

6

Marcin Braun
Agnieszka Mańkowska
Małgorzata Paszyńska

Matematyka z kluczem

PODRĘCZNIK DO MATEMATYKI
DLA KLASY SZÓSTEJ SZKOŁY PODSTAWOWEJ
CZĘŚĆ I

OZNACZENIA W PODRĘCZNIKU



Ikona na górze strony sygnalizuje zmiany, które obowiązują od 2024 r.



W ten sposób oznaczono treści, które nie są już wymagane.

**nowa
era**

Twoje mocne strony

Druga Nowa Era

Nigdy hym nie publikowała publicznie książek wydawnictw, które działają na uczciwych zasadach.

Wasza firma jednak promuje masowy wydruk, całkowicie niepotrzebnych książek, które mogłyby zastąpione wersjami elektronicznymi!

Co prawda e-booki są dostępne na waszej stronie, jednak:

- W przeciwieństwie do fizycznej książki, licencja na e-book kończy się po roku. Oznacza to, że jeżeli moja córka chciałaby powtórzyć sobie całą wiedzę do matury, musiałabym jej kupić wszystkie wasze książki od nowa.
- Wszelkich e-booków nie da się pobrać! Wymagają one dostęp do internetu, co uniemożliwia ich użycie na naszej wsi, gdzie zasięg jest ograniczony.
- Wasze e-booki sprzedawane są po tej samej (albo wyższej) cenie co regularne książki. Cena e-booka powinna być niższa, gdyż e-booki wymagają elektronicznego czytnika (tabletu)!

Czas rozpocząć nową erę (o ironio), w której papier nie jest bezcennie marnowany dla piątki. Przedstawiam e-book, który spełnia wszystkie oczekiwania uczniów.

Dbaćmy o środowisko, zróbmy to dla młodych pokoleń.

Spis treści

Krótki przewodnik po podręczniku 4

I Liczby całkowite

1. Liczby dodatnie i ujemne	8
2. Dodawanie liczb całkowitych	15
3. Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych	22
4. Odejmowanie liczb całkowitych	29
5. Własności działań na liczbach całkowitych	36
<i>Powtórzenie przed klasówką</i>	44
<i>Zadania na temat...</i>	46
<i>Zadania na deser</i>	49

II Działania na liczbach – część 1

1. Sposoby na zadania tekstowe	52
2. Obliczenia na kalkulatorze	62
3. Liczby naturalne	68
4. Dzielniki i wielokrotności	77
5. Ułamki	85
6. Dodawanie liczb dodatnich	94
7. Odejmowanie liczb dodatnich	101
8. Dodawanie i odejmowanie	108
<i>Powtórzenie przed klasówką</i>	117
<i>Zadania na temat...</i>	118
<i>Zadania na deser</i>	121

III Działania na liczbach – część 2

1. Mnożenie	124
2. Dzielenie	133
3. Dzielenie pisemne	140
4. Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych. Ułamki okresowe	146
5. Ułamek liczby	152
6. Ułamek liczby – zadania	159
7. Kolejność wykonywania działań	165
<i>Powtórzenie przed klasówką</i>	170
<i>Zadania na temat...</i>	172
<i>Zadania na deser</i>	174

Odpowiedzi	176
------------	-----

Krótki przewodnik po podręczniku

Na dobry początek
– atrakcyjne wprowadzenie
do lekcji.

-  Pracuj samodzielnie.
-  Pracujcie w parach.
-  Pracujcie w kilka osób.



Zadanie z kluczem

poziom A

poziom B

poziom C

poziom D

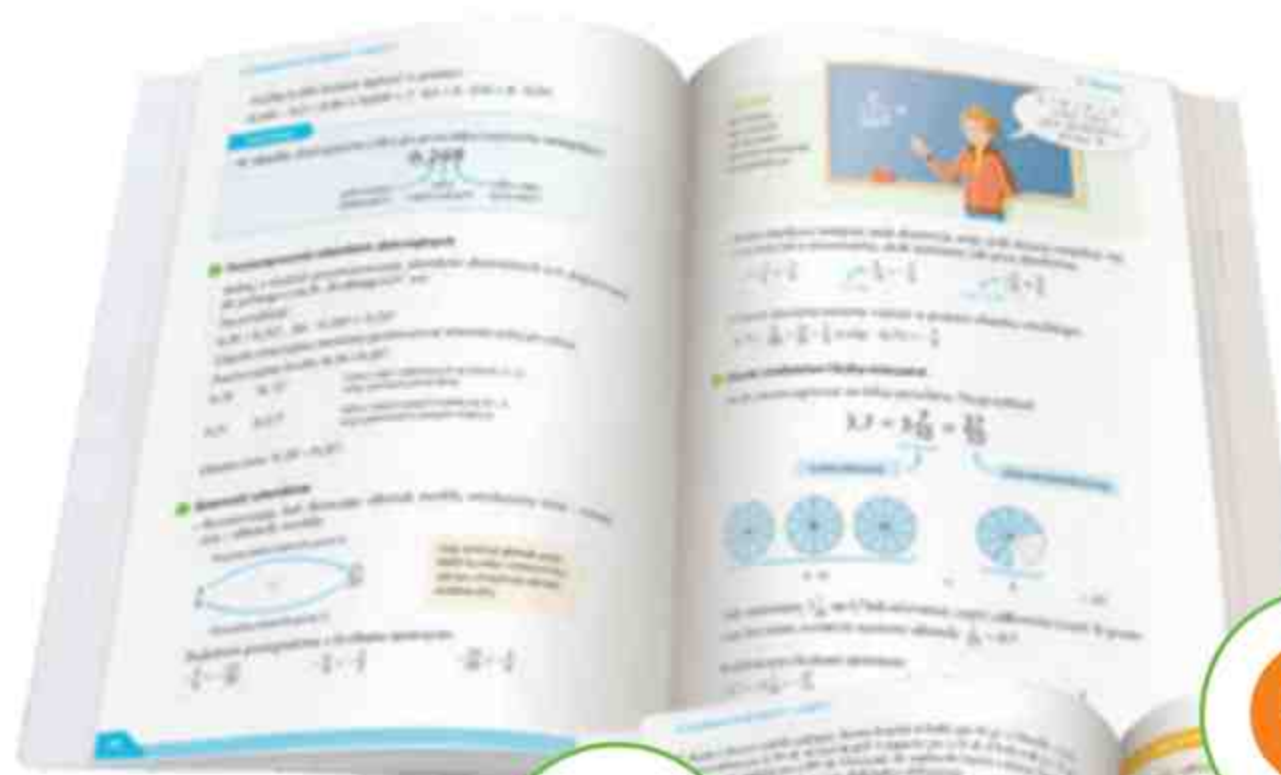
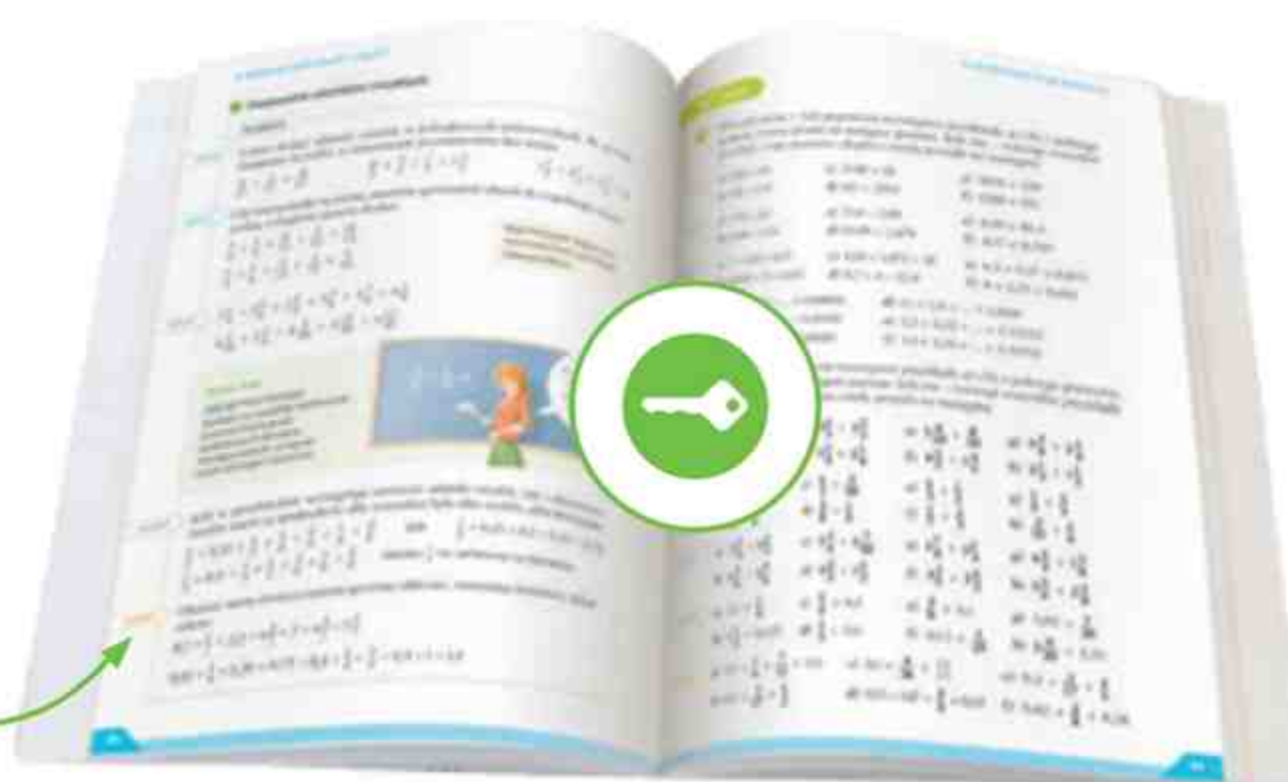
poziom E

MISTRZ

Zacznij od poziomu A
i zgodnie z instrukcją dojdź
do ostatniego poziomu.

Jeśli czujesz się na siłach,
czeka na Ciebie jeszcze
poziom Mistrza!

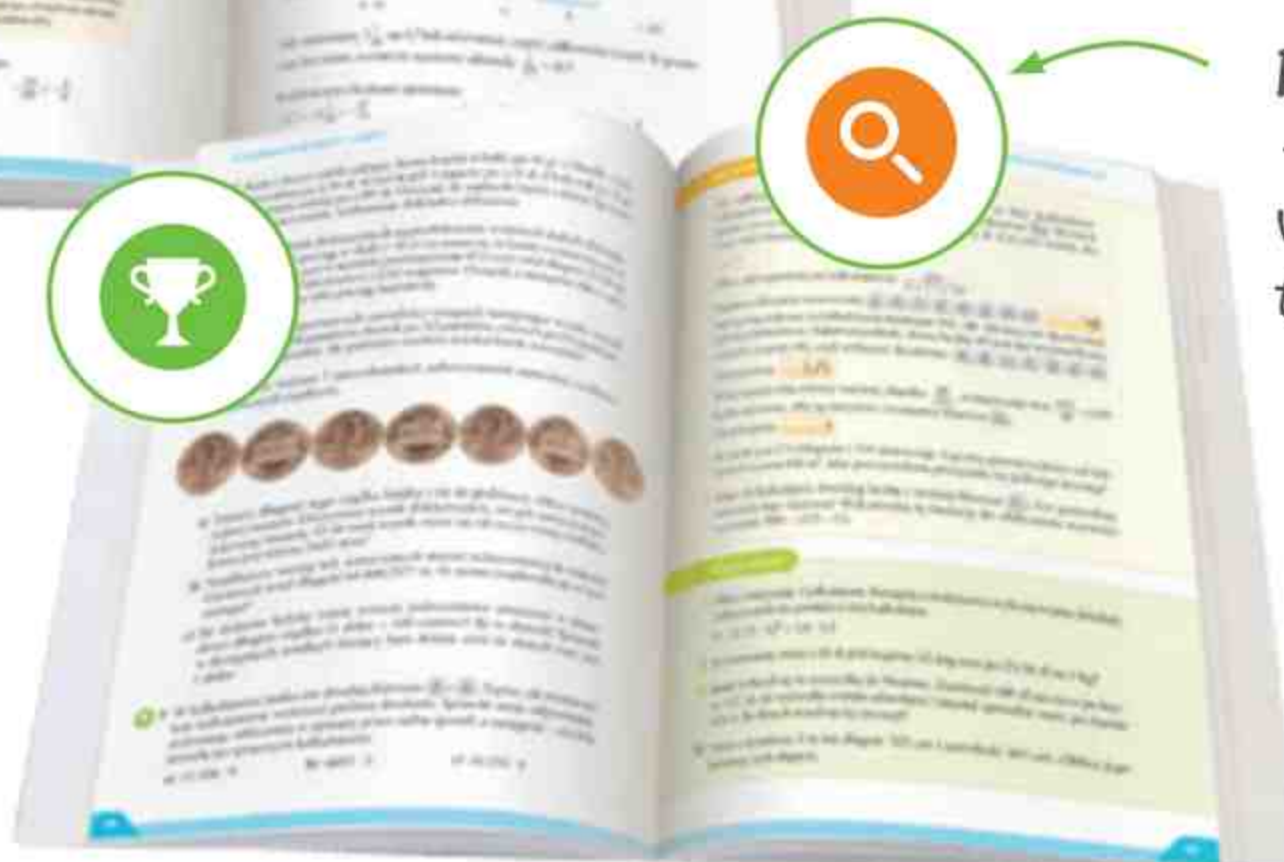
Przykłady podobne
do zadania z kluczem.



Dobra rada
pomoże Ci ominąć
trudności.

Dla dociekliwych
– naucz się
więcej, niż
to konieczne.

Kropkami oznaczamy
stopień trudności zadań,
a pucharem – zadania
wymagające więcej pracy
lub pomysłowości.

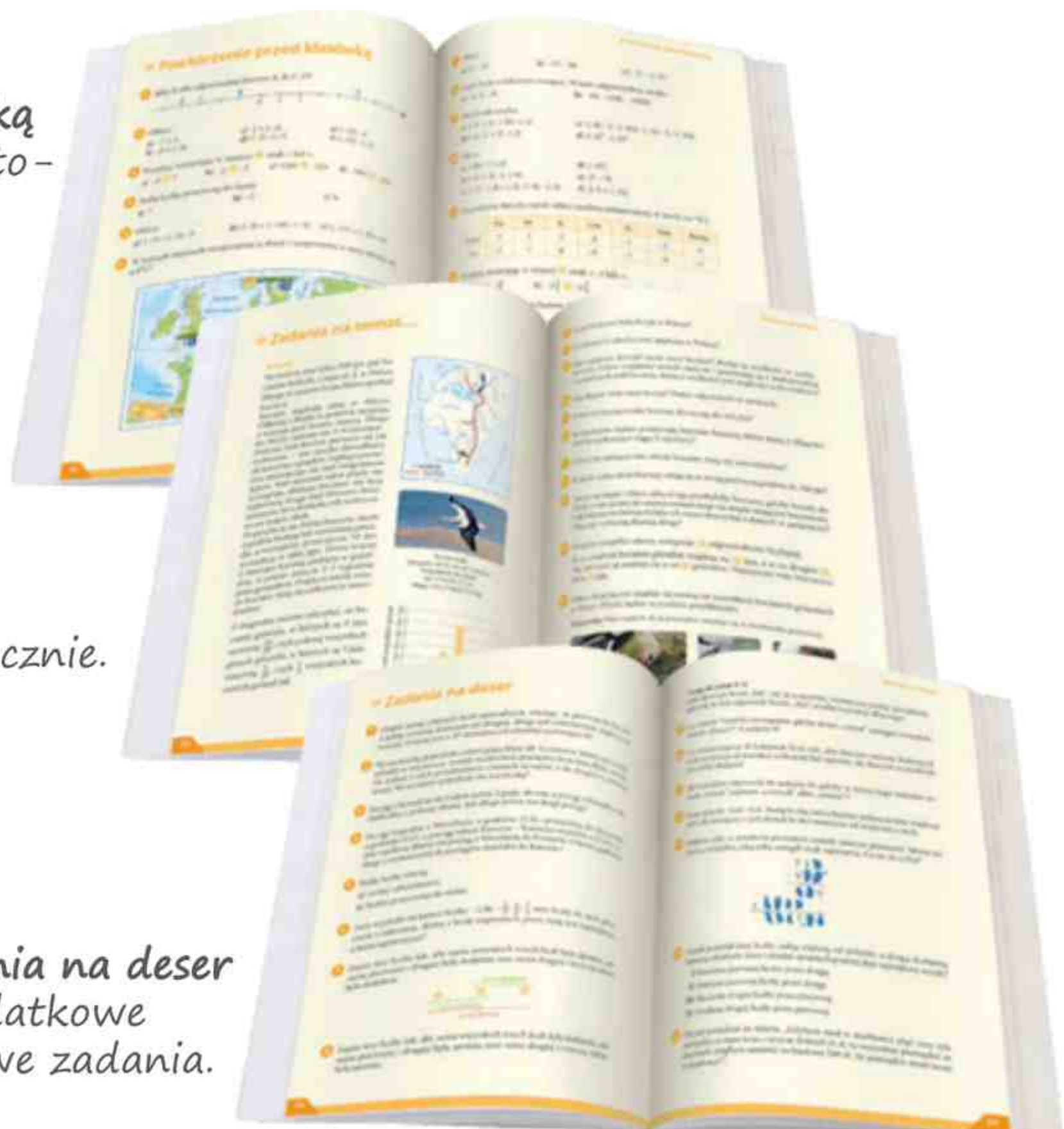


Pamiętaj, aby zadania rozwiązywać w zeszycie przedmiotowym.



Wykonując zadanie z pomarańczowym numerem, doświadczysz matematyki poprzez grę lub zabawę.

Powtórzenie przed klasówką – łatwy sposób na przygotowanie do sprawdzianu.



Zadania na temat... – zestaw zadań powiązanych tematycznie.

Zadania na deser – dodatkowe ciekawe zadania.

Pamiętaj, że podręcznik, który masz przed sobą, w kolejnych latach będzie służył Twoim młodszym koleżankom i kolegom. Dbaj o niego, nie pisz w nim, zadania rozwiązuj w zeszycie przedmiotowym.

Redakcja



Liczby całkowite

?

+ - + - + - - + - + - - - + - - - + -

Rekordowo niską temperaturę powietrza w Polsce (-41°C) zanotowano w roku 1940 w Siedlcach. Najniższą temperaturę na Ziemi (-89°C) zarejestrowano w roku 1983 na Antarktydzie.

*O ile stopni niższa
była temperatura
na Antarktydzie?*



**Na dobry początek****Kto da więcej?**

Przygotujcie dla każdego z was 19 kartoników z liczbami całkowitymi od -9 do 9 . Zagrajcie w wojnę. W razie wątpliwości, która liczba jest większa, popatrzcie na pierwszą oś liczbową na stronie 10.



Ewa



Marcin



Ewa



Marcin



Ewa



Marcin

Zasady gry w wojnę

- ▶ Dobierzcie się w pary. Każdy tasuje swoje kartoniki.
- ▶ Wykładacie jednocześnie po jednym kartoniku. Ten, kto ma większą liczbę, zabiera oba kartoniki i odkłada na bok.
- ▶ Jeśli wyłożone liczby są równe, każdy kładzie na swoim kartoniku jeden kartonik zakryty, a na nim – jeden odkryty i znów porównujecie liczby. Zwycięzca zabiera wszystkie sześć kartoników.
- ▶ Gracie, aż skończą się karty w ręku. Wygrywa ten, kto zdobył więcej kartoników.

Pytania i polecenia

Przypatrz się parom kartoników na rysunkach powyżej. Kto w tych trzech ruchach zebrał więcej kart: Ewa czy Marcin?

Liczby ujemne

Przypomnijmy:

- **liczba dodatnia** to liczba większa od zera,
- **liczba ujemna** to liczba mniejsza od zera.

Liczby ujemne można znaleźć np. na termometrze, na mapie (depresja), w windzie (piętra poniżej parteru), na wydruku bankowym, w raporcie z działalności firmy, która poniosła stratę, czyli miała „zysk ujemny”.



Wytwórnia Balonów
„Maluch”
w Koniku Dużym

Rachunek zysków i strat za grudzień 2018

| Treść | Suma w złotych za okres | |
|--|-------------------------|---------------|
| | poprzedni | sprawozdawczy |
| A. Przychody ze sprzedaży | 165 000 | 210 000 |
| B. Koszty działalności operacyjnej | 178 000 | 178 000 |
| C. Zysk (strata) ze sprzedaży (A – B) | -13 000 | 32 000 |
| D. Pozostałe przychody operacyjne | 12 500 | 0 |
| E. Pozostałe koszty operacyjne | 0 | 38 000 |
| F. Zysk (strata) z działalności operacyjnej (C + D – E) | -500 | -6000 |
| G. Przychody finansowe | 0 | 3500 |
| H. Koszty finansowe | 300 | 0 |
| I. Zysk (strata) z działalności gospodarczej (F + G – H) | -800 | -2500 |
| J. Zyski nadzwyczajne | 200 | 5800 |
| K. Straty nadzwyczajne | 0 | 0 |
| L. Zysk (strata) brutto (I + J – K) | -600 | 3300 |



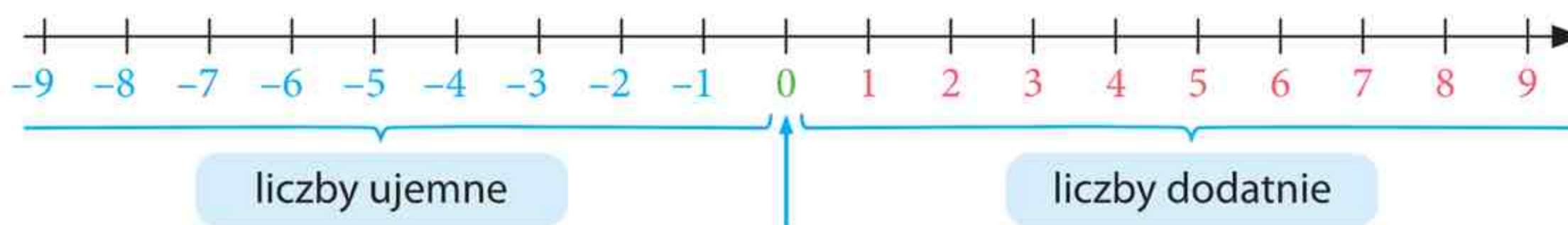
Zestawienie zbiorcze operacji za okres od 2018-02-20 do 2018-04-20

| Saldo poprzednie z dnia 2018-02-19 | | | | | 120,00 |
|------------------------------------|---------------|------------------|------------------|----------|---------|
| Nr | Data operacji | Data księgowania | Opis | Kwota | Saldo |
| | | | Odsetki pełne | 2,40 | 122,40 |
| 127 | 2018-02-20 | 2018-02-20 | | | |
| 128 | 2018-02-27 | 2018-02-27 | Pobory | 1870,00 | 1992,40 |
| 129 | 2018-03-04 | 2018-03-05 | Wyplata bankomat | -80,00 | 1912,40 |
| 130 | 2018-03-28 | 2018-03-28 | Przelew | -2000,00 | -87,60 |
| 131 | 2018-03-30 | 2018-03-30 | Pobory | 1920,00 | 1832,40 |
| 132 | 2018-03-31 | 2018-04-02 | Wyplata | -500,00 | 1332,40 |
| 133 | 2018-04-15 | 2018-04-16 | Platnosc karta | -1500,00 | -167,60 |



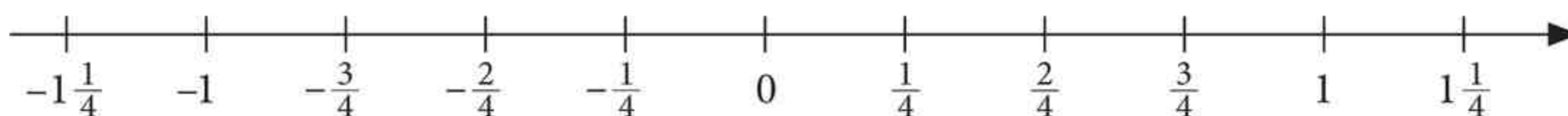
Liczby na osi

Na osi liczbowej możemy umieścić zarówno liczby dodatnie, jak i ujemne.



0 nie jest ani dodatnie, ani ujemne.

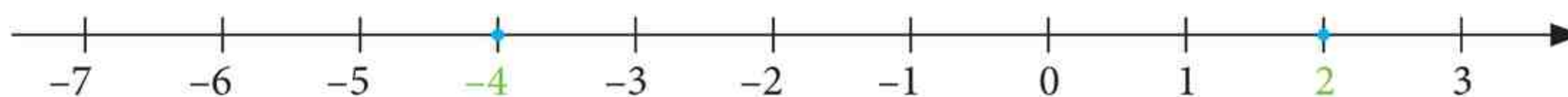
A oto oś liczbową, na której są zaznaczone dodatnie i ujemne ułamki.



Za pomocą osi liczbowej łatwiej jest porównywać liczby. Strzałka na osi pokazuje, w którą stronę liczby rosną.

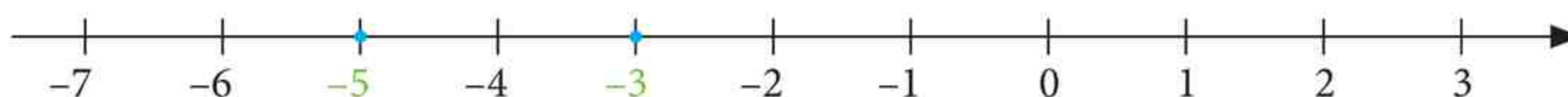
Przykład 1

$-4 < 2$ (liczba ujemna jest mniejsza od każdej liczby dodatniej)



Na osi widać, że -4 to o 6 mniej niż 2.

$-3 > -5$

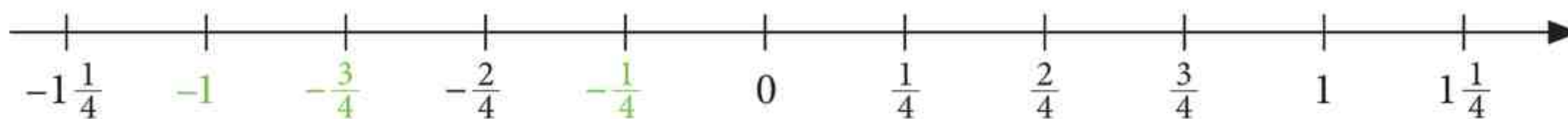


Na osi widać, że -3 to o 2 więcej niż -5 .

$-\frac{3}{4} > -1$

$-\frac{1}{4} > -\frac{3}{4}$

$-1 < -\frac{3}{4} < -\frac{1}{4}$



$-1,8 > -1,85 > -1,87$



Ćwiczenie

O ile różnią się podane liczby?

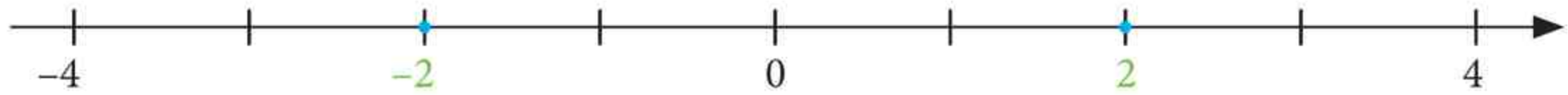
a) -5 i 3

b) -8 i -5

c) -4 i 7

Liczby przeciwne i liczby odwrotne

Liczby: -2 i 2 , -178 i 178 , $\frac{3}{4}$ i $-\frac{3}{4}$, $12,94$ i $-12,94$ to **liczby przeciwne**.



Liczby przeciwne są położone na osi liczbowej w tej samej odległości od zera, ale po jego przeciwnych stronach. Możemy powiedzieć, że na osi liczbowej liczby przeciwne są położone symetrycznie względem zera.

Zapamiętaj

Liczba **przeciwna** do 5 to -5 .

Liczba **przeciwna** do $-\frac{2}{3}$ to $\frac{2}{3}$.

Liczba **odwrotna** do 5 to $\frac{1}{5}$.

Liczba **odwrotna** do $\frac{2}{3}$ to $\frac{3}{2}$, czyli 1,5.

Liczba **przeciwna** do 0 to 0.

Nie ma liczby **odwrotnej** do 0.

Liczby całkowite

Wszystkie liczby naturalne oraz liczby przeciwne do naturalnych to liczby całkowite.

Przykład 2

Liczby: -1000 , -356 , -41 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 4 , 27 , 333 , 578 902 są całkowite.

Liczby: $\frac{1}{2}$; $3,5$; $\frac{145}{9}$; $7\frac{2}{11}$; $-\frac{1}{2}$; $-5\frac{1}{3}$ **nie** są liczbami całkowitymi.

Wartość bezwzględna liczby

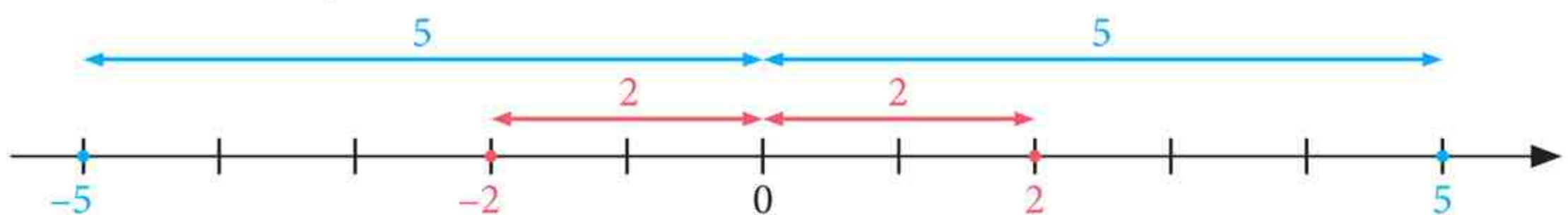
Liczby -23 i $+23$ mają różne znaki, ale tę samą **wartość bezwzględną**.

Wartość bezwzględna liczby -23 wynosi 23. Krótko zapisujemy to: $|-23| = 23$.

Wartość bezwzględna liczby 23 wynosi 23, czyli $|23| = 23$.

Wartość bezwzględna liczby 0 wynosi 0, czyli $|0| = 0$.

Zauważ, że wartość bezwzględna liczby jest równa jej odległości od zera na osi liczbowej.



$$|-5| = |5| = 5$$

$$|-2| = |2| = 2$$

I. Liczby całkowite

Czasem wykonujemy działania, w których występują wartości bezwzględne liczb.

Przykład 3

$$|-5| + 2 = 5 + 2 = 7$$

$$12 - |-3| = 12 - 3 = 9$$

$$10 + |-3| = 10 + 3 = 13$$

$$10 - |7 - 2| = 10 - |5| = 10 - 5 = 5$$

Zauważ, że symbol wartości bezwzględnej odgrywa jednocześnie rolę nawiasu. Działania wewnątrz tego znaku wykonujemy jako pierwsze.



Zadania

- 1 Wypisz wskazania termometrów w kolejności od najniższego do najwyższego.
W których miastach temperatura była niższa niż -4°C ?
- 2 Które z liczb: -5 , 2 , -7 , -10 , 12 , -20 są mniejsze niż -8 ?



- 3 Wybierz spośród liczb: $-12,7$; -3 ; $-\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$; $6\frac{2}{3}$; -17 ; 0 ; 1
a) wszystkie liczby całkowite, b) wszystkie liczby ujemne.
 - 4 Podaj liczbę przeciwną do danej.
a) 12 b) -3 c) -1 d) $\frac{1}{4}$ e) $-\frac{2}{3}$ f) $0,5$ g) 0
 - 5 Dla każdej liczby z chmurki zapisz:
a) liczbę przeciwną,
b) liczbę odwrotną.
- 121 $\frac{5}{7}$

1 0,5
- 6 Przepisz liczby w kolejności rosnącej, wstawiając między nie znak $<$.
a) 3 , 7 , -5 c) -4 , -11 , 0 e) -332 , 12 , -176
b) 0 , -6 , 6 d) -5 , -3 , -9 f) -850 , -17 , -48
 - 7 Podaj wartość bezwzględną liczby.
a) 8 c) 0 e) -81
b) -12 d) $6,3$ f) $-2,5$

•• 8 Oblicz.

a) $|-9| + 5$

c) $|-25| - 12$

e) $|8 - 5|$

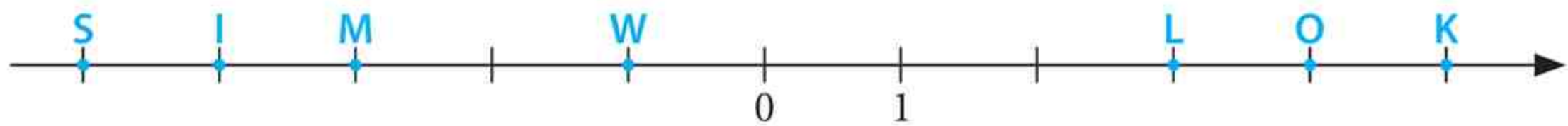
b) $11 + |-5|$

d) $19 - |-15|$

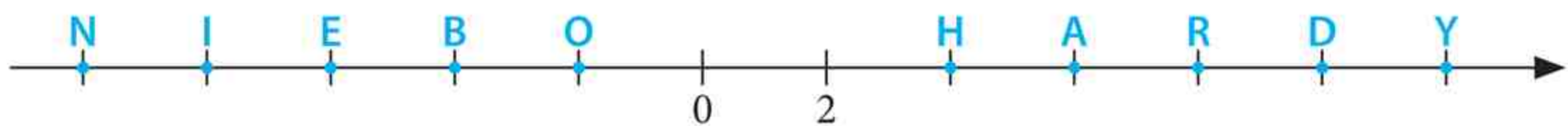
f) $|8 + 5|$

•• 9 Przepisz kolejno podane liczby, a pod nimi zapisz odpowiednie litery z osi. Odczytaj hasło – imię lub nazwisko bohatera powieści. Czy wiesz, jaka to powieść? Jeśli nie, spróbuj się dowiedzieć.

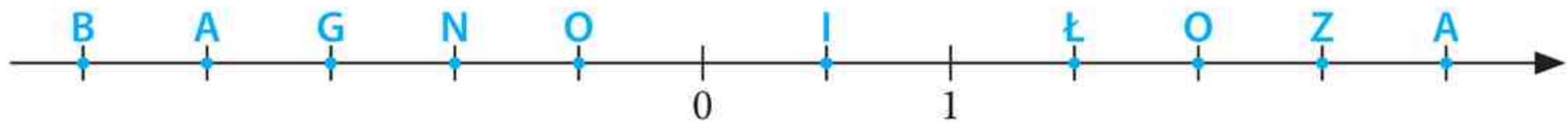
a) $-1, -4, 3, -3, 4, -1, -5, 5, -4$



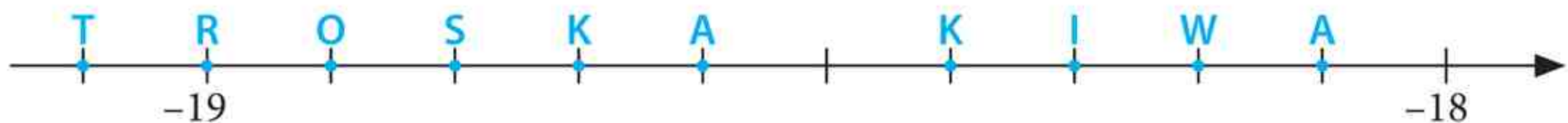
b) $8, -2, -4, -8, -10, 4, -2, -2, 10$



c) $2,5; -2; -\frac{3}{2}; 1\frac{1}{2}; -0,5; -2\frac{1}{2}; 3$



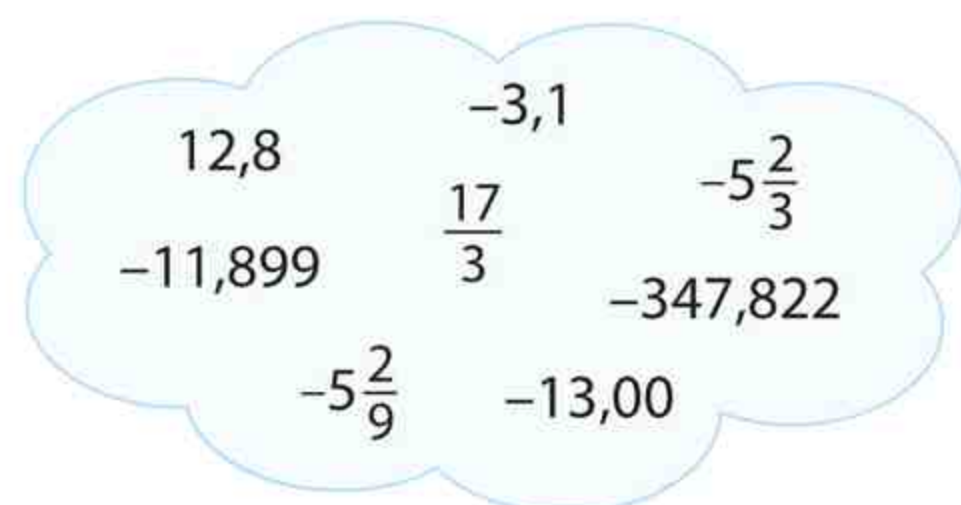
d) $-19,1; -18,6; -19; -18,7; -18,9; -18,2; -18,8; -18,4; -18,3$



•• 10 Wśród liczb: $-3, \frac{2}{3}, 0, 4\frac{1}{5}, \frac{12}{4}, \frac{20}{5}, \frac{19}{8}, 7$ jest 5 liczb całkowitych. Które to liczby?

••• 11 Przepisz liczby z chmurki i dopisz obok każdej z nich najbliższą jej liczbę całkowitą. Między obie liczby wstaw odpowiednio znak: $<$, $>$ lub $=$.

Wzór: $7,3 > 7$



••• 12 Przepisz liczby w odpowiedniej kolejności, wstawiając między nie znak $<$ lub $=$.

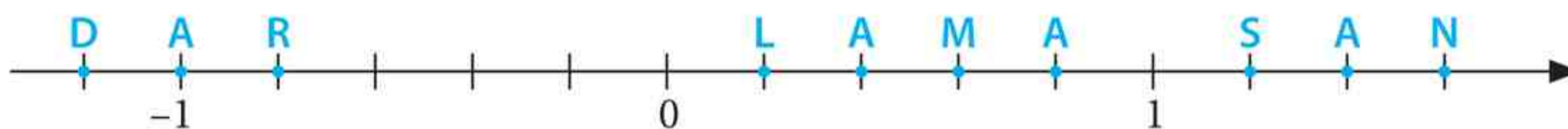
a) $-3\frac{1}{3}; -3\frac{2}{3}; -\frac{10}{3}$

c) $-11,3; -11,8; 1,8$

b) $-4\frac{1}{5}; -\frac{22}{5}; -4,2$

d) $-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}; 0,25$

- ... **13** Zapisz kolejno opisane liczby, a pod nimi – odpowiednie litery z osi. Odczytaj hasło – nazwę chronionego płaża.



- | | |
|--------------------------------------|--|
| I liczba przeciwna do $-1,2$ | VI liczba przeciwna do $-\frac{8}{10}$ |
| II liczba przeciwna do 1 | VII liczba odwrotna do $\frac{10}{16}$ |
| III liczba odwrotna do 5 | VIII liczba odwrotna do $-\frac{5}{6}$ |
| IV liczba odwrotna do $\frac{5}{7}$ | IX liczba odwrotna do $-1\frac{1}{4}$ |
| V liczba przeciwna do $-\frac{3}{5}$ | X liczba przeciwna do $-0,4$ |

- 14** Hania, Marysia, Kasia, Zosia, Bartek, Piotrek i Tomek wybrali się do galerii handlowej. Ponieważ każdego interesowało co innego, rozeszli się. W pewnym momencie każdy znalazł się na innym poziomie – od parkingu na poziomie (-3) po sale kinowe na poziomie 3 . Powiedz, na którym poziomie jest Zosia, jeśli:
- Bartek jest na poziomie o numerze ujemnym,
 - Marysia jest na poziomie o numerze parzystym,
 - Hania jest o 2 poziomy niżej niż Bartek,
 - Kasia jest o 4 poziomy niżej niż Marysia,
 - Tomek jest między Piotrkiem a Marysią.



Czy już umiem?

- I Jakie liczby oznaczono na osi literami A, B, C, D, E?



- II Przepisz liczby w odpowiedniej kolejności i wstaw między nie znaki $<$ lub $=$.

- a) $-5, 2, 0$ b) $-7, -11, -3$ c) $-1\frac{2}{3}, -1\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}$

- III Znajdź dwie kolejne liczby całkowite, pomiędzy którymi znajduje się podana liczba. Zapisz wszystkie trzy liczby w odpowiedniej kolejności, wstawiając między nie znak $<$.

- a) $-3,7$ b) $-2\frac{1}{3}$ c) $0,174$

- IV Rozłóż na czynniki pierwsze liczby 15 i 1000 .

Dobierzcie się w pary. Przygotujcie komplet kartoników z liczbami od -9 do 9 i rozdajcie je (jedna osoba będzie miała o jeden kartonik więcej). Teraz niech każdy policzy jak najprostszym sposobem sumę liczb na swoich kartonikach. Porównajcie wyniki. Co zauważacie?

1

Wybierz **cztery** liczby spośród podanych. Ile jest równa ich suma? Ile wynosi suma pozostałych liczb na planszy?

2

Wybierz **trzy** liczby. Oblicz ich sumę. Ile jest równa suma pozostałych?

3

Wybierz **dwie** liczby. Oblicz ich sumę. Ile wynosi suma pozostałych liczb?

4

Wybierz **jedną** liczbę. Czy potrafisz bez obliczeń zgadnąć, ile jest równa suma pozostałych liczb?

Pytania i polecenia

Plansza składa się z dziewięciu pól, na każdym z nich jest inna liczba. Wykonaj polecenia zapisane obok planszy.

I. Liczby całkowite

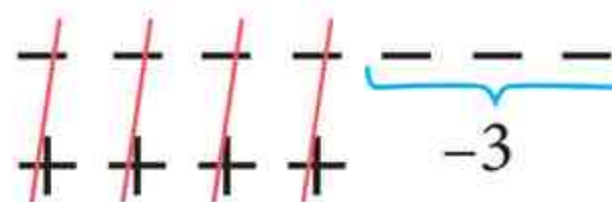
Dodawanie liczb całkowitych ćwiczyliśmy w zeszłym roku. Przypomnijmy, jak można to robić.

Przykład 1

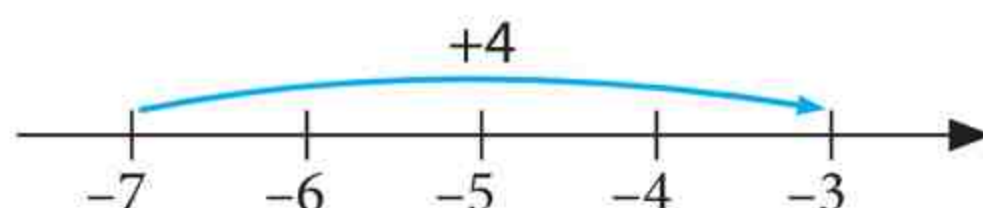
poziom A

$$(-7) + 4 = -3$$

Sposób 1

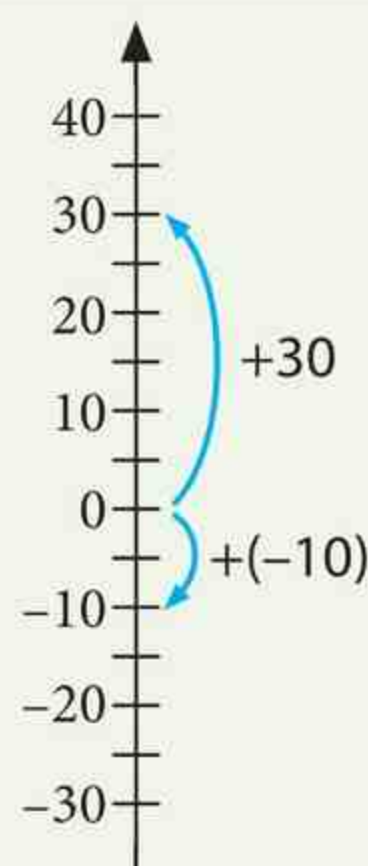
 4 plusy i 4 minusy się kasują, zostają 3 minusy.

Sposób 2



Dobra rada

Oś liczbową możemy sobie wyobrażać pionowo, jak skalę na zaokiennym termometrze. Wtedy dodając liczbę dodatnią, będziemy się poruszać po osi do góry, a ujemną – w dół.



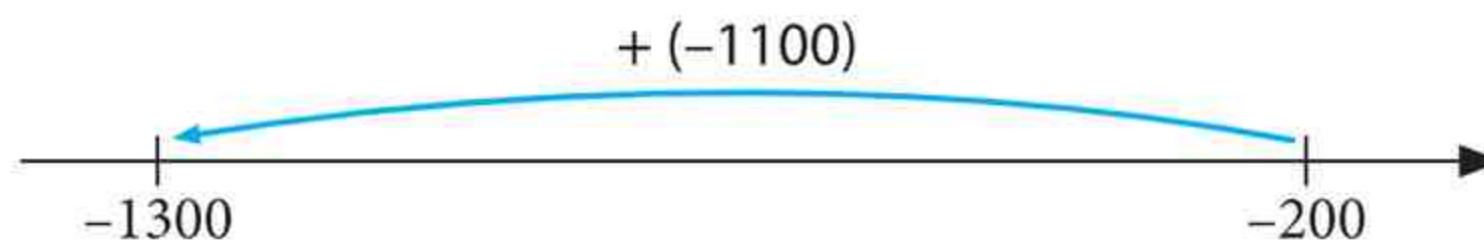
poziom B

$$-200 + (-1100) = -1300$$

Sposób 1

200 minusów i 1100 minusów to 1300 minusów.

Sposób 2



poziom C

$$75 + (-12) = 63$$

$$41 + (-70) = -29$$

$$-24 + (-43) = -67$$

poziom D

$$(-5) + (-12) + (-4) = (-17) + (-4) = -21$$

$$(-3) + 8 + (-11) = 5 + (-11) = -6$$

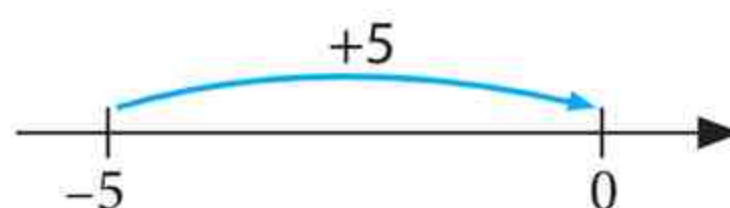
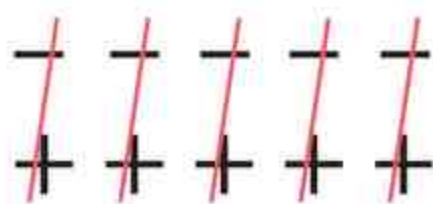
Dobra rada

W trudniejszych rachunkowo przykładach możesz tak zająć się obliczeniami, że zapomnisz, czy wynik miał być dodatni, czy ujemny. Dlatego warto najpierw zapisać znak wyniku.

**► Dodawanie liczb przeciwnych**

Suma liczb przeciwnych zawsze jest równa 0.

$$(-5) + 5 = 0$$

**► Sprytnie dodawanie**

Jeśli dodajemy więcej liczb, to czasem zmiana kolejności składników ułatwia obliczenia.

- Najpierw warto znaleźć wszystkie pary liczb przeciwnych. Można je wykreślić, bo dodane do siebie dadzą 0, więc nie zmienią wyniku.

Na przykład:

$$(-\cancel{3}) + \cancel{7} + (-4) + \cancel{2} + (-\cancel{7}) + \cancel{3} + (-\cancel{2}) = -4$$

- W długim dodawaniu czasem wygodnie jest osobno dodać wszystkie liczby dodatnie, a osobno wszystkie ujemne i dopiero potem zsumować otrzymane wyniki.

Na przykład:

$$(-\underline{3}) + (-\underline{5}) + \underline{7} + (-\underline{4}) + (-\underline{3}) + \underline{12} + (-\underline{5}) = \underline{19} + (-\underline{20}) = -1$$

- Czasem warto najpierw dodawać liczby, które dadzą „ładny” wynik.

Na przykład:

$$(-\underline{13}) + \underline{14} + (-\underline{5}) + \underline{3} + (-\underline{4}) = (-\underline{10}) + \underline{10} + (-\underline{5}) = -5$$



Zadania

- 1** Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz cztery kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| a) $-3 + (-5)$ | e) $-3 + 7$ | i) $-2 + (-2)$ | m) $-5 + 5$ |
| b) $-2 + 7$ | f) $-4 + (-2)$ | j) $5 + (-9)$ | n) $-1 + (-1)$ |
| c) $4 + (-6)$ | g) $-1 + (-5)$ | k) $-4 + 8$ | o) $-6 + (-2)$ |
| d) $-5 + (-1)$ | h) $-6 + 1$ | l) $-5 + (-8)$ | p) $9 + (-4)$ |

poziom B

- | | | |
|----------------------|----------------------|--------------------|
| a) $-300 + (-50)$ | e) $-1000 + (-5000)$ | i) $-5000 + 500$ |
| b) $-2000 + 1700$ | f) $-600 + 1000$ | j) $-1000 + (-30)$ |
| c) $-5000 + (-6000)$ | g) $-2000 + (-200)$ | k) $-600 + 2000$ |
| d) $-500 + (-1000)$ | h) $-50 + (-9000)$ | l) $900 + (-4000)$ |

poziom C

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| a) $-32 + (-45)$ | e) $65 + (-56)$ | i) $-50 + 57$ |
| b) $-21 + 37$ | f) $-67 + 13$ | j) $-12 + (-37)$ |
| c) $-53 + (-16)$ | g) $-20 + (-25)$ | k) $-62 + 24$ |
| d) $45 + (-13)$ | h) $-54 + (-19)$ | l) $19 + (-40)$ |

poziom D

- | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------------|
| a) $-3 + (-4) + (-6)$ | e) $6 + (-6) + (-6)$ | i) $-3 + 7 + (-9)$ |
| b) $-1 + 3 + (-2)$ | f) $-7 + 13 + (-6)$ | j) $-2 + (-9) + (-2) + 7$ |
| c) $-3 + (-2) + (-16)$ | g) $-2 + (-6) + (-5)$ | k) $-2 + (-6) + 2$ |
| d) $5 + (-3) + (-2)$ | h) $-5 + (-6) + (-9)$ | l) $1 + (-4) + (-9)$ |

MISTRZ

- | | |
|---|--|
| a) $3 + \left(-4\frac{4}{5}\right)$ | d) $-5\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4}$ |
| b) $-3\frac{1}{5} + \left(-1\frac{3}{5}\right)$ | e) $-2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} + \left(-1\frac{5}{6}\right)$ |
| c) $-2\frac{1}{7} + 5\frac{4}{7}$ | f) $(-42) + 85 + (-67) + 13 + 47 + (-81)$ |

- 2** Pracujcie w parach. Dla pierwszego gracza przygotujcie komplet kartoników z liczbami od -9 do -2 , a dla drugiego – komplet kartoników z liczbami od -9 do 9 . Pierwsza osoba losuje kartonik ze swojego kompletu i kładzie go na stole. Druga osoba tasuje swoje kartoniki, wyklada je po kolei i dodaje liczbę wyłożoną przez pierwszego gracza do każdej wyłożonej przez siebie liczby. Sprawdzacie wyniki. Potem zamieniacie się rolami.

• 3 Oblicz.

a) $-4 + 4$

c) $7 + (-7)$

e) $-3 + 5 + 3 + (-5)$

b) $-5 + 5$

d) $-7 + 7 + (-2)$

f) $-8 + 12 + (-4)$

- 4 Oblicz sumy i ustaw je w kolejności od najmniejszej do największej. Litery przy działaniach utworzą hasło – nazwę ptaka. Dowiedz się, jak on wygląda.

S $-7 + 3$ **K** $3 + (-6)$ **A** $7 + (-3)$ **L** $-7 + (-3)$ **Y** $-3 + (-6)$

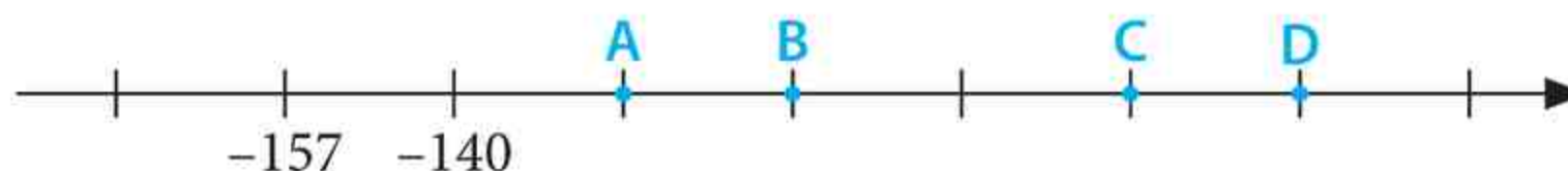
•• 5 Rozwiąż równanie.

a) $-3 + x = -1$

b) $5 + x = 0$

c) $4 + x = -2$

- 6 Jakie liczby kryją się pod literami A, B, C, D?



- 7 Oblicz. Pamiętaj, że suma liczb przeciwnych jest równa 0.

a) $-3 + 7 + (-2) + 3 + (-7)$

b) $-253 + (-179) + 179 + (-111) + 253$

c) $(-12) + (-6) + 18 + 13 + (-27) + (-13)$

•• 8 Oblicz sprytnie.

a) $-12 + 7 + (-8) + 3 + (-10)$

c) $-3 + 4 + 17 + (-15)$

b) $-3 + 7 + (-2) + (-5) + 4$

d) $-56 + 57 + (-7) + 6 + (-500)$

- 9 Przez jeden marcowy tydzień Janek notował temperaturę, którą wskazywał rano zaokienny termometr. Oblicz średnią poranną temperaturę w tym tygodniu.

| | |
|--------------|----------------------|
| poniedziałek | -2°C |
| wtorek | 1°C |
| środa | -2°C |
| czwartek | -5°C |
| piątek | 0°C |
| sobota | 5°C |
| niedziela | 10°C |

- **10** Oto zyski firmy produkującej ozdoby choinkowe w kolejnych kwartałach roku.

| Kwartał I | Kwartał II | Kwartał III | Kwartał IV |
|-----------|------------|-------------|-------------|
| -7000 zł | -15 000 zł | -40 000 zł | +362 000 zł |

Jaki zysk osiągnęła firma w ciągu roku? Ile był równy średni zysk przypadający na jeden kwartał? A ile wyniósł w tym roku średni zysk miesięczny?

- **11** Spróbuj zgadnąć, które z trzech podanych działań ma największy wynik, a które – najmniejszy. Następnie wykonaj działania i sprawdź, czy twoje przypuszczenia okazały się słuszne.

a) $|-2| + 3$, $(-2) + |3|$, $|-2 + 3|$
 b) $3 + (-4) + (-2)$, $|3 + (-4)| + (-2)$, $|3 + (-4) + (-2)|$

- **12** Oblicz sprytnie.

$$-105 + (-104) + (-103) + \dots + 98 + 99$$

- **13** W harcerskim biegu terenowym patrole otrzymały zadania do wykonania. Każde zadanie było punktowane w skali od (-5) do 5. Oblicz wynik uzyskany przez każdy patrol. O ile punktów najlepszy patrol był lepszy od najslabszego?

| Zadanie
Patrol | Samarytanka | Terenoznawstwo | Historia harcerstwa | Przyroda |
|-------------------|-------------|----------------|---------------------|----------|
| Łosie | -1 | -4 | 5 | 5 |
| Sarny | -3 | -1 | -5 | 3 |
| Kuny | 5 | 2 | -1 | 4 |
| Wiewiórki | -3 | 5 | -4 | 5 |

- **14** Konkurs składa się z 20 zadań testowych. Za złą odpowiedź uczestnik otrzymuje (-1) punkt, a za dobrą 3 punkty. Brak odpowiedzi to 0 punktów. Tomek zdobył 20 punktów, a Jacek dobrze rozwiązał $\frac{3}{4}$ wszystkich zadań, w dwóch zadaniach nie podał odpowiedzi, a w pozostałych popełnił błędy. Kto uzyskał lepszy wynik – Tomek czy Jacek? O ile punktów lepszy?



Dla dociekliwych

W niektórych konkursach z zadaniami testowymi za złą odpowiedź przyznawane są punkty ujemne, aby zniechęcić do zgadywania.

W pewnym konkursie jest 10 pytań. Uczestnik otrzymuje +4 p. za każdą dobrą odpowiedź, (-1) p. za każdą złą odpowiedź i 0 p. za brak odpowiedzi.

- 1 Jaki najwyższy i jaki najniższy wynik można osiągnąć w tym konkursie?
- 2 Czy można zakończyć konkurs z wynikiem:
a) 39 p., b) 37 p., c) 36 p., d) 35 p.?
- 3 Dwóch zawodników uzyskało po 1 punkcie, chociaż każdy rozwiązał inną liczbę zadań. Jak to możliwe?
- 4 Znajdź inną niż 1 sumę punktów, którą można uzyskać na dwa sposoby.
- 5 Czy jest suma punktów, którą można uzyskać na trzy sposoby?
- 6 Wymień wszystkie możliwe sumy punktów w takim konkursie.



Czy już umiem?

I Oblicz.

- a) $-5 + 7$ b) $5 + (-7)$ c) $-5 + (-7)$ d) $7 + (-5)$

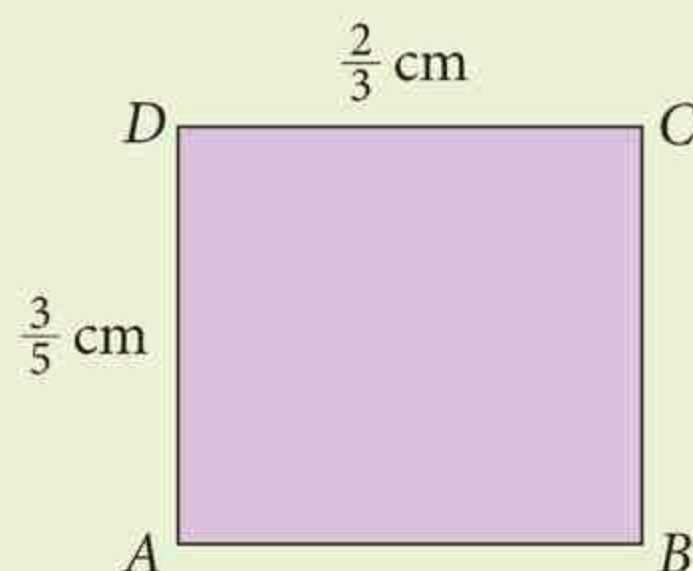
II Oblicz sprytnie.

- a) $-17 + 28 + (-5) + (-28) + 5$ b) $-17 + 23 + (-3) + 7$

III W tabeli przedstawiono punktację trzech zespołów biorących udział w konkursie przyrodniczym. Ile punktów zdobył najsłabszy zespół?

| | Zadanie 1 | Zadanie 2 | Zadanie 3 | Zadanie 4 |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Zespół I | -1 | -3 | 2 | 4 |
| Zespół II | -3 | 4 | -5 | 5 |
| Zespół III | -3 | 2 | -4 | 1 |

IV Oblicz pole i obwód prostokąta przedstawionego na rysunku.



Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

  Na dobry początek

Plus czy minus

Cztery zasady kodowania:

+ i – daje –

– i + daje –

+ i + daje +

– i – daje +

W

M

I

Ó

C

R

Ó

J

O

W

– +

– –

+ +

+ –

– +

– –

– –

– +

+ –

+ +

Pytania i polecenia

Pola na diagramie składają się z litery i dwóch znaków. Zapoznaj się z zasadami kodowania i idąc od lewej do prawej, odczytuj kolejno litery, przy których stoi znak +. Następnie, idąc od prawej do lewej, odczytuj kolejno litery, przy których stoi znak –. Otrzymasz nazwy dwóch miejscowości na Szlaku Orlich Gniazd, w których zachowały się ruiny średniowiecznych zamków.

Mnożenie

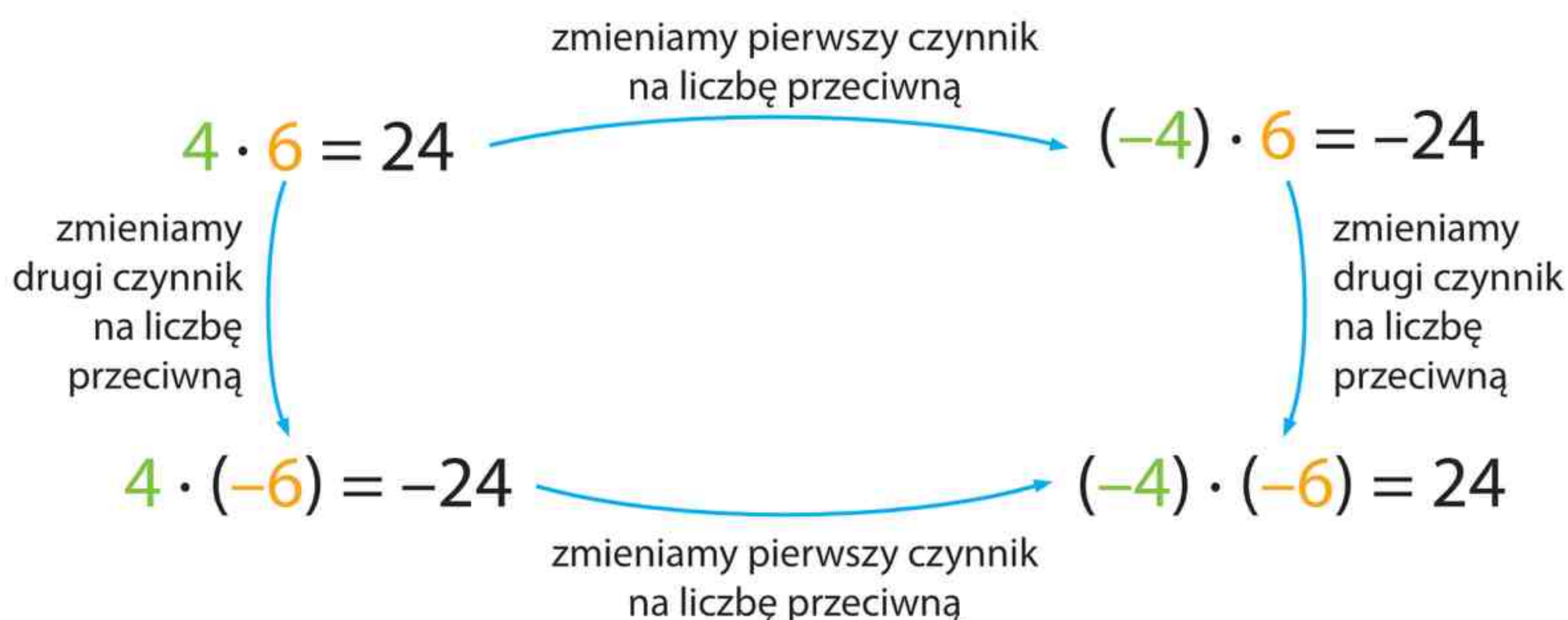
Przyjrzyj się działaniom.

