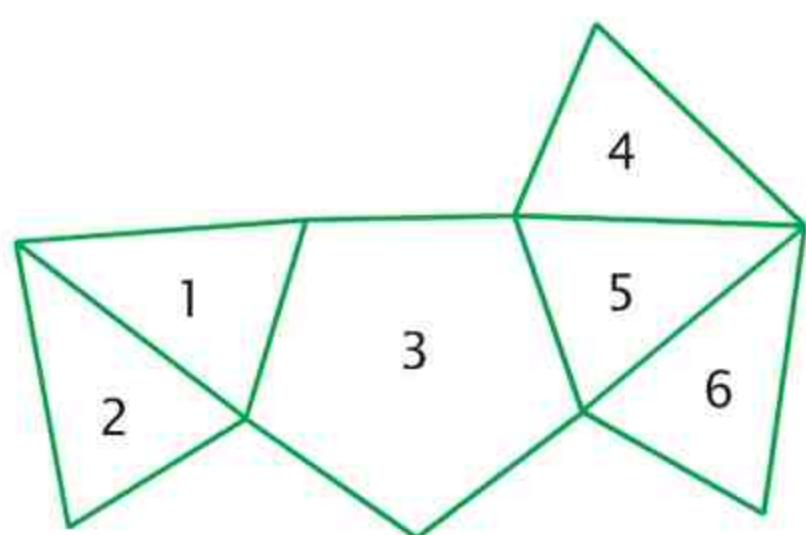
Ostrosłup, którego ściany są jednakowymi trójkątami równobocznymi, nazywamy **czworościanem foremnym**.



4. Przeczytaj informacje podane w ramce obok.

a) Wykonaj szkielet czworościanu foremnego z sześciu patyczków (lub słomek) jednakowej długości. Do łączenia patyczków możesz użyć plasteliny.

b) Z drutu o długości 18 cm zbudowano szkielet czworościanu foremnego. Jaką długość ma krawędź tego czworościanu?

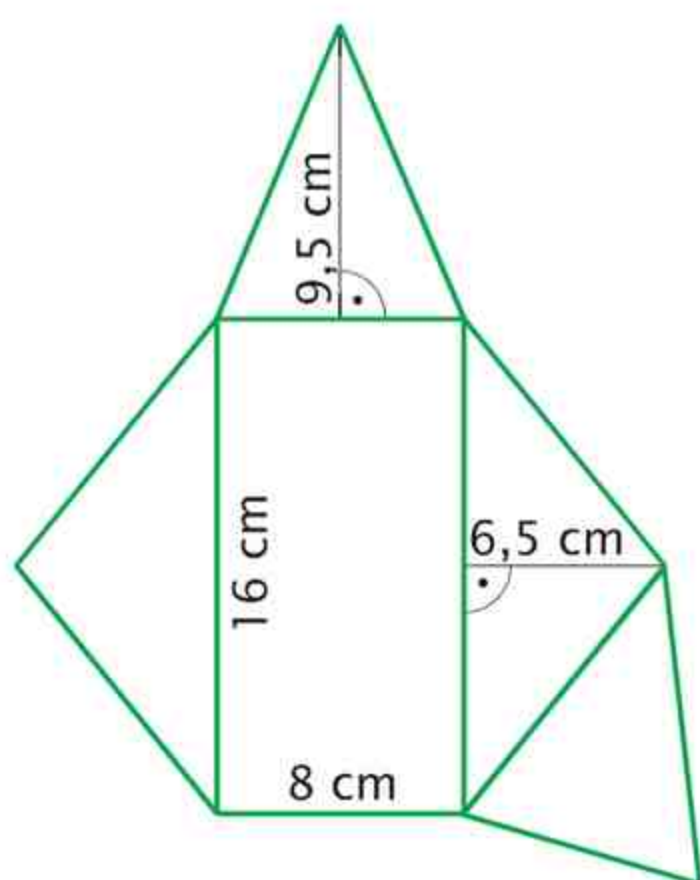


5. Z siatki przedstawionej na rysunku obok skleiono model ostrosłupa. Które ze ścian sąsiadują ze ścianą nr 1? Zmierz długości odpowiednich odcinków i oblicz łączną długość krawędzi tego ostrosłupa.

6. Przeczytaj ciekawostkę na stronie 236.

a) Narysuj siatkę ostrosłupa, który jest modelem piramidy Cheopsa w skali 1 : 5000. Wytnij siatkę i sklej model piramidy.

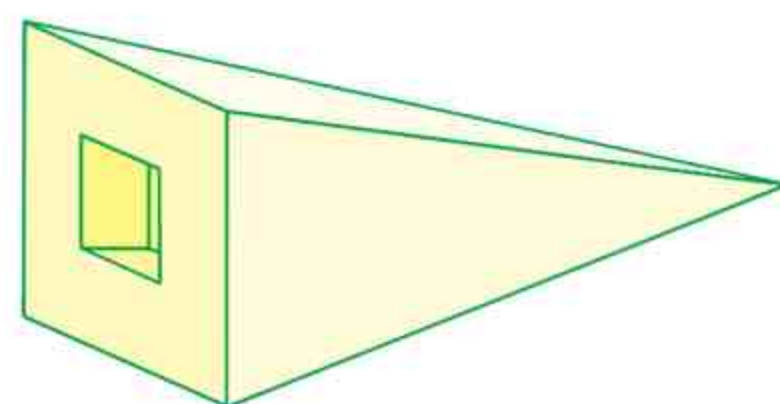
b) Powierzchnia piramidy Cheopsa była kiedyś szczelnie pokryta polerowanymi blokami białego wapienia. Ile metrów kwadratowych pokrywał ten wapień?



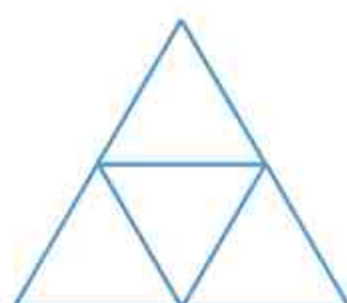
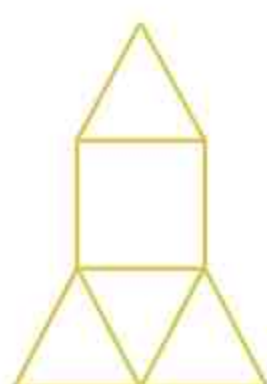
7. Obok narysowano siatkę ostrosłupa. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

8. Baszta zwieńczona jest dachem w kształcie ostrosłupa ośmiokątnego, którego ściany boczne są jednakowymi trójkątami równoramiennymi. Wysokość każdego z tych trójkątów wynosi 5 m, a podstawa ma 3 m. Koszt pokrycia jednego metra kwadratowego takiego dachu wynosi 220 zł. Ile będzie kosztowało pokrycie dachu baszty?

9. Z ostrosłupa o powierzchni całkowitej 1000 cm^2 wycięto sześcián o krawędzi 5 cm. Jaką powierzchnię ma otrzymana bryła?



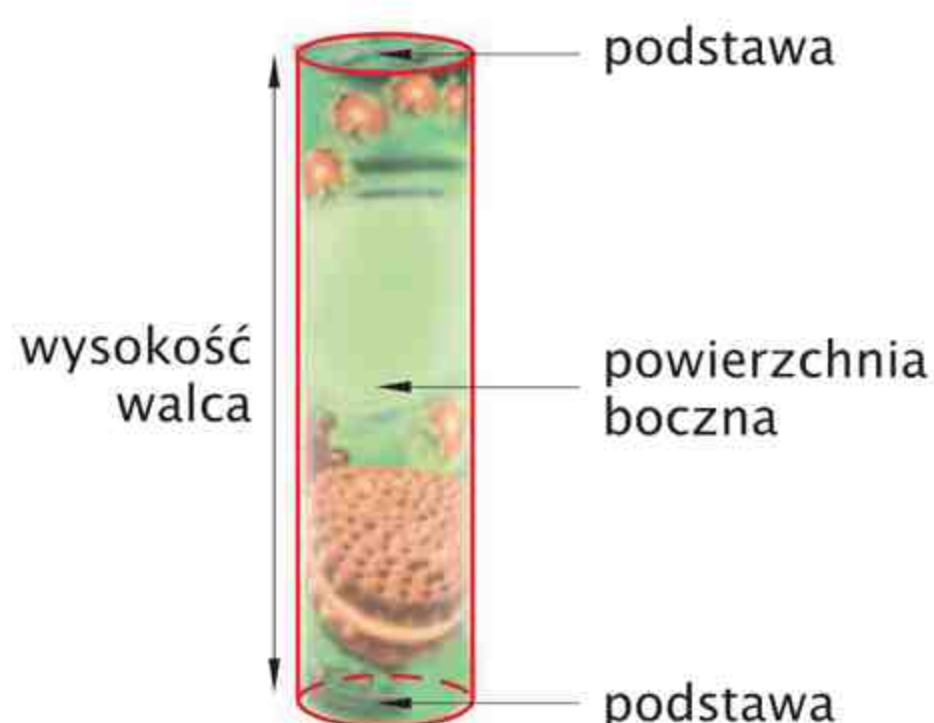
Które rysunki nie przedstawiają siatek ostrosłupów?



Rozpoznawanie figur przestrzennych



ĆWICZENIE A. Wśród przedmiotów przedstawionych na fotografii jest sześć, które mają kształt graniastosłupa. Wskaż je. Ile wśród nich jest modeli prostopadłościanów? Ile przedmiotów na fotografii ma kształt ostrosłupa?



Wyobraź sobie, że wypełnimy piaskiem przedstawione obok opakowanie po ciastkach. Otrzymana w ten sposób piaskowa bryła to model figury, którą nazywamy **walcem**. W każdym walcu można wskazać dwie równoległe **podstawy**, które są jednakowymi kołami.

Odcinek, który łączy podstawy i jest do nich prostopadły, to **wysokość walca**.

Gdybyśmy rurkę w kształcie walca przecięli wzdłuż wysokości i „rozprostowali”, otrzymalibyśmy prostokąt. Mówimy, że powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem.

ĆWICZENIE B. Weź do ręki przedmiot w kształcie walca. Aby okleić papierem powierzchnię boczną takiego walca, należałoby wyciąć odpowiedni prostokąt. Wymyśl sposób, jak ustalić wymiary tego prostokąta.





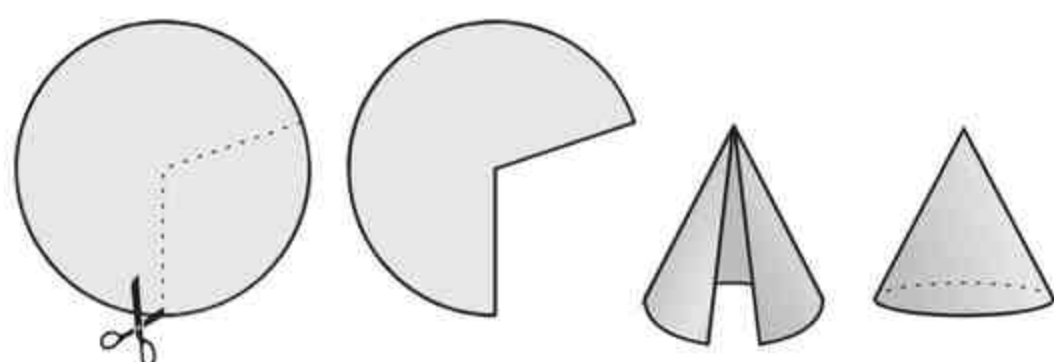
Lody w rożku kształtem przypominają figurę, którą nazywamy **stożkiem**.

Podstawą stożka jest koło.

Odcinek, który łączy wierzchołek stożka z podstawą i jest prostopadły do podstawy, to **wysokość stożka**.

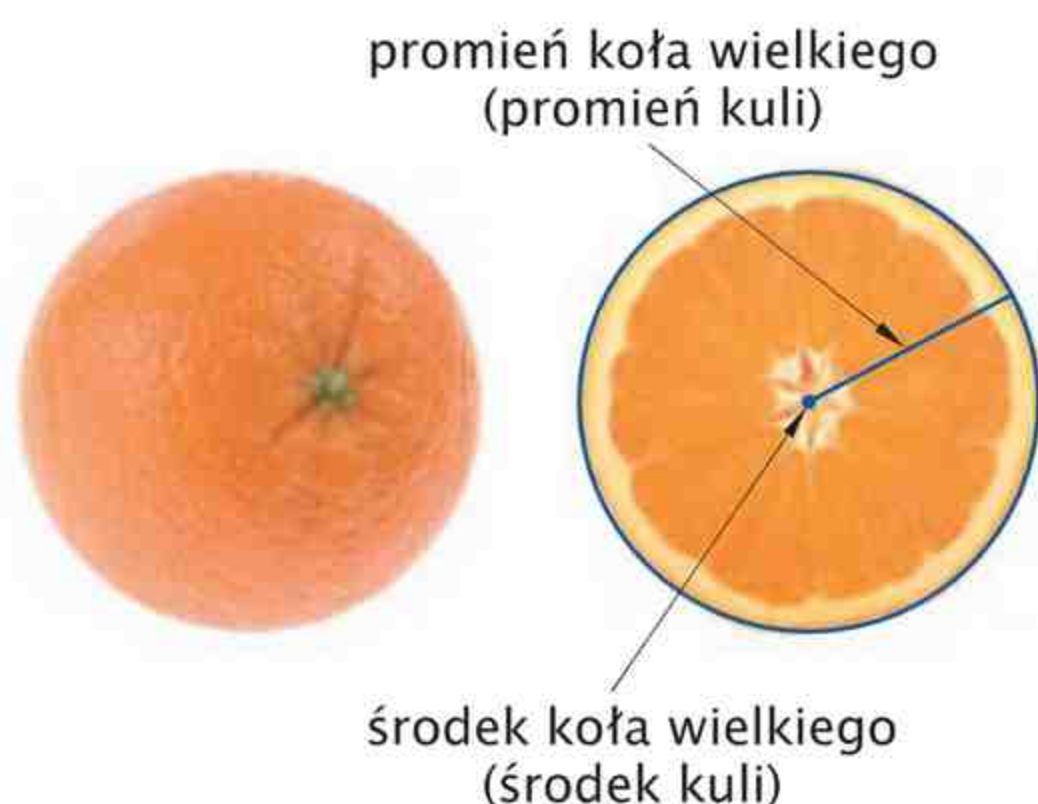
ĆWICZENIE C. Weź do ręki figurę w kształcie stożka i zmierz w kilku miejscach odległość wierzchołka stożka od brzegu jego podstawy. Co można zauważyć?

Czapeczka karnawałowa tworzy powierzchnię boczną pewnego stożka. Gdybyśmy taką czapeczkę przecięli wzdłuż odcinka łączącego brzeg podstawy z wierzchołkiem, to po rozprostowaniu otrzymalibyśmy część koła, którą nazywamy wycinkiem koła. Możemy więc powiedzieć, że powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu to wycinek koła.



ĆWICZENIE D. Narysuj koło i wytnij jego część w sposób pokazany na rysunku. Następnie sklej czapeczkę. Otrzymana czapeczka kształtem przypomina stożek.

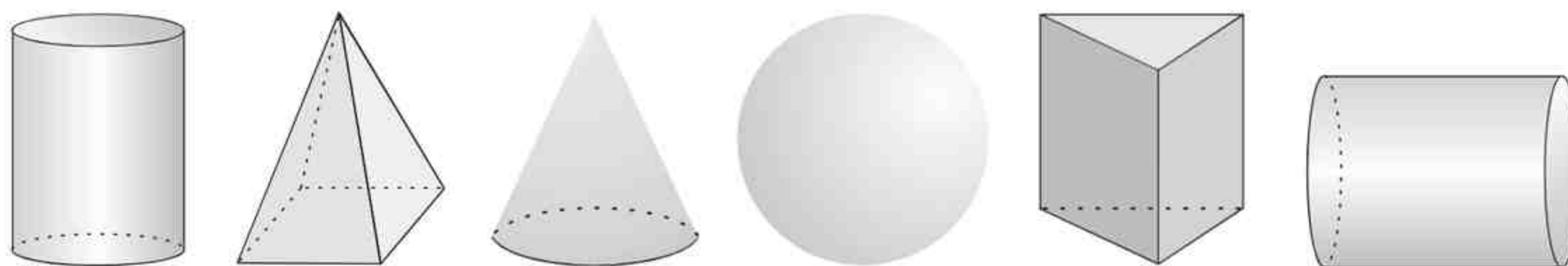
Pomarańcza kształtem przypomina **kulę**. Gdyby kulę można było przekroić jednym cięciem noża, otrzymany przekrój zawsze miałby kształt koła.



Po przecięciu kuli przez jej środek otrzymalibyśmy największe z możliwych kół, zwane **kołem wielkim kuli**. Promień koła wielkiego jest równy promieniowi kuli (średnica koła wielkiego to średnica kuli).

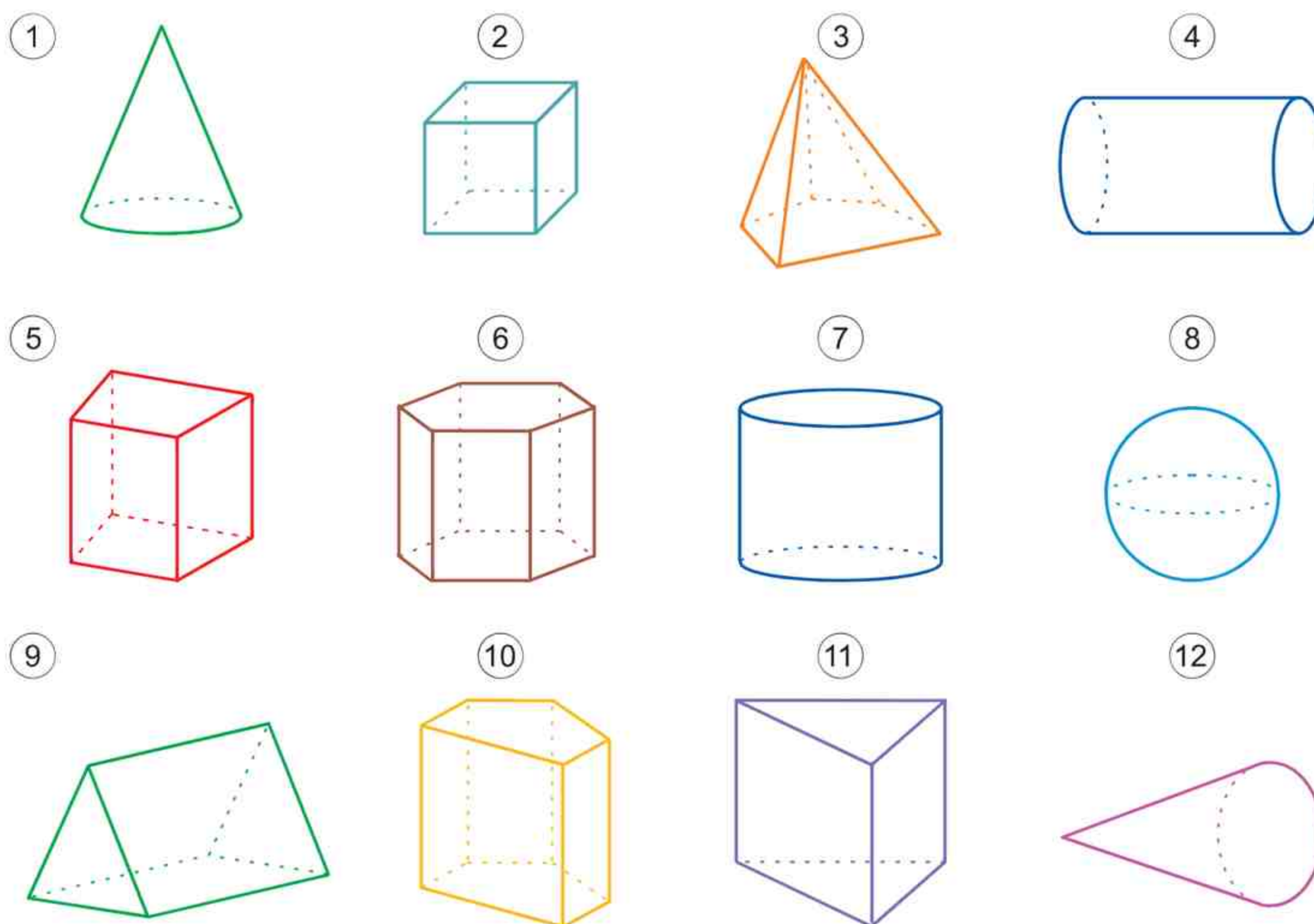
ĆWICZENIE E. Wymyśl, w jaki sposób można ustalić promień kuli.

ĆWICZENIE F. Nazwij bryły przedstawione na rysunkach.

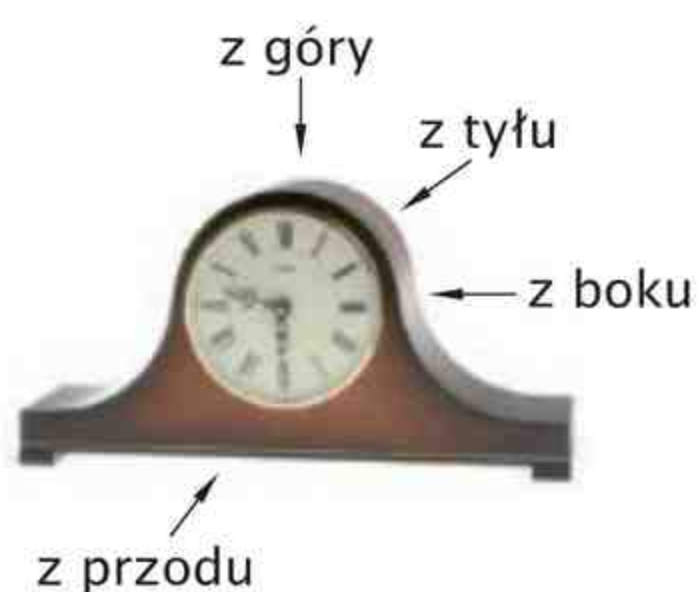


ZADANIA

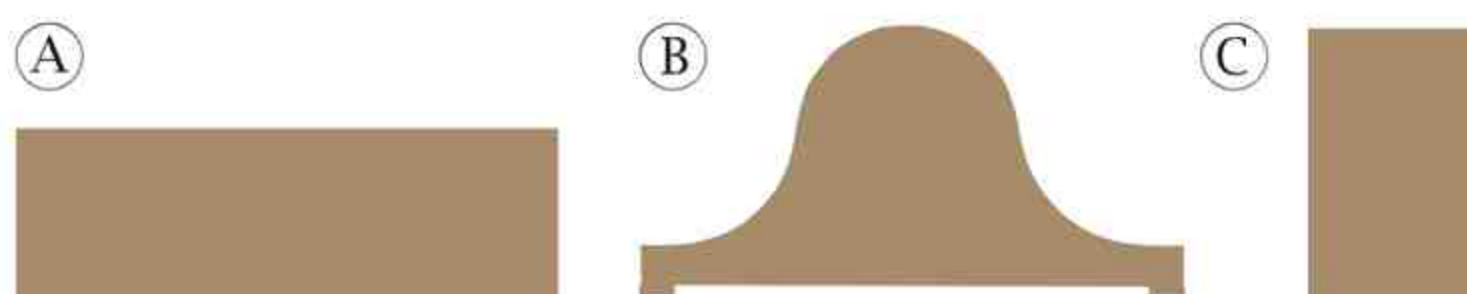
1. a) Wskaż na poniższym rysunku graniastosłupy. Jakimi wielokątami (trójkątami, czworokątami, pięciokątami itd.) są podstawy tych graniastosłupów?
- b) Które z poniższych figur są ostrosłupami? Jakimi wielokątami są ich podstawy?
- c) Nazwij pozostałe bryły przedstawione na rysunkach.