- $4 \cdot 6 = 24$
- $4 \cdot (-6) = (-6) + (-6) + (-6) + (-6) = -24$
- $(-4) \cdot 6 = 6 \cdot (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -24$

A jak pomnożyć dwie liczby ujemne?

Zauważ, że jeśli jeden z czynników (wszystko jedno który!) zmieniamy na liczbę przeciwną, to wynik mnożenia też zmienia znak na przeciwny.

Zatem kiedy zamienimy na liczbę przeciwną także drugi czynnik, wynik mnożenia również zmieni się na liczbę przeciwną.



Czyli $(-4) \cdot (-6) = 24$ (wynik dodatni!)

Dzielenie

Aby wykonywać dzielenie, korzystaliśmy z tabliczki mnożenia.

$3 \cdot 5 = 15$, więc $15 : 3 = 5$ i $15 : 5 = 3$

Podobnie postępujemy z liczbami dodatnimi i ujemnymi.

- $4 \cdot (-6) = -24$, więc $(-24) : 4 = (-6)$ i $(-24) : (-6) = 4$
- $(-4) \cdot (-6) = 24$, więc $24 : (-4) = (-6)$ i $24 : (-6) = (-4)$

Zobaczmy, w jakich sytuacjach wynik mnożenia lub dzielenia jest dodatni, a w jakich – ujemny.

| Wynik dodatni | Wynik ujemny |
|--|--|
| $3 \cdot 2 = 6$
$(-3) \cdot (-2) = 6$
$20 : 4 = 5$
$(-20) : (-4) = 5$ | $3 \cdot (-2) = (-6)$
$(-3) \cdot 2 = (-6)$
$20 : (-4) = (-5)$
$(-20) : 4 = (-5)$ |
| Obie liczby w działaniu są dodatnie lub obie są ujemne. | Jedna liczba w działaniu jest dodatnia, a druga ujemna. |

Mnożenie i dzielenie dwóch liczb całkowitych

Podsumujmy poznane dotąd zasady.

Jednakowe znaki
liczb w działaniu

$$\begin{aligned} (+2) \cdot (+3) &= +6 \\ (+21) : (+3) &= +7 \\ (-2) \cdot (-3) &= +6 \\ (-21) : (-3) &= +7 \end{aligned}$$

wynik dodatni

Różne znaki
liczb w działaniu

$$\begin{aligned} (-2) \cdot (+3) &= -6 \\ (-21) : (+3) &= -7 \\ (+2) \cdot (-3) &= -6 \\ (+21) : (-3) &= -7 \end{aligned}$$

wynik ujemny

Przykład 1

poziom A

$$\begin{aligned} (-3) \cdot (-4) &= 12 \\ (-20) : (-4) &= 5 \end{aligned}$$

Mnożymy lub dzielimy dwie liczby ujemne –
wynik dodatni.

$$\begin{aligned} (-5) \cdot 7 &= -35 \\ 18 : (-3) &= -6 \end{aligned}$$

Mnożymy lub dzielimy dwie liczby o różnych
znakach – wynik ujemny.

poziom B

$$\begin{aligned} (-2) \cdot (-1) \cdot (-3) &= (+2) \cdot (-3) = -6 \\ (-100) : (-5) \cdot 3 &= (+20) \cdot 3 = 60 \end{aligned}$$

Mnożymy lub dzielimy kilka liczb –
możemy to robić po kolei.

Dobra rada

Najpierw ustal znak wyniku,
a dopiero potem obliczaj.

Plus razy minus to minus!

poziom C

$$\begin{aligned} (-7) \cdot (-6) : (-3) \cdot (-2) &= +28 \\ (-3) \cdot (-5) \cdot 2 \cdot (-7) \cdot (-3) \cdot (-1) &= -630 \end{aligned}$$

Przykład 2

Oblicz kwadrat liczby -7 , sześćcian liczby -4 i piątą potęgę liczby -2 .

Pamiętaj! Jeśli potęgujesz liczbę ujemną, to musisz ją zapisać w nawiasie!

$$(-7)^2 = (-7) \cdot (-7) = 49$$

$$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

Ćwiczenie

Oblicz:

- a) kwadrat liczby -5 ,
- b) sześćcian liczby -10 ,
- c) szóstą potęgę liczby -10 .



Zadania



1 Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

a) $(-5) \cdot (-7)$

e) $(-3) \cdot 7$

i) $(-2) \cdot (-2)$

b) $(-21) : 7$

f) $(-4) : (-2)$

j) $45 : (-9)$

c) $4 \cdot (-6)$

g) $(-1) \cdot (-5)$

k) $(-4) \cdot 8$

d) $15 : (-3)$

h) $(-6) : 2$

l) $(-56) : (-8)$

poziom B

a) $(-3) \cdot (-4) : (-6)$

e) $(-2) \cdot (-3) \cdot (-7)$

i) $(-6) : (-2) \cdot (-5)$

b) $(-1) \cdot 3 \cdot (-2)$

f) $(-4) \cdot (-9) : 2$

j) $(-5) \cdot (-6) \cdot (-9)$

c) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-16)$

g) $6 : (-6) \cdot (-9)$

k) $(-8) \cdot (-9) : 4$

d) $5 \cdot (-3) \cdot (-2)$

h) $(-8) : 2 \cdot (-5)$

l) $10 \cdot (-9) : (-5)$

poziom C

a) $(-3) \cdot (-40) : (-6) \cdot 2$

e) $(-2) \cdot 7 \cdot 2 \cdot (-5) : (-2)$

i) $(-2) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-10)$

b) $(-1) \cdot 3 \cdot (-2) : 6 \cdot (-8)$

f) $(-4) \cdot (-5) \cdot (-2) \cdot (-1)$

j) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

c) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-15) : 9$

g) $5 \cdot (-5) \cdot (-5) : (-25)$

k) $(-4) \cdot (-5) \cdot 8 : (-16)$

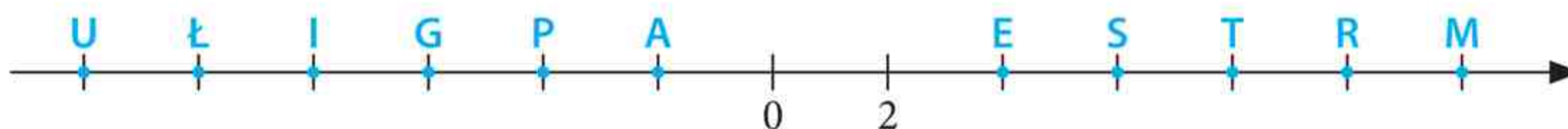
d) $5 \cdot (-7) \cdot (-4) : 2$

h) $(-9) \cdot (-4) : 6 \cdot (-2)$

l) $(-5) \cdot (-8) : (-4) \cdot 7$

I. Liczby całkowite

- **2** Oblicz. Znajdź wyniki kolejnych działań na osi liczbowej i odczytaj hasło – nazwę rzeki przepływającej przez Słupsk.



- $(-6) \cdot (-1)$
- $(-5) \cdot 2$
- $3 \cdot (-4)$
- $(-16) : 4$
- $(-2) \cdot 4$
- $20 : (-10)$



- **3** Pracujcie w parach. Przygotujcie dwa komplety kartoników z liczbami całkowitymi od -9 do 9 . Wykładacie na stół po jednym kartoniku i na zmianę podajecie iloczyn dwóch liczb zapisanych na kartonikach leżących na stole.
- **4** Pracujcie w parach. Z zestawu kartoników z liczbami od -9 do 9 losujecie dwie karty. Następnie każde z was zapisuje dowolne działanie: mnożenie, dzielenie lub dodawanie wylosowanych dwóch liczb i oblicza wynik. Wygrywa osoba, która otrzymała większy wynik. Zabawę powtarzacie kilkakrotnie.
- **5** W zabawie podobnej do tej opisanej w zadaniu 4 Kasia wylosowała liczbę 4 , a Jola (-8) . Oblicz:
 - a) sumę tych liczb,
 - b) iloczyn tych liczb,
 - c) iloraz liczby wylosowanej przez Jolę przez drugą liczbę,
 - d) średnią arytmetyczną liczb wylosowanych przez dziewczynki.
- **6** W sobotę w południe było -5°C , a w niedzielę w południe temperatura spadła jeszcze o 6 stopni. Oblicz średnią temperaturę w południe podczas tego weekendu.
- **7** Oto punkty zdobyte przez zawodników pięcioosobowej drużyny w pewnym turnieju: -1 ; 5 ; -8 ; 1 ; -2 . Ile średnio punktów zdobył jeden zawodnik?

- 8 Oto fragment mapy pogody z 20 lutego, obejmujący kraje północnej Europy: Szwecję, Danię, Norwegię i Finlandię.



- W których stolicach było w nocy zimniej niż w stolicy Norwegii?
- W którym mieście była największa różnica między temperaturą w dzień a temperaturą w nocy? Ile wynosiła ta różnica?
- Oblicz średnią temperaturę w nocy w stolicach tych państw.

- 9 Oblicz.

a) $|-5| \cdot 7$ b) $(-2) \cdot |3|$ c) $(-8) : |-2|$ d) $|-10| : 5$

- 10 Oblicz kolejne potęgi liczby (-2) , czyli $(-2)^1, (-2)^2, \dots, (-2)^{10}$. Przy obliczaniu każdego następnego wyniku możesz wykorzystać poprzedni. Które potęgi są liczbami dodatnimi, a które ujemnymi? Spróbuj wyjaśnić dlaczego.

- ... 11 Oblicz.

a) $[(-3) + (-7)] \cdot 4$ b) $[(-2) + (-5)] \cdot [(-3) + 8]$ c) $(-4) + 4 \cdot (-7)$

- ... 12 Przez tydzień codziennie mierzono temperaturę w południe. W poniedziałek, we wtorek i w środę zanotowano $+1^\circ\text{C}$, w piątek -2°C , a w sobotę i w niedzielę -3°C . Średnia temperatura z całego tygodnia wynosiła -1°C . Jaką temperaturę zanotowano w czwartek?

- 🏆 13 Trzej uczestnicy konkursu zdobyli średnio po -3 punkty. Dwaj z nich mieli taki sam wynik, a trzeci zdobył o 3 punkty więcej. Ile punktów zdobył trzeci zawodnik?



Dla dociekliwych

Zastanówmy się, na ile sposobów można otrzymać w wyniku mnożenia określoną liczbę całkowitą, np. -10 .

Zakładamy, że:

- mnożymy tylko liczby całkowite,
- nie używamy w mnożeniu liczb 1 ani -1 (zastanów się dlaczego),
- można mnożyć dwie liczby lub więcej,
- zmiany kolejności czynników nie uważamy za nowy sposób.

Przy takich założeniach liczbę -10 można otrzymać na dwa sposoby:

- $-10 = (-2) \cdot 5$
- $-10 = 2 \cdot (-5)$

- 1 Wypisz wszystkie sposoby otrzymania liczby 12 (uwaga: uwzględnij też iloczyny trzech liczb). Ile ich jest?
- 2 Na ile sposobów można otrzymać liczbę -24 ?



Czy już umiem?

I Oblicz.

a) $(-3) \cdot 7$ b) $(-5) \cdot (-6)$ c) $(-15) : (-3)$ d) $27 : (-9)$ e) $(-2)^3$

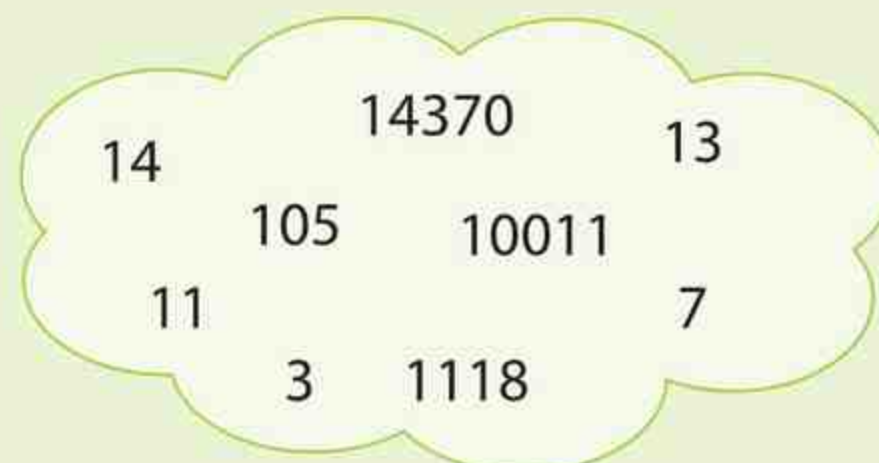
II Oblicz: $(-4) + (-6) \cdot 5$.

III Magda przez cały tydzień mierzyła w południe temperaturę powietrza (rysunek obok). Oblicz średnią temperaturę w południe w tym tygodniu.

| | |
|--------------|----------------------|
| poniedziałek | -2°C |
| wtorek | -5°C |
| środa | 0°C |
| czwartek | 1°C |
| piątek | -2°C |
| sobota | -3°C |
| niedziela | 4°C |

IV Wypisz z chmurki wszystkie liczby:

- a) pierwsze,
- b) podzielne przez 2 ,
- c) podzielne przez 5 ,
- d) podzielne przez 3 .



4

Odejmowanie liczb całkowitych



Na dobry początek

O ile więcej?

Przygotujcie dwa pionki.

- ▶ Postaw pionki przy dwóch różnych liczbach na osi poniżej.
- ▶ Druga osoba mówi, która z tych liczb jest większa i o ile.
- ▶ Następnie zamieniacie się rolami.
- ▶ Zagrajcie tak kilka razy.

Pytania i polecenia

Przypatrz się ilustracji. Przyjmijmy, że oś pokazuje, ile metrów nad albo pod powierzchnią morza jest dany obiekt. Odpowiedz na pytania.

- O ile metrów wyżej od kotwicy jest marynarz?
- Co znajduje się 14 metrów niżej niż papuga?
- O ile metrów niżej od tukana znajdują się rybki?



Można wyróżnić dwa rodzaje zadań dotyczących odejmowania.

- Zadania, które dotyczą sytuacji, kiedy coś zabieramy lub tracimy, np.:
Zosia miała 7 długopisów, ale 3 zgubiła. Ile długopisów ma teraz?
- Zadania, w których porównujemy, o ile jest czegoś więcej lub mniej, np.:
Zosia ma 7 długopisów, a Kasia 3. O ile więcej długopisów ma Zosia?

► Odejmowanie, czyli zabieranie



Podatek sprawił, że majątek każdego z rycerzy zmalał.

Rycerz pierwszy: $7 - 5 = 2$, drugi: $1 - 5 = -4$, trzeci: $-2 - 5 = -7$.

Odejmowanie liczby dodatniej to odpowiednie zmniejszanie odjemnej.



Król zmniejszył rycerzom ich długi. Majątek każdego z nich wzrósł.

Pierwszy rycerz:

$$(-7) - (-4) = (-7) + 4 = -3$$

Pierwszy rycerz miał 7 dukatów długu. Zmniejszono mu dług o 4 dukaty. Było 7 dukatów długu. Majątek wzrósł o 4 dukaty. Rycerz wciąż ma dług, ale mniejszy.

Drugi rycerz pozbył się długu: $-4 - (-4) = -4 + 4 = 0$.

Trzeci rycerz zastanawia się, czy dostanie 3 dukaty: $-1 - (-4) = -1 + 4 = 3$.

Odejmowanie liczby ujemnej to dodawanie odpowiedniej liczby dodatniej, czyli **zwiększanie odjemnej**.



Odejmowanie, czyli porównywanie

Znak wyniku odejmowania informuje, która liczba jest większa – odjemna czy odjemnik. Wynik odejmowania jest **dodatni**, jeśli odjemna jest większa, a **ujemny**, gdy odjemna jest mniejsza od odjemnika.

Przykład 1

Liczby 5 i 7 różnią się o 2.

$$7 - 5 = +2$$

Odjemna jest większa.

$$5 - 7 = -2$$

Odjemna jest mniejsza.



Liczby (-4) i (-9) różnią się o 5.

$$(-4) - (-9) = +5$$

Odjemna jest większa.

$$(-9) - (-4) = -5$$

Odjemna jest mniejsza.



Liczby (-3) i 5 różnią się o 8.

$$5 - (-3) = +8$$

Odjemna jest większa.

$$(-3) - 5 = -8$$

Odjemna jest mniejsza.



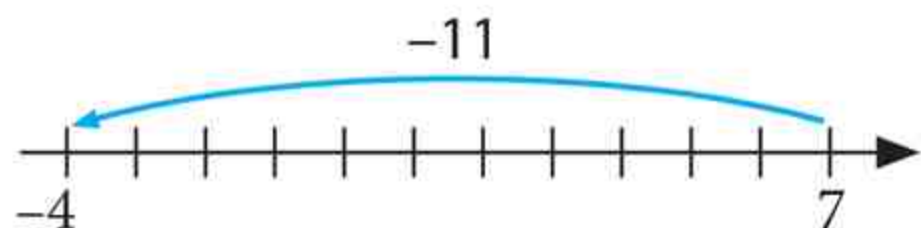
Przykład 2

poziom A

$$7 - 11 = ?$$

Sposób 1

7 trzeba zmniejszyć o 11.



$$7 - 11 = -4$$

Sposób 2

O ile różnią się liczby 7 i 11?

Która liczba jest większa – odjemna czy odjemnik?

$$7 - 11 = -4$$

Liczby różnią się o 4.

Odjemna (7) jest mniejsza, wynik będzie ujemny.

poziom B

$$(-3) - 4 = -7$$

poziom C

Odejmowanie liczby ujemnej możemy zamienić na dodawanie.

$$(-9) - (-3) = -9 + 3 = -6$$

$$(-5) - (-7) = -5 + 7 = 2$$

poziom D

Jeśli obliczasz sposobem 1, musisz się zastanowić, czy odejmujesz liczbę dodatnią czy ujemną.

$$-12 - (-3) = -12 + 3 = -9$$

$$-12 - 3 = -15$$

poziom E

$$-300 - 220 = -520$$

$$-250 - (-400) = -250 + 400 = 150$$



Zadania



1 Oblicz dowolnym sposobem. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

- | | | | |
|--------------|--------------|-------------|--------------|
| a) $4 - 7$ | d) $15 - 17$ | g) $13 - 8$ | j) $17 - 22$ |
| b) $11 - 23$ | e) $2 - 7$ | h) $14 - 9$ | k) $5 - 12$ |
| c) $3 - 7$ | f) $6 - 13$ | i) $2 - 17$ | l) $4 - 9$ |

poziom B

- | | | | |
|----------------|----------------|---------------|---------------|
| a) $(-3) - 7$ | d) $(-5) - 11$ | g) $(-3) - 3$ | j) $(-7) - 2$ |
| b) $(-1) - 12$ | e) $(-7) - 5$ | h) $(-5) - 9$ | k) $(-8) - 6$ |
| c) $(-2) - 5$ | f) $(-4) - 1$ | i) $(-6) - 5$ | l) $(-5) - 3$ |

poziom C

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|
| a) $(-5) - (-3)$ | d) $(-2) - (-17)$ | g) $(-6) - (-1)$ |
| b) $(-1) - (-15)$ | e) $(-17) - (-11)$ | h) $(-3) - (-21)$ |
| c) $(-9) - (-4)$ | f) $(-7) - (-22)$ | i) $(-7) - (-3)$ |

poziom D

- | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|
| a) $-15 - (-8)$ | d) $5 - 17$ | g) $6 - (-11)$ |
| b) $11 - 58$ | e) $-17 - (-12)$ | h) $-7 - (-13)$ |
| c) $-11 - (-7)$ | f) $5 - (-7)$ | i) $-3 - (-21)$ |

poziom E

- | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|
| a) $-150 - (-80)$ | d) $150 - (-110)$ | g) $-80 - (-170)$ |
| b) $140 - 500$ | e) $-70 - (-110)$ | h) $150 - (-90)$ |
| c) $-100 - (-770)$ | f) $-300 - (-210)$ | i) $210 - 310$ |

MISTRZ

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $17 - (-34) - 72$ | d) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ |
| b) $-5 - (-3) - 18 - (-2)$ | e) $-1000 - (-200) - 300 - (-168)$ |
| c) $-\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2})$ | f) $-400 - (-32) + (-350) - (-100)$ |

- 2** W południe zanotowano temperaturę 2°C . Oblicz, jaka temperatura była wieczorem, jeśli wiadomo, że od południa spadała:
a) o 3 stopnie, b) o 2 stopnie, c) o 7 stopni, d) o 5 stopni.
- 3** Od południa do wieczora temperatura obniżyła się o 5°C . Oblicz temperaturę wieczorną, jeśli wiadomo, że w południe było:
a) 7°C , b) 5°C , c) 2°C , d) 0°C , e) -2°C , f) -9°C .

I. Liczby całkowite

- **4** W poniedziałek rano stan konta pana Mariana wynosił 0 zł. Oto lista operacji wykonanych na koncie w ciągu tygodnia. Podaj stan konta po każdej z tych operacji.

| | | |
|--------------|------------------|----------|
| Poniedziałek | wpłata | 1400 zł |
| Wtorek | wypłata | -500 zł |
| Środa | wypłata bankomat | -1100 zł |
| Czwartek | płatność kartą | -50 zł |
| Piątek | płatność kartą | -300 zł |

- **5** Oblicz. Ustaw wyniki w kolejności od najmniejszego do największego i odczytaj hasło – imię bohatera „Quo vadis” (czytaj: kwo wadis), powieści Henryka Sienkiewicza, laureata Nagrody Nobla w 1905 r.

J $5 - 6$ **U** $(-7) - (-7)$ **I** $-1 - 3$ **C** $-5 - (-3)$ **W** $-2 - 5$
Z $-3 - (-10)$ **I** $2 - 8$ **N** $-7 - (-2)$ **S** $2 - (-3)$

- **6** Rozwiąż równanie.

a) $-3 - a = -5$ b) $-3 - b = -1$ c) $-3 - c = 1$ d) $-3 - d = 5$

- **7** Oblicz. Sprawdź, czy każdy wynik wystąpił dwa razy.

$5 - 6$, $(-3) - (-2) - (-5)$, $6 + (-6)$, $(-2) - (-5) - 1$, $(-3) - 2 - (-4)$
 $(-2) + 3 + (-3) + 2$, $(-2) - 1$, $(-5) + (-2) - (-4)$, $(-5) + 7$, $-2 - (-6)$

- **8** Oblicz. Ile jest różnych wyników?

$(-4) + 7$ $(-4) - (-7)$ $4 + (-7)$ $4 - 7$
 $(-4) - 7$ $(-4) + (-7)$ $4 - (-7)$ $7 - (-4)$

- **9** Napisz przykładowe działania pasujące do podanych schematów.

- liczba ujemna – liczba ujemna = liczba dodatnia
- liczba ujemna – liczba ujemna = liczba ujemna
- liczba dodatnia – liczba dodatnia = liczba ujemna
- liczba dodatnia – liczba dodatnia = liczba dodatnia

- **10** Wykorzystaj wyniki działań podanych w chmurce i oblicz.

- a) $70\,041 + (-60\,608)$ e) $-70\,041 - 60\,608$
b) $-70\,041 - (-60\,608)$ f) $60\,608 - 70\,041$
c) $-70\,041 + (-60\,608)$ g) $-60\,608 - 70\,041$
d) $70\,041 - (-60\,608)$ h) $60\,608 - (-70\,041)$

$70\,041 - 60\,608 = 9433$

$70\,041 + 60\,608 = 130\,649$



Dla dociekliwych

Skrót p.n.e. odczytujemy „przed naszą erą” i stosujemy do oznaczania lat przed narodzeniem Chrystusa. Możemy napisać „rok -300 ” lub „rok 300 p.n.e.”. W naszej rachubie czasu nie ma roku zerowego. Jest rok -1 , a zaraz po nim następuje pierwszy rok naszej ery. Musimy o tym pamiętać przy obliczaniu, ile lat trwało wydarzenie na przełomie er. Zastanów się, jakie działanie trzeba wtedy wykonać.

- 1 Oblicz, ile lat upłynęło. Zrób to dwoma sposobami: posługując się działaniem i „na piechotę”.
 - a) od początku roku -1 do początku roku 2,
 - b) od 15 marca 3 roku p.n.e. do 15 marca 4 roku n.e.,
 - c) od 1 czerwca 4 roku p.n.e. do 1 czerwca 3 roku p.n.e.
- 2 Oblicz, ile lat żył, i napisz, w którym wieku żył:
 - a) Aleksander Macedoński (-356 ; -323), król Macedonii, założyciel Aleksandrii (miasta w Egipcie u ujścia Nilu), jeden z najwybitniejszych wodzów w historii ludzkości,
 - b) Archimedes (-287 ; -212), wybitny fizyk i matematyk,
 - c) Horacy (-65 ; -8), rzymski poeta,
 - d) Oktawian August (-63 ; 14), pierwszy cesarz rzymski.



Czy już umiem?

- I W środę w południe temperatura wynosiła 2°C , w czwartek spadła o 7 stopni, a w piątek spadła o kolejne 2 stopnie. Podaj temperaturę z czwartku i piątku.
- II Oblicz.

| | | | |
|------------------|---------------|------------|---------------|
| a) $(-3) - (-2)$ | b) $(-3) - 8$ | c) $5 - 9$ | d) $2 - (-4)$ |
|------------------|---------------|------------|---------------|
- III Wykorzystaj wyniki działań podanych w ramce i oblicz.

| | | |
|-----------------------|-----------------------|--|
| a) $(-374) - (-2572)$ | c) $(-374) + 2572$ | $2572 + 374 = 2946$
$2572 - 374 = 2198$ |
| b) $(-374) - 2572$ | d) $(-374) + (-2572)$ | |
- IV W trójkącie równoramiennym jeden z kątów ma 20° . Oblicz pozostałe kąty tego trójkąta. Rozpatrz dwa przypadki.

Własności działań na liczbach całkowitych



Na dobry początek

Mało, mniej, najmniej

Przygotujcie zestaw kartoników z liczbami od -9 do 9 .

- ▶ Niech każdy z was wylosuje po dwa kartoniki i dobierze takie działanie, aby po jego wykonaniu wynik był jak najmniejszy.
- ▶ Wygrywa ten, kto otrzyma mniejszy wynik.

Najmniejszy
wynik

Największy
wynik

Liczba najbliższa
zeru



Pytania i polecenia

Aby otworzyć drzwi, należy włożyć do zamków klucze w takiej kolejności, aby został spełniony warunek podany nad drzwiami. Za każdym razem wybieramy trzy klucze spośród oznakowanych cyfrą 9, cyfrą 3 i czterema działaniami: dodawaniem, odejmowaniem, dzieleniem i mnożeniem. Wymień klucze, które są potrzebne do otwarcia poszczególnych drzwi.

Zamiana odejmowania na dodawanie

Pamiętamy, że odejmowanie liczby ujemnej można zastąpić dodawaniem odpowiedniej liczby dodatniej.

$$(-7) - (-3) = (-7) + 3 = -4$$

Podobnie można postąpić z odejmowaniem liczby dodatniej.

$$2 - 3 = 2 + (-3) = -1$$

Zapamiętaj

Odejmowanie możemy zastąpić dodawaniem liczby przeciwnej.

- $2 - (-7) = 9$ i $2 + 7 = 9$
- $2 - 7 = -5$ i $2 + (-7) = -5$
- $(-2) - (-7) = 5$ i $(-2) + 7 = 5$
- $(-2) - 7 = -9$ i $(-2) + (-7) = -9$

Przeciwny wynik w odejmowaniu

Co się stanie, gdy zamienimy miejscami odjemną i odjemnik?

- $7 - 2 = 5$ $2 - 7 = -5$
- $7 - (-3) = 10$ $(-3) - 7 = -10$
- $(-2) - (-5) = 3$ $(-5) - (-2) = -3$

Odejmowane liczby różnią się nadal o tyle samo. W działaniach w lewej kolumnie pierwsza liczba (odjemna) jest większa, więc wynik jest dodatni. W działaniach w prawej kolumnie jest odwrotnie, więc wynik jest ujemny.

Zapamiętaj

Jeśli w odejmowaniu zamienimy miejscami odjemną i odjemnik, otrzymamy wynik przeciwny (czyli ze zmienionym znakiem).

Dzielenie i kreska ułamkowa

Znak dzielenia można zastąpić kreską ułamkową.

- $15 : (-5) = \frac{15}{-5} = (-15) : 5 = \frac{-15}{5} = -3$
- $(-12) : (-4) = \frac{-12}{-4} = 12 : 4 = 3$

► Zmiana kolejności liczb w działaniu

Rozwiążmy zadanie.

W magazynie było 15 książek, dostawca dowiózł jeszcze 7, a księgarz zabrał 5. Ile książek jest teraz w magazynie?

$$15 + 7 - 5 = 17$$

Odp. W magazynie jest teraz 17 książek.

Taki sam wynik otrzymamy, gdy zmienimy kolejność wykonywanych działań:

$$15 - 5 + 7 = 17$$

Łatwo to wyjaśnić – gdyby dostawca i księgarz pojawili się w odwrotnej kolejności, ostateczny efekt byłby taki sam.

$$\text{Zatem } 15 + 7 - 5 = 15 - 5 + 7$$

Zauważ, że nie przestawiamy samych liczb, tylko liczby ze znakiem. Księgarz może przyjść wcześniej lub później, ale zawsze zabiera 5 książek, więc w wyrażeniu musi wystąpić (-5) .

Dobra rada

Kiedy zmieniasz kolejność dodawania lub odejmowania liczb całkowitych, pamiętaj, że liczbę należy przestawiać razem ze znakiem, który stoi przed nią. Jeśli na początku nie ma znaku, to razem z taką liczbą przestawiamy znak +.

Nie da się przestawić samej trójki, minus jest przylepiony!

$$4 + (-5) - 3$$



Zmiana kolejności liczb często ułatwia obliczenia.

- $76 - 228 - 56 = 76 - 56 - 228 = 20 - 228 = -208$
- $2 - 7 + (-4) - 2 + 17 = 2 - 2 + 17 - 7 + (-4) = 0 + 10 + (-4) = 6$

Wiele dodawań i odejmowań

W kolejnych latach nauki często będziesz dodawać i odejmować wiele liczb o różnych znakach. Takie działania można wykonać wieloma sposobami. Warto je znać, a przed rozpoczęciem pracy zastanowić się, który sposób będzie najwygodniejszy.

Przykład 1

Oblicz.

$$(-2) + 7 - 6 + (-4) + 2 - (-3) - (-8) - 7$$

Sposób 1

Wykonujemy kolejne działania.

$$\begin{aligned} & (-2) + 7 - 6 + (-4) + 2 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = 5 - 6 + (-4) + 2 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = -1 + (-4) + 2 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = -5 + 2 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = -3 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = 0 - (-8) - 7 = \\ & = 8 - 7 = 1 \end{aligned}$$

Sposób 2

Zamieniamy wyrażenie na sumę.

$$\begin{aligned} & (-2) + 7 - 6 + (-4) + 2 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = (-2) + 7 + (-6) + (-4) + 2 + 3 + 8 + (-7) = \\ & = (-6) + (-4) + 3 + 8 = \\ & = (-10) + 11 = 1 \end{aligned}$$

Sposób 3

Zapisujemy wyrażenie bez użycia nawiasów, wykorzystując własności dodawania i odejmowania.

$$\begin{aligned} & (-2) + 7 - 6 + (-4) + 2 - (-3) - (-8) - 7 = \\ & = -2 + 7 - 6 - 4 + 2 + 3 + 8 - 7 = \\ & = -6 - 4 + 3 + 8 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 - 2 &= 7 + (-2) \\ 7 - (-5) &= 7 + 5 \end{aligned}$$

Odejmowanie zastępujemy dodawaniem liczby przeciwnej.

Dodajemy najpierw liczby przeciwne (ich suma wynosi 0).

Osobno dodajemy liczby ujemne, osobno liczby dodatnie.

$$\begin{aligned} 7 + (-2) &= 7 - 2 \\ 7 - (-5) &= 7 + 5 \end{aligned}$$

Wykreślamy -2 i $+2$ oraz $+7$ i -7 (jeśli w dowolnym momencie dodamy 2, a w innym momencie odejmiemy 2, to nie wpłynie to na wynik).

Kolejność wykonywania działań

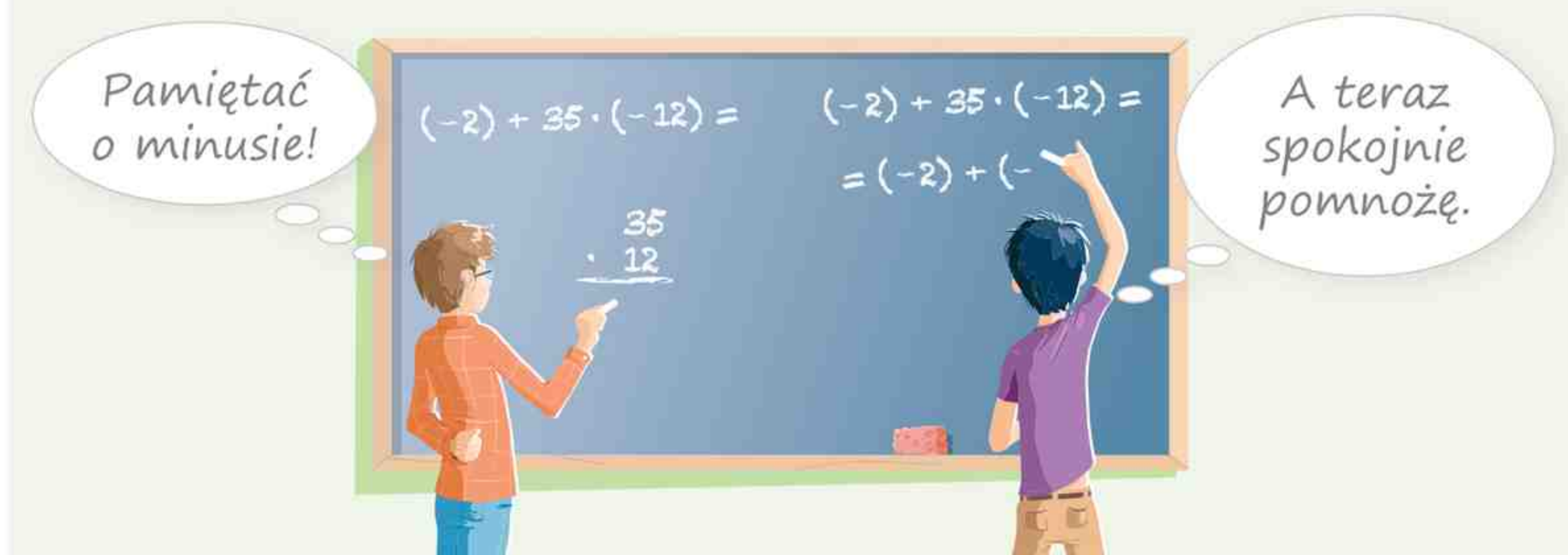
Dobrze znane reguły dotyczące kolejności wykonywania działań obowiązują nie tylko w działaniach na liczbach dodatnich, lecz także w działaniach na liczbach ujemnych.

Szczególną uwagę należy zwrócić na potęgowanie.

- $(-3)^2 = 9$, bo $(-3) \cdot (-3) = 9$
- $-3^2 = -9$, bo $-(3 \cdot 3) = -9$

Dobra rada

Najczęstszy błąd przy rozwiązywaniu bardziej skomplikowanych przykładów to zapominanie o znakach. Dlatego zapisuj znak, zanim zaczniesz obliczać wynik.



Przykład 2

poziom A

$$(-5) - 7 \cdot (-4) =$$

$$= -5 - (-28) = 23$$

Najpierw wykonujemy mnożenie.

poziom B

W dłuższych przykładach często można wykonywać kilka działań jednocześnie.

$$(-4) \cdot 3 + (-12) : 4 =$$

$$= -12 + (-3) =$$

$$= -15$$

Najpierw mnożenie, potem dzielenie, na końcu dodawanie. W tym przykładzie mnożenie i dzielenie można wykonać jednocześnie.

poziom C

Bezpiecznie jest zapisywać kolejne obliczenia w osobnych liniijkach, zwłaszcza jeśli przykład jest długi.

$$(-15) : 3 \cdot 2 - (7 - 12) =$$

$$= (-5) \cdot 2 - (-5) =$$

$$= (-10) + 5 = -5$$



Zadania



1 Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz dwa kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| a) $(-3) - (-5) \cdot (-7)$ | d) $15 - (-3) + (-20)$ | g) $(-4) - (-1) \cdot (-5)$ |
| b) $(-45) : [7 - (-2)]$ | e) $(-2) \cdot (-7 - 4)$ | h) $(-6) : [2 - (-1)]$ |
| c) $(-2) + 4 \cdot (-6)$ | f) $(-4) : (-2) + 2$ | i) $(-2) \cdot (-2) + (-2)$ |

poziom B

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| a) $(-4) - (-1) \cdot (-4) : (-2)$ | d) $(-4) \cdot (-1) - 15 : 3$ | g) $(-9) - 18 : (-2) + 2$ |
| b) $(-21) : 7 - (-1) \cdot (-5)$ | e) $(-3) \cdot 7 - (-14) : 7$ | h) $(-6) : 2 \cdot (-2) + 2$ |
| c) $(-2) - 4 : 4 \cdot (-6)$ | f) $5 + (-5) + (-3)^2$ | i) $(-2) \cdot (-2) + 2 \cdot (-2)$ |

poziom C

- | | |
|--|--|
| a) $(-4) \cdot 2 - (-4) + (-2) \cdot 5$ | d) $(-4) \cdot 7 - (-2) + 2 \cdot (-14) : 7$ |
| b) $(-2) - 7 - (-1) \cdot (-5) + (-2)$ | e) $(-5) - 3 \cdot (-2)^3 : (-4) + 4$ |
| c) $(-2) \cdot [4 : (-4) - (-1)] \cdot (-6)$ | f) $(-9) - 18 : (-9) + 9 : (-3)$ |

MISTRZ

- | |
|--|
| a) $(-400) : 2 + (-2000) : 500 \cdot (-2) - [7 - (-1) \cdot (-5) + (-2)]$ |
| b) $[-400 \cdot 120 - (-400) \cdot (-100)] \cdot [-5 - (-5)] \cdot [7 + (-33)]$ |
| c) $(-5) \cdot (-1) - 5 \cdot (-2) - (-5) \cdot (-3) - 5 \cdot (-4) - (-5) \cdot (-5)$ |

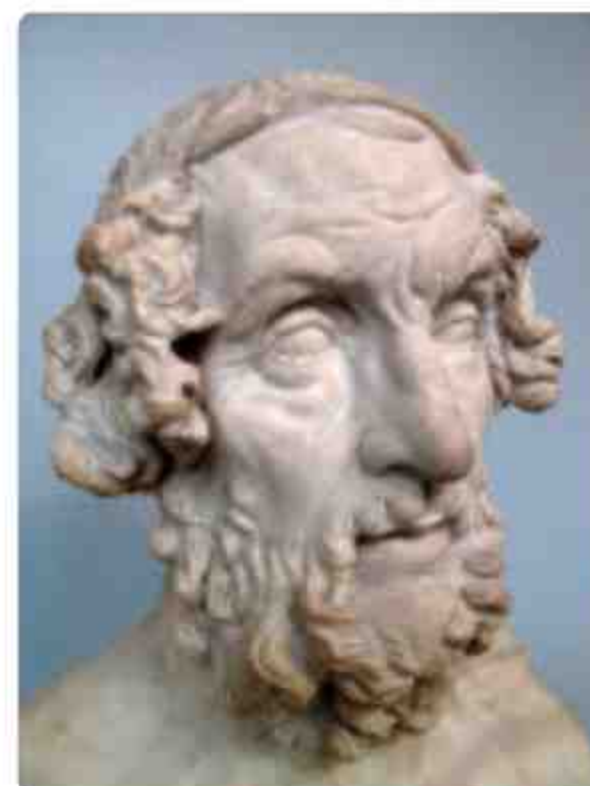
- 2** Pracujcie w parach. Przygotujcie kartoniki z liczbami od -9 do 9 . Wylosujcie dwie liczby. Każde z was oblicza i zapisuje wyniki czterech działań na tych liczbach: sumę, iloczyn i dwie różnice (od pierwszej liczby odejmujecie drugą i odwrotnie). Sprawdzacie, czy otrzymaliście jednakowe wyniki.

- 3** Oblicz sprytnie.

a) $56 - 225 - 156 + 0$ b) $(-5) - 137 - 31 + 237$ c) $[(-15) \cdot 12 - 283] \cdot 0$

- 4** Dla każdego działania z pierwszej kolumny znajdź w drugiej kolumnie działanie, które ma taki sam wynik, i zapisz odpowiadającą mu literę. Odczytaj hasło. **Uwaga.** Możesz nie obliczać wyników.

| | |
|---------------------|--------------------------|
| $14 - 25$ | M $25 + (-14)$ |
| $(-14) - 25$ | E $14 + 25$ |
| $(-14) - (-25)$ | R $14 \cdot 25$ |
| $25 - (-14)$ | O $(-14) + (-25)$ |
| $(-14) \cdot (-25)$ | H $14 + (-25)$ |



- **5** Dla każdego działania z pierwszej kolumny znajdź w drugiej kolumnie działanie, które ma taki sam wynik, i zapisz odpowiadającą mu literę. Odczytaj hasło. **Uwaga.** Możesz nie obliczać wyników.

| | |
|--------------|-----------------------|
| $7 - 5 + 2$ | D $-2 + 7 + 5$ |
| $-7 + 5 + 2$ | A $-2 + 7 - 5$ |
| $-7 - 5 + 2$ | L $2 - 7 + 5$ |
| $7 - 5 - 2$ | I $2 + 7 - 5$ |
| $7 + 5 - 2$ | A $-2 - 7 - 5$ |
| $-7 - 5 - 2$ | I $2 - 7 - 5$ |



- **6** Nie wykonując obliczeń, wybierz po kolei te działania, które mają wynik dodatni. Odpowiadające im litery utworzą hasło. Dowiedz się, co ono oznacza.

- A** $(-3) \cdot (-4) : 5 \cdot (-2) \cdot (-4)$
C $(-4) : (-2) : 2 \cdot (-5) \cdot (-6) : (-4) \cdot (-2)$
H $(-2) : 4 \cdot (-6) \cdot (-3) : 5 \cdot (-1) : 4$
T $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot 0$
E $(-5) : (-5) \cdot (-5) : (-5) \cdot (-5) : (-5) \cdot (-5)$
N $(-3) \cdot (-5) \cdot 4 \cdot (-7) \cdot 3 \cdot 2$
K $10 : (-5) : 2$
A $(-3) \cdot 3 : (-3) \cdot 4 : (-4) \cdot 5 : (-5) \cdot 6$
J $(-1) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-5) \cdot 6 \cdot (-7) \cdot 8 \cdot (-9) \cdot 10 \cdot (-11)$
A $(-4) : (-10)$
K $(-3) \cdot (-4) \cdot (-5)$

- **7** Firma „Krzak” ma dwa oddziały. W tabeli podano dochody (w tysiącach złotych) uzyskane przez oddziały w kolejnych kwartałach.

| | Kwartał I | Kwartał II | Kwartał III | Kwartał IV |
|------------|-----------|------------|-------------|------------|
| Oddział I | -300 | 100 | 1200 | 2000 |
| Oddział II | 200 | -500 | -700 | 800 |

Oblicz:

- roczny dochód każdego oddziału,
- roczny dochód firmy,
- średni kwartalny dochód każdego oddziału,
- średni kwartalny dochód firmy.

... 8 Oblicz.

a) $(-5)^3$

b) $(-1)^5$

c) $(-11)^2$

d) -1^6

e) -7^2

... 9 Oblicz.

a) $|2 - 3| \cdot 5$

c) $4 + 2 : |7 - 8|$

b) $|6 + (-8)| + 3$

d) $2 \cdot |5 - 3| : |2 - 4|$

 10 Oblicz.

a) $4 : (-8) + 6$

c) $(-2) : (-3) + (-3) : (-4)$

e) $-8 + \left(-17\frac{4}{5}\right) + 5$

b) $9\frac{1}{2} - (-7) : 14$

d) $4,5 : [(-9) : (-10)]$

f) $\left(-1\frac{2}{5}\right) : 2,1 + \left(-\frac{1}{3}\right)$



Dla dociekliwych

1 Ile jest liczb x , które spełniają podane równanie? Wymień je.

a) $|x| = 2$

b) $|x| = 0$

c) $|x| = -2$

2 Każde z podanych równań ma dwa rozwiązania. Podaj oba.

a) $|x - 1| = 1$

b) $|x + 1| = 3$



Czy już umiem?

I Oblicz.

$$(-3) - (-7) \cdot (-2) - (-6)$$

II Które działanie ma taki sam wynik jak działanie: $-17 - (-24)$?

A. $24 + 17$

B. $24 - 17$

C. $-24 + 17$

D. $-24 - 17$

III Które z podanych działań mają wynik dodatni?

A. $(-4)^6$

C. $(-5) : (-8)$

B. $(-3) \cdot (-7) : (-2) \cdot (-5)$

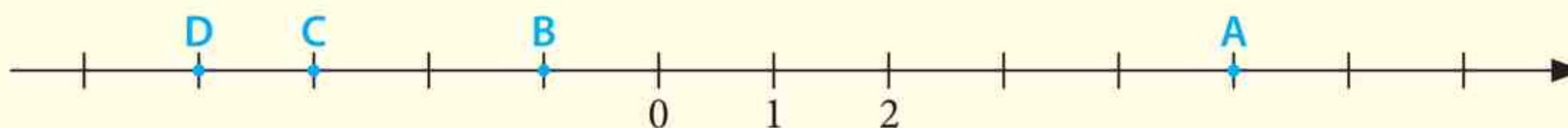
D. $-17 - (-24)$

IV Ułamki niewłaściwe zamień na liczby mieszane, a liczby mieszane – na ułamki niewłaściwe.

$$\frac{5}{2}, 2\frac{1}{3}, \frac{27}{4}, 3\frac{2}{7}, \frac{7283}{1000}$$

Powtórzenie przed klasówką

1 Jakie liczby odpowiadają literom A, B, C, D?



2 Oblicz.

a) $-7 + 3$

c) $2 + (-5)$

e) $(-12) : 4$

b) $-9 + (-4)$

d) $(-2) \cdot (-7)$

f) $(-15) : (-5)$

3 Przepisz, wstawiając w miejsce ? znak $<$ lub $>$.

a) $-3 ? 7$

b) $-2 ? -5$

c) $1200 ? -124$

d) $-300 ? -210$

4 Podaj liczbę przeciwną do danej.

a) 7

b) -5

c) 0

5 Oblicz.

a) $(-7) + (-5) \cdot 3$

b) $(-2) + (-10) : (-2)$

c) $(-13) + (-2) + 13$

6 W których miastach temperatura w dzień i temperatura w nocy różnią się o 8°C ?



7 Oblicz.

a) $17 - 23$

b) $-13 - 10$

c) $-2 - (-5)$

8 Zapisz liczby w kolejności rosnącej. Wstaw odpowiednie znaki.

a) $-8, 5, -10$

b) $-10, -100, -1000$

9 Określ znak wyniku.

a) $(-5) \cdot (-3) : (-10) \cdot (-2)$

c) $(-8) \cdot 2 \cdot (-16) : (-4) \cdot 5 \cdot (-10)$

b) $(-6) : 2 \cdot (-5) \cdot (-2)$

d) $(-2)^3 \cdot (-3)^2$

10 Oblicz.

a) $(-10) \cdot 7 \cdot (-5)$

d) $|-37|$

b) $(-8) : (-2) \cdot 3 : (-6)$

e) $|7 - 9|$

c) $[(-7) - (-3) + (-2) \cdot (-4)] \cdot (-2)$

f) $|-5 + (-2)|$

11 Na podstawie danych z tabeli oblicz średnią temperaturę w nocy (w $^{\circ}\text{C}$).

| | Pon. | Wt. | Śr. | Czw. | Pt. | Sob. | Niedz. |
|-------|------|-----|-----|------|-----|------|--------|
| Dzień | 3 | 5 | 2 | 0 | -1 | -3 | 0 |
| Noc | -5 | -4 | -4 | -6 | -7 | -9 | -7 |

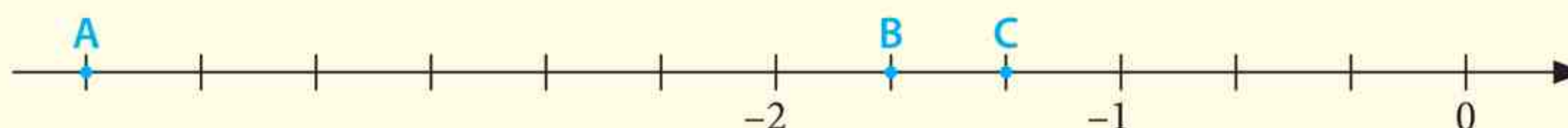
12 Przepisz, wstawiając w miejsce ? znak $<$, $>$ lub $=$.

a) $-3\frac{1}{5} ? -\frac{16}{5}$

b) $-3\frac{2}{5} ? -4\frac{3}{5}$

c) $-2\frac{1}{3} ? -2\frac{2}{3}$

13 Jakie liczby odpowiadają literom A, B, C?



14 Oblicz.

a) $(-2)^5$

b) $(-3)^3$

c) $(-1)^7$

d) $(-9)^2$

15 Oblicz.

a) $[(-18) : |-6| \cdot 7 + |-27| : (-3)] : (-11 - |-4|)$

b) $(-8) \cdot 6 \cdot (-3) + (-10) + (-3) \cdot 2 : (-3)$

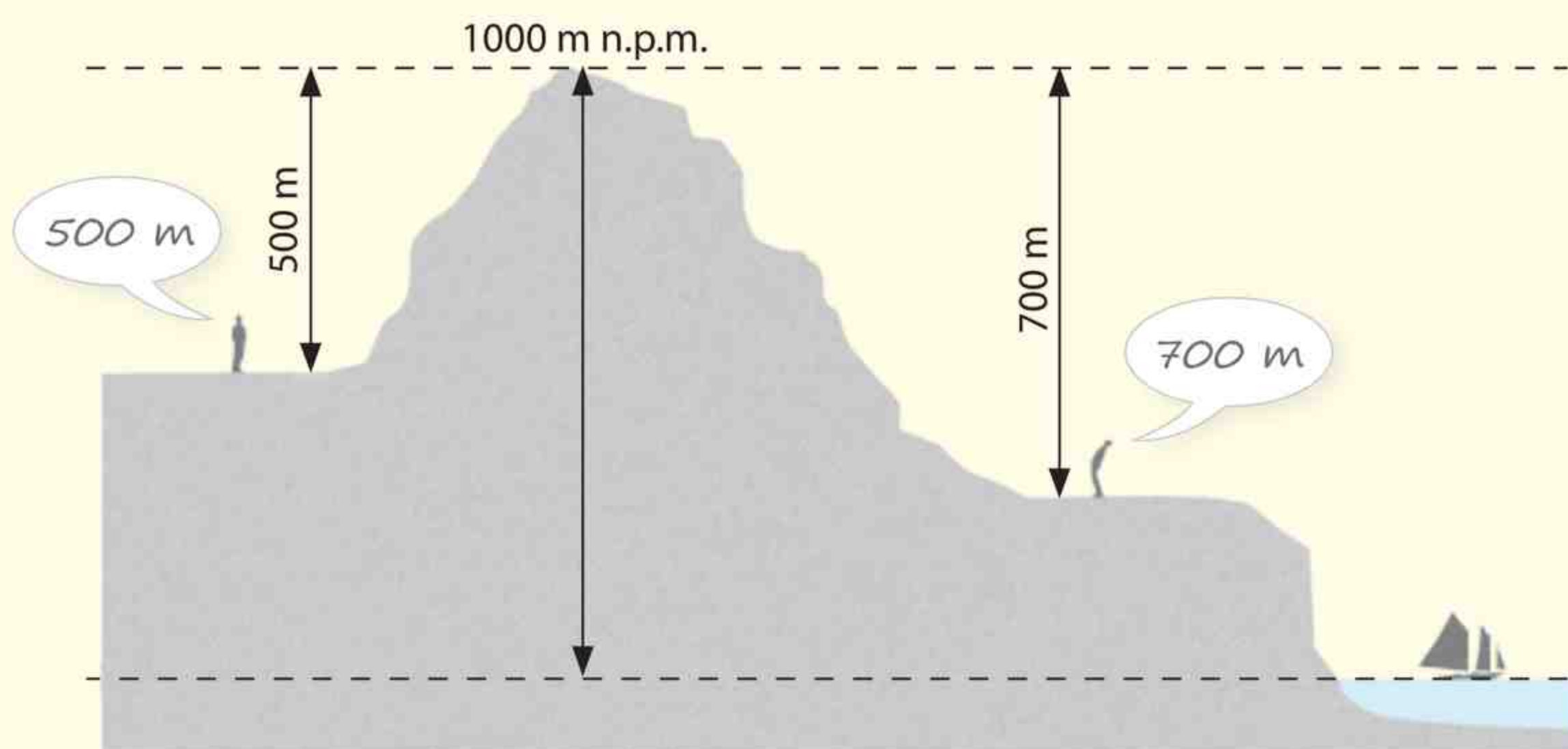
c) $(-6) : (-2) \cdot 4 : (-3) - [(-5) - 5 + (-7) \cdot (-2)] \cdot (-4)$

d) $6 : |-3| + 12 : |4 - 2|$

Zadania na temat...

Najwyższe i najniższe

Gdy widzimy górę, jej wysokość oceniamy względem jej podnóża. Tak mierzona wysokość nazywamy **wysokością względną**. Wysokość względna góry zależy więc od tego, z której strony patrzymy na tę górę – za każdym razem może być trochę inna. Żeby móc jednoznacznie określić wysokość góry i żeby móc porównywać wysokości różnych gór, stosuje się tzw. **wysokość bezwzględną**, czyli mierzoną od poziomu morza. Właśnie tak mierzone wysokości podaje się na mapach.



Najwyższym szczytem na świecie jest Mount Everest (w języku tybetańskim: Czumolungma, po nepalsku: Sagarmatha). Ma on 8850 m n.p.m. (metrów nad poziomem morza).

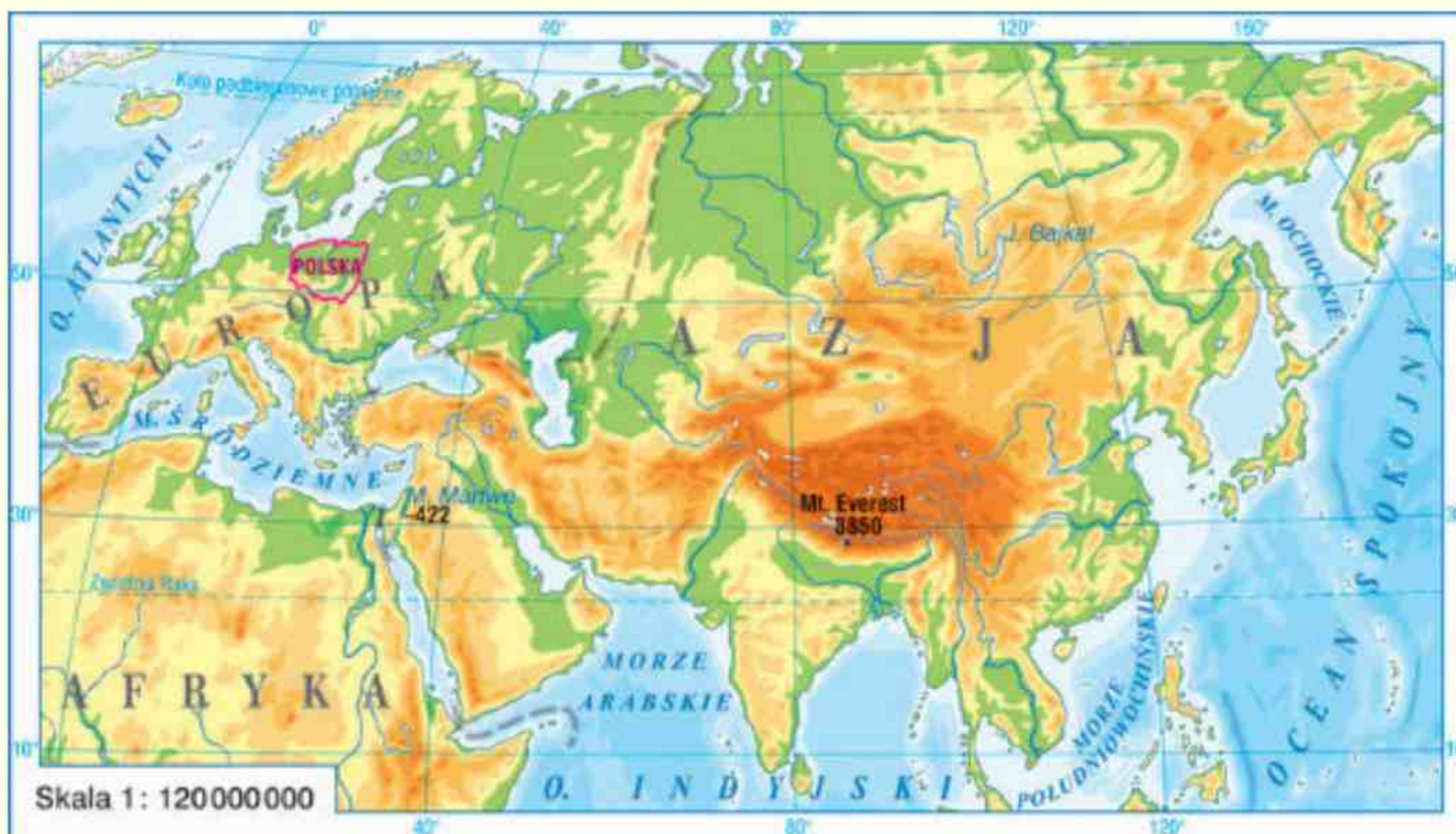


Mount Everest

Najwyższy punkt naszego kraju znajduje się na wysokości 2499 m n.p.m. na Rysach. Ta góra ma kilka wierzchołków. Jej najwyższy szczyt, wyższy od polskiego o 4 m, znajduje się na Słowacji.



Rysy



Można by sądzić, że najniższa możliwa wysokość to 0 m n.p.m. Okazuje się jednak, że są miejsca położone jeszcze niżej – poniżej poziomu morza. Takie obszary lądu noszą nazwę **depresji**. W Polsce najniższy punkt (na Żuławach, w pobliżu ujścia Wisły) znajduje się około 2 m poniżej poziomu morza, co możemy także zapisać jako wysokość (−2) m n.p.m. Jednak znacznie niżej, na wysokości (−422) m n.p.m., znajduje się powierzchnia Morza Martwego (wbrew nazwie jest ono jeziorem, a nie morzem).

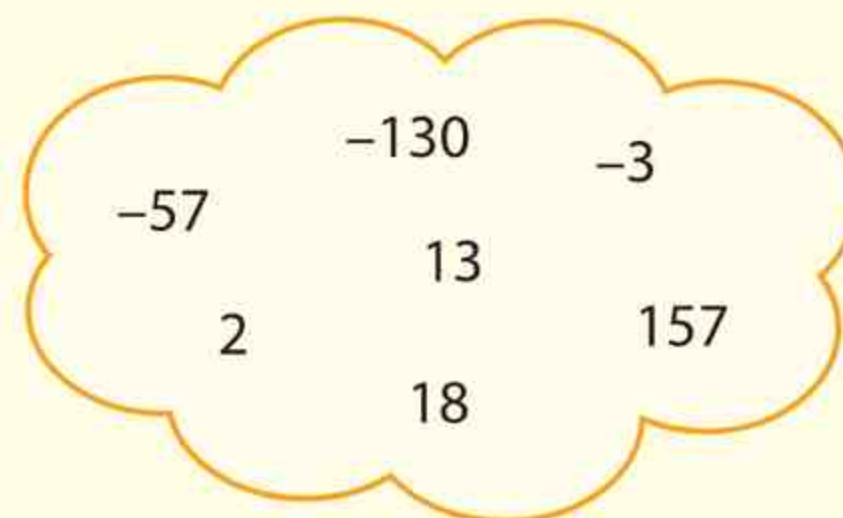


Morze Martwe

- 1 Wyjaśnij pojęcia: *wysokość względna, wysokość bezwzględna, depresja*.
- 2 Jaka jest różnica poziomów między wierzchołkiem Mount Everestu a powierzchnią Morza Martwego?
- 3 Jaka jest różnica poziomów między najwyżej a najniżej położonym miejscem w Polsce?
- 4 Jaka jest wysokość bezwzględna Rysów po słowackiej stronie granicy?
- 5 Na jednym ze wzgórz otaczających Morze Martwe ustawiono tabliczkę z kreską oznaczającą poziom morza. Na jakiej wysokości nad powierzchnią Morza Martwego znajduje się ta kreska?
- 6 Najniżej położony punkt dna Morza Martwego znajduje się na wysokości (–786) m n.p.m. Jaka jest głębokość Morza Martwego?
- 7 Powierzchnia polskiego jeziora Morzycko znajduje się na wysokości 52 m n.p.m. Głębokość jeziora wynosi 60 m. Na jakiej wysokości nad poziomem morza leży najniższy punkt dna tego jeziora?
- 8 Najgłębszym jeziorem na świecie jest Bajkał w Rosji. Ma on 1,62 km głębokości. Najniższy punkt dna Bajkału leży na wysokości (–1165) m n.p.m. Na jakiej wysokości nad poziomem morza znajduje się powierzchnia tego jeziora?

Zadania na deser

- 1 Dodaj sprytnie wszystkie liczby z chmurki.



- 2 Spójrz na przykładową ilustrację dodawania liczb dodatnich i ujemnych.



$$5 + 1 + (-3) = 2 + 1$$



- Sprawdź, czy równość zapisana pod lewym rysunkiem jest prawdziwa.
- Zapisz równość opisującą sytuację przedstawioną na prawym rysunku. Sprawdź, czy jest ona prawdziwa.
- Wykonaj podobny rysunek: rozmieść na szalkach wagi odważniki 2, 3, 4, 5 oraz baloniki 1, 1, 2 tak, aby waga była w równowadze.

- 3 Rozwiąż zadanie żart.

- Paczka kawy bezkofeinowej kosztuje 19 zł, a taka sama paczka kawy zwykłej (z kofeiną) 18 zł. Ile kosztuje kofeina?
- Pan Stanisław kupił działkę ze spalonym domem za 300 tys. zł. Rozebrał dom i sprzedał działkę za 350 tys. zł. Ile był wart spalony dom?

- 4 Oblicz.

a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6$

b) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$

c) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 100$

d) $2 - 3 + 4 - \dots + 100$

5 Oblicz.

a) $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)$

c) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \frac{7}{9}$

e) $\frac{5}{7} : \left(-\frac{3}{7}\right)$

b) $4\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$

d) $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{9}{16}\right)$

f) $\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{9}{20}\right)$

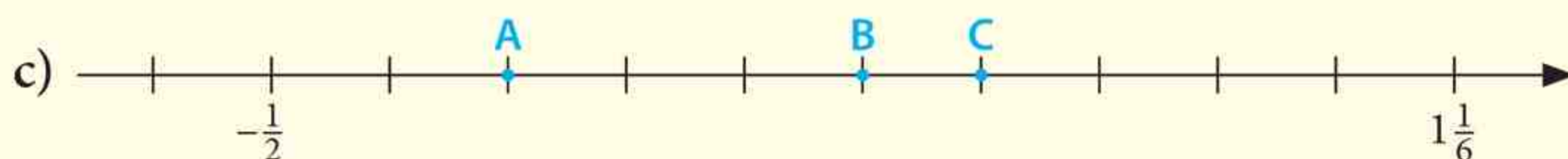
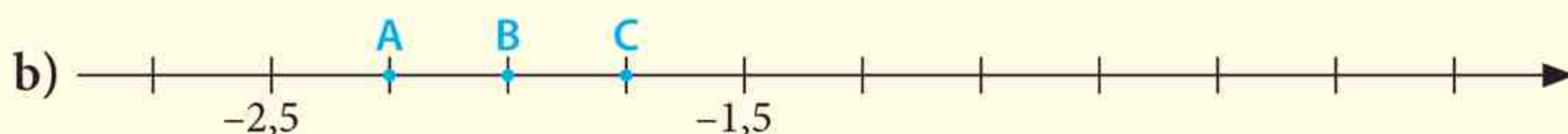
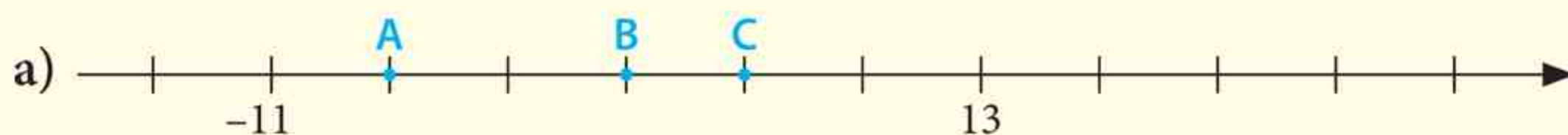
6 Oblicz.

a) $2 \cdot (-1)^{115}$

b) $2^{40} : (-2)^{40}$

c) $2^{99} : (-2)^{99}$

7 Jakie liczby oznaczono na osi literami?



8 Uszereguj liczby od najmniejszej do największej. Zapisane pod nimi litery utworzą hasło.

| | | | | | | | | |
|----------|----------------|----------|----------|----------------|----------|----------|----------|-----------------|
| -2,8 | $\frac{3}{59}$ | -0,5 | 0,05 | $-\frac{1}{6}$ | -0,1 | -2 | -1 | $-\frac{11}{4}$ |
| B | A | R | C | Z | Y | S | T | Y |

9 Piętra biurowca oznaczono numerami od -2 do 6. Pięcioro szóstoklasistów znajduje się na różnych piętrach. Kasia jest o tyle pięter wyżej od Basi, o ile pięter Basia jest wyżej od Asi. Tomek jest na najwyższym piętrze. Numery pięter Asi i Basi są liczbami przeciwnymi. Numer piętra Romka jest równy średniej arytmetycznej numerów pięter Basi i Kasi. Na którym piętrze znajduje się każde dziecko?

10 Na rozpoczęcie sezonu piłkarskiego zorganizowano turniej międzyszkolny. Za zwycięski mecz przyznawane są 2 p., za remis 1 p., a za porażkę (-1) p. Drużyny KS BRAMKA i KS AUT biorą udział w tym turnieju. Jutro rozegrają mecz. BRAMKA ma 6 punktów przewagi nad AUTEM, ale tylko dla BRAMKI jest to ostatni mecz w tym turnieju. Ile co najmniej spotkań ma do rozegrania AUT po meczu z BRAMKĄ, jeśli wiadomo, że:

- AUT ma szansę pokonać w turnieju BRAMKĘ, jeśli wygra z nią mecz,
- AUT ma szansę pokonać w turnieju BRAMKĘ, nawet jeśli przegra mecz?

II

Działania na liczbach – część 1

Ile metrów
wynosi wysokość
tego wulkanu
od jego podstawy
do wierzchołka?

Stromboli

926 m n.p.m.

-2300 m n.p.m.



W kamienicy jest sześć mieszkań:
mieszkania o numerach 1 i 2 są na parterze,
mieszkania o numerach 3 i 4
na pierwszym piętrze,
a o numerach 5 i 6 na drugim.

W każdym mieszkaniu mieszka jedna rodzina.

Nowakowie mieszkają pod numerem 4 i mają dwoje dzieci.

Wiśniewscy mieszkają na drugim piętrze pod numerem nieparzystym.

Woźniakowie mieszkają pod numerem nieparzystym.

Każda rodzina o nazwisku na literę W ma troje dzieci.

W mieszkaniu nr 3 mieszka tylko jedno dziecko.

Pawlakowie mieszkają wyżej niż Wójcikowie.

Pawlakowie mają dwoje dzieci.

W kamienicy mieszka także rodzina Kowalskich.

| Numer mieszkania | Piętro | Nazwisko | Liczba dzieci |
|------------------|--------|----------|---------------|
| 1 | ... | ... | ... |

Pytania i polecenia

- Przygotuj w zeszycie tabelę według wzoru, z numerami mieszkań od 1 do 6. Przeczytaj tekst i wpisz do tabeli wyszukane informacje. Jeżeli zostały jakieś puste pola, zacznij czytać od początku. Powtarzaj czytanie dotąd, aż wypełnisz całą tabelę.
- Czy wystarczy raz przeczytać treść tej łamigłówki, aby rozwiązać zadanie?

Kiedy dzieci uczą się grać w piłkę nożną, to po prostu rozgrywają kolejne mecze. Natomiast starsi zawodnicy nie tylko biorą udział w meczach, lecz także ćwiczą pod okiem trenera, doskonaląc poszczególne elementy gry, np. podania, drybling. Dostrzeżenie i wyćwiczenie tych elementów pozwala im potem lepiej grać w czasie meczu.

Podobnie postąpimy podczas tej lekcji z zadaniami tekstowymi – zwrócimy uwagę na sposoby i etapy rozwiązywania, będziemy je ćwiczyć, żeby potem łatwiej ci było rozwiązywać zadania z kolejnych tematów.

Jakie są więc kolejne etapy rozwiązywania zadania tekstowego?



Podczas rozwiązywania najprostszych zadań często nie zdajesz sobie sprawy z istnienia tych etapów, ponieważ zaraz po przeczytaniu treści potrafisz ułożyć odpowiednie działanie i podać odpowiedź. Jednak coraz częściej będziesz spotykać zadania bardziej złożone, w których trzeba na dłużej zatrzymać się nad każdym etapem.

Dobra rada

*Każdemu z nas coś innego może sprawiać trudność. Zastanów się, które etapy rozwiązywania zadania są **dla ciebie** najtrudniejsze, i poszukaj metod, które najbardziej ci odpowiadają.*

► Etap I: Przeczytaj uważnie zadanie

- Trudniejsze zadania trzeba czytać wiele razy. Najprostsze wystarczy przeczytać jeden raz, ale należy zrobić to uważnie.
- Jeśli w treści zadania są słowa, których nie rozumiesz, najpierw dowiedz się, co znaczą, a dopiero potem przejdź do rozwiązywania zadania. Dotyczy to również pojęć matematycznych (np. iloczyn, pole, romb).
- Zastanów się, czy nie musisz przypomnieć sobie pewnych wiadomości. Jeśli na przykład w zadaniu jest mowa o polu rombu, musisz nie tylko wiedzieć, co to jest pole i jak wygląda romb, lecz także przypomnieć sobie, jak obliczamy pole rombu.

- Czytaj uważnie. Czasem jedno słowo zmienia sens zadania, np. „o dwa więcej” i „dwa razy więcej”.

Dwóch braci zabrało w podróż cztery bochenki chleba. Pierwszego dnia zjedli wspólnie jeden bochenek. Ile im zostało?

Dwóch braci zabrało w podróż po cztery bochenki chleba. Pierwszego dnia zjedli wspólnie jeden bochenek. Ile im zostało?

Czym się różnią zadania zapisane na karteczkach?

- Zwracaj uwagę na budowę zdań.

Janek jest o 2 lata starszy od Ani i ma 15 lat. Ile lat mają w sumie?

Janek jest o 2 lata starszy od Ani, która ma 15 lat. Ile lat mają w sumie?

Czym tym razem różnią się zadania zapisane na karteczkach? W którym pojawia się zdanie złożone współrzędnie, a w którym zdanie złożone podrzędnie? O kim w treści tych zadań powiedziano „ma 15 lat”?

Dobra rada

Czasem może pomóc czytanie treści zadania na głos. Wtedy czytasz wolniej, a dzięki temu lepiej rozumiesz zadanie.

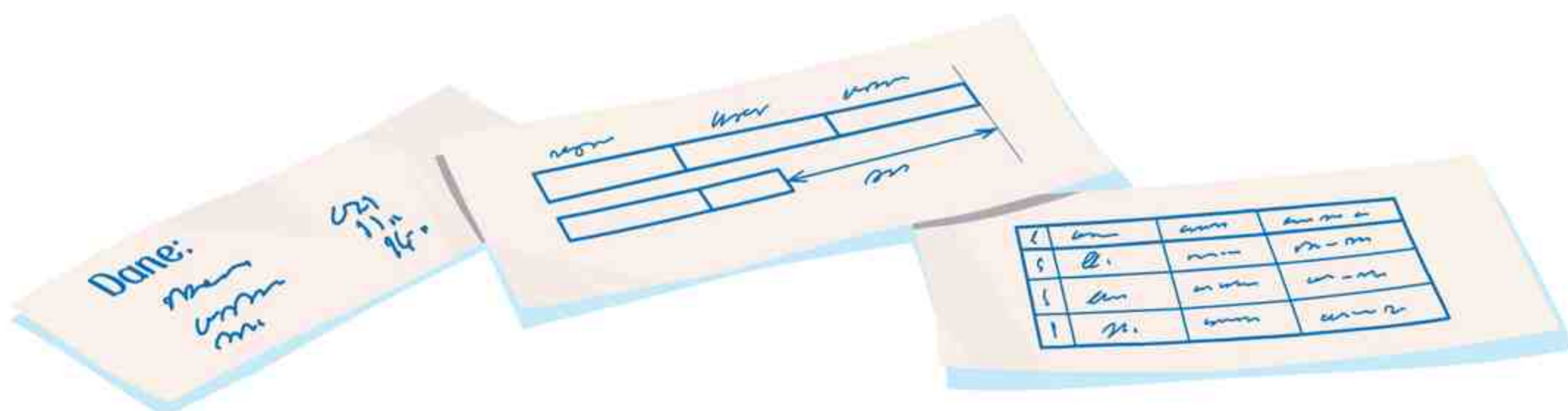
- Pamiętaj, że dane liczbowe mogą być zapisane słownie, a liczby nie muszą oznaczać danych liczbowych.

Znajdź dane liczbowe w zadaniu na karteczce.

W klubie judo jest pięciu zawodników ze szkoły nr 12 i osiem zawodniczek ze szkół numer 18 i 34. Ile osób jest w tym klubie?

► Etap II: Uporządkuj informacje

Dane zawarte w treści zadania możesz wypisać w słupku lub umieścić je w tabeli albo przedstawić na rysunku.



Przykład 1

Kasia jest o 12 lat starsza od Zosi. Ania ma 10 lat i jest o tyle starsza od Zosi, o ile jest młodsza od Kasi. Ile razy Kasia jest starsza od Zosi?

Informacje z treści zadania możemy przedstawić na rysunku.



Na osi widzimy, że różnica 12 lat dzieli się na dwie **równe** części.



Teraz z rysunku łatwo odczytać, że Zosia ma 4 lata, a Kasia 16 lat. Stąd możemy obliczyć, że Kasia jest 4 razy starsza od Zosi.

Ważną rzeczą przy porządkowaniu informacji jest **zamiana jednostek**.

Już na tym początkowym etapie rozwiązania zadania należy sprawdzić, czy nie trzeba zamienić jednostek. Wszystkie długości, wagi itd. powinny być podane w tych samych jednostkach, jednostki pola powinny odpowiadać jednostkom długości itd.

► Etap III: Zaplanuj rozwiązanie

Jeśli zadanie jest skomplikowane, warto zapisać, co po kolei będziesz obliczać. Inaczej może się zdarzyć, że wykonując działanie, zapomnisz, co miał oznaczać jego wynik i do czego ci był potrzebny.

Dobra rada

Bardziej złożone zadania rozwiązuje się, a nie „umie”. Gdy przeczytasz treść zadania, nie musisz od razu wiedzieć, co po kolei obliczać, a tym bardziej – jaki jest wynik.

Możesz spróbować dwóch dróg: „od początku” lub „od końca”.

Przykład 2

Ułóż plan rozwiązania zadania.

Poranny pociąg odjeżdża z Łodzi o 4.41 i przyjeżdża do Katowic o 8.11. Jedzie on o 32 minuty dłużej od popołudniowego pociągu wyjeżdżającego z Łodzi o 16.33. O której godzinie popołudniowy pociąg przyjeżdża do Katowic?

| | |
|--|---|
| Od początku
– zastanawiamy się, co już umiemy obliczyć | Od końca
– zastanawiamy się, co powinniśmy wiedzieć, żeby udzielić odpowiedzi |
| Co możemy obliczyć?
– jak długo jedzie poranny pociąg
Wtedy obliczymy:
– jak długo jedzie popołudniowy pociąg
A wtedy obliczymy:
– o której godzinie popołudniowy pociąg dojedzie do Katowic | Co chcemy obliczyć?
– o której godzinie popołudniowy pociąg dojeżdża do Katowic
Co powinniśmy wiedzieć?
– jak długo jedzie popołudniowy pociąg
Jak się tego dowiedzieć?
– najpierw obliczamy, jak długo jedzie poranny pociąg |

Obiema tymi metodami układamy ostatecznie taki sam plan rozwiązania:

1. Jak długo jedzie poranny pociąg?
2. Jak długo jedzie popołudniowy pociąg?
3. O której godzinie popołudniowy pociąg dociera do Katowic?

Dobra rada

Jeśli widzisz, że koleżanka albo kolega zaczęli rozwiązywać zadanie zupełnie inaczej, to wcale nie znaczy, że któreś z was rozwiązuje je błędnie.

Dobra rada

Im trudniejsze zadanie, tym ważniejsze jest staranne zapisywanie rozwiązania: uporządkowanie danych, zapisanie planu rozwiązania, szczegółowe objaśnianie obliczeń.

► Etap IV: Zapisz i wykonaj działania

Zapisuj działania, a nie tylko ich wynik, nawet jeśli umiesz wykonać je w pamięci. Możesz też zapisać, co obliczasz.

Dobra rada

Jeśli nie wiesz, jakie działanie wykonać, wymyśl podobne zadanie, ale z łatwiejszymi danymi.



► Etap V: Sprawdź odpowiedź

Każdy z nas się myli. Jeśli jednak zauważymy swój błąd, mamy szansę go poprawić.

- Przede wszystkim trzeba sprawdzić, czy odpowiedź jest zgodna ze zdrowym rozsądkiem. Na przykład odpowiedź „W klasie jest 237 uczniów” na pewno jest błędna.
- Następnie przeczytaj jeszcze raz treść zadania, sprawdzając, czy wyniki twoich obliczeń zgadzają się ze wszystkimi informacjami podanymi w zadaniu.

Jeśli masz wątpliwości, czy twoja odpowiedź jest poprawna, spróbuj rozwiązać zadanie **inną** metodą. Możesz ją także zweryfikować, zaglądając do odpowiedzi na końcu książki (jeśli są).

► Etap VI: Zapisz odpowiedź

Zanim jednak to zrobisz, przeczytaj jeszcze raz pytanie. Inaczej może się zdarzyć, że zapisałeś prawdziwą informację, ale nie o nią pytano w zadaniu.

Dobra rada

- Jeśli uważasz, że nie umiesz rozwiązać zadania, to zrób choć jeden krok. Może wtedy wpadniesz na pomysł, jak wykonać kolejne.
- Gdy w trakcie rozwiązywania „zawiesz się” i nie wiesz, co dalej, przeczytaj treść zadania jeszcze raz i poszukaj informacji, które nie zostały jeszcze przez ciebie wykorzystane.

 Zadania

Uwaga. Jeśli w poleceniu nie jest napisane inaczej, nie musisz rozwiązywać poniższych zadań. Ale oczywiście możesz to zrobić, jeśli chcesz.

- **1** Wypisz z zadania wszystkie dane liczbowe.
 - a) W czasie wycieczki 24 uczniów klasy 6 zakwaterowano w trzyosobowych pokojach, za które zapłacono 320 zł. Ile kosztował jeden pokój?
 - b) Wiktor czyta książkę „12 prac Herkulesa”, która ma 240 stron. Przeczytał już ćwierć książki. Ile stron mu zostało?
- **2** Sprawdź, która z podanych odpowiedzi zgadza się z treścią zadania.
Tomek jest o 4 lata starszy od Maćka. W sumie mają 20 lat. Ile lat ma Tomek?

Tomek ma 8 lat.

Tomek ma 12 lat.

Tomek ma 16 lat.
- **3** Czym się różnią te zadania? Rozwiąż je.
 - a) Ewa ma cztery jabłka, a Ola o połowę jabłka więcej. Ile jabłek ma Ola?
 - b) Ewa ma cztery jabłka, a Ola o połowę jabłek więcej. Ile jabłek ma Ola?
- **4** Czym się różnią te zadania? Zapisz działania pozwalające je rozwiązać.
 - a) Janek wziął na zakupy 20,50 zł, a Kuba o 2,80 zł więcej. Ile wziął Kuba?
 - b) Janek wziął na zakupy 20,50 zł, a Kuba o 2,80 zł więcej. Ile wzięli w sumie?
- **5** Przeczytaj zadanie 9 ze strony 145. Przepisz je, zamieniając wszystkie jednostki wagi na tę samą jednostkę.
- **6** Przeczytaj zadanie i wykonaj polecenia.
Pan Ksawery pojechał do kina i zostawił samochód na parking, na którym pierwsza godzina jest bezpłatna, ale za każdą następną rozpoczętą godzinę należy zapłacić 3 zł. Na parking wjechał o 17.40, potem kupił bilet i poszedł do sali kinowej. Seans rozpoczął się o 18.00. Film trwał 128 minut, ale najpierw zostały wyemitowane reklamy trwające pół godziny. Droga z sali kinowej na parking zajęła panu Ksaweremu 8 minut. Ile zapłacił za parking?
 - a) Pomyśl o zadaniu „od początku” i wypisz trzy informacje, które możesz obliczyć bezpośrednio na podstawie jego treści.
 - b) Pomyśl o zadaniu „od końca” i zapisz, co trzeba wiedzieć, aby do wykonania zostało już tylko jedno działanie.

- **7** Przeczytaj zadanie 12 ze strony 131. Ułóż plan rozwiązania tego zadania.
- **8** Dokończ rozwiązanie zadania z przykładu 2 na stronie 56. Skorzystaj z podanego tam planu.

Informacje do zadań 9 i 10

Rodzice Jakuba trenują biegi trzy razy w tygodniu: w poniedziałek, środę i piątek. W tym tygodniu każde z nich przebiegło łącznie taki sam dystans 34 km. W poniedziałek mama przebiegła o 3 km więcej niż tata, a w piątek na odwrót. W oba te dni mama przebiegła po tyle samo kilometrów. W środę przebiegła nieco mniej, bo tylko 10 km. Ile kilometrów przebiegł tata w poniedziałek?

- **9** Na podstawie informacji odpowiedz, czy dane stwierdzenie jest prawdziwe.
 - a) W tym tygodniu mama przebiegła 34 km.
 - b) W poniedziałek mama przebiegła tyle samo kilometrów co tata.
 - c) W piątek mama przebiegła nieco więcej niż w środę.
 - d) W piątek mama przebiegła o 3 km mniej niż tata.
- **10** Przerysuj tabelę. Wpisz do niej informacje, które znajdują się wprost w treści zadania. Potem postaraj się uzupełnić kolejne pola. Warto będzie przeczytać zadanie jeszcze kilka razy!

| | Mama | Tata |
|--------------|------|------|
| poniedziałek | ? | ? |
| środa | ? | ? |
| piątek | ? | ? |
| łącznie | ? | ? |

- **11** Przeczytaj zadanie, a następnie samodzielnie zaprojektuj i narysuj odpowiednią tabelę. Wpisz do niej informacje, które znajdują się wprost w treści zadania. Potem stopniowo uzupełniaj kolejne pola.
Zosia ma 10 lat. Osiem lat temu jej siostra Helenka była od niej dwa razy starsza. Ile lat ma Helenka dzisiaj?
- **12** Przeczytaj zadanie, a następnie zastanów się, jakiej wiedzy ci brakuje, żeby je rozwiązać. Gdzie znaleźć potrzebne wiadomości?
Klocek w kształcie ostrosłupa wykonano z drewna, którego 1 cm^3 waży 0,8 g. Podstawa ostrosłupa jest kwadratem o boku 5 cm, a wysokość wynosi 8 cm. Ile waży klocek?

- ... **13** Uczniowie klasy 6c pomagali w podsumowaniu akcji „Góra Grosza”. W dwu- lub trzyosobowych grupkach segregowali i przeliczali zebrane monety. Po skończonej pracy szefowie grup z przeliczonymi pieniędzmi czekali przed sztabem akcji. Okazało się, że Gosia ma dokładnie dwa razy więcej pieniędzy niż Zosia, Ania o 30 zł mniej od Gosi i 9 zł mniej od Janka, Piotrek ma 37,80 zł, a Staś dokładnie tyle co Ola i Zosia razem. Ola ma o 27 zł mniej od Piotrka i o 32,60 zł mniej od Janka. Kto miał więcej pieniędzy: Staś czy Janek? O ile więcej?



Dla dociekliwych

W 1775 roku Towarzystwo do Ksiąg Elementarnych (instytucja utworzona przez Komisję Edukacji Narodowej zajmująca się przygotowaniem podręczników dla tworzonej właśnie sieci szkół) ogłosiło konkurs na podręcznik do arytmetyki.

Zwycięzcą okazał się szwajcarski matematyk Szymon Lhuillier (l’Huillier, czytaj: l’ilje). Jego książka, napisana po francusku, została przetłumaczona na polski i wprowadzona do użytku w szkołach Rzeczypospolitej pod tytułem „Arytmetyka dla szkół narodowych”.

Oto dwa fragmenty przytoczone z tej książki

24 robotników z równą usilnością pracujących, uprawiło rolę 129 sznurów, i 60 prętów kwadratowych pola mającą; ileż każdy z nich sznurów i prętów tej roli uprawił?

Uwaga. Słowo „rolą” to dawna forma biernika. W zadaniu mowa tylko o jednostkach pola, choć autor czasem pomija słowo „kwadratowe”.

Pręt, albo laska, którey w rozmiarach długości pola używamy, zamyka łokci 7 i pół.

Sznur ma prętów 10, to iest łokci 75.

W Litwie dzielą sznur na 10 prętów, i każdy z tych na 10 pręcików.

Morg iest miara do samego pola rozmiaru służąca; w początkach morgiem nazywało się to pole, które para wołów przez dzień ieden zaorać mogła.

Ale nie równe sił wydołanie w bydlętach, różność ziemi, sposób sam nie iednakowy w oraniu, pokazał nieiednostayność tej miary, że potem ludzie, pewny i nieodmienny wymiar na oznaczenie morgu wydzielili.

Morg tedy nayzwyczajniejszy iest teraz, prostokąt mający 3 sznury długości, a szerokości sznur ieden. Trzydzieści takich morgów czynią włokę iedną, a włoki trzy czynią łan ieden.

- 1 Przeczytaj zadanie zamieszczone na pierwszej karteczce i zapisz je wspólnym językiem.
- 2 Rozwiąż zadanie podane na pierwszej karteczce, korzystając z informacji umieszczonych na drugiej karteczce.
- 3 Wiedząc, że sznur to około 44,665 m, oblicz na kalkulatorze:
 - a) ile metrów kwadratowych ma pręt kwadratowy,
 - b) ile hektarów ma morg (dzisiaj mówimy częściej „morga”), a ile łan.



Czy już umiem?

Informacje do zadań I–III

Za półtorej godziny pobytu na sztucznym lodowisku należy zapłacić 12 zł, a każda kolejna minuta kosztuje 15 gr. Wchodzimy na lodowisko o 14.00. Do której godziny możemy zostać, jeśli za wstęp chcemy zapłacić 15 zł?

- I Wypisz dane z zadania. Pamiętaj, żeby ujednolicić jednostki.
- II Ułóż plan rozwiązania zadania.
- III Sprawdź, która z podanych odpowiedzi pasuje do zadania.
 - a) Możemy być na lodowisku 110 minut.
 - b) Możemy zostać do 14.20.
 - c) Możemy zostać do 15.50.

IV W tabeli podano oceny z pracy klasowej z biologii w pewnej małej klasie.

- a) Jaką średnią ocen z tej pracy klasowej miały dziewczynki?
- b) Jaką średnią ocen z tej pracy klasowej mieli chłopcy?
- c) Jaka była średnia ocen z tej pracy klasowej?

| Imię | Ocena |
|--------|-------|
| Tomek | 3 |
| Paweł | 6 |
| Iza | 5 |
| Magda | 5 |
| Jarek | 6 |
| Witek | 2 |
| Krzyś | 6 |
| Maciek | 4 |

Na dobry początek

Poznaj swój kalkulator

Przygotujcie różne kalkulatory – po jednym dla każdej osoby w grupie.

- ▶ Weź kalkulator i wciśnij po kolei wskazane klawisze. Zobacz, co wyświetlił kalkulator. Zgadnij, jaką wykonał operację. Czy wszystkie osoby w grupie mają taki sam wynik?
- ▶ Przed naciśnięciem każdej kolejnej serii klawiszy skasuj poprzedni wynik.

4 + =

4 + = =

3 x =

3 x = =

3 x 4 = 5 =



Pytania i polecenia

Na kalkulatorze naciśnięto klawisze 4 + =.

- Jakie działanie wykonał kalkulator, jeżeli na wyświetlaczu pojawiła się liczba 8? A jakie, jeśli wyświetliła się liczba 4?
- Powyżej pokazano kalkulator, który taką kombinację klawiszy uznał za błędną. Poszukaj kalkulatora, który wyświetli podobną informację o błędzie (np. napis SYNTAX ERROR lub NIEWŁAŚCIWY FORMAT).

Kalkulator może za nas wykonać żmudne rachunki, ale to my myślimy za kalkulator. Po pierwsze, musimy wiedzieć, do jakich działań chcemy go użyć. Po drugie, powinniśmy poznać możliwości swojego kalkulatora, aby wykonywać działania poprawnie i jak najsprawniej. Po trzecie, nie możemy „ślepo” wierzyć wynikowi, który otrzymamy – zawsze warto go sprawdzać (np. szacując), ponieważ gdy będziemy wciskać przyciski, możemy się pomylić (np. zbyt słabo wcisnąć jeden z nich).

Dobra rada

Zanim obliczysz wynik na kalkulatorze, oszacuj go w pamięci.

Musiąłem się pomylić,
 $35 + 78$ powinno dać
 około 100.



Sposoby zapisywania liczb

Czworo uczniów wpisało do swoich kalkulatorów wyrażenie $2842543 : 2 =$. Oto wyniki, które wyświetliły się na ich kalkulatorach:

| Janek | Ania | Tomek | Basia |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 421 271,5 | 1'421'271.5 | 1,421,271.5 | 1.421.271,5 |

U kogo część całkowita liczby jest oddzielona od części ułamkowej kropką, a u kogo przecinkiem?

W jaki sposób mogą być oddzielane miliony, tysiące i jednostki?

W jaki sposób wyświetli taki wynik twój kalkulator?

Działania o bardzo dużych wynikach

Jeśli będziemy wielokrotnie mnożyć jakąś liczbę np. przez 9876, to po serii takich działań wynik nie będzie już się mieścić na wyświetlaczu kalkulatora. Wiele kalkulatorów wyświetla wówczas wynik w postaci np. $1.345244e8$.

Nie jest to wynik dokładny, tylko przybliżony. Ta liczba oznacza $1,345244 \cdot 10^8$, czyli $1,345244 \cdot 100\,000\,000 = 134\,524\,400$.

O tak zapisanych liczbach będziesz się uczyć w klasie 7.

Sprawdź, czy twój kalkulator wyświetla duże wyniki w ten sposób.

Kolejność wykonywania działań

Ola i Olek wpisali do swoich kalkulatorów takie samo wyrażenie:

$$2 + 5 \times 3 =$$

ale każdy otrzymał inny wynik:

17

21

Kalkulator Oli prawidłowo obliczył wartość wyrażenia $2 + 5 \cdot 3$.

Kalkulator Olka wykonywał działania w takiej kolejności, w jakiej zostały wpisane – czyli obliczył wartość wyrażenia $(2 + 5) \cdot 3$.

Czy twój kalkulator „przestrzega” kolejności wykonywania działań? Jeśli nie – to jak na nim obliczyć, ile jest $2 + 5 \cdot 3$?

Inne możliwości kalkulatora

Sprawdź, jak na twoim kalkulatorze wpisać działania $4 \cdot (-7)$ lub $4 - (-7)$ i czy jest to możliwe.

Spróbuj zorientować się, co oznaczają różne klawisze na twoim kalkulatorze i które z nich mogą być już teraz dla ciebie przydatne (w bardziej zaawansowanych kalkulatorach jest wiele klawiszy, np. sin, które będziesz wykorzystywać dopiero podczas dalszej nauki matematyki).

Jeśli korzystasz z kalkulatora w telefonie – obróć telefon o 90° i sprawdź, czy to zmienia możliwości kalkulatora. Przesuń obraz i sprawdź, czy pojawiają się jakieś nowe funkcje kalkulatora.

Jeśli korzystasz z kalkulatora w komputerze, sprawdź, czy w menu możesz zmienić możliwości kalkulatora.

Dobra rada

Nie przesadzaj z używaniem kalkulatora! Często szybciej obliczysz w pamięci.





Zadania

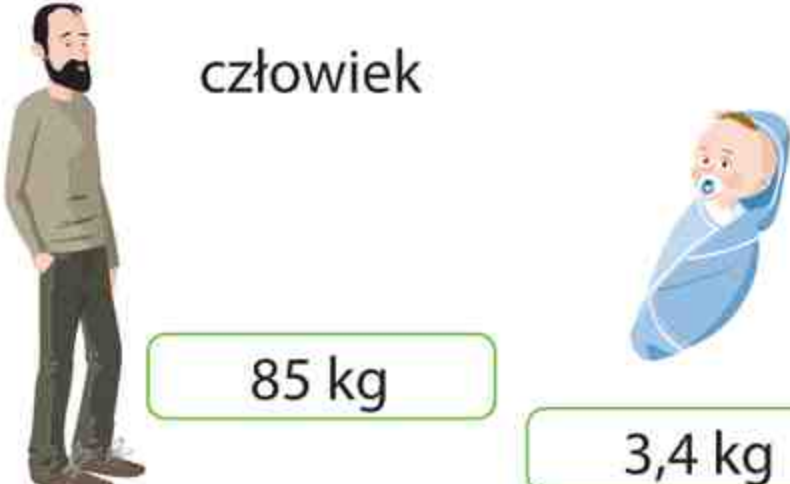
Wszystkie zadania rozwiąż przy użyciu kalkulatora.

- 1 Pod rysunkami podano wagi ssaków: noworodka i jego rodzica. Ile razy dorosły jest cięższy od noworodka?

a)  płetwal błękitny
 130 t 2 t

b)  tygrys
 286 kg 1,3 kg

c)  kangur
 30 kg 0,75 g

d)  człowiek
 85 kg 3,4 kg

Uwaga. W zadaniach 2 i 3 używaj kalkulatora wyświetlającego cyfry takie jak na rysunku obok.



- 2 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań, zwłaszcza jeśli nie pamięta o niej kalkulator! Po wykonaniu działania odwróć kalkulator do góry nogami i przeczytaj powstałe „słowo”.

a) $1221 + 1737 : 9$ b) $679 - 2 \cdot 81$ c) $3,81 + 1,8^2$

- 3 Oblicz. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań, zwłaszcza jeśli nie pamięta o niej kalkulator. Po wykonaniu działania odwróć kalkulator do góry nogami i przeczytaj powstałe angielskie „słowo”. Czy wiesz, co ono znaczy?

a) $289 \cdot 53 - 80^2 - 7 \cdot 487$
 b) $44 + 17^2 + 184 : 2 - 16 \cdot 5$
 c) $0,9^3 - 0,18 : 0,3 - 0,11 \cdot 0,26 + 3,365 : 5$

- 4 Oszacuj, ile kosztują zakupy. Sprawdź swoje szacowanie, wykonując dokładne obliczenia.

- a) 5 kg ziemniaków i 3 kg pomidorów
 b) 0,5 kg sera żółtego i 0,7 kg sera białego
 c) 24 dag sera żółtego i 1 kg 22 dag pomidorów



- **5** Kasia i Krzysz robili zakupy. Kasia kupiła 4 bułki po 50 gr i 2 butelki wody mineralnej po 1,39 zł. Krzysz kupił 3 jogurty po 1,25 zł, 8 bułeczek po 35 gr i 2 kartony mleka po 1,89 zł. Oszacuj, ile zapłaciło każde z dzieci. Sprawdź swoje szacowanie, wykonując dokładne obliczenia.
- **6** Modele kolejek elektrycznych są produkowane w różnych skalach. Rekordowej długości pociąg w skali 1 : 87,1 (co oznacza, że każdy wymiar rzeczywistego pociągu jest w modelu pomniejszony 87,1 razy) miał długość 271,91 m. Składał się z 8 lokomotyw i 2212 wagonów. Oszacuj, a następnie oblicz, jaką długość miałby taki pociąg naprawdę.
- **7** W zawodach sportowych zawodnicy osiągnęli następujące wyniki: trzech uzyskało po 596 punktów, dwóch po 512 punktów, czterech po 570 punktów, a jeden 603 punkty. Ile punktów średnio uzyskał każdy zawodnik?
- **8** Na zdjęciu widzisz 7 amerykańskich jednocentówek naturalnej wielkości ustawionych rzędkiem.



- a) Zmierz długość tego rzędu linijką i na tej podstawie oblicz średnicę jednej monety. Otrzymasz wynik dokładniejszy, niż gdy zmierzysz pojedynczą monetę. O ile twój wynik różni się od rzeczywistej średnicy, która jest równa 19,05 mm?
 - b) Najdłuższy szereg tak ustawionych monet jednocentowych (rekord Guinnessa) miał długość 64 888,7577 m. Ile monet znajdowało się w tym szeregu?
 - c) Ile dolarów byłyby warte monety jednocentowe ustawione w rekordowo długim rzędzie (1 dolar = 100 centów)? Ile to złotych? Sprawdź w dostępnych źródłach bieżący kurs dolara, czyli ile złotych wart jest 1 dolar.
- 9** W kalkulatorze Janka nie działają klawisze **9** i **×**. Zapisz, jak można na tym kalkulatorze wykonać podane działanie. Sprawdź swoje odpowiedzi, wykonując obliczenia w opisany przez siebie sposób, a następnie – zwykłą metodą na sprawnym kalkulatorze.
- a) $15\,336 : 9$ b) $4683 \cdot 2$ c) $16\,254 \cdot 4$



Dla dociekliwych

Weź kalkulator, który ma klawisze $\frac{1}{x}$ i $\pm/\text{--}$. Może to być kalkulator w komputerze. Wpisz do kalkulatora liczbę 2 i wciśnij klawisz $\frac{1}{x}$. Wciśnij klawisz jeszcze raz. Powtórz to samo dla liczb: 10, 5, 4. Czy już wiesz, do czego służy klawisz $\frac{1}{x}$?

Przykład

Oblicz jak najprościej na kalkulatorze: $\frac{192}{2 + 17 + 29}$.

Najpierw obliczamy mianownik: $2 + 17 + 29 = 48$

Można teraz wykonać na kalkulatorze działanie $192 : 48$. Można też skorzystać z pamięci kalkulatora. Najłatwiej jednak, skoro liczba 48 jest już wyświetlona, podzielić ją przez 192, czyli wykonać działanie: $48 \div 192 =$

Otrzymujemy: 0.25

W ten sposób obliczyliśmy wartość ułamka $\frac{48}{192}$, a interesuje nas $\frac{192}{48}$, czyli liczba odwrotna. Aby ją otrzymać, wciskamy klawisz $\frac{1}{x}$.

Otrzymujemy: 4

- 1 W szkole jest 273 chłopców i 259 dziewcząt. Łączna powierzchnia sal lekcyjnych wynosi 850 m^2 . Jaka powierzchnia przypada na jednego ucznia?
- 2 Wpisz do kalkulatora dowolną liczbę i wciśnij klawisz $\pm/\text{--}$. Co powoduje wciśnięcie tego klawisza? Wykorzystaj tę funkcję do obliczenia wartości wyrażenia: $1986 - (275 - 17)$.



Czy już umiem?

- I Oblicz, korzystając z kalkulatora. Pamiętaj o kolejności wykonywania działań, zwłaszcza jeśli nie pamięta o niej kalkulator.
 $13 \cdot 42,75 - 12^2 + 2,8 \cdot 5,3$
- II Ile dostaniemy reszty z 20 zł, jeśli kupimy 32 dag sera po 23,50 zł za 1 kg?
- III Janek wybierał się na wycieczkę do Niemiec. Zamienił 100 zł na euro po kursie 4,27 zł, ale wycieczka została odwołana i musiał sprzedać euro po kursie 4,04 zł. Ile złotych stracił na tej operacji?
- IV Pokój o wysokości 3 m ma długość 525 cm i szerokość 365 cm. Oblicz jego kubaturę, czyli objętość.

Na dobry początek

Licz lub szacuj

Przygotujcie dwa komplety kartoników z cyframi od 0 do 9.

- ▶ Potasuj swoje kartoniki. Wyłóż cztery kartoniki, a poniżej trzy kolejne, tworząc w ten sposób dwie liczby. Drugi gracz niech zrobi to samo.
- ▶ Kto ma większą sumę liczb, dostaje punkt. Nie musicie obliczać sumy, wystarczy ją oszacować.
- ▶ Zbierzcie swoje kartoniki, potasujcie je i powtórzcie grę kilka razy. Drugim etapem gry może być obliczanie różnic, a trzecim – obliczanie iloczynów.

Liczby 0, 1, 2, 3, ..., 450, 451, 452, ... to **liczby naturalne**.

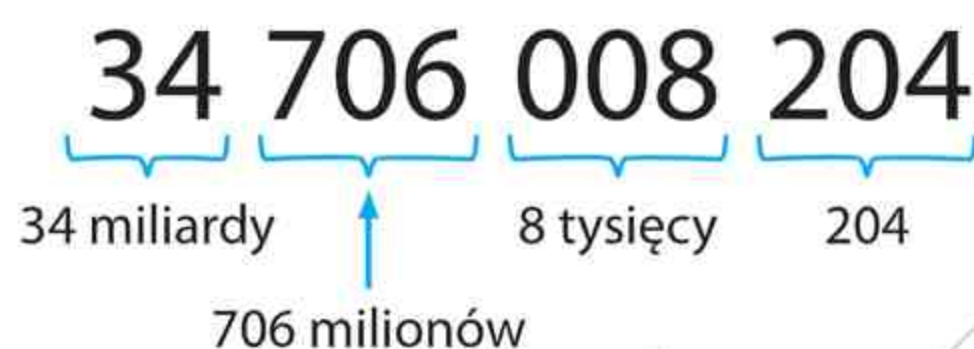
Zapamiętaj

W liczbie naturalnej kolejne cyfry, **licząc od prawej strony**, to cyfry jedności, dziesiątek, setek, tysięcy, dziesiątek tysięcy itd.

$$789 = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 1$$



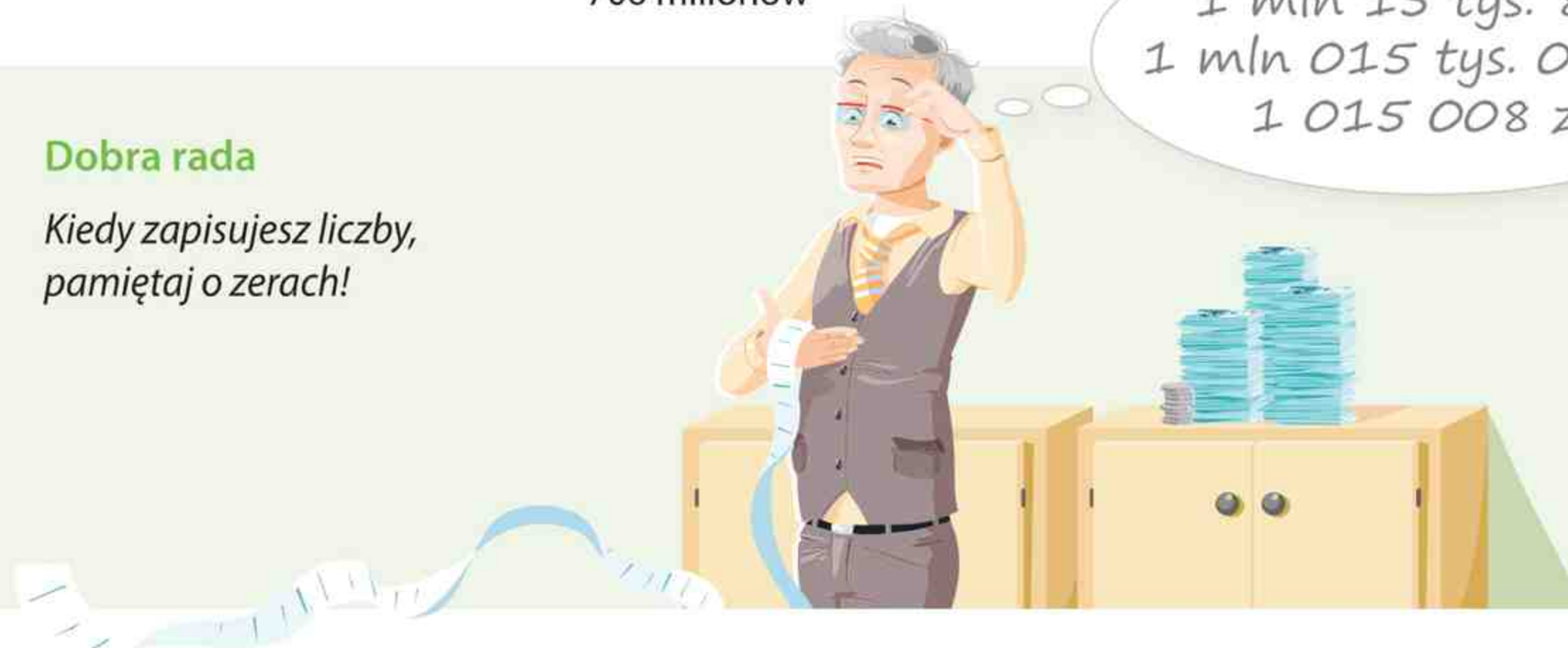
Aby ułatwić sobie przeczytanie dużej liczby, można podzielić tę liczbę na grupy po 3 cyfry, licząc od prawej strony.



1 mln 15 tys. 8 zł
1 mln 015 tys. 008 zł
1 015 008 zł

Dobra rada

Kiedy zapisujesz liczby,
pamiętaj o zerach!



Liczby naturalne na osi liczbowej

Wkrótce zaczniemy zaokrąślać liczby. Przyda nam się do tego umiejętność określania ich położenia na osi liczbowej.

Przykład 1

poziom A

a) Na osi zaznaczono tylko pełne dziesiątki: 0, 10, 20, ...

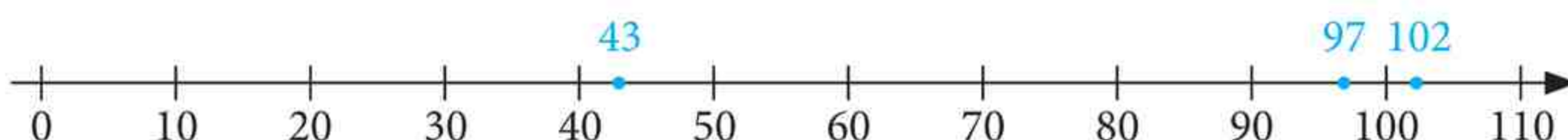


Gdzie na tej osi znajdują się liczby: 43, 97, 102?

Liczba 43 znajduje się pomiędzy 40 a 50, liczba 97 pomiędzy 90 a 100, liczba 102 pomiędzy 100 a 110.

Możemy to zapisać za pomocą znaku nierówności:

$$40 < 43 < 50, \quad 90 < 97 < 100, \quad 100 < 102 < 110$$



b) Na osi zaznaczono pełne setki.

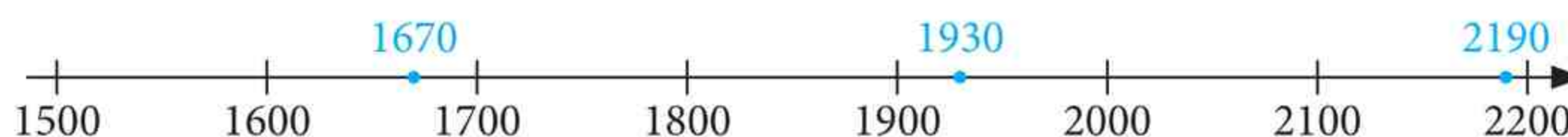


Gdzie na tej osi znajdują się liczby 1670, 1930, 2190?

Liczba 1670 znajduje się między 1600 a 1700, liczba 1930 między 1900 a 2000, a liczba 2190 między 2100 a 2200.

Możemy to zapisać:

$$1600 < 1670 < 1700, \quad 1900 < 1930 < 2000, \quad 2100 < 2190 < 2200$$



poziom B

Podaj dwie kolejne liczby pełnych dziesiątek, dwie kolejne liczby pełnych setek oraz dwie kolejne liczby pełnych tysięcy, pomiędzy którymi znajduje się podana liczba.

| | | |
|-------------------|----------------------|-----------------|
| | a) 1723 | b) 47 |
| pełne dziesiątki: | $1720 < 1723 < 1730$ | $40 < 47 < 50$ |
| pełne setki: | $1700 < 1723 < 1800$ | $0 < 47 < 100$ |
| pełne tysiące: | $1000 < 1723 < 2000$ | $0 < 47 < 1000$ |

Podaj dwie kolejne liczby pełnych dziesiątek, dwie kolejne liczby pełnych setek oraz dwie kolejne liczby pełnych tysięcy, pomiędzy którymi znajduje się podana liczba.

a) 29 935

b) 1999

a) W przypadku pełnych dziesiątek postępujemy podobnie jak poprzednio:

$$29\,930 < 29\,935 < 29\,940$$

W przypadku pełnych setek łatwo zauważyć, że mniejszą z szukanych liczb jest 29 900.

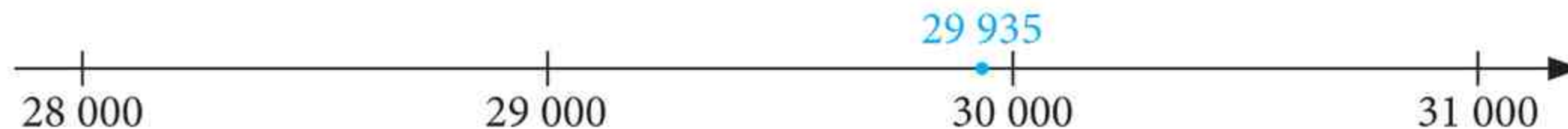
Druga z szukanych liczb jest o 100 większa: $29\,900 + 100 = 30\,000$.

$$29\,900 < 29\,935 < 30\,000$$



W przypadku pełnych tysięcy mniejsza liczba to 29 000, a większa to $29\,000 + 1000 = 30\,000$.

$$29\,000 < 29\,935 < 30\,000$$



b) $1990 < 1999 < 2000$

Następną liczbą pełnych dziesiątek po 1990 jest 2000.

$1900 < 1999 < 2000$

Następną liczbą pełnych setek po 1900 jest 2000.

$1000 < 1999 < 2000$

Następną liczbą pełnych tysięcy po 1000 jest 2000.

Wartości dokładne i przybliżone

W zależności od sytuacji może nas interesować wartość dokładna lub wartość przybliżona.

- Jaką powierzchnię ma Polska?

Liczbę podaną na mapie trudno jest zapamiętać. Zresztą na ogół taka dokładność nie jest potrzebna. Zwykle więc podaje się, że powierzchnia Polski wynosi 312 tys. km^2 .

- Powierzchnię Lublina ($147,5 \text{ km}^2$) też podamy w przybliżeniu – tym razem nie do tysięcy km^2 , ale do dziesiątek km^2 . Wynosi ona około 150 km^2 .

- Rolnik podaje przybliżoną powierzchnię swojego gospodarstwa, np. 10 ha. Gdyby chciał gospodarstwo sprzedać, musi podać dokładną wielkość.



Zapamiętaj

Zapisując przybliżony wynik działania, stosujemy znak $\approx$, który czytamy: „równa się w przybliżeniu”.

$$1473 \cdot 398 \approx 1500 \cdot 400 = 600\,000$$

Kiedy podajemy wartości przybliżone lub szacujemy wyniki działań, często korzystamy z określeń: „około”, „ponad”, „prawie”. Możemy np. powiedzieć, że wynikiem przedstawionego powyżej mnożenia jest „około 600 000”. O liczbie 1473 możemy powiedzieć „prawie 1500”, „trochę ponad 1470” albo „około półtora tysiąca”.

► Zaokrąglanie liczb

Jeśli komputer kosztuje 2832 zł, to jego cenę możemy zaokrąglić z różną dokładnością.

2832 $\approx$ 2830 zaokrąglamy z dokładnością do dziesiątek

2832 $\approx$ 2800 zaokrąglamy z dokładnością do setek

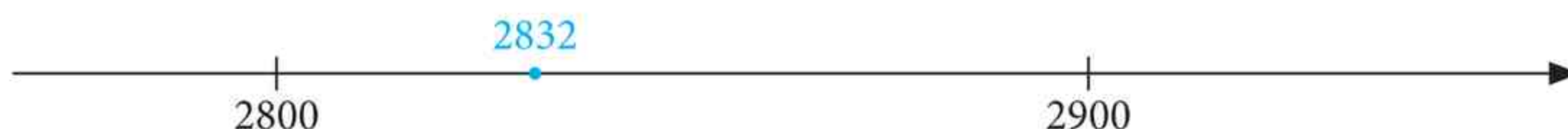
2832 $\approx$ 3000 zaokrąglamy z dokładnością do tysięcy

Tak zaokrąglamy, ponieważ:

- 2832 znajduje się na osi liczbowej pomiędzy 2830 a 2840, ale bliżej liczby 2830,



- 2832 znajduje się na osi liczbowej pomiędzy 2800 a 2900, ale bliżej liczby 2800,



- 2832 znajduje się na osi liczbowej pomiędzy 2000 a 3000, ale bliżej liczby 3000.

**Dobra rada**

Liczba zaokrąglona do **dziesiątek** na końcu ma **0** jak liczba **10**.

Liczba zaokrąglona do **setek** na końcu ma **00** jak liczba **100**.

Liczba zaokrąglona do **tysięcy** na końcu ma **000** jak liczba **1000**.

Przykład 2

poziom A

Gdy zaokrąglamy liczbę do dziesiątek, patrzymy na **cyfrę jedności**: 47**3**, 784**9**, 31**5**, 135**2**.

Jeżeli jest **mniejsza od 5**, zaokrąglamy **w dół**, czyli cyfrę dziesiątek pozostawiamy bez zmian, a cyfrę jedności zamieniamy na 0.

$$473 \approx 470$$

$$1352 \approx 1350$$

Jeśli jest **równa 5** lub **większa od 5**, zaokrąglamy **w górę**, czyli cyfrę dziesiątek zwiększamy o 1, a cyfrę jedności zamieniamy na 0.

$$7849 \approx 7850$$

$$315 \approx 320$$

poziom B

Gdy zaokrąglamy liczbę do setek, patrzymy na **cyfrę dziesiątek**.

$$7849 \approx 7800$$

$$315 \approx 300$$

Cyfra dziesiątek jest mniejsza od 5, więc cyfra setek pozostaje bez zmian, a cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności zamieniamy na 0.

$$1352 \approx 1400$$

$$473 \approx 500$$

Cyfra dziesiątek jest równa 5 lub większa od 5, więc cyfrę setek zwiększamy o 1, a cyfrę dziesiątek i cyfrę jedności zamieniamy na 0.

Gdy zaokrąglamy liczbę do tysięcy, patrzymy na **cyfrę setek**.

$$12\,513 \approx 13\,000$$

zaokrąglamy w górę

$$28\,990 \approx 29\,000$$

zaokrąglamy w górę

$$138\,121 \approx 138\,000$$

zaokrąglamy w dół

poziom C

Podobnie postępujemy w innych przypadkach.

Gdy zaokrąglamy do setek tysięcy, patrzymy na cyfrę dziesiątek tysięcy.

$$138\,121 \approx 100\,000$$

$$7\,584\,382 \approx 7\,600\,000$$

poziom D

Jak zaokrąglić liczbę 1998 do dziesiątek?

Ta liczba jest większa od 1990, a mniejsza od 2000. Cyfra jedności to 8, więc zaokrąglamy w górę.

$$1998 \approx 2000$$

Zauważ, że przy zaokrąglaniu liczby 1998 do setek lub do tysięcy również otrzymamy 2000.





Zadania

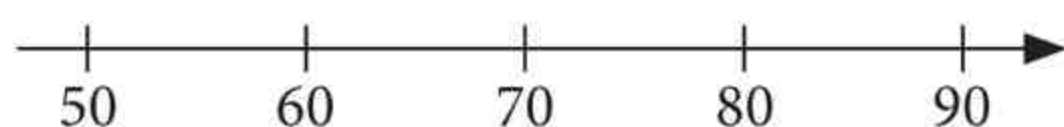


1 Wykonaj polecenia. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

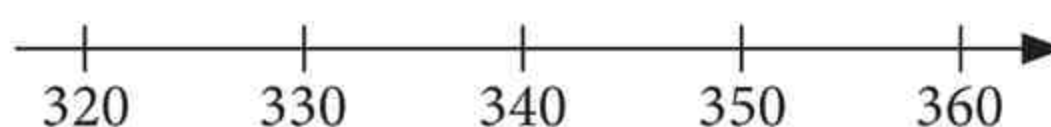
poziom A

Na osi zaznaczono pełne dziesiątki lub setki. Gdzie na tej osi znajduje się podana liczba? Odpowiedź zapisz, używając znaku nierówności.

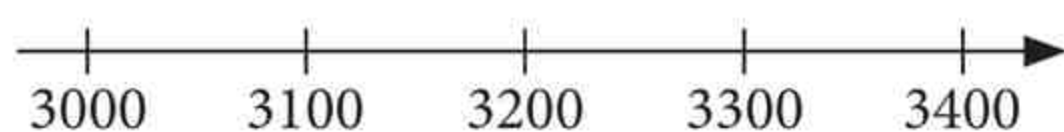
a) 78



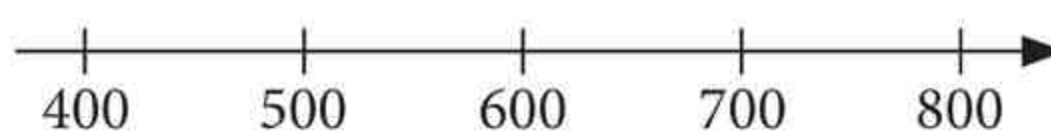
d) 347



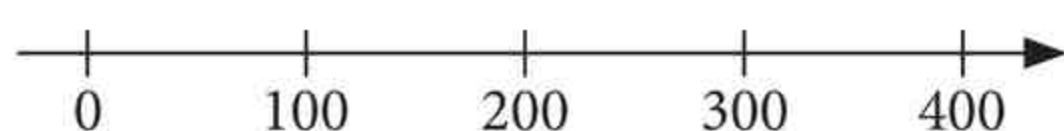
b) 3169



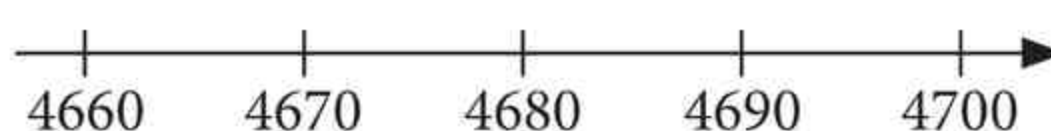
e) 538



c) 85



f) 4684



poziom B

Podaj dwie kolejne liczby pełnych dziesiątek, dwie kolejne liczby pełnych setek oraz dwie kolejne liczby pełnych tysięcy, pomiędzy którymi znajduje się podana liczba.

a) 2348

c) 634

e) 76

b) 1280

d) 8457

f) 821

poziom C

Podaj dwie kolejne liczby pełnych setek oraz dwie kolejne liczby pełnych tysięcy, pomiędzy którymi znajduje się podana liczba.

a) 2399

c) 39 996

e) 978

b) 99 999

d) 349 991

f) 9972



2 Wykonaj polecenia. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

Zaokrąglaj do dziesiątek.

a) 5165

d) 8172

g) 51

b) 813

e) 5135

h) 58

c) 1988

f) 1829

i) 476

poziom B

Zaokrąglj z podaną dokładnością.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a) 5162 do setek | d) 8890 do tysięcy |
| b) 71 123 do tysięcy | e) 10 530 do tysięcy |
| c) 8152 do setek | f) 3321 do setek |

poziom C

Zaokrąglj z podaną dokładnością.

- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| a) 1 283 490 do setek tysięcy | d) 485 do setek |
| b) 985 do tysięcy | e) 1 250 585 do dziesiątek tysięcy |
| c) 2428 do dziesiątek tysięcy | f) 12 856 640 do milionów |

poziom D

Zaokrąglj z podaną dokładnością.

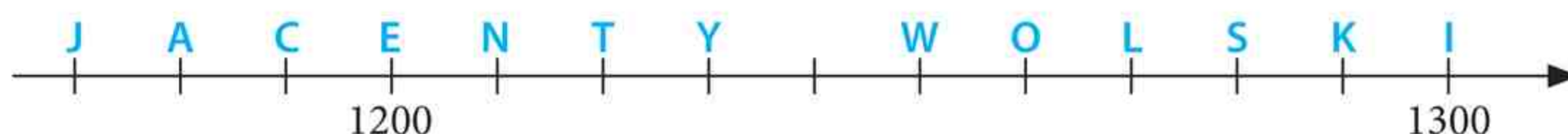
- | | |
|----------------------|---------------------|
| a) 298 do dziesiątek | d) 993 do setek |
| b) 951 do setek | e) 97 do dziesiątek |
| c) 995 do dziesiątek | f) 2973 do setek |

MISTRZ

Zaokrąglj podaną liczbę do tysięcy, do setek i do dziesiątek.

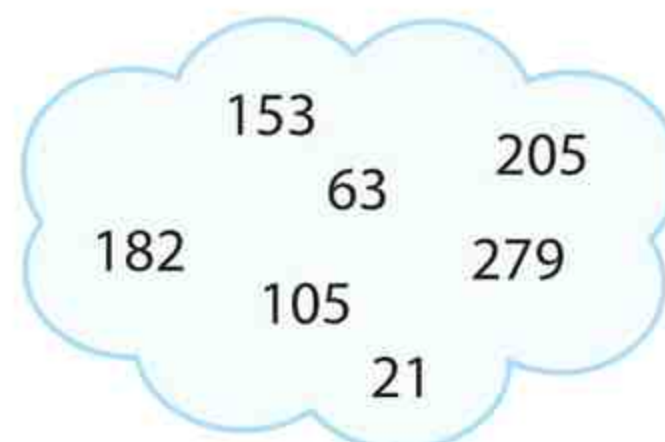
- | | |
|---------|-----------|
| a) 1527 | d) 995 |
| b) 98 | e) 5995 |
| c) 9 | f) 99 999 |

- 3 Znajdź na osi podane liczby i wypisz po kolei odpowiadające im litery. Czy wiesz, co oznacza powstałe hasło?



- | |
|---|
| a) 1250, 1200, 1210, 1200, 1190, 1170, 1180 |
| b) 1290, 1300, 1270, 1260, 1210, 1300, 1180 |

- 4 Jakie liczby oznaczono na osi literami? Odpowiedzi wybierz z chmurki (dwóch spośród podanych w niej liczb nie zaznaczono na osi).



- 5 Zaokrąglij podane wielkości tak, aby łatwiej było je zapamiętać. Jeśli chcesz, po zaokrągleniu możesz zamienić jednostki na wygodniejsze.
 - a) Najwyższy bałwan miał 37,21 m wysokości.
 - b) Najdłuższy ołówek miał 1091,99 m długości.
 - c) Rekord wysokości, na jaką opiekacz podrzucił grzanekę, to 457 cm.
- 6 Zaokrąglij liczby występujące w tekście tak, aby łatwiej było je zapamiętać.

Czy wiesz, że...