2. Koło podzielono na dwie części w ten sposób, że jedna z nich stanowi ćwiartkę tego koła. Z każdej części skleiono czapeczkę. Która z tych czapeczek jest wyższa? Jeśli nie potrafisz odpowiedzieć na to pytanie, wytnij odpowiednie części koła i utwórz z nich stożkowe czapeczki.



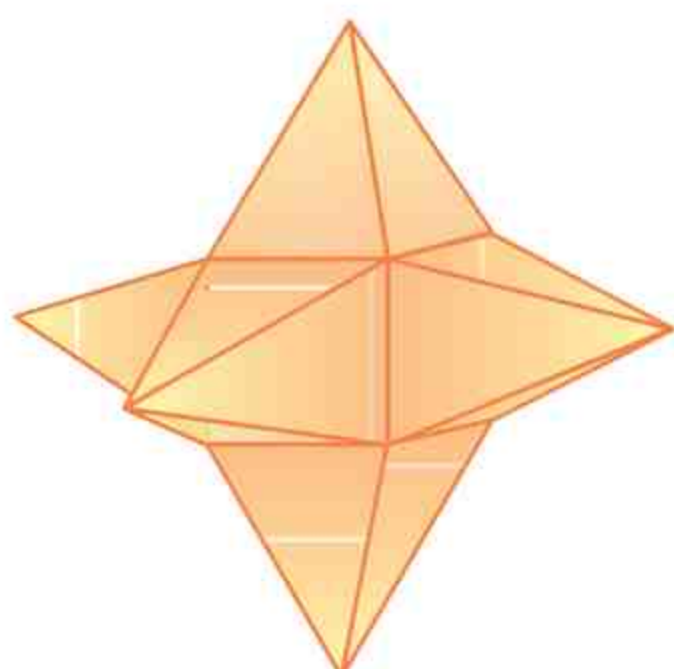
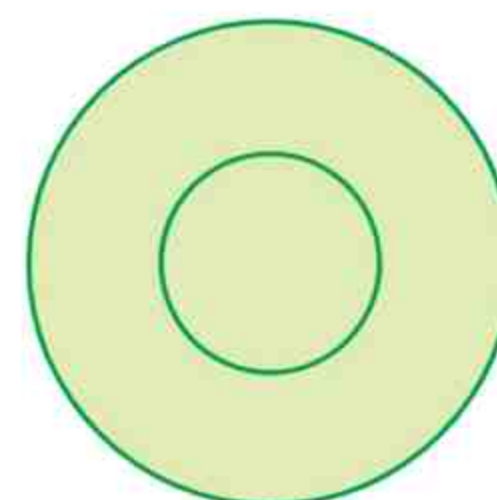
3. Na zdjęciu obok pokazano stary zegar. Który z poniższych rysunków przedstawia widok zegara z przodu, który — z boku, a który — z góry?



4. Poniżej przedstawiono widok z przodu, z góry i z boku sześciu różnych brył. Jakie to bryły?

	①	②	③	④	⑤	⑥
z przodu						
z góry						
z boku						

5. Obok przedstawiono widok z góry pewnej bryły. Opisz, jak może wyglądać ta bryła.



6. Do każdej ściany sześcianu doklejono ostrosłup o takiej samej podstawie jak ściana sześcianu (w sposób pokazany na rysunku). Ile ścian ma otrzymana bryła? Narysuj jej widok z góry.

7. Z siedmiu jednakowych sześcianów sklejono jedną bryłę w ten sposób, że do każdej ściany jednego sześcianu doklejono sześcián. Ile ścian ma otrzymana bryła?

Ciekawostka

Słynny polski matematyk Hugo Steinhaus (czyt. sztajnhaus) powiedział kiedyś dowcipnie, że „Ziemia to kula u nogi”. Rzeczywiście każdy z nas, stojąc, ma kulę ziemską pod nogami.

Ziemia kształtem przypomina kulę, ale w okolicach biegunów jest trochę spłaszczona — średnica biegunowa i średnica równikowa mają różne długości (zob. rysunek).

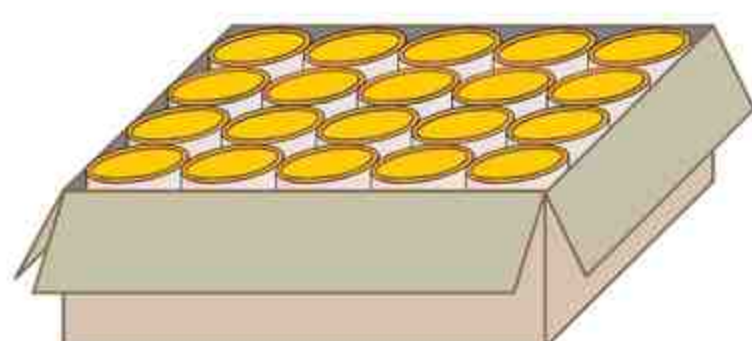


8. Przeczytaj ciekawostkę. Oblicz, o ile większa jest średnica równikowa od średnicy biegunowej Ziemi.

9. a) Czy kula o promieniu 7,5 cm zmieści się w pudełku w kształcie prostopadłościanu o wymiarach $18\text{ cm} \times 16\text{ cm} \times 14\text{ cm}$?

b) Jaką największą średnicę ma kula, która zmieści się w pudełku o wymiarach $2\text{ dm} \times 21\text{ cm} \times 134\text{ mm}$?

10. Piłka tenisowa ma średnicę około 6,5 cm. Oszacuj, jaką wysokość ma pudełko przedstawione na fotografii. Przyjmij, że grubość pokrywki i grubość dna pudełka wynoszą około 3 mm i że w pudełku jest jeszcze około 5 mm luzu.



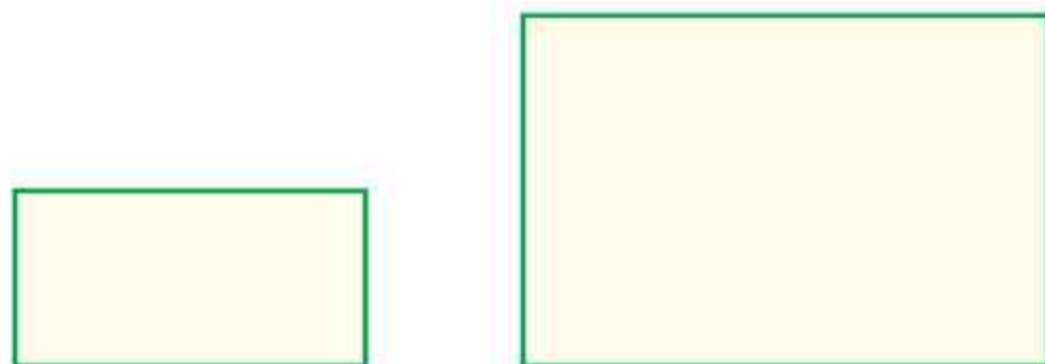
11. W pudełku w kształcie walca o promieniu 3 cm mieści się 15 ciasteczek o grubości 5 mm. Do kartonu zapakowano 20 pudełek z ciasteczkami (w sposób pokazany na rysunku). Oszacuj, jakie wymiary ma ten karton.



Walec drogowy (zob. rysunek) przejechał pewną odległość, wyrównując kawałek budowanej drogi. Jaką powierzchnię wyrównał walec, jeśli wiadomo, że w tym czasie wał o promieniu 0,5 m obrócił się 20 razy. Do obliczeń możesz przyjąć, że obwód koła jest około 3 razy większy niż jego średnica.

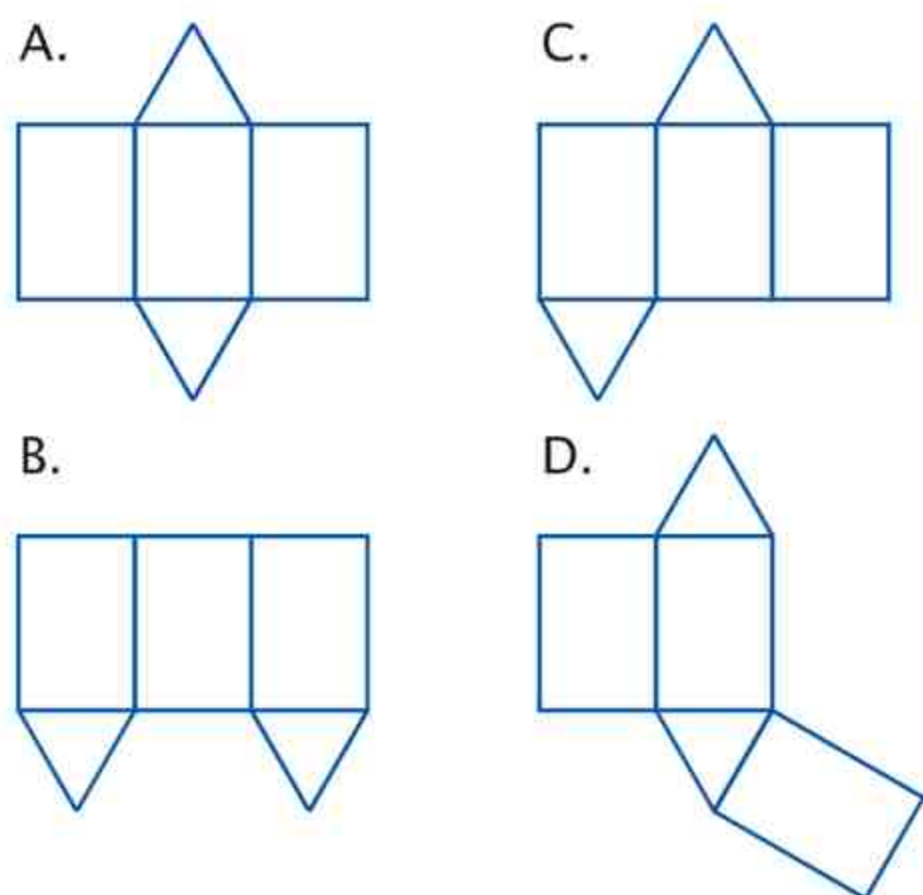


1. Poniżej narysowano dwie ściany pewnego prostopadłościanu. Zmierz długości odpowiednich odcinków i oceń prawdziwość zdań.

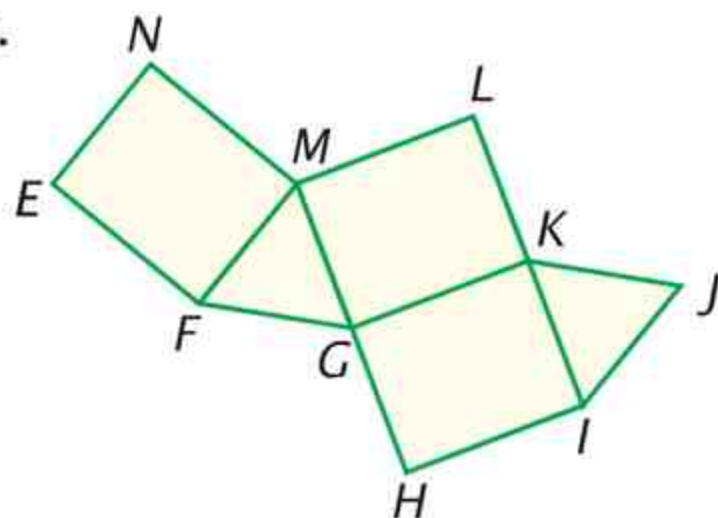


- ① Pole powierzchni tego prostopadłościanu wynosi 11 cm^2 . PRAWDA / FAŁSZ
- ② Objętość tego prostopadłościanu jest równa 6 cm^3 . PRAWDA / FAŁSZ

2. Który rysunek nie przedstawia siatki graniastosłupa?



3. Z przedstawionej poniżej siatki po sklejeniu powstanie model graniastosłupa.



Które punkty pokryją się z punktem N ?

- A. punkty I, L B. punkty L, J

Jak względem siebie będą położone krawędzie MN i KG ?

- C. równolegle D. prostopadle

4. Niech w oznacza liczbę wierzchołków, k — liczbę krawędzi, s — liczbę ścian graniastosłupa. Oceń prawdziwość zdań.

- ① W graniastosłupie sześciokątnym:
 $w = 12$, $k = 18$, $s = 12$ PRAWDA / FAŁSZ
- ② W graniastosłupie dziewięciokątnym:
 $w = 18$, $k = 27$, $s = 11$ PRAWDA / FAŁSZ
- ③ W graniastosłupie stukątnym:
 $w = 200$, $k = 300$, $s = 202$ PRAWDA / FAŁSZ

5. Oceń prawdziwość zdań.

- ① W każdym ostrosłupie podstawa ma większe pole niż którakolwiek ze ścian. PRAWDA / FAŁSZ
- ② W każdym ostrosłupie ścian bocznych jest tyle samo co wierzchołków podstawy. PRAWDA / FAŁSZ
- ③ W każdym graniastosłupie wierzchołków jest dwa razy więcej niż krawędzi bocznych. PRAWDA / FAŁSZ
- ④ Każdy prostopadłościan jest graniastosłupem prostym czworokątnym. PRAWDA / FAŁSZ

6. Pole powierzchni sześcianu wynosi 216 dm^2 .

Jaką długość ma krawędź sześcianu?

- A. 36 dm B. 6 dm

Ile wynosi objętość sześcianu?

- C. 216 dm^3 D. 1296 dm^3

7. W szklance mieści się 200 ml wody.

W jakiej części będzie wypełniony garnek o pojemności $2,5 \text{ dm}^3$, gdy wlejemy do niego sześć pełnych szklanek wody?

- A. mniej niż w połowie
B. więcej niż w połowie

Ile pełnych szklanek wody zmieści się w garnku o pojemności $5,5 \text{ dm}^3$?

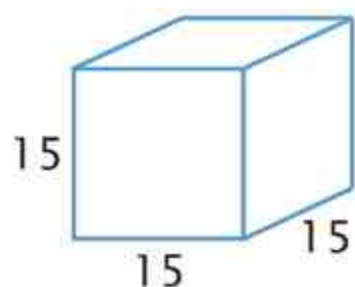
- C. 28 D. 27

8. Która z podanych objętości nie jest równa 400 ml?

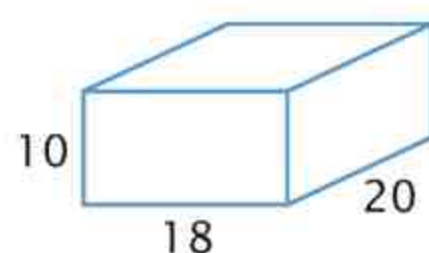
- A. 0,4 l
- B. $0,4 \text{ dm}^3$
- C. 400 cm^3
- D. 400 mm^3

9. Na rysunkach podano wymiary kartonów w centymetrach. W którym z kartonów zmieści się sześć jednakowych kulistych bombek, każda o promieniu 4 cm?

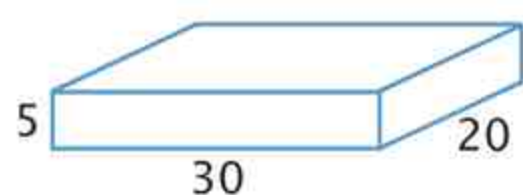
A.



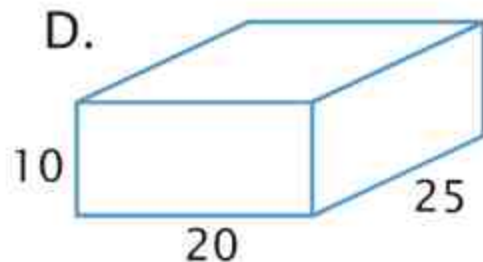
B.



C.



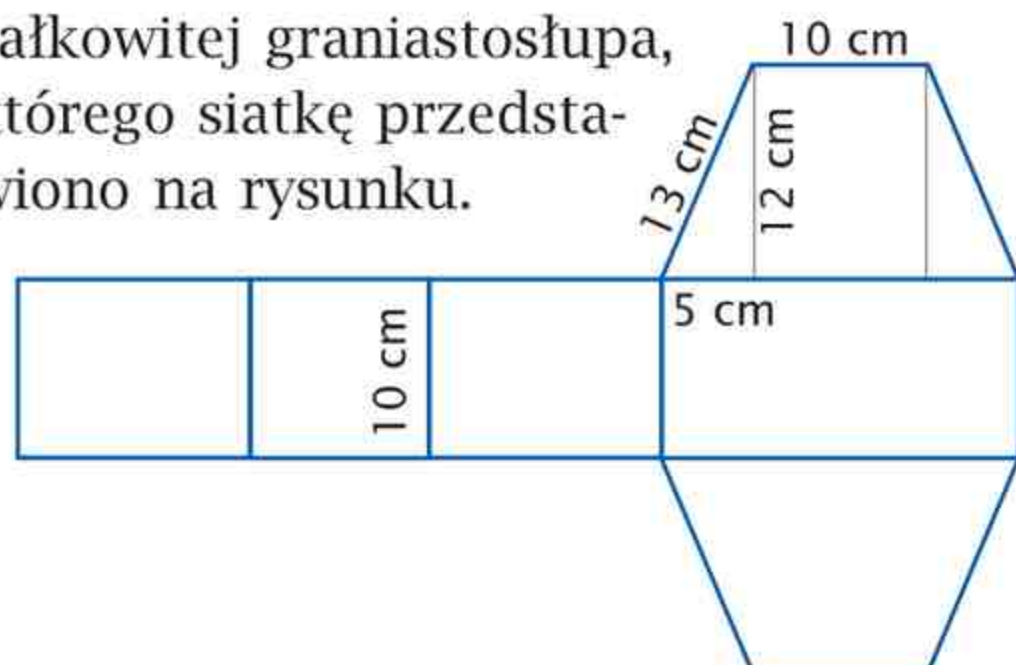
D.



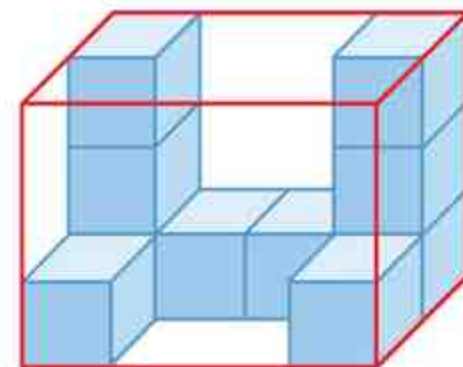
10. Oceń prawdziwość zdań.

- ① Pojemność 700 ml to więcej niż $\frac{3}{4}$ litra. PRAWDA / FAŁSZ
- ② 8 cm^3 wody zmieści się w kieliszku o pojemności 10 ml. PRAWDA / FAŁSZ
- ③ Pudełko w kształcie sześcianu o pojemności 10 l ma krawędź długości 10 cm. PRAWDA / FAŁSZ

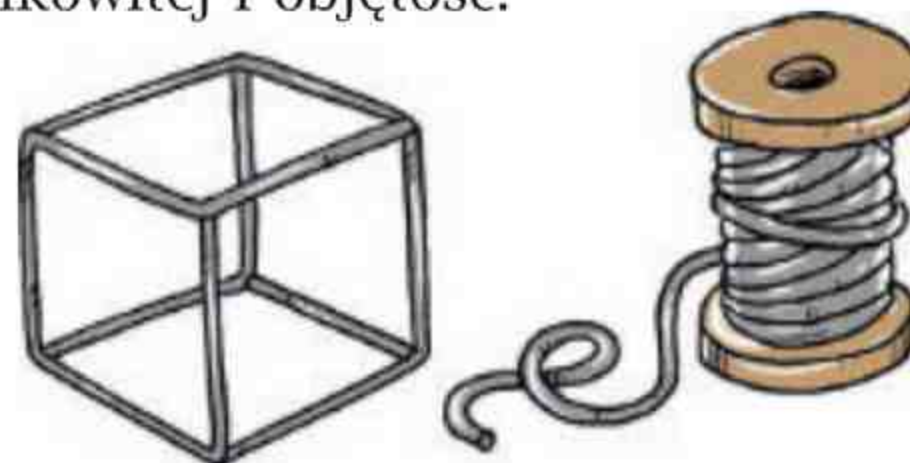
11. Oblicz pole powierzchni całkowitej graniastosłupa, którego siatkę przedstawiono na rysunku.



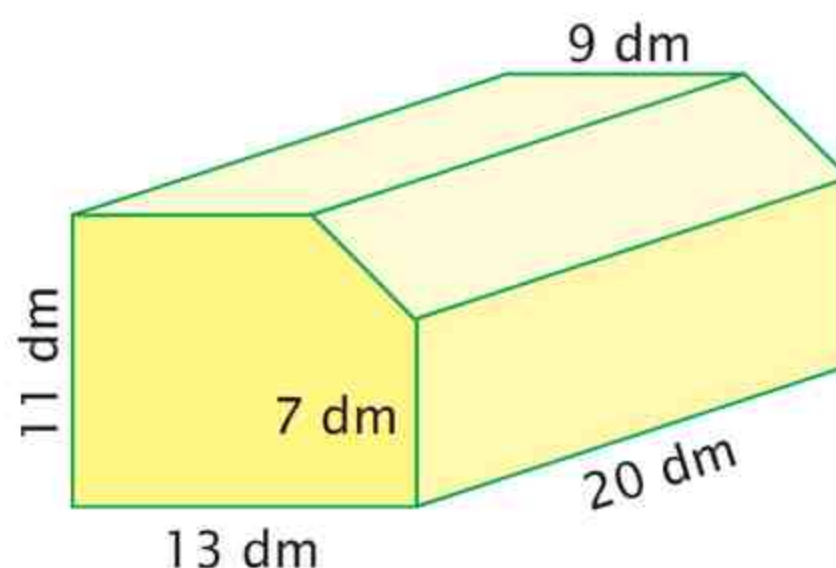
12. Prostopadłościennie pudełko jest częściowo wypełnione kostkami sześciennymi, tak jak na poniższym rysunku. Ile kostek należy dołożyć, aby całkowicie wypełnić pudełko?



13. Z kawałka drutu o długości 168 cm zbudowano szkielet sześcianu. Jaką długość ma krawędź tego sześcianu? Oblicz jego pole powierzchni całkowitej i objętość.



14. Jaką objętość ma graniastosłup przedstawiony na rysunku poniżej? Wyraż tę objętość za pomocą trzech różnych jednostek — w litrach, mililitrach i metrach sześciennych. Zapisz potrzebne obliczenia i odpowiedź.

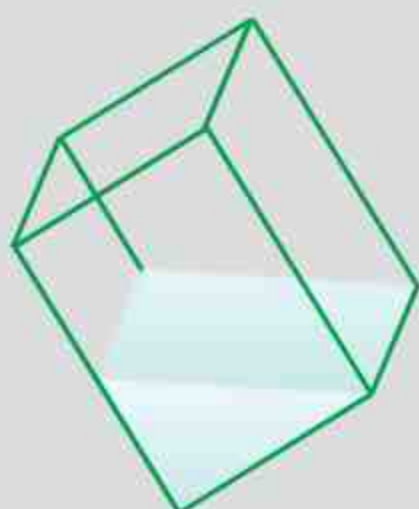
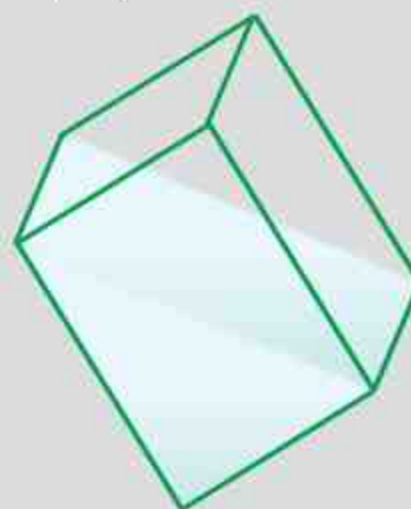


15. Puszka ma kształt walca o promieniu podstawy 3 cm i wysokości 10 cm. Zaprojektuj pudełko w kształcie prostopadłościanu, w którym zmieściłoby się 16 takich puszek. Podaj jego wymiary.