Pod koniec XIX wieku w Paryżu wzniesiono wieżę Eiffla – żelazną konstrukcję złożoną z 18 038 elementów, o wysokości 312 m (dziś – z antenami – wieża ma 324 m) i wadze 10 100 ton.

Koszt tej budowy był ogromny: 7 799 401,31 franków (była to cena 2513 kg złota).

Do końca 2017 r. wieżę Eiffla odwiedziło 302 817 605 osób, a w samym 2017 r. zwiedziły ją 6 207 302 osoby.

Zwiedzający wjeżdżają na górę windami o łącznej przepustowości 2220 osób na godzinę. Wieża jest wyposażona także w schody – na najwyższą kondygnację prowadzi 1665 stopni.



- 7 a) Jaka jest najmniejsza, a jaka największa liczba naturalna, której zaokrągleniem do setek jest 300?
 - b) Ile jest liczb naturalnych, których zaokrągleniem do setek jest 400?
 - c) Ile jest liczb trzycyfrowych, których zaokrąglenie do tysiący jest liczbą czterocyfrową? Która z tych liczb jest najmniejsza, a która – największa?
- 8 Ilu co najwyżej mieszkańców może mieć wyspa, aby w zaokrągleniu do setek osób była bezludna?
- 🏆 9 a) Zaokrąglaj liczbę 495 do setek, a następnie zaokrąglaj jej zaokrąglenie do tysiący.
 - b) Zaokrąglaj liczbę 495 do tysiący.
 - c) Podaj inną liczbę, dla której zaokrąglenia do tysiący w sposób podany w podpunktach a) i b) są różne. Jaka jest najmniejsza, a jaka największa liczba trzycyfrowa o tej własności?



Dla dociekliwych

Zaokrągleniem liczby 758 do setek jest 800, a nie 700, bo liczba 758 mniej różni się od 800 niż od 700. Stąd reguła: gdy cyfra dziesiątek jest równa 5, zaokrąglamy do setek w górę. Tę regułę stosujemy także w odniesieniu do liczby 750, choć różni się o tyle samo od 700 co od 800.

W podobny sposób zaokrąglamy czas do pełnych minut – poczynając od połowy minuty, zaokrąglamy w górę.

- 1 Zaokrąglaj wyniki biegów do pełnych minut. (Zapis „2:30,4” oznacza „2 minuty i 30,4 s”).

a) 2:15,4

c) 3:30

e) 1:45,3

b) 1:30,7

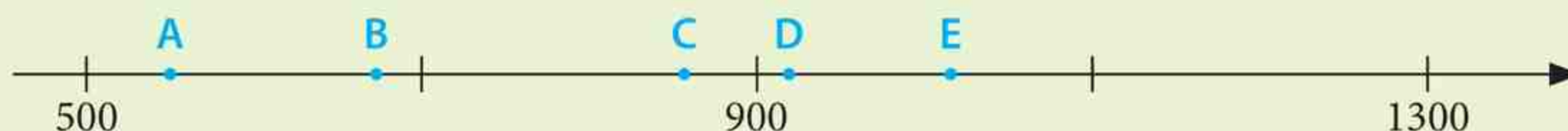
d) 0:42

f) 18:29,9



Czy już umiem?

- I Jakie liczby oznaczono na osi liczbowej literami? Odpowiedzi wybierz z chmurki (dwóch spośród podanych w niej liczb nie zaznaczono na osi).



- II Zaokrąglaj do setek.

a) 596

b) 12 528

c) 16 251

- III Zaokrąglaj do tysięcy.

a) 112

b) 493

c) 1500

- IV Oblicz.

a) XXXIII + XIV

b) DCCXX + CXI

c) CXLVII + MXXVIII

| | |
|---------|----------|
| L – 50 | D – 500 |
| C – 100 | M – 1000 |



Na dobry początek

Sprytne dzielenie

Przygotuj 2 pionki (mogą nimi być np. małe monety) i kalkulator. Postaw pionki na dwóch wybranych polach z liczbami. Podziel większą liczbę przez mniejszą. Jeśli wynik jest liczbą całkowitą, otrzymujesz punkt. Następnie przestaw jeden z pionków na inne pole i graj dalej.

| | | | |
|--|--|--|--|
| $13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 37 =$
155 363 | $2 \cdot 37 =$
74 | $2 \cdot 7 \cdot 37 =$
518 | $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 37 =$
34 188 |
| $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 37 =$
444 | $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 37 =$
4884 | $11 \cdot 37 =$
407 | $2 \cdot 11 \cdot 37 =$
814 |
| $7 \cdot 37 =$
259 | $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 37 =$
5698 | $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 37 =$
14 652 | $3 \cdot 3 \cdot 37 =$
333 |
| $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 37 =$
17 094 | $2 \cdot 2 \cdot 37 =$
148 | $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 37 =$
1554 | $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 37 =$
3108 |

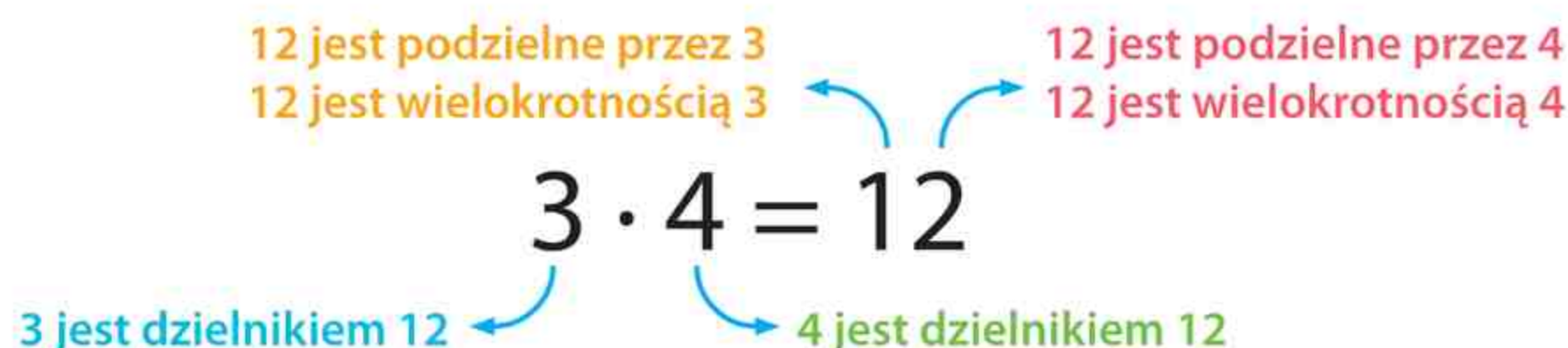
Pytania i polecenia

- Zagraj w grę i spróbuj zdobyć 5 punktów.
- Czy potrafisz bez użycia kalkulatora określić, czy liczba $2 \cdot 5 \cdot 127$ jest podzielna przez $3 \cdot 127$? A przez $5 \cdot 127$?
- Spróbuj zagrać w grę bez użycia kalkulatora.

Liczby 0, 3, 6, 9, 12, ... nazywamy **wielokrotnościami** liczby 3, ponieważ możemy je otrzymać jako wynik mnożenia liczby naturalnej przez 3.

$$0 = 0 \cdot 3 \quad 3 = 1 \cdot 3 \quad 6 = 2 \cdot 3 \quad 9 = 3 \cdot 3 \quad 12 = 4 \cdot 3$$

Każdą z tych liczb można podzielić przez 3 bez reszty. Mówimy, że wielokrotności liczby 3 są **podzielne** przez 3 albo że liczba 3 **jest** ich **dzielnikiem**, na przykład liczba 12 jest podzielna przez 3, a liczba 3 jest dzielnikiem liczby 12.



Przykład 1

Wypisz wszystkie dzielniki liczby 24.

Łatwo jest podać kilka dzielników niewielkiej liczby naturalnej, ale jeśli chcemy podać wszystkie, to musimy postępować systematycznie.

Liczba 1 **jest** dzielnikiem każdej liczby naturalnej. Liczba 0 **nie jest** dzielnikiem żadnej liczby.

Sprawdzamy, czy liczba 24 jest podzielna przez kolejne liczby naturalne (oczywiście większe od 0).

| | dzielniki |
|--|------------------|
| • przez 1 – tak, $24 : 1 = 24$ | 1 i 24 |
| • przez 2 – tak, $24 : 2 = 12$ | 2 i 12 |
| • przez 3 – tak, $24 : 3 = 8$ | 3 i 8 |
| • przez 4 – tak, $24 : 4 = 6$ | 4 i 6 |
| • przez 5 – nie, $24 : 5 = 4 \text{ r } 4$ | – |
| • przez 6 – tak, $24 : 6 = 4$ | 6 i 4 – już było |

Zauważmy, że:

- każdy znaleziony dzielnik ma parę – wynik dzielenia, który też jest dzielnikiem liczby 24,
- liczby, przez które dzielimy, rosną, a wyniki dzielenia maleją, więc gdy dojdziemy do liczby, która już się pojawiła jako wynik dzielenia, to możemy mieć pewność, że znaleźliśmy wszystkie dzielniki liczby 24.

Dzielniki liczby 24 to 1 i 24, 2 i 12, 3 i 8, 4 i 6. Jest ich osiem.

Wygodnie jest wypisać je w kolejności rosnącej: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Cechy podzielności

Aby sprawdzić, czy jedna liczba jest podzielna przez drugą, nie zawsze musimy wykonywać dzielenie. W wielu przypadkach można skorzystać z jednej z **cech podzielności**.



Najmniejsza wspólna wielokrotność

Czasami szukamy liczby, która jest podzielna przez dwie dane liczby, czyli jest ich **wspólną wielokrotnością**. Na przykład gdy sprowadzamy ułamki do wspólnego mianownika, musimy znaleźć liczbę, która będzie wielokrotnością obu mianowników, i chcemy, aby była ona jak najmniejsza.

Przykład 2

Podaj kilka wspólnych wielokrotności liczb 12 i 18. Znajdź ich najmniejszą wspólną wielokrotność różną od zera, czyli $NWW(12, 18)$.

Znajdujemy kolejne wielokrotności liczby 12 (bez zera): 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Znajdujemy kolejne wielokrotności liczby 18 (bez zera): 18, 36, 54, 72, ...

Znajdujemy liczby, które powtórzyły się w obu ciągach wielokrotności: 36, 72, ...

Podajemy najmniejszą wspólną wielokrotność: $NWW(12, 18) = 36$.

W prostych przypadkach nie musimy wypisywać kolejnych wielokrotności, np. $NWW(2, 3) = 6$, $NWW(5, 15) = 15$.

Inny sposób obliczania NWW poznamy pod koniec tematu.

Dobra rada

Możesz obliczać wielokrotności tylko jednej z liczb (większej) i sprawdzać, czy są podzielne przez drugą liczbę.

Kolejne wielokrotności 20:
 $20 : 12$ – niepodzielne
 $40 : 12$ – niepodzielne
 $60 : 12 = 5$ JEST!



Największy wspólny dzielnik

Gdy mamy dane dwie liczby, możemy się zastanawiać, jakie są ich wspólne dzielniki. Na przykład gdy chcemy skrócić ułamek, szukamy wspólnego dzielnika licznika i mianownika.

Przykład 3

Znajdź wszystkie wspólne dzielniki liczb 12 i 18. Znajdź największy wspólny dzielnik tych liczb, czyli $NWD(12, 18)$.

Dzielniki liczby 12 ustawione rosnąco: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Dzielniki liczby 18 ustawione rosnąco: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Wspólne dzielniki liczb 12 i 18: 1, 2, 3, 6.

Największy wspólny dzielnik: $NWD(12, 18) = 6$.

Inny sposób obliczania NWD poznamy pod koniec tematu.

W przypadku niektórych par liczb jedynym wspólnym dzielnikiem jest liczba 1. Wówczas jest ona również ich NWD. Na przykład $NWD(4, 15) = 1$.

Rozkład na czynniki pierwsze

Przypomnijmy sobie pojęcia z piątej klasy.

Zapamiętaj

Liczba pierwsza to liczba naturalna większa od 1, która ma dwa różne dzielniki naturalne: 1 i samą siebie. Na przykład: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ..., 223, ...

Liczba złożona to taka liczba naturalna większa od 1, która ma więcej niż dwa dzielniki naturalne. Na przykład: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, ..., 224, ...

Liczb 0 i 1 nie zaliczamy ani do liczb pierwszych, ani do liczb złożonych.

Każdą liczbę złożoną można zapisać w postaci iloczynu liczb pierwszych. Taki zapis nazywamy **rozkładem na czynniki pierwsze**.

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \quad \leftarrow \text{rozkład na czynniki pierwsze liczby 8}$$

$$15 = 3 \cdot 5 \quad \leftarrow \text{rozkład na czynniki pierwsze liczby 15}$$

Przykład 4

Rozłóż na czynniki pierwsze liczbę 280.

Sposób 1

Czasem trudno to zrobić w pamięci. Wówczas najpierw zapisujemy liczbę w postaci **jakiegokolwiek iloczynu** liczb naturalnych większych od 1, a następnie otrzymane czynniki znowu zapisujemy w postaci iloczynu, aż otrzymamy same liczby pierwsze.

$$\begin{aligned} 280 &= 28 \cdot 10 = \\ &= 4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \end{aligned} \quad \text{lub} \quad \begin{aligned} 280 &= 4 \cdot 70 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \end{aligned}$$

Szukany rozkład na czynniki pierwsze to $280 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$, co możemy zapisać również tak: $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$.

Sposób 2

Rozkładanie liczby na czynniki pierwsze można również zapisać w następujący sposób:

| | | | |
|----------------------|-----|--|--|
| liczba do rozłożenia | 280 | | liczba pierwsza, przez którą jest podzielna liczba 280 |
| | 280 | | 2 |
| 280 : 2 = 140 | 140 | | 2 |
| | 70 | | 7 |
| | 10 | | 2 |
| | 5 | | 5 |
| | 1 | | |

$$280 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$$

Wykorzystanie rozkładu na czynniki pierwsze do obliczania NWD i NWW

Zastosujemy rozkład na czynniki pierwsze, aby wyznaczyć NWD i NWW liczb 36 i 126.

Rozkładamy każdą z liczb na czynniki pierwsze:

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \qquad 126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$

↓

Podkreślamy czynniki powtarzające się w obu rozkładach:

$$36 = \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \qquad 126 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot 7$$

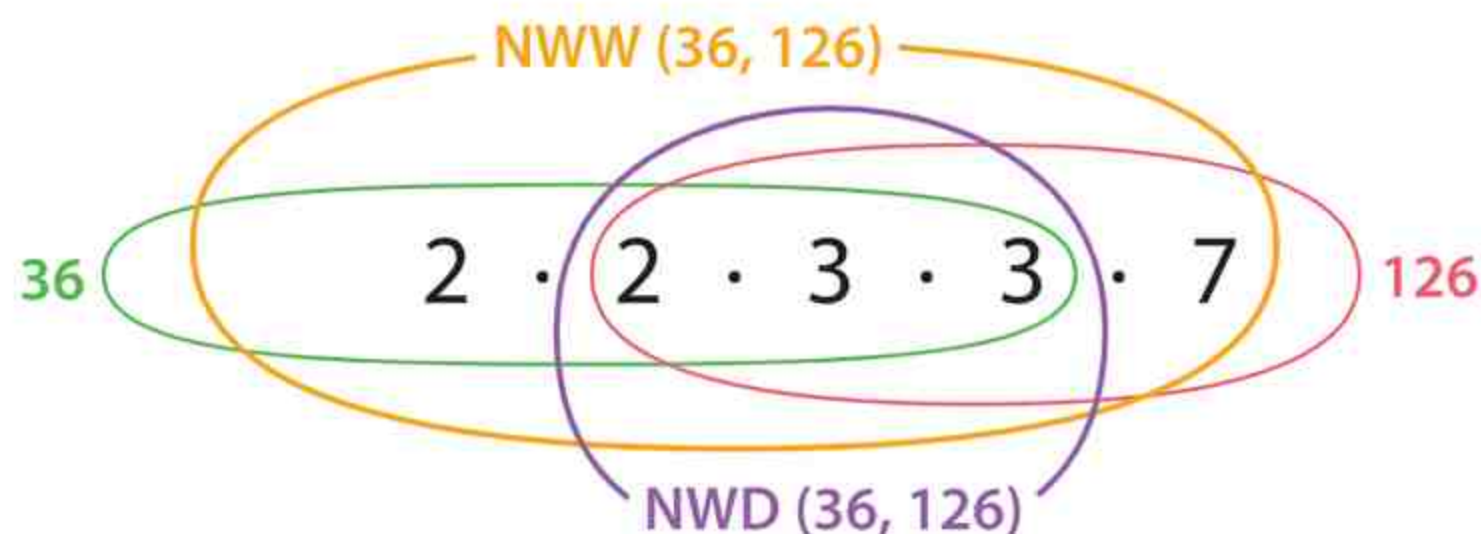
↓

NWD obliczamy, mnożąc powtarzające się czynniki:
 $\text{NWD}(36, 126) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$

↓

NWW obliczamy, mnożąc jedną z liczb przez niepodkreślone czynniki w drugiej:
 $\text{NWW}(36, 126) = 36 \cdot 7 = 252$
 lub
 $\text{NWW}(36, 126) = 126 \cdot 2 = 252$

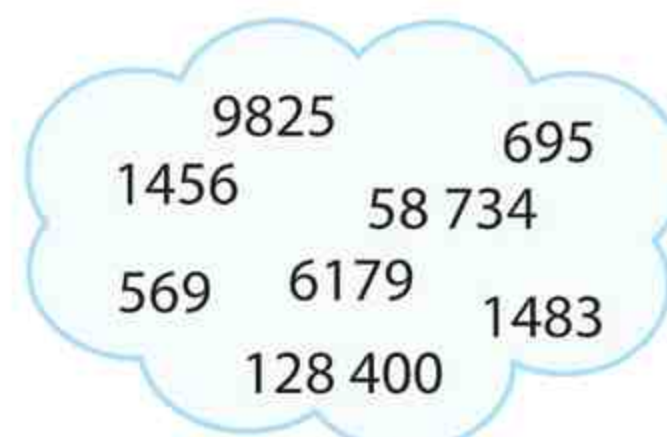
Zauważ że:



Zadania

- **1** Wypisz z chmurki wszystkie liczby podzielne przez:

| | | |
|-------|-------|---------|
| a) 2, | c) 4, | e) 9, |
| b) 3, | d) 5, | f) 100. |



- **2** Puszki są pakowane w zgrzewki po 9 sztuk. Czy kupując podaną liczbę puszek, można kupić tylko pełne zgrzewki?

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| a) 128 sztuk | b) 351 sztuk | c) 738 sztuk |
|--------------|--------------|--------------|





- **3** W pewnym batalionie jest 672 żołnierzy. Czy można ich ustawić:
- | | |
|---------------|-----------------------------|
| a) trójkami, | d) w szeregach po 9 osób, |
| b) czwórkami, | e) w szeregach po 10 osób, |
| c) piątkami, | f) w oddziałach po 25 osób? |
- Jeśli nie – napisz, ile osób będzie w ostatniej, niepełnej grupie.
- **4** Wymień wszystkie dzielniki podanej liczby.
- | | |
|-------|--------|
| a) 48 | b) 100 |
|-------|--------|
- **5** Rozłóż liczbę na czynniki pierwsze.
- | | | | |
|----------|--------|---------|---------|
| ✂ a) 150 | c) 616 | e) 840 | g) 3150 |
| ✂ b) 126 | d) 792 | f) 1323 | h) 3675 |
- **6** Wyznacz NWD i NWW podanych liczb.
- | | | |
|--------------|------------|---------------|
| a) 12 i 30 | c) 15 i 40 | e) 28 i 360 |
| ✂ b) 60 i 90 | d) 18 i 49 | f) 385 i 1050 |
- **7** Rozłóż na czynniki pierwsze liczby 72 i 540. Przeanalizuj diagram na stronie 82 i narysuj analogiczny diagram dla liczb 72 i 540. Odczytaj z niego $\text{NWD}(72, 540)$ i $\text{NWW}(72, 540)$.
- **8** Uczniowie przygotowali suchy prowiant na wycieczkę: 46 kanapek, 69 jabłek i 92 cukierki. Każdy uczeń dostanie taką samą paczkę prowiantu. Ile osób jedzie na wycieczkę?
- **9** Doktor Jakub ma całodzienny dyżur co 6 dni, a doktor Paweł – co 4 dni. W sobotę 24 września mieli wspólny dyżur. Kiedy kolejny raz spotkają się na dyżurze?
- **10** Zębatka przy pedałach roweru ma 40 zębów, a zębatka przy tylnym kole ma 24 zęby. Ile razy trzeba obrócić pedały, aby zarówno położenie pedałów, jak i tylnego koła wróciło do pierwotnego położenia?
-  **11** Znajdź najmniejszą liczbę naturalną dodatnią m taką, że $99 \cdot m$ jest kwadratem liczby naturalnej.
-  **12** NWD dwóch liczb wynosi 6, a ich NWW wynosi 210. Co to za liczby? Podaj wszystkie możliwości.

Wskazówka Narysuj analogiczny diagram jak na stronie 82. Co możesz od razu do niego wpisać? Jak możesz uzupełnić pozostałe puste miejsca?



Dla dociekliwych

- 1 Jeśli liczba jest podzielna przez 12, to jest też podzielna przez 3 i przez 4. Jest też odwrotna zależność: liczba podzielna przez 3 i przez 4 jest podzielna przez 12. Sprawdź, czy podana liczba jest podzielna przez 12.
a) 8544 b) 7569 c) 884
- 2 Jeśli liczba naturalna jest podzielna przez 12, to jest też podzielna przez 2 i przez 6. **Nie ma** jednak odwrotnej zależności: istnieją liczby naturalne podzielne przez 2 i przez 6, a niepodzielne przez 12. Podaj przykład trzech takich liczb.
- 3 Rozłóż liczbę 12 na czynniki pierwsze. Wyjaśnij, dlaczego do stwierdzenia podzielności przez 12 wystarczy podzielność przez 3 i przez 4, a nie wystarczy podzielność przez 2 i przez 6.
- 4 Dwie liczby naturalne są **względnie pierwsze**, jeśli ich największy wspólny dzielnik to 1.
a) Czy liczby 3 i 4 są względnie pierwsze?
b) Czy liczby 2 i 6 są względnie pierwsze?
- 5 Jak sprawdzić podzielność danej liczby naturalnej przez 15? A przez 30? A jak przez 18?

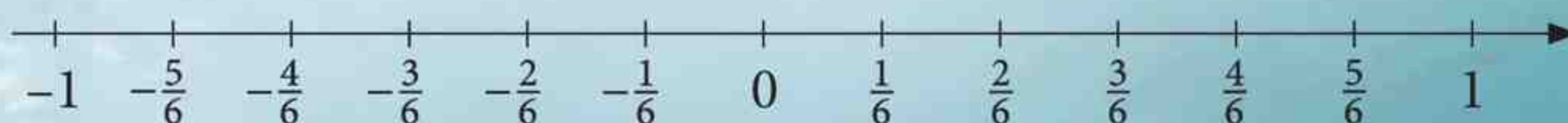


Czy już umiem?

- I Rozłóż liczbę na czynniki pierwsze.
a) 36 b) 15 900
- II Oblicz NWD i NWW podanych liczb.
a) 6 i 15 b) 63 i 210
- III Czy podana liczba jest podzielna przez 4?
a) 176 543 928 b) 765 438 274 c) 8 294 653 700
- IV Oblicz. Skorzystaj z równości: $542 \cdot 719 = 389\,698$.
a) $54\,200 \cdot 71\,900$ b) $5,42 \cdot 7,19$ c) $54,2 \cdot 71\,900$

  Na dobry początek

Większe czy mniejsze?



| | | | | | | |
|---|---------------------|--------|---------------------|--------------------|--------|---------|
| Liczba $-\frac{4}{6}$
jest większa
od ... | $-\frac{5}{6}$
M | 0
O | $-\frac{2}{6}$
R | $\frac{2}{6}$
S | 1
K | -1
A |
|---|---------------------|--------|---------------------|--------------------|--------|---------|

| | | | | | | |
|--|---------------------|---------------------|--------|---------|---------------------|---------------------|
| Liczba $-\frac{3}{6}$
jest mniejsza
od ... | $-\frac{2}{6}$
N | $-\frac{1}{6}$
A | 0
T | -1
U | $-\frac{5}{6}$
R | $-\frac{4}{6}$
A |
|--|---------------------|---------------------|--------|---------|---------------------|---------------------|

Pytania i polecenia

Wskaż wszystkie liczby w danym wierszu tabeli, którymi można dokończyć zdanie tak, aby było prawdziwe. Pomóż sobie osią liczbową. Litery pod wybranymi liczbami z obydwu wierszy, czytane rzędami, utworzą nazwę dużego ssaka o bardzo łagodnym usposobieniu, żyjącego w wodach strefy zwrotnikowej i podzwrotnikowej.

Liczbę 0,268 można zapisać w postaci:

$$0,268 = 0,2 + 0,06 + 0,008 = 2 \cdot 0,1 + 6 \cdot 0,01 + 8 \cdot 0,001$$

Zapamiętaj

W ułamku dziesiętnym cyfry po przecinku nazywamy następująco:



► Porównywanie ułamków dziesiętnych

Jedną z metod porównywania ułamków dziesiętnych jest dopisywanie do jednego z nich „brakujących” zer.

Na przykład:

$$0,28 > 0,217, \text{ bo } 0,280 > 0,217$$

Ułamki dziesiętne możemy porównywać również cyfra po cyfrze.

Porównajmy liczby 0,28 i 0,217.

0,28 0,217 Cyfry części dziesiątych są równe: $2 = 2$,
więc porównujemy dalej.

0,28 0,217 Cyfry części setnych różnią się: $8 > 1$,
więc pierwsza liczba jest większa.

Ostatecznie: $0,28 > 0,217$.

► Równość ułamków

- Rozszerzając lub skracając ułamek zwykły, uzyskujemy inny – równy mu – ułamek zwykły.

Rozszerzamy ułamek przez 5.

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

Skracamy ułamek przez 5.

Gdy skrócisz ułamek przez NWD licznika i mianownika, od razu otrzymasz ułamek nieskracalny.

Podobnie postępujemy z liczbami ujemnymi.

$$-\frac{3}{4} = -\frac{15}{20}$$

$$-\frac{6}{9} = -\frac{2}{3}$$

$$-\frac{10}{60} = -\frac{1}{6}$$

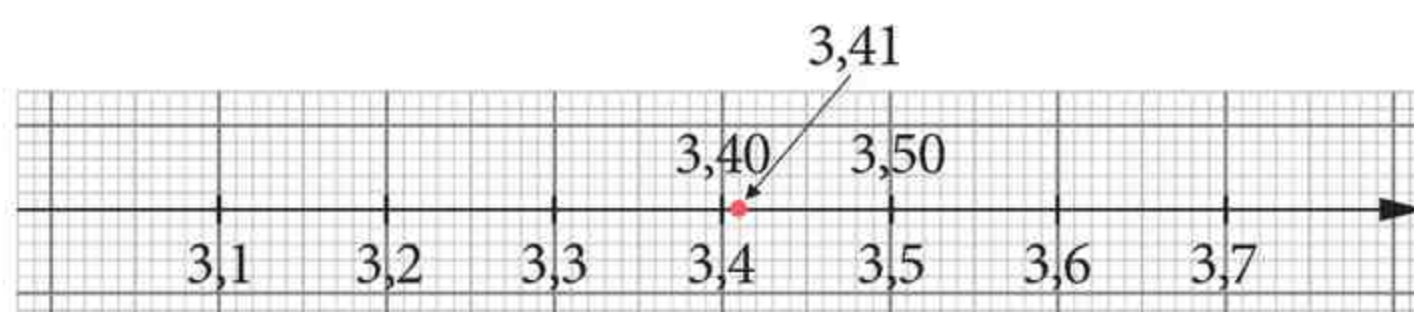
Dodatnie ułamki na osi liczbowej

Przykład 1

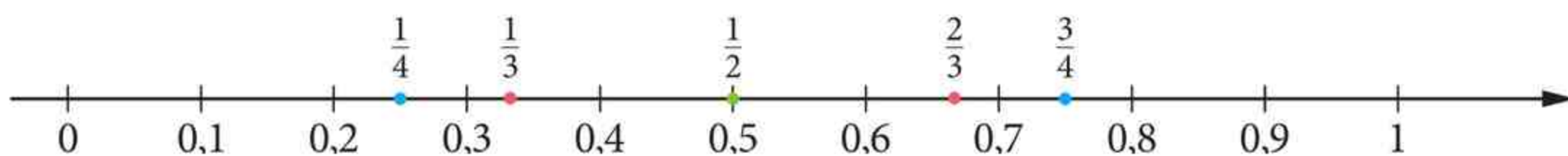
Zaznacz na osi liczbowej liczbę 3,41.

$$3,4 = 3,40$$

$$3,5 = 3,50$$



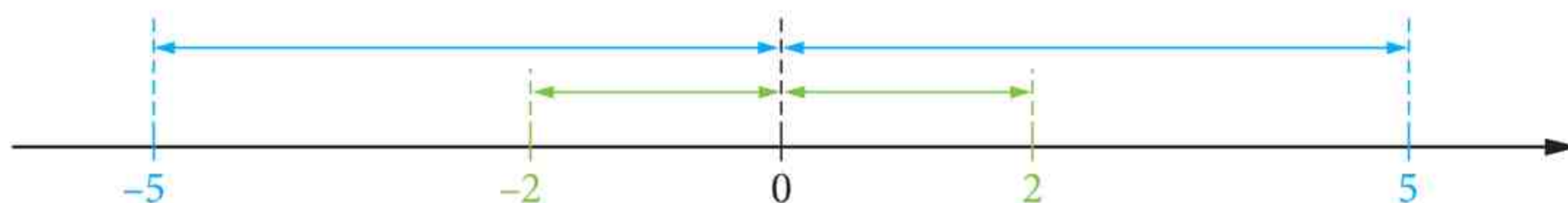
Odcinek osi między 0 a 1 możemy dzielić na różne sposoby w zależności od tego, jakie ułamki chcemy zaznaczyć.



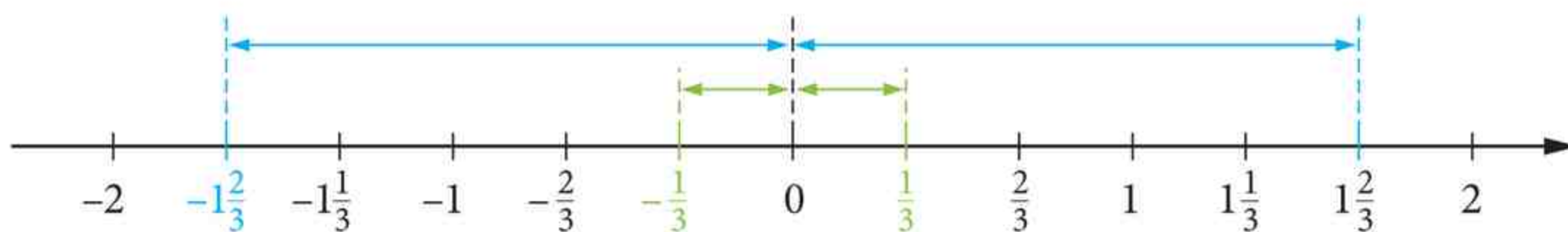
Ujemne ułamki na osi liczbowej

Ułamki ujemne podobnie jak ułamki dodatnie możemy zaznaczyć na osi.

Wiesz już, że liczby przeciwne leżą na osi po dwóch stronach zera, w równej od niego odległości.



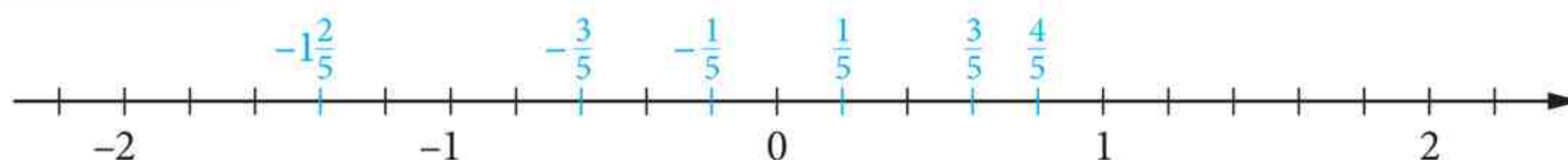
Tak samo jest w przypadku ułamków i liczb mieszanych.



► Porównywanie ułamków ujemnych i dodatnich

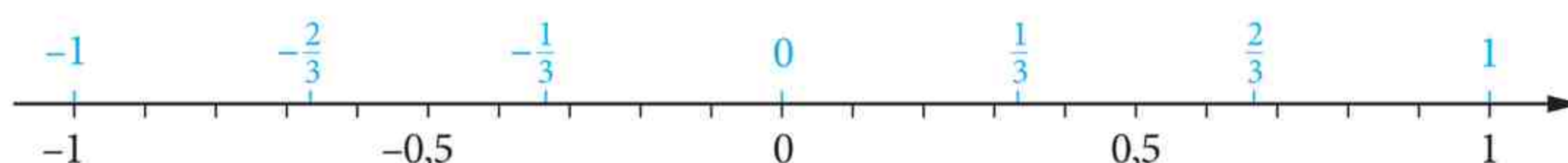
Aby łatwiej porównać liczby, możemy zaznaczyć je na osi liczbowej.

Przykład 2



Na osi widać, że:

$$\frac{3}{5} > \frac{1}{5} \qquad -\frac{3}{5} < \frac{1}{5} \qquad -1\frac{2}{5} < -\frac{1}{5} \qquad -2 < \frac{4}{5}$$



Na osi widać, że:

$$0,3 < \frac{1}{3} < 0,4 \qquad -0,3 > -\frac{1}{3} > -0,4$$

Kiedy dojdiesz do wprawy, rysowanie osi nie będzie konieczne – wystarczy, że ją sobie wyobrazisz.

Czasami przy porównywaniu ułamków pomaga skracanie i rozszerzanie.

$$\frac{7}{15} > \frac{9}{20}, \quad \text{bo } \frac{7}{15} = \frac{28}{60}, \frac{9}{20} = \frac{27}{60}, \quad \text{a } \frac{28}{60} > \frac{27}{60}$$

$$\frac{2}{17} > \frac{4}{35}, \quad \text{bo } \frac{2}{17} = \frac{4}{34}, \quad \text{a } \frac{4}{34} > \frac{4}{35}$$

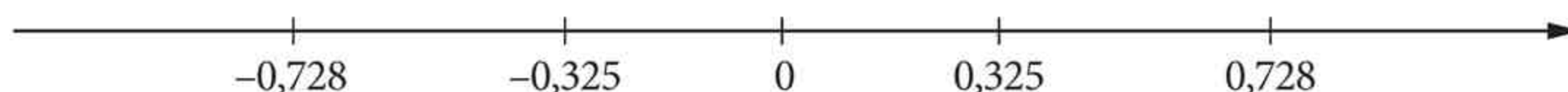
$$-\frac{2}{3} < -\frac{6}{11}, \quad \text{bo } -\frac{2}{3} = -\frac{22}{33}, -\frac{6}{11} = -\frac{18}{33}, \quad \text{a } -\frac{22}{33} < -\frac{18}{33}$$

$$-\frac{1}{2} > -\frac{53}{100}, \quad \text{bo } -\frac{1}{2} = -\frac{50}{100}, \quad \text{a } -\frac{50}{100} > -\frac{53}{100}$$

Przy porównywaniu ułamków dziesiętnych musimy zwrócić uwagę zarówno na znak, jak i na wartość bezwzględną.

$$-0,651 < 0,117 \quad \text{Liczba ujemna jest mniejsza od liczby dodatniej.}$$

$$-0,728 < -0,325, \text{ ale } 0,728 > 0,325$$



Zadania

- 1** Wykonaj polecenia. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a), b) i c) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

Zamień ułamek zwykły na dziesiętny, a dziesiętny – na zwykły.

- | | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $\frac{3}{100}$ | d) $\frac{8}{10}$ | g) $-\frac{783}{1000}$ |
| b) $-\frac{817}{10000}$ | e) $-\frac{32}{10000}$ | h) 0,031 |
| c) -0,012 | f) 0,0015 | i) -0,045 |

poziom B

Doprowadź ułamek do postaci nieskracalnej.

- | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| a) $\frac{20}{180}$ | d) $\frac{6}{16}$ | g) $\frac{30}{1200}$ |
| b) $-\frac{10}{15}$ | e) $-\frac{36}{100}$ | h) $-\frac{20}{80}$ |
| c) $-\frac{14}{21}$ | f) $\frac{35}{40}$ | i) $-\frac{7}{28}$ |

poziom C

Zamień na liczbę mieszaną z nieskracalnym ułamkiem.

- | | | | |
|-----------|-----------|------------|-----------|
| a) 2,8 | c) -83,08 | e) 9,05 | g) -12,75 |
| b) -7,004 | d) 6,14 | f) -13,002 | h) 15,06 |

poziom D

Liczbę mieszaną zamień na ułamek niewłaściwy, a ułamek niewłaściwy – na liczbę mieszaną.

- | | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
| a) $2\frac{3}{7}$ | c) $-4\frac{1}{2}$ | e) $4\frac{2}{9}$ | g) $-\frac{39}{5}$ |
| b) $\frac{29}{3}$ | d) $-1\frac{5}{6}$ | f) $\frac{25}{4}$ | h) $\frac{29}{6}$ |

poziom E

Zamień na ułamek dziesiętny.

- | | | | |
|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| a) $3\frac{2}{5}$ | c) $5\frac{7}{8}$ | e) $-2\frac{3}{50}$ | g) $8\frac{3}{200}$ |
| b) $-4\frac{1}{20}$ | d) $-\frac{3}{4}$ | f) $5\frac{1}{8}$ | h) $-4\frac{1}{2}$ |

MISTRZ

Zamień na ułamek dziesiętny.

- | | | |
|---------------------|----------------------|---------------------|
| a) $\frac{3}{16}$ | c) $-\frac{11}{625}$ | e) $-\frac{3}{150}$ |
| b) $-\frac{7}{125}$ | d) $\frac{28}{35}$ | f) $-\frac{21}{75}$ |



2 Uporządkuj podane liczby rosnąco. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

a) 0,12; 0,5; 0,312

b) 4,3; 0,998; 4,2031

c) 11,53; 10,985; 11,120

d) 3,147; 3,15; 3,2

e) 0,506; 0,5; 0,52

f) 1,12; 0,06; 0,6

poziom B

a) -0,12; 0,12; 0

b) 0,7; -0,3; -0,4

c) -2,67; -2,82; -1,99

d) -14,2; -12,4; -12,2

e) 0; 0,5; -0,17

f) -0,17; -0,32; -1,53

poziom C

a) $-\frac{1}{7}$, $-1\frac{2}{7}$, $-1\frac{5}{7}$

b) $\frac{2}{5}$, $-1\frac{1}{5}$, $-\frac{2}{5}$

c) $-\frac{2}{11}$, 0, $-2\frac{3}{11}$

d) $-\frac{8}{15}$, $-\frac{22}{15}$, 0

e) $-3\frac{2}{9}$, $-1\frac{1}{9}$, $-1\frac{7}{9}$

f) $-2\frac{1}{15}$, -100, $-8\frac{4}{15}$

poziom D

a) $2\frac{1}{5}$; $-3\frac{1}{17}$; $-\frac{8}{9}$

b) -3,581726; $1\frac{18}{392}$; $-\frac{3}{7}$

c) $-\frac{1}{2}$; $-2\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{4}$

d) $-2\frac{37}{53}$; $-1\frac{12}{87}$; -5,5

e) -0,1; $-1\frac{3}{20}$; $-\frac{2}{5}$

f) -1,672936; 2,1524; 0

MISTRZ

a) -2,17; $-2\frac{1}{5}$; $-2\frac{9}{50}$; $-\frac{9}{4}$

b) -0,007; $-\frac{1}{142}$; $-\frac{2}{280}$; $-\frac{3}{500}$

c) $-\frac{1}{3}$; $-\frac{15}{46}$; $-\frac{14}{45}$; $-\frac{5}{16}$

d) $-\frac{354}{709}$; 0,27; -0,5002; $\frac{19}{84}$

• **3** W zapisie liczby 258,179 wskaż cyfrę:

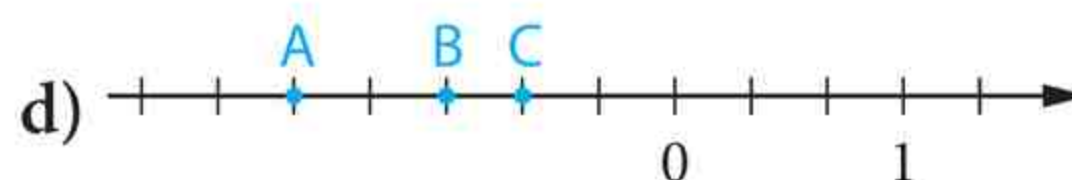
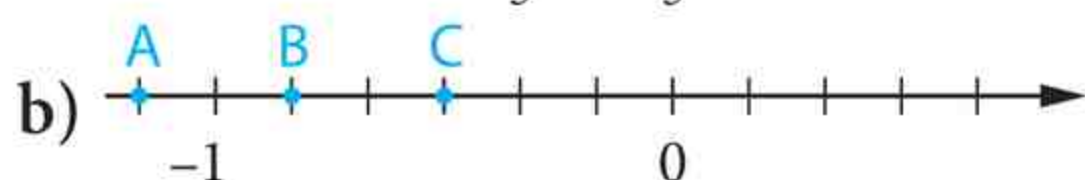
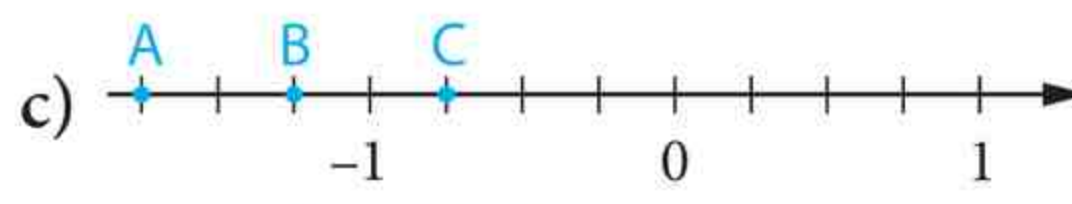
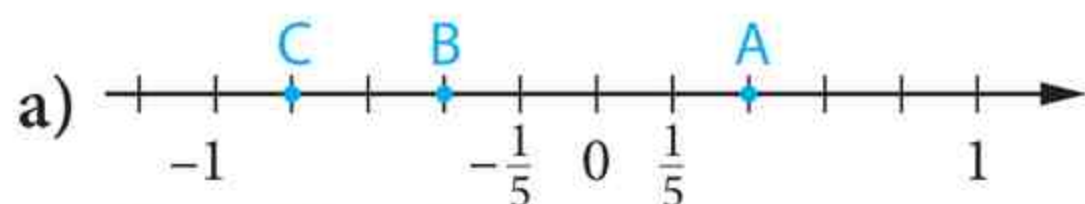
a) setek,

b) części setnych,

c) dziesiątek,

d) części dziesiątych.

•• **4** Odczytaj liczby, które oznaczono na osi liczbowej literami.



•• **5** Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej podane liczby.

a) $1\frac{1}{4}$, $-\frac{3}{4}$, $-1\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$, -1,5

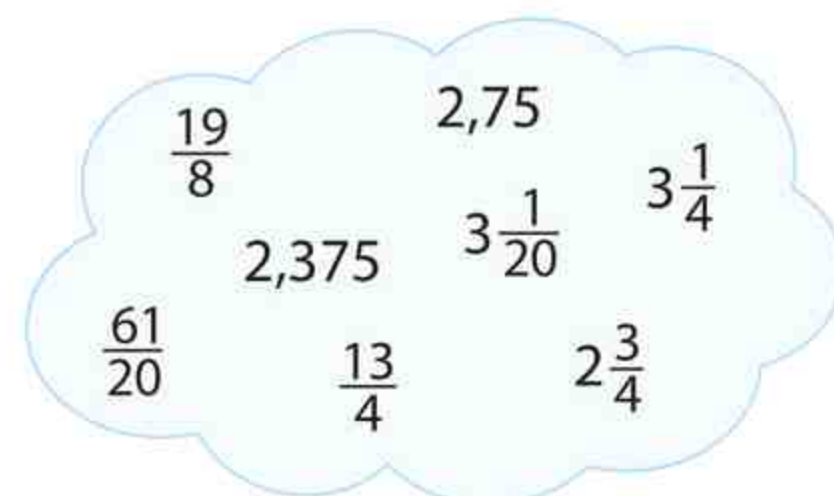
- **6** Znajdź w chmurce liczbę spełniającą podany warunek. Każda liczba pasuje tylko do jednego przykładu.

- a) Cyfra części dziesiątych jest równa 8.
b) Cyfra części setnych jest równa 4.
c) Cyfra dziesiątek jest równa cyfrze części tysięcznych.
d) Cyfra części tysięcznych jest o 1 mniejsza od cyfry dziesiątek.

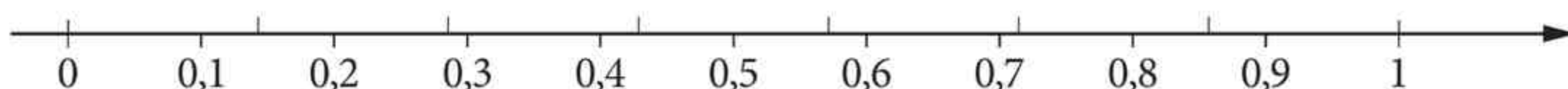


- **7** Znajdź w chmurce dwie liczby równe podanej liczbie.

- a) $2\frac{3}{8}$ c) $\frac{11}{4}$
b) 3,05 d) 3,25

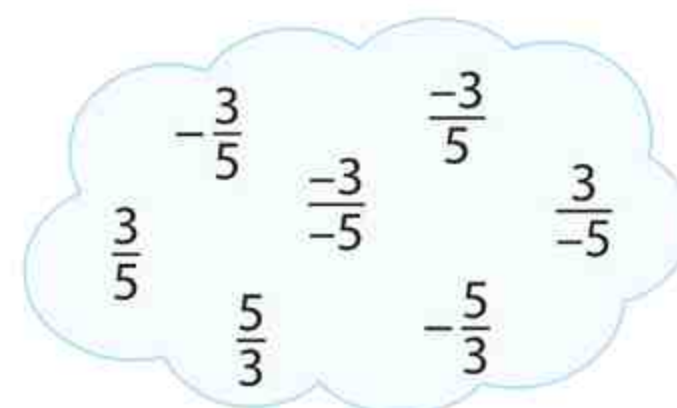


- **8** Wypisz wszystkie ułamki właściwe o mianowniku równym 7. Dla każdego z tych ułamków znajdź na osi liczbowej najbliższy mu ułamek dziesiętny. Zapisz przybliżenia według wzoru: $\frac{1}{7} \approx 0,1$.



- **9** Wypisz z chmurki liczby równe podanej liczbie.

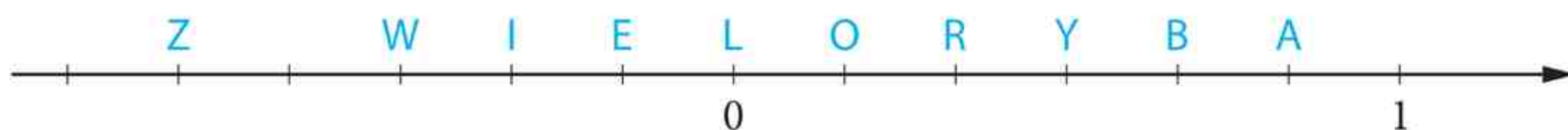
- a) 0,6
b) -0,6



- **10** Przepisz podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

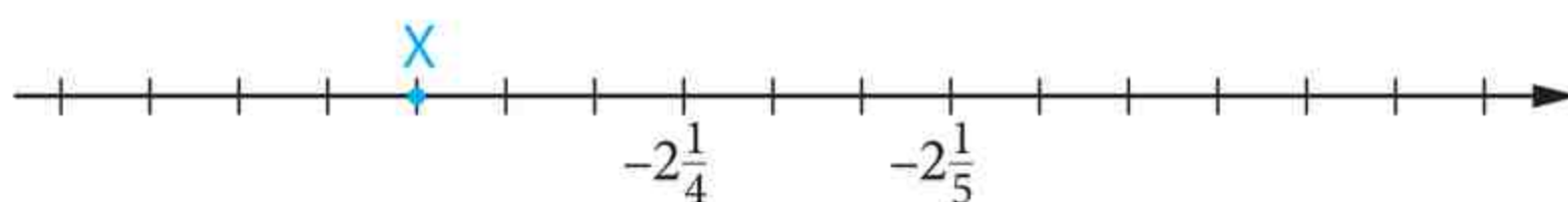
- a) 2,3; 3,2; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{2}$ c) $-\frac{5}{3}$; -1,5; $-1\frac{1}{4}$; -5,3
b) 1,19; 19,1; $\frac{1}{19}$; $\frac{19}{1}$ d) 3,742; $\frac{15}{4}$; $3\frac{4}{5}$; $3\frac{40}{49}$

- **11** Znajdź podane liczby na osi i wypisz odpowiadające im litery. Odczytaj hasło.



- a) $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, 0,5 b) $\frac{10}{15}$, $\frac{25}{30}$, $-\frac{35}{42}$, $-\frac{50}{150}$, $-\frac{3}{18}$

- 12** Jaką liczbę oznaczono na osi liczbowej literą X?



- 13** Jaś zapisał dodatni ułamek dziesiętny mniejszy od 1, mający trzy cyfry po przecinku. Cyfra części tysięcznych jest w tym ułamku większa od cyfry części setnych, a cyfra części setnych jest dwa razy większa od cyfry części dziesiątych. Czy ten ułamek jest większy, czy mniejszy od $\frac{1}{2}$? Dlaczego?

Dla dociekliwych

- 1** Ulepienie pierogów na niedzielny obiad zajęłoby Wojtkowi 3 godziny, a Tomkowi 6 godzin. Jak długo będą je lepić wspólnie?

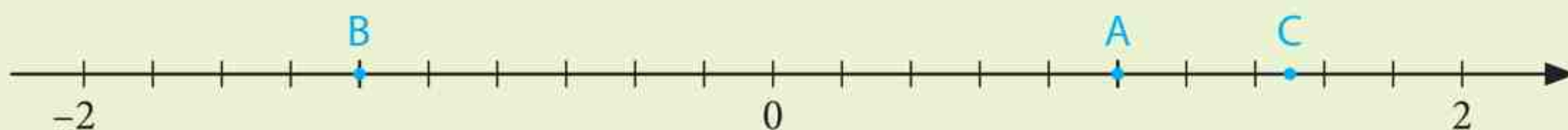
Wskazówka Możesz liczyć po kolei: jaką część pierogów ulepi w ciągu godziny Wojtek, jaką Tomek, a jaką ulepią razem.

- 2** Zapas karmy wystarcza małemu psu na 20 dni, a dużemu – na 5 dni. Na ile dni wystarczy ten zapas karmy dla obu psów?

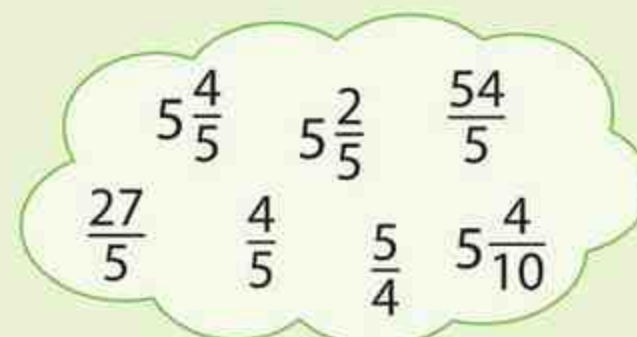
- 3** Tomkowi samodzielne pomalowanie płotu zajęłoby 8 godzin, Benowi 7,5 godziny, Billowi 5 godzin, a Johnny zrobiłby to w 3 godziny. Jednak Ben, Bill i Johnny malowali wspólnie, a Tomek siedział i patrzył. Ile godzin zajęło chłopcom malowanie płotu? Czy wiesz, w jakiej książce występują ci bohaterowie i dlaczego malowali płot?

Czy już umiem?

- I** Jakie liczby zaznaczono na osi literami? Przedstaw każdą z tych liczb w postaci ułamka dziesiętnego, liczby mieszanej i ułamka niewłaściwego.



- II** W chmurce znajdują się trzy liczby równe 5,4. Wypisz je.



- III** Uporządkuj podane liczby w kolejności od najmniejszej do największej.
 $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{3}$; $-2\frac{3}{5}$; $-\frac{3}{5}$; $-\frac{5}{3}$; $1\frac{2}{5}$; 3,5; $\frac{12}{5}$; 0; -2,5

- IV** Narysuj trójkąt prostokątny o przyprostokątnych $a = 3$ cm i $b = 4$ cm oraz przeciwprostokątnej c . Narysuj wszystkie jego wysokości i podpisz je h_a , h_b , h_c .

Na dobry początek

Wspólne mianowniki

Przygotujcie dla każdego z was zestaw kartoników z cyframi od 1 do 9.

- ▶ Wylosujcie po dwa spośród swoich kartoników i ułóżcie z nich ułamki właściwe.
- ▶ Znajdź wspólny mianownik dla ułożonych ułamków i zapisz go na kartce.
- ▶ Druga osoba niech zrobi to samo.
- ▶ Pokażcie swoje wyniki. Ten, kto znalazł wspólny mianownik, dostaje punkt. Jeśli podaliście dwie różne poprawne odpowiedzi, każde z was dostaje punkt, a dodatkowy punkt dostaje ten, kto znalazł mniejszy mianownik.



Pytania i polecenia

Ela ułożyła ułamek $\frac{3}{4}$, a Piotrek ułamek $\frac{5}{6}$.

- Podaj wspólny mianownik tych ułamków.
- Ela zapisała na kartce liczbę 32, a Piotrek liczbę 48. Kto zdobył punkt, czyli kto wskazał wspólny mianownik tych dwóch ułamków?

Dodawanie pamięciowe

Proste dodawanie możemy wykonać w pamięci.

- $150 + 25 = 175$
- $2300 + 10\ 000 = 12\ 300$
- $2,3 + 0,2 = 2,5$
- $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- $0,8 + 0,6 = 1,4$
- $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
- $0,9 + 0,05 = 0,95$
- $2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{4}{4} = 3$

Składniki możemy dodawać w dowolnej kolejności. Czasami ułatwia to obliczenia.

- $108 + 15 + 12 = 120 + 15 = 135$
- $179 + 237 + 72 + 63 + 11 = 190 + 300 + 72 = 562$

W pamięci możemy też oszacować wyniki trudniejszych obliczeń.

- $2854 + 8177 \approx 3000 + 8000 = 11\ 000$
- $2,8 + 1,13 \approx 3 + 1 = 4$

Dodawanie pisemne

Trudniejsze dodawanie możemy wykonać pisemnie.

Przykład 1

poziom A

$$2989 + 312 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | 1 | 1 | 1 | | |
| | | 2 | 9 | 8 | 9 | |
| | + | | 3 | 1 | 2 | |
| | | 3 | 3 | 0 | 1 | |

poziom B

$$13,48 + 2,9 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|---|-----|---|--|--|
| | | | 1 | | | |
| | | 1 | 3,4 | 8 | | |
| | + | | 2,9 | 0 | | |
| | | 1 | 6,3 | 8 | | |

Przecinek piszemy pod przecinkiem.

poziom C

$$5 + 2,84 + 3,2 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|---|-----|---|--|--|
| | | | 1 | | | |
| | | | 5,0 | 0 | | |
| | | | 2,8 | 4 | | |
| | + | | 3,2 | 0 | | |
| | | 1 | 1,0 | 4 | | |

$5 = 5,00$

Dodawanie ułamków zwykłych

Przykład 2

poziom A

Łatwo dodać ułamki zwykłe o jednakowych mianownikach. Po prostu dodajemy liczniki, a mianownik pozostawiamy bez zmian.

$$\frac{3}{17} + \frac{5}{17} = \frac{8}{17}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3} = 3\frac{3}{3} = 4$$

poziom B

Gdy mianowniki są różne, musimy sprowadzić ułamki do wspólnego mianownika, a dopiero potem dodać.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

Najmniejszym wspólnym mianownikiem jest NWW mianowników.

poziom C

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6} = 2\frac{2}{6} + 3\frac{5}{6} = 5\frac{7}{6} = 6\frac{1}{6}$$

$$4\frac{1}{10} + 2\frac{3}{4} = 4\frac{2}{20} + 2\frac{15}{20} = 6\frac{17}{20}$$

Dobra rada

Jeśli nie masz lepszego pomysłu na wspólny mianownik – pomnóż mianowniki dodawanych ułamków. Pamiętaj jednak, że wynik może wymagać skrócenia.



poziom D

Jeśli w przykładzie występują zarówno ułamki zwykłe, jak i dziesiętne, zwykle warto je ujednolicić, aby wszystkie były albo zwykłe, albo dziesiętne.

$$\frac{1}{2} + 0,25 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{lub} \quad \frac{1}{2} + 0,25 = 0,5 + 0,25 = 0,75$$

$$\frac{1}{3} + 0,5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{Ułamek } \frac{1}{3} \text{ nie zamienimy na dziesiętny.}$$

poziom E

Dłuższe sumy można czasem sprytnie obliczać, zmieniając kolejność składników.

$$0,5 + \frac{1}{7} + 2,5 + 4\frac{2}{7} = 3 + 4\frac{3}{7} = 7\frac{3}{7}$$

$$0,02 + \frac{1}{4} + 0,38 + 0,75 = 0,4 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 0,4 + 1 = 1,4$$



Zadania



1 Oblicz pisemnie. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

a) $1365 + 857$

c) $2548 + 28$

e) $5876 + 529$

b) $528 + 1257$

d) $125 + 2592$

f) $1289 + 921$

poziom B

a) $1,79 + 21,3$

c) $13,9 + 2,89$

e) $8,93 + 89,3$

b) $2,186 + 0,19$

d) $15,09 + 2,679$

f) $4,57 + 0,703$

poziom C

a) $2 + 12,8 + 0,37$

c) $4,14 + 5,872 + 18$

e) $6,5 + 9,57 + 0,073$

b) $8,905 + 3 + 12,82$

d) $8,7 + 4 + 12,9$

f) $8 + 2,25 + 0,025$

MISTRZ

a) $0,1 + 0,02 + \dots + 0,00005$

d) $1,1 + 1,11 + \dots + 1,11111$

b) $0,1 + 0,01 + \dots + 0,00001$

e) $2,2 + 2,22 + \dots + 2,22222$

c) $1,1 + 1,01 + \dots + 1,00001$

f) $3,3 + 3,33 + \dots + 3,33333$



2 Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

a) $\frac{2}{3} + 2\frac{1}{3}$

c) $3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}$

e) $5\frac{6}{10} + \frac{8}{10}$

g) $3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4}$

b) $2\frac{7}{8} + 1\frac{4}{8}$

d) $1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4}$

f) $4\frac{2}{5} + 1\frac{4}{5}$

h) $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}$

poziom B

a) $\frac{5}{8} + \frac{1}{10}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{3}{10}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

g) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

d) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$

f) $\frac{1}{7} + \frac{2}{3}$

h) $\frac{3}{10} + \frac{1}{6}$

poziom C

a) $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{3}$

c) $5\frac{3}{4} + 2\frac{7}{10}$

e) $1\frac{7}{8} + 3\frac{1}{3}$

g) $4\frac{1}{4} + 1\frac{5}{6}$

b) $1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6}$

d) $4\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2}$

f) $3\frac{3}{5} + 2\frac{1}{2}$

h) $5\frac{5}{6} + 2\frac{3}{8}$

poziom D

a) $2,2 + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{6} + 0,5$

e) $\frac{3}{8} + 0,1$

g) $3,05 + \frac{7}{20}$

b) $1\frac{1}{2} + 0,125$

d) $\frac{1}{5} + 0,6$

f) $0,12 + \frac{1}{25}$

h) $3\frac{9}{20} + 2,55$

poziom E

a) $0,1 + \frac{1}{6} + \frac{7}{12} + 0,4$

c) $0,1 + \frac{4}{26} + \frac{11}{13}$

e) $0,2 + \frac{2}{17} + \frac{4}{5}$

b) $0,5 + \frac{3}{17} + \frac{1}{2}$

d) $0,25 + 0,17 + \frac{3}{4} + 0,03$

f) $0,82 + \frac{2}{8} + 0,28$

- **3** Dodaj w pamięci.

a) $15 + 35$

$111 + 222$

$48 + 17$

b) $2,5 + 0,7$

$0,56 + 0,07$

$0,56 + 0,7$

c) $\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$

$1\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

- **4** Pracujcie w parach. Niech każde z was przygotuje dla siebie kartoniki z cyframi od 1 do 9 oraz planszę według wzoru.

$$0,00 + 0,0$$

Losujecie po trzy cyfry i układacie działanie – każdy na swojej planszy. Obliczacie swoje sumy i sprawdzacie sobie nawzajem wyniki. Kto ma większą sumę, dostaje punkt, jeśli dobrze ją obliczył.

Zagrajcie według podobnych reguł, wykorzystując kolejne plansze.

$$0,0 + 0,0$$

$$0,00 + 0,00$$

$$0,00 + 0,0$$

- **5** Oblicz w pamięci.

a) $0,5 + 7 + \frac{1}{4}$

c) $0,25 + 1\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$

b) $3,75 + 3\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{2} + 0,75 + 0,5 + \frac{1}{4}$

- **6** W podpunkcie są trzy działania. Oszacuj, które z nich ma największy wynik. Wykonaj to działanie pisemnie.

a) $287 + 315$

$289 + 428$

$215 + 976$

b) $0,073 + 0,85$

$0,73 + 0,58$

$0,073 + 0,058$

c) $2,76 + 0,8$

$3,15 + 0,018$

$2,65 + 0,08$

- **7** Bez wykonywania dokładnych obliczeń uporządkuj sumy w kolejności od największej do najmniejszej. Zapisane przy nich litery utworzą hasło.

N $0,905 + 0,0075$

O $0,589 + 0,68$

R $0,58 + 0,068$

K $0,905 + 0,75$

A $0,058 + 0,68$

- **8** Ile zapłacimy za 18 kartonów soku?



•• 9 Rozwiąż równanie.

a) $x - 3 = 5$

c) $y - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{6}$

e) $a - 0,1 = \frac{1}{2}$

b) $x - 0,5 = 1,3$

d) $y - 2\frac{1}{3} = 4\frac{1}{4}$

f) $a - \frac{1}{4} = 0,65$

•• 10 Mecz oglądało na żywo 23 tys. osób, a kolejne 3,72 mln w telewizji. Ile osób łącznie oglądało ten mecz?

•• 11 Oblicz:

a) jak długo żył Justynian Wielki,

b) w którym roku został cesarzem,

c) w którym roku zmarł,

d) w którym wieku się urodził i w którym zmarł.

Czy wiesz, że...

Justynian Wielki urodził się w 482 roku.

Objął tron cesarski w cesarstwie bizantyńskim ze stolicą w Konstantynopolu (wcześniej Bizancjum, obecnie Sztambuł) w wieku 45 lat. Panował przez 38 lat, do końca życia.

Zasłynął wydaniem zbioru praw, który zawierał m.in. edykt *O złoczyńcach, matematykach i innych podobnych*.



•• 12 W Antonówku mieszka dwa razy więcej osób niż w Bażancinie, ale o 1200 osób mniej niż w Dołach Górnych. W Czarnej Górze mieszka 600 osób, czyli o 3000 osób mniej niż w Dołach Górnych. Oblicz, ile osób mieszka w Bażancinie.

... 13 Oblicz sprytnie.

$$\frac{17 \cdot 22}{7 \cdot 17} + \frac{22 \cdot 37 \cdot 5}{15 \cdot 37}$$

... 14 Ania, Tomek i Krysia mieli obliczyć sumę trzech liczb. Ania najpierw dodała dwie pierwsze liczby i otrzymała 17,25. Krysia zaczęła od dodania drugiej i trzeciej liczby i wyszło jej $14\frac{3}{4}$, a Tomek dodał pierwszą i trzecią liczbę i otrzymał 11. Jaką liczbę musi dodać do swojego wyniku Ania, aby otrzymać poprawną sumę trzech liczb?



- ... 15 Grupa przyjaciół to zagorzali fani gry Mathworld. Po skończonej rozgrywce porównali uzyskane wyniki. Okazało się, że Adam miał o tyle punktów mniej od Bożeny, o ile więcej miał od Czarka. Dorota miała o 1200 punktów mniej od Bożeny, ale o 360 więcej niż Konrad, wynik Czarka był średnią wyników Bożeny i Doroty, a Konrad zdobył 3800 punktów. Ile punktów zdobył Adam?

-  16 W dodawaniu zapisanym cyframi rzymskimi cyfry zastąpiono symbolami. Odszyfruj działanie. Zapisz je cyframi rzymskimi, a następnie arabskimi.

a)         +         =          

b)          +         =       



Dla dociekliwych

- 1 Oblicz jak najprościej.

a) $162\,000\,000\,000\,000 + 89\,000\,000\,000\,000$

b) $123\,123\,123\,123\,123\,123 + 753\,753\,753\,753\,753\,753$

c) $789\,789\,789\,789\,789 + 987\,987\,987\,987\,987$



Czy już umiem?

- I Oblicz.

a) $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$

b) $1\frac{7}{10} + 2\frac{3}{4}$

c) $258\frac{1}{17} + 42\frac{3}{34}$

- II Oblicz pisemnie.

a) $2587 + 193$

b) $2,58 + 25,8$

c) $4 + 0,498 + 5,74$

- III Samochód ciężarowy waży 2,26 t, jego kierowca 85 kg, a ładunek 3,5 t. Ile ton waży ten samochód wraz z ładunkiem i kierowcą?

- IV Oblicz.

a) $-2 + 3 \cdot 4$

c) $9 - 5 \cdot (-2)^3$

b) $17 \cdot 8 + 17 \cdot 2$

d) $-16 : 2 \cdot (-4)$



Na dobry początek

Ile brakuje?

Przygotujcie jeden zestaw kartoników z cyframi od 1 do 9.

- ▶ Wylosuj trzy kartoniki i ułóż z nich liczbę mieszaną. Pierwsza cyfra będzie częścią całkowitą, z dwóch pozostałych ułóż ułamek właściwy. Na przykład jeśli zostały wylosowane kartoniki 3, 7, 2, ułóż liczbę $3\frac{2}{7}$.
- ▶ Powiedz, ile brakuje twojej liczbie do najbliższej większej od niej liczby całkowitej.
- ▶ Zadaniem drugiej osoby jest sprawdzenie obliczeń.



Na trasie biegu co kilometr umieszcza się znaki pokazujące odległość od startu.

Pytania i polecenia

Andrzej i Adam biorą udział w biegu, w którym co kilometr stoją znaki informujące, ile kilometrów już pokonali biegacze.

- Andrzej przebiegł już 6,125 km. Jaką odległość musi przebiec do najbliższego znaku informacyjnego?
- Adam ma za sobą $5\frac{1}{7}$ km biegu. Jaką część kilometra ma jeszcze do przebiegnięcia do najbliższego znaku informacyjnego?

Proste odejmowanie możemy wykonać w pamięci.

- $149 - 50 = 99$
- $25\,000 - 2500 = 22\,500$
- $0,9 - 0,5 = 0,4$
- $\frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$
- $0,3 - 0,09 = 0,30 - 0,09 = 0,21$
- $3\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 3$
- $1,2 - 0,5 = 0,7$
- $4\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 4\frac{1}{3}$

W pamięci możemy także oszacować wyniki trudniejszych obliczeń.

- $7860 - 1453 \approx 8000 - 1000 = 7000$
- $12,642 - 2,12 \approx 13 - 2 = 11$

Bardziej skomplikowane odejmowanie możemy wykonać pisemnie.

Przykład 1

poziom A

$$7342 - 428 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--|
| | | 6 | 13 | 3 | 12 | |
| | | 7 | 3 | 4 | 2 | |
| | - | | 4 | 2 | 8 | |
| | | 6 | 9 | 1 | 4 | |

Spr.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | 1 | | 1 | | |
| | | 6 | 9 | 1 | 4 | |
| | + | | 4 | 2 | 8 | |
| | | 7 | 3 | 4 | 2 | |

poziom B

$$2003 - 327 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--|
| | | 1 | 9 | 9 | 13 | |
| | | 2 | 0 | 0 | 3 | |
| | - | | 3 | 2 | 7 | |
| | | 1 | 6 | 7 | 6 | |

Spr.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | 1 | 1 | 1 | | |
| | | 1 | 6 | 7 | 6 | |
| | + | | 3 | 2 | 7 | |
| | | 2 | 0 | 0 | 3 | |

poziom C

Gdy odejmujemy ułamki dziesiętne, zapisujemy liczby tak, żeby przecinek był pod przecinkiem. W razie potrzeby możemy dopisać zera.

$$12,37 - 7,8 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|--------------|--------------|--------------|---|--|
| | | 0 | 11 | 13 | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 7 | |
| | - | | 7 | 8 | 0 | |
| | | | 4 | 5 | 7 | |

Spr.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | | 1 | | | |
| | | | 4 | 5 | 7 | |
| | + | | 7 | 8 | 0 | |
| | | 1 | 2 | 3 | 7 | |

poziom D

$$46,2 - 5,18 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|---|---|--------------|--------------|--|
| | | | 1 | 10 | | |
| | | 4 | 6 | 2 | 0 | |
| | - | | 5 | 1 | 8 | |
| | | 4 | 1 | 0 | 2 | |

Spr.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | | 1 | | | |
| | | 4 | 1 | 0 | 2 | |
| | + | | 5 | 1 | 8 | |
| | | 4 | 6 | 2 | 0 | |



poziom E

$$25 - 2,84 = ?$$

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|----|--|
| | | | 4 | 9 | 10 | |
| | | 2 | 5 | 0 | 0 | |
| | - | | 2 | 8 | 4 | |
| | | 2 | 2 | 1 | 6 | |

Spr.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | | 1 | 1 | | |
| | | 2 | 2 | 1 | 6 | |
| | + | | 2 | 8 | 4 | |
| | | 2 | 5 | 0 | 0 | |

Odejmowanie ułamków zwykłych

Przykład 2

poziom A

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{5} = 2\frac{15}{20} - 1\frac{4}{20} = 1\frac{11}{20}$$

poziom B

Różnicę $3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5}$ można obliczyć różnymi sposobami.

Sposób 1

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} = 2\frac{7}{5} - 1\frac{3}{5} = 1\frac{4}{5}$$

$$\text{Spr. } 1\frac{4}{5} + 1\frac{3}{5} = 2\frac{7}{5} = 3\frac{2}{5}$$

Sposób 2

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} = 3\frac{2}{5} - 1\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = 2 - \frac{1}{5} = 1\frac{4}{5}$$

Sposób 3

$$1\frac{3}{5} \xrightarrow{+\frac{2}{5}} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+\frac{2}{5}} 3\frac{2}{5}$$

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{3}{5} = \frac{2}{5} + 1 + \frac{2}{5} = 1\frac{4}{5}$$

$$0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

Zgadza się!

poziom C

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} = 4\frac{2}{6} - 2\frac{3}{6} = 1\frac{5}{6}$$

$$183\frac{3}{4} - 10\frac{5}{6} = 183\frac{9}{12} - 10\frac{10}{12} = 172\frac{11}{12}$$

poziom D

$$1,2 - \frac{3}{4} = 1,2 - 0,75 = 0,45$$

lub

$$1,2 - \frac{3}{4} = 1\frac{2}{10} - \frac{3}{4} = 1\frac{4}{20} - \frac{15}{20} = \frac{24}{20} - \frac{15}{20} = \frac{9}{20}$$





Zadania



1 Oblicz pisemnie. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

- | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| a) $693 - 578$ | c) $615 - 573$ | e) $1827 - 59$ | g) $1293 - 187$ |
| b) $1237 - 298$ | d) $615 - 518$ | f) $872 - 794$ | h) $7256 - 389$ |

poziom B

- | | | | |
|------------------|----------------|-----------------|------------------|
| a) $1003 - 978$ | c) $301 - 128$ | e) $201 - 85$ | g) $6008 - 1299$ |
| b) $5001 - 2859$ | d) $502 - 477$ | f) $5008 - 459$ | h) $1007 - 89$ |

poziom C

- | | | | |
|---------------------|--------------------|------------------|------------------|
| a) $53,21 - 1,5$ | c) $27,384 - 2,61$ | e) $8,43 - 0,7$ | g) $9,65 - 8,79$ |
| b) $138,147 - 54,7$ | d) $58,41 - 2,8$ | f) $3,14 - 2,73$ | h) $2,19 - 1,2$ |

poziom D

- | | | | |
|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| a) $2,5 - 1,18$ | c) $8,5 - 2,18$ | e) $18,3 - 12,57$ | g) $32,8 - 4,95$ |
| b) $4,72 - 0,896$ | d) $2,2 - 0,743$ | f) $5,63 - 2,821$ | h) $2,52 - 0,899$ |

poziom E

- | | | | |
|-----------------|---------------|----------------|----------------|
| a) $6 - 2,8$ | c) $3 - 0,43$ | e) $83 - 8,3$ | g) $1 - 0,629$ |
| b) $19 - 5,823$ | d) $15 - 2,7$ | f) $23 - 4,15$ | h) $2 - 0,83$ |

MISTRZ

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a) $10 - 9 + 8 - 7 + \dots - 1$ | c) $1,1 - 0,2 + 1,2 - 0,3 + \dots + 1,8 - 0,9$ |
| b) $100 - 99 + 98 - 97 + \dots - 1$ | d) $1,1 - 0,2 + 2,2 - 0,3 + \dots + 8,8 - 0,9$ |



2 Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|
| a) $1\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$ | c) $4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$ | e) $\frac{7}{10} - \frac{3}{8}$ | g) $4\frac{3}{4} - 1\frac{2}{3}$ |
| b) $3\frac{5}{6} - 1\frac{1}{4}$ | d) $5\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}$ | f) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ | h) $5\frac{13}{15} - 2\frac{3}{10}$ |

poziom B

- | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| a) $4\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5}$ | c) $1\frac{3}{10} - \frac{8}{10}$ | e) $4\frac{2}{7} - \frac{5}{7}$ | g) $2\frac{4}{6} - 1\frac{5}{6}$ |
| b) $12\frac{1}{8} - 8\frac{5}{8}$ | d) $1\frac{2}{15} - \frac{7}{15}$ | f) $3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$ | h) $3\frac{2}{10} - 1\frac{5}{10}$ |

poziom C

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $2\frac{1}{5} - 1\frac{1}{2}$ | c) $3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$ | e) $3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$ | g) $3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}$ |
| b) $5\frac{3}{8} - 2\frac{5}{6}$ | d) $1\frac{2}{3} - \frac{5}{6}$ | f) $2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}$ | h) $4\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10}$ |

poziom D

- a) $3,4 - \frac{3}{4}$ c) $4,6 - 2\frac{2}{5}$ e) $1,2 - \frac{1}{15}$ g) $4,05 - 1\frac{3}{20}$
 b) $2\frac{1}{6} - 0,25$ d) $2\frac{1}{3} - 0,5$ f) $3\frac{1}{8} - 0,125$ h) $\frac{2}{3} - 0,25$

MISTRZ

Wśród trzech podanych różnic wskaż największą i oblicz tylko tę różnicę.

- a) $1,2 - \frac{1}{2}$; $1,3 - \frac{1}{3}$; $1,4 - \frac{1}{4}$ d) $2,5 - \frac{2}{5}$; $3,5 - \frac{3}{5}$; $4,5 - \frac{4}{5}$
 b) $0,6 - \frac{1}{6}$; $0,5 - \frac{1}{5}$; $0,4 - \frac{1}{4}$ e) $4,5 - \frac{5}{4}$; $3,5 - \frac{5}{3}$; $2,5 - \frac{5}{2}$
 c) $\frac{1}{1} - 0,1$; $\frac{1}{2} - 0,2$; $\frac{1}{3} - 0,3$ f) $\frac{5}{2} - 2,5$; $\frac{7}{2} - 2,7$; $\frac{9}{2} - 2,9$

- 3 Odejmij w pamięci.

- a) $420 - 30$ b) $1,34 - 0,2$ c) $5 - \frac{1}{7}$ d) $2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{5}$
 $282 - 95$ $2,8 - 1,9$ $2\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ $2\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5}$

- 4 Zagrajcie w parach. Przygotujcie zestaw kartoników z cyframi od 1 do 9 dla każdego z was oraz dwie plansze według wzoru.

$$1,0 - 0,0$$

Pierwszy gracz losuje dwa kartoniki i układa je na swojej planszy. Drugi gracz postępuje tak samo. Obliczacie różnice i sprawdzacie sobie nawzajem wyniki. Punkt dostaje osoba, która wykonała działanie poprawnie i otrzymała większy wynik. Powtórzcie to ćwiczenie kilka razy.

Zagrajcie według podobnych reguł, wykorzystując kolejne plansze.

$$0,0 - 0,0$$

$$1,0 - 0,00$$

$$0,0 - 0,00$$

- 5 Oszacuj, które działanie ma największy wynik, i wykonaj je pisemnie.

- a) $1235 - 560$ $345 - 17$ $1585 - 1415$
 b) $2150 - 1283$ $8560 - 7983$ $4500 - 1950$
 c) $815 - 329$ $815 - 270$ $815 - 370$
 d) $514 - 187$ $412 - 187$ $420 - 187$

- 6 Rozwiąż równanie.

- a) $a + 2,3 = 3,2$ c) $5,5 - c = 0,8$ e) $r - \frac{5}{7} = 1\frac{6}{7}$
 b) $b - 0,28 = 0,11$ d) $p + \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$ f) $2,5 - s = \frac{1}{4}$

- **7** O ile tańsza jest mniejsza torba karmy dla kotów od większej? O ile gratisowa paczka karmy jest lżejsza od dużej torby, ważącej 3 kg?

- **8** Zauważ, że 6 kg karmy można kupić zarówno w dużych torbach, jak i w mniejszych (z gratisową paczką). Które torby wybrać? Ile złotych można w ten sposób zaoszczędzić?



- **9** Oblicz.

a) $16 + 4 - 7 + 3$

c) $1,3 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$

b) $1,3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

d) $5\frac{1}{5} + 1,3 - \left(\frac{1}{50} + 0,98\right) + 100$

- **10** Rozwiąż zadanie podane wierszem.

*Sto osiemdziesiąt centymetrów
Ma średnio każdy z braci dwóch,
Starszy już prawie do dwóch metrów
Dorasta – taki z niego zuch.*

*Pół decymetra trzeba jeszcze,
By miał dwa całe metry chwyt.
Teraz pytanie więc zamieszczę:
A jaki wzrost ma młodszy brat?*



- **11** Średnice rur wodociągowych podaje się w calach (1 cal, oznaczany 1", to 2,54 cm). Co ciekawe, części cala często wyraża się w ułamkach zwykłych, a nie dziesiętnych. Na przykład wąż zasilający umywalkę przykręcamy do zaworu o średnicy $\frac{3}{8}$ ", a wąż zasilający pralkę – do zaworu o średnicy $\frac{3}{4}$ ". Który z tych zaworów ma większą średnicę? O ile cali większą? Ile to milimetrów?

- **12** Najdłuższego dnia w roku słońce w Warszawie wzeszło o 4.16, a zaszło o 21.00. Natomiast najkrótszy dzień roku trwał od 7.43 do 15.27.

- a) Ile godzin trwał najkrótszy dzień roku, a ile najdłuższy?
b) O ile najkrótszy dzień był krótszy od najdłuższego dnia w roku?
c) Czy wiesz, dlaczego w zadaniu musieliśmy określić miejsce (Warszawa), którego dotyczą podane informacje?

- 13** Rozszyfruj działanie. Jednakowe litery oznaczają jednakowe cyfry, a różne litery – różne cyfry. Litera, która w zapisie rzymskim oznacza 500, tutaj oznacza liczbę 100 razy mniejszą.

$$C\frac{B}{D} - A,CD = B,ED = B\frac{BE}{CA}$$

Dla ciekliwych

1 Oblicz jak najprościej. Możesz skorzystać sprytnie z kalkulatora.

- a) 987 000 000 000 000 000 – 109 000 000 000 000 000
- b) 817 612 917 836 937 – 206 605 873 578 929
- c) 817 612 117 436 537 – 309 783 815 597 998

Czy już umiem?

I Oblicz.

a) $10\frac{1}{4} - 8\frac{3}{4}$

b) $2\frac{5}{6} - 1\frac{3}{8}$

c) $82\frac{3}{8} - 1\frac{7}{12}$

II Oblicz pisemnie.

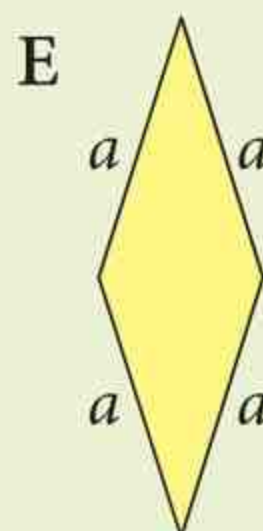
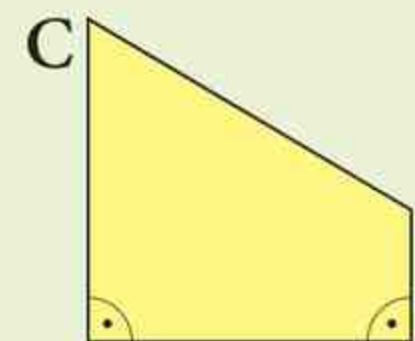
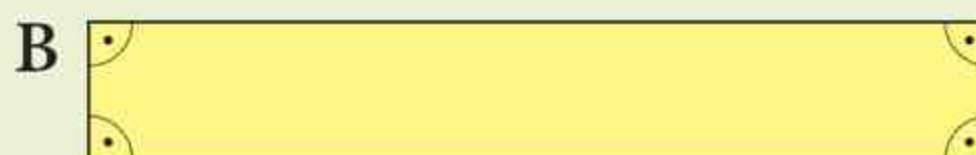
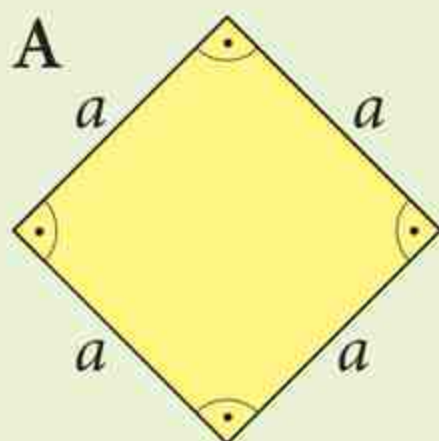
a) $203 - 78$

b) $7,8 - 3,42$

c) $5 - 2,73$

III Kot Maksio waży 4,8 kg, to jest 10 razy mniej niż jego przyjaciel, pies Maluch. O ile kilogramów Maluch jest cięższy od Maksia?

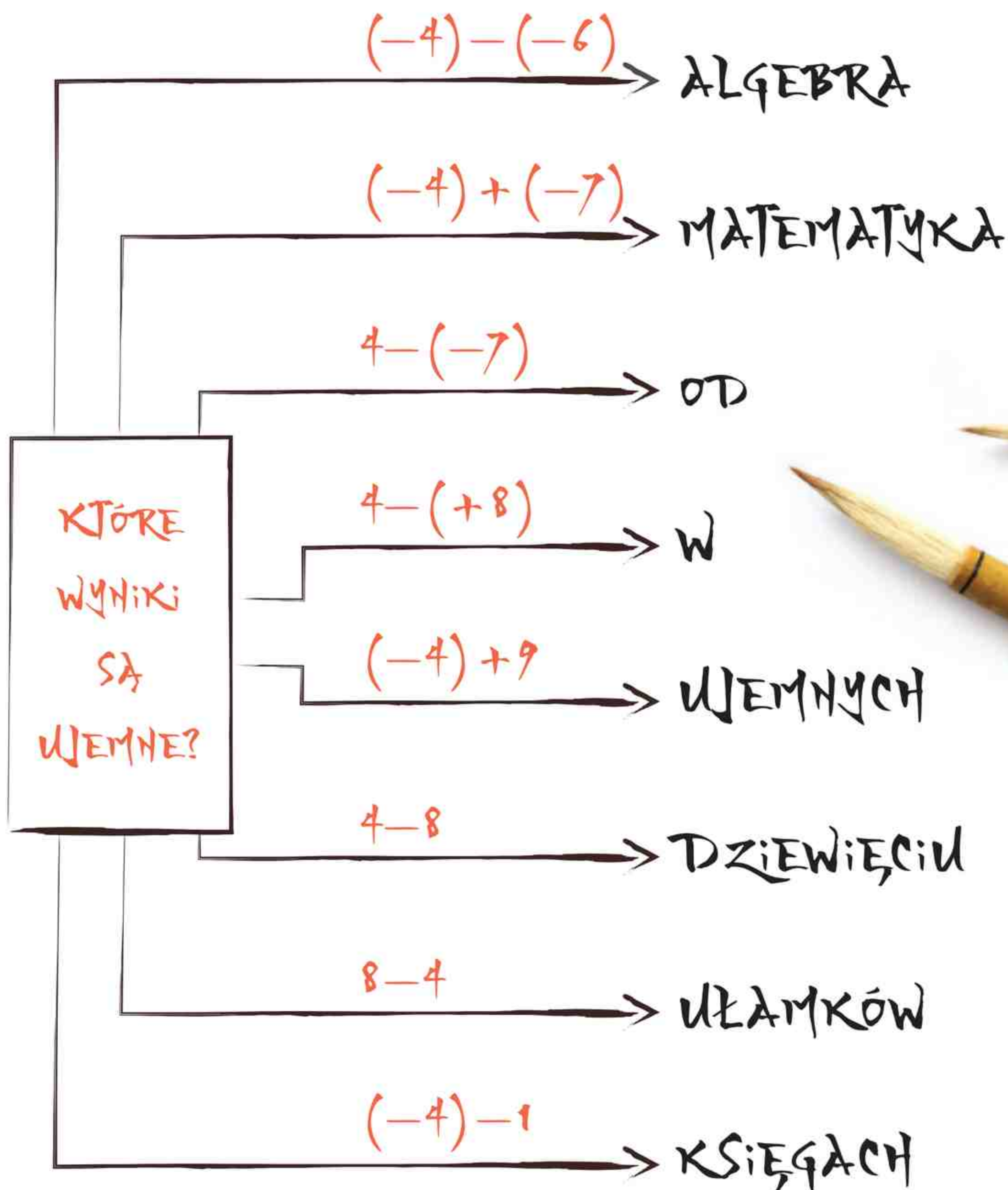
IV Na rysunku przedstawiono sześć wielokątów.



- a) Nazwij każdy wielokąt.
- b) Które z tych figur są trapezami?
- c) Które z tych figur to równoległoboki, które nie są prostokątami?

  Na dobry początek

Chiński traktat



Pytania i polecenia

Z podanych działań wybierz te, których wyniki są ujemne. Wyrazy przy tych działaniach, czytane od góry do dołu, utworzą hasło – tytuł chińskiego traktatu z II w. p.n.e., w którym po raz pierwszy pojawiły się liczby ujemne.

► Dodawanie w pamięci ułamków zwykłych i dziesiętnych

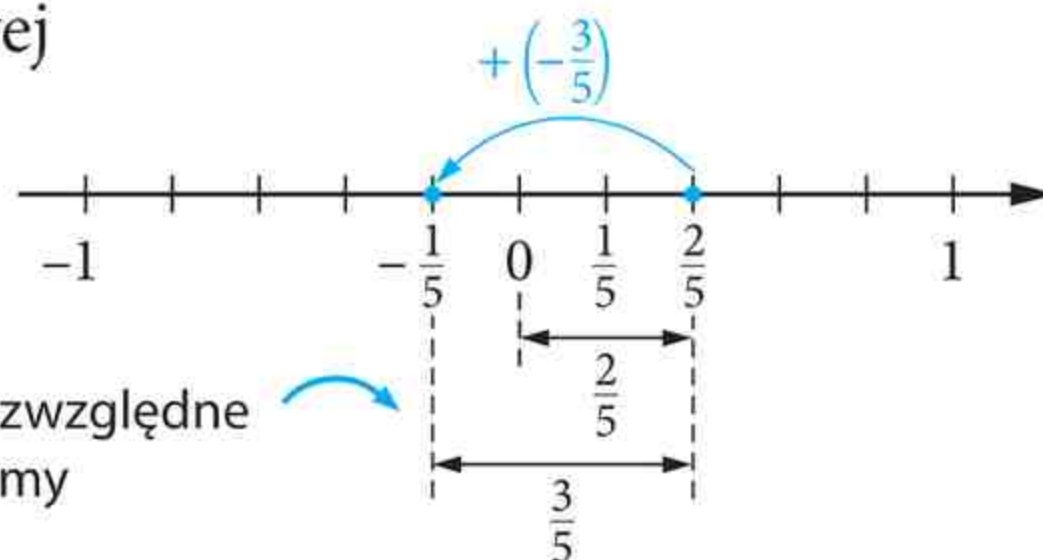
Umiesz już dodawać liczby całkowite. Podobnie będziemy dodawać ułamki. Pamiętaj, że najpierw warto ustalić znak wyniku.

Dodawanie możemy sobie wyobrażać na osi liczbowej lub za pomocą plusów i minusów (patrz s. 16).

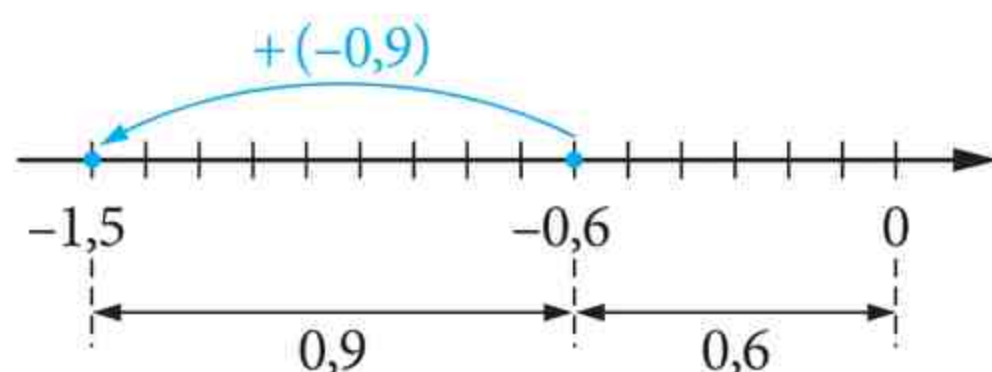
- Dodawanie na osi liczbowej

$$\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$

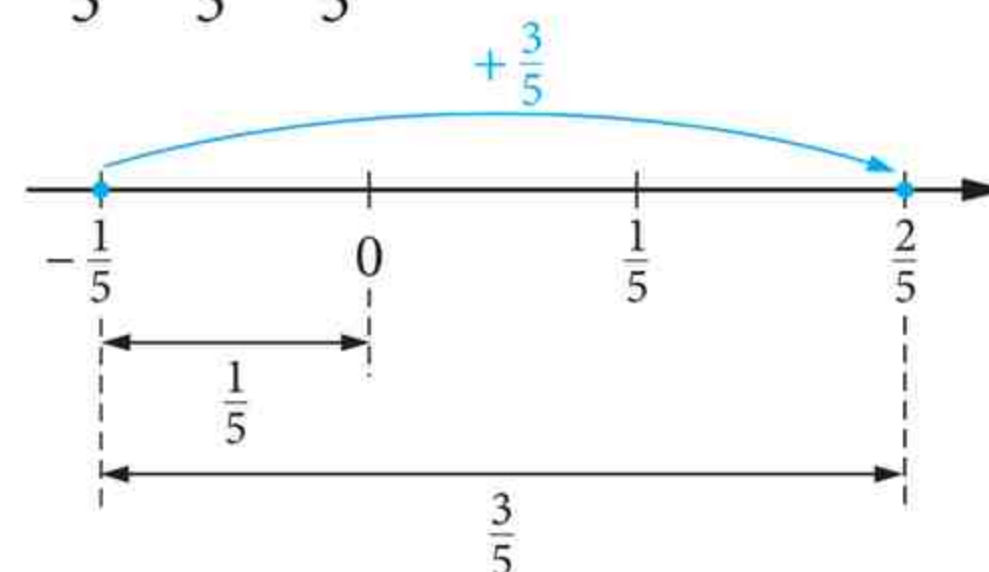
$\frac{2}{5}$ i $\frac{3}{5}$ to wartości bezwzględne składników sumy



$$-0,6 + (-0,9) = -1,5$$



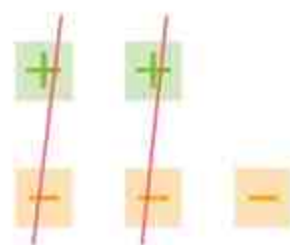
$$-\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$



- Dodawanie za pomocą plusów i minusów

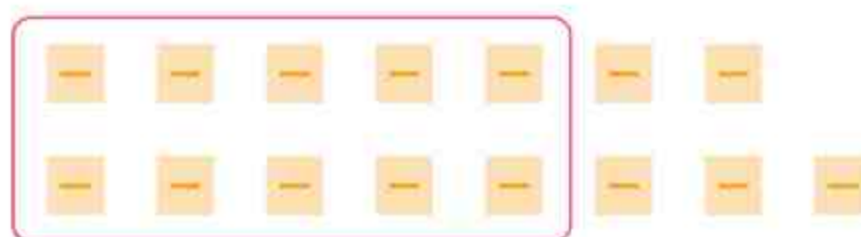
Jeśli w działaniu są ułamki o jednakowym mianowniku, to zamiast wyobrażać sobie, że masz części plusa i minusa, możesz myśleć o dużych plusach i minusach oraz o małych plusikach i minusikach. Każdy duży plus to tyle małych plusików, ile wskazuje mianownik. W pierwszym i trzecim przykładzie każdy duży plus to 5 małych plusików, a duży minus to 5 małych minusików, a w drugim przykładzie duży plus to 10 małych plusików, a duży minus to 10 małych minusików.

$$\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{5}$$



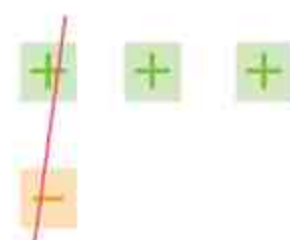
Został jeden mały minusik, czyli $\frac{1}{5}$ dużego minusa.

$$-0,6 + (-0,9) = -1,5$$



10 małych minusików daje jeden duży minus i jest jeszcze 5 małych minusików, czyli razem 1,5 dużego minusa.

$$-\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$



Zostały dwa małe plusiki, czyli $\frac{2}{5}$ dużego plusa.

Przykład 1

$$-\frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$-0,2 + 0,7 = 0,5$$

$$-\frac{1}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{4}{5}$$

$$-0,4 + (-0,8) = -1,2$$

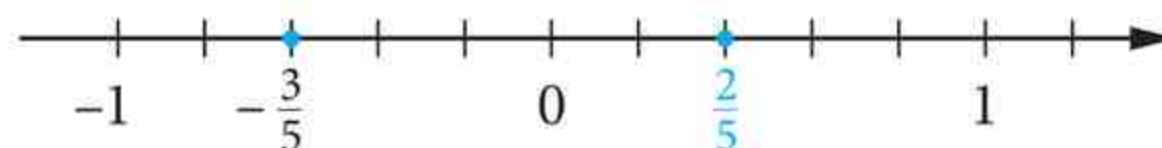
Odejmowanie w pamięci ułamków zwykłych i dziesiętnych

Umiesz już odejmować liczby całkowite. Podobnie będziemy odejmować ułamki.

- Odejmowanie jako porównywanie

Obliczmy $\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right)$.

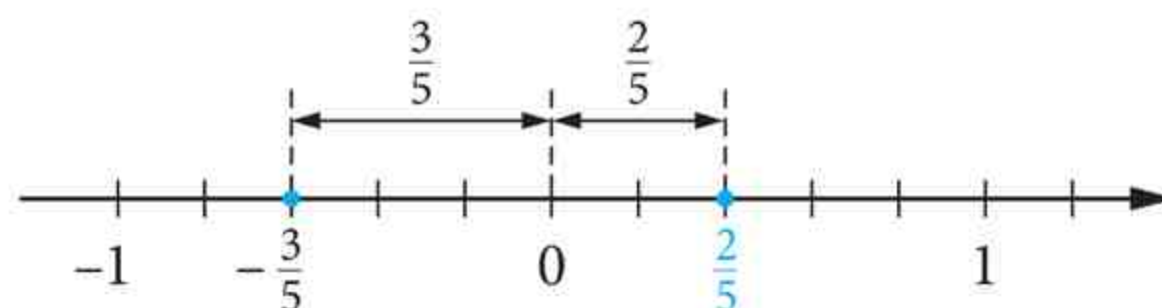
Wyobrażamy sobie obie liczby na osi liczbowej.



Najpierw ustalamy znak wyniku: jest to +, gdyż od większej liczby odejmujemy mniejszą.

$$\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = +$$

Następnie sprawdzamy, o ile różnią się te liczby.

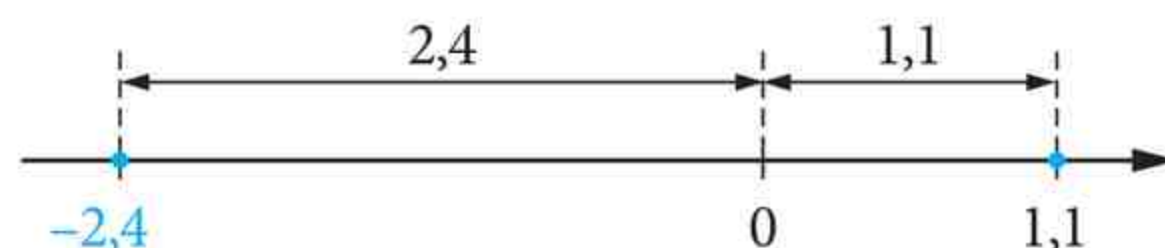


$$\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{5}{5} = +1$$

Przykład 2

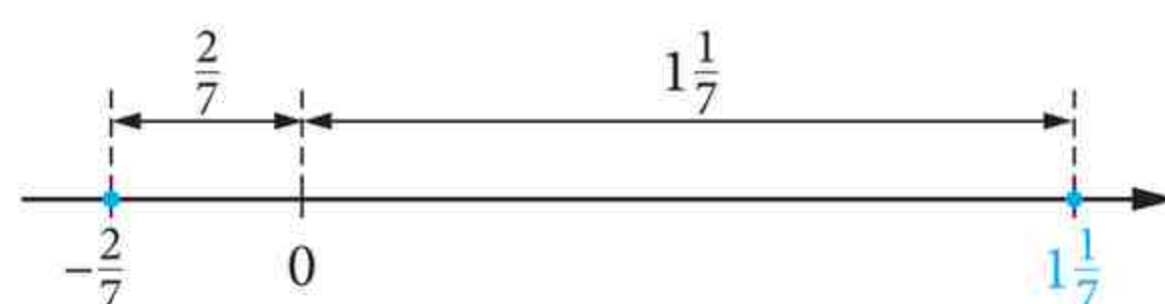
$$-2,4 - 1,1 = -3,5$$

liczby różnią się o 3,5



$$1\frac{1}{7} - \left(-\frac{2}{7}\right) = +1\frac{3}{7}$$

liczby różnią się o $1\frac{3}{7}$

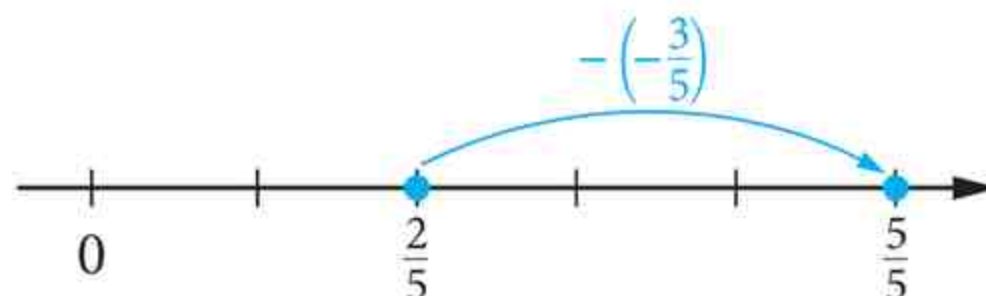


- Odejmowanie jako zabieranie

Jeśli odejmujemy liczbę dodatnią, to wynik się zmniejsza, jeśli odejmujemy liczbę ujemną (zabieramy minusy, zabieramy dług) – wynik się zwiększa.

$$\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

Odejmujemy liczbę ujemną – wynik się zwiększa.



$$-2,4 - 1,1 = -2,4 - (+1,1) = -3,5$$

Odejmujemy liczbę dodatnią – wynik się zmniejsza.



Przykład 3

$$1\frac{1}{7} - \left(-\frac{2}{7}\right) = 1\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = 1\frac{3}{7}$$

Odejmujemy liczbę ujemną – wynik się zwiększa.

$$-0,4 - (-0,9) = 0,5$$

Odejmujemy liczbę ujemną – wynik się zwiększa.

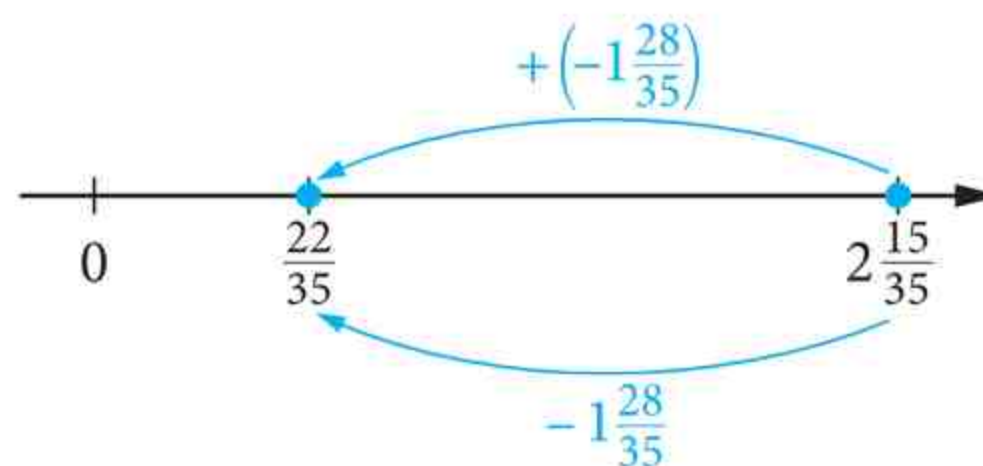
$$-0,8 - 0,7 = -1,5$$

Odejmujemy liczbę dodatnią – wynik się zmniejsza.

➤ Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych i dziesiętnych

Jeśli mamy ułamki o różnych mianownikach, to najpierw musimy je sprowadzić do wspólnego mianownika.

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{7} + \left(-1\frac{4}{5}\right) &= 2\frac{15}{35} + \left(-1\frac{28}{35}\right) = \\ &= 2\frac{15}{35} - 1\frac{28}{35} = 1\frac{50}{35} - 1\frac{28}{35} = \frac{22}{35} \end{aligned}$$



Jeśli jeden ułamek jest zwykły, a drugi dziesiętny, musimy zdecydować, na jakich ułamkach chcemy wykonywać działania.

$$-3,2 - 2\frac{1}{5} = -3,2 - 2,2 = -5,4 \quad \text{lub} \quad -3,2 - 2\frac{1}{5} = -3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{5} = -5\frac{2}{5}$$

Musimy pamiętać, że nie wszystkie ułamki zwykłe można zamienić na ułamki dziesiętne.

$$-3,2 - \left(-2\frac{1}{3}\right) = -3\frac{1}{5} - \left(-2\frac{1}{3}\right) = -3\frac{3}{15} - \left(-2\frac{5}{15}\right) = -3\frac{3}{15} + 2\frac{5}{15} = -\frac{13}{15}$$

Dobra rada

Nie próbuj zgadywać wyniku dodawania lub odejmowania liczb dodatnich i ujemnych. Jeśli nie jesteś pewien wyniku, to zastosuj jeden z poznanych sposobów.

+8? -8?

+2? -2?

$$-5 - (-3) =$$

-2!

Mam 5 dukatów długu, ale ktoś mi umorzył 3 dukaty długu.

Wykorzystanie działań pisemnych

Wykonując obliczenia na liczbach dodatnich i ujemnych, czasem będziemy musieli skorzystać z działań pisemnych. Nie ma osobnych sposobów wykonywania działań pisemnych dla liczb ujemnych. Działanie pisemne zawsze wykonujesz na liczbach dodatnich. Najpierw jednak musisz się zastanowić, jaki będzie znak wyniku oraz czy chcesz dodawać czy odejmować.

$$\begin{array}{r} -3784 - 976 = \\ 3784 \\ + 976 \\ \hline \end{array}$$

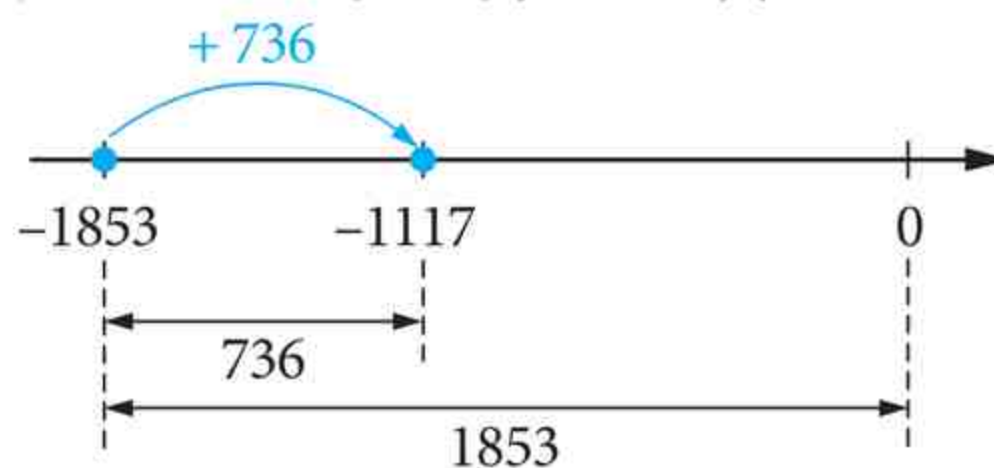
Miał odejmować, to dlaczego dodaje?

Przykład 4

$$-1853 + 736 = -1117$$

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|----|--|
| | | | | 4 | 13 | |
| | | 1 | 8 | 5 | 3 | |
| | - | | 7 | 3 | 6 | |
| | | 1 | 1 | 1 | 7 | |

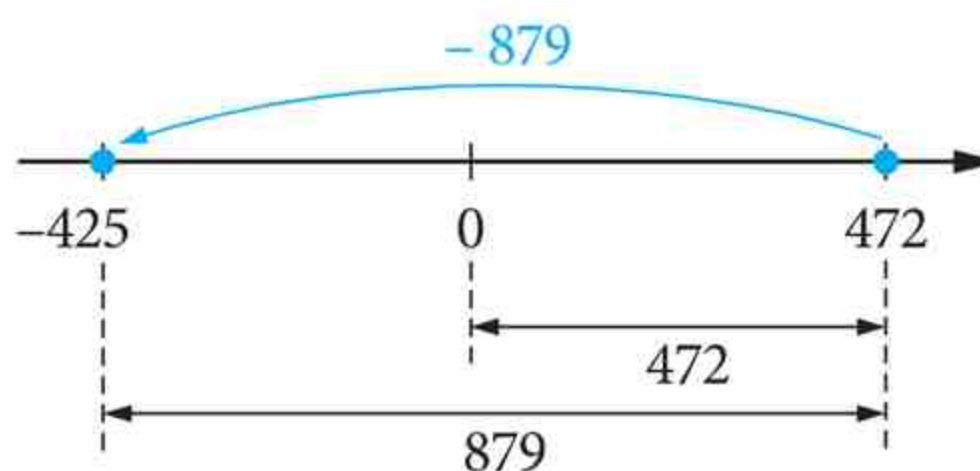
Mamy 1853 minusy i 736 plusów, plus i minus się kasują, zostaną tylko minusy.



$$472 - 897 = -425$$

| | | | | | | |
|--|--|---|---|---|---|--|
| | | | | | | |
| | | | 8 | 9 | 7 | |
| | | - | 4 | 7 | 2 | |
| | | | 4 | 2 | 5 | |

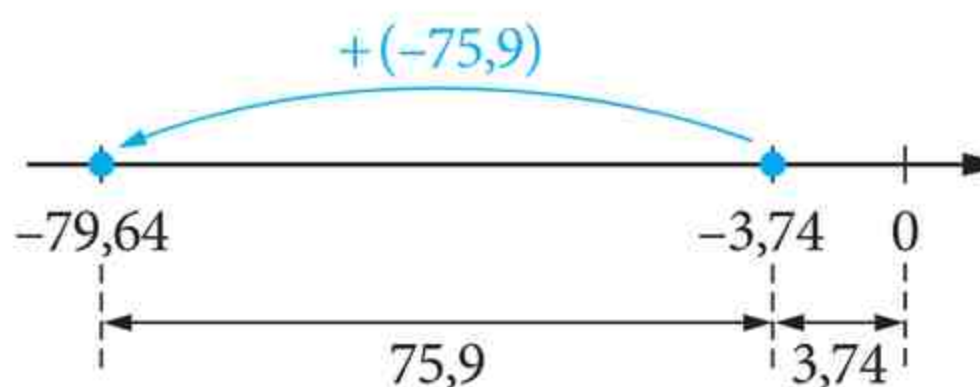
Wynik jest ujemny, bo pierwsza liczba jest mniejsza, liczby różnią się o $897 - 472$, czyli o 425.



$$-3,74 + (-75,9) = -79,64$$

| | | | | | | |
|--|---|---|-----|---|--|--|
| | | | 1 | | | |
| | | | 3,7 | 4 | | |
| | + | 7 | 5,9 | 0 | | |
| | | 7 | 9,6 | 4 | | |

Wyobraź sobie 3,74 minusa i jeszcze 75,9 minusa. Nic się nie kasuje, minusów robi się coraz więcej.



Ćwiczenie

Oblicz.

a) $-893 - 4187$

b) $6,74 + (-78,54)$



Zadania



1 Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz cztery kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

a) $-2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}$

e) $3,5 + (-5,3)$

i) $7\frac{1}{3} + (-6\frac{2}{3})$

b) $-5,4 + (-2,8)$

f) $-5\frac{5}{9} + 2\frac{2}{9}$

j) $-5,11 + (-3,45)$

c) $4,8 + (-2,4)$

g) $-6,8 + (-11,3)$

k) $-2\frac{5}{6} + (-1\frac{5}{6})$

d) $3\frac{1}{2} + (-5\frac{1}{2})$

h) $-6\frac{3}{5} + (-2\frac{3}{5})$

l) $4,2 + (-7,8)$

poziom B

a) $-3\frac{1}{5} - 2\frac{2}{5}$

e) $2,5 - (-5,7)$

i) $8\frac{1}{3} - (-4\frac{2}{3})$

b) $5,7 - (-3,8)$

f) $-5\frac{1}{9} - 3\frac{2}{9}$

j) $-5,11 - 3,45$

c) $3,8 - 8,7$

g) $-6,18 - (-1,30)$

k) $2\frac{5}{6} - 7\frac{5}{6}$

d) $-5\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{2})$

h) $-2\frac{3}{5} - (-2\frac{1}{5})$

l) $-4,2 - (-7,8)$



poziom C

a) $-3\frac{2}{3} + (-2\frac{1}{4})$

e) $-2\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}$

i) $-9,5 + (-2\frac{1}{2})$

b) $3\frac{1}{4} - (-4,5)$

f) $-6,5 - (-8\frac{3}{4})$

j) $4\frac{2}{3} - (-3\frac{5}{6})$

c) $-7\frac{1}{5} + 2\frac{1}{2}$

g) $5,2 - 8\frac{3}{5}$

k) $6\frac{1}{3} - 9,5$

d) $3\frac{1}{7} - 5\frac{1}{2}$

h) $-2\frac{7}{9} + (-8\frac{5}{9})$

l) $-2\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4}$

- 2 Zilustruj działanie na osi i oblicz.

a) $1\frac{2}{3} + (-4\frac{1}{2})$

b) $-2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{4}$

c) $-2\frac{1}{2} + (-1\frac{1}{4})$

- 3 Oblicz.

a) $-745 + (-1598)$

b) $3977 + (-7822)$

c) $5,167 - (-234,87)$

- 4 W tabeli przedstawiono wyniki pomiarów temperatury. Oblicz średnią tych wyników dla każdego dnia, a następnie określ, o ile stopni różnią się te średnie.

| Godzina | Poniedziałek | Wtorek |
|---------|------------------------|------------------------|
| 6.00 | $-1,2^{\circ}\text{C}$ | $0,8^{\circ}\text{C}$ |
| 12.00 | $0,9^{\circ}\text{C}$ | $1,6^{\circ}\text{C}$ |
| 18.00 | $0,6^{\circ}\text{C}$ | $-0,3^{\circ}\text{C}$ |

- 5 W tabeli przedstawiono temperatury w południe w kolejnych dniach tygodnia.

| Poniedziałek | Wtorek | Środa | Czwartek | Piątek | Sobota | Niedziela |
|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| $1,2^{\circ}\text{C}$ | $0,5^{\circ}\text{C}$ | $-0,2^{\circ}\text{C}$ | $1,1^{\circ}\text{C}$ | $0,8^{\circ}\text{C}$ | $-1,9^{\circ}\text{C}$ | $-1,5^{\circ}\text{C}$ |

- a) Oblicz średnią podanych temperatur. Wykonaj obliczenia w jak najprostszym sposobie.

- b) Oblicz, o ile temperatura była wyższa:

- w poniedziałek niż we wtorek,
- w poniedziałek niż w środę,
- w środę niż w sobotę.

Zapisz odpowiednie działania i zilustruj je na osi liczbowej.

- 6 Oto najniższe i najwyższe temperatury zanotowane na planetach Układu Słonecznego. Jaka jest różnica temperatur na poszczególnych planetach?

| Planeta | Merkury | Wenus | Ziemia | Mars | Jowisz | Saturn | Uran | Neptun |
|---|---------|-------|--------|------|--------|--------|------|--------|
| Minimalna temperatura w $^{\circ}\text{C}$ | -173 | 437 | -88 | -140 | -163 | -191 | -214 | -223 |
| Maksymalna temperatura w $^{\circ}\text{C}$ | 425 | 465 | 58 | 20 | -79 | -69 | -196 | -205 |

.. 7 Oblicz.

a) $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right)$

b) $0,5 - 0,75 + \frac{9}{15}$

- ... 8 Drużyna harcerska zorganizowała bieg terenowy. Do drugiego etapu biegu zakwalifikowane zostały patrole, które w czasie 30 minut biegu uzyskały co najmniej 16 punktów. Każdy patrol miał do odnalezienia i wykonania 5 zadań.

| | |
|---|-----------------------------------|
| odnalezienie i poprawne rozwiązanie zadania | +4 p. |
| odnalezienie zadania bez jego rozwiązania | +2 p. |
| drobne błędy w rozwiązaniu zadania | $-\frac{3}{4}$ p. |
| dotarcie do mety przed upływem wyznaczonego czasu | $+\frac{1}{2}$ p. za każdą minutę |
| dotarcie do mety po upływie wyznaczonego czasu | -1,5 p. za każdą minutę |

Patrol Ani z pięciu ukrytych zadań nie znalazł jednego. Ze znalezionych zadań nie potrafił rozwiązać jednego, w rozwiązaniach dwóch zadań popełnił drobne błędy i jedno rozwiązał poprawnie. Czy patrol Ani zakwalifikował się do drugiego etapu biegu terenowego, jeżeli wiadomo, że na metę przybiegł 5 minut przed upływem wyznaczonego czasu?



- 9 W konkursie „Walabia” jest 12 zadań testowych: zadania 1–3 są po 3 punkty, zadania 4–7 – po 4 punkty, a zadania 8–12 – po 5 punktów. Za zadanie zawodnik dostaje:

- pełną liczbę punktów, jeśli wybierze poprawną odpowiedź,
- 0 punktów, jeśli nie poda odpowiedzi,
- $\left(-\frac{1}{4}\right)$ liczby punktów za to zadanie, jeśli wybierze błędną odpowiedź.

- Jaka jest maksymalna, a jaka minimalna liczba punktów, które może uzyskać zawodnik w konkursie?
- Wszystkie wyniki możliwe do uzyskania w konkursie zapisano w kolejności od najwyższego do najniższego. Jaki jest drugi wynik, a jaki przedostatni?
- Czy zawodnik może otrzymać w tym konkursie zero punktów, jeśli odpowie na co najmniej jedno pytanie? Jeśli tak – opisz w jaki sposób. Jeśli nie – uzasadnij dlaczego.
- Ile punktów można otrzymać łącznie za zadania 1–3? Wymień wszystkie możliwości.



Dla dociekliwych

- 1 Wykonaj instrukcje A oraz B. W którym wypadku otrzymasz większą liczbę?

Instrukcja A

- Napisz liczbę 8.
- Podnieś do kwadratu.
- Odejmij 4.
- Dodaj 15.

Instrukcja B

- Napisz liczbę 8.
- Odejmij 4.
- Podnieś do kwadratu.
- Dodaj 15.

- 2 Znajdź liczby, którymi można zastąpić liczbę 8 w instrukcjach, tak aby:
- instrukcja A prowadziła do uzyskania wyniku większego niż instrukcja B,
 - instrukcja B prowadziła do uzyskania wyniku większego niż instrukcja A,
 - obie instrukcje prowadziły do uzyskania takiego samego wyniku.



Czy już umiem?

I Oblicz.

a) $-3\frac{4}{5} + 2,5$

b) $-2\frac{1}{3} - (-4\frac{5}{9})$

c) $-7\frac{1}{3} - 4\frac{1}{2}$

II Oblicz.

a) $-3792 + 456$

b) $5,437 - (-123,87)$

- III Uczestnik konkursu „Mistrz liczb” odpowiedział poprawnie na 2 pytania, udzielił odpowiedzi częściowo poprawnej na 2 pytania, błędnej – na 1 pytanie, a przy tym buczał w czasie odpowiedzi przeciwnika. Jaki był jego ostateczny wynik?

| Mistrz liczb | |
|------------------------------|-------------------|
| poprawna odpowiedź | $+\frac{7}{6}$ p. |
| częściowo poprawna odpowiedź | $+0,24$ p. |
| błędna odpowiedź | $-\frac{1}{3}$ p. |
| zachowanie nie fair | $-1,500$ p. |

- IV Zuzia pod zdjęciem kota ma 600 lajków, a pod zdjęciem węża zbożowego 150 lajków.
- O ile więcej lajków jest pod zdjęciem kota?
 - Ile razy więcej lajków jest pod zdjęciem kota?

Powtórzenie przed klasówką

1 Oblicz. Doprowadź wynik do najprostszej postaci.

a) $3,47 + 12,9$

d) $1008 - 179$

g) $-275 - (-132)$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

e) $\frac{4}{9} - 1$

h) $17 + (-0,14)$

c) $3\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$

f) $-\frac{5}{8} + \frac{1}{3}$

i) $-3,6 - 4,8$

2 Oblicz. Doprowadź wynik do najprostszej postaci.

a) $0,1 + \frac{1}{4}$

c) $4,03 - 0,258$

e) $-\frac{4}{9} - 1\frac{5}{6}$

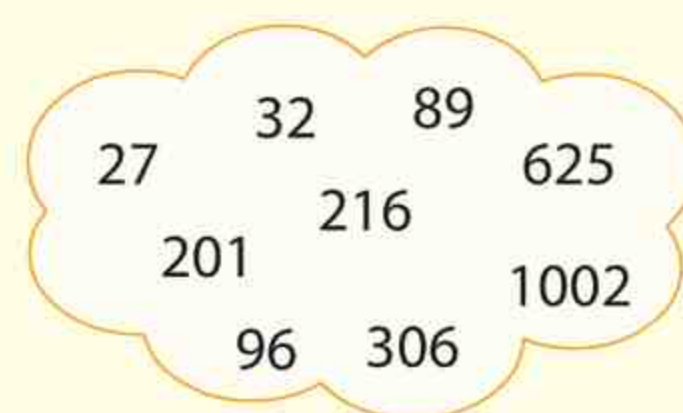
b) $2,3 - \frac{1}{2}$

d) $3\frac{1}{5} - 1\frac{1}{4}$

f) $-3,7 - 8\frac{2}{3}$

3 Wypisz z chmurki liczby podzielne przez:

a) 2, b) 3, c) 4, d) 5.



4 Zaokrąglij liczbę:

a) 5261 do dziesiątek, b) 6152 do setek, c) 479 do tysięcy.

5 Wypisz:

a) wszystkie dzielniki liczby 18, b) trzy wielokrotności liczby 14.

6 Znajdź NWD i NWW dla liczb 75 i 120.

7 Zapisz liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

a) $\frac{11}{4}$; $2\frac{3}{7}$; 2,8

b) $3\frac{1}{5}$; $3\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{6}$

c) -0,17; -0,34; -0,11

8 Jeden bok prostokąta ma 4,38 cm, a drugi jest o 1,5 cm krótszy. Oblicz obwód prostokąta.

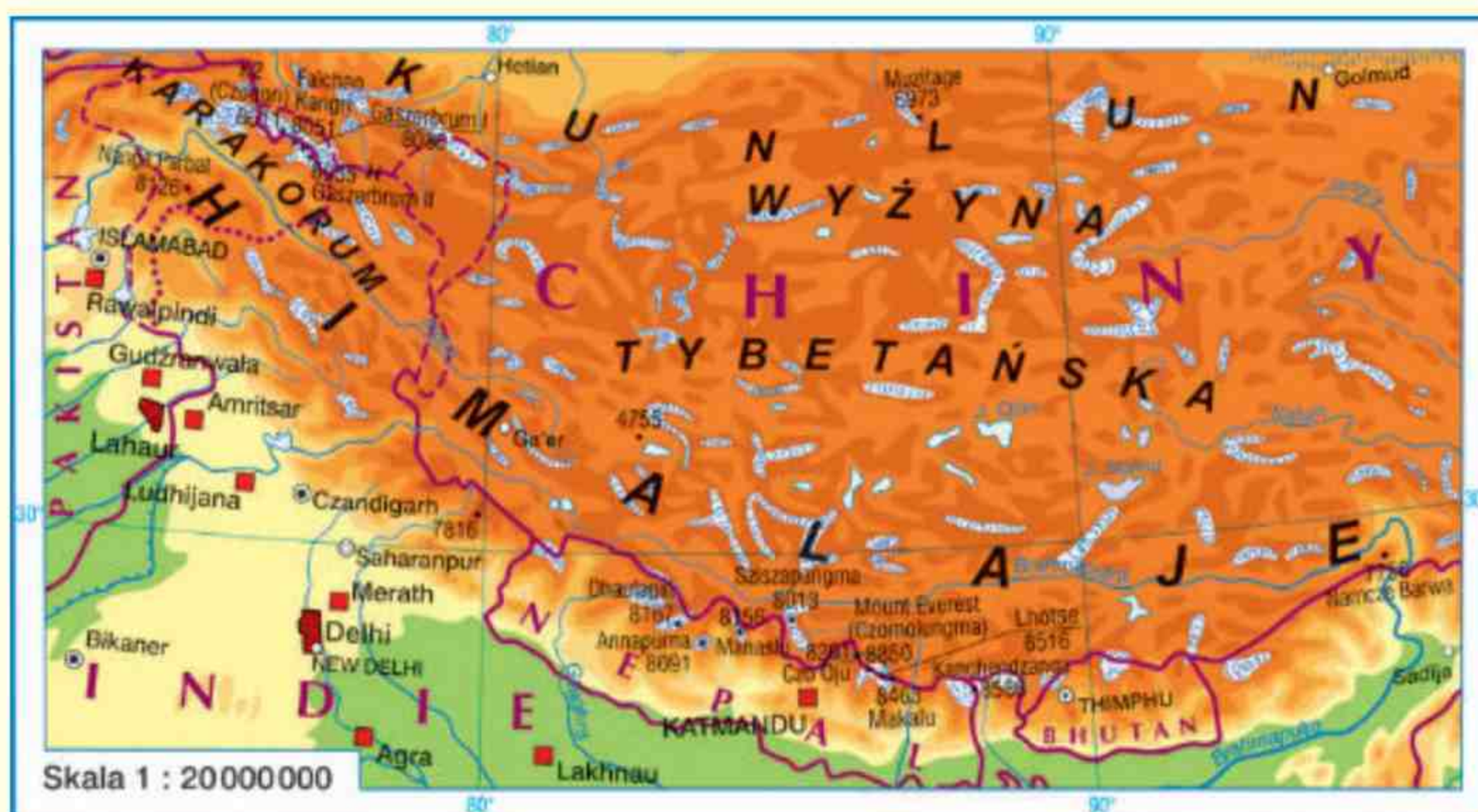
9 Godzinę przed zamknięciem piekarni było $3\frac{1}{4}$ bochenka chleba. W ciągu tej godziny przyszło trzech klientów. Pierwszy kupił 1,5 bochenka chleba, drugi $\frac{3}{4}$ bochenka, a trzeci pozostałą część. Ile chleba kupił trzeci klient?