17

Szklany wazon w kształcie prostopadłościanu ma pojemność 2 litrów.

a) Z wypełnionego wodą wazonu odlano część wody i przechylnono go tak jak na rysunku obok. Ile litrów wody zostało w wazonie?



b) Ile wody jest w tym wazonie, gdy po przechyleniu go tak jak na kolejnym rysunku woda sięga do połowy wysokości wazonu?

18

Pewnej myszy udało się zdobyć kawałek sera w kształcie sześciangu. Jadła go oszczędnie i równomiernie z każdej strony. Po tygodniu wszystkie krawędzie kostki sera zmniejszyły się o połowę. Na ile jeszcze dni myszy wystarczy sera, jeśli będzie jadła z takim samym apetytem?



Uzupełniające zadania rachunkowe

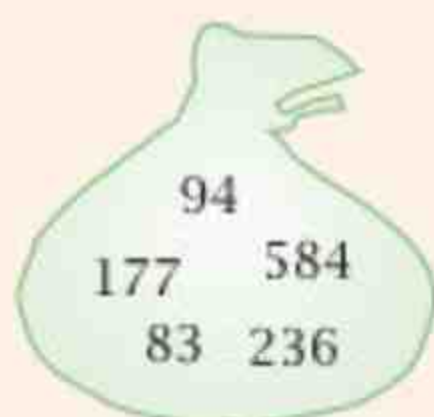
Rachunki pamięciowe na liczbach naturalnych i ułamkach dziesiętnych

1. Wybierz po jednej liczbie z zielonego i żółtego worka. Zapisz ich sumę i różnicę. Wybierz kolejne dwie liczby z worków (inne niż wybrane wcześniej). Zapisz ich sumę i różnicę. Postępuj tak dalej, aż wykorzystasz wszystkie liczby. Wykonaj obliczenia.

a)



b)



c)



2. Do liczby zapisanej po lewej stronie dodaj liczbę a . Do otrzymanej liczby dodaj a , następnie znowu dodaj a itd. Postępuj tak do momentu, gdy otrzymasz wynik większy od liczby zapisanej po prawej stronie.

- a) $7,4$ $a = 0,4$ 10
b) $0,7$ $a = 0,06$ 1
c) $43,09$ $a = 2,42$ 50

3. Od liczby zapisanej po lewej stronie odejmij liczbę b . Od otrzymanego wyniku odejmij b , następnie znowu odejmij b itd. Postępuj tak aż do momentu, gdy otrzymasz wynik mniejszy od liczby zapisanej po prawej stronie.

- a) $3,8$ $b = 0,3$ 1
b) $17,5$ $b = 1,4$ 10
c) 20 $b = 3,48$ 10

4. Zapisz liczby: 2 razy większą oraz 2 razy mniejszą od każdej z liczb:

$1,8$ $2,5$ $9,2$ $3,04$ $13,6$

5. a) Każdą z liczb podanych w pętli podziel i pomnóż przez $0,1$ i $0,01$.

$34,21$ $0,07$ $4,05$ $1,024$ $127,2$

b) Każdą z liczb podanych w pętli podziel i pomnóż przez $0,2$ i $0,02$.

$12,4$ $4,5$ $3,2$ $7,004$ $0,86$ 17

6. Wyniki podanych działań zapisz w kolejności od najmniejszego do największego.

- a) $2,1 \cdot 3$ b) $1,45 \cdot 2$
 $21 \cdot 0,03$ $0,145 \cdot 0,2$
 $0,21 \cdot 0,3$ $14,5 \cdot 2$
 $2,1 \cdot 0,003$ $145 \cdot 0,002$

7. Oblicz (zapisz wynik mnożenia odpowiednich liczb naturalnych, a następnie wstaw przecinek).

- a) $0,7 \cdot 0,12$ d) $0,55 \cdot 0,4$
b) $0,48 \cdot 0,02$ e) $6,2 \cdot 0,002$
c) $1,8 \cdot 0,05$ f) $1,5 \cdot 0,07$

8. Wyjaśnij, na czym polegają kolejne etapy obliczeń podanych w ramce. Oblicz w podobny sposób poniższe ilorazy.

$$0,128 : 0,08 = \frac{0,128}{0,08} = \frac{12,8}{8} = \frac{3,2}{2} = 1,6$$

- a) $1,8 : 2,7$ c) $2,7 : 1,25$
b) $1,75 : 0,05$ d) $6,84 : 0,4$

9. Oblicz.

- a) $8,5 - 6 : 1,25$
b) $2,4 : 0,8 - 2,4 : 1,5$
c) $7,28 - 4,2 \cdot 0,4$
d) $2,35 + 3,2 : (7,15 - 0,75)$
e) $(6^2 - 1,2) : 2 - (0,6 \cdot 4 - 1,5)$
f) $(1,4 + 1,06) : 0,1 - 2 \cdot 1,8$

Działania pisemne na ułamkach dziesiętnych

10. Oblicz.

- a) $3,64 + 18,56$ d) $17,39 - 8,56$
b) $6,17 + 4,023$ e) $4,05 - 3,275$
c) $0,982 + 1,09$ f) $21,107 - 2,08$

11. Oblicz.

- a) $5,68 \cdot 1,2$ d) $3,6 \cdot 0,147$
b) $14,9 \cdot 2,03$ e) $0,016 \cdot 67,55$
c) $24,06 \cdot 2,7$ f) $2,4 \cdot 3,75$

12. Oblicz.

- a) $1,08 : 0,8$ d) $0,9268 : 0,7$
b) $4,824 : 0,04$ e) $3,916 : 1,1$
c) $0,192 : 2,4$ f) $2,056 : 0,08$

13. a) Za 28 dag chałwy pani Jola zapłaciła 6,86 zł. Ile zapłaciłaby za 35 dag tej samej chałwy?

b) Pan Tomasz kupił 25 dag orzechów w czekoladzie. Zapłacił banknotem o nominale 20 zł i otrzymał 6,15 zł reszty. Ile kosztuje 1 kg tych słodczy?

c) Ciastka Makałki kosztują 3,75 zł za 150 g, a za 150 g ciastek Pietraszków trzeba zapłacić 4,21 zł. Co kosztuje więcej: 5 Makałków, które łącznie ważą 18 dag, czy 7 Pietraszków ważących łącznie 12 dag? O ile złotych więcej?

Działania na ułamkach zwykłych

14. Zapisz podane liczby w postaci ułamków nieskracalnych.

$$\frac{36}{48} \quad \frac{24}{30} \quad \frac{12}{90} \quad \frac{84}{126} \quad \frac{165}{225} \quad \frac{18}{60}$$

15. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami.

- a) $\frac{3}{4} = \frac{\square}{20}$ d) $2\frac{5}{7} = 2\frac{\square}{35}$
b) $\frac{12}{15} = \frac{\square}{60}$ e) $6\frac{7}{9} = 6\frac{\square}{63}$
c) $\frac{6}{7} = \frac{\square}{56}$ f) $3\frac{5}{6} = 3\frac{\square}{30}$

16. Zastąp kwadraciki i kółka odpowiednimi liczbami.

- a) $\frac{\square}{13} = 4\frac{7}{13} = 3\frac{\bigcirc}{13}$
b) $\frac{70}{9} = 7\frac{\bigcirc}{9} = 6\frac{\square}{9}$
c) $\frac{\square}{11} = 2\frac{\bigcirc}{11} = 1\frac{21}{11}$
d) $\frac{\bigcirc}{8} = 5\frac{7}{8} = 4\frac{\square}{8}$

17. Oblicz.

- a) $\frac{2}{3} + \frac{2}{9}$ d) $1\frac{3}{5} + 5\frac{4}{7}$
b) $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$ e) $4\frac{9}{14} + 2\frac{11}{21}$
c) $2\frac{1}{3} + 1\frac{7}{15}$ f) $3\frac{1}{12} + 1\frac{5}{18}$

18. Odejmij podane liczby od liczby zapisanej w kółku.

- a) $\textcircled{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{5}$ $1\frac{2}{7}$ $3\frac{3}{5}$
b) $\textcircled{3\frac{1}{3}}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $2\frac{3}{5}$ $1\frac{3}{4}$

19. Oblicz.

- a) $\frac{2}{3} - \frac{5}{9}$ d) $3\frac{2}{9} - \frac{11}{12}$
b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$ e) $6\frac{1}{7} - 2\frac{2}{3}$
c) $1\frac{1}{8} - \frac{3}{5}$ f) $4\frac{1}{12} - 1\frac{3}{8}$

20. Każdą z podanych liczb pomnóż przez liczbę zapisaną w kółku.

- a) $\textcircled{6}$ $\frac{3}{4}$ $1\frac{2}{3}$ $3\frac{5}{12}$ $2\frac{1}{20}$
b) $\textcircled{8}$ $\frac{7}{12}$ $2\frac{1}{4}$ $1\frac{9}{24}$ $2\frac{1}{10}$

21. Oblicz.

- a) $\frac{3}{5} : 6$ d) $1\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$
b) $12 : \frac{1}{3}$ e) $2\frac{5}{9} : 1\frac{1}{3}$
c) $\frac{3}{10} : \frac{5}{8}$ f) $5\frac{5}{6} : 3\frac{1}{2}$

22. Oblicz.

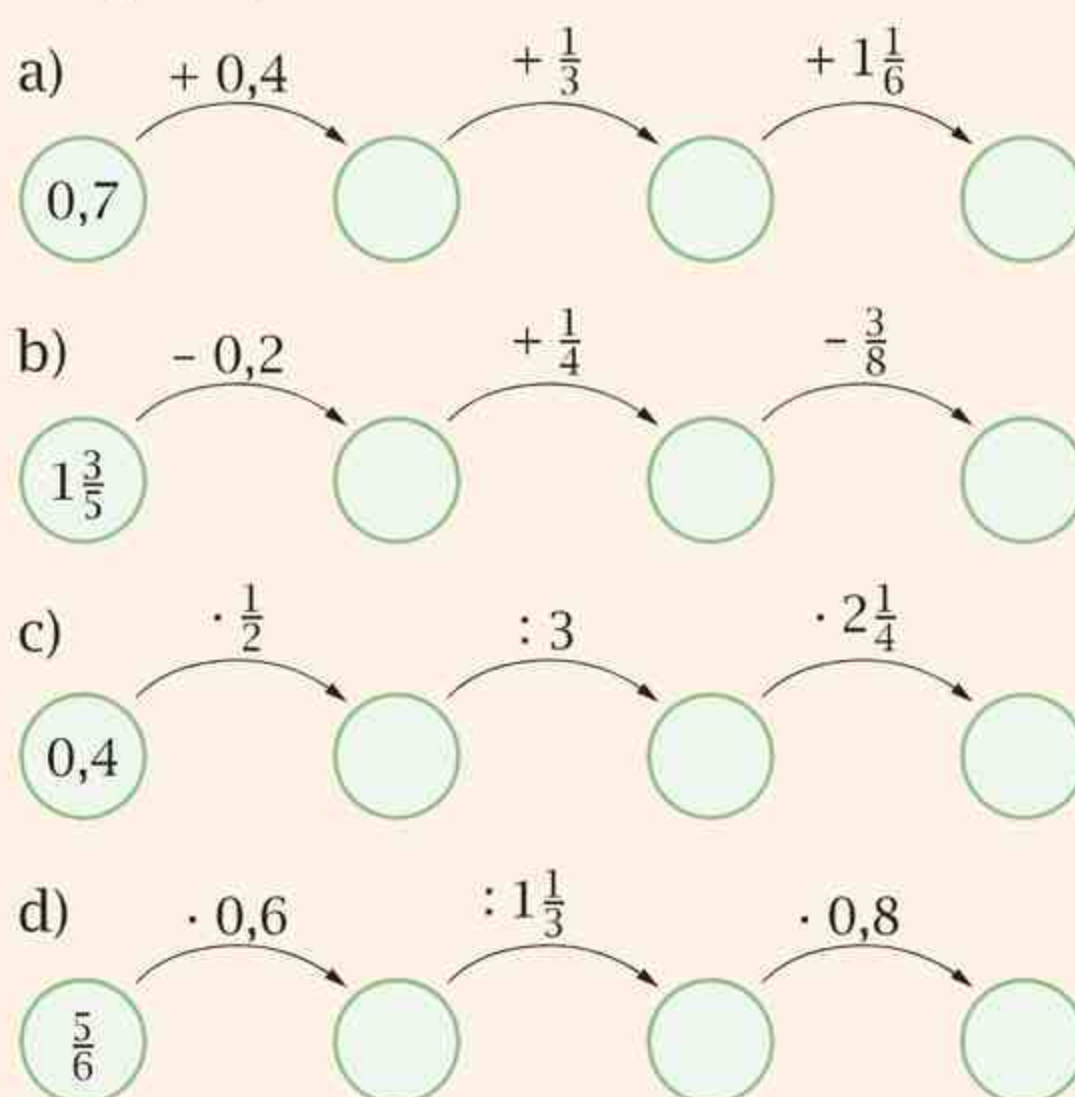
- a) $4 \cdot \frac{15}{26} \cdot 2 \cdot \frac{13}{40}$
b) $6 \cdot \frac{21}{24} \cdot \frac{2}{7} \cdot 3$
c) $1\frac{1}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$

23. Oblicz.

- a) $9 : \frac{1}{3} - \frac{18}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$
b) $5\frac{1}{4} \cdot (1\frac{1}{2} - \frac{2}{7})$
c) $\frac{5}{6} : 10 + 1\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{16}$
d) $5\frac{1}{3} : \frac{4}{9} : 2 - 1\frac{1}{5} \cdot \frac{5}{12}$
e) $(\frac{5}{6})^2 : 1\frac{1}{4} \cdot 3^2 - \frac{3}{4}$
f) $\frac{2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}}{\frac{3}{5} : 2 - \frac{1}{4}}$

Ułamki zwykłe i dziesiętne

24. Przerysuj graf do zeszytu i go uzupełnij.



25. Oblicz.

- a) $\frac{\frac{3}{4} : 1,5 + \frac{2}{3}}{1,2 : 2,1}$
b) $\frac{0,8 : \frac{1}{2} + \frac{4}{5}}{\frac{1}{6} + 0,5 : 2}$
c) $\frac{\frac{5}{8} \cdot 2,4 - 1,25}{1\frac{3}{7} \cdot 1,4 - \frac{3}{5} \cdot 1,2}$

Kalendarz i czas

26. W tabeli podano godziny wschodu i zachodu słońca w Gdańsku oraz w Krakowie w najkrótszym i najdłuższym dniu roku.

	Gdańsk		Kraków	
	wschód	zachód	wschód	zachód
21 VI	4^{10}	21^{24}	4^{30}	20^{53}
22 XII	9^{04}	16^{23}	8^{36}	16^{40}

a) Jak długo trwa najdłuższy dzień roku w Gdańsku, a jak długo trwa ten dzień w Krakowie? Porównaj otrzymane wyniki.

b) O ile dłuższa jest najdłuższa noc w Gdańsku niż w Krakowie?

27. W dniu 1.09.1939 roku wybuchła II wojna światowa, a jej zakończenie nastąpiło 8.05.1945 roku. Ile dni trwała ta wojna?

28. Polska przystąpiła do Unii Europejskiej 1 maja 2004 roku. Była to sobota. W którym dniu tygodnia obchodzono pierwszą rocznicę tego wydarzenia, a w którym — dziesiątą?

29. a) Jeśli Święto Zmarłych, czyli 1 listopada, wypadnie w niedzielę, to w jaki dzień tygodnia wypadnie 11 listopada, a w jaki — ostatni dzień roku?
b) Jeśli Dzień Babci, czyli 21 stycznia, wypadnie w sobotę, to w jaki dzień tygodnia wypadnie Dzień Matki w tym samym roku?

30. Zapisz w systemie rzymskim liczbę o 55 większą oraz liczbę o 55 mniejszą od liczby:

- a) CXLVI c) CDXC
b) CMLIX d) MXXIII

31. Oblicz.

- a) $1\frac{3}{5}$ godziny — ile to minut?
b) $2\frac{1}{16}$ doby — ile to godzin?
c) $6\frac{1}{12}$ minuty — ile to sekund?
d) 0,06 godziny — ile to sekund?

32. Odpowiedzi na poniższe pytania zapisz w postaci ułamków nieskracalnych.

- a) Jaką część tygodnia przesypia człowiek, który śpi codziennie 8,5 godziny?
b) Jaką część doby stanowią 4 godziny lekcyjne?
c) Policz, ile godzin i ile minut w ciągu tygodnia jesteś w szkole. Jaka to część tygodnia?
d) Jacek jechał bez przerwy rowerem przez 56 minut i 15 sekund. Jaka to część godziny?

Jednostki długości i jednostki masy

33. Zapisz podane wielkości za pomocą jednostki zapisanej na szarym tle.

cm	0,375 m	0,05 km	37,5 mm
m	0,0275 km	12,5 cm	3272 mm
dm	3,52 m	6,5 cm	58,2 mm
kg	135,5 dag	25 000 g	2,07 t
dag	0,125 kg	0,0007 t	205,5 g
g	57,3 dag	0,02 kg	1,006 kg
mg	200 g	0,05 dag	0,0001 kg

34. Która z podanych wielkości jest największa, a która — najmniejsza?

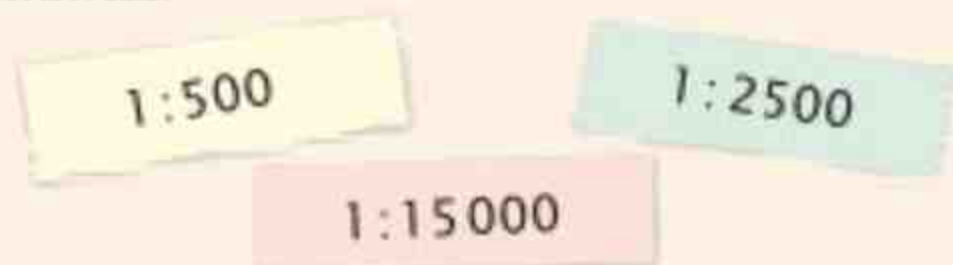
- a) 0,04 t 58 kg 12 500 g
b) 12,07 m 1350 cm 0,0137 km
c) 0,0375 g 370 mg 0,0003 dag

35. Odpowiedzi na pytania zapisz za pomocą ułamków dziesiętnych.

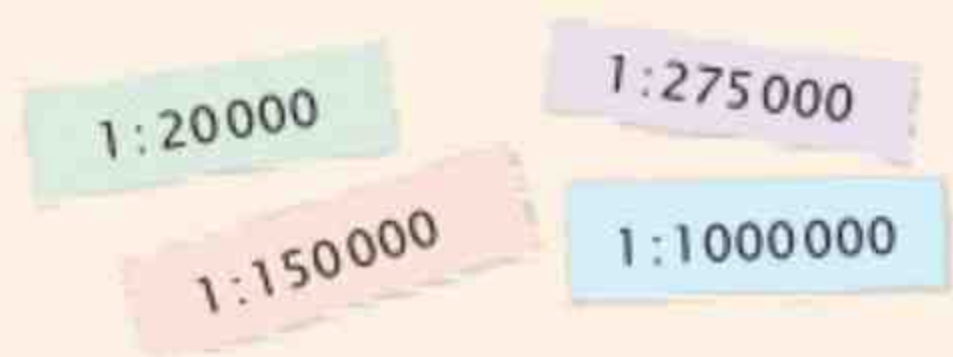
- 3 kg 20 dag 3 g — ile to dekagramów?
- 20 m 2 dm 3 cm — ile to decymetrów?
- 4 t 12 kg 20 dag — ile to kilogramów?
- 1 km 2 m 3 mm — ile to metrów?
- 130 dag 3 g 20 mg — ile to gramów?

Skala na planach i mapach

36. a) Ilu metrom w terenie odpowiada 1 cm na planach o podanych skalach?



b) Ilu kilometrom w terenie odpowiada 1 cm, a ilu metrom — 1 mm na mapach o podanych skalach?



37. Na podstawie podanych informacji ustal skalę mapy.

- 1 cm na mapie to 26 km w terenie
- 1 cm na mapie to 0,7 km w terenie
- 1 cm na mapie to 650 m w terenie
- 1 mm na mapie to 50 m w terenie

38. Ustal skalę mapy na podstawie podziałki.

- 0 ————— 200 km
- 0 ————— 10 km
- 0 ————— 200 km

39. Na mapie wyświetlanej na ekranie smartfona podziałka zmienia się, gdy powiększamy lub zmniejszamy obraz. Na podstawie poniższej podziałki ustal skalę mapy i oblicz odległość między zaznaczonymi punktami.



40. Przerysuj tabelkę do zeszytu i ją uzupełnij.

Skala mapy	Odległość na mapie	Odległość w terenie
1 : 25 000	2 cm	
1 : 500 000	38 mm	
	5 cm	5 km
	2 mm	200 m
1 : 200 000		12 km
1 : 75 000		1500 m

Zaokrąglanie liczb

41. Podaj zaokrąglenie do części tysięcznych i części setnych rozwinięć dziesiętnych liczb:

- $\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{7}$
- $\frac{4}{9}$

42. Kasia i jej brat Bartek mają w skarbonkach trochę oszczędności. W zaokrągleniu do pełnych złotych Kasia ma 37 zł, a Bartek ma 35 zł. Ile co najmniej, a ile co najwyżej pieniędzy mają razem Kasia i Bartek?

43. Suma dwóch liczb naturalnych wynosi 40. Ile może wynosić suma zaokrągleń tych liczb do dziesiątek?

44. Poniżej podano długości granic Polski z poszczególnymi krajami oraz długość granicy morskiej. Podaj w zaokrągleniu do setek sumę długości granic oraz sumę ich zaokrągleń do setek.

Długość granic Polski

z Rosją — 210 km
z Litwą — 104 km
z Białorusią — 418 km
z Ukrainą — 535 km
ze Słowacją — 541 km
z Czechami — 796 km
z Niemcami — 467 km
z Bałtykiem — 440 km

Droga

45. Załóżmy, że statek pasażerski, powóz i samolot poruszają się ze stałymi prędkościami podanymi pod rysunkami.



$27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$



$120 \frac{\text{m}}{\text{min}}$



$580 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- Ile kilometrów przepływa statek pasażerski przez 12 godzin, a ile — przez 3,5 doby?
- Ile metrów pokonuje powóz w ciągu kwadransa, a ile kilometrów — w ciągu 2 godzin?
- Ile kilometrów pokonuje samolot w ciągu 2 minut, a ile — w ciągu pół godziny?

46. Księżyc porusza się po swojej orbicie wokół Ziemi z prędkością około $1 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Jaką odległość pokonuje w ciągu 8 godzin?

47. O ile dłuższy dystans pokona samochód, jadąc przez pół godziny z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ niż jadąc w tym czasie z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

48. Rowerzysta jechał przez kwadrans z prędkością $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, potem przez 20 minut z prędkością $22 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a na koniec przez 5 minut zjeżdżał z góry z prędkością $35 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaki dystans łącznie pokonał?

Prędkość

49. a) Na podstawie podanych informacji wyraż prędkości zwierząt w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Gepard pokonuje odległość 500 m w ciągu 20 sekund.



Ślimak pokonuje odległość 3 cm w ciągu pół minuty.



Rekin pokonuje odległość 1680 m w ciągu 2 minut.

b) Na podstawie podanych informacji wyraż prędkości zwierząt w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.



Szybki jeź w ciągu kwadransa może pokonać 50 m.



Kangur może pokonać 4 km w 3 minuty.



Wędrujący łosoś pokonuje 100 m w ciągu 20 sekund.



Biegnący słoń w czasie 2 sekund pokonuje 20 m.

50. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami.

a) $2,5 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \square \frac{\text{m}}{\text{h}}$ c) $15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \square \frac{\text{m}}{\text{min}}$

b) $300 \frac{\text{m}}{\text{min}} = \square \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $2,4 \frac{\text{km}}{\text{min}} = \square \frac{\text{m}}{\text{h}}$

51. Które zwierzę ma większą prędkość: słoń, który pokonuje 2 km w ciągu 5 minut, czy żyrafa, która pokonuje 100 m w ciągu 10 sekund?

Czas

52. Załóżmy, że pojazd jedzie ze stałą prędkością podaną pod rysunkiem.



$80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

a) Oblicz, ile czasu potrzebuje kierowca samochodu na przejechanie:

- 160 km • 20 km • 180 km



$20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) Oblicz, ile czasu potrzebuje rowerzysta, aby pokonać odległość:

- 2 km • 10 km • 12 km



$250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c) Oblicz, w jakim czasie samolot pokonuje:

- 1 km • 2,5 km • 500 km

53. a) Piechur idzie z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. W jakim czasie pokona odległość 1,5 km?

b) Traktor jedzie ze stałą prędkością $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. W jakim czasie przejedzie dystans 6 km?

c) Ile czasu potrzebuje kierowca na przebycie odcinka autostrady o długości 63 km, jeśli będzie utrzymywał średnią prędkość $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

d) Jak długo musi galopować koń, aby pokonać odległość 1 km, jeśli porusza się z prędkością $400 \frac{\text{m}}{\text{min}}$?

e) Chart biegnie ze stałą prędkością $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ile czasu zabierze mu pokonanie dystansu 3 km?

f) Gołąb pocztowy leci ze stałą prędkością $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Po jakim czasie przeleci odległość 90 km?

Droga, prędkość, czas

54. Samochód jedzie ze stałą prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

a) Jaki dystans pokonuje w czasie kwadransa?

b) Jaka jest prędkość tego samochodu w $\frac{\text{m}}{\text{min}}$?

c) W jakim czasie ten samochód pokona dystans 200 km?

55. Przerysuj tabelkę do zeszytu i uzupełnij ją tak, aby wielkości w każdym rzędzie dotyczyły obiektu poruszającego się ze stałą, podaną prędkością i pokonującego odpowiednią odległość we wskazanym czasie.

prędkość	czas	droga
$48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	15 min	
	20 min	10 km
$80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$		200 km
$160 \frac{\text{m}}{\text{min}}$	0,5 h	
	2,5 h	500 m
$50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$		0,8 km

56. Kazik z mamą jechali autostradą z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. W pewnym momencie Kazik zauważył, że do najbliższego zjazdu z autostrady jest 20 km. Jak długo będą jeszcze jechać do tego zjazdu?

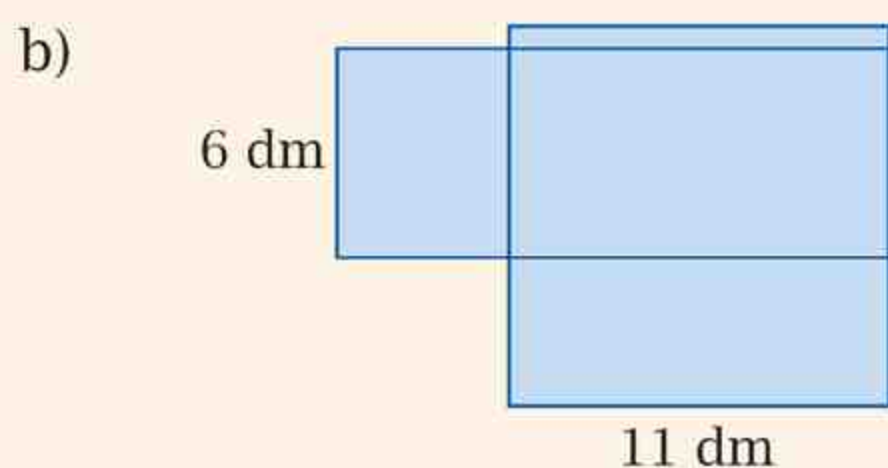
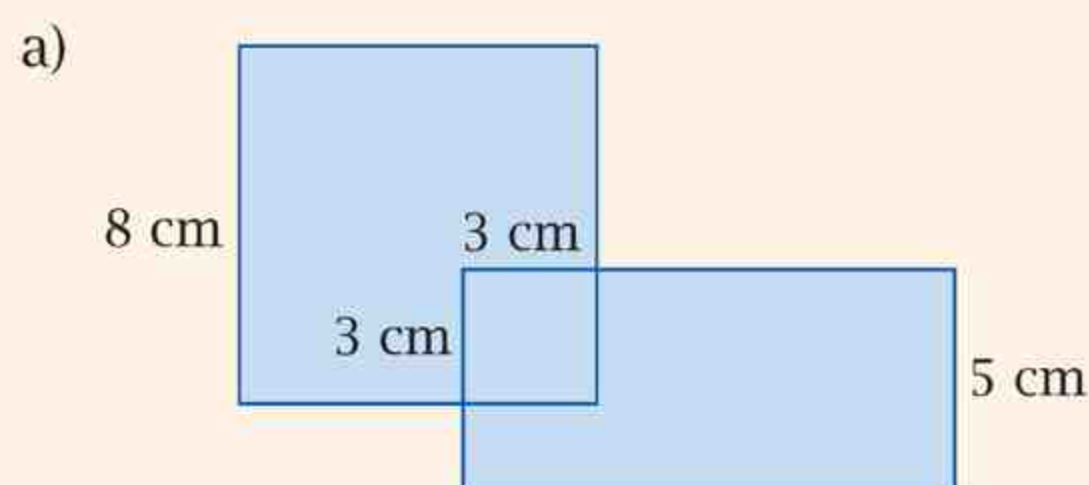
57. Ania wyruszyła na hulajnodze ze szkoły do domu. W tym samym momencie jej tata wyruszył piechotą z domu na wywiadówkę do szkoły Ani. Spotkali się po 12 minutach. Ania jechała z prędkością $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a tata szedł z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaka jest długość trasy z domu do szkoły?

58. Gdy Julian idzie do parku na piechotę, zajmuje mu to 15 minut. Sprawdził, że idzie wtedy z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Z jaką prędkością Julian powinien jechać na hulajnodze tą samą trasą, żeby czas dojazdu był krótszy o 10 minut?

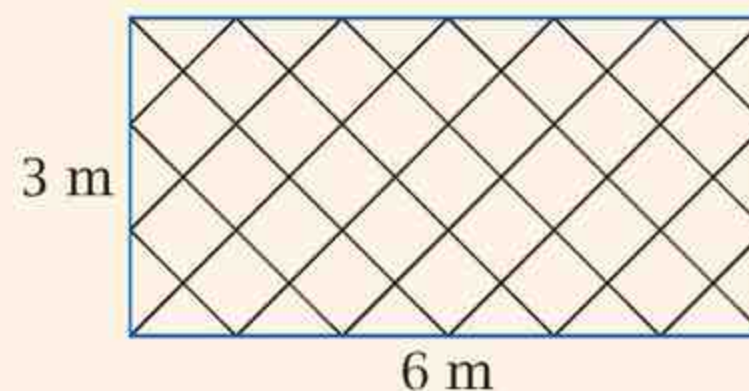
Pole prostokąta

- 59.** a) Która figura ma większe pole i o ile — prostokąt o wymiarach $5 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ czy kwadrat o boku 8 cm ?
b) Która figura ma większe pole i o ile — prostokąt o bokach $6,5 \text{ m}$ i 2 m czy prostokąt o bokach $2,5 \text{ m}$ i 6 m ?

60. Figura przedstawiona na rysunku została ułożona z kwadratu i prostokąta o tym samym obwodzie. Oblicz pole tej figury.



61. Taras o wymiarach $3 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ wyłożono jednakowymi kwadratowymi płytkami lub ich połówkami (jak na rysunku). Jaka powierzchnię ma kwadratowa płytka?



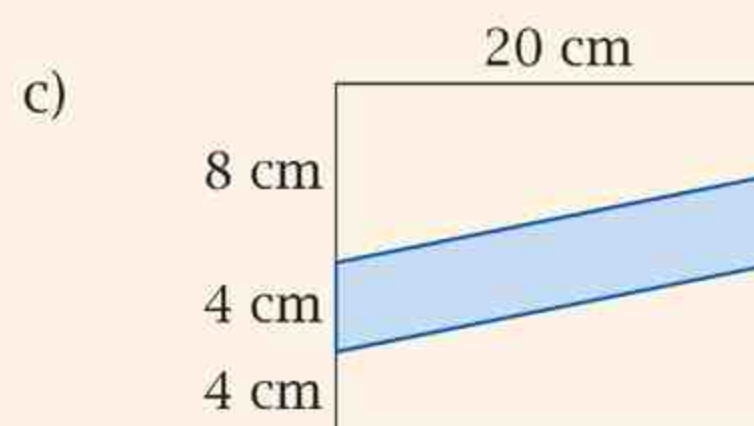
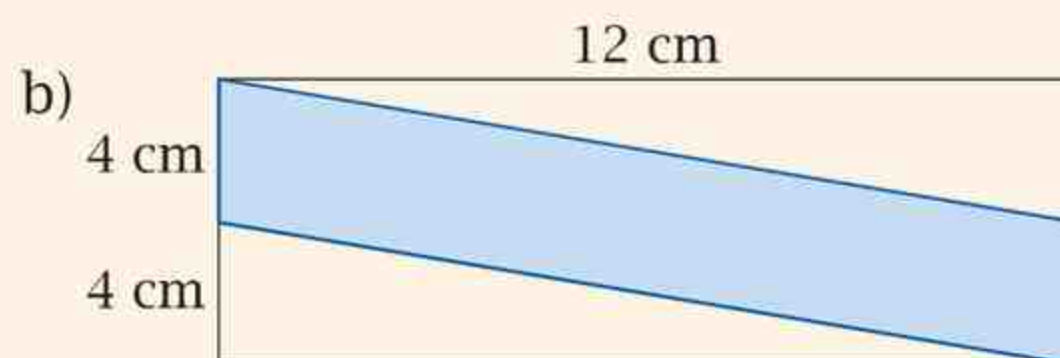
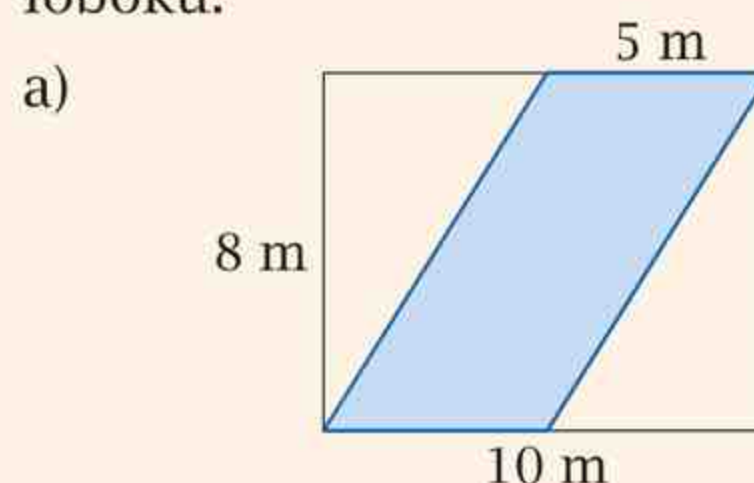
Pole równoległoboku i rombu

62. W równoległoboku o bokach 3 dm i 4 dm krótsza z wysokości ma 2 dm . Oblicz pole tego równoległoboku oraz drugą z wysokości.

63. Oblicz pole:

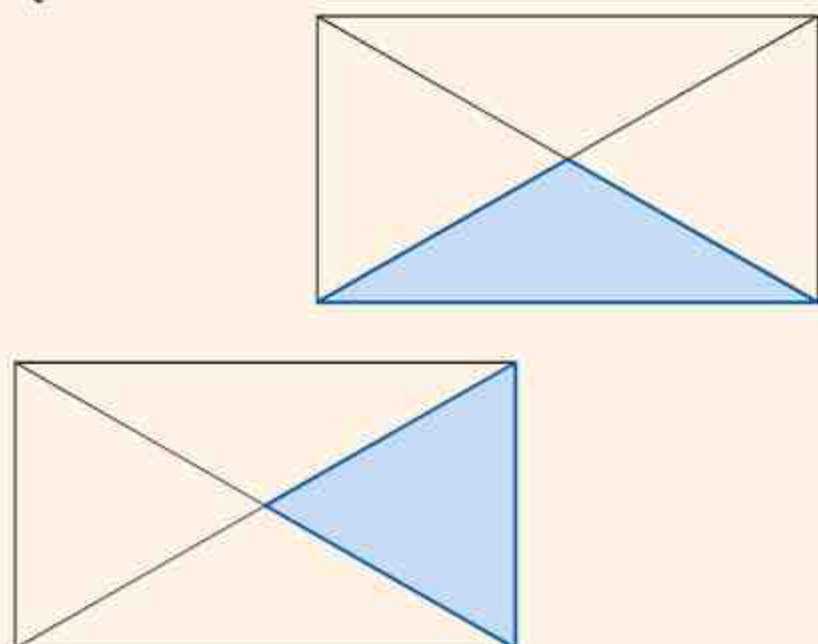
- a) rombu o przekątnych 80 cm i 66 cm ,
b) kwadratu o przekątnej 7 cm .

64. W prostokącie zacięto równoległobok. Oblicz pole tego równoległoboku.

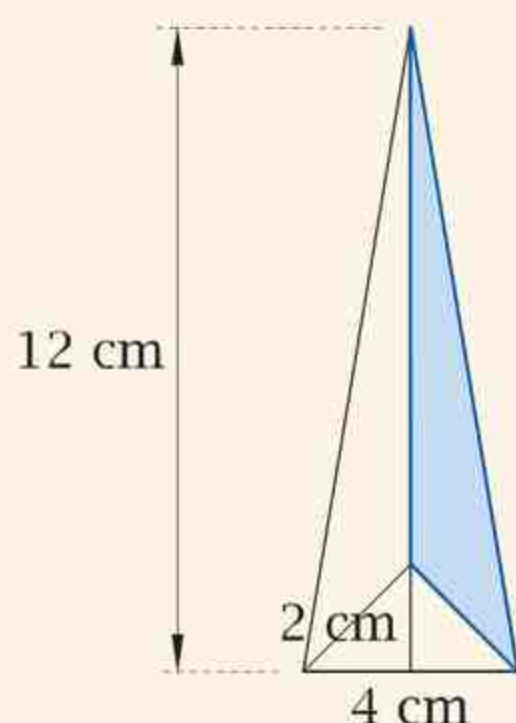


Pole trójkąta

65. W jednakowych prostokątach o wymiarach $4\text{ cm} \times 7\text{ cm}$ zaznaczono po jednym trójkącie w sposób pokazany na rysunkach. Oblicz pola tych trójkątów.



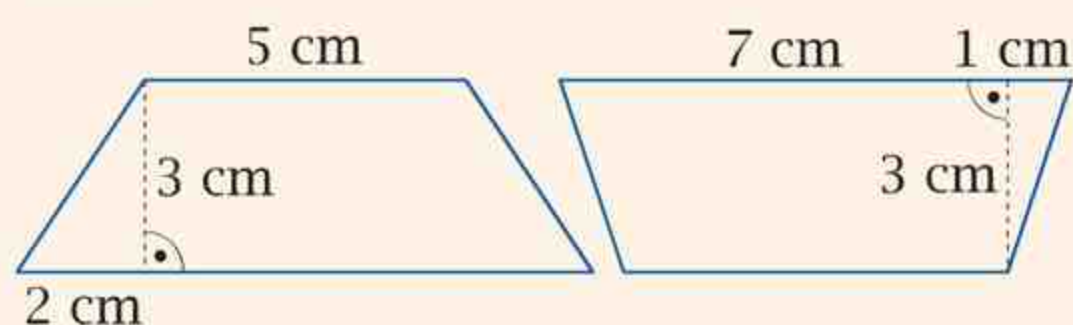
66. Oblicz pole zaciętego fragmentu trójkąta równoramiennego.



Pole trapezu

67. W trapezie prostokątnym podstawy mają długości 9 cm i 6 cm , a ramiona mają długości 4 cm i 5 cm . Oblicz pole tego trapezu.

68. Oblicz pola trapezów równoramiennych przedstawionych na rysunkach.



Procenty i ułamki

69. Podane wyrażenie wyraż w procentach.

- a) $\frac{1}{5}$ pewnej kwoty
- b) $\frac{3}{2}$ zaplanowanego czasu
- c) $\frac{3}{50}$ powierzchni figury
- d) $\frac{1}{20}$ pojemności naczynia
- e) $\frac{4}{5}$ liczby osób
- f) $\frac{3}{25}$ ustalonej odległości
- g) $\frac{7}{5}$ pewnej masy

70. a) $\frac{1}{5}$ kwadratu zamalowano na żółto, a 10% — na zielono. Jaki procent figury nie został zamalowany?

b) Połowę pensji pani Kasia przeznacza na stałe opłaty, a 25% — na żywność. Jaki procent pensji pozostaje jej na inne wydatki?

71. Ustal, co jest większe:

- a) $\frac{1}{4}$ powierzchni czy 30% tej powierzchni,
- b) 70% wagi pewnego towaru czy $\frac{3}{4}$ wagi tego towaru,
- c) 20% pewnej kwoty czy $\frac{1}{6}$ tej kwoty,
- d) $0,3$ pojemności butelki czy 35% pojemności tej butelki,
- e) $0,02$ pewnej odległości czy 1% tej odległości,
- f) $1,2$ pewnej szerokości czy 150% tej szerokości.

72. Pan Antoni przywiózł na targ jabłka zebrane w sadzie. Pierwszy klient kupił 10% jabłek, a następny — połowę tego, co zostało. Jaki procent przywiezionych jabłek kupił ten klient?

Jaki to procent?

73. a) 12 minut — jaki to procent godziny?

b) 6 godzin — jaki to procent doby?

c) 1 godzina lekcyjna — jaki to procent godziny zegarowej?

d) 150 sekund — jaki to procent minuty?

e) 36 godzin — jaki to procent doby?

74. Oto plansza do gry w statki.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

a) Jaki procent planszy zajmują łącznie wszystkie statki?

b) Jaki procent planszy zajmują dwumasztowce?

c) Jaki procent powierzchni wszystkich statków stanowią trójmasztowce?

d) Jaki procent liczby wszystkich statków stanowią jednomasztowce?

75. Spacerując po lesie, pani Joasia znalazła 6 borowików, 4 rydze, 5 koźlaków i 15 maślaków. Jaki procent zebranych grzybów stanowiły borowiki?

76. Lucja ma w skarbonce same monety: 30 złotych, 30 dwuzłotówek i 12 pięciozłotówek. Jaki procent tych oszczędności Lucja zbierała w złotych, jaki — w dwuzłotówkach, a jaki — w pięciozłotówkach?

77. Pociąg miał jechać 1 godzinę i 40 minut, ale spóźnił się o 20 minut. O ile procent dłużej trwała podróż tym pociągiem?

Jaki to procent? (cd.)*

Uwaga. Odpowiedzi do zadań 78–80 zaokrąglij do 1%.

78. W tabeli podano informacje o liczbie uczniów klas szóstych pewnej szkoły.

	dziewczeta	chłopcy
VI a	10	12
VI b	15	12
VI c	11	15

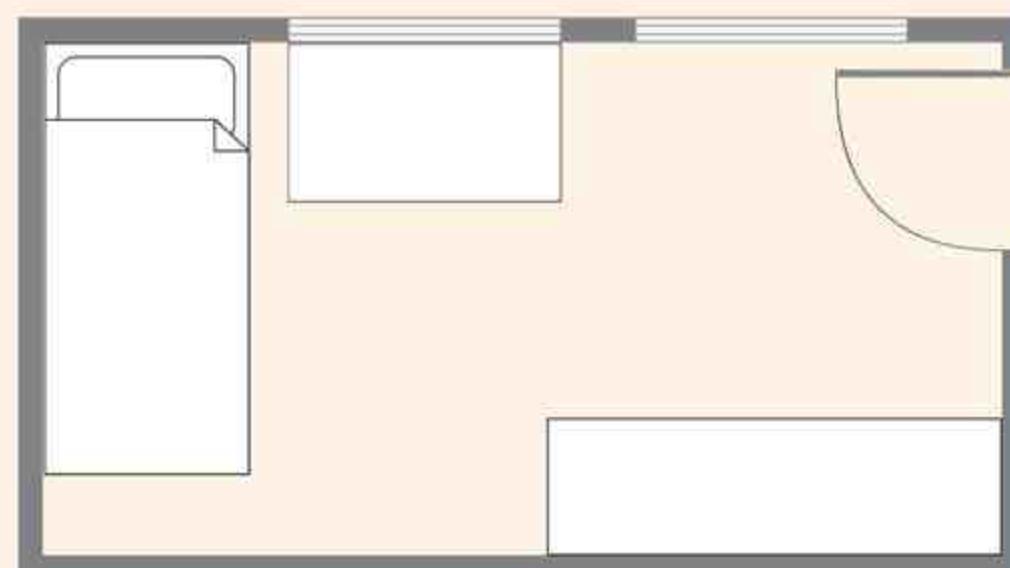
a) Jaki procent uczniów klas szóstych stanowią dziewczeta?

b) Jaki procent uczniów klasy VI a stanowią dziewczeta?

c) Jaki procent wszystkich chłopców z klas szóstych stanowią chłopcy z klasy VI c?

79. Zapisz swoje imię i nazwisko. Jaki procent zapisanych liter stanowią litery twojego imienia, a jaki — litery twojego nazwiska?

80. Na planie pokoju narysowano umieszczone w nim łóżko, biurko i szafę. Zmierz odpowiednie długości i oblicz, jaki procent powierzchni całego pokoju zajmują poszczególne meble.



Obliczenia procentowe

81. Oblicz w pamięci:

- a) 25% kwoty 60 zł oraz kwoty 130 zł,
- b) 150% masy 3 kg oraz masy 70 kg,
- c) 75% powierzchni 80 a oraz powierzchni 20 ha,
- d) 10% odległości 130 km oraz odległości 16 m,
- e) 1% liczby 350 oraz liczby 2000.

82. Oblicz.

- a) 30% z 70 kg d) 120% z 220 zł
- b) 60% z 400 zł e) 90% z 240 km
- c) 5% z 40 dm² f) 80% z 1200 m²

83. Co jest większe?

- a) 30% kwoty 260 zł czy 70% kwoty 120 zł
- b) 120% pojemności 65 litrów czy 90% pojemności 80 litrów
- c) 80% powierzchni 12 m² czy 30% powierzchni 33 m²
- d) 20% odległości 1500 m czy 5% odległości 5,5 km

84. Pan Antoni miał w portfelu 85 zł. 20% tej kwoty wydał na obiad, a 10% pozostałej kwoty na bilet autobusowy. Jaka kwota została mu w portfelu?

Obniżki i podwyżki

85. Dokończ zdania, podając odpowiednie liczby.

- a) O 10% więcej niż 64 to...
- b) O 10% mniej niż 130 to...
- c) Liczba o 20% większa od 550 to...
- d) Liczba o 20% mniejsza od 300 to...
- e) Liczba o 60% mniejsza od 800 to...