10 Za zakupy w sklepie spożywczym mama Ali zapłaciła 72,83 zł. Za wszystkie kupione warzywa i owoce zapłaciła 19,35 zł, za produkty mleczne 23,49 zł, za słodczy 9,06 zł. Za resztę wydanej kwoty kupiła wędlinę. Ile mama Ali zapłaciła za wędlinę?

Zadania na temat...

Himalaje

Mount Everest to najwyższy szczyt Ziemi. Ma wysokość 8850 m n.p.m. Jeszcze 13 innych szczytów na Ziemi przekracza wysokość 8000 m n.p.m. Razem z Mount Everestem tworzą tak zwaną Koronę Himalajów. Dziesięć spośród najwyższych szczytów leży w Himalajach, pozostałe w Karakorum (dlatego możemy też spotkać się z nazwą Korona Himalajów i Karakorum). Himalaje to łańcuch górski długości 2500 km, szerokości 180–350 km. Lodowce zajmują w Himalajach powierzchnię 33 tys. kilometrów kwadratowych, objętość lodu wynosi około 6,6 tys. kilometrów sześciennych.



- 1 Na obszarze jakich krajów leżą Himalaje?
- 2 Na mapie Europy w skali 1 : 15 000 000 odległość z Warszawy do Londynu wynosi około 9 cm. Czy Himalaje zmieściłyby się między Warszawą a Londynem?
- 3 Oblicz powierzchnię, jaką w przybliżeniu zajmują Himalaje (przyjmij jako średnią szerokość 250 km). Ile to razy więcej niż powierzchnia Polski (około 312 000 km²)?
- 4 Oblicz średnią grubość lodowców w Himalajach.
- 5 W jakim kierunku od Himalajów jest położony łańcuch Karakorum?

Wszystkie szczyty Ziemi powyżej 8500 m n.p.m.

| Szczyt | Wysokość | Pierwsze wejście | Pierwsze wejście zimowe |
|----------------|---------------|---|---|
| Himalaje | | | |
| Mount Everest | 8850 m n.p.m. | 29 maja 1953 – Edmund Hillary (Nowa Zelandia), Norgay Tenzing (Nepal) | 17 lutego 1980 – Krzysztof Wielicki i Leszek Cichy (Polska) |
| Kanczen-dzanga | 8586 m n.p.m. | 25 maja 1955 – George Band i Joe Brown (Wielka Brytania) | 11 stycznia 1986 – Jerzy Kukuczka i Krzysztof Wielicki (Polska) |
| Lhotse | 8516 m n.p.m. | 18 maja 1956 – Fritz Luchsinger i Ernst Reiss (Szwajcaria) | 31 grudnia 1988 – Krzysztof Wielicki (Polska) |
| Karakorum | | | |
| K2 | 8611 m n.p.m. | 31 lipca 1954 – Achille Compagnoni i Lino Lacedelli (Włochy) | Szczyt niezdobyty zimą |

Do końca XX w. siedmiu himalaistów mogło się poszczycić zdobyciem wszystkich ośmiotysięczników. Pierwszy dokonał tego Włoch Reinhold Messner w latach 1970–1986. Rok później Koronę Himalajów zdobył polski himalaista Jerzy Kukuczka. Podbój ośmiotysięczników rozpoczął on zdobyciem Lhotse w 1979 r. Dziewięć lat po Kukuczce Koronę Himalajów zdobył kolejny Polak, Krzysztof Wielicki, a w 2010 r. jako trzeci – Piotr Pustelnik.

- 6 Jak się nazywają i w jakich górach leżą najwyższy i drugi co do wysokości szczyt na Ziemi?
- 7 Kto jako pierwszy zdobył najwyższy szczyt Ziemi? Kiedy to było? Ile lat minęło od tego wydarzenia?
- 8 „Złota era polskiego himalaizmu” to okres, gdy polscy wspinacze należeli do światowej czołówki. Której dekady dotyczy to określenie i na czym polegały sukcesy Polaków?
- 9 Ile lat zajęło Kukuczce zdobycie czternastu ośmiotysięczników? O ile lat mniej niż Messnerowi?
- 10 Jaki procent wszystkich zdobywców Korony Himalajów stanowili w XX w. Polacy? Odpowiedź podaj w przybliżeniu.
- 11 Ile lat minęło od zdobycia K2 do 23 czerwca 1986 r., kiedy na ten szczyt weszła pierwsza kobieta, Wanda Rutkiewicz?



Zdobywanie szczytów w Himalajach wymaga nie tylko umiejętności wspinaczkowych i poruszania się po lodowcach. Na dużych wysokościach panują warunki, do których organizm ludzki bardzo źle się przystosowuje. Obszar powyżej 8000 m n.p.m. jest nazywany strefą śmierci. Członkowie wypraw muszą się aklimatyzować – kilkakrotnie podchodzić do wyżej położonych obozów i schodzić niżej. Himalaiści muszą też walczyć z bardzo trudnymi warunkami atmosferycznymi (silny wiatr, mróz).

Oto tabela opisująca pogodę w Himalajach pewnego dnia kwietnia.

| | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Wysokość (m n.p.m.) | 6330 | 6843 | 7045 | 7420 | 7840 | 8200 | 8570 |
| Prędkość wiatru (m/s) | 9 | 12 | 13 | 19 | 27 | 34 | 42 |
| Temperatura powietrza (°C) | -13 | -19 | -21 | -24 | -26 | -29 | -31 |

- 12** Ile razy szybciej wiał w tym dniu wiatr na wysokości 8570 m n.p.m. niż na wysokości 6330 m n.p.m.?
- 13** O ile stopni niższa była tego dnia temperatura na wysokości 8570 m n.p.m. niż na wysokości 6330 m n.p.m.?
- 14** Im wyżej nad powierzchnią ziemi, tym niższa jest temperatura powietrza. Przyjmuje się, że w górach temperatura powietrza spada o ok. $0,6^{\circ}\text{C}$ na każde 100 m różnicy poziomów.

Sprawdź, czy w dniu opisanym w tabeli podana reguła sprawdzała się:

- a) pomiędzy wysokością 6330 m n.p.m. a 7045 m n.p.m.,
- b) pomiędzy wysokością 7045 m n.p.m. a 8200 m n.p.m.,
- c) pomiędzy wysokością 8200 m n.p.m. a 8570 m n.p.m.

Zadania na deser

- 1 Kwotę 4 gr można wypłacić na 3 sposoby: $2 + 2$; $2 + 1 + 1$; $1 + 1 + 1 + 1$. Policz, na ile sposobów można wypłacić:

- a) 5 gr,
b) 10 gr.



- 2 Dorota zbierała monety na akcję „Góra Grosza”. Od dziadka dostała 7 zł w monetach 20 gr i 50 gr, przy czym monet 50-groszowych było więcej niż monet 20-groszowych. Od babci dostała 9 zł również w monetach 20 gr i 50 gr, przy czym monet 50-groszowych było 2 razy mniej niż monet 20-groszowych. Ile monet każdego rodzaju Dorota dostała od dziadka, a ile od babci?

- 3 W południe 1 stycznia zegar wskazówkowy na ratuszu prawidłowo wskazywał godzinę 12.00. Zegar ten spieszy się o 1 minutę na godzinę. Kiedy ponownie pokaże właściwą godzinę?

- 4 a) Wśród liczb: 11, 111, 1111 jest tylko jedna liczba pierwsza. Która to liczba?
b) Wśród liczb: 11, 111, 1111 są tylko dwie liczby podzielne przez 11. Które to liczby?
c) Które z liczb: 11, 111, 1111 są podzielne przez 3? Podziel te liczby pisemnie przez 3.

- 5 Rozłóż podaną liczbę na czynniki pierwsze.

- a) 8 b) 88 c) 888 d) 8888

- 6 a) Dowolną liczbę dwucyfrową zapisz obok siebie dwa razy, aby otrzymać liczbę czterocyfrową (np. 3434). Ile razy powstała liczba jest większa od wybranej liczby dwucyfrowej? Jaka będzie odpowiedź, jeśli liczbę dwucyfrową zapiszemy obok siebie trzy razy?
b) Uzasadnij, że jeśli pewną liczbę (niekoniecznie dwucyfrową) zapiszemy trzy razy obok siebie, to powstała liczba będzie podzielna przez 3.
c) Czy jeśli jakąś liczbę naturalną zapiszemy dwa razy obok siebie, to powstała liczba będzie podzielna przez 2?

- 7 Jeden z podanych w chmurce ułamków jest nieskracalny. Który?

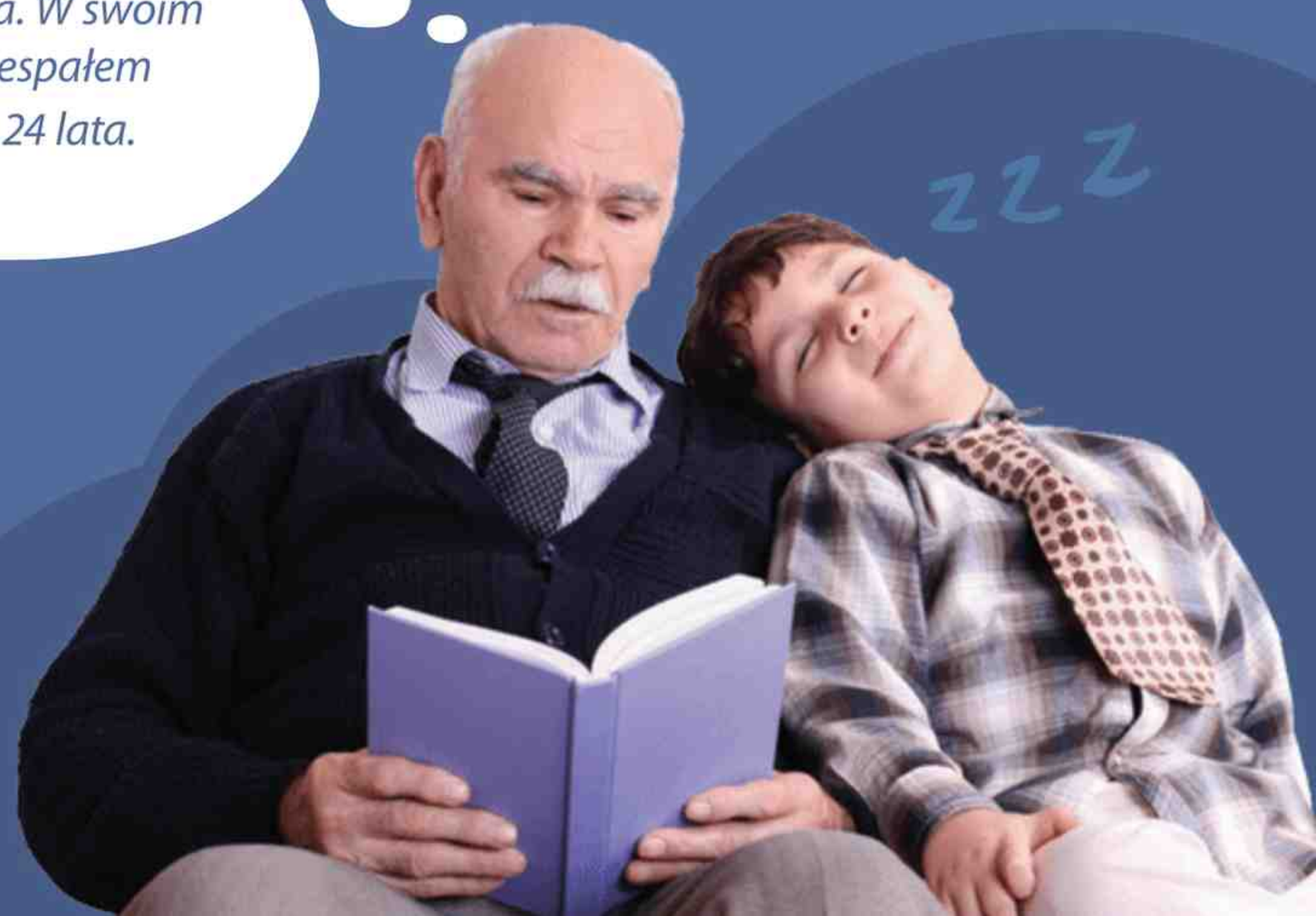

$$\begin{array}{r} \frac{9842715}{18271580} \\ \frac{997890}{7436429} \\ \frac{6132762}{369153111} \\ \frac{9187264}{92615716} \\ \frac{808080808}{707070707} \end{array}$$

- 8 Pewna liczba jest zapisana tylko przy pomocy 43 jedynek. Jaka jest najmniejsza liczba, którą należy do niej dodać, aby suma dzieliła się bez reszty przez liczbę 111?
- 9 W czasie I wojny światowej, ostatniego dnia pewnego miesiąca, pocisk armatni rozbił statwę na wieży zamku. Gdy pomnożymy następujące liczby naturalne: dzień, miesiąc i rok tego wydarzenia, wiek kanoniera oraz wysokość statuy wyrażoną w metrach, otrzymamy 28 115 384. W którym roku urodził się kanonier? Do obliczeń użyj kalkulatora.
- Uwaga.** I wojna światowa toczyła się w latach 1914–1918.
- 10 Pewna dodatnia liczba naturalna jest podzielna przez 1, 2, 3, 4 i 5.
- Czy ta liczba może być podzielna przez 6? Czy ta liczba na pewno jest podzielna przez 6?
 - Czy ta liczba może być podzielna przez 7? Czy ta liczba na pewno jest podzielna przez 7?
 - Czy ta liczba może być podzielna przez 10? Czy ta liczba na pewno jest podzielna przez 10?
 - Czy ta liczba może być równa $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$? Czy może być mniejsza niż $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$? Czy może być większa niż $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$?
- 11 a) Oblicz sumę ułamków: $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, -\frac{1}{20}$.
- b) Jak zmieniłby się wynik, gdyby liczbę $-\frac{1}{4}$ zastąpić liczbą $\frac{1}{4}$? Spróbuj to przewidzieć bez wykonywania obliczeń, a następnie sprawdź, czy twoje przewidywania się potwierdziły.
- 12 Przepisz ułamki: $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$, a następnie przed niektórymi z nich dopisz minusy tak, aby suma powstałych liczb była równa:
- 0,
 - 1,
 - 1.
- 13 a) Oblicz różnice. Co zauważasz?
- $$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \qquad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \qquad \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$
- b) Oblicz. Skorzystaj ze swoich obliczeń w podpunkcie a).
- $$\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \qquad \frac{1}{199} - \frac{1}{200} \qquad \frac{1}{1999} - \frac{1}{2000}$$
- c) Oblicz sprytnie.
- $$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000}$$



Działania na liczbach – część 2

Człowiek przesypia około $\frac{1}{3}$ swojego życia. Oznacza to, że osoba w wieku 72 lat przespala już 24 lata, bo $72 \cdot \frac{1}{3} = 24$. A ile lat ma osoba, która spała już w swoim życiu tyle lat, ile Ty masz obecnie? Czy umiesz to obliczyć?



*Mam 72 lata. W swoim
życiu przespiałem
 $72 \cdot \frac{1}{3} = 24$ lata.*

zzz

 Na dobry początek

Gdzie jest przecinek?

Oto iloczyn liczb 3-cyfrowej i 4-cyfrowej:

$$794 \cdot 8327 = \\ = 6\,611\,638$$

- ▶ Gdzie w liczbie 3-cyfrowej lub 4-cyfrowej dostawić przecinek, aby wynik był równy 661,638?
- ▶ Ile jest równy iloczyn liczb 79,4 i 83,27?
- ▶ Sprawdź poprawność wyników na kalkulatorze.

 Mnożenie liczb całkowitych

Przypomnijmy sobie zasady mnożenia liczb całkowitych:

- iloczyn dwóch liczb o jednakowych znakach jest dodatni,
- iloczyn dwóch liczb o różnych znakach jest ujemny.

| . | +5 | -5 |
|----|----------------------|------------------------|
| +4 | $4 \cdot 5 = 20$ | $4 \cdot (-5) = -20$ |
| -4 | $(-4) \cdot 5 = -20$ | $(-4) \cdot (-5) = 20$ |

Znasz wiele sposobów mnożenia liczb naturalnych w pamięci.

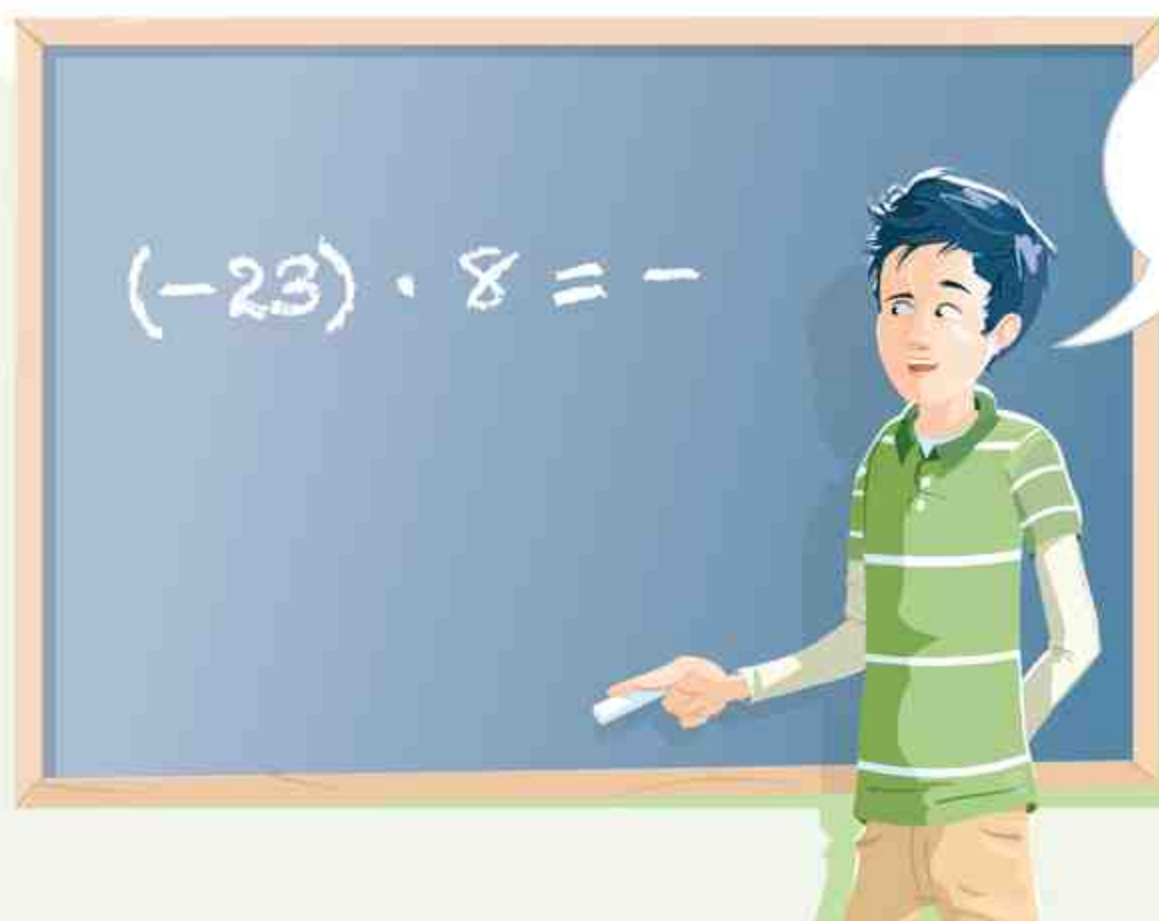
- $3 \cdot 18 = 30 + 24 = 54$, bo $3 \cdot 18 = 3 \cdot (10 + 8) = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 8$
- $4 \cdot 19 = 80 - 4 = 76$, bo $4 \cdot 19 = 4 \cdot (20 - 1) = 4 \cdot 20 - 4 \cdot 1$
- $500 \cdot 80 = 40\,000$ Mnożymy liczby bez zer, potem dopisujemy zera.

Powyższe sposoby można stosować także w przypadku mnożenia liczb całkowitych, trzeba tylko pamiętać o znaku wyniku.

- $3 \cdot (-18) = -54$, $(-3) \cdot 18 = -54$, $(-3) \cdot (-18) = 54$
- $4 \cdot (-19) = -76$, $(-4) \cdot 19 = -76$, $(-4) \cdot (-19) = 76$
- $500 \cdot (-80) = -40\,000$, $(-500) \cdot 80 = -40\,000$, $(-500) \cdot (-80) = 40\,000$

Dobra rada

Najpierw zapisz znak wyniku, żeby o nim nie zapomnieć, gdy będziesz wykonywać mnożenie.



Mam już znak, a teraz pomnożę 23 przez 8.

► Mnożenie ułamków w pamięci

Zasady mnożenia liczb ze znakami obowiązują także w przypadku ułamków.

$$\bullet \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 7} = \frac{3}{28}$$

więc

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{7} = -\frac{3}{28}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{3}{28}$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right) = \frac{3}{28}$$

Gdy mnożymy ułamki dziesiętne, najpierw mnożymy liczby bez przecinków, a potem oddzielamy przecinkiem tyle miejsc z prawej strony, ile było w obu czynnikach razem.

$$\bullet 3 \cdot 0,2 = 0,6$$

$$\text{bo } 3 \cdot 2 = 6$$

0 miejsc 1 miejsce 0 + 1 = 1 miejsce

$$\bullet 0,16 \cdot 0,2 = 0,032$$

$$\text{bo } 16 \cdot 2 = 32$$

2 miejsca 1 miejsce 2 + 1 = 3 miejsca

Analogicznie jest w przypadku ujemnych ułamków dziesiętnych.

$$\bullet (-3) \cdot 0,2 = -0,6$$

$$3 \cdot (-0,2) = -0,6$$

$$(-3) \cdot (-0,2) = 0,6$$

$$\bullet (-0,16) \cdot 0,2 = -0,032$$

$$0,16 \cdot (-0,2) = -0,032$$

$$(-0,16) \cdot (-0,2) = 0,032$$

► Szacowanie

Podobnie jak w innych działaniach, wynik mnożenia można oszacować.

$$\bullet 293,5 \cdot 31 \approx 300 \cdot 30 = 9000$$

$$(-293,5) \cdot 31 \approx -9000$$

$$\bullet 0,78 \cdot 5,41 \approx 0,8 \cdot 5 = 4$$

$$0,78 \cdot (-5,41) \approx -4$$

Mnożenie pisemne

Trudniejsze mnożenie możemy wykonać pisemnie.

W przypadku liczb ujemnych wykonujemy mnożenie pisemne na liczbach dodatnich, a osobno ustalamy znak wyniku.

Przykład 1

$$3170 \cdot 4500 = ?$$

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| | | | | 3 | 1 | 7 | 0 | | | |
| | | | . | | 4 | 5 | 0 | 0 | | |
| | | | | 1 | 5 | 8 | 5 | | | |
| | + | 1 | 2 | 6 | 8 | 0 | | | | |
| | | 1 | 4 | 2 | 6 | 5 | 0 | 0 | 0 | |

$$3170 \cdot 4500 = 14\,265\,000$$

$$353 \cdot (-89) = -?$$

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| | | | | 3 | 5 | 3 | | | | |
| | | | . | | 8 | 9 | | | | |
| | | | | 3 | 1 | 7 | 7 | | | |
| | + | 2 | 8 | 2 | 4 | 0 | | | | |
| | | 3 | 1 | 4 | 1 | 7 | | | | |

$$353 \cdot (-89) = -31\,417$$

Dobra rada

Zer zaznaczonych szarym kolorem w przykładach powyżej możesz nie zapisywać. Wtedy jednak musisz pilnować, aby liczby były odpowiednio podpisane.



| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|
| | | | | | 5 | 1 | 2 | | | |
| | | | . | | 1 | 0 | 0 | 3 | | |
| | | | | | 1 | 5 | 3 | 6 | | |
| | + | 5 | 1 | 2 | | | | | | |
| | | 5 | 1 | 3 | 5 | 3 | 6 | | | |

| | | | | | | | | | | |
|--|---|--|---|-----|-----|---|--|--|--|--|
| | | | | 0,5 | 2 | | | | | |
| | | | . | | 1,7 | | | | | |
| | | | | 3 | 6 | 4 | | | | |
| | + | | | 5 | 2 | | | | | |
| | | | | 0,8 | 8 | 4 | | | | |

← 2 miejsca po przecinku

← 1 miejsce po przecinku

← 2 + 1 = 3 miejsca po przecinku

Mnożenie ułamków zwykłych i liczb mieszanych

Przykład 2

poziom A

Mnożenie ułamków zwykłych jest łatwe – mnożymy licznik przez licznik, a mianownik przez mianownik. Aby uprościć rachunki, warto skracać ułamki jeszcze przed pomnożeniem.

$$\frac{35^5}{44_{11}} \cdot \frac{4^1}{21_3} = \frac{5}{11} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{33} \quad \text{zamiast} \quad \frac{35}{44} \cdot \frac{4}{21} = \frac{140}{924} = \frac{5}{33}$$

Skracamy przez 7.

Skracamy przez 4.

$$\frac{35^5}{44_{11}} \cdot \left(-\frac{4^1}{21_3}\right) = -\frac{5}{11} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{5}{33}, \quad \left(-\frac{35^5}{44_{11}}\right) \cdot \left(-\frac{4^1}{21_3}\right) = +\frac{5}{11} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{33}$$

dodatnia · ujemna to wynik ujemny

ujemna · ujemna to wynik dodatni

poziom B

$$\frac{3^1}{5_1} \cdot \frac{10^2}{42_6} \cdot \frac{49^7}{6_2} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2^1}{6} \cdot \frac{7}{2_1} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6} \quad \text{zamiast} \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{42} \cdot \frac{49}{6} = \frac{1470}{1260} = 1\frac{210}{1260} = 1\frac{1}{6}$$

$$\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot \frac{14}{25} \cdot \left(-\frac{5}{8}\right) = +\frac{2^1}{7_1} \cdot \frac{14^2}{25_5} \cdot \frac{5^1}{8_4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

poziom C

Liczbę mieszaną przez liczbę naturalną można pomnożyć dwoma sposobami.

$$4 \cdot 3\frac{2}{3} = 12\frac{8}{3} = 14\frac{2}{3} \quad \text{bo} \quad 4 \cdot 3\frac{2}{3} = 4 \cdot \left(3 + \frac{2}{3}\right) = 4 \cdot 3 + 4 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\text{lub} \quad 4 \cdot 3\frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{11}{3} = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3}$$

Analogicznie jest w przypadku liczb i ułamków ujemnych.

$$4\frac{1}{9} \cdot (-3) = -\left(4 + \frac{1}{9}\right) \cdot 3 = -(4 \cdot 3 + \frac{1}{9} \cdot 3) = -(12 + \frac{3}{9}) = -12\frac{3}{9} = -12\frac{1}{3}$$

$$\text{lub} \quad 4\frac{1}{9} \cdot (-3) = -\frac{37}{9_3} \cdot 3^1 = -\frac{37}{3} = -12\frac{1}{3}$$

poziom D

$$\frac{2}{7} \cdot 4\frac{1}{2} = \frac{2^1}{7} \cdot \frac{9}{2_1} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$

$$2\frac{1}{2} \cdot 4\frac{2}{5} = \frac{5^1}{2_1} \cdot \frac{22^{11}}{5_1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{11}{1} = 11$$

$$\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{5}\right) = +\frac{4}{9_1} \cdot \frac{18^2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

poziom E

Jeśli w działaniu występują zarówno ułamki zwykłe, jak i dziesiętne, zwykle warto je ujednolicić, żeby wszystkie były albo zwykłe, albo dziesiętne.

$$\frac{1}{2} \cdot 0,1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20} \quad \text{lub} \quad \frac{1}{2} \cdot 0,1 = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05$$

$$\frac{1}{3} \cdot 0,75 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{2}{7}\right) \cdot 1,5 = -\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{7}$$

$$1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Potęgowanie

Mnożenie jednakowych czynników możemy zapisać w postaci potęgowania.

$$4^2 = \underbrace{4 \cdot 4}_{2 \text{ czynniki}} \quad 0,2^3 = \underbrace{0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2}_{3 \text{ czynniki}} = 0,008 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}_{4 \text{ czynniki}} = \frac{16}{81}$$

W przykładzie powyżej ułamek zwykły jest zapisany w nawiasie, bo podnosimy do potęgi cały ułamek, a nie tylko jego licznik.

Porównaj:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \quad \frac{3^2}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Jeśli potęgujemy liczbę mieszaną, zamieniamy ją na ułamek niewłaściwy.

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Zwróć uwagę, jaki jest znak wyniku potęgowania liczby ujemnej przy podnoszeniu jej do kolejnych potęg:

$$(-2)^1 = -2$$

$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$$

$$(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64$$

Zadania

1 Oblicz pisemnie. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

a) $986 \cdot 37$

d) $143 \cdot 84$

g) $294 \cdot 54$

b) $789 \cdot 7869$

e) $57 \cdot 1183$

h) $968 \cdot 45$

c) $245 \cdot 312$

f) $82 \cdot 185$

i) $257 \cdot 45$

poziom B

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) $234\,000 \cdot 800$ | d) $613 \cdot 41\,200$ | g) $710 \cdot 241\,000$ |
| b) $350 \cdot 6280$ | e) $6900 \cdot 212\,000$ | h) $41\,300 \cdot 520$ |
| c) $5200 \cdot 380$ | f) $118\,900 \cdot 610$ | i) $65\,000 \cdot 7000$ |

poziom C

- | | | |
|------------------------|----------------------|-------------------------|
| a) $103 \cdot 29$ | d) $24 \cdot 2002$ | g) $24 \cdot 103$ |
| b) $50\,060 \cdot 350$ | e) $5400 \cdot 1008$ | h) $60\,030 \cdot 2080$ |
| c) $32 \cdot 2001$ | f) $1075 \cdot 2002$ | i) $75 \cdot 1004$ |

poziom D

- | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|
| a) $0,082 \cdot 2,15$ | d) $0,05 \cdot 0,028$ | g) $12,84 \cdot 0,08$ |
| b) $7 \cdot 21,36$ | e) $2,75 \cdot 0,03$ | h) $2,89 \cdot 0,0042$ |
| c) $3,2 \cdot 4,07$ | f) $40,05 \cdot 135,2$ | i) $0,07 \cdot 0,895$ |

MISTRZ

Oblicz w pamięci.

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------------|--|
| a) $0,1 \cdot 0,02 \cdot 0,003$ | c) $200 \cdot 40 \cdot 0,002$ | e) $50 \cdot 0,2 \cdot 0,04$ |
| b) $0,011 \cdot 0,002 \cdot 0,2$ | d) $0,5 \cdot 0,02 \cdot 0,3$ | f) $0,1 \cdot 2 \cdot 0,3 \cdot 4 \cdot 0,5$ |



2 Oblicz. Jeśli to możliwe, skracaj ułamki przed mnożeniem. Wynik doprowadź do najprostszej postaci. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

- | | | |
|---------------------------------------|--|---|
| a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}$ | c) $-\frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{6}{25}\right)$ | e) $-\frac{9}{28} \cdot \frac{16}{27}$ |
| b) $-\frac{21}{60} \cdot \frac{3}{7}$ | d) $\frac{3}{35} \cdot \frac{10}{11}$ | f) $-\frac{1}{10} \cdot \left(-\frac{15}{101}\right)$ |

poziom B

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\frac{4}{21} \cdot \left(-\frac{7}{6}\right) \cdot \left(-\frac{9}{2}\right)$ | c) $-\frac{3}{20} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{4}{11}$ | e) $-\frac{6}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \left(-\frac{25}{8}\right)$ |
| b) $\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{6}{7}\right) \cdot \frac{7}{8}$ | d) $\frac{8}{3} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{7}{12}$ | f) $\frac{5}{8} \cdot \frac{18}{35} \cdot \left(-\frac{4}{27}\right)$ |

poziom C

- | | | |
|---|----------------------------|---|
| a) $4 \cdot \left(-2\frac{3}{8}\right)$ | c) $5 \cdot 1\frac{2}{7}$ | e) $25 \cdot \left(-1\frac{2}{15}\right)$ |
| b) $-3 \cdot \left(-12\frac{2}{7}\right)$ | d) $-8 \cdot 2\frac{1}{4}$ | f) $-3 \cdot 2\frac{7}{9}$ |

poziom D

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\frac{3}{14} \cdot 2\frac{1}{3}$ | c) $-3\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{13}$ | e) $-\frac{11}{18} \cdot \left(-5\frac{2}{5}\right)$ |
| b) $-3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{1}{12}$ | d) $1\frac{5}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$ | f) $2\frac{4}{5} \cdot 2\frac{13}{21}$ |

poziom E

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\left(-\frac{1}{10}\right) \cdot 0,47$ | c) $\frac{1}{5} \cdot 0,22$ | e) $-0,25 \cdot \left(-\frac{8}{73}\right)$ |
| b) $-1,3 \cdot \left(-\frac{8}{26}\right)$ | d) $1,25 \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$ | f) $1\frac{1}{5} \cdot 0,04$ |

MISTRZ

a) $\frac{16}{23} \cdot \frac{69}{88}$

c) $\frac{7}{13} \cdot 2\frac{9}{28}$

e) $\frac{1}{28} \cdot 1\frac{3}{32} \cdot 1,92$

b) $0,64 \cdot 1\frac{3}{32}$

d) $9\frac{1}{3} \cdot 2,4 \cdot 3\frac{3}{14}$

f) $1215 \cdot 2\frac{11}{1215}$

- **3** Oblicz w pamięci.

a) $0,1 \cdot 0,8$

c) $-0,1 \cdot 0,01$

e) $(-0,3) \cdot (-2)$

b) $0,2 \cdot 4$

d) $0,2 \cdot (-5)$

f) $0,2 \cdot 0,2$

- **4** Zagrajcie w parach. Niech każde z was narysuje dla siebie planszę według wzoru i przygotuje zestaw kartoników z cyframi od 0 do 9.

$0,0 \cdot 0$

Losujecie po dwie cyfry i układacie działanie, każdy na swojej planszy. Obliczacie iloczyn i sprawdzacie sobie nawzajem wyniki. Punkt otrzymuje gracz, który ma większy iloczyn, pod warunkiem, że go poprawnie obliczył. Powtórzcie to ćwiczenie kilka razy. Następnie zagrajcie według tych samych reguł, wykorzystując kolejne plansze.

$0,0 \cdot 0,0$

$1,0 \cdot 0,0$

- **5** Pomnóż pisemnie 38 przez 175, a następnie podaj wynik zapisanego niżej działania.

a) $380 \cdot 17\,500$

c) $3,8 \cdot 0,175$

e) $-380 \cdot (-17,5)$

b) $38 \cdot 17,5$

d) $-38 \cdot 175$

f) $3,8 \cdot (-0,175)$

- **6** Oszacuj, które z trzech działań ma największy wynik. Wykonaj to działanie pisemnie.

a) $8753 \cdot 4281$

$7953 \cdot 3112$

$16\,893 \cdot 915$

b) $17,43 \cdot 0,58$

$29,15 \cdot 0,23$

$15,81 \cdot 0,703$

c) $2,086 \cdot 0,06$

$2,1 \cdot 3,7$

$8,413 \cdot 0,0716$

d) $412,5 \cdot 0,17$

$41 \cdot 1,7$

$4,85 \cdot 19$

- **7** Oszacuj, które z trzech działań ma największy wynik. Pamiętaj o znakach! Wykonaj to działanie.

a) $-123,5 \cdot 38$

$-18,8 \cdot (-12)$

$58,5 \cdot 2,9$

b) $-12 \cdot 3,52$

$14 \cdot (-789,5)$

$0,7 \cdot (-1,4)$

c) $28,15 \cdot 17$

$-73 \cdot 18$

$42 \cdot (-68,5)$

- **8** Oblicz jak najprostszą metodą. Suma wszystkich czterech wyników powinna wynosić 0.
- a) $0,5 \cdot \frac{4}{9} \cdot (-2,5) \cdot 0,9$
- b) $2,787 \cdot \left(-\frac{11}{173}\right) \cdot (127,15)^7 \cdot (807 - 807) \cdot 15,3 \cdot \left(-182\frac{13}{58}\right)$
- c) $-0,4 \cdot (-0,8) \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 0,375 \cdot (-1,25)$
- d) $(-1,5)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(1\frac{1}{7}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} - 2\right) \cdot \left(\frac{21}{66}\right)$
- **9** Jaki jest znak wyniku potęgowania?
- a) $(-6)^{2018}$ b) $(-6)^{2019}$ c) 6^{2020}
- **10** Autobus o długości 15 m zabrał 80 osób. Jaką długość miałyby sznur samochodów osobowych, gdyby każdy z pasażerów autobusu jechał (sam) samochodem? Przyjmij, że przeciętny samochód ma długość 4,5 m, a odstęp między jadącymi samochodami wynosi 8 m.

Informacje do zadań 11 i 12

Oto cennik biletów komunikacji miejskiej w pewnym mieście.

| Bilet | Normalny | Ulgowy |
|-------------|----------|----------|
| jednorazowy | 2,80 zł | 1,40 zł |
| dobowy | 10,00 zł | 5,00 zł |
| tygodniowy | 40,00 zł | 20,00 zł |
| 30-dniowy | 67,00 zł | 33,50 zł |

- **11** a) Ile trzeba zapłacić za pięć jednorazowych biletów ulgowych i dwa jednorazowe bilety normalne?
- b) Przy ilu przejazdach w ciągu dnia bardziej się opłaca bilet dobowy niż bilety jednorazowe? Oblicz to dla biletów normalnych oraz dla ulgowych.
- **12** Pani Ela dojeżdża samochodem do pracy odległej od domu o 7 km. Jej samochód spala średnio 7,2 l benzyny na 100 km, a 1 l tego paliwa kosztuje 5,40 zł. W ciągu miesiąca jest przeciętnie 21 dni roboczych. Ile złotych mogłaby zaoszczędzić pani Ela miesięcznie, gdyby zamiast płacić za paliwo, kupiła 30-dniowy bilet autobusowy?
- **13** W pewnej klasie szesnastu chłopców waży w sumie 832 kg, a średnia waga jedenastu dziewcząt wynosi 49 kg. Jaka jest średnia waga wszystkich uczniów tej klasy?

- 14** Rozszyfruj działanie. Jednakowe symbole oznaczają jednakowe cyfry, a różne symbole – różne cyfry. Jeśli jest więcej niż jedno rozwiązanie, to znajdź wszystkie.

a) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\triangle}{\triangle} = \frac{\triangle}{\square} \cdot \frac{\square}{\triangle} = \triangle$ b) $\frac{1}{1\square} \cdot \square \frac{\square}{\triangle} = \frac{1}{1\square} \cdot \frac{1\square}{\triangle} = \frac{1}{\triangle}$



Dla dociekliwych

- 1** Oblicz jak najprościej. Możesz skorzystać sprytnie z kalkulatora.

- a) $3\,840\,000\,000 \cdot 657\,000\,000\,000$
 b) $123\,456\,768\,910\,111\,213 \cdot 2$
 c) $123\,456\,789 \cdot 987\,654\,321$



Czy już umiem?

- I Oblicz pisemnie.

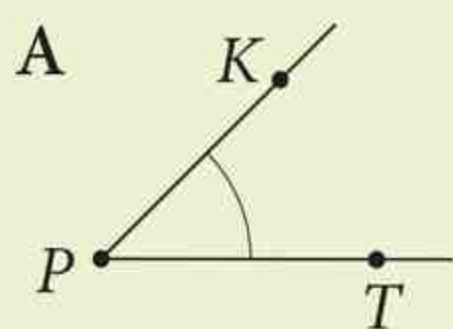
- a) $20\,080 \cdot 67\,800$ b) $2,18 \cdot 0,34$

- II Oblicz.

- a) $\frac{5}{9} \cdot \left(-\frac{6}{35}\right)$ b) $\frac{3}{10} \cdot 4\frac{1}{6}$ c) $\frac{5}{14} \cdot (-2,1)$

- III Ile kosztuje 2,5 kg ziemniaków po 1,80 zł za kilogram?

- IV Na rysunku przedstawiono cztery kąty.



- a) Na których rysunkach przedstawiono kąty ostre?
 b) Czy kąt na rysunku B ma 125 czy 55 stopni?
 c) Oszacuj miarę kąta na rysunku C.
 d) Kąt na rysunku B – jaki to rodzaj kąta?
 e) Kąt na rysunku D – jaki to rodzaj kąta?
 f) Który kąt przedstawiono na rysunku A: $\sphericalangle PTK$, $\sphericalangle TKP$, $\sphericalangle KPT$?

Na dobry początek

Podział na porcje

A

$$I \quad 4 : \frac{1}{2} = 8$$

$$II \quad 2 : \frac{1}{2} = 4$$

$$III \quad 2 : \frac{1}{4} = 8$$

B

C

Pytania i polecenia

- Dopasuj działanie do sytuacji przedstawionej na zdjęciu.
- Spróbuj zgadnąć, przez ile podzielić 4, żeby otrzymać wyniki: 1, 2, 4, 8, 16.

Dzielenie liczb dodatnich w pamięci

Przykład 1

poziom A

Niektóre dzielenia liczb z zerami na końcu wykonujemy podobnie jak dzielenie liczb bez zer.

$$42\ 000 : 6 = 7\ 000$$

$$42\ 000 : 600 = 420 : 6 = 70$$

poziom B

Rozwiązanie wielu przykładów będzie łatwiejsze, jeśli wyobrazimy sobie dzielenie na równe części.

$$\frac{8}{15} : 2 = \frac{4}{15}$$

$$0,44 : 4 = 0,11$$

$$8,12 : 2 = 4,06$$

Dzielimy $\frac{8}{15}$ na 2 równe części.

Dzielimy 0,44 na 4 równe części.

Dzielimy 8,12 na 2 równe części.

poziom C

Warto pamiętać, że w dzieleniu odpowiadamy na pytanie, ile razy jedna liczba mieści się w drugiej.

$$120 : 45 = ?$$

$$1 \cdot 45 = 45$$

$$2 \cdot 45 = 90$$

$$3 \cdot 45 = 135$$

$$120 : 45 = 2 \text{ r } 30,$$

45 mieści się co najmniej jeden raz w 120.

45 mieści się co najmniej dwa razy w 120.

45 **nie** mieści się trzy razy w 120.

45 mieści się 2 razy w 120, zostaje reszta 30.

poziom D

Także dzielenie niektórych ułamków i liczb mieszanych można wykonać w pamięci, obliczając, ile razy jedna liczba mieści się w drugiej.

$$\frac{8}{7} : \frac{2}{7} = 4,$$

$$2\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 5,$$

$$0,3 : 0,1 = 3,$$

$$4\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} = 3,$$

bo $\frac{2}{7}$ mieści się 4 razy w $\frac{8}{7}$

bo $\frac{1}{2}$ mieści się 5 razy w $2\frac{1}{2}$

bo 0,1 mieści się 3 razy w 0,3

bo $1\frac{1}{2}$ mieści się 3 razy w $4\frac{1}{2}$

Dzielenie liczb ujemnych i dodatnich w pamięci

Poznaliśmy już zasady dzielenia liczb całkowitych:

- iloraz dwóch liczb o jednakowych znakach jest dodatni,
- iloraz dwóch liczb o różnych znakach jest ujemny.

| Dzielnik \ Dzielna | +3 | -3 |
|--------------------|-------------------|---------------------|
| +30 | $30 : 3 = 10$ | $30 : (-3) = -10$ |
| -30 | $(-30) : 3 = -10$ | $(-30) : (-3) = 10$ |

Wszystkie opisane wcześniej sposoby dzielenia liczb dodatnich można zastosować do dzielenia liczb dodatnich i ujemnych, trzeba tylko pamiętać o znakach.

$$\frac{8}{15} : 2 = \frac{4}{15}, \quad \text{więc} \quad -\frac{8}{15} : 2 = -\frac{4}{15}, \quad \frac{8}{15} : (-2) = -\frac{4}{15}, \quad -\frac{8}{15} : (-2) = \frac{4}{15}$$

$$0,44 : 4 = 0,11, \quad \text{więc} \quad -0,44 : 4 = -0,11, \quad 0,44 : (-4) = -0,11, \quad (-0,44) : (-4) = 0,11$$

Dzielenie ułamków

Przykład 2

poziom A

Kiedy chcemy podzielić ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną, dzielimy liczbę bez przecinka, a następnie wstawiamy przecinek.

$$5,6 : 7 = 0,8, \quad \text{bo } 56 : 7 = 8$$

$$0,28 : 14 = 0,02, \quad \text{bo } 28 : 14 = 2$$

Podobnie jest w przypadku liczb ujemnych.

$$5,6 : (-7) = -0,8 \quad -5,6 : (-7) = 0,8$$

$$0,28 : (-14) = -0,02 \quad (-0,28) : (-14) = 0,02$$

Kiedy dzielimy ułamek dziesiętny przez ułamek dziesiętny, przesuwamy przecinek w dzielnej i dzielniku o tyle samo miejsc tak, aby otrzymać dzielenie przez liczbę naturalną.

$$0,48 : 0,2 = 4,8 : 2 = 2,4$$

$$-0,48 : 0,2 = -4,8 : 2 = -2,4$$

poziom B

Dzielenie można zamienić na mnożenie przez odwrotność dzielnika.

$$\frac{2}{7} : \frac{4}{21} = \frac{2}{\cancel{7}_1} \cdot \frac{\cancel{21}^3}{\cancel{4}_2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\underbrace{\left(-\frac{8}{15}\right)}_{-} : \underbrace{2}_{+} = -\frac{\cancel{8}^4}{15} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_1} = -\frac{4}{15}$$

poziom C

Kiedy dzielimy liczbę mieszaną, najczęściej zamieniamy ją najpierw na ułamek niewłaściwy.

$$2\frac{1}{2} : \frac{5}{6} = \frac{5}{2} : \frac{5}{6} = \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{2}_1} \cdot \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{5}_1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} = 3$$

$$\underbrace{\left(-3\frac{1}{3}\right)}_{-} : \underbrace{\left(-2\frac{2}{9}\right)}_{-} = \frac{10}{3} : \frac{20}{9} = \frac{\cancel{10}^1}{\cancel{3}_1} \cdot \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{20}_2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

poziom D

Jeśli w działaniu występują zarówno ułamki zwykłe, jak i dziesiętne, zwykle warto je ujednolicić, żeby wszystkie były albo dziesiętne, albo zwykłe.

$$\frac{3}{4} : 0,3 = \frac{3}{4} : \frac{3}{10} = \frac{3^1}{4_2} \cdot \frac{10^5}{3_1} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$\text{lub } \frac{3}{4} : 0,3 = 0,75 : 0,3 = 7,5 : 3 = 2,5$$



Zadania



1 Oblicz w pamięci. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

- a) 45 000 : 90 c) 72 000 : 800 e) 6400 : 800 g) 20 000 : 500
b) 72 000 : 6 d) 2000 : 40 f) 36 000 : 900 h) 2 800 : 7

poziom B

- a) $\frac{8}{73} : 2$ c) $32\frac{16}{27} : 8$ e) $24\frac{15}{17} : 3$
b) 12,24 : 6 d) 0,36 : 3 f) 4,82 : 2

poziom C

Wykonaj dzielenie z resztą.

- a) 120 : 55 c) 152 : 70 e) 200 : 85
b) 50 : 17 d) 220 : 90 f) 111 : 30

poziom D

- a) 0,8 : 0,02 c) 0,9 : 0,3 e) $2\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$ g) $3\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$
b) $3\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$ d) $3 : \frac{1}{5}$ f) 0,63 : 0,09 h) 0,07 : 0,01

MISTRZ

Oblicz w pamięci. Możesz liczyć tak jak w przykładzie.

Przykład: $161 : 7 = 140 : 7 + 21 : 7 = 20 + 3 = 23$

- a) 693 : 3 c) 189 : 7 e) 117 : 9 g) 48 268 : 24 134
b) 174 : 3 d) 875 : 7 f) 531 : 9 h) 18 063 : 6021



2 Oblicz. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom. Jeśli nie – rozwiąż wszystkie przykłady z tego poziomu i dopiero wtedy przejdź na następny.

poziom A

- a) $-5,6 : (-8)$ c) $-4,2 : 0,07$ e) $-0,48 : 6$
b) $7,2 : (-0,09)$ d) $540 : 0,6$ f) $-8,1 : (-0,9)$

poziom B

a) $\frac{4}{9} : \left(-\frac{2}{27}\right)$

c) $\frac{4}{21} : \frac{6}{7}$

e) $\frac{6}{7} : (-9)$

b) $-\frac{28}{15} : 7$

d) $-\frac{8}{9} : \left(-\frac{10}{3}\right)$

f) $\frac{5}{14} : \frac{10}{21}$

poziom C

a) $-3\frac{1}{3} : 4\frac{1}{6}$

c) $\frac{4}{5} : 1\frac{1}{5}$

e) $2\frac{1}{12} : \left(-1\frac{7}{8}\right)$

b) $1\frac{1}{5} : \frac{12}{25}$

d) $-1\frac{2}{5} : \left(-2\frac{1}{10}\right)$

f) $1\frac{1}{12} : 1\frac{5}{8}$

poziom D

a) $\frac{1}{2} : 1,5$

c) $-0,1 : \frac{2}{5}$

e) $\frac{1}{3} : 0,25$

b) $-0,8 : \left(-\frac{2}{3}\right)$

d) $\frac{3}{4} : 0,2$

f) $\frac{2}{3} : (-0,6)$

MISTRZ

a) $17,25 : \left(-\frac{3}{8}\right)$

c) $-1\frac{6}{15} : (-0,28)$

e) $8\frac{1}{8} : 3,9$

b) $1\frac{5}{72} : (-1,75)$

d) $0,0375 : 1\frac{1}{2}$

f) $0,045 : \left(-\frac{27}{40}\right)$

- **3** a) Zając waży 5 kg, a wilk 50 kg. Ile zające waży tyle samo co jeden wilk?
b) Jajo kurze waży 0,05 kg, a mały bochenek chleba 0,5 kg. Ile jajek waży tyle co jeden mały bochenek chleba?
- **4** Po przemeblowaniu biblioteki szkolnej pozostała jedna wolna ściana o długości 5,76 m. Ile regałów o długości 0,72 m można ustawić wzdłuż tej ściany? Rozwiąż zadanie dwoma sposobami: najpierw wykonaj obliczenia w metrach, a potem w centymetrach.
- **5** Rower kosztuje 1200 zł, a motorower 4800 zł.
a) O ile złotych więcej niż rower kosztuje motorower?
b) Ile razy więcej niż rower kosztuje motorower?
- **6** a) Ile słoików sosu po 4 zł za słoik możemy kupić, jeśli mamy 45 zł?
b) Woda mineralna jest sprzedawana w hurtowni w zgrzewkach po 4 butelki. Ile zgrzewek trzeba kupić, żeby każdy z 45 uczestników wycieczki mógł dostać butelkę wody?
c) Ćwierć godziny lekcyjnej – ile to minut i sekund?
d) Cztery jednakowe paczki flamastrów kosztują 45 zł. Ile kosztuje jedna paczka?
e) Czy liczba 45 jest podzielna przez 4?
f) Zamień $\frac{45}{4}$ na liczbę mieszaną.
g) Dzielimy 45 śliwek równo pomiędzy czworo dzieci. Ile całych śliwek dostanie każde dziecko? Ile śliwek zostanie?

•• 7 Rozwiąż równanie.

a) $2 \cdot a = 14$

c) $-\frac{4}{7} \cdot c = -2\frac{6}{7}$

b) $\frac{4}{5} \cdot b = -\frac{12}{5}$

d) $-2\frac{1}{3} \cdot d = 7$

•• 8 a) Koń waży 700 kg, a słoń o 4,9 t więcej. Ile razy więcej waży słoń niż koń?

b) Sarna waży 40 kg, a zając 8 razy mniej. O ile kilogramów zając jest lżejszy od sarny?

•• 9 Oblicz.

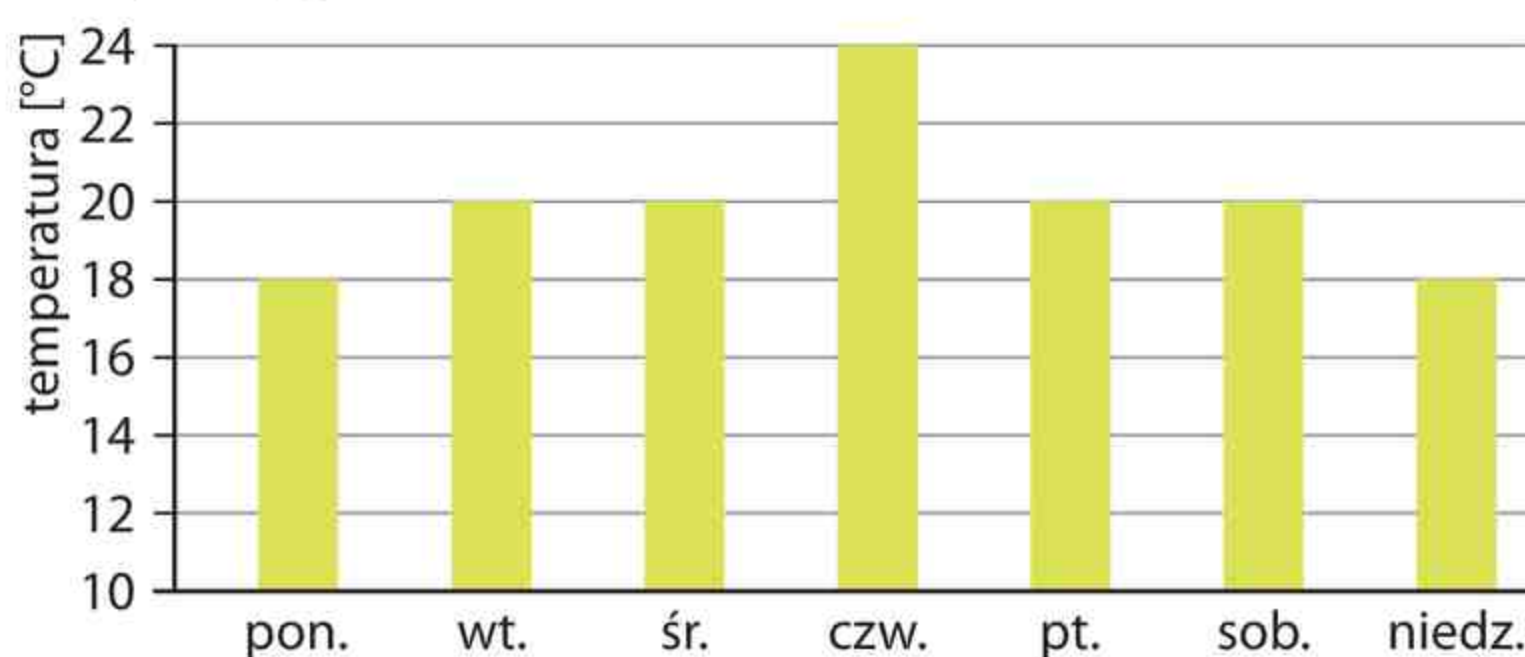
a) $6 \cdot 5 : 15 \cdot 2$

c) $(12 : \frac{1}{3}) : (-9)$

b) $36 : 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2 - 7$

d) $0,4 : [(-1\frac{2}{3}) : (-4\frac{1}{6})]$

•• 10 Na diagramie przedstawiono temperaturę mierzoną w południe w Katowicach przez siedem dni pewnego tygodnia. Oblicz średnią temperaturę w południe w tym tygodniu.



••• 11 W butelce jest $\frac{1}{3}$ l soku, a w dzbanku o 0,5 l więcej. Ile razy więcej soku jest w dzbanku niż w butelce?

••• 12 Ile średnio kosztuje jedna godzina 6-godzinne go postoju?



🏆 13 Jeden z boków prostokąta jest $2\frac{1}{2}$ razy dłuższy od drugiego. Pole tego prostokąta wynosi $0,9 \text{ dm}^2$. Narysuj ten prostokąt w skali 1 : 3.

✓ Czy już umiem?

I Oblicz w pamięci.

a) $240\,000 : (-120)$

b) $\frac{8}{17} : 4$

c) $(-0,2) : (-0,01)$

II Oblicz.

a) $-4,9 : (-0,007)$

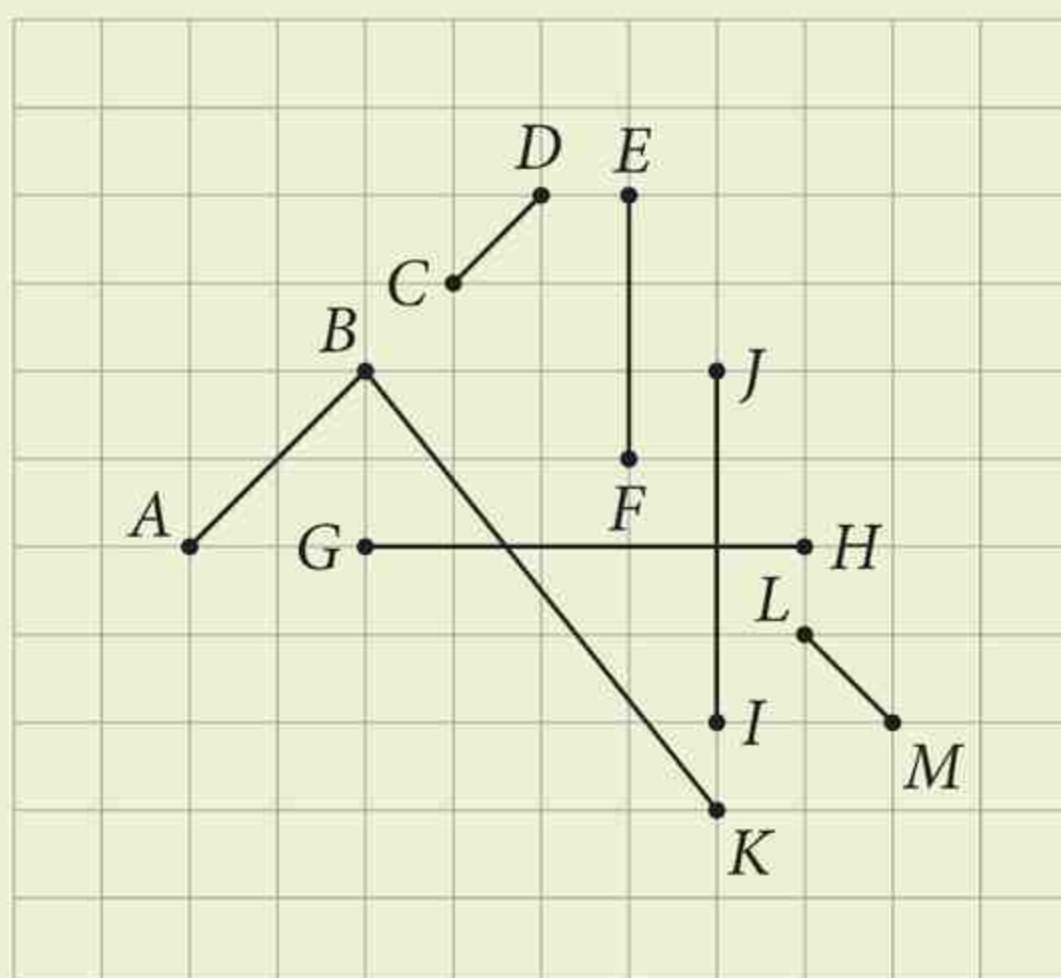
b) $\frac{3}{7} : (-\frac{9}{14})$

c) $-1\frac{3}{5} : 1\frac{1}{3}$

- III a) Ile sześciuosobowych ławek potrzeba dla 15 osób?
 b) Ile kotletów po 6 zł możemy kupić za 15 zł?
 c) Ile pieniędzy dostanie każde z 6 dzieci, jeśli po równo rozdzielimy pomiędzy te dzieci 15 zł?

IV Poniższe rysunki przedstawiają serię odcinków na kratce oraz prostopadłości.

Rysunek 1



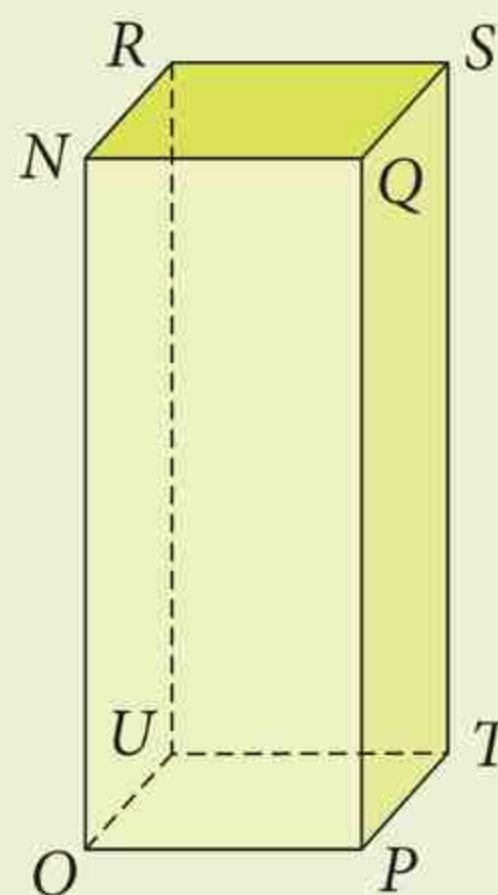
Na podstawie rysunku 1 odpowiedz na pytania.

- a) Które odcinki są równoległe do EF ?
 b) Ile jest odcinków prostopadłych do GH ?
 c) Czy są odcinki równoległe do AB ?
 d) Który odcinek jest prostopadły do AB ?

Na podstawie rysunku 2 odpowiedz na pytania.

- e) Które krawędzie są równoległe do TP ?
 f) Które krawędzie są prostopadłe do NR ?