86. W sklepie odzieżowym obniżono ceny niektórych towarów. Oblicz nowe ceny.



87. Osoby od 60. roku życia mają 30% zniżki dla seniorów na przejazdy koleją. Oblicz, ile musi zapłacić senior, jeśli bilet bez zniżki kosztuje:

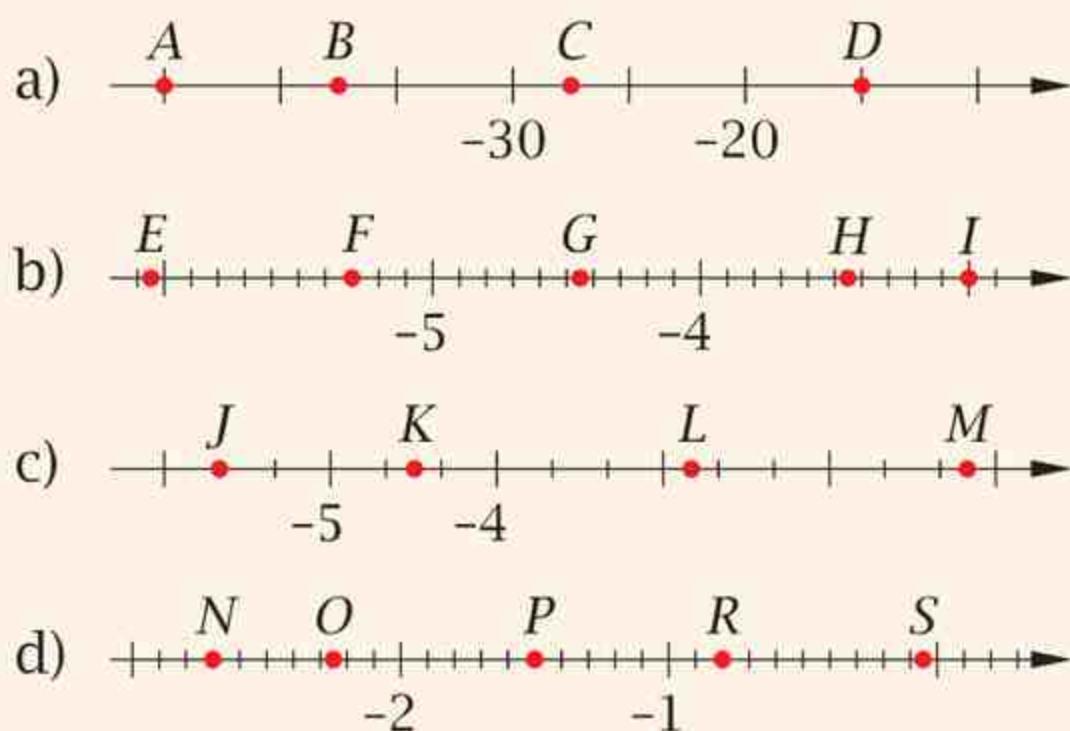
- a) 80 zł c) 150 zł
- b) 120 zł d) 170 zł

88. Przeciętna pojemność płuc mężczyzny wynosi od 4,5 l do 5 l. Biegacze długodystansowi mają o 40% większą pojemność płuc, a pływacy nawet o 110% większą pojemność płuc. Podaj, w jakim zakresie mieści się pojemność płuc biegaczy, a w jakim — pływaków.

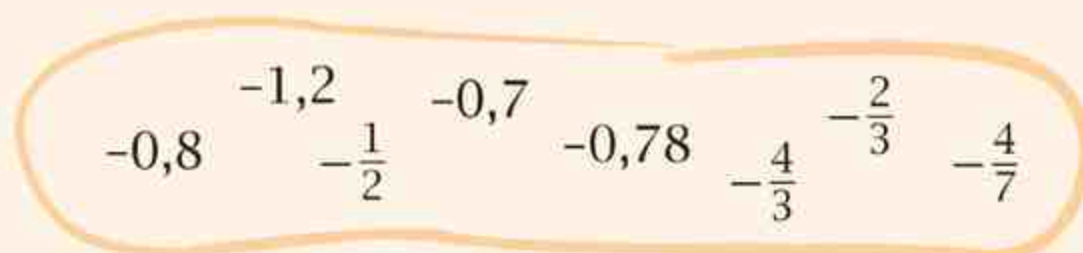
89. W sklepie z zabawkami Pinokio w listopadzie sprzedano towary za łączną kwotę 130 tys. zł. W grudniu wynik ze sprzedaży był o 70% większy niż w listopadzie, a w styczniu przychód zmniejszył się o 40% w stosunku do wyników z grudnia. Czy sprzedaż w styczniu była większa, czy mniejsza niż w listopadzie? O ile złotych?

Porównywanie liczb

90. Odczytaj, jakie liczby zaznaczono na osi liczbowej (kropki między kreseczkami leżą w połowie między nimi).



91. W pętli zapisano kilka liczb.



Które z tych liczb są:

- a) większe od $-0,6$,
- b) mniejsze od $-\frac{3}{4}$,
- c) większe od $-\frac{3}{4}$ i jednocześnie mniejsze od $-0,3$?

92. Ustal, jaka jest odległość na osi liczbowej między liczbami a i b , jeśli:

- a) $a = -7,5$, $b = 8$
- b) $a = -12$, $b = -6,5$
- c) $a = -3\frac{1}{4}$, $b = -5\frac{3}{4}$
- d) $a = -20,1$, $b = -35,4$

Dodawanie i odejmowanie

93. Oblicz.

- a) $6 - 14 - (-5) - 2$
- b) $-30 + (-12) - (-28) - 12$
- c) $11 - 13 - 50 - (-43)$
- d) $-23 + (-18) - (-5) + 16$
- e) $150 - 170 + (-120) - (-70)$

94. Oblicz.

- a) $3\frac{3}{7} - 7$
- b) $-5\frac{2}{5} - (-6)$
- c) $-\frac{3}{9} - 1\frac{1}{9}$
- d) $1\frac{4}{9} - 3\frac{5}{6}$
- e) $-7\frac{1}{5} - (-3\frac{4}{7})$
- f) $-2\frac{1}{7} - (-5\frac{3}{4})$
- g) $-3\frac{1}{7} - 2\frac{3}{4}$
- h) $-2\frac{1}{3} + \frac{7}{8}$
- i) $0,7 - 1,3$
- j) $-2,4 + 5,1$
- k) $-6 - (-2,7)$
- l) $-2,1 - 3,7$
- m) $-6,8 - (-4,2)$
- n) $-2,25 + 4,75$
- o) $-1,2 - (-2,1)$
- p) $2,3 - 6,8$

95. Ustal, czy podana liczba jest dodatnia, czy ujemna.

- a) $6,75 - (-(-(-(-5,197))))$
- b) $28,248 - (-(-(-(-6,672))))$
- c) $-6,751 - (-(-(-6,672)))$
- d) $-8,141 - (-(-(-9,242)))$

96. Oblicz.

- a) $3\frac{3}{4} - (7 - 8\frac{1}{2}) - 6$
- b) $-2\frac{1}{7} - (4 + (-6\frac{3}{4})) - 8$
- c) $-6 - (8\frac{1}{4} - 6 + (-7))$
- d) $-2 + (3 - 6\frac{1}{4} - (-2))$

97. Ustal, czy wynik podanego działania leży na osi liczbowej między liczbami -1 i $-0,5$.

- a) $(\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}) - 0,3$
- b) $(\frac{7}{8} - 2) - (-0,5)$
- c) $2\frac{1}{3} - (\frac{4}{3} - 0,4)$
- d) $-(3\frac{1}{5} - 4) + (-1,3)$

Mnożenie i dzielenie

98. Oblicz.

- | | |
|--|------------------------|
| a) $\frac{3}{7} \cdot (-4)$ | h) $3,2 : (-8)$ |
| b) $-\frac{4}{5} : (-\frac{10}{11})$ | i) $-1,6 \cdot (-0,2)$ |
| c) $-\frac{7}{12} : \frac{6}{14}$ | j) $-1,6 : 4$ |
| d) $2\frac{1}{4} \cdot (-\frac{4}{9})$ | k) $-2,2 \cdot (-0,1)$ |
| e) $-3 : 5\frac{1}{3}$ | l) $-5,2 : (-2)$ |
| f) $-2\frac{1}{5} \cdot (-3\frac{1}{8})$ | m) $2,4 : (-0,6)$ |
| g) $-3\frac{1}{8} : (-6\frac{3}{8})$ | n) $-2 : (-0,25)$ |

99. Oblicz.

- a) $-3 - 4 \cdot (-5)^2$
b) $(-2)^2 - 3 \cdot (-4) - 7$
c) $-6 - 2 \cdot (-5)^2 - 6^2$
d) $-7 - 3 \cdot (-4)^2 - 10$
e) $6 - (7 - 5^2) - 3 \cdot (-2)$
f) $-3 \cdot (-8) - 6 \cdot 7^2$

Zapisywanie wyrażeń algebraicznych

100. Zapisz odpowiednie wyrażenie algebraiczne:

- a) n godzin — ile to minut?
b) k centymetrów — ile to milimetrów?
c) x złotych — ile to groszy?
d) p litrów — ile to mililitrów?
e) h hektarów — ile to arów?
f) a arów — ile to metrów kwadratowych?

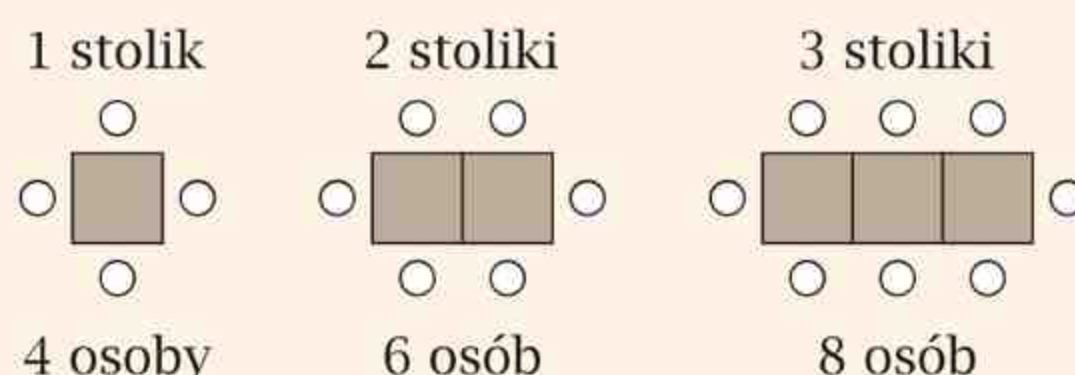
101. Niech x oznacza liczbę dodatnią. Zapisz:

- a) liczbę o 5 mniejszą od x ,
b) liczbę 10 razy mniejszą od x ,
c) liczbę o 4 mniejszą od kwadratu liczby x .

102. Niech x oznacza liczbę dodatnią. Zapisz:

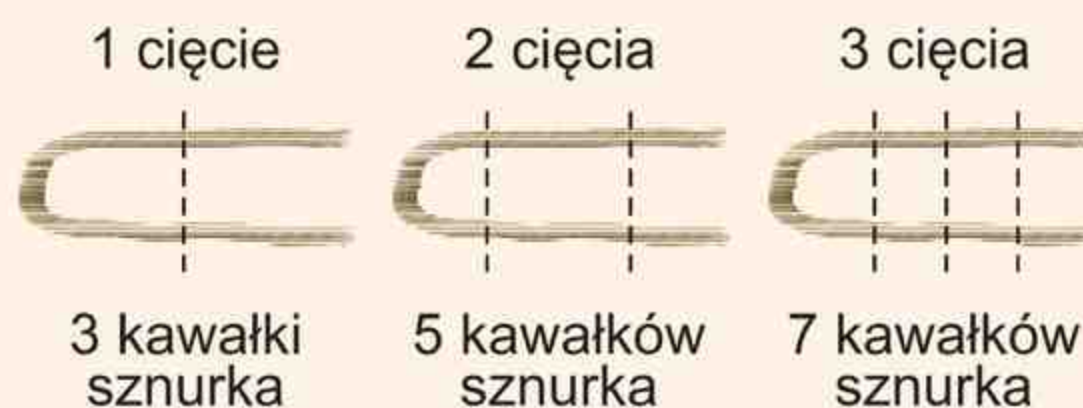
- a) 10% liczby x ,
b) 200% liczby x .

103. W pewnej restauracji wszystkie stoliki są jednakowe. Przy jednym mogą usiąść 4 osoby. Stoliki te można jednak ustawić obok siebie tak, jak pokazano na kolejnych rysunkach.



- a) Ile osób może siedzieć przy pięciu stolikach, a ile — przy dziesięciu tak ustawionych obok siebie stolikach?
b) Ile osób może siedzieć przy n stolikach ustawionych obok siebie?

104. Sznurek składamy na pół tak jak na rysunkach i przecinamy jednym cięciem obie połówki naraz. Potem wykonujemy kolejne cięcia. Otrzymamy w ten sposób pewną liczbę kawałków sznurka.



- a) Ile kawałków sznurka otrzymamy przy 5 cięciach?
b) Ile kawałków sznurka otrzymamy przy 10 cięciach?
c) Ile razy należy przeciąć sznurek w opisany sposób, aby otrzymać 15 kawałków?
d) Ile kawałków sznurka otrzymamy po wykonaniu n cięć?

Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych

105. Oblicz wartości wyrażenia dla trzech podanych wartości p .

a) $3 - p$ $p = 0$ $p = 17$ $p = -4$

b) $-2p + 1$ $p = 4$ $p = 0$ $p = -3$

c) $\frac{p-1}{2}$ $p = 13$ $p = 6$ $p = -6$

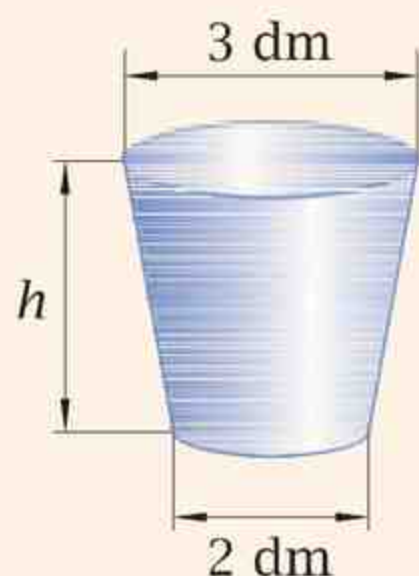
d) $\frac{2(1-3p)}{3}$ $p = 0$ $p = 1$ $p = -1$

106. Przyjmuje się, że długość kroku człowieka to $\frac{5}{2}$ długości jego stopy. Zapisz wyrażenie, które pozwala obliczyć długość kroku człowieka o stopie długości s . Korzystając z tego wyrażenia, odpowiedz na pytania.

a) Jak długie kroki stawia człowiek o stopie długości 28 cm?

b) O ile dłuższe kroki stawia człowiek, którego stopa ma 45 cm od człowieka o stopie długości 24 cm?

107. Jeśli dno wiadra i jego górny rant mają średnicę odpowiednio 2 dm oraz 3 dm, a głębokość wynosi h decymetrów (zob. rysunek), to pojemność tego wiadra jest równa około $5h$ litrów.



Jaką pojemność (w przybliżeniu) ma takie wiadro o podanej wysokości?

a) 30 cm

b) 35 cm

Upraszczanie wyrażeń algebraicznych

108. Zapisz krócej.

a) $4 - y - 2 + 3y$ c) $7 + z + 5 - 5z$

b) $12a - 4a + 1$ d) $5 - x + 4x - 2$

109. Zapisz krócej.

a) $\frac{a}{2} + 2a$ c) $\frac{n}{2} + \frac{n}{8}$ e) $\frac{y}{7} - \frac{y}{8}$

b) $4b - \frac{b}{3}$ d) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{4}$ f) $\frac{2c}{3} - \frac{1}{2}c$

110. Uprość wyrażenia.

a) $2x - 2,5 - 0,7x + 0,2$

b) $\frac{1}{2} - x + \frac{1}{3}x - 1$

c) $3x - \frac{2}{3}x - x + \frac{3}{4}$

d) $0,75 + 2,75x - 13x - 1,25$

111. Zapisz w jak najprostszej postaci wynik opisanych poniżej operacji.

a) Do liczby $2n$ dodajemy liczbę o n mniejszą od 25.

b) Od połowy liczby $n + 1$ odejmujemy połowę liczby n .

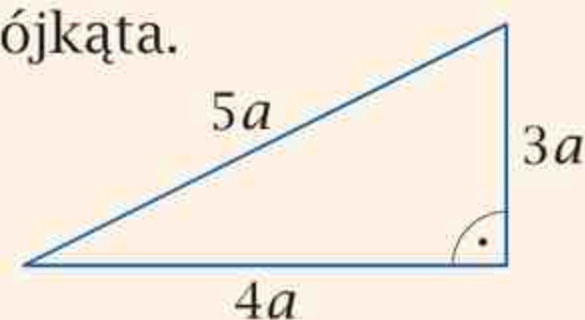
c) Od połowy liczby $3n$ odejmujemy połowę liczby n .

d) Sumę liczb a oraz $a + 4$ dzielimy przez 2.

112. Na rysunku przedstawiony jest trójkąt prostokątny o bokach długości $3a$, $4a$ i $5a$. Zapisz w jak najprostszej postaci wzór opisujący:

a) obwód tego trójkąta,

b) pole tego trójkąta.



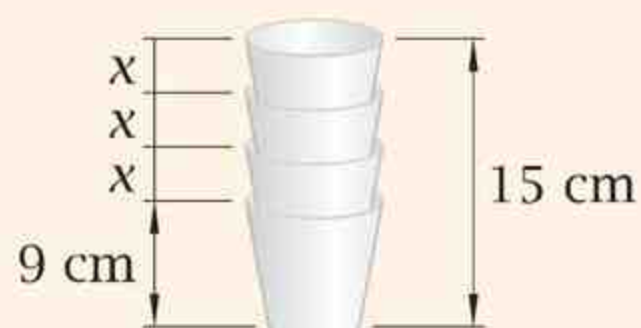
Zapisywanie równań

113. Oznacz literą x wielkość, której dotyczy pytanie. Ułóż równanie odpowiadające treści zadania.

a) Stół jest o 5 kg cięższy od krzesła. Stół i 4 krzesła ważą razem 20 kg. Ile waży jedno krzesło?

b) Bok prostokąta jest dwa razy dłuższy od sąsiedniego jego boku. Obwód tego prostokąta jest równy 25 cm. Jaka długość ma krótszy bok?

114. Kubek ma 9 cm wysokości. Cztery takie kubki włożone jeden w drugi tworzą stos o wysokości 15 cm (zob. rysunek). Przyjmij za niewiadomą wielkość oznaczoną na rysunku literą x . Ułóż równanie odpowiadające treści zadania.



115. Zapisz równanie wynikające z podanego warunku.

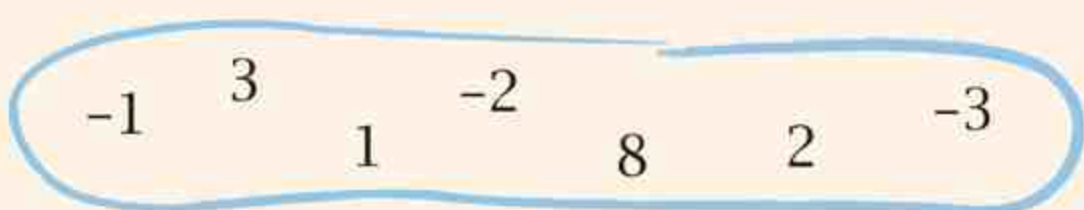
a) Połowa liczby x jest równa liczbie x pomniejszonej o 3.

b) Trzykrotność liczby y zmniejszona o 12 jest równa 80% liczby y .

c) Gdy od liczby 9 odejmiemy liczbę p , otrzymamy jedną trzecią liczby $2p$.

Liczba spełniająca równanie

116. Która z liczb zapisanych w ramce jest rozwiązaniem podanego równania?



a) $x - 1 = 7$ c) $3x + 8 = 2$

b) $2 - x = 1$ d) $5 - 2x = 3$

117. Które z podanych równań spełnia liczba zapisana w kółku?

a) $\textcircled{3}$ b) $\textcircled{\frac{1}{2}}$ c) $\textcircled{-5}$

$2x - 1 = 5$ $\frac{1}{2} = a - \frac{1}{4}$ $12 - p = 17$

$7 - \frac{y}{2} = 5,5$ $2b - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $20 + 3r = 5$

$1 - z = 2$ $\frac{c}{3} = \frac{1}{6}$ $s - 5 = 10$

118. Wśród podanych równań wskaż te, które spełnia więcej niż jedna liczba.

① $2x = x + x$ ③ $7 + x + 2 - x = 9$

② $x + 1 = 1$ ④ $\frac{x+2x}{3} - x = 0$

Rozwiązanie równań

119. Rozwiąż równanie.

a) $3x = 72$ c) $1 + 4x = 2$

b) $\frac{x}{2} = 5$ d) $15 - 2x = -3$

120. Rozwiąż równanie.

a) $\frac{x+1}{3} = 7$ c) $1 - 3x = \frac{1}{2}$

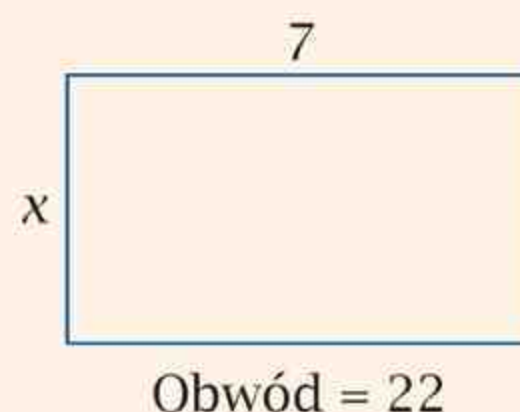
b) $\frac{3-x}{2} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{2}x + 1 = 4$

121. Rozwiąż równanie.

a) $2x - 5 - x - 3 = 8$ c) $\frac{3}{4}x - x - 1 = 0$

b) $6 - x - \frac{x}{2} = 4$ d) $\frac{1}{5}x + 3 = 5 + \frac{1}{2}x$

122. Na podstawie informacji podanych na rysunku oblicz długość boku prostokąta oznaczoną literą x .



Odpowiedzi

str. 11-13 1. a) 140, b) 225, c) 739, d) 3660, e) 1178, f) 516, g) 68, h) 141, i) 455, j) 240, k) 200, l) 6060. 2. a) 194, b) 112, c) 327, d) 1250, e) 21 100, f) 133, g) 18, h) 37, i) 24, j) 400, k) 250, l) 31. 3. a) 280 000, b) 69 000, c) 132 000, d) 60 000, e) 70, f) 5, g) 300, h) 22 000. 4. $A = 108$, $B = 98$, $C = 93$, $D = 104$, $E = 116$, $F = 122$, $G = 129$, $H = 99$, $I = 38$, $J = 42$, $K = 34$, $L = 32$. 5. 10 000 000 000 zł; nie. 7. a) 665, b) 1296, c) 7920, d) 1330, e) 224, f) 957, g) 630, h) 3150. 8. a) $59 = 2 \cdot 22 + 15$, b) $647 = 80 \cdot 8 + 7$, c) $352 = 5 \cdot 70 + 2$, d) $1614 = 3 \cdot 500 + 114$. 9. a) 8, 7, 2, 6, 9, 3, 6, b) 3, 2, 2, 1, 4, 3, 1, c) 8, 97, 82, 46, 89, 43, 76, d) 8, 47, 32, 46, 39, 43, 26, e) 8, 17, 2, 6, 9, 3, 16, f) 8, 22, 7, 21, 14, 18, 1. 10. 12, 4, 2, 10. 11. 391, 408. 12. Nie. 13. $1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$, $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, $234 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$, $275 = 5 \cdot 5 \cdot 11$, $2550 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$. 14. a) 7, 11, 77, b) 2, 5, 10. 15. 330; 330, 660, 990. 16. a) 16, b) 29, c) 100, d) 9, e) 81, f) 51, g) 42, h) 43, i) 180. 17. a) O 680 g, b) o 210 g.

str. 16-20 1. a) 16 000; 78; 2; 140; 345,6; 0,23, b) 0,84; 0,036; 0,0125; 0,0031; 0,0007; 0,00015; 0,00002; 0,000003. 2. 123 450. 3. a) 54,702, b) 356,29. 4. a) 1 gr: 130 cm; 2 gr: 65 cm; 5 gr: 26 cm; 10 gr: 16 cm; 20 gr: 8 cm; 50 gr: 3,4 cm; 1 zł: 1,7 cm; 2 zł: 1 cm; 5 zł: 4 mm, b) lżejszy. 5. a) 47,2; 12,9; 25,72, b) 36,31; 56,51; 24,47, c) 54,8; 63,1; 18,26, d) 10,69; 5,21; 7,174. 6. a) 5; 9; 16; 15, b) 4,3; 7,3; 12,1; 15,1, c) 2,4; 5,5; 8,5; 10, d) 9,91; 7,21; 8,05; 12,07. 7. a) 7,3; 1,8; 5,58; 6,47, b) 3,9; 0,8; 3,7; 4,7, c) 2,53; 3,08; 7,31; 2,19, d) 3,08; 4,37; 6,75; 3,55. 8. a) O 19 cm, b) 1,43 m. 9. 23 m. 10. a) 3,5; 2,2; 0,45, b) 0,38; 0,0276; 0,0006, c) 0,06; 0,2; 0,48, d) 0,045; 0,048; 0,69. 11. a) 0,36; 0,0049; 0,000081, b) 0,008; 0,000027; 0,000000001. 12. a) 4; 6; 3, b) 60; 1300; 40, c) 3; 15; 5, d) 0,9; 0,23; 1,08. 13. a i i ; b i j ; c i g ; d i h ; e i k ; f i l . 14. $\frac{3,72}{2,4}$; $\frac{372}{240}$. 15. a , d , c , b . 17. a) 680, b) 155, c) 81, d) 36, e) 4600, f) 42, g) 2,8, h) 48, i) 1,8. 18. a) 12; 2,8, b) 140; 360, c) 2150; 23. 19. 7 dag. 20. 3,2 m. 21. 9,60 zł, 12 zł. 22. a) 11,10 zł; 33,30 zł, b) 16,20 zł, c) 7 zł, d) o 3,80 zł, e) 7,70 zł, f) 21 zł, g) 0,5 kg. 23. a) 2,1, b) 0,12, c) 1,08, d) 400, e) 3,25, f) 4,8, g) 3,96, h) 5,6. 24. a) 2, b) 0,2, c) 2,1, d) 0,3, e) 4, f) 7. 25. Gil, czyż, kos, zięba.

str. 22-23 1. a) 10; 7,24; 22,11, b) 11,16; 0,085; 1,763, c) 40,04; 10,1; 7,95. 2. a) Obie drogi są tej samej długości. 3. a) 0,442, b) 0,346, c) 2,47, d) 6,344, e) 18,49, f) 0,0729, g) 0,729, h) 9,261, i) 7,05, j) 0,062, k) 25, l) 0,0072. 4. a) 2,44, b) 3,4, c) 17,5, d) 2,878. 5. a) 11,45 zł, b) jabłka Olka. 6. 5,75 zł. 7. 218,40 zł. 8. a) 1,9 kg, b) w pomidorze, c) więcej.

str. 25-26 1. a) 81, b) 625, c) 160 000, d) 1 000 000, e) 0,0001, f) 0,0016, g) 1, h) 2,8, i) 0, j) 0,000000001. 2. Cztery. 3. 5; 5; 100. 4. 32 razy. 5. W dziesiątym. 6. a) 4 liczby, b) 9 liczb. 7. a) 2 000 000, b) 700 000 000, c) 3700, d) 25 400, e) 0,003, f) 0,0275. 8. a) 10^5 , b) 10^6 , c) 10^8 , d) 10^{12} . 9. a) Większy jest trylion, b) są równe, c) są równe, d) większy jest nonilion. 10. Dziesięć milionów milionów; dziesięć tysięcy miliardów.

str. 30-33 1. $A = \frac{5}{8}$, $B = \frac{5}{7}$, $C = \frac{5}{4}$, $D = \frac{5}{3}$, $E = \frac{35}{18}$, $F = 2\frac{2}{9}$, $G = 2\frac{1}{3}$, $H = \frac{22}{9}$. 2. a) $1\frac{3}{10}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{8}{15}$, b) $1\frac{6}{11}$; $6\frac{1}{4}$; $7\frac{8}{9}$, c) $1\frac{1}{14}$; $14\frac{5}{12}$; $7\frac{11}{24}$, d) $2\frac{5}{12}$; $13\frac{7}{24}$; $2\frac{1}{2}$. 3. a) $\frac{5}{8}$, b) $\frac{19}{24}$, c) $1\frac{11}{28}$. 4. Denominator. 5. $\frac{8}{21}$. 6. a) $1\frac{1}{8}$, b) $\frac{12}{35}$, c) $7\frac{1}{2}$, d) $1\frac{1}{3}$, e) 9, f) 18, g) $\frac{1}{18}$, h) 9, i) $\frac{3}{8}$, j) 10, k) $1\frac{4}{5}$, l) $\frac{5}{24}$. 7. a) $\frac{1}{5}$, b) $1\frac{1}{2}$, c) $\frac{2}{5}$, d) 10. 8. a) 8, b) $\frac{1}{30}$, c) $1\frac{1}{5}$, d) $\frac{30}{49}$, e) $\frac{4}{5}$. 9. Klarnet, obój, puzon. 10. a) $1\frac{1}{8}$, b) $25\frac{1}{9}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\frac{7}{12}$, e) $1\frac{29}{49}$, f) $\frac{1}{20}$, g) $5\frac{1}{10}$, h) $1\frac{18}{23}$. 11. 6; 3; 4; 3. 12. $\frac{4}{4}$. 13. $4\frac{8}{33}$ kg. 14. 5 266 500 osób. 15. 215 m^2 . 16. $1\frac{1}{4}$ litra. 17. a) $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{500}$, b) $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{140}$, c) Europa, d) w Chinach, około 2 razy. 18. 1 kg. 19. VIa — 30 zł, VIb — 20 zł, VIc i VId — po 25 zł.

str. 34-36 1. $A = \frac{4}{5}$; $B = 0,9$; $C = 1,4$; $D = \frac{29}{20}$; $E = 2,12$; $F = 2\frac{1}{4}$. 2. a) $\frac{25}{8}$; 3,25; 3,7; $\frac{75}{20}$, b) $1\frac{3}{8}$; 1,397; 1,4; $1\frac{3}{5}$. 3. a) Wszystkie oprócz $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{8}$, b) 1,201; 2,37; 2,125. 4. a) $1,17 = 1\frac{17}{100}$, b) $9,875 = 9\frac{7}{8}$, c) $0,95 = \frac{19}{20}$, d) $1,55 = 1\frac{11}{20}$, e) $0,15 = \frac{3}{20}$, f) 4. 5. a) 0,355, b) $18\frac{11}{15}$, c) 7,525, d) $\frac{11}{12}$, e) $1\frac{9}{14}$, f) $1\frac{1}{30}$, g) 4, h) $\frac{1}{10}$, i) 0,08, j) $1\frac{1}{2}$, k) 75, l) $\frac{5}{6}$. 6. Wiersz 1: tarantowaty, gniady, kary; wiersz 2: kasztan, bułany. 7. a) 1,17, b) 4, c) 4,8, d) 0,048, e) 3, f) 4,1. 8. Tak. 9. $\frac{1}{20}$; 0,375 m. 10. 2,4 kg; 2,08 kg.

str. 38-39 1. a) 0,(3), b) 0,(6), c) 0,(5), d) 1,1(6), e) 0,(63). 2. a) 2, b) 0, c) 3, d) 2. 3. a) $\frac{2}{9} > 0,22$, b) $\frac{1}{3} < 0,34$, c) $6\frac{2}{3} > 6,(3)$, d) $0,(75) > 0,(57)$, e) $0,(89) > 0,8(988)$, f) $0,(46) > 0,4(641)$. 4. a) Największa: $\frac{35}{11}$, najmniejsza: $\frac{5}{11}$, b) $\frac{5}{3}$, $\frac{35}{11}$, $2\frac{9}{11}$, c) $\frac{5}{11}$. 5. a) $\frac{100}{12} = \frac{1}{12} \cdot 100 = 8,333\dots$; $\frac{1}{1200} = \frac{1}{12} : 100 = 0,000833\dots$, b) $\frac{320}{33} = 9,(69)$; $\frac{32}{330} = 0,0(96)$; $\frac{3200}{33} = 96,(96)$; $\frac{32}{3300} = 0,00(96)$. 6. a) $\frac{1}{2}$, $\frac{49}{25}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{125}$.

str. 45-47 4. ① i ③.

str. 48-50 1. a) 0, 1 lub 2, b) 0, 1 lub 2. 2. a) Środek okręgu z dowolnym punktem leżącym na okręgu, b) łączący dwa dowolne punkty na okręgu, c) przechodząca przez środek okręgu, d) od promienia, e) średnica. 3. 0,8 cm. 4. 0,5 cm. 5. a) 13,6 cm. 6. a) 19,2 cm, b) 60 zielonych, 30 żółtych i 30 czerwonych. 7. $20\text{ cm} \times 40\text{ cm} \times 24\text{ cm}$.

str. 53-54 3. a) 12 dm, b) 10 cm, c) 18 cm. 9. a) Nie, b) tak.

str. 57–59 1. 3 równoległoboki, 9 trapezów. 4. Prostokąt. 10. 38 cm. 11. Sześć. 12. a) 17 cm, b) 33 cm. 13. Trójkąt — 12 cm, trapez — 20 cm. 14. $a = 5$ cm, $b = 2$ cm, $c = 8$ dm, $d = 5$ dm.

str. 62–63 4. $\alpha = 115^\circ$, $\beta = 150^\circ$, $\gamma = 240^\circ$, $\delta = 75^\circ$. 5. a) Kąty są proste, b) 270° , c) nie, d) 30° i 150° . 6. 40° , $\alpha = 100^\circ$. 7. 43° , 282° . 8. a) $\alpha = \beta = 130^\circ$, b) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 135^\circ$, c) $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 40^\circ$. 9. $\alpha = 69^\circ$, $\beta = 151^\circ$. 10. 30° , 60° , 15° i 75° . 11. a) 30° , b) 6° , c) 6° . 12. $360^\circ = 21\,600' = 1\,296\,000'' = 32$ rumby.

str. 66–68 1. $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $\gamma = 45^\circ$, $\delta = 40^\circ$. 2. 24° ; 27° ; 12° . 3. I: 75° i 30° , II: 50° i 80° , III: 35° i 35° , IV: 50° , 65° i 65° . 4. a) 45° , 45° i 90° , b) I przypadek: 66° , 66° i 48° , II przypadek: 66° , 57° i 57° . 5. $\triangle ADC$: 10° , 60° i 110° ; $\triangle DBC$: 70° , 60° i 50° . 6. 30° , 60° i 90° . 7. 90° , 50° i 40° . 8. $\triangle ABC$: 27° , 63° i 90° ; $\triangle CDS$: 27° , 27° i 126° ; $\triangle BCS$: 63° , 63° i 54° . 9. I: 30° , 150° i 150° , II: 130° , 50° , 130° i 50° , III: 100° , 80° , 100° i 80° . 10. a) Nie, b) tak, c) tak, d) tak. 11. I: 90° i 130° , II: 70° , 70° i 110° , III: 135° , 45° , 45° i 135° . 12. 60° , 120° , 120° i 60° . 13. 900° ; 1440° . 14. 108° ; 120° . 15. 36° , 72° i 72° .

str. 72–74 1. a) XIX w., XVI w., XIX w., b) luneta, rower, guma do żucia, pióro wieczne, mrożona żywność, laser, płyta kompaktowa. 2. a) 105 minut, b) 14 godzin 45 minut, c) we wtorek, d) 24 godziny, e) w kwietniu, f) XIII w., g) VIII wiek p.n.e., h) V wiek p.n.e., i) 153. dzień roku przestępnego. 3. 25 lat. 4. a) Dla nieprzestępnego: 2.07, godz. 12^{00} , dla przestępnego: 2.07, godz. 0^{00} , b) 102 dni, 14 tygodni. 6. a) Cztery, b) najmniej — cztery, najwięcej — pięć. 8. Poniedziałkiem. 9. a), b), c) Sobotą, d) niedzielą. 10. Marta — w poniedziałek, Bartek — we wtorek. 11. Tak. 12. 180 razy. 13. a) 20 minut, b) 165 sekund, c) 60 godzin. 14. Gdynia — XX w., Kielce — XIV w., Sopot — XX w., Białystok — XVIII w., Krosno — XIV w., Łomża — XV w.

str. 77–79 2. Na przykład: $700\text{ cm} = 70\text{ dm} = 7\text{ m}$; $0,06\text{ m} = 6\text{ cm} = 60\text{ mm}$; $7000\text{ kg} = 700\,000\text{ dag} = 7\text{ t}$; $300\,000\text{ g} = 300\text{ kg} = 0,3\text{ t}$; $5\,000\,000\text{ cm} = 50\,000\text{ m} = 50\text{ km}$; $0,025\text{ kg} = 2,5\text{ dag} = 25\text{ g}$; $25\,000\text{ dag} = 250\text{ kg} = 0,25\text{ t}$; $18,5\text{ mm} = 1,85\text{ cm} = 0,185\text{ dm}$. 3. Piłka do siatkówki, piłka ręczna, piłka nożna, piłka do koszykówki; o 3,5 cm. 4. a) 80 cm, 50 cm, 35 cm, 7 cm, 7050 cm, b) 13,7 dm, 3,01 dm, 8,5 dm, 2 dm, 14,1 dm, c) 50 m, 0,2 m, 16 000 m, 16,83 m, 3700 m, d) 2,5 km, 7,5 km, 2000 km, 250 km, e) 0,65 kg, 1,52 kg, 3,6 kg, 16 500 kg, 1025 kg, f) 1200 dag, 675 dag, 8 dag, 75 dag, 0,9 dag, g) 1,2 g, 0,07 g, 60 g, 72 g, 600 g. 5. a) b , c , d , a , b) a , d , c , b . 6. Mazak: 5,6 g; wsuwka: 0,4 g; talerz: 10,4 g; jajko: 52 g; zapalka: 0,12 g;

serwetka: 0,4 g; ziarno kawy: 0,675 g. 7. 2,2 cm. 8. 368 razy. 9. 4000 elementów. 10. Na 100 szklanek herbaty. 11. 16 gr. 12. a) 630 mg; 310 mg, b) w truskawkach. 13. a) 2,31 t, b) o 800 kg, c) na 5175. 14. a) 9,654 km, b) 50,8 cm, c) 9,144 m. 15. a) Stopa: 28,8 cm; łokieć: 57,6 cm; sążen: 172,8 cm; pręt: 4,32 m, b) mniejsze od 1 dag: gran i skrupuł; większe od 1 kg: cetnar, c) 1,5 funta.

str. 81–83 1. a) 3000 m; 3 km, b) 150 m; 0,15 km, c) 10 000 m; 10 km, d) 2700 m; 2,7 km. 2. a) 2 m, b) 5 m, c) 12 m, d) 100 m. 3. a) 1 : 50 000, b) 1 : 20 000, c) 1 : 200 000, d) 1 : 5 000 000. 4. a) 1 : 100, b) 1 : 200 000, c) 1 : 8750, d) 1 : 50 000. 5. a) 2 km, b) 11 km, c) 600 m, d) 20,8 km. 6. a) 150 000 razy, b) 3000 m, c) 900 m, d) 4 cm. 7. 4320 m². 8. Najdłuższa: Nowa Gwinea; najkrótsza: Kuba. 9. Kolejno: 1 : 50 000, 1 : 60 000, 1 : 80 000. 10. a) Na planie w skali 1 : 8000, b) Mapa w skali 1 : 250 000. 11. 1 : 7 500 000; 1 : 3 750 000. 12. a) 74 km, b) 1 : 7 400 000; nie. 13. 1 : 2000.

str. 86–88 1. Do dziesiątek: $a \approx 160$, $b \approx 170$, $c \approx 1210$, $d \approx 600$, $e \approx 124 060$, $f \approx 860$; do setek: $a \approx 200$, $b \approx 200$, $c \approx 1200$, $d \approx 600$, $e \approx 124 100$, $f \approx 900$; do tysięcy: $a \approx 0$, $b \approx 0$, $c \approx 1000$, $d \approx 1000$, $e \approx 124 000$, $f \approx 1000$. 2. 1900 lat, 700 lat, 400 lat, 200 lat, 2500 lat, 900 lat. 3. Do setek: 10 000, 1000, 100 i 0; do tysięcy: 10 000, 1000, 0 i 0. 4. a) 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, b) takich liczb jest 50, c) 100 liczb. 5. Do jedności: $g \approx 1$, $h \approx 3$, $i \approx 10$, $j \approx 70$, $k \approx 10$; do części setnych: $g \approx 0,8$, $h \approx 2,7$, $i \approx 9,8$, $j \approx 70,0$, $k \approx 10,0$. 8. Do setek: 600 zł, do dziesiątek: 570 zł, do jedności: 574 zł, do części dziesiątych: 573,50 zł. 9. 13,53 kg; 13,50 kg; 14 kg. 10. Do części dziesiątych: dla A, B, C to 1,2; dla D, E, F to 1,3; do części setnych: $A \approx 1,21$, $B \approx 1,23$, $C \approx 1,24$, $D \approx 1,25$, $E \approx 1,27$, $F \approx 1,29$. 11. 18,2 km; 40,6 km. 12. a) $k \approx 6230$, $l \approx 12 030$, $m \approx 67 820$, b) $k \approx 6300$, $l \approx 12 100$, $m \approx 67 900$, c) $k \approx 6000$, $l \approx 12 000$, $m \approx 67 000$.

str. 90–93 1. a) 27, b) 352, c) 13, d) 113. 2. Kolejno z góry na dół: 43, 47, 20. 3. f , c , d , a , b , e . 4. a) 403 r 13, b) 1475 r 238. 5. Kolejno: 25, 25, 27, 25, 30, 21, 30. 8. Około 73 osoby. 9. a) 12,96 zł, b) 8,77 zł. 10. Opakowanie za 27 zł. 11. 25 m²; 0,04 l. 12. 3,78. 13. a) Polska: około 18; Niemcy: około 228; Szwecja: około 282, b) najwięcej Szwed — około 1747 USD. 14. a) Około 722 km, b) około 148,5 mil. 15. a) 0,914 m; 1,094 jarda, b) 1,609 km; około 0,621 mili. 17. a) 355,5, b) 66 944, c) 94, d) 324, e) 330, f) 311.

str. 96–101 1. a) O 10,70 zł, b) 9,10 zł, c) 14,20 zł 2. a) 292 km, 175 km, b) 519 km, 209 km, c) gdy jedziesz samochodem, o 2 km. 3. a) $\frac{1}{3}$, b) 16, c) mniej. 4. b) Janek: 18,5 cm, tata: 29,5 cm, c) 10,5 cm, d) o 9 cm. 5. a) Najbardziej popularne — róże,

najmniej — storczyki, b) 141, c) o 69. 6. a) 302 dni; 85 dni, b) w Niemczech; na Litwie, c) 180 dni; 166 dni, e) w Polsce, o 27 dni. 7. a) 624, b) tyle samo, c) 31,5, d) 81, e) 4 godziny, f) 48 minut. 8. b) O 23, c) w dolnośląskim, wielkopolskim, świętokrzyskim, lubuskim i zachodniopomorskim, d) w mazowieckim; w opolskim, e) w wielkopolskim; w opolskim. 9. a) 35 cm; 187,5 cm. 10. a) Około 100,8 km; trwał 144,6 s, b) 100 km. 11. a) Numer 167: o 20^{08} , numer 367: o 22^{41} , b) 11 minut, c) tak, d) o 14^{30} w dni powszednie, e) 9. 12. c) W sobotę.

str. 103–107 1. a) 3°C , b) w lipcu, c) w październiku. 2. a) 6000 m, b) 10 000 m, c) 100 km, d) 500 kg. 3. a) 167 cm, b) o 15 cm, c) tak. 6. a) 25 lat, b) tak, c) 1 rok, d) mniej więcej 20 lat. 7. a) Około 23 m; około 68 m, b) tak, c) nie można. 8. a) 1,9 m, b) 3 razy, c) 1,3 m, d) 3 razy. 9. a) O 16^{00} ; 1002 hPa, b) 19^{00} , 22^{00} , 1^{00} , 4^{00} , 7^{00} , c) w Szczecinie, d) o 6 hPa, e) o 13 hPa. 10. a) 25 m, b) 50 m, c) Ola, d) 30 s, e) Ola, f) Ola: w 30 sekundzie, Ala: w 25 sekundzie. 11. a) 10 km, b) na bieg, o 13 minut, c) o 4 min 30 s.

str. 113–114 1. a) 50 km, 150 km, 25 km, 75 km, b) 16 m, 40 m, 480 m, 1680 m, c) 700 m, 2 km, 50 m, 3 km. 2. Samochód ciężarowy. 3. 75 000 km; 85 m. 4. a) 3750 m, b) 2625 m. 5. 1,5 km. 6. 108 000 km; 2 592 000 km.

str. 116–118 1. a) $600 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, b) $3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, c) $20 \frac{\text{m}}{\text{min}}$, d) $12,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 2. 200 km, 2,5 h; $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 3. a) Kangur, b) mrówka. 4. $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$; $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 5. a) 600 m, 800 m, b) grzbietowym, o $16 \frac{\text{m}}{\text{min}}$. 6. Tak. 7. Do Warszawy; o około $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 8. $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 9. a) $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$; $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

str. 119–120 1. a) 2 h, 10 h, 30 min, 10 min, 1 h 30 min, b) 5 min, 8 min, 15 s, 25 min, c) 4 s, 20 s, 10 min, 150 min. 2. Rolnik. 3. O 3 min. 4. Najmniejszy o 5^{20} , największy o 5^{40} . 5. 125 godzin. 6. 2 s.

str. 121–124 1. a) 3 h, b) $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, c) 200 m. 2. a) Pan Nowak, b) tyle samo, c) pani Jola. 3. a) Po 1 min, b) 1 min, c) w 16 min, d) 6 razy, e) tak, f) 5 km; 2,5 km. 4. Nie. 5. 222 km. 6. a) 300 cm; nie, b) 900 cm. 7. 87 dni. 8. Około $21,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. 9. Duża — $133\frac{1}{3}$ razy, mała — 180 razy. 10. a) W 5 minut, b) w 13 minut 20 sekund, c) po 20 minutach. 11. 375 stron.

str. 129–132 1. a) 75 cm^2 , b) 40 cm^2 , c) $2,25 \text{ dm}^2$, d) 20 cm , e) 9 cm . 4. 98 cm^2 . 5. a) 5 dm, b) 21 m, c) 6 cm, d) 4 dm. 6. 3000 cm^2 ; 6000 cm^2 . 7. Około 21 429 euro. 8. Około 4,6 razy. 9. 600 płytek. 10. 1300 cm^2 ; $\frac{7}{20}$. 11. a) 90 m^2 ; 54 m, b) 56 m^2 ; 38 m. 12. O 572 cm^2 . 13. a) 600 mm^2 , 250 mm^2 , $10\,000 \text{ mm}^2$, 70 mm^2 , b) 700 cm^2 , 60 cm^2 , $20\,000 \text{ cm}^2$, 500 cm^2 . 14. a) $200 \text{ a} = 20\,000 \text{ m}^2$, $700 \text{ a} = 70\,000 \text{ m}^2$,

$500\,000\text{ a} = 50\,000\,000\text{ m}^2$, $70\text{ a} = 7000\text{ m}^2$, $5\text{ a} = 500\text{ m}^2$, $325\text{ a} = 32\,500\text{ m}^2$, b) $8\text{ ha} = 800\text{ a}$, $70\text{ ha} = 7000\text{ a}$, $0,6\text{ ha} = 60\text{ a}$, $0,05\text{ ha} = 5\text{ a}$, $600\text{ ha} = 60\,000\text{ a}$. 16. $1,718857\text{ ha}$; około $11,5\text{ m}^2$; około $2,57\text{ a}$.