Rysunek 2



**Na dobry początek****Ile razy?**

Przygotujcie komplet kartoników z cyframi od 0 do 9 i kilka małych kartek. Podzielcie się na grupy po trzy, cztery lub pięć osób. W każdej grupie wybierzcie osobę, która będzie sędzią.

- ▶ Sędzia losuje trzy kartoniki z cyframi i układa z nich dwie liczby: 2-cyfrową i 1-cyfrową różną od zera.
- ▶ Zadaniem każdego gracza jest ocena, ile razy mniejsza z wylosowanych liczb mieści się w większej. Odpowiedzi zapiszcie na kartkach i oddajcie sędziemu. Punkt dostaje ten, kto podał największą poprawną liczbę całkowitą.
- ▶ Potem niech sędzia wylosuje pięć kartoników i ułoży liczbę 3-cyfrową i 2-cyfrową. Zagrajcie ponownie według tych samych zasad.

pakowany po 15 sztuk

pakowany po 20 sztuk

Na jutro dostarczyć:
kajzerki – 530 szt.
chleb pszenny – 650 szt.
chleb razowy – 370 szt.

pakowane po 50 sztuk

Pytania i polecenia

Piekarnia dostarcza pieczywo w skrzynkach, w których mieści się określona liczba bułek albo chlebów. Oceń, ile pełnych skrzynek pieczywa musi przygotować piekarnia, aby dowieźć rano podane zamówienie. Następnie sprawdź to na kalkulatorze. Ile chlebów i bułek będzie w niepełnej skrzynce?

Przykład 1

poziom A

| | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 8 | 4 | 6 | | | |
| | | 1 | 0 | 1 | 5 | 2 | : | 1 | 2 |
| | - | | 9 | 6 | | | | | |
| | | | | 5 | 5 | | | | |
| | | | - | 4 | 8 | | | | |
| | | | | | 7 | 2 | | | |
| | | | | - | 7 | 2 | | | |
| | | | | | | 0 | | | |

czyli: $10\,152 : 12 = 846$

15 w 13 mieści się 0 razy.

poziom B

| | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| | | | 2 | 0 | 9 | | | | |
| | | 3 | 1 | 3 | 5 | : | 1 | 5 | |
| | - | 3 | 0 | | | | | | |
| | | | 1 | 3 | 5 | | | | |
| | | - | 1 | 3 | 5 | | | | |
| | | | | | 0 | | | | |

czyli: $3135 : 15 = 209$

poziom C

Przecinek wstawiamy nad przecinkiem.

| | | | | | | | | | |
|--|---|---|-----|---|---|--|--|--|--|
| | | | 4,3 | | | | | | |
| | | 3 | 0,1 | : | 7 | | | | |
| | - | 2 | 8 | | | | | | |
| | | | 2 | 1 | | | | | |
| | | - | 2 | 1 | | | | | |
| | | | | 0 | | | | | |

czyli: $30,1 : 7 = 4,3$

poziom D

| | | | | | | | | | |
|--|---|---|-----|---|---|--|--|--|--|
| | | | 3,4 | 5 | | | | | |
| | | 2 | 7,6 | : | 8 | | | | |
| | - | 2 | 4 | | | | | | |
| | | | 3 | 6 | | | | | |
| | | - | 3 | 2 | | | | | |
| | | | | 4 | 0 | | | | |
| | | | - | 4 | 0 | | | | |
| | | | | | 0 | | | | |

czyli: $27,6 : 8 = 3,45$

Nie ma już cyfr w dzielnej?
 $27,6 = 27,60$, więc możemy
wpisać zero.

Pamiętaj, że wynik dzielenia możesz sprawdzić za pomocą mnożenia.

Różne postaci wyniku dzielenia

Wynik dzielenia $9 : 4$ można przedstawić różnymi sposobami.

- $9 : 4 = 2 \text{ r } 1$ wynik w postaci z resztą
- $9 : 4 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ wynik w postaci liczby mieszanej
- $9 : 4 = 2,25$ wynik w postaci ułamka dziesiętnego

Wynik dzielenia pisemnego także można przedstawić w różnych postaciach.

Jeśli zadowala nas wynik, w którym występuje ułamek zwykły lub reszta, dzielenie skończymy wcześniej.

| | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|--|
| | | 1 | 2 | | | |
| | | 6 | 4 | : | 5 | |
| | – | 5 | | | | |
| | | 1 | 4 | | | |
| | – | 1 | 0 | | | |
| | | | 4 | | | |

$$64 : 5 = 12\frac{4}{5} \text{ lub } 64 : 5 = 12 \text{ r } 4$$

Jeśli chcemy otrzymać wynik w postaci ułamka dziesiętnego, wykonujemy działanie dalej.

| | | | | | | |
|--|---|---|-----|---|---|--|
| | | 1 | 2,8 | | | |
| | | 6 | 4,0 | : | 5 | |
| | – | 5 | | | | |
| | | 1 | 4 | | | |
| | – | 1 | 0 | | | |
| | | | 4 | 0 | | |
| | | | – | 4 | 0 | |
| | | | | 0 | | |

$$64 : 5 = 12,8$$

Jak dzielić przez ułamek dziesiętny

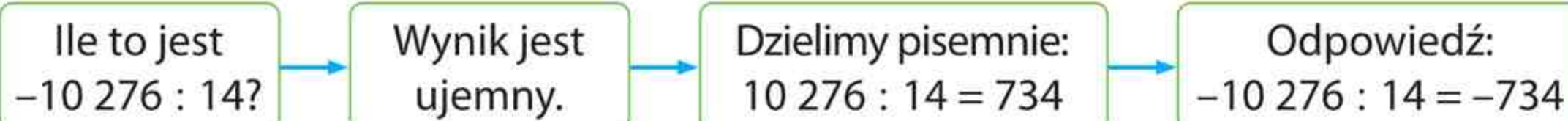
Dzielenie pisemne przez ułamek dziesiętny zamieniamy na dzielenie przez liczbę naturalną. W tym celu wystarczy odpowiednio przesunąć przecinek o tyle samo miejsc w dzielnej i w dzielniku, podobnie jak w działaniach w pamięci.

$$2,76 : 0,8 = 27,6 : 8, \quad \text{bo} \quad \frac{2,76}{0,8} = \frac{2,76 \cdot 10}{0,8 \cdot 10} = \frac{27,6}{8} = 27,6 : 8$$

$$1,4 : 0,07 = 140 : 7, \quad \text{bo} \quad \frac{1,4}{0,07} = \frac{1,4 \cdot 100}{0,07 \cdot 100} = \frac{140}{7} = 140 : 7$$

Liczby dodatnie i ujemne

Podobnie jak w przypadku innych działań pisemnych, dzielenie pisemne wykonujemy zawsze na liczbach dodatnich. Natomiast znak wyniku działania ustalamy osobno.



Zadania

- 1** Oblicz pisemnie. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz przykłady a) i b) z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

- | | | |
|----------------|----------------|---------------|
| a) $1004 : 4$ | c) $784 : 7$ | e) $651 : 7$ |
| b) $4928 : 14$ | d) $2916 : 12$ | f) $5034 : 6$ |

poziom B

- | | | |
|----------------|----------------|-------------------|
| a) $4872 : 8$ | c) $3312 : 16$ | e) $4908 : 12$ |
| b) $2704 : 13$ | d) $1442 : 7$ | f) $10\,590 : 15$ |

poziom C

- | | | |
|---------------|----------------|----------------|
| a) $51,3 : 9$ | c) $4,298 : 7$ | e) $19,05 : 3$ |
| b) $2,32 : 4$ | d) $37,8 : 9$ | f) $138,4 : 8$ |

poziom D

- | | | |
|---------------|----------------|---------------|
| a) $1,89 : 6$ | c) $74,25 : 6$ | e) $25,2 : 8$ |
| b) $22,5 : 4$ | d) $61,3 : 5$ | f) $4,7 : 5$ |

MISTRZ

Wykonaj dzielenie. Przepisz działanie. W miejsce ? wpisz odpowiednie liczby. Ułóż zadanie tekstowe, w którego rozwiązaniu może wystąpić takie działanie.

- | | |
|--|--|
| a) $962 \text{ km} : 20 = ? \text{ km } ? \text{ m}$ | d) $196 \text{ km} : 16 = ? \text{ km } ? \text{ m}$ |
| b) $962 \text{ godz.} : 20 = ? \text{ godz. } ? \text{ min}$ | e) $196 \text{ godz.} : 16 = ? \text{ godz. } ? \text{ min}$ |
| c) $962 \text{ zł} : 20 = ? \text{ zł } ? \text{ gr}$ | f) $196 \text{ zł} : 16 = ? \text{ zł } ? \text{ gr}$ |

- 2** Wykonaj pisemnie dzielenie $1428 : 6$. Korzystając z otrzymanego ilorazu, podaj wynik działania.

| | | |
|------------------|---------------------|------------------|
| a) $14,28 : 6$ | d) $(-1428) : (-6)$ | g) $1428 : 0,06$ |
| b) $0,1428 : 6$ | e) $1428 : 60$ | h) $14,28 : 0,6$ |
| c) $1428 : (-6)$ | f) $-1428 : 60$ | i) $0,1428 : 60$ |
- 3** Wynagrodzenie miesięczne pana Jacka wynosi 2115 zł. Pod koniec roku panu Jackowi wypłacono premię w wysokości 1308 zł. Ile złotych średnio zarabiał w tym roku miesięcznie pan Jacek?

- **4** Podziel pisemnie. Wynik podaj w postaci z resztą, w postaci liczby mieszanej i w postaci ułamka dziesiętnego.

| | | |
|--------------|--------------|---------------|
| a) $28 : 5$ | c) $129 : 6$ | e) $318 : 15$ |
| b) $561 : 8$ | d) $363 : 4$ | f) $815 : 4$ |
- **5**
 - 147 szklanych kulek rozdzielamy po równo między 12 osób. Ile kulek dostanie każda z nich? Ile kulek zostanie?
 - Bilet do kina kosztuje 12 zł. Ile biletów możemy kupić za 147 zł?
 - W mikrobusie mieści się 12 pasażerów. Ile co najmniej takich pojazdów potrzeba, aby przewieźć 147 pasażerów?
 - Doprowadź ułamek $\frac{147}{12}$ do najprostszej postaci.
 - 147 zł rozdzielamy po równo między 12 osób. Ile pieniędzy dostanie każda z nich?
 - Komisja konkursowa poświęciła 2 godz. 27 min na wysłuchanie wypowiedzi 12 uczestników konkursu. Ile czasu średnio przypadało na jednego uczestnika? Odpowiedź podaj w minutach i sekundach.
- **6** Wakacyjny obóz wędrowny rozpoczął się 25 czerwca rano, a zakończył 6 lipca wieczorem. W tym czasie turyści przeszli 168 km. Ile kilometrów średnio pokonywali w ciągu jednego dnia?
- **7** Dwóch z siedmiu kolegów waży po 45 kg, jeden 42 kg, dwóch po 41 kg, a pozostali po 40 kg. Ile średnio waży jeden chłopiec?
- **8** Tata Maćka wyjechał samochodem z Torunia o 5.20 i dotarł do Białegostoku o 11.20. Trasę, którą jechał, zaznaczono schematycznie na mapie. Ile kilometrów średnio przejeżdżał tata Maćka w ciągu godziny?



- ... 9 Wysyłany pocztą list może ważyć co najwyżej 2 kg. Ile książek o wadze 280 g można zapakować razem, aby wysłać je jako przesyłkę listową? Ile gramów może wówczas maksymalnie ważyć koperta?
- ... 10 Ile średnio zapłaci turysta za jeden nocleg, jeśli spędzi w pensjonacie 8 nocy?



Dla dociekliwych

- 1 Przyjrzyj się przykładowi. Ile jest równa reszta w ostatnim dzieleniu?

$$24 : 4 = 6$$

$$25 : 4 = 6 \text{ r } 1$$

$$240 : 40 = 6$$

$$250 : 40 = 6 \text{ r } ?$$

- 2 Wykonaj dzielenie z resztą $72 : 7$. Korzystając z otrzymanego wyniku, podaj iloraz w postaci z resztą.

a) $720 : 70$

c) $72\,000 : 7000$

e) $7200 : 7$

b) $7200 : 700$

d) $720 : 7$

f) $72000 : 70$

Czy już umiem?

- I Podziel pisemnie.

a) $13\,080 : 12$

b) $12,24 : 0,8$

- II Podziel pisemnie $486 : 8$. Wynik podaj w postaci z resztą, w postaci liczby mieszanej i w postaci ułamka dziesiętnego.

- III Oblicz średnią arytmetyczną liczb: 15, 15, 28, 17.

- IV Oblicz, ile dni miały w sumie podane trzy miesiące w roku 2010.

a) styczeń, luty i marzec

b) lipiec, sierpień i wrzesień

Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych. Ułamki okresowe

  Na dobry początek

Na oko

- ▶ Potasuj kartoniki z cyframi od 0 do 9. Wylosuj sześć z nich i ułóż jeden obok drugiego tak, aby powstała liczba sześciocyfrowa.
- ▶ Połóż długopis jako przecinek przed ostatnią cyfrą. Zapisz w zeszycie swoją liczbę, a obok niej – najbliższą jej liczbę naturalną.
- ▶ Teraz przesunij długopis o jedną cyfrę w lewo i znowu zapisz ułożoną liczbę oraz najbliższą jej liczbę naturalną.
- ▶ Wykonaj tę czynność jeszcze cztery razy. Za każdym razem zapisz odpowiednie liczby.



Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych

Umiesz już zaokrąglać liczby naturalne. Na przykład:

364 gr $\approx$ 360 gr z dokładnością do dziesiątek groszy
 364 gr $\approx$ 400 gr z dokładnością do setek groszy

Podobnie zaokrąglamy ułamki dziesiętne.

3,64 zł $\approx$ 3,6 zł z dokładnością do dziesiątych części złotego
 3,64 zł $\approx$ 4 zł z dokładnością do pełnych złotych

| | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 0 | 9 | 3 | 7 | 5 |
| | | 7 | 0 | 0 | : | 6 | 4 | |
| | - | 6 | 4 | | | | | |
| | | 6 | 0 | 0 | | | | |
| | - | 5 | 7 | 6 | | | | |
| | | | 2 | 4 | 0 | | | |
| | - | 1 | 9 | 2 | | | | |
| | | | 4 | 8 | 0 | | | |
| | - | 4 | 4 | 8 | | | | |
| | | | | 3 | 2 | 0 | | |
| | - | 3 | 2 | 0 | | | | |
| | | | | | | 0 | | |

Zaokrąglanie jest często niezbędne przy dzieleniu liczb, kiedy wynik dzielenia ma wiele cyfr po przecinku.

Wynik dzielenia z poprzedniej strony możemy zaokrąglić z dokładnością, jaka jest nam potrzebna. Zaokrąglamy według reguł poznanych przy działaniach na liczbach naturalnych.

| | |
|------------------------|--|
| $1,09375 \approx 1$ | z dokładnością do jedności |
| $1,09375 \approx 1,1$ | z dokładnością do części dziesiątych,
czyli do jednego miejsca po przecinku |
| $1,09375 \approx 1,09$ | z dokładnością do części setnych,
czyli do dwóch miejsc po przecinku |

Zauważ, że chcąc podać wynik dzielenia z dokładnością do **dwóch** miejsc po przecinku, musimy doprowadzić dzielenie aż do **trzech** miejsc po przecinku, aby wiedzieć, czy zaokrąglić w dół, czy w górę.

► Dzielenie może się nigdy nie kończyć

Dzielenie $70 : 64$ wykonujemy długo, ale ostatecznie udaje się je skończyć. Inaczej jest w przypadku dzielenia $1 : 6$.

Ułamek zwykłego $\frac{1}{6}$ nie możemy zamienić na skończony ułamek dziesiętny, ponieważ dzielenie $1 : 6$ nigdy się nie kończy.

| | | | | | | | | |
|--|--|---|-----|---|---|---|---|--|
| | | | 0,1 | 6 | 6 | | | |
| | | | 1,0 | | | : | 6 | |
| | | – | 6 | | | | | |
| | | | 4 | 0 | | | | |
| | | | – | 3 | 6 | | | |
| | | | | 4 | 0 | | | |
| | | | | – | 3 | 6 | | |

i tak w nieskończoność

Podobnie jest w wielu innych wypadkach.
Na przykład:

- $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,333\dots$
- $\frac{2}{11} = 2 : 11 = 0,181818\dots$
- $\frac{3}{550} = 3 : 550 = 0,00545454\dots$

Aby zapisać wyniki takich dzieleni, możemy użyć wielokropka (jak wyżej) albo umieścić w nawiasie powtarzającą się cyfrę lub grupę cyfr.

- $0,333\dots = 0,(3)$
- $0,181818\dots = 0,(18)$
- $0,00545454\dots = 0,00(54)$

Okolo $\frac{1}{3}$ litra!



Ułamek dziesiętny, w którym od pewnego miejsca powtarza się jakaś cyfra lub grupa cyfr, nazywamy **ułamkiem okresowym**. Powtarzająca się cyfra lub grupa cyfr to **okres ułamka**.

Ułamków okresowych nie używamy w obliczeniach – zamieniamy je na ułamki zwykłe.

Ułamki okresowe możemy zaokrągać. Na przykład:

$$\frac{2}{11} = 0,181818... \approx 0,18 \quad \text{z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku}$$

$$\frac{2}{11} = 0,181818... \approx 0,2 \quad \text{z dokładnością do jednego miejsca po przecinku}$$

Dobra rada

Te ułamki okresowe warto zapamiętać:

$$\frac{1}{3} = 0,333... = 0,(3) \approx 0,33$$

$$\frac{2}{3} = 0,666... = 0,(6) \approx 0,67$$

► Zaokrąglanie liczb a kalkulator

Gdy wykonujemy dzielenie na kalkulatorze, nie wiemy, czy wyświetlany wynik jest dokładny, czy jest to tylko przybliżenie.

$$7868 \div 2560$$

$$3.0734375$$

dokładny wynik

$$165 \div 31$$

$$5.3225806$$

zaokrąglenie ułamka $5,(322580645161290)$

W niektórych kalkulatorach stosowane są zasady zaokrąglania opisane w tym temacie, w innych wynik działania ma po prostu tyle cyfr, ile mieści się na wyświetlaczu.

$$487 \div 512$$

$$0.9511719$$

Ten kalkulator prawidłowo zaokrąglił wynik dzielenia, czyli liczbę 0,951171875, z dokładnością do 7. miejsca po przecinku.

$$487 \div 512$$

$$0.9511718$$

Ten kalkulator pokazał fragment wyniku mieszczący się na wyświetlaczu.



Zadania

- **1** Zaokrąglaj:
 - a) do części dziesiątych: 3,45762; 41,929123; 0,98615,
 - b) do części setnych: 117,17265; 812,51427; 1267,27815,
 - c) do części tysięcznych: 7182,71625; 73,15256; 1,512671.
- **2** Zaokrąglaj do części dziesiątych: 0,02; 0,05; 0,049; 0,96; 99,97.
- **3** Zaokrąglaj występujące w tekście wielkości z taką dokładnością, z jaką twoim zdaniem warto je znać.

Czy wiesz, że...

Dawniej w każdym kraju obowiązywały inne jednostki miar. Dziś niemal na całym świecie używamy jednostek metrycznych. Wyjątkiem są jednostki angielskie, coraz rzadziej używane w samej Wielkiej Brytanii, ale ciągle stosowane w Stanach Zjednoczonych. W angielskim systemie miar jednostkami długości są: 1 cal (2,54 cm), 1 jard (91,44 cm), 1 mila lądowa (1,609344 km). Masę mierzy się w uncjach (1 uncja to 28,3495231 g) i funtach (1 funt to 0,45359 kg). Jednostką objętości, stosowaną np. przy zakupie paliwa do samochodu, jest 1 galon (około 4,54609 litra w Wielkiej Brytanii oraz około 3,78541 litra w Stanach Zjednoczonych).

- **4** Zagrajcie w parach. Przygotujcie swoje komplety kartoników z cyframi od 0 do 9 oraz dwie plansze według wzoru.



Pierwsza osoba losuje ze swojego kompletu dwa kartoniki i układa je na pierwszej planszy tak, aby powstał ułamek dziesiętny. Druga osoba losuje ze swojego kompletu dwa kartoniki i układa je na drugiej planszy tak, aby powstał ułamek właściwy. Kto ma większą liczbę, dostaje punkt. Jeśli macie wątpliwości, komu przyznać punkt, skorzystajcie z kalkulatora. Po kilku rozgrywkach zamieńcie się planszami.

- **5** Wykonaj dzielenie na kalkulatorze i podaj wynik z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.
 - a) $14 : 69$ b) $521 : 7$ c) $878 : 13$
- **6** Podziel pisemnie i podaj wynik z dokładnością do części dziesiątych.
 - a) $159 : 7$ b) $115 : 6$ c) $218 : 11$

- **7** Sprawdź, jak długo możesz stać na jednej nodze. Oblicz na kalkulatorze, ile razy twój wynik jest mniejszy od rekordu świata wynoszącego 76 godz. 40 min. Podaj odpowiedź z dokładnością do jedności.
- **8** Zapisz czwartą cyfrę po przecinku w ułamku okresowym.

| | | |
|-----------|------------|--------------|
| a) 7,(2) | c) 4,(127) | e) 7,(28945) |
| b) 2,(23) | d) 5,1(89) | f) 0,00(6) |
- **9** Zamień na ułamek dziesiętny okresowy (okres zapisz w nawiasie). Możesz użyć kalkulatora.

| | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|
| a) $\frac{7}{11}$ | b) $\frac{5}{90}$ | c) $\frac{8}{111}$ |
|-------------------|-------------------|--------------------|
- **10** Przeczytaj fragment powieści Juliusza Verne'a „W 80 dni dookoła świata”.

Pakiet banknotów, zawierający ogromną sumę pięćdziesięciu pięciu tysięcy funtów szterlingów, skradziony został z kasy głównego kasjera banku angielskiego (...) kasjer zajęty był w owej chwili zapisywaniem wpływu trzech szylingów i sześciu pensów (...) tajni agenci zostali wysłani do wszystkich głównych portów (...) z obietnicą nagrody za wykrycie sprawcy w wysokości dwóch tysięcy funtów szterlingów i pięciu procent od zwróconych pieniędzy.

[cyt. za: *Polskapresse, Warszawa 2005, s. 11*]

- a) Ile razy większa była skradziona suma od kwoty, którą zapisywał kasjer? Odpowiedź podaj z dokładnością do jedności. W tamtych czasach funt szterling dzielił się na 20 szylingów po 12 pensów.
- b) Ile można było zarobić, gdyby złapano złodzieja z całą skradzioną kwotą? Pięć procent pieniędzy oznacza $\frac{1}{20}$ pieniędzy.
- **11** a) Zamień na ułamki okresowe: $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$. Co możesz zaobserwować?
 b) Zamień na ułamki okresowe: $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{2}{99}$, $\frac{17}{99}$, $\frac{512}{999}$.
 Nie musisz wykonywać dzielenia, skorzystaj z wyników z podpunktu a).
 c) W podobny sposób zamień na ułamki okresowe: $\frac{1}{11}$, $\frac{5}{33}$, $\frac{1}{111}$, $\frac{8}{37}$.
Wskazówka $\frac{1}{11} = \frac{9}{99}$.
- **12** Podaj setną cyfrę po przecinku w ułamku dziesiętnym równym podanemu ułamkowi zwykłemu.

| | | |
|-------------------|---------------------|-------------------|
| a) $\frac{5}{33}$ | b) $\frac{19}{370}$ | c) $\frac{4}{11}$ |
|-------------------|---------------------|-------------------|



Dla dociekliwych

Kiedy dzielimy 13 przez 5 z resztą, odpowiadamy na kolejne pytania:

- Ile razy 5 mieści się w 13? 2 razy
A więc iloraz wynosi 2.
- Ile jest $2 \cdot 5$? 10
- Podzieliliśmy 10, ile reszty zostało? $13 - 10 = 3$

Zatem $13 : 5 = 2 \text{ r } 3$.

W podobny sposób możemy postępować w wypadku dużych liczb, wtedy jednak przyda się kalkulator.

- 1 a) Wykonaj na kalkulatorze dzielenie $25\,431 : 17$.
b) Ile razy liczba 17 mieści się w 25 431?
c) Zapisz wynik dzielenia z resztą $25\,431 : 17$.
d) Zapisz ułamek $\frac{25431}{17}$ w postaci liczby mieszanej.
- 2 Zapisz ułamek $\frac{2654}{23}$ w postaci liczby mieszanej.



Czy już umiem?

I Zaokrąglij liczbę 28,3128:

- *a) do dziesiątek, b) do części setnych, c) do części tysięcznych.

II Oblicz pisemnie iloraz $86 : 7$. Podaj wynik z dokładnością do części dziesiątych.

III Zamień ułamek $\frac{8}{11}$ na ułamek dziesiętny okresowy. Okres zapisz w nawiasie. Możesz użyć kalkulatora.

IV Przepisz, wstawiając w miejsce ? odpowiednią liczbę.

- | | |
|---|--|
| a) $1 \text{ km} = ? \text{ m} = ? \text{ dm}$ | g) $2,3 \text{ kg} = ? \text{ g}$ |
| b) $1 \text{ m} = ? \text{ cm} = ? \text{ mm}$ | h) $14 \text{ g} = ? \text{ dag}$ |
| c) $3 \text{ cm} = ? \text{ m}$ | i) $1 \text{ km}^2 = ? \text{ ha} = ? \text{ a}$ |
| d) $27 \text{ m} = ? \text{ km}$ | j) $1 \text{ ha} = ? \text{ a} = ? \text{ m}^2$ |
| e) $1 \text{ kg} = ? \text{ dag} = ? \text{ g}$ | k) $13 \text{ ha} = ? \text{ m}^2$ |
| f) $12 \text{ dag} = ? \text{ kg}$ | l) $23 \text{ ha} = ? \text{ a}$ |



Na dobry początek

Jedna siódma, wystąp!

W grze bierze udział cała klasa.

- ▶ 12 osób staje w szeregu przy tablicy przodem do klasy.
- ▶ Pozostali uczniowie po kolei wydają polecenia: „Trzy czwarte, wystąp!”, „Jedna druga, wystąp!” itp. W poleceniach można używać tylko ułamków nieskracalnych. Starajcie się wydawać polecenia, które da się wykonać.

Pytania i polecenia

Na wycieczkę po górach wybrało się 12 osób.

- Po drodze złapał ich deszcz, a $\frac{1}{3}$ uczestników nie miała kurtek przeciwdeszczowych. Ile to osób?
- $\frac{1}{6}$ piechurów nie ukończyła 10 lat. Ile to osób?
- Jeden uczestnik wyprawy nie zabrał ze sobą nakrycia głowy. Jaka to część grupy?
- Wszyscy zatrzymali się na odpoczynek na polanie przed schroniskiem. Czy $\frac{1}{5}$ z nich mogła wejść na herbatę do schroniska?

Ile wynosi ułamek liczby?

Przykład 1

Jak obliczyć $\frac{2}{3}$ liczby 5?

Można podzielić liczbę 5 na 3 równe części i wziąć 2 takie części.

$$5 : 3 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}, \quad 2 \cdot 1\frac{2}{3} = 2\frac{4}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Ten sam wynik otrzymamy, mnożąc 5 przez $\frac{2}{3}$.

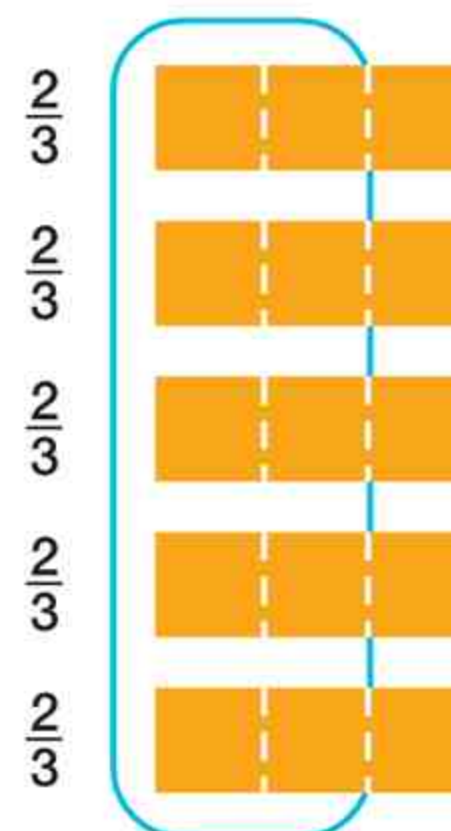
$$\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Podobnie obliczamy 0,4 liczby 20.

$$0,4 \cdot 20 = 8$$

Także aby obliczyć ułamek ułamka, np. połowę połowy, posługujemy się mnożeniem.

$$\frac{1}{2} \text{ liczby } \frac{1}{2} \text{ to } \frac{1}{4}, \quad \text{bo} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



Połowa połowy to ćwierć.

Zapamiętaj

Obliczanie ułamka liczby jest tym samym co mnożenie ułamka przez tę liczbę.

Jaki to ułamek?

Czasami musimy stwierdzić, jakim ułamkiem jednej liczby jest druga liczba.

Przykład 2

W 28-osobowej klasie 8 osób wzięło udział w konkursie matematycznym. Jaka to część tej klasy?

1 osoba to $\frac{1}{28}$ klasy, więc 8 osób to $\frac{8}{28}$ klasy.

Ten ułamek warto jeszcze skrócić przez 4.

$$\frac{8}{28} = \frac{2}{7}$$

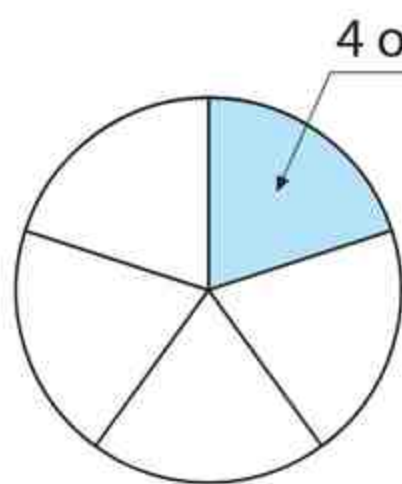
$$\text{Sprawdzenie: } \frac{2}{7} \cdot 28 = 2 \cdot 4 = 8$$

Odp. W konkursie wzięło udział $\frac{2}{7}$ klasy.

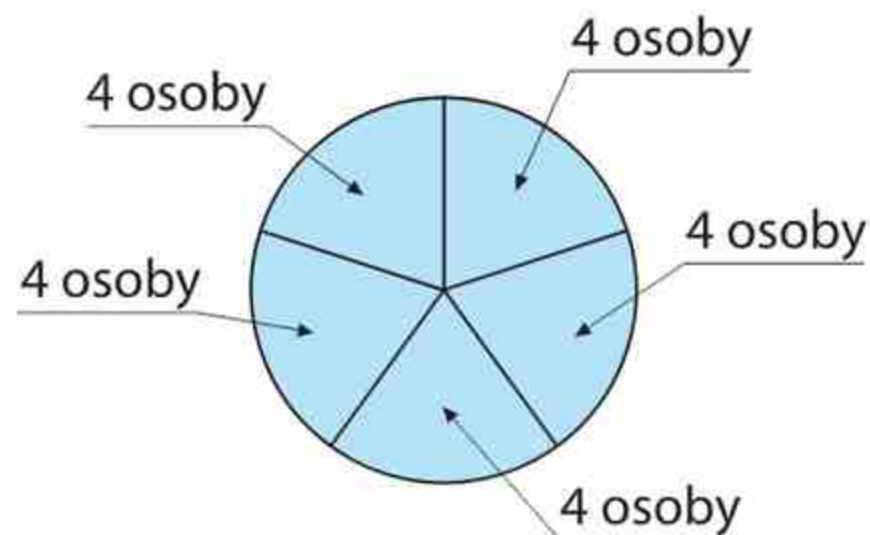
Obliczanie liczby na podstawie jej ułamka

Przykład 3

W pewnej klasie $\frac{1}{5}$ uczniów, czyli 4 osoby, chodzi na kółko matematyczne. Ilu uczniów liczy ta klasa?



$\frac{1}{5}$ uczniów to 4 osoby



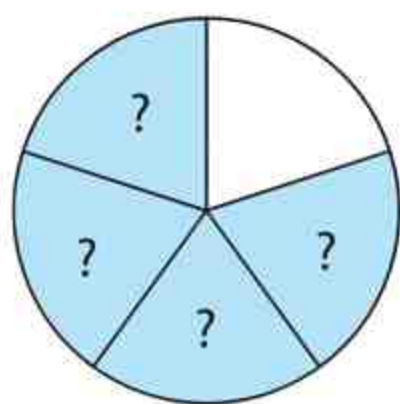
$\frac{5}{5}$ uczniów, czyli cała klasa,
to $5 \cdot 4 = 20$ osób

Sprawdzenie: $\frac{1}{5} \cdot 20 = 4$

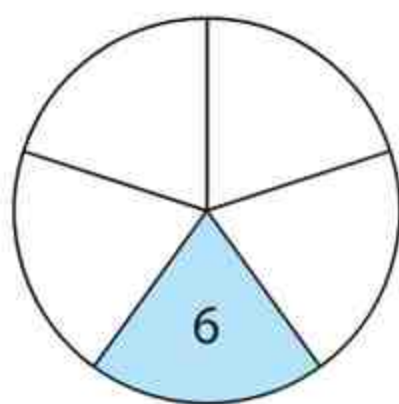
Odp. W klasie jest 20 uczniów.

Przykład 4

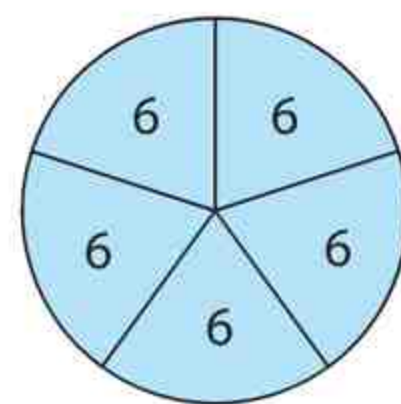
W pewnej klasie $\frac{4}{5}$ wszystkich uczniów, czyli 24 osoby, pojechało na wycieczkę. Ilu uczniów liczy ta klasa?



24 osoby
to $\frac{4}{5}$ klasy



$24 : 4 = 6$ osób
to $\frac{1}{5}$ klasy



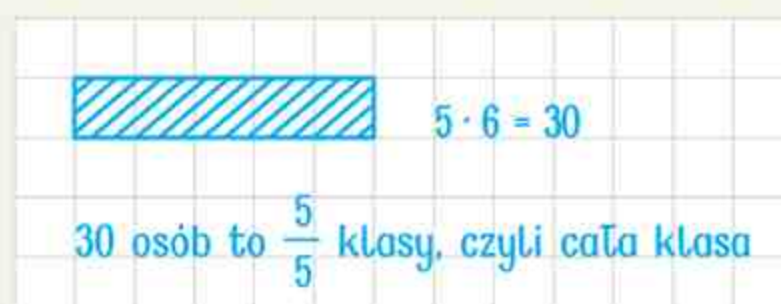
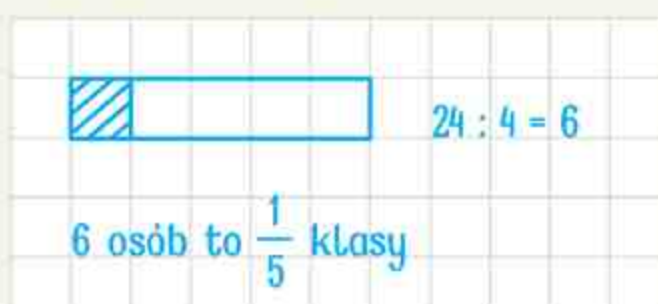
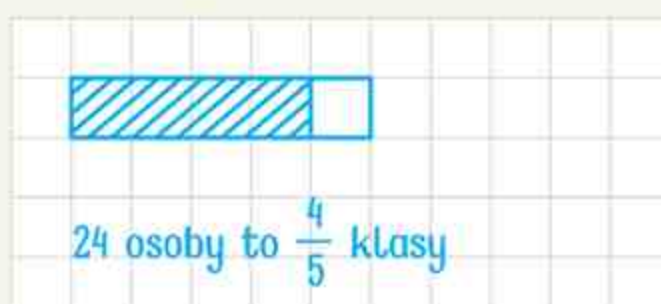
$5 \cdot 6 = 30$ osób
to cała klasa

Sprawdzenie: $\frac{4}{5} \cdot 30 = 24$

Odp. W klasie jest 30 uczniów.

Dobra rada

Do zadania możesz wykonać rysunek, na przykład rysować prostokąty na papierze w kratkę.



Przykład 5

0,18 pewnej liczby to 207. Jaka to liczba?

0,18 (czyli $\frac{18}{100}$) liczby to 207

0,01 (czyli $\frac{1}{100}$) tej liczby to $207 : 18 = 11,5$

cała liczba (czyli $\frac{100}{100}$) to $11,5 \cdot 100 = 1150$

Sprawdzenie: $0,18 \cdot 1150 = 207$

Odp. Szukaną liczbą jest 1150.

Dobra rada

W zadaniach tego typu wykonuj sprawdzenie. Dzięki temu możesz zauważyć i poprawić błąd.



Zadania



1 Wykonaj polecenia. ► Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A

Oblicz.

a) $\frac{2}{3}$ liczby 30

d) $\frac{3}{7}$ liczby 28

g) $\frac{7}{8}$ liczby 16

b) $\frac{3}{4}$ liczby 16

e) $\frac{7}{15}$ liczby 10

h) $\frac{3}{4}$ liczby 120

c) $\frac{1}{3}$ liczby 9

f) $\frac{5}{14}$ liczby 21

i) $\frac{2}{10}$ liczby 15

poziom B

Oblicz, jaki ułamek liczby b stanowi liczba a . Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

a) $a = 4, b = 6$

c) $a = 12, b = 16$

e) $a = 14, b = 21$

b) $a = 3, b = 17$

d) $a = 35, b = 70$

f) $a = 18, b = 20$

poziom C

Oblicz, jaka to liczba, jeżeli wiadomo, że:

a) $\frac{1}{3}$ tej liczby to 12,

d) 0,2 tej liczby to 7,

b) $\frac{3}{7}$ tej liczby to 21,

e) $\frac{3}{8}$ tej liczby to 4,

c) 0,08 tej liczby to 20,

f) 0,15 tej liczby to 12.

poziom D

Oblicz:

- a) liczbę, której $\frac{5}{6}$ wynosi 30,
- b) $\frac{2}{7}$ liczby 28,
- c) jaką częścią liczby 82 jest liczba 10,
- d) liczbę, której $\frac{2}{9}$ wynosi 40,
- e) jaką częścią liczby 18 jest liczba 12,
- f) $\frac{4}{9}$ liczby 81,
- g) liczbę, której $\frac{6}{7}$ wynosi 42,
- h) jaką częścią liczby 80 jest liczba 24.

• 2 Oblicz na kalkulatorze.

- a) 0,6 liczby 52 b) 0,17 liczby 16 c) $\frac{1}{4}$ liczby 156

•• 3 Oblicz na kalkulatorze, jaka to liczba, jeżeli:

- a) $\frac{3}{7}$ tej liczby to 2382,
- b) 0,12 tej liczby to 108.

•• 4 W pewnej klasie $\frac{3}{7}$ uczniów, czyli 9 osób, stanowią chłopcy. Ile jest dziewcząt?

Informacje do zadań 5–7



Puszczyk

Rozpiętość skrzydeł: 90 cm.
W Europie żyje 700 tys. par,
z tego 70 tys.
w Polsce.



Puchacz

Rozpiętość skrzydeł: 165 cm.
Długość ciała: 70 cm. W Euro-
pie żyją 24 tys. par, z tego tylko
co osiemdziesiąt w Polsce.



Płomykówka

Rozpiętość skrzydeł: 85 cm.
W Polsce żyje około 1200 par,
co stanowi $\frac{1}{150}$ europejskiej
populacji płomykówek.

- 5 a) Jaka część europejskiej populacji puszczyków żyje w Polsce?
b) Ile par płomykówek żyje w Europie?
c) Ile par puchaczy żyje w Polsce?
- 6 a) Puchacz może ważyć nawet 4 kg, ale przeciętna waga tego ptaka to tylko $\frac{5}{8}$ tej wielkości. Ile przeciętnie waży puchacz?
b) Oblicz, jaką część rozpiętości skrzydeł puchacza stanowi długość ciała tego ptaka. Odpowiedź podaj w postaci ułamka nieskracalnego.
- 7 Każda para puszczyków zajmuje odrębne terytorium wielkości 12 ha. Jaką powierzchnię łącznie zajmują terytoria wszystkich puszczyków w Polsce? Jaka to część powierzchni kraju, która jest równa około 312 tys. km²?

- ... 8 Pomnóż w pamięci. Skorzystaj ze wskazówki na rysunku.

- a) $0,25 \cdot 88$
- b) $0,2 \cdot 45$
- c) $555 \cdot 0,2$
- d) $0,6 \cdot 35$
- e) $484 \cdot 0,25$
- f) $0,75 \cdot 160$



- ... 9 a) Krzys ma trzy razy tyle znaczków co Tomek. Jaką część łącznej liczby znaczków obu chłopców stanowią znaczki Krzysia? Odczytaj odpowiedź z rysunku.



- b) W zbiorze znaczków Kuby i Maćka $\frac{3}{5}$ znaczków należy do Maćka. Który z chłopców zebrał więcej znaczków? Ile razy więcej? Wykonaj odpowiedni rysunek.
- c) Ola ma cztery razy tyle znaczków co Magda. W sumie mają 20 znaczków. Ile znaczków ma Ola, a ile Magda? Wykonaj odpowiedni rysunek.

- ... 10 Przeczytaj wiersz i oblicz, ile cukierków zjadł pacjent. Wszystkie podane w wierszu ułamki dotyczą pełnej torby cukierków.

- *Panie doktorze, zjadłem niewiele.*
- *„Niewiele” – mówisz? Odpowiedz ściśle!*
- *Z początku był to jeden cukierek.*
- *Jeden – z początku. A po namyśle?*
 - *Trzecią część torby na stół wyjąłem...*
 - *I zjadłeś?*
 - *Zjadłem. To jest majątek!*
 - *Kto by się skarbem dzielił ze stołem!*
- *Czy to już wszystko?*
- *Jeszcze dwie piąte.*
- *Cukierka?*
- *Torby. Lecz to już koniec.*
- *Ćwierć torby leży nienaruszone.*

Wskazówka Najpierw oblicz, jaką część całej torby stanowiły wszystkie cukierki poza jednym, zjedzonym na początku. Potem – jaką część stanowił jeden cukierek.

-  **11** Dziewczęta stanowią $\frac{9}{20}$ wszystkich uczniów szkoły. Na kurs tańca zapisało się $\frac{2}{3}$ dziewcząt i $\frac{2}{11}$ chłopców z tej szkoły. Jaka część uczniów szkoły zapisała się na ten kurs?



Dla dociekliwych

- 1** Szacuje się, że tylko około $\frac{3}{10}$ młodych puszczyków przeżywa pierwszy rok życia. Spośród nich tylko $\frac{3}{4}$ przeżywa drugi rok. Jaka część piskląt puszczyka przeżywa co najmniej dwa lata?
- 2** W pierwszym roku życia ginie $\frac{7}{10}$ młodych puszczyków. W drugim roku życia ginie $\frac{1}{4}$ pozostałych. Jaka część piskląt ginie w ciągu pierwszych dwóch lat życia?
- 3** Dodaj odpowiedzi z zadań 1 i 2. Suma powinna wynosić 1, bo puszczyki, które przeżyły, i te, które nie przeżyły, to razem wszystkie puszczyki. Czy rozwiązanie zadania 1 można wykorzystać do rozwiązania zadania 2?
- 4** Na pierwszym postoju turyści wypili $\frac{2}{3}$ zapasu wody. Na drugim wypili $\frac{2}{5}$ pozostałej wody. Jaka część zapasu wody została im po drugim postoju?



Czy już umiem?

- I** Oblicz:

a) $\frac{5}{6}$ liczby 15,
b) $8 \cdot \frac{3}{4}$,
c) liczbę, której $\frac{2}{11}$ wynosi 40.
- II** W klasie jest 12 chłopców i 18 dziewcząt. Jaką część klasy stanowią chłopcy? Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.
- III** Mecz koszykówki zakończył się wynikiem 80 : 72. Zwycięska drużyna zdobyła $\frac{3}{20}$ swoich punktów dzięki rzutom za trzy punkty. Ile takich celnych rzutów wykonali zawodnicy tej drużyny?
- IV** Na mapie w skali 1 : 250 000 trasa, którą pokonał Jacek, ma 6 cm. Jaką odległość pokonał Jacek w rzeczywistości?

Na dobry początek

Matrioszki



Pytania i polecenia

- Jedna z drewnianych laleczek (zwanymi matrioszkami) ma 20 cm wysokości. Która z pozostałych trzech matrioszek jest od niej o $\frac{1}{2}$ niższa (czyli o połowę niższa)?
- Zosia powiedziała, że matrioszka oznaczona literą B jest o $\frac{1}{3}$ niższa od matrioszek C, a Kasia – że matrioszka C jest o $\frac{1}{2}$ wyższa od matrioszek B. Która z dziewczynek miała rację?

W wielu sytuacjach spotykamy się ze sformułowaniami „o połowę mniej” albo „o trzy czwarte więcej”. Co one znaczą?

Przykład 1

Ania ma 6 lat, a jej brat Szymon jest od niej o połowę starszy. Ile lat ma Szymon?

połowa wieku Ani: $\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ o tyle starszy jest Szymon

wiek Szymona: $6 + 3 = 9$

Odp. Szymon ma 9 lat.

Przykład 2

Kot Dandys waży 8 kg, a jego brat Hipis jest od niego o $\frac{1}{4}$ lżejszy. Ile waży Hipis?

Sposób 1

Hipis jest lżejszy od Dandysa o $\frac{1}{4}$ wagi Dandysa.

$\frac{1}{4}$ wagi Dandysa to: $\frac{1}{4} \cdot 8 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$

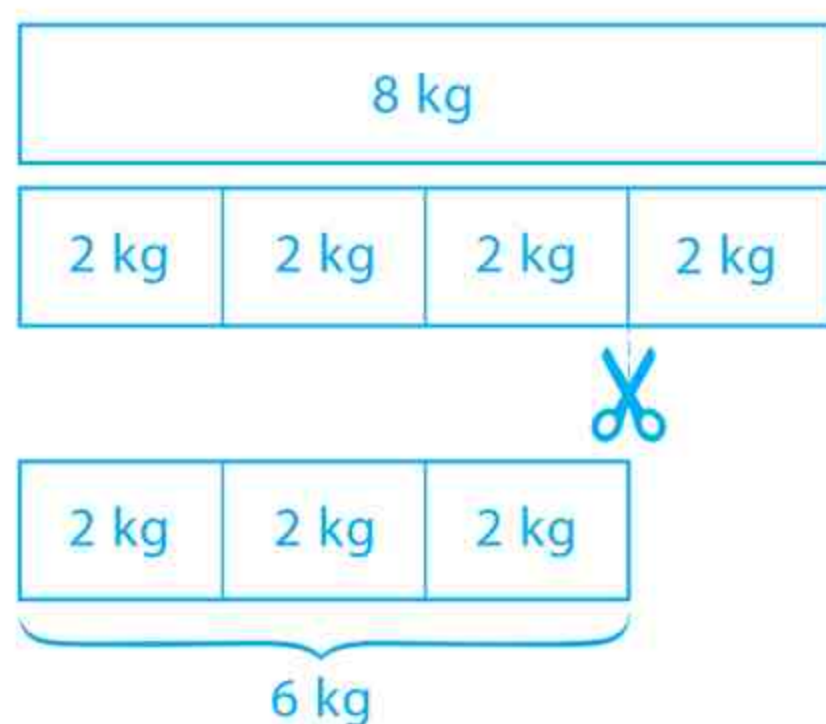
Hipis waży: $8 \text{ kg} - 2 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$

Sposób 2

Hipis jest lżejszy od Dandysa o $\frac{1}{4}$, czyli waga Hipisa stanowi $\frac{3}{4}$ wagi Dandysa.

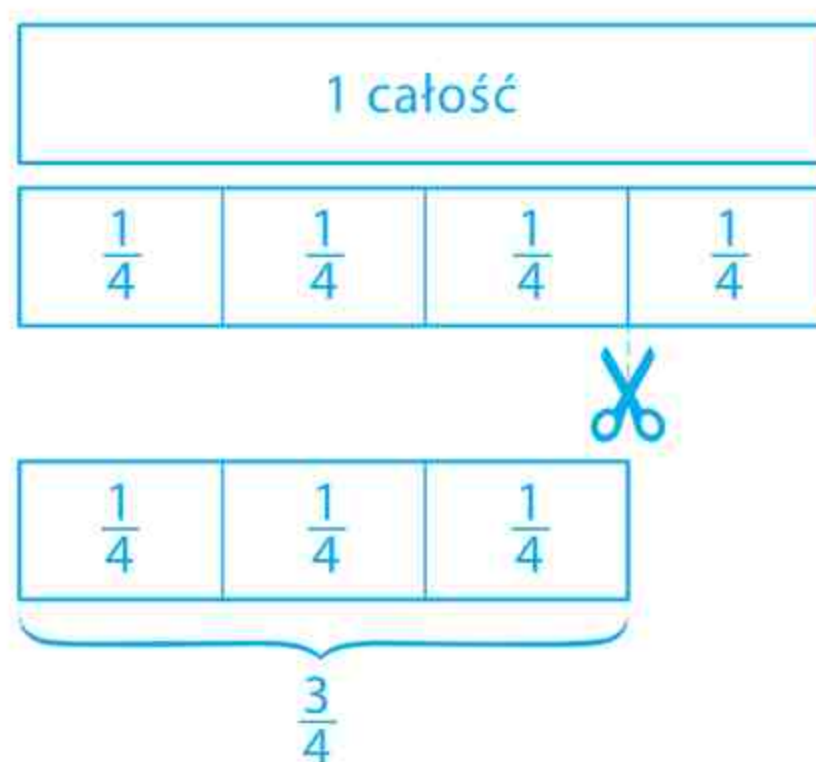
Hipis waży: $\frac{3}{4} \cdot 8 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$

Obliczenia w sposobach 1 i 2 można przedstawić na rysunkach.



$$8 \text{ kg} - 2 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$$

Odp. Hipis waży 6 kg.



$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Przykład 3

Rower górski kosztuje 1400 zł, a rower miejski jest o $\frac{2}{7}$ droższy. Ile kosztuje rower miejski?

Sposób 1

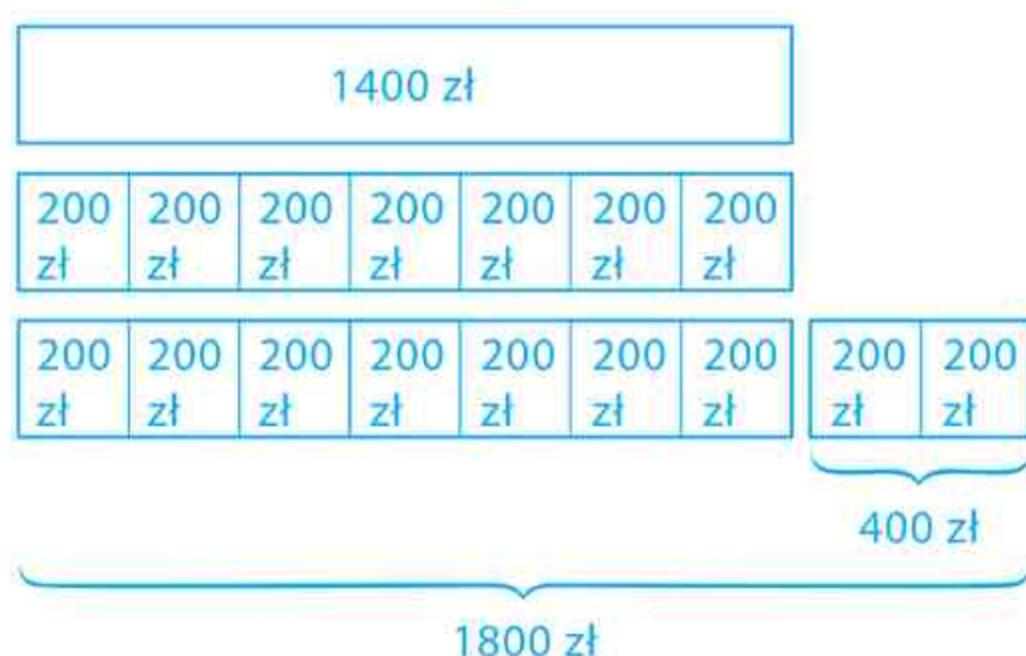
$$\frac{2}{7} \text{ ceny roweru górskiego: } \frac{2}{7} \cdot 1400 \text{ zł} = 400 \text{ zł}$$

$$\text{cena roweru miejskiego: } 1400 \text{ zł} + 400 \text{ zł} = 1800 \text{ zł}$$

Sposób 2

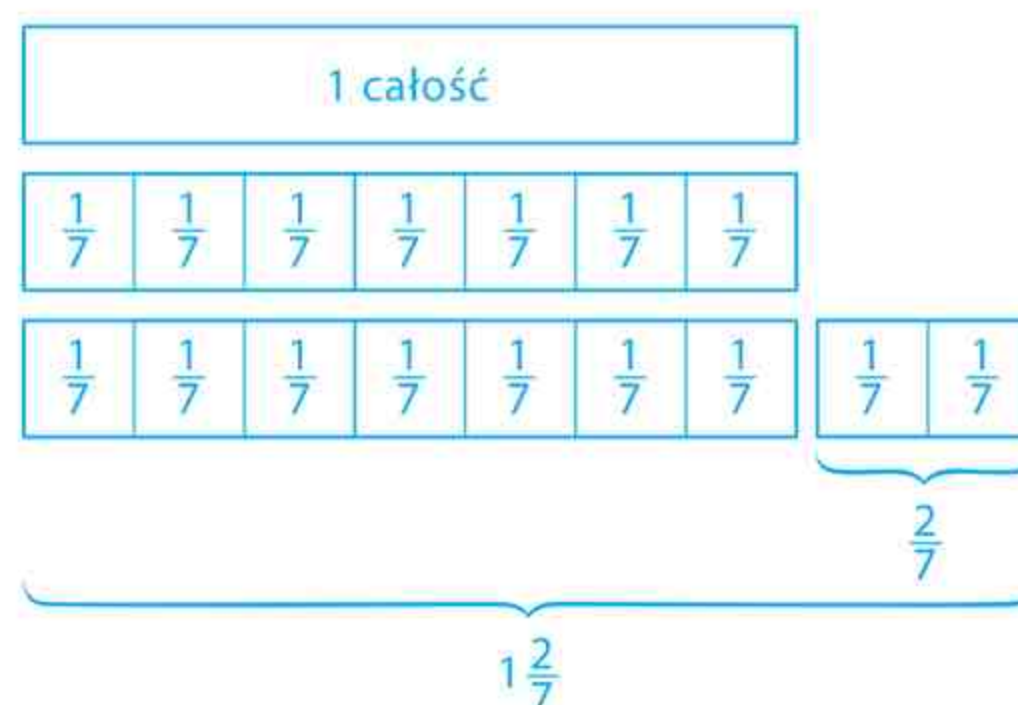
Skoro rower miejski jest o $\frac{2}{7}$ droższy, to jego cena stanowi $1\frac{2}{7}$ ceny roweru górskiego.

$$1\frac{2}{7} \cdot 1400 \text{ zł} = \frac{9}{7} \cdot 1400 \text{ zł} = 1800 \text{ zł}$$



$$1400 \text{ zł} + 400 \text{ zł} = 1800 \text{ zł}$$

Odp. Rower miejski kosztuje 1800 zł.



$$1 + \frac{2}{7} = 1\frac{2}{7}$$

Obliczenia na kalkulatorze

Przykłady 2 i 3 rozwiązaliśmy dwoma sposobami. Gdy obliczenia wykonujemy na kalkulatorze, drugi sposób pozwala szybciej uzyskać wynik.

Przykład 4

Album muzyczny kosztował 92 zł, ale gdy zespół otrzymał ważną nagrodę i stał się sławny, cenę podniesiono o $\frac{1}{4}$. Ile kosztuje ten album po podwyżce?

Cena po podwyżce stanowi $1\frac{1}{4}$ ceny przed podwyżką, czyli 1,25 tej ceny. Obliczamy:

$$1 \cdot 25 \times 92 =$$

$$115$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

Odp. Po podwyżce album kosztuje 115 zł.

Przykład 5

W sklepie ogłoszono wyprzedaż i wszystkie ceny zmniejszono o $\frac{1}{5}$. Ile kosztuje teraz sukienka, która przed wyprzedażą kosztowała 94 zł?

Nowa cena stanowi $\frac{4}{5}$ starej ceny, czyli 0,8 starej ceny.

Obliczamy:

0 . 8 x 9 4 =

75.2

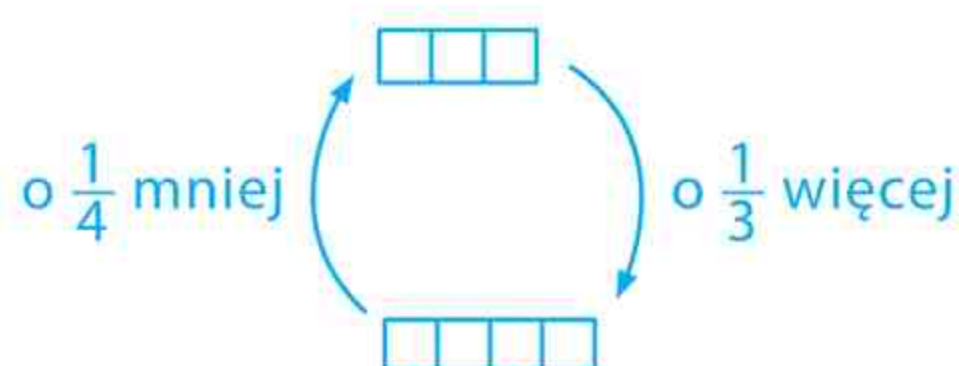
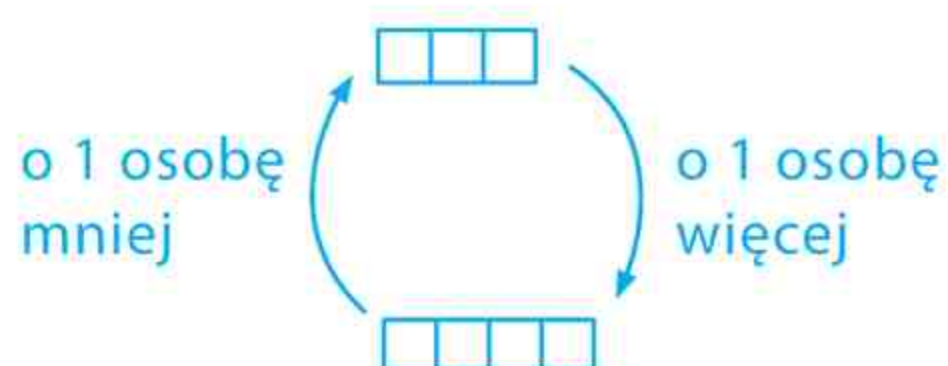
$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{4}{5} = 0,8$$

Odp. Po obniżce sukienka kosztuje 75,20 zł.

Uwaga na pułapkę!

Wyobraźmy sobie, że z klasy 6a w konkursie wystartowały 3 osoby, a z klasy 6b – cztery osoby. Tę sytuację przedstawiamy na schematycznych rysunkach (kwadrat odpowiada jednej osobie).



Ułamki na prawym rysunku są różne, ponieważ oznaczają część **różnych całości**. Jedna osoba to $\frac{1}{3}$ z trzech osób, ale tylko $\frac{1}{4}$ z czterech osób.

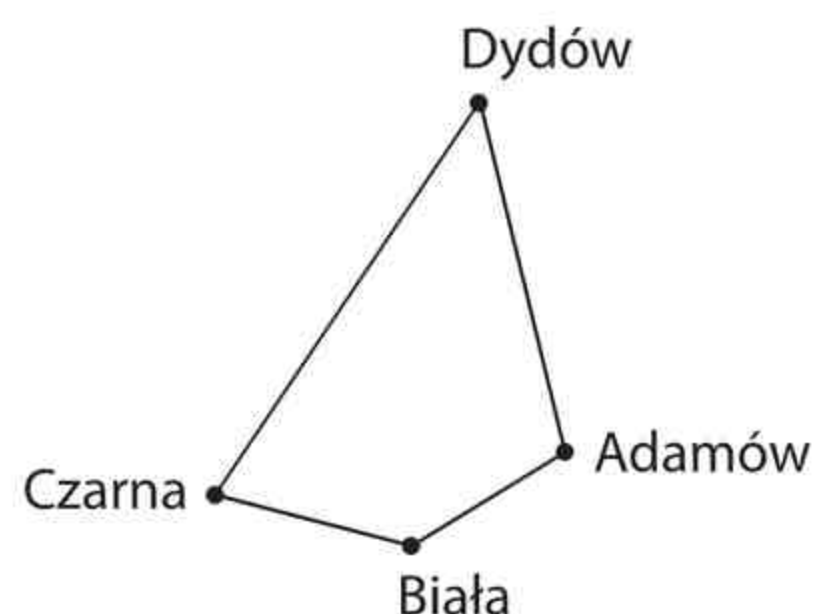
Zadania

- **1** Drożdżówka kosztowała dawniej 2 zł, ale teraz kosztuje o połowę więcej. Jaka jest obecna cena drożdżówki?
- **2** Baton kosztował 2 zł, ale wczoraj jego cenę zmniejszono o połowę. Ile kosztował po zmianie ceny?
- **3** Sukienka kosztowała 80 zł. Jej cenę zwiększono o połowę, a po miesiącu zmniejszono o połowę. Ile kosztuje sukienka po obu tych zmianach? Spróbuj najpierw odgadnąć odpowiedź, a potem oblicz po kolei, ile kosztowała sukienka po pierwszej zmianie ceny, a ile po drugiej.