str. 134 1. 18 cm^2 , 42 cm^2 , 24 cm^2 , 12 cm^2 . 3. a) 13 cm , b) 4 cm . 4. a) 450 cm^2 , b) 10 cm , c) 2 dm^2 . 5. 40 cm^2 , 20 cm^2 i 12 cm^2 .

str. 135–136 1. Pomarańczowy. 2. $\triangle KOL$: 35 cm^2 ; $\triangle LPO$: 50 cm^2 ; $\triangle PMO$: 30 cm^2 ; $\triangle MNO$: 45 cm^2 ; $\triangle LMO$: 80 cm^2 . 4. 24 cm^2 . 5. a) $10,5\text{ cm}^2$, b) 18 cm^2 , c) 10 cm^2 . 6. a) $13,5\text{ cm}^2$, b) 93 cm^2 , c) 45 cm^2 . 7. a) $2,4\text{ cm}$, b) $9\frac{3}{13}\text{ cm}$, 5 cm .

str. 137–138 1. a) 168 dm^2 , b) 390 cm^2 , c) $37,5\text{ dm}^2$. 2. 234 cm^2 . 3. a) 45 cm^2 , b) 120 m^2 , c) 144 m^2 . 4. a) 22 dm^2 , b) $19,5\text{ dm}^2$. 6. $1,008\text{ m}^2$; $0,1512\text{ m}^2$.

str. 144–147 3. a) $0,9$; $0,37$; $0,08$; $1,25$; 3 , b) $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$; $\frac{42}{100} = \frac{21}{50}$; $\frac{125}{100} = 1\frac{1}{4}$; $\frac{220}{100} = 2\frac{1}{5}$. 5. ① 70% i 30% ; ② 60% i 40% ; ③ 20% i 80% ; ④ 90% i 10% ; ⑤ 25% i 75% ; ⑥ 75% i 25% ; ⑦ 0% i 100% ; ⑧ 50% i 50% ; ⑨ 80% i 20% ; ⑩ 20% i 80% ; ⑪ 40% i 60% ; ⑫ 60% i 40% . 6. ② i ④. 7. 25% , 30% , 20% , 50% , 30% , 25% , 50% . 8. ① — 50% , ② — 60% , ③ — 25% , ④ — 40% , ⑤ — 10% , ⑥ — 75% , ⑦ — 90% , ⑧ — 20% . 9. 33% . 10. 13% . 11. Największą — Duży Leon, najmniejszą — Czacha. 12. a) $\frac{1}{4}$, b) 45% , c) $\frac{9}{10}$, d) 25% , e) 160% , f) 3 razy więcej. 13. a) Od 0 do 16, b) od 1 do 11, c) od 0 do 3, d) liczby większe od 23. 14. a) 0, 1, 2, 3, b) od 0 do 24, c) liczby większe niż 90, d) liczby większe od 8, e) od 0 do 16, f) od 0 do 119.

str. 149–150 1. a) 75% , b) 25% , c) 64% , d) 60% , e) 50% , f) 20% . 2. 18% , 28% , 120% , 7% , 265% , 200% . 4. 10% . 5. a) 20% ; 80% , b) 25% ; 125% . 6. Dorośli — 45% , dzieci — 55% . 7. 25% . 8. a) 25% , b) $12,5\%$.

str. 152 1. 8% , 33% , 83% , 114% , 41% , 22% , 126% . 2. a) 40% , b) 180% , c) 10% , d) 90% . 3. 20 dni; około 67% ; 20% .

str. 155–157 1. a) Biały, b) 53% , c) 2% . 2. Kolejno: nad morze, na wędrowną, 100, gdzieś w Europie. 3. Tak. 4. a) Finlandia, b) 69% , c) w Albanii, w Austrii, na Białorusi, w Chorwacji, w Estonii, w Finlandii, w Grecji, w Hiszpanii, na Łotwie, w Norwegii, w Portugalii, w Słowenii, w Szwecji, d) w Estonii, na Łotwie, w Słowenii, w Finlandii, w Szwecji, w Grecji, w Hiszpanii, w Portugalii, e) w Belgii, w Danii, w Holandii, na Islandii, w Irlandii, w Ukrainie, na Węgrzech, w Wielkiej Brytanii. 5. a) Pierwsze

i trzecie, b) nie, c) Antarktyda ma większą powierzchnię. 6. a) Krzyżówki, książki, kolorowe czasopisma, największa różnica: krzyżówki, b) kobiety — krzyżówki, mężczyźni — książki, c) sport, d) gazety codzienne i telewizja.

str. 159–160 1. a) 250 zł, 125 zł, 50 zł, 5 zł, b) 0,5 km, 0,25 km, 0,1 km, 0,01 km, c) 20 kg, 10 kg, 4 kg, 0,4 kg, d) 400 ml, 200 ml, 80 ml, 8 ml. 2. a) 27 zł, 36 zł, 19,80 zł, 22,50 zł, b) 54 zł, 72 zł, 39,60 zł, 45 zł. 3. a) 12, b) 12, c) 240, d) 10, e) 7, f) 6, g) 112, h) 72. 4. a) 21, b) 90 zł, c) 1,5 kg. 5. 3 osób; 20 osób. 6. a) 20% z 80 zł, b) 10% z 1247 zł, c) 70% z 60 zł. 7. W Malinowie. 8. 72 g; 8 g. 9. 45 dag. 10. 36 g; ponad 7 łyżeczek. 11. 18 dziewcząt. 12. Przy wersji kredytu równego 70% wartości mieszkania. 13. 4750 zł.

str. 161–162 1. Wiertarka: 144 zł, żelazko: 225 zł, zegarek: 272 zł, piłka: 96 zł. 2. a) 22, 66, 165, 330, b) 16, 48, 120, 240, c) 10, 30, 75, 150, d) 25, 75, 187,5, 375. 3. 30 uczniów. 4. Obniżka o 25 zł. 5. Pan Markotny. 6. Nie. 7. 792 zł. 8. Tańsze.

str. 164 1. a) 34, b) 7 zł, c) 26 zł, d) 230 kg, e) 120, f) 50. 2. a) 64 zł, b) 3200 zł, c) 28 osób, d) 20 zł, e) 700 zł, f) 1500 zł, g) 120 osobom. 3. 9 ton. 4. 75 dzieci.

str. 170–171 1. $a = -125$, $b = -75$, $c = -50$, $d = 25$, $e = -7\frac{1}{5}$, $f = -6\frac{4}{5}$, $g = -6\frac{2}{5}$, $h = -5\frac{4}{5}$, $i = -9,61$, $j = -9,58$, $k = -9,54$, $l = -9,48$. 2. $A = -3\frac{3}{4}$, $B = -3,7$, $C = -\frac{17}{6}$, $D = -2,7$, $E = -\frac{7}{4}$, $F = -1\frac{1}{2}$, $G = -\frac{7}{5}$, $H = -1,2$. 3. a) 217 m, b) 514 m, c) 31 m, d) 891 m. 4. a) 0,7; -0,3; 0; $-\frac{3}{8}$; $-\frac{1}{3}$, b) -2,5, c) 0,7; -0,3; 0; $-\frac{3}{8}$; $-\frac{1}{3}$, d) -0,3; 0; -1; $-\frac{3}{8}$; $-\frac{1}{3}$. 5. b) 17, c) 129. 6. a) Poznań: 6^{16} , Przemyśl: 5^{53} , b) za 20 minut; 10 minut temu, c) Białystok, Hajnówka, Hrubieszów, Lublin, Przemyśl, Rzeszów, Suwałki; Białystok, Hajnówka, Hrubieszów. 7. a) $1\frac{3}{4}$; 0,7; 2; -3; $8\frac{3}{11}$; -16, b) największa: $-\frac{2}{3}$, najmniejsza: $-\frac{3}{4}$.

str. 174–175 1. a) $[+30]$: -20, -60, 0, 20, 15, -82, -31; $[+(-30)]$: -80, -120, -60, -40, -45, -142, -91, b) $[-50]$: -44, -38, -50, -80, -65, -160, -370; $[-(-50)]$: 56, 62, 50, 20, 35, -60, -270. 2. a) -3, b) -27, c) 36, d) -43, e) -9, f) -57, g) -5,5, h) 7,5, i) -0,9, j) -10,5, k) $-\frac{1}{3}$, l) $-6\frac{3}{4}$, m) 6,6, n) $-42\frac{1}{3}$, o) $-2\frac{1}{4}$, p) -59,7, q) $-35\frac{1}{7}$, r) -51,8. 3. a) -0,8; -2,7; -6,3; -1,9, b) $-\frac{1}{4}$; $-\frac{5}{24}$; $-5\frac{7}{10}$; $3\frac{1}{4}$, c) -0,7; -1,575; 3,15; $-\frac{17}{30}$. 4. a) -16; -26, b) 19; 11, c) 27; 43, d) -18; -6. 5. a) -41 i 7, b) -45 i 17. 6. a) -4, b) -28. 8. a) -8; 2; -37, b) -2; -2,3; -9,7, c) $-1\frac{7}{18}$; $-\frac{5}{8}$, -4,9. 10. a) -10,5, b) $-10\frac{1}{2}$, c) -16,5, d) -4, e) -0,6, f) -4, g) $-2\frac{4}{5}$, h) 3,44, i) $-6\frac{5}{8}$. 11. a) 3, b) -11, c) -2.

str. 177–178 1. a) -0,6, b) -2, c) 2,6, d) 4,5, e) $-\frac{1}{6}$, f) -2, g) $\frac{1}{2}$, h) -1,6, i) -3, j) 0,01, k) -8, l) $\frac{1}{16}$. 2. a) Dodatnie, b) dodatnie, c) dodatnie. 3. a) -32, b) $-\frac{2}{5}$, c) 9, d) -2,646, e) -0,0108, f) -1,6, g) 9, h) $\frac{5}{32}$, i) $-1\frac{1}{5}$, j) 25, k) $-2\frac{2}{9}$, l) $-\frac{1}{9}$, m) -0,25, n) 1,25, o) 2,5.

4. a , e . 5. a) iloczyn, b) iloczyn czterech liczb ujemnych, c) odwrotność iloczynu.
 6. a) -17 , b) -4 , c) -3 , d) -49 , e) 0 , f) -7 , g) -69 , h) -29 , i) -10 , j) -20 , k) -17 , l) $\frac{16}{5}$.
 7. Tak.

str. 183–188 1. a) $(78 + 40)$ kg; $(x + 30)$ kg, b) $(10 \cdot 1,50)$ zł; $(0,85m)$ zł, c) $(4 \cdot 4,20 + 0,50)$ zł; $(4k + 1)$ zł. 2. a) $2n$, b) $y + 9$, c) $130 - b$, d) $200 + 17x$. 3. a) 42 ; $6k$, b) 112 ; $16k$, c) 224 ; $32k$. 4. a) $x + 5$, b) $2a^2$, c) $k - 10$, d) $9 - n$, e) $\frac{1}{2}n$, f) $\frac{1}{4}n^2$. 5. a) $7t + 3$, b) $12n + 4$, c) $60m + 10$, d) $100x + 15$, e) $1000a + 20$, f) $1000m + 300$. 6. a) $4x + 6$, b) $6y + 20$, c) $4x + 6y$. 7. a) $90x$ km, b) $6000t$ m, c) $60nm$ km. 8. a) $\frac{1}{4}(n + 100)$, b) $3(m + n)$, c) $\frac{3}{4}(m - n)$, d) $\frac{1}{2}(m + n - 6)$. 9. $\frac{n - 0,2}{12}$ kg. 10. $5(x - 2)$ pierniczek. 11. $(15n + 8m)$ miejsc siedzących. 12. $5a + 3b$; $6a + 5b$; $5a + 13b$. 13. $2x + 4y$; $4x + 4y$; $2x + 6y$. 14. a) $0,5x$, b) $1,5x$, c) $x - \frac{1}{4}x$, d) $x + \frac{1}{4}x$, e) $2x$, f) $3x$. 15. a) $(x + 9)$ lat, b) $(y - 9)$ lat, c) $(z - 4)$ lat. 16. a) $n + 2$; $n + 6$, b) $m - 6$; $m - 14$, c) $n + 10$; $n + 28$. 17. a) $n + 1$, $n + 3$, $n + 5$, $n + 7$, $n + 9$, b) $n - 9$, $n - 7$, $n - 5$, $n - 3$, $n - 1$. 18. a) 18 , b) 22 , c) $d + 8$; $\frac{1}{2}d + 5$. 19. 6 ; 8 ; $2n$. 20. a) $t + 1$, b) $k - 1$, c) $2(k - 1)$, d) $4t + 1$. 21. $(2x + 2y + 5z)$ m. 22. a) $10x + y$, b) $100x + 10y + 2$, c) $11x + 2$. 23. a) 9 patyczków; $n + 2$ patyczków, b) 19 patyczków; $3n + 1$ patyczków.

str. 190–191 1. a) 7 , b) -2 , c) 20 , d) 15 . 3. a) 3 , b) 8 , c) -12 . 4. a) 1620° , b) 8640° . 5. a) 9 , b) 14 , c) 3080 . 6. a) 24 punkty, b) 60 punktów, c) $78,9$ punktów. 7. a) $37,5$ cm, b) 59 cm, c) około 162 cm. 8. a) $5a + 3b$, b) $33,5$.

str. 194–196 1. a) $5y$, b) $7x$, c) $11b$, d) a , e) $-z$, f) $-8x$, g) $5x$, h) 0 , i) $-z$. 2. a) $2,7x$; $-x$; $4\frac{1}{2}x$; $-1\frac{1}{5}x$; $0,7x$; $\frac{7}{8}x$, b) $3\frac{3}{4}x$; $-\frac{1}{2}x$; $-0,7x$; $-6x$; $-3,7x$; $1\frac{1}{5}x$. 3. a) $\frac{1}{2}x$, b) $\frac{4}{5}y$, c) $1\frac{1}{3}a$, d) $-\frac{6}{7}z$, e) $\frac{1}{4}x$, f) $\frac{7}{10}y$. 4. a) $0,9x$, b) $-\frac{4}{7}y$, c) $-\frac{2}{5}a$, d) $-0,75w$, e) $1\frac{4}{7}z$, f) $-2,4z$, g) $3,3y$, h) $2\frac{2}{3}y$, i) $-2,75x$. 5. a) $36x$, b) $2,8x$, c) $2x$, d) $\frac{1}{6}x$, e) $-1\frac{1}{2}y$, f) $3x$, g) $2x$, h) $\frac{3}{8}x$, i) $5x$, j) $\frac{2}{3}x$, k) $5x$, l) $-3x$. 6. a) $-2,5x$; $\frac{1}{4}x$; $1\frac{3}{4}x$; $0,05x$; $5,4x$; $-75x$, b) $\frac{1}{6}x$; $\frac{5}{12}x$; $-\frac{1}{18}x$; $0,2x$; $\frac{5}{9}x$; $-\frac{11}{24}x$. 7. a) $6y$, b) $10x$, c) $3x$. 8. a) $5y + 2$, b) $5x - 6$, c) $4z - 2$, d) $-12x - 5$, e) $23x - 52$, f) $-28x + 48$. 9. a) $-0,7x + 1\frac{1}{2}$, b) $-2\frac{2}{5}x - \frac{2}{5}$, c) $-2,9x - 0,6$, d) $-2,2x + 1\frac{6}{7}$. 10. a) $-t - 4$; $-0,8$, b) $-3x + 1$; 3 . 11. a) $3n + 3$, b) $3k + 6$. 12. a) $(2x + 5)$ samochodzików, b) $1,5n$ sukienek, c) $(4x - 3)$ gry. 13. $(60n + 810)$ zł. 14. $(2,5n + 1)$ sztuk. 15. $(3x + 4)$ ptaków.

str. 198–200 1. a) $a + 20 = 25$, b) $25 = 2t$, c) $5 = \frac{1}{3}c$, d) $3x - x = 50$. 2. a) $y - 125 = 77$, b) $2,5x = 12,50$, c) $x + 0,40 = 3,20$, d) $15 + x = 48$, e) $20 - x = 8,47$. 3. a) $x + 72 = -27$, b) $x - 5,4 = -4,5$, c) $2,5x = 100$, d) $\frac{x}{3} = 3\frac{1}{2}$, e) $2x + 5 = 10$. 4. a) $17 \cdot 20 + 30x = 1000$, b) $7x + 2 \cdot 18 = 85$, c) $35 \cdot 4 + 6x = 236$, d) $300 - 2 \cdot 60 = 20x$, e) $3x + x = 348$.

5. a) $0,9x = 2720$, b) $0,3x = 60$, c) $0,6x = 960$. 6. Kolejno: $x = 2(x - 5)$; $x + 5 = 2x$; $x = 2x + 5$.

str. 202-203 1. a) $x = 7$, b) $y = 15$, c) $x = 2$, d) $z = 15$, e) $c = 19$, f) $w = 9$, g) $x = 2$, h) $x = 1$. 2. a) 3, b) -1 , c) 1. 3. Wszystkie oprócz równania $2x - 1 = 2$. 4. a) $2y + 20 = 30$; $y = 5$, b) $5\alpha = 360^\circ$; $\alpha = 72^\circ$. 5. $a + 3 = 11$; $a = 8$, $b + 4 = 8$; $b = 4$. 6. a) 11, b) 4, c) -5 . 7. a) 5, b) $\frac{1}{2}$, c) -3 . 9. $x + 1 = x$. 10. $2x - 1 = x$; $x = 1$.

str. 206-207 1. a) $x = -18$, b) $y = 1\frac{1}{12}$, c) $t = -1$, d) $x = 5$, e) $y = 2\frac{3}{5}$, f) $x = -14$, g) $b = 135$, h) $a = 4$, i) $x = -1\frac{1}{2}$. 2. a) $x = 51$, b) $x = 4$, c) $x = -\frac{1}{2}$, d) $x = 8$. 3. a) $x = 3\frac{2}{3}$, b) $x = \frac{2}{3}$, c) $x = -2$, d) $x = 2,4$, e) $x = -6$, f) $x = 15$. 4. a) $x = 2$, b) $x = -\frac{7}{6}$. 5. a) $\beta = 35^\circ$, b) $a = 4$, c) $\alpha = 60^\circ$, d) $\beta = 25^\circ$. 6. $c = 3$, $d = 2$. 7. $x = 2$; boki: 6 cm, 4 cm, 8 cm, 2 cm, 14 cm i 6 cm. 8. 4 mm i 8 mm.

str. 209-212 1. a) x — cena zeszytu; $3 \cdot 0,60 + 4x = 7$; $x = 1,30$ zł, b) y — cena 1 kg ziemniaków; $10 - 3y = 3,70$; $y = 2,10$ zł, c) z — cena piłki; $3z + 5 = 17$; $z = 4$ zł. 2. 23 uczniów. 3. 17 spinek. 4. 43 samochodziki. 5. Groch: 0,5 kg, kapusta: 2 kg. 6. Bluzka: 93 zł, sukienka: 160 zł, żakiet: 279 zł. 7. Ala: 5 lat, Edek: 7 lat. 8. a) 36, 37 i 38, b) 52, 54 i 56. 9. a) Nie, b) tak. 10. 76 monet. 11. 160 banknotów. 12. 19 osób. 13. 6 ciasteczek. 14. 0,28 l. 15. Nie. 16. a) 2,5 cm, b) 8 cm. 17. 4000 zł. 18. W pięciu początkowych — po 47 punktów, w szóstej — 35 punktów. 19. 101 stron, 106 stron, 111 stron, 116 stron i 121 stron. 20. 13 minut. 21. 22 km. 22. $40\text{ m} \times 30\text{ m}$. 23. 11 paneli.

str. 218-220 2. a) Ściany prostopadłe: $ABFE$, $BCGF$, $DCGH$, $ADHE$; ściany równoległe: $ABCD$, b) $EFGH$: $17\text{ cm} \times 14\text{ cm}$; $DCGH$: $17\text{ cm} \times 18\text{ cm}$, c) 196 cm. 3. a) 20 cm, b) $5\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 7\text{ cm}$. 4. 57 cm. 5. Równoległe: czerwona i żółta, szara i niebieska, zielona i czarna; prostopadłe: np. szara i zielona, czarna i niebieska, żółta i zielona, czerwona i szara. 6. 1, 5, 6. 7. 1, 5, 7. 8. A1, B3, C2. 10. a) 100 m^2 , b) $63,5\text{ cm}^2$, c) 726 dm^2 , d) $52,3\text{ cm}^2$. 11. Cztery: $2\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 2\text{ cm}$, $4\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 1\text{ cm}$, $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 12\text{ cm}$, $2\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 6\text{ cm}$; największe pole: $1\text{ cm} \times 1\text{ cm} \times 12\text{ cm}$. 12. 355 m^2 . 13. Na pudełko w kształcie sześcianu.

str. 222-223 1. a) Podstawy: $ABFE$ i $DCGH$, krawędzie boczne: AD , BC , FG , EH , b) podstawy: ABC i DEF , krawędzie boczne: AD , BE , CF , c) podstawy: ABF i DCE , krawędzie boczne: AD , BC , FE , d) podstawy: $ABCD$ i $EFGH$, krawędzie boczne: AE , BF , CG , DH . 2. Graniastosłup czworokątny (fioletowa bryła) i graniastosłup pięciokątny (pomarańczowa bryła). 3. Podstawy: ABC i DEF , ściany boczne: $ABED$, $BCFE$, $ACFD$;

krawędzie BE i CF ; ściany $ABED$, $BCFE$, $ACFD$. 4. b) 21 patyczków. 5. 12; 24; 12; 24; 18. 6. a) 8, b) 18, c) 40, d) 15. 7. a) Tak, b) tak, c) nie. 8. 6 ścian, 4 wierzchołki, 9 krawędzi. 9. Liczba krawędzi podstawy: 12, 8; liczba wierzchołków: 24, 16; liczba krawędzi: 36, 24; liczba ścian: 14, 10.

str. 224-225 4. a) $a = 3$ cm, $b = 2$ cm, $c = 1$ cm, $d = 1$ cm, $e = 2$ cm, b) 26 cm.

str. 227 1. a) 190 cm², b) 336 cm², c) 276 cm², d) 244 cm². 2. 1 — 30 cm², 2 — 28 cm², 3 — 30 cm², 4 — 28 cm². 3. a) 204 cm², b) 35 cm², c) 320 cm². 4. 45 cm².

str. 230-231 1. a) 100 cm³, b) 1000 cm³, c) $60\,000$ cm³, d) 1000 cm³. 2. a) 512 cm³, b) 6859 dm³, c) $357,911$ cm³, d) 8000 m³. 3. $120\,000$ cm³ = $0,12$ m³. 4. 30 dm³. 5. $0,625$ m³. 6. 500 ml; 2500 ml; 200 ml; 500 ml; 200 ml. 7. a) $301 = 30\,000$ ml, b) $1201 = 120\,000$ ml, c) $1191 = 119\,000$ ml, d) $11 = 1000$ ml. 8. a) 9 l; 3 l; $4,5$ l; $0,25$ l; $0,034$ l, b) 8000 ml; 9500 ml; 4000 ml; 7200 ml; 81 ml; 527 ml, c) 15 dm³; $3,7$ dm³; 8 dm³; 6 dm³. 9. a) $13,5$ kg, b) $0,92$ g. 10. 12 pełnych wiader. 11. Nie. 12. a) 315 t, b) $52,5$ godziny. 13. a) 15 kg, b) o 3 cm, c) $7,5$ litra.

str. 233-235 1. a) 192 cm³, b) $87,5$ cm³. 2. $V = 180$ cm³, $P_c = 372$ cm². 3. Zwiększy się dwukrotnie. 4. a) 10 cm, b) 20 cm, c) $2,2$ dm. 5. $V = 1,25$ cm³ i $P_c = 7,1$ cm²; $V = 1,5$ cm³ i $P_c = 9$ cm². 6. 120 m³. 7. 1000 cm³. 8. a) 972 cm³, b) 70 cm³. 9. 8 cm. 10. 100 ml, $\frac{1}{4}$ pojemności naczynia; 200 ml, $\frac{1}{2}$ pojemności naczynia. 11. 1125 t. 12. 36 m³.

str. 239-240 1. Ostrosłupy: ①, ③, ④; graniastosłupy: ②, ④. 2. A-3, B-1, C-2. 3. 2, 4, 6. 4. b) 3 cm. 5. Ściany: 2, 3 i 4. 6. b) $87\,400$ m². 7. 308 cm². 8. $13\,200$ zł. 9. 1100 cm².

str. 243-245 1. a) Nr 2, czworokąt; nr 5, czworokąt; nr 6, sześciokąt; nr 9, trójkąt; nr 10, pięciokąt; nr 11, trójkąt, b) nr 3, pięciokąt c) stożek nr 1 i 12; walec nr 4 i 7; kula nr 8. 2. Czapeczka z ćwiartki koła jest wyższa. 3. ① — z góry, ② — z przodu, ③ — z boku. 4. ① — stożek, ② — sześciokąt, ③ — walec, ④ — ostrosłup o podstawie kwadratowej, ⑤ — prostopadłościan, ⑥ — kula. 6. 24 ściany. 7. 30 ścian. 8. O $42,76$ km. 9. a) Nie, b) $13,4$ cm. 10. Około $27,1$ cm. 11. 30 cm $\times$ 24 cm $\times$ $7,5$ cm.

str. 249-263 4. Większe: $3,6$; 5 ; $18,4$; $6,08$; $27,2$, mniejsze: $0,9$; $1,25$; $4,6$; $1,52$; $6,8$. 6. a) $0,0063$; $0,063$; $0,63$; $6,3$, b) $0,029$; $0,29$; $2,9$; 29 . 7. a) $0,084$, b) $0,0096$, c) $0,09$, d) $0,22$, e) $0,0124$, f) $0,105$. 8. a) $\frac{2}{3}$, b) 35 , c) $2,16$, d) $17,1$. 9. a) $3,7$, b) $1,4$,

c) 5,6, d) 2,85, e) 16,5, f) 21. **10.** a) 22,2, b) 10,193, c) 2,072, d) 8,83, e) 0,775, f) 19,027. **11.** a) 6,816, b) 30,247, c) 64,962, d) 0,5292, e) 1,0808, f) 9. **12.** a) 1,35, b) 120,6, c) 0,08, d) 1,324, e) 3,56, f) 25,7. **13.** a) 8,58 zł, b) 55,40 zł, c) Makałki, o 1,13 zł. **14.** $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{3}{10}$. **15.** a) 15, b) 48, c) 48, d) 25, e) 49, f) 25. **16.** a) 59; 20, b) 7; 16, c) 32; 10, d) 47; 15. **17.** a) $\frac{8}{9}$, b) $1\frac{1}{6}$, c) $3\frac{4}{5}$, d) $7\frac{6}{35}$, e) $7\frac{1}{6}$, f) $4\frac{13}{36}$. **18.** a) $4\frac{2}{3}$; $4\frac{1}{5}$; $3\frac{5}{7}$; $1\frac{2}{5}$, b) $3\frac{1}{12}$; $2\frac{23}{24}$; $\frac{11}{15}$; $1\frac{7}{12}$. **19.** a) $\frac{1}{9}$, b) $\frac{11}{24}$, c) $\frac{21}{40}$, d) $2\frac{11}{36}$, e) $3\frac{10}{21}$, f) $2\frac{17}{24}$. **20.** a) $4\frac{1}{2}$; 10; $20\frac{1}{2}$; $12\frac{3}{10}$, b) $4\frac{2}{3}$; 18; 11; $16\frac{4}{5}$. **21.** a) $\frac{1}{10}$, b) 36, c) $\frac{12}{25}$, d) $2\frac{1}{2}$, e) $1\frac{11}{12}$, f) $1\frac{2}{3}$. **22.** a) $1\frac{1}{2}$, b) $4\frac{1}{2}$, c) $1\frac{4}{5}$. **23.** a) 18, b) $6\frac{3}{8}$, c) $\frac{1}{2}$, d) $5\frac{1}{2}$, e) $4\frac{1}{4}$, f) $16\frac{2}{3}$. **24.** a) 1,1; $1\frac{13}{30}$; $2\frac{3}{5}$, b) 1,4; 1,65; 1,275, c) 0,2; $\frac{1}{15}$; $\frac{3}{20}$, d) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{10}$. **25.** a) $2\frac{1}{24}$, b) $5\frac{19}{25}$, c) $\frac{25}{128}$. **26.** a) W Gdańsku: 17 godz. 14 min; w Krakowie: 16 godz. 23 min; w Gdańsku dłużej o 51 min, b) o 45 minut. **27.** 2077 dni. **28.** W niedzielę; w czwartek. **29.** a) W środę; w czwartek, b) w piątek lub w sobotę. **30.** a) CCI; XCI, b) MXIV; CMIV, c) DXLV; CDXXXV, d) MLXXVIII; CMLXVIII. **31.** a) 96 minut, b) 49,5 godziny, c) 365 sekund, d) 216 sekund. **32.** a) $\frac{17}{48}$, b) $\frac{1}{8}$, d) $\frac{15}{16}$. **33.** [cm]: 37,5 cm; 5000 cm; 3,75 cm; [m]: 27,5 m; 0,125 m; 3,272 m; [dm]: 35,2 dm; 0,65 dm; 0,582 dm; [kg]: 1,355 kg; 25 kg; 2070 kg; [dag]: 12,5 dag; 70 dag; 20,55 dag; [g]: 573 g; 20 g; 1006 g; [mg]: 200 000 mg; 50 000 mg; 100 mg. **34.** a) Największa: 58 kg, najmniejsza: 12 500 g, b) największa: 0,0137 km, najmniejsza: 12,07 m, c) największa: 370 mg, najmniejsza: 0,0003 dag. **35.** a) 320,3 dag, b) 202,3 dm, c) 4012,2 kg, d) 1002,003 m, e) 1303,02 g. **36.** a) Skala 1:500: 5 m; skala 1:2500: 25 m; skala 1:15 000: 150 m, b) skala 1:20 000: 0,2 km, 20 m; skala 1:150 000: 1,5 km, 150 m; skala 1:275 000: 2,75 km, 275 m; skala 1:1 000 000: 10 km, 1000 m. **37.** a) 1:2 600 000, b) 1:70 000, c) 1:65 000, d) 1:50 000. **38.** a) 1:4 000 000, b) 1:250 000, c) 1:5 000 000. **39.** 1:200 000; 6 km. **41.** a) 0,667; 0,67, b) 0,143; 0,14, c) 0,444; 0,44. **42.** Co najmniej 71 zł, co najwyżej 72,98 zł. **43.** 40 zł lub 50 zł. **44.** 3500 km; 3400 km. **45.** a) 324 km; 2268 km, b) 1800 m; 14,4 km, c) 69,6 km; 1044 km. **46.** 28 800 km. **47.** O 15 km. **48.** 12,25 km. **49.** a) Gepard: $25\frac{m}{s}$; ślimak: $0,001\frac{m}{s}$; rekin: $14\frac{m}{s}$, b) jeź: $0,2\frac{km}{h}$; kangur: $80\frac{km}{h}$; łosoś: $18\frac{km}{h}$; słoń: $36\frac{km}{h}$. **50.** a) 2500, b) 5, c) 900, d) 144 000. **51.** Żyrafa. **52.** a) 2 godz., 15 min, 2 godz. 15 min, b) 6 min, 30 min, 36 min, c) 4 s, 10 s, 33 min 20 s. **53.** a) 18 min, b) 9 min, c) 42 min, d) 2,5 min, e) 3 min 20 s, f) 83 min 20 s. **54.** a) 15 km, b) 1000 m/min, c) 3 godz. 20 min. **56.** 10 min. **57.** 3 km. **58.** 15 km/h. **59.** a) Kwadrat, o 4 cm^2 , b) prostokąt o bokach $2,5\text{ m} \times 6\text{ m}$, o 2 m^2 . **60.** a) 110 cm^2 , 151 dm^2 . **61.** $0,5\text{ m}^2$. **62.** 8 dm^2 ; $2\frac{2}{3}\text{ dm}$. **63.** a) 2640 cm^2 , b) $24,5\text{ cm}^2$. **64.** a) 40 m^2 , b) 48 cm^2 , c) 80 cm^2 . **65.** 7 cm^2 ; 7 cm^2 . **66.** 10 cm^2 . **67.** 30 cm^2 . **68.** 21 cm^2 ; 21 cm^2 . **69.** a) 20%, b) 150%, c) 6%, d) 5%, e) 80%, f) 12%, g) 140%. **70.** a) 70% figury, b) 25% pensji. **71.** a) 30%, b) $\frac{3}{4}$, c) 20%, d) 35%, e) 0,02, f) 150%. **72.** 45%. **73.** a) 20%, b) 25%, c) 75%, d) 250%, e) 150%. **74.** a) 20%, b) 6%, c) 30%,

d) 40%. 75. 20%. 76. W monetach 1 zł: 20%, w monetach 2 zł: 40%, w monetach 5 zł: 40%. 77. O 20% dłużej. 78. a) 48%, b) około 45%, c) około 38%. 81. a) 15 zł; 32,50 zł, b) 4,5 kg; 105 kg, c) 60 a; 15 ha, d) 13 km; 1,6 m, e) 3,5; 20. 82. a) 21 kg, b) 240 zł, c) 2 dm², d) 264 zł, e) 216 km, f) 960 m². 83. a) 70% kwoty 120 zł, b) 120% z 65 litrów, c) 30% powierzchni 33 m², d) 20% odległości 1500 m. 84. 61,20 zł. 85. a) 70,4, b) 117, c) 660, d) 240, e) 320. 86. Spodnie: 108 zł; kurtka: 280 zł; czapka: 42 zł; sweter: 85 zł; spódnica: 42 zł; buty: 76 zł. 87. a) 56 zł, b) 84 zł, c) 105 zł, d) 119 zł. 88. Biegacze: od 6,3 l do 7 l; pływacy: od 9,45 l do 10,5 l. 89. Większa, o 2600 zł. 90. a) $A = -45$; $B = -37,5$; $C = -27,5$; $D = -15$, b) $E = -6,05$; $F = -5,3$; $G = -4,45$; $H = -3,45$; $I = -3$, c) $J = -5\frac{2}{3}$; $K = -4\frac{1}{2}$; $L = -2\frac{5}{6}$; $M = -1\frac{1}{6}$, d) $N = -2,7$; $O = -2,25$; $P = -1,5$; $R = -0,8$; $S = -0,05$. 91. a) $-\frac{1}{2}$; $-\frac{4}{7}$, b) $-0,8$; $-1,2$; $-0,78$; $-\frac{4}{3}$, c) $-0,7$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{2}{3}$; $-\frac{4}{7}$. 92. a) 15,5, b) 5,5, c) 2,5, d) 15,3. 93. a) -5, b) -26, c) -9, d) -20, e) -70. 94. a) $-3\frac{4}{7}$, b) 0,6, c) $-1\frac{4}{9}$, d) $-2\frac{7}{18}$, e) $-3\frac{22}{35}$, f) $3\frac{17}{28}$, g) $-5\frac{25}{28}$, h) $-1\frac{11}{24}$, i) -0,6, j) 2,7, k) -3,3, l) -5,8, m) -2,6, n) 2,5, o) 0,9, p) -4,5. 95. a) Dodatnia, b) dodatnia, c) ujemna, d) dodatnia. 96. a) $-\frac{3}{4}$, b) $-7\frac{11}{28}$, c) $-1\frac{1}{4}$, d) $-3\frac{1}{4}$. 97. a) Nie, b) tak, c) nie, d) nie. 98. a) $-1\frac{5}{7}$, b) $\frac{22}{25}$, c) $-1\frac{13}{36}$, d) -1, e) $-\frac{9}{16}$, f) $6\frac{7}{8}$, g) $\frac{25}{51}$, h) -0,4, i) 0,32, j) -0,4, k) 0,22, l) 2,6, m) -4, n) 8. 99. a) -103, b) 9, c) -92, d) -65, e) 30, f) -270. 100. a) $60n$, b) $10k$, c) $100x$, d) $1000p$, e) $100h$, f) $100a$. 101. a) $x - 5$, b) $\frac{x}{10}$, c) $x^2 - 4$. 102. a) $0,1x$, b) $2x$. 103. a) 12 osób, 22 osoby, b) $4 + 2(n - 1)$. 104. a) 11 kawałków, b) 21 kawałków, c) 7 razy, d) $(2n + 1)$ kawałków. 105. a) 3; -14; 7, b) -7; 1; 7, c) 6; $2\frac{1}{2}$; $-3\frac{1}{2}$, d) $\frac{2}{3}$; $-1\frac{1}{3}$; $2\frac{2}{3}$. 106. 2,5 s; a) 70 cm, b) o 52,5 cm. 107. a) 15 l, b) 17,5 l. 108. a) $2y + 2$, b) $8a + 1$, c) $12 - 4z$, d) $3x + 3$. 109. a) $2\frac{1}{2}a$, b) $3\frac{2}{3}b$, c) $\frac{5}{8}n$, d) $1\frac{3}{4}x$, e) $\frac{1}{56}y$, f) $\frac{1}{6}c$. 110. a) $1,3x - 2,3$, b) $-\frac{1}{2} - \frac{2}{3}x$, c) $1\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$, d) $-10,25x - 0,5$. 111. a) $n + 25$, b) $\frac{1}{2}$, c) n , d) $a + 2$. 112. a) $12a$, b) $6a^2$. 113. a) $x + 5 + 4x = 20$, b) $2x + 2 \cdot 2x = 25$. 114. $3x + 9 = 15$. 115. a) $\frac{1}{2}x = x - 3$, b) $3y - 12 = 0,8y$, c) $9 - p = \frac{2}{3}p$. 116. a) 8, b) 1, c) -2, d) 1. 117. a) Pierwsze i drugie równanie, b) drugie i trzecie równanie, c) pierwsze i drugie równanie. 118. ①, ③ i ④. 119. a) $x = 24$, b) $x = 10$, c) $x = \frac{1}{4}$, d) $x = 9$. 120. a) $x = 20$, b) $x = 2$, c) $x = \frac{1}{6}$, d) $x = 6$. 121. a) $x = 16$, b) $x = 1\frac{1}{3}$, c) $x = -4$, d) $x = -6\frac{2}{3}$. 122. $x = 4$.

Superzagadki – wskazówki

str. 13: Przypomnij sobie cechę podzielności przez 9. **str. 20:** Oznacz pierwszą liczbę (najmniejszą) jako np. kwadracik i zastanów się, ile będzie wynosiła druga liczba, a ile trzecia liczba. **str. 23:** O ile zwiększy się łączny wzrost wszystkich zawodników, gdy Graczyka zastąpi Drągalski? **str. 26:** Obliczając ostatnie cyfry liczb $12^1, 12^2, \dots$, na pewno zauważysz, że nie trzeba obliczać kolejnych potęg liczby 12, wystarczy obliczać kolejne potęgi liczby 2. Oblicz kolejne potęgi: $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$. Spójrz na ostatnie cyfry tych liczb. Co zauważasz? **str. 33:** Pomyśl, jak możesz złożyć tę wstążkę. **str. 36:** Przedstaw liczbę 12 jako sumę dwóch dzielników liczby 100. Zauważ, że $\frac{13}{100} = \frac{130}{1000}$; przedstaw teraz liczbę 130 jako sumę trzech dzielników liczby 1000. **str. 39:** Cztery rozwiązania: 0,(132), 0,(213), 0,(231), 0,(312) są łatwe do odnalezienia. Postaraj się znaleźć 12 pozostałych. **str. 50:** Długość odcinka BC to suma długości promieni dwóch okręgów. Czy wiesz, których? Długość odcinków AB i AC to różnica długości promieni dwóch okręgów. Zastanów się, których. **str. 59:** Wyobraź sobie, że zsuwamy dwa trójkąty tak, aby stykały się wspólnym bokiem. Ile wynosi suma ich obwodów przed zsunięciem, a ile po zsunięciu? Ile centymetrów „zniknęło”? **str. 63:** Zastanów się, o jaki kąt obraca się w ciągu jednej godziny wskazówka minutowa, a o jaki — wskazówka godzinowa. **str. 68:** Zastanów się, jaką miarę mają kąty ESA oraz SAE . **str. 74:** Ustal najpierw, ile lat przestępnych było między rokiem 1970 a rokiem 1999. **str. 83:** Ustal najpierw rzeczywiste wymiary pokoju Zosi w centymetrach i zastanów się, przez jaką liczbę należy podzielić te wymiary, aby nie przekroczyły wymiarów prostokąta $20\text{ cm} \times 30\text{ cm}$. **str. 88:** Zastanów się najpierw, ile jest takich liczb trzycyfrowych z cyfrą setek równą 1. **str. 93:** Ustal kolejno: cyfrę jedności poszukiwanej liczby, jej cyfrę części dziesiątych, cyfrę części setnych i cyfrę części tysięcznych. **str. 101:** b) Zastanów się, ile tabletek powinien przyjąć pacjent. **str. 107:** Zastanów się, jaki kształt ma wykres, jeśli pojazd porusza się po okręgu. **str. 114:** Jaką odległość pokonuje samochód, a jaką rowerzysta w ciągu jednego kwadransa? **str. 118:** Zastanów się, jaką drogę przejechała lokomotywa w ciągu dwóch minut. **str. 120:** Oblicz najpierw czas podróży. **str. 124:** Oblicz najpierw, ile czasu potrzebuje zając, aby dobiec do nory. **str. 134:** Zauważ, że kwadrat jest rombem. Możemy zatem skorzystać ze wzoru na pole rombu (połowa iloczynu długości przekątnych). **str. 136:** Podziel prostokąt na 4 mniejsze prostokąty tak, aby w każdym z nich mieścił się jeden trójkąt. Jakie jest pole każdego z prostokątów w stosunku do pola zamkniętego w nim trójkąta. **str. 138:** Zauważ, że suma długości równoległych boków powstałego czworokąta musi być równa długości podstawy trójkąta.

str. 147: Zastanów się, ile wyrosło (w procentach) rzepek krzepkich. **str. 150:** Oblicz, jaki procent wszystkich znaków stanowią poszczególne symbole. **str. 152:** Skoro przy pierwszej ankiecie 50% było za i 50% było przeciw, to jeśli ubyły dwie osoby z tych „za” i dwie osoby z tych „przeciw”, to jak to wpłynęło na wynik? **str. 157:** Przy rozwiązywaniu podpunktów c) i d) najlepiej wykonać rysunek; zacznij od figury podzielonej na 10 równych części i zaznacz na niej odpowiednie części zgodnie z opisem. **str. 160:** Narysuj 20 dziesięciozłotówek i dziel pieniądze zgodnie z informacjami w komiksie. **str. 162:** Oblicz, ile kosztowała akcja Impetu po obniżce oraz akcja Naprzód po podwyżce. **str. 164:** Połowa z 50% — jaki to procent? **str. 171:** c) Po dwóch rzutach pionek może stanąć na piętnastu różnych pozycjach. Postaraj się znaleźć wszystkie te pozycje. **str. 175:** Ile będzie wynosiła różnica pierwszej liczby i drugiej liczby, trzeciej i czwartej, piątej i szóstej...? **str. 188:** Ile cyfr użył Jasio do zapisania liczb jednocyfrowych i dwucyfrowych? **str. 191:** Podaj proste wyrażenie, którego wartość dla $b = 1$ jest równa 2 oraz proste wyrażenie, którego wartość dla $a = 1$ jest równa 5. **str. 196:** Ustal, ile kosztowały cukierki Bambo, a ile — cukierki Dumbo. **str. 207:** Zastanów się, jak zapisać liczbę x zwiększoną o połowę. **str. 223:** Weź dwa jednakowe prostopadłościenną pudełka i spróbuj układać z nich różne graniastosłupy. **str. 235:** Pole powierzchni podstawy kostki brukowej można obliczyć, np. dzieląc tę podstawę na mniejsze wielokąty, których pola łatwo obliczyć. **str. 240:** Cztery rysunki nie przedstawiają siatek. **str. 245:** Jaką odległość pokona pojazd, gdy walec przedni obróci się raz?

W krainie łamigłówek – wskazówki

str. 42, nr 2: Skoro pani Ania z paniami Basią i Celiną łącznie rozmawiały 4,5 godziny, a wszystkie rozmowy łącznie trwały 6,5 godziny, to ile trwała rozmowa pań Basi i Celiny?

str. 70, nr 4: Ile osób uściśnie jedna osoba, jeśli na Wigilii będzie 10 osób?

str. 110, nr 6: Zastanów się, jakim dniem tygodnia musiał być 1 listopada.

str. 126, nr 7: Możesz narysować odcinek długości 9,5 cm, odpowiadający drodze z A do B (w rzeczywistości droga ta ma 95 km). Odcinek ten podziel na 19 jednakowych części i zaznaczaj położenia piechura i rowerzysty w kolejnych godzinach.

str. 140, nr 9: Warto narysować kwadrat na papierze w kratkę.

str. 166, nr 11: Zauważ, że ponieważ żaden uczeń nie rozwiązał poprawnie obu zadań, to znaczy, że wszyscy uczniowie (20 osób) źle rozwiązyli pierwsze lub drugie zadanie.

str. 166, nr 12: Jaką część otrzymałaby każda z trzech osób przy sprawiedliwym podziale 25 monet?

str. 180, nr 13: Pionek może stanąć na 28 różnych pozycjach.

str. 180, nr 14: Rozpocznij od liczby 5 i narysuj wypustki wychodzące z pola z tą liczbą.

str. 214, nr 15: Warto wykonać schematyczny rysunek: odcinek o długości 12 cm podzielony na 24 półcentymetrowe części i zaznaczyć na nim, ile śpi Mruczek.

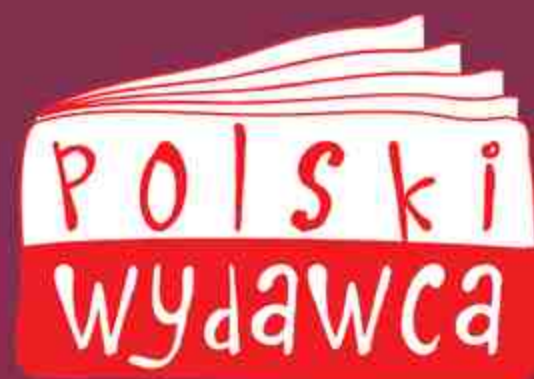
str. 214, nr 16: Wyobraź sobie, że dzielisz wszystkie kulki na 3 grupy po 3 kulki w każdej grupie.

str. 248, nr 17: Woda w każdym naczyniu przybrała kształt graniastosłupa o podstawie trójkątnej. Ile takich graniastosłupów zmieściłoby się w danym prostopadłościennym?

str. 248, nr 18: Zastanów się, ile jednakowych kostek otrzymamy, dzieląc sześcienną kostkę sera na kostki o krawędziach 2 razy krótszych.

Wszystkie książki Wydawnictwa są dostępne w sprzedaży wysyłkowej.
Zamówienia można składać w księgarni internetowej: www.ksiegarnia.gwo.pl
lub nadsyłać listownie pod adresem:

Gdańskie Wydawnictwo Oświatowe
80-305 Gdańsk 5, skrytka pocztowa 80
tel. 801 643 917, 58 340 63 63
fax 58 340 63 61, 58 340 63 66
<http://www.gwo.pl> e-mail: handel@gwo.pl



Podręcznik spełnia kryteria *Ustawy o systemie oświaty* i obowiązującej podstawy programowej.