- **4** W roku 1950 w Polsce mieszkało 25 mln osób. Od 1950 r. do 1960 r. liczba ludności naszego kraju wzrosła o $\frac{1}{5}$. Następnie od 1960 r. do 1990 r. wzrosła jeszcze o $\frac{4}{15}$. Ile osób mieszkało w Polsce w roku 1960, a ile w 1990?
- **5** Dłużnik spłacił swój dług w trzech ratach. Pierwsza rata wynosiła 144 zł, a każda kolejna była o jedną czwartą mniejsza od poprzedniej. Ile wynosił cały dług?
- **6** Oblicz na kalkulatorze kwotę:
 - a) o połowę większą niż 7165 zł, c) o $\frac{3}{4}$ mniejszą niż 1231 zł,
 - b) o $\frac{4}{5}$ większą niż 4132 zł, d) o $\frac{2}{5}$ mniejszą niż 17 865 zł.
- **7** Oblicz, ile to czasu.
 - a) $\frac{1}{3}$ z 2 minut b) $\frac{1}{5}$ z 3 min 20 s c) $\frac{1}{8}$ z 1 h 20 min
- **8** W pewnej szkole są trzy klasy szóste. W klasie 6a jest $\frac{2}{7}$ wszystkich szóstoklasistów, w klasie 6b jest $\frac{5}{14}$ wszystkich szóstoklasistów, a w klasie 6c jest 25 uczniów. Ilu szóstoklasistów jest w tej szkole?
- **9** Długość dłuższego boku prostokąta stanowi $\frac{2}{5}$ całego obwodu. Różnica długości boków wynosi 53 cm. Oblicz długości obu boków prostokąta.
- **10** Trzy siostry: Kasia, Ania i Justyna zebrały pieniądze na wspólny prezent dla mamy. Najmłodsza Kasia zebrała połowę tego co Ania, a Ania o połowę więcej niż najstarsza Justyna, która dała 14 zł.
 - a) Ile pieniędzy dała każda z nich na prezent dla mamy?
 - b) Ile pieniędzy zebrały dziewczyny na prezent dla mamy?
- **11** Janek zdobył na klasówce 18 punktów, czyli o połowę więcej niż Kuba. Ile punktów zdobył Kuba?

Uwaga. Zrób sprawdzenie!

-  **12** Z Dydowa przez Czarną do Białej jest o jedną czwartą dalej niż przez Adamów. Jaka jest odległość między Adamowem i Białą, jeżeli z Adamowa do Dydowa jest 16 km, z Dydowa do Czarnej 21 km, a z Czarnej do Białej 9 km?





Dla dociekliwych

Poniższe zadania warto rozwiązywać za pomocą rysunków.

- 1 Do dwóch jednakowych dzbanków nalano tyle samo wody. Jaką część wody należałoby przelać z pierwszego dzbanka do drugiego, aby w drugim dzbanku było:

- a) 2 razy więcej wody niż w pierwszym,
- b) 3 razy więcej wody niż w pierwszym,
- c) o połowę więcej wody niż w pierwszym?

Uwaga. Zakładamy, że w drugim dzbanku jest dość miejsca, aby przelać wodę.

- 2 W jednej misce znajduje się 2 razy więcej sałatki niż w drugiej. Jaką część sałatki należy przełożyć z pierwszej miski do drugiej, aby było jej tyle samo w obu naczyniach?

- 3 W jednakowych dzbankach było razem 2,4 litra soku. Gdy z jednego dzbanka przelano jedną czwartą soku do drugiego, okazało się, że w obu naczyniach jest jednakowa ilość soku. Ile soku było na początku w każdym dzbanku?



Czy już umiem?

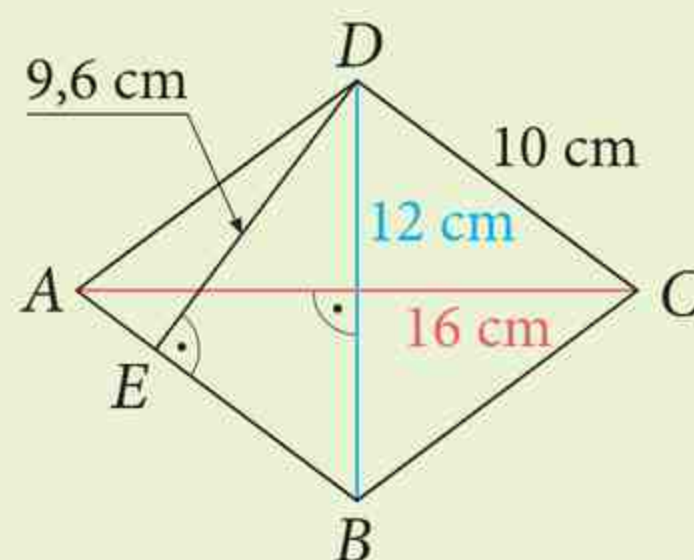
- I W misce mieści się 8 litrów wody, a w wiadrze o połowę więcej. Ile litrów wody mieści się w trzech wiadrach?

- II Oblicz na kalkulatorze kwotę:

- a) o $\frac{3}{4}$ większą od 482 zł,
- b) o $\frac{3}{5}$ mniejszą od 583 zł.

- III Bilet do teatru dla osób dorosłych kosztuje 45 zł, dla studentów jest o jedną piątą tańszy, a dla uczniów stanowi $\frac{7}{9}$ ceny biletu dla osób dorosłych. Ile zapłacimy za bilety dla jednego ucznia i jednego studenta?

- IV Podaj wzory na pole trójkąta, równoległoboku i trapezu. Oblicz dwoma sposobami pole rombu przedstawionego na rysunku.



 Na dobry początek

Nawiasy

- ▶ Przepisz wyrażenie i wstaw jedną parę nawiasów tak, aby wynik był liczbą całkowitą.

$$17 - 8 \cdot 3 - 4 + 5 : 2 - 3$$

- ▶ Zrób to na różne sposoby, aby uzyskać jak najwięcej wyników.

Przypomnijmy, w jakiej kolejności wykonujemy działania.

1. Działania w nawiasach, w których nie ma już innych nawiasów.
2. Potęgowanie.
3. Dzielenie i mnożenie (w kolejności występowania).
4. Odejmowanie i dodawanie (w kolejności występowania).



Przykład 1

Oblicz.

a) $\frac{3+2}{17-2}$

b) $\frac{2^2-(3-1)}{-2}$

a) $\frac{3+2}{17-2} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ lub $\frac{3+2}{17-2} = (3+2) : (17-2) = 5 : 15 = \frac{1}{3}$

b) $\frac{2^2-(3-1)}{-2} = \frac{4-2}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$ lub

$\frac{2^2-(3-1)}{-2} = [2^2 - (3-1)] : (-2) = [4-2] : (-2) = 2 : (-2) = -1$

Ćwiczenie 1

Oblicz.

a) $\frac{-8+13}{3-9}$

b) $\frac{-5+7-2^3}{4-6}$

Zapamiętaj

Kreska ułamkowa zastępuje znak dzielenia. Gdy w liczniku lub mianowniku występuje działanie, a nie jedna liczba, kreska ułamkowa zastępuje również nawias.

$$\frac{\text{■} + \text{●}}{\text{▲} - \text{◆}} = \left(\text{■} + \text{●} \right) : \left(\text{▲} - \text{◆} \right)$$

Przykład 2

Oblicz.

a) $3 \cdot 2,5^2 - 0,4^3 \cdot 10^2$

b) $3\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 0,25 : \left(-1\frac{1}{4}\right)$

- a) Najpierw obliczamy potęgi, następnie wykonujemy mnożenie, a na końcu odejmowanie.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2,5^2 - 0,4^3 \cdot 10^2 &= \\ &= 3 \cdot 6,25 - 0,064 \cdot 100 = \\ &= 18,75 - 6,4 = \\ &= 12,35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2,5^2 &= 2,5 \cdot 2,5 = 6,25 \\ 0,4^3 &= 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,16 \cdot 0,4 = 0,064 \end{aligned}$$

Zauważ, że potęgowanie może być łatwiejsze na ułamkach zwykłych.

$$2,5^2 = \left(2\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} = 6,25$$

- b) Najpierw obliczamy potęgę, następnie mnożenie i dzielenie. Na końcu wykonujemy odejmowanie.

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 0,25 : \left(-1\frac{1}{4}\right) &= \\ &= 3\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{4} : \left(-\frac{5}{4}\right) = \\ &= \frac{18}{5} \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = \\ &= \frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{5}\right) = \\ &= \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{1}{9}$$

← Pamiętaj o skracaniu!

Ćwiczenie 2

Oblicz.

a) $0,4^2 + (1,1^2 - 0,3 \cdot 0,4)$

b) $8\frac{1}{3} \cdot (-0,3)^2 - \frac{4}{5} : (-3,2)$

Przykład 3

Oblicz: $0,1 - \frac{-1 + \frac{1}{20} \cdot 4}{5}$.

$$0,1 - \frac{-1 + \frac{1}{20} \cdot 4}{5} =$$

$$= 0,1 - \frac{-1 + \frac{1}{5}}{5} =$$

$$= 0,1 - \frac{-\frac{4}{5}}{5} =$$

$$= 0,1 - \left(-\frac{4}{5} : 5\right) =$$

$$= 0,1 - \left(-\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}\right) =$$

$$= 0,1 + \frac{4}{25} =$$

$$= 0,1 + 0,16 = 0,26$$

Najpierw obliczamy wartość wyrażenia nad kreską ułamkową. Rozpoczynamy od mnożenia.

Zamieniamy kreskę ułamkową na znak dzielenia.

Zamieniamy odejmowanie liczby na dodawanie liczby przeciwnej. Jednocześnie wykonujemy mnożenie.

Ćwiczenie 3

Oblicz.

a) $\frac{4 + \frac{1}{2} \cdot 6}{2 + 1,5}$

b) $\frac{2 + 0,3 \cdot \frac{5}{6}}{-3\frac{3}{4}} + \frac{2}{5}$



Zadania

- **1** Oblicz najprostszym sposobem.

a) $34 + 58 + 26$

b) $2 \cdot 759 \cdot 5$

- **2** Oblicz.

a) $8 - 4 + 2$

b) $8 + 4 - 2$

c) $8 : 4 \cdot 2$

d) $8 \cdot 2 : 4$

- **3** Oblicz.

a) $(7 + 3 \cdot 2^2) - (13 - 3 \cdot 4)$

c) $6 \cdot (-7) + 5 \cdot (32 - 9 \cdot 4)$

b) $3^2 + 6 : 3 \cdot (17 - 2 \cdot 5)$

d) $132 : [(-3 + 7 \cdot 2) \cdot (-5) + 22]$

- **4** Oblicz.

a) $\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 5$

b) $\frac{1}{2} : \left(-1\frac{2}{3}\right) \cdot 2\frac{1}{4} : \left(-3\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-5\frac{1}{3}\right)$

•• 5 Dobierz wyrażenia do zadań.

A $(20 - 3) \cdot 2$ B $20 - 3 + 2$ C $20 - 3 \cdot 2$ D $20 - (3 + 2)$

I Ile złotych reszty dostaniemy z 20 zł, jeśli kupimy 3 kg jabłek po 2 zł za kilogram?

II W szkole są dwie klasy szóste, VIa i VIb, liczące po 20 uczniów. Dzisiaj w każdej z tych klas było nieobecnych po 3 uczniów. Ilu szóstoklasistów jest dziś w szkole?

III W klasie VIc jest 20 uczniów. Dziś obecni są wszyscy z wyjątkiem 3 chłopców i 2 dziewczynek. Ilu uczniów tej klasy jest dziś w szkole?

IV Tomek miał w kieszeni 20 orzechów. Zjadł 3, ale na dnie plecaka znalazł jeszcze 2. Ile orzechów ma teraz?

•• 6 Ułóż zadanie, które można rozwiązać za pomocą podanego wyrażenia.

a) $15 : (2 + 3)$

c) $15 - 2 + 3$

b) $15 - (2 + 3)$

d) $15 - 2 \cdot 3$

... 7 Oblicz sprytnie.

a) $14 \cdot 3 + 14 \cdot 7$

c) $\frac{17}{50} \cdot 37 + \frac{17}{50} \cdot 28 + \frac{17}{50} \cdot 35$

b) $27 \cdot 44 + 56 \cdot 27$

d) $0,55 \cdot 73 + \frac{11}{20} \cdot 27$

... 8 Oblicz.

a) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2 - 0,75 \cdot 8 + 0,012 \cdot 10^3$

b) $\left(3,2 - 1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{20} + 0,5 \cdot 0,9\right)$

c) $\left(0,4 \cdot 10 + \frac{2}{5} \cdot 2\right) - (2^2 \cdot 0,2 + 0,2)$

d) $0,35 - (-0,2)^3 + (-1\frac{1}{4}) : 0,25 - 0,358$

$$\left(2\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{11}{5}\right)^2$$

... 9 Oblicz.

a) $\frac{0,2 + 2 \cdot 1\frac{3}{4}}{0,37}$

c) $\frac{0,32 \cdot (-0,6 - 0,3)}{3,6}$

b) $\frac{\frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{-\frac{1}{3}}$

d) $\frac{\left(5\frac{1}{3} - 4,5\right) \cdot \left(\frac{1}{10} - 1\right)}{1\frac{1}{8}}$



... 10 Ułóż wyrażenie o wartości 1, w którym wystąpią cztery liczby (każda tylko raz): 1, 2, 3, 4 oraz znaki działań i nawiasy. Następnie, na tych samych zasadach, ułóż wyrażenie o wartości 2, 3 itd. Do jakiej wartości udało ci się dojść?



Dla dociekliwych

1 Dobierz wyrażenia do zadań.

A $20 - (5 + 1)$ B $20 - 5 + 1$ C $20 - (5 - 1)$ D $20 - 5 - 1$

I Adam miał 20 zł. Kupił lody, których cena wynosi zwykle 5 zł, ale tego dnia była obniżona o 1 zł. Ile pieniędzy mu zostało?

II Bartek miał 20 zł. Kupując lody, dał sprzedawcy 5 zł i dostał 1 zł reszty. Ile pieniędzy ma teraz?

III Czarek miał 20 zł. Kupił lody za 5 zł. Potem kupił sok za 1 zł. Ile pieniędzy mu zostało?

IV Darek miał 20 zł. Kupił lody za 5 zł i sok za 1 zł. Ile pieniędzy ma teraz?

2 Którym chłopcom z zadania 1 zostało tyle samo pieniędzy? Czy trzeba wykonywać obliczenia, aby odpowiedzieć na to pytanie?

3 Bez wykonywania obliczeń wskaż, które wyrażenia mają tę samą wartość. Są trzy takie pary.

A $92\,541 - 61\,344 - 8172$

D $92\,541 + 61\,344 - 8172$

B $92\,541 + (61\,344 - 8172)$

E $92\,541 - (61\,344 + 8172)$

C $92\,541 - (61\,344 - 8172)$

F $92\,541 - 61\,344 + 8172$



Czy już umiem?

I Oblicz.

a) $\frac{4}{5} \cdot 1\frac{7}{8} + 2\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$

b) $\frac{1}{3} \cdot (-0,75 + 0,3^2) - 0,55$

II Oblicz.

a) $\frac{2 + 3 \cdot (5 - 8 : 4)}{-6 + 9}$

b) $\frac{3\frac{1}{6} - 6\frac{1}{2}}{1\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}$

III Które wyrażenie może posłużyć do rozwiązania podanego zadania?

Czterech kolegów z klasy 6a złożyło się po 5 zł. Kupili cztery ciastka po 2 zł i 2-litrowy karton soku za 4 zł. Ile pieniędzy im zostało?

A. $4 \cdot 6 \cdot 5 - 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4$

C. $4 \cdot 5 - 4 \cdot 2 + 4$

B. $4 \cdot 6 \cdot 5 - (4 \cdot 2 + 2 \cdot 4)$

D. $4 \cdot 5 - (4 \cdot 2 + 4)$

IV Wypisz wszystkie liczby pierwsze mniejsze niż 20.

Powtórzenie przed klasówką

- 1 Oblicz.
a) $278 \cdot 15$ c) $\left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \frac{2}{15}$ e) $1578 : (-3)$
b) $123\,000 \cdot 4,15$ d) 2^3 f) $-\frac{1}{7} : \left(-\frac{2}{14}\right)$
- 2 Oblicz.
a) $20 : 4 + 5 - 2$ b) $24 + 16 : 4 \cdot 2$
- 3 Marysia ma 7 lat. Jej tata jest od niej starszy 5 razy, a mama jest starsza o 25 lat. O ile lat tata Marysi jest starszy od jej mamy?
- 4 Oblicz.
a) $\frac{1}{3} \cdot 1,5$ d) $0,1^4$ g) $\left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-1\frac{1}{5}\right)$
b) $-1\frac{2}{5} \cdot \frac{10}{21}$ e) $1635 : 15$ h) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$
c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ f) $16,35 : 1,5$ i) $0,6^2 : 0,4$
- 5 Oblicz.
a) $0,1 \cdot 4,5 + 0,5 : 0,1 + 4$ b) $0,2 \cdot \frac{1}{2} : \left(2,5 + \frac{1}{4}\right)$
- 6 Biuro kontaktów z klientem w październiku wysłało 347 listów zwykłych i 200 listów poleconych. Jaki był koszt wysyłki wszystkich listów tego biura, jeżeli opłata za list zwykły wynosi 2,60 zł, a za polecony 5 zł 90 gr?
- 7 Krzyś zrobił pięć kroków. Średnia długość jednego kroku wynosiła 0,6 m. Jakiej długości był ostatni z kroków, jeżeli pozostałe cztery były długości 59 cm, 6 dm, 620 mm i 0,57 m?
- 8 Trasa wycieczki liczyła 24 km. Gdy turyści przeszli $\frac{3}{8}$ tej drogi, zatrzymali się na postój. Ile kilometrów pozostało im jeszcze do przebycia?
- 9 Cena komputera w sklepie internetowym wynosi 3 152 zł, co stanowi $\frac{4}{5}$ ceny w sklepie stacjonarnym. Jaka jest cena tego komputera w sklepie stacjonarnym?
- 10 Zaokrąglij liczbę 193,628 do części setnych.

11 Rozwiąż równanie.

a) $x : 5 = 10$

c) $x : \frac{1}{14} = 0,7$

e) $x : (-4) = 2,25$

b) $x : \frac{5}{7} = 5$

d) $x : 2 = -17$

f) $x : (-5) = -14$

12 Tomek przejechał na rowerze odległość 12 km w czasie 45 minut, jego tata skuterem pokonał tę drogę w czasie o $\frac{2}{3}$ krótszym, a młodszy brat Tomka na swoim rowerze – w czasie o $\frac{1}{3}$ dłuższym niż Tomek. Ile czasu zajęła droga tacie, a ile bratu?

13 Oblicz.

a) $(2\frac{1}{2})^2$

b) $(-1\frac{1}{3})^3 - 4^2$

c) $\frac{[4\frac{3}{4} - (-2\frac{3}{5})] : 2\frac{5}{8}}{-0,7}$

14 Długość krótszego boku prostokąta stanowi $\frac{2}{3}$ długości dłuższego boku. Oblicz pole tego prostokąta, jeżeli jego obwód jest równy 32 cm.

15 Zapisz ułamek zwykły w postaci ułamka okresowego.

a) $\frac{17}{3}$

b) $\frac{7}{33}$

16 Wykonaj dzielenie $173 : 8$. Wynik podaj w postaci z resztą, w postaci liczby mieszanej i w postaci ułamka dziesiętnego.

17 Kiedy do beczki wiano 12,8 litra wody, okazało się, że została napełniona do $\frac{2}{3}$ swojej objętości. Ile litrów wody mieści się w tej beczce?

18 Oblicz.

a) $[(\frac{2}{3})^2 + \frac{2^2}{3} - (1\frac{1}{3})^2] : [2\frac{1}{7} : 1\frac{1}{2}]$

b) $\frac{[3\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{3})^2] : [(2\frac{1}{4})^2 - 3\frac{3}{8} - (-\frac{1}{4})]}{-1\frac{1}{3}}$

19 Zaokrąglij liczbę 999,96 do części dziesiątych.

20 W konkursie matematycznym startowały dwie drużyny: z klasy VIa i VIb. Sześciu zawodników z VIa zdobyło średnio po 12 punktów, a siedmiu zawodników z VIb zdobyło średnio po 11 punktów. Która drużyna zdobyła więcej punktów?

Zadania na temat...

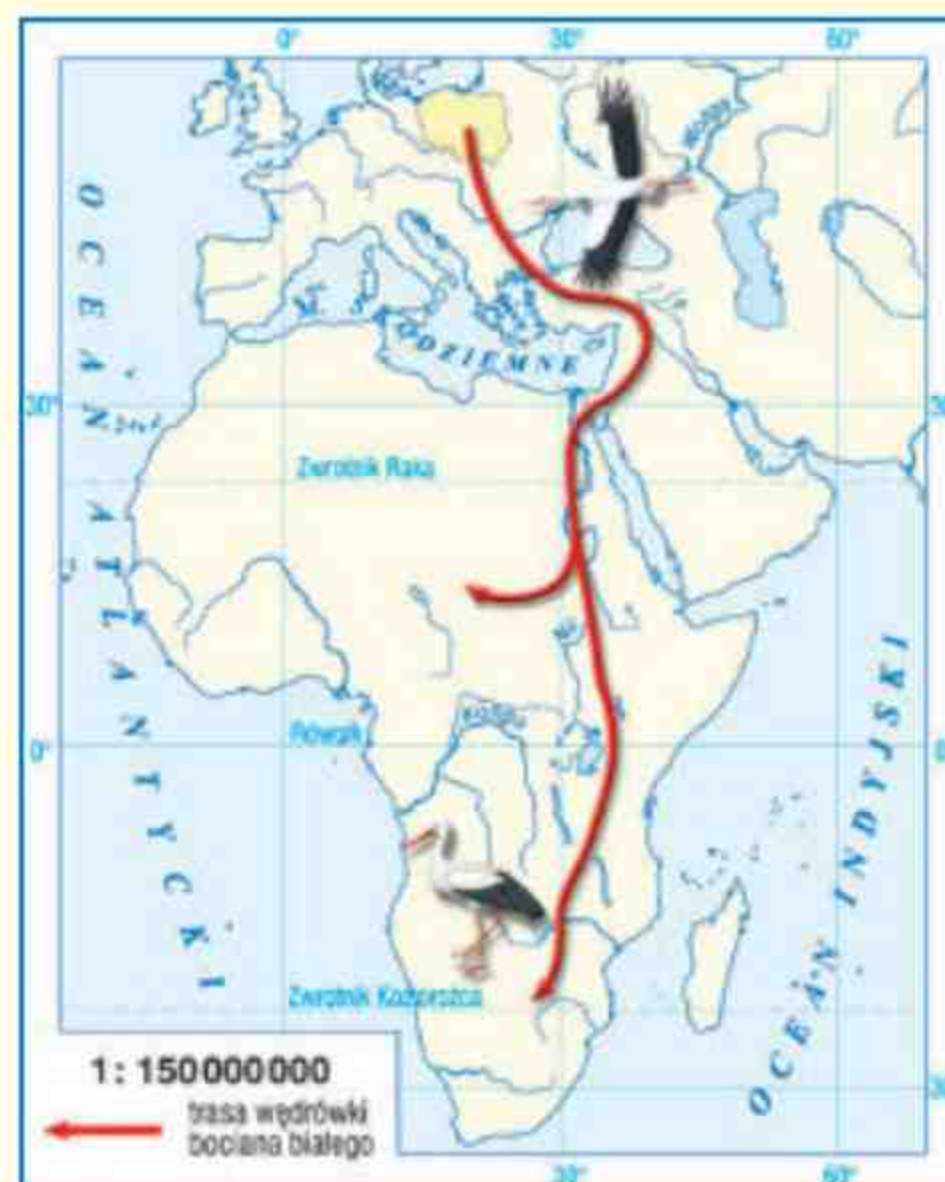
Bociany

Na świecie żyje tylko 350 tys. par bocianów białych, z tego aż $\frac{1}{7}$ w Polsce, dlatego w naszym kraju łatwo spotkać bociana.

Bociany spędzają zimę w Afryce. Odlatują z Polski w połowie sierpnia, a wracają pod koniec marca. Droga do Afryki zajmuje im 3–4 miesiące. Podczas lotu bocian porusza się jak szybowiec – nie macha skrzydłami, ale korzysta z prądów ciepłego powietrza unoszącego się nad rozgrzanym lądem. Nad morzem takie prądy nie występują, dlatego bociany nie lecą najkrótszą drogą nad Morzem Śródziemnym, lecz dookoła, jak zaznaczono na mapie obok.

Po przylocie do Polski bociany około tygodnia budują lub remontują gniazdo, a następnie przeciętnie 34 dni wysiadują w nim jaja. Mniej więcej 2 miesiące karmią pisklęta w gnieździe, a potem jeszcze 2–3 tygodnie poza gniazdem. Dopiero wtedy młode bociany stają się całkowicie samodzielne.

Z diagramu można odczytać, że bocianie gniazda, w których są 4 jaja, stanowią $\frac{10}{20}$, czyli połowę wszystkich gniazd; gniazda, w których są 3 jaja, stanowią $\frac{5}{20}$, czyli $\frac{1}{4}$ wszystkich bocianich gniazd itd.

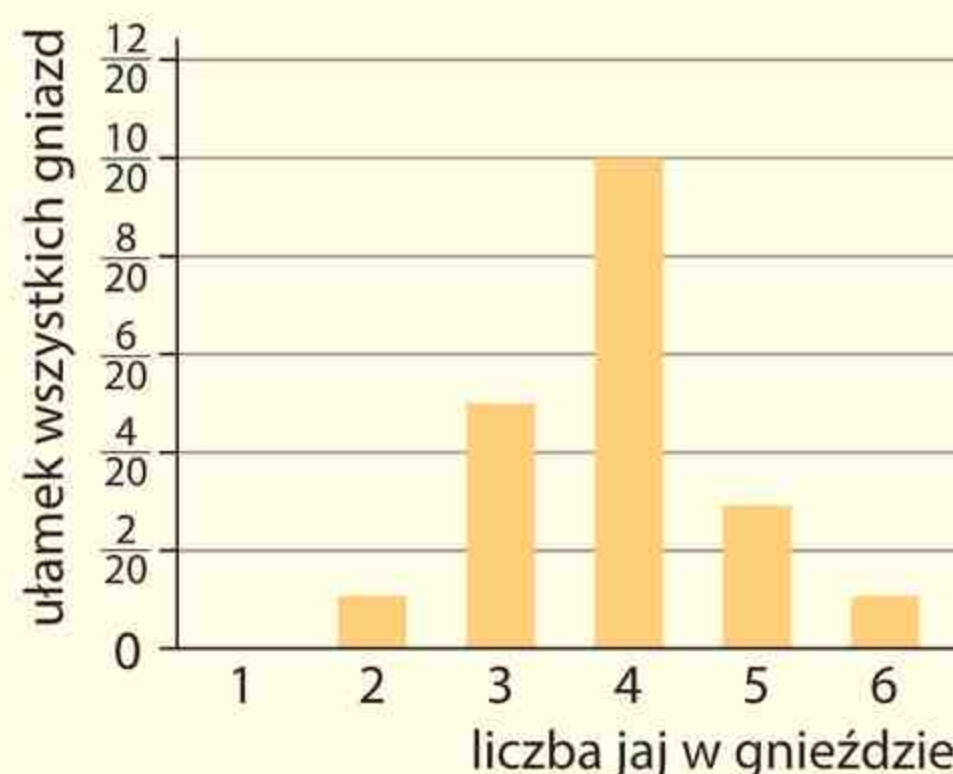


Bocian biały

Długość: od 95 cm do 110 cm.

Rozpiętość skrzydeł:
od 1,7 m do 2,1 m.

Waga: od 2,5 kg do 4,4 kg.



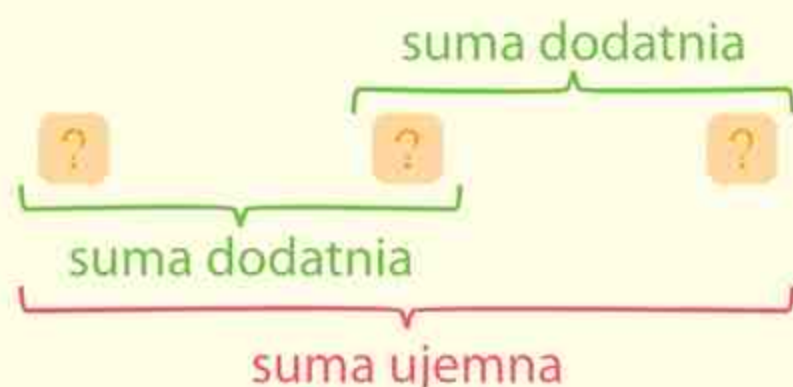
- 1 Ile par bocianów białych żyje w Polsce?
- 2 Ile miesięcy w roku bociany spędzają w Polsce?
- 3 Jaką rozpiętość skrzydeł może mieć bocian? Podaj tę wielkość w centymetrach. Zmierz rozpiętość swoich ramion i porównaj ją z maksymalną rozpiętością skrzydeł bociana. Która z wielkości jest większa i o ile większa?
- 4 Jaką długość może mieć bocian? Podaj odpowiedź w metrach.
- 5 W którym miesiącu roku bociany docierają do Afryki?
- 6 Ile kilometrów średnio przebywają dziennie bociany, które trasę o długości 8000 km pokonują w ciągu 4 miesięcy?
- 7 W którym miesiącu roku młode bociany stają się samodzielne?
- 8 W jakim wieku młode bociany udają się w swoją pierwszą podróż do Afryki?
- 9 Zmierz na mapie i oblicz, jaką drogę przebyłyby bociany, gdyby leciały do Afryki w linii prostej (do miejsca oznaczonego na mapie stojącym bocianem). O ile kilometrów krótsza byłaby ich trasa (skorzystaj z danych w zadaniu 6)? Dlaczego wybierają dłuższą drogę?
- 10 Przepisz i uzupełnij zdania, zastępując ? odpowiednimi liczbami.
W co czwartym bocianim gnieździe znajdują się ? jaja, a w co drugim ?.
Pięć lub sześć jaj znajduje się w co ? gnieździe. Najczęściej więc bocianica znosi ? jaja.
- 11 Oblicz, ile jaj łącznie znajduje się wiosną we wszystkich bocianich gniazdach w Polsce. (Wynik będzie oczywiście przybliżony).

Wskazówka Oblicz najpierw, ile jaj przeciętnie znajduje się w dwudziestu gniazdach.



Zadania na deser

- 1 Znajdź sumę czterech liczb naturalnych, wiedząc, że pierwsza liczba jest o jedną czwartą mniejsza od drugiej, druga jest czterokrotnie większa od trzeciej, trzecia jest o 47 mniejsza od czwartej wynoszącej 50.
- 2 Na wycieczkę pojechało cztery piąte klasy 6b. Uczniowie, którzy nie wzięli udziału w wycieczce, zostali rozdzieleni pomiędzy dwie inne klasy szóste. Do jednej z nich przydzielono czterech uczniów, a do drugiej o połowę mniej. Ilu uczniów pojechało na wycieczkę?
- 3 Pociąg z Koszalina do Gdyni jedzie 2 godz. 48 min, a pociąg z Koszalina do Malborka o połowę dłużej. Jak długo jedzie ten drugi pociąg?
- 4 Pociąg wyjeżdża z Wrocławia o godzinie 12.35 i przyjeżdża do Poznania o godzinie 15.17, a pociąg relacji Rzeszów – Katowice wyjeżdża o 12.59 i jedzie o połowę dłużej niż pociąg z Wrocławia do Poznania. O której godzinie drugi z wymienionych pociągów dojeżdża do Katowic?
- 5 Podaj liczbę równą:
 - a) swojej odwrotności,
 - b) liczbie przeciwnej do siebie.
- 6 Ania wypisała na kartce liczby: $-1,36$; $-\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{7}{5}$ oraz liczby do nich przeciwne i odwrotne. Która z liczb wypisanych przez Anię jest największa, a która najmniejsza?
- 7 Zapisz trzy liczby tak, aby suma wszystkich trzech liczb była ujemna, ale suma pierwszej i drugiej była dodatnia oraz suma drugiej i trzeciej także była dodatnia.



- 8 Zapisz trzy liczby tak, aby suma wszystkich trzech liczb była dodatnia, ale suma pierwszej i drugiej była ujemna oraz suma drugiej i trzeciej także była ujemna.

Uwaga do zadań 9–11

Jeśli odpowiedź brzmi „Tak”, aby ją uzasadnić, wystarczy podać przykłady takich liczb. Jeśli odpowiedź brzmi „Nie”, trzeba wyjaśnić dlaczego.

- 9 Czy zadanie 7 miałoby rozwiązanie, gdyby słowo „suma” zastąpić wszędzie słowem „iloczyn”? A zadanie 8?
- 10 Czy można wypisać 10 kolejnych liczb tak, aby iloczyn sześciu kolejnych liczb (zaczynając od dowolnie wybranej) był ujemny, ale iloczyn wszystkich 10 liczb był dodatni?
- 11 Jak brzmiałaby odpowiedź do zadania 10, gdyby w treści tego zadania zamiast „sześciu” napisano „czterech” albo „ośmiu”?
- 12 Dane są liczby $-0,4$ i $-0,41$. Podaj liczbę, która będzie jednocześnie większa od liczby mniejszej z tych dwóch liczb i mniejsza od większej z nich.
- 13 Niektóre cyfry w mnożeniu pisemnym zostały zakryte plamami. Mimo to można stwierdzić, jaką cyfrę zastąpił znak zapytania. Co to za cyfra?

$$\begin{array}{r}
 73 \text{ [plama]} \\
 \cdot 9 \text{ [plama]} \\
 \hline
 \text{[plama]} \text{ [plama]} 5 \\
 + \text{ [plama]} \text{ [plama]} \text{ [plama]} \text{ [plama]} \\
 \hline
 \text{[plama]} \text{ [plama]} \text{ [plama]} ? \text{ [plama]} \text{ [plama]}
 \end{array}$$

- 14 Tomek pomyślał dwie liczby: jedną większą od jedynki, a drugą dodatnią mniejszą od jedynki. Które z działań opisanych poniżej daje największy wynik?
 - I Mnożenie pierwszej liczby przez drugą
 - II Dzielenie pierwszej liczby przez drugą
 - III Mnożenie drugiej liczby przez pierwszą
 - IV Dzielenie drugiej liczby przez pierwszą
- 15 Michał powiedział do Adama: „Gdybym miał w skarbonce pięć razy tyle pieniędzy, co mam teraz, i jeszcze dołożył 15 zł, to wszystkie pieniądze ze skarbonki mógłbym zamienić na banknot 200 zł. Ile pieniędzy mam teraz w skarbonce?”

Odpowiedzi

I Liczby całkowite

s. 10 1. Liczby dodatnie i ujemne

Ćwiczenie: a) o 8 b) o 3 c) o 11

Zadania: 1 $-12^{\circ}\text{C} < -11^{\circ}\text{C} < -7^{\circ}\text{C} < -6^{\circ}\text{C} < -5^{\circ}\text{C} < -3^{\circ}\text{C}$, w Berlinie, w Pradze, w Warszawie,

w Wilnie, w Kijowie 2 -10, -20 3 a) -3, -17, 0, 1 b) -12,7; -3; $-\frac{1}{4}$; -17 4 a) -12

b) 3 c) 1 d) $-\frac{1}{4}$ e) $\frac{2}{3}$ f) -0,5 g) 0 5 a) -121; -1; $-\frac{5}{7}$; -0,5 b) $\frac{1}{121}$; 1; $1\frac{2}{5}$; 2

6 a) $-5 < 3 < 7$ b) $-6 < 0 < 6$ c) $-11 < -4 < 0$ d) $-9 < -5 < -3$ e) $-332 < -176 < 12$

f) $-850 < -48 < -17$ 7 a) 8 b) 12 c) 0 d) 6,3 e) 81 f) 2,5 8 a) 14 b) 16

c) 13 d) 4 e) 3 f) 13 9 a) WILMOWSKI b) ROBIN HOOD c) ZAGŁOBA

d) TARKOWSKI 10 -3, 0, $\frac{12}{4}$, $\frac{20}{5}$, 7 11 $12,8 < 13$; $-3,1 < -3$; $-5\frac{2}{3} > -6$;

$-11,899 > -12$; $\frac{17}{3} < 6$; $-5\frac{2}{9} < -5$; $-347,822 > -348$; $-13,00 = -13$ 12 a) $-3\frac{2}{3} < -3\frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$

b) $-\frac{22}{5} < -4\frac{1}{5} = -4,2$ c) $-11,8 < -11,3 < 1,8$ d) $-\frac{3}{4} < -\frac{1}{4} < 0,25$ 13 SALAMANDRA 14 3

Czy już umiem? I A = 1, B = -2, C = -0,5, D = 0,5, E = -3,5 II a) $-5 < 0 < 2$

b) $-11 < -7 < -3$ c) $-1\frac{2}{3} = -\frac{5}{3} < -1\frac{1}{3}$ III a) $-4 < -3,7 < -3$ b) $-3 < -2\frac{1}{3} < -2$

c) $0 < 0,174 < 1$ IV $15 = 3 \cdot 5$, $1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

s. 18 2. Dodawanie liczb całkowitych

→ 1

poziom A a) -8 b) 5 c) -2 d) -6 e) 4 f) -6 g) -6 h) -5 i) -4 j) -4 k) 4 l) -13 m) 0
n) -2 o) -8 p) 5

poziom B a) -350 b) -300 c) -11 000 d) -1500 e) -6000 f) 400 g) -2200 h) -9050
i) -4500 j) -1030 k) 1400 l) -3100

poziom C a) -77 b) 16 c) -69 d) 32 e) 9 f) -54 g) -45 h) -73 i) 7 j) -49 k) -38 l) -21

poziom D a) -13 b) 0 c) -21 d) 0 e) -6 f) 0 g) -13 h) -20 i) -5 j) -6 k) -6 l) -12

MISTRZ a) $-1\frac{4}{5}$ b) $-4\frac{4}{5}$ c) $3\frac{3}{7}$ d) $1\frac{1}{2}$ e) $-\frac{11}{12}$ f) -45

3 a) 0 b) 0 c) 0 d) -2 e) 0 f) 0 4 ŁYSKA 5 a) 2 b) -5 c) -6

6 A = -123, B = -106, C = -72, D = -55 7 a) -2 b) -111 c) -27

8 a) -20 b) 1 c) 3 d) -500 9 1°C 10 W ciągu roku zysk wyniósł 300 000 zł. Średni zysk kwartalny wyniósł 75 000 zł. Średni zysk miesięczny wyniósł 25 000 zł.

11 a) największy wynik: $|-2| + 3$, najmniejszy wynik: $(-2) + |3|$ i $|-2 + 3|$

b) największy wynik: $|3 + (-4) + (-2)|$, najmniejszy wynik: $3 + (-4) + (-2)$

12 -615 13 Łosie: 5; Sarny: -6; Kuny: 10; Wiewiórki: 3. Kuny były lepsze od Saren o 16 punktów. 14 Jacek. Wynik lepszy o 22 punkty.

Dla dociekliwych 1 najwyższy 40 p., najniższy (−10) p. 2 a) nie b) nie c) tak d) tak
 3 I zawodnik: 7 złych, 2 dobre, 1 brak odpowiedzi; II zawodnik: 1 dobra, 3 złe,
 6 braków odpowiedzi 5 Na 3 sposoby można uzyskać 0 p.: 2 dobre, 8 złych,
 0 braków odpowiedzi; 1 dobra, 4 złe, 5 braków odpowiedzi; 0 dobrych, 0 złych,
 10 braków odpowiedzi. 6 Można uzyskać od −10 p. do 28 p., a także 30 p., 31 p., 32 p.,
 35 p., 36 p., 40 p.

Czy już umiem? I a) 2 b) −2 c) −12 d) 2 II a) −17 b) 10 III −4 IV $P = \frac{2}{5} \text{ cm}^2$,
 Obw. = $2\frac{8}{15} \text{ cm}$

s. 25 3. Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych

Ćwiczenie: a) 25 b) −1000 c) 1 000 000

Zadania:

→ 1

poziom A a) 35 b) −3 c) −24 d) −5 e) −21 f) 2 g) 5 h) −3 i) 4 j) −5 k) −32 l) 7

poziom B a) −2 b) 6 c) −96 d) 30 e) −42 f) 18 g) 9 h) 20 i) −15 j) −270 k) 18 l) 18

poziom C a) −40 b) −8 c) −10 d) 70 e) −70 f) 40 g) −5 h) −12 i) 500 j) −125 k) −10 l) −70

2 SŁUPIA 5 a) −4 b) −32 c) −2 d) −2 6 −8°C 7 −1 8 a) w Sztokholmie
 i Helsinkach b) w Sztokholmie: 11°C c) −6,25°C 9 a) 35 b) −6 c) −4 d) 2

10 Potęgi o wykładnikach parzystych są dodatnie, a potęgi o wykładnikach
 nieparzystych – ujemne. 11 a) −40 b) −35 c) −32 12 −2°C 13 −1

Dla dociekliwych 1 7 sposobów 2 17 sposobów

Czy już umiem? I a) −21 b) 30 c) 5 d) −3 e) −8 II −34 III −1°C

IV a) 3, 7, 11, 13 b) 14, 1118, 14370 c) 105, 14370 d) 3, 105, 10011, 14370

s. 33 4. Odejmowanie liczb całkowitych

→ 1

poziom A a) −3 b) −12 c) −4 d) −2 e) −5 f) −7 g) 5 h) 5 i) −15 j) −5 k) −7 l) −5

poziom B a) −10 b) −13 c) −7 d) −16 e) −12 f) −5 g) −6 h) −14 i) −11 j) −9 k) −14 l) −8

poziom C a) −2 b) 14 c) −5 d) 15 e) −6 f) 15 g) −5 h) 18 i) −4

poziom D a) −7 b) −47 c) −4 d) −12 e) −5 f) 12 g) 17 h) 6 i) 18

poziom E a) −70 b) −360 c) 670 d) 260 e) 40 f) −90 g) 90 h) 240 i) −100

MISTRZ a) −21 b) −18 c) 0 d) $-\frac{3}{4}$ e) −932 f) −618

2 a) −1°C b) 0°C c) −5°C d) −3°C 3 a) 2°C b) 0°C c) −3°C d) −5°C e) −7°C f) −14°C

4 1400 zł, 900 zł, −200 zł, −250 zł, −550 zł 5 WINICJUSZ

6 a) $a = 2$ b) $b = -2$ c) $c = -4$ d) $d = -8$ 8 cztery różne wyniki: 3, −3, −11, 11

Odpowiedzi

10 a) 9433 b) -9433 c) -130 649 d) 130 649 e) -130 649 f) -9433 g) -130 649
h) 130 649

Dla dociekliwych 1 a) 2 lata b) 6 lat c) 1 rok 2 a) 33 lata, IV w. p.n.e. b) 75 lat,
III w. p.n.e. c) 57 lat, I w. p.n.e. d) 76 lat, I w. p.n.e. / I w. n.e.

Czy już umiem? I czwartek: -5°C , piątek: -7°C II a) -1 b) -11 c) -4 d) 6
III a) 2198 b) -2946 c) 2198 d) -2946 IV 20° , 140° lub 80° , 80°

s. 41 5. Własności działań na liczbach całkowitych

→ 1

poziom A a) -38 b) -5 c) -26 d) -2 e) 22 f) 4 g) -9 h) -2 i) 2

poziom B a) -2 b) -8 c) 4 d) -1 e) -19 f) 9 g) 2 h) 8 i) 0

poziom C a) -14 b) -16 c) 0 d) -30 e) -7 f) -10

MISTRZ a) -192 b) 0 c) -5

3 a) -325 b) 64 c) 0 4 HOMER 5 ILIADA 6 ACHAJA – kraina w starożytnej Grecji

7 a) Oddział I: 3 000 000 zł; Oddział II: -200 000 zł b) 2 800 000 zł

c) Oddział I: 750 000 zł; Oddział II: -50 000 zł d) 700 000 zł

8 a) -125 b) -1 c) 121 d) -1 e) -49 9 a) 5 b) 5 c) 6 d) 2

10 a) 5,5 b) 10 c) $1\frac{5}{12}$ d) 5 e) $-20\frac{4}{5}$ f) -1

Dla dociekliwych 1 a) $x = 2$, $x = -2$ b) $x = 0$ c) brak rozwiązań

2 a) $x = 0$, $x = 2$ b) $x = 2$, $x = -4$

Czy już umiem? I -11 II B III A, B, C, D IV $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$, $\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$,
 $\frac{7283}{1000} = 7\frac{283}{1000}$

s. 44 Powtórzenie przed klasówką

1 A = 5, B = -1, C = -3, D = -4 2 a) -4 b) -13 c) -3 d) 14 e) -3 f) 3

3 a) $-3 < 7$ b) $-2 > -5$ c) $1200 > -124$ d) $-300 < -210$ 4 a) -7 b) 5 c) 0

5 a) -22 b) 3 c) -2 6 w Sztokholmie, w Warszawie, w Paryżu

7 a) -6 b) -23 c) 3 8 a) $-10 < -8 < 5$ b) $-1000 < -100 < -10$

9 a) dodatni b) ujemny c) dodatni d) ujemny

10 a) 350 b) -2 c) -8 d) 37 e) 2 f) 7 11 -6°C

12 a) $-3\frac{1}{5} = -\frac{16}{5}$ b) $-3\frac{2}{5} > -4\frac{3}{5}$ c) $-2\frac{1}{3} > -2\frac{2}{3}$ 13 A = -4, B = $-1\frac{2}{3}$, C = $-1\frac{1}{3}$

14 a) -32 b) -27 c) -1 d) 81 15 a) 2 b) 136 c) 12 d) 8

s. 46 Zadania na temat...

2 9272 m 3 2501 m 4 2503 m n.p.m. 5 422 m 6 364 m 7 -8 m n.p.m.

8 455 m n.p.m.

s. 49 **Zadania na deser**1 0 2 a) tak b) $2 + 2 + (-5) = 2 + (-3)$

3 a) -1 zł b) -50 000 zł 4 a) -3 b) -5 c) -50 d) 51

5 a) $\frac{1}{6}$ b) $-3\frac{3}{4}$ c) $-\frac{1}{3}$ d) $1\frac{1}{3}$ e) $-1\frac{2}{3}$ f) $1\frac{1}{3}$ 6 a) -2 b) 1 c) -17 a) $A = -7, B = 1, C = 5$ b) $A = -2,25, B = -2, C = -1,75$ c) $A = -\frac{1}{6}, B = \frac{1}{3}, C = \frac{1}{2}$

8 BYSTRZYCA 9 Asia: -1, Basia: 1, Romek: 2, Kasia: 3, Tomek: 6

10 a) 2 spotkania b) 5 spotkań

II Działania na liczbach – część 1s. 58 **1. Sposoby na zadania tekstowe**

1 a) 24 uczniów, trzyosobowe pokoje, 320 zł b) 240 stron, ćwierć książki

2 Tomek ma 12 lat. 3 a) 4,5 jabłka b) 6 jabłek 4 a) $20,5 + 2,8$ b) $20,5 + 20,5 + 2,8$ 5 $2 \text{ kg} = 2000 \text{ g}$ 8 19.31 9 a) tak b) nie c) tak d) tak

10

| | Mama | Tata |
|--------------|-------|-------|
| poniedziałek | 12 km | 9 km |
| środa | 10 km | 10 km |
| piątek | 12 km | 15 km |
| łącznie | 34 km | 34 km |

11

| | Zosia | Helenka |
|------------|--------|---------|
| obecnie | 10 lat | 12 lat |
| 8 lat temu | 2 lata | 4 lata |

13 Janek ma o 0,40 zł więcej niż Staś.

Dla dociekliwych 1 24 robotników pracujących w takim samym tempie obrobiło 129 sznurów kwadratowych i 60 prętów kwadratowych pola. Ile sznurów kwadratowych i prętów kwadratowych tego pola obrobił każdy z nich? 2 Każdy z robotników obrobił 5 sznurów kwadratowych i 40 prętów kwadratowych pola. 3 a) ok. 20 m^2 b) Morg to ok. 0,6 ha, a łan to ok. 54 ha.

Czy już umiem? I $1,5 \text{ h} = 90 \text{ min}$; 12 zł; 15 gr = 0,15 zł za każdą kolejną minutę; godz. 14.00; 15 zł III a) tak b) nie c) tak IV a) 5 b) 4,5 c) 4,625

s. 65 **2. Obliczenia na kalkulatorze**

1 a) 65 razy b) 220 razy c) 40 000 razy d) 25 razy 2 a) 1414, hihi b) 517, lis

c) 7,05, sol 3 a) 5508, boss b) 345, she c) 0,7734, hello 4 a) 17,50 zł b) 23,39 zł

c) 9,17 zł 5 Kasia: 4,78 zł, Krzyś: 10,33 zł 6 23 683,361 m 7 569,5 8 b) 3 406 234

Dla dociekliwych 1 ok. $1,60 \text{ m}^2$ 2 1728**Czy już umiem?** I 426,59 II 12,48 zł III ok. 5,40 zł IV $57,4875 \text{ m}^3$

s. 73 **3. Liczby naturalne**

➔ 1

poziom A a) $70 < 78 < 80$ b) $3100 < 3169 < 3200$ c) $0 < 85 < 100$

d) $340 < 347 < 350$ e) $500 < 538 < 600$ f) $4680 < 4684 < 4690$

poziom B a) $2340 < 2348 < 2350$, $2300 < 2348 < 2400$, $2000 < 2348 < 3000$

b) $1270 < 1280 < 1290$, $1200 < 1280 < 1300$, $1000 < 1280 < 2000$

c) $630 < 634 < 640$, $600 < 634 < 700$, $0 < 634 < 1000$

d) $8450 < 8457 < 8460$, $8400 < 8457 < 8500$, $8000 < 8457 < 9000$

e) $70 < 76 < 80$, $0 < 76 < 100$, $0 < 76 < 1000$

f) $820 < 821 < 830$, $800 < 821 < 900$, $0 < 821 < 1000$

poziom C a) $2300 < 2348 < 2400$, $2000 < 2348 < 3000$

b) $99\,900 < 99\,999 < 100\,000$, $99\,000 < 99\,999 < 100\,000$

c) $39\,900 < 39\,996 < 40\,000$, $39\,000 < 39\,996 < 40\,000$

d) $349\,900 < 349\,991 < 350\,000$, $349\,000 < 349\,991 < 350\,000$

e) $900 < 978 < 1000$, $0 < 978 < 1000$

f) $9900 < 9972 < 10\,000$, $9000 < 9972 < 10\,000$

➔ 2

poziom A a) 5170 b) 810 c) 1990 d) 8170 e) 5140 f) 1830 g) 50 h) 60 i) 480

poziom B a) 5200 b) 71 000 c) 8200 d) 9000 e) 11 000 f) 3300

poziom C a) 1 300 000 b) 1000 c) 0 d) 500 e) 1 250 000 f) 13 000 000

poziom D a) 300 b) 1000 c) 1000 d) 1000 e) 100 f) 3000

MISTRZ a) do tysięcy: 2000, do setek: 1500, do dziesiątek: 1530

b) do tysięcy: 0, do setek: 100, do dziesiątek: 100

c) do tysięcy: 0, do setek: 0, do dziesiątek: 10

d) do tysięcy: 1000, do setek: 1000, do dziesiątek: 1000

e) do tysięcy: 6000, do setek: 6000, do dziesiątek: 6000

f) do tysięcy: 100 000, do setek: 100 000, do dziesiątek: 100 000

3 a) WENECJA b) KILONIA **4** $A = 21$, $B = 63$, $C = 153$, $D = 205$, $E = 279$

5 a) 37 m b) $1100\text{ m} = 1,1\text{ km}$ c) $460\text{ cm} = 4,6\text{ m}$

6 $18\,038 \approx 18\,000$; $312 \approx 300$; $324 \approx 320$; $10\,100 \approx 10\,000$; $7\,799\,401,31 \approx 8\,000\,000$;

$2513 \approx 2500$; $302\,817\,605 \approx 300\,000\,000$; $6\,207\,302 \approx 6\,000\,000$; $2220 \approx 2200$;

$1665 \approx 1700$ **7** a) najmniejsza: 250, największa: 349 b) 100

c) 500 liczb, najmniejsza: 500, największa: 999 **8** 49

9 a) $495 \approx 500$; $500 \approx 1000$ b) $495 \approx 0$ c) najmniejsza: 450, największa: 499

Dla dociekliwych 1 a) 2 min b) 2 min c) 4 min d) 1 min e) 2 min f) 18 min

Czy już umiem? I A = 550, B = 673, C = 852, D = 915, E = 1014

II a) 600 b) 12 500 c) 16 300 III a) 0 b) 0 c) 2000 IV a) 47 b) 831 c) 1175

s. 82 4. Dzielniki i wielokrotności

1 a) 1456, 58 734, 128 400 b) 9825, 58 734, 128 400 c) 1456, 128 400

d) 695, 9825, 128 400 e) 58 734 f) 128 400 2 a) nie b) tak c) tak

3 a) tak b) tak c) nie, 2 d) nie, 6 e) nie, 2 f) nie, 22

4 a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 b) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

5 a) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ b) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 11$ d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$ e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

f) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$ g) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ h) $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

6 kolejno NWD i NWW: a) 6 i 60 b) 30 i 180 c) 5 i 120 d) 1 i 882 e) 4 i 2520

f) 35 i 11 550 7 NWD(72, 540) = 36, NWW(72, 540) = 1080 8 23 osoby

9 w czwartek 26 września 10 3 razy 11 11 12 30 i 42, 6 i 210

Dla dociekliwych 1 a) tak b) nie c) nie 2 np. 6, 18, 42 4 a) tak b) nie

5 Liczba jest podzielna przez 15, jeśli jest podzielna przez 3 i przez 5. Liczba jest podzielna przez 30, jeśli jest podzielna przez 2 i przez 15. Liczba jest podzielna przez 18, jeśli jest podzielna przez 2 i przez 9.

Czy już umiem? I a) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ b) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 53$ II a) NWD(6, 15) = 3,

NWW(6, 15) = 30 b) NWD(63, 210) = 21, NWW(63, 210) = 630

III a) tak b) nie c) tak IV a) 3 896 980 000 b) 38,9698 c) 3 896 980

s. 90 5. Ułamki

➡ 1

poziom A a) 0,03 b) -0,0817 c) $-\frac{3}{250}$ d) 0,8 e) -0,0032 f) $\frac{3}{2000}$ g) -0,783 h) $\frac{31}{1000}$ i) $-\frac{9}{200}$

poziom B a) $\frac{1}{9}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $-\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $-\frac{9}{25}$ f) $\frac{7}{8}$ g) $\frac{1}{40}$ h) $-\frac{1}{4}$ i) $-\frac{1}{4}$

poziom C a) $2\frac{4}{5}$ b) $-7\frac{1}{250}$ c) $-83\frac{2}{25}$ d) $6\frac{7}{50}$ e) $9\frac{1}{20}$ f) $-13\frac{1}{500}$ g) $-12\frac{3}{4}$ h) $15\frac{3}{50}$

poziom D a) $\frac{17}{7}$ b) $9\frac{2}{3}$ c) $-\frac{9}{2}$ d) $-\frac{11}{6}$ e) $\frac{38}{9}$ f) $6\frac{1}{4}$ g) $-7\frac{4}{5}$ h) $4\frac{5}{6}$

poziom E a) 3,4 b) -4,05 c) 5,875 d) -0,75 e) -2,06 f) 5,125 g) 8,015 h) -4,5

MISTRZ a) 0,1875 b) -0,056 c) -0,0176 d) 0,8 e) -0,02 f) -0,28

➡ 2

poziom A a) 0,12; 0,312; 0,5 b) 0,998; 4,2031; 4,3 c) 10,985; 11,120; 11,53 d) 3,147; 3,15; 3,2
e) 0,5; 0,506; 0,52 f) 0,06; 0,6; 1,12

poziom B a) -0,12; 0; 0,12 b) -0,4; -0,3; 0,7 c) -2,82; -2,67; -1,99 d) -14,2; -12,4; -12,2
e) -0,17; 0; 0,5 f) -1,53; -0,32; -0,17

poziom C a) $-1\frac{5}{7}, -1\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}$ b) $-1\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}, \frac{2}{5}$ c) $-2\frac{3}{11}, -\frac{2}{11}, 0$ d) $-\frac{22}{15}, -\frac{8}{15}, 0$ e) $-3\frac{2}{9}, -1\frac{7}{9}, -1\frac{1}{9}$
f) $-100, -8\frac{4}{15}, -2\frac{1}{15}$

poziom D a) $-3\frac{1}{17}, -\frac{8}{9}, 2\frac{1}{5}$ b) $-3,581726; -\frac{3}{7}; 1\frac{18}{392}$ c) $-2\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ d) $-5,5; -2\frac{37}{53}; -1\frac{12}{87}$
e) $-1\frac{3}{20}, -\frac{2}{5}, -0,1$ f) $-1,672936; 0; 2,1524$

MISTRZ a) $-\frac{9}{4}, -2\frac{1}{5}, -2\frac{9}{50}; -2,17$ b) $-\frac{2}{280}, -\frac{1}{142}, -0,007; -\frac{3}{500}$ c) $-\frac{1}{3}, -\frac{15}{46}, -\frac{5}{16}, -\frac{14}{45}$
d) $-0,5002; -\frac{354}{709}, \frac{19}{84}, 0,27$

3 a) 2 b) 7 c) 5 d) 1 4 a) $A = \frac{2}{5}, B = -\frac{2}{5}, C = -\frac{4}{5}$ b) $A = -1\frac{1}{6}, B = -\frac{5}{6}, C = -\frac{1}{2}$

c) $A = -1\frac{3}{4}, B = -1\frac{1}{4}, C = -\frac{3}{4}$ d) $A = -1\frac{2}{3}, B = -1, C = -\frac{2}{3}$

6 a) 3725,83 b) 9982,14 c) 485,318 d) 2484,327

7 a) $\frac{19}{8}; 2,375$ b) $3\frac{1}{20}; \frac{61}{20}$ c) $2\frac{3}{4}; 2,75$ d) $3\frac{1}{4}; \frac{13}{4}$ 8 $\frac{1}{7} \approx 0,1; \frac{2}{7} \approx 0,3; \frac{3}{7} \approx 0,4;$

$\frac{4}{7} \approx 0,6; \frac{5}{7} \approx 0,7; \frac{6}{7} \approx 0,9$ 9 a) $0,6 = \frac{3}{5} = \frac{-3}{-5}$ b) $-0,6 = -\frac{3}{5} = \frac{-3}{5} = \frac{3}{-5}$

10 a) $\frac{2}{3}; \frac{3}{2}; 2,3; 3,2$ b) $\frac{1}{19}; 1,19; \frac{19}{1}; 19,1$ c) $-5,3; -\frac{5}{3}; -1,5; -1\frac{1}{4}$ d) $3,742; \frac{15}{4}; 3\frac{4}{5}; 3\frac{40}{49}$

11 a) WIERZBY b) BAZIE 12 $X = -2,3$ 13 mniejszy od $\frac{1}{2}$

Dla dociekliwych 1 2 godziny 2 4 dni 3 1,5 godziny

Czy już umiem? I $A = 1, B = -1,2 = -1\frac{1}{5} = -\frac{6}{5}, C = 1,5 = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

II $\frac{27}{5}; 5\frac{2}{5}; 5\frac{4}{10}$ III $-2\frac{3}{5}; -2,5; -\frac{5}{3}; -\frac{3}{5}; 0; \frac{3}{5}; 1\frac{2}{5}; \frac{5}{3}; \frac{12}{5}; 3,5$

s. 97 6. Dodawanie liczb dodatnich

➔ 1

poziom A a) 2222 b) 1785 c) 2576 d) 2717 e) 6405 f) 2210

poziom B a) 23,09 b) 2,376 c) 16,79 d) 17,769 e) 98,23 f) 5,273

poziom C a) 15,17 b) 24,725 c) 28,012 d) 25,6 e) 16,143 f) 10,275

MISTRZ a) 0,12345 b) 0,11111 c) 5,11111 d) 5,54321 e) 11,08642 f) 16,62963

➔ 2

poziom A a) 3 b) $4\frac{3}{8}$ c) 6 d) $3\frac{1}{2}$ e) $6\frac{2}{5}$ f) $6\frac{1}{5}$ g) 6 h) $3\frac{2}{3}$

poziom B a) $\frac{29}{40}$ b) $\frac{11}{12}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{13}{24}$ e) $\frac{5}{6}$ f) $\frac{17}{21}$ g) $\frac{13}{15}$ h) $\frac{7}{15}$

poziom C a) $4\frac{5}{12}$ b) $4\frac{7}{12}$ c) $8\frac{9}{20}$ d) $6\frac{1}{6}$ e) $5\frac{5}{24}$ f) $6\frac{1}{10}$ g) $6\frac{1}{12}$ h) $8\frac{5}{24}$

poziom D a) 2,45 b) 1,625 c) $\frac{2}{3}$ d) 0,8 e) $\frac{19}{40}$ f) 0,16 g) 3,4 h) 6

poziom E a) $1\frac{1}{4}$ b) $1\frac{3}{17}$ c) 1,1 d) 1,2 e) $1\frac{2}{17}$ f) 1,35

3 a) 50; 333; 65 b) 3,2; 0,63; 1,26 c) $3; 1\frac{1}{2}; 2$ 5 a) 7,75 b) 7,5 c) 4,5 d) 2

6 a) 1191 b) 1,31 c) 3,56 7 KONAR 8 64 zł 9 a) 8 b) 1,8 c) $1\frac{5}{6}$ d) $6\frac{7}{12}$ e) 0,6 f) 0,9

10 3,743 mln 11 a) 83 lata b) w roku 527 c) w roku 565 d) Urodził się w V w., zmarł

w VI w. 12 1200 osób 13 $10\frac{10}{21}$ 14 4,25 15 5060 punktów
 16 a) MCMLXXII + DCCCXCIV = MMDCCCLXVI, 1972 + 894 = 2866
 b) MCCLXXXIX + DCCCVIII = MMXCVII, 1289 + 808 = 2097

Dla dociekliwych 1 a) 251 000 000 000 000 b) 753 876 876 876 876 876 876
 c) 1 777 777 777 777 776

Czy już umiem? I a) $\frac{5}{8}$ b) $4\frac{9}{20}$ c) $300\frac{5}{34}$ II a) 2780 b) 28,38 c) 10,238
 III 5,845 ton IV a) 10 b) 170 c) 49 d) 32

s. 104 7. Odejmowanie liczb dodatnich

➔ 1

poziom A a) 115 b) 939 c) 42 d) 97 e) 1768 f) 78 g) 1106 h) 6867

poziom B a) 25 b) 2142 c) 173 d) 25 e) 116 f) 4549 g) 4709 h) 918

poziom C a) 51,71 b) 83,447 c) 24,774 d) 55,61 e) 7,73 f) 0,41 g) 0,86 h) 0,99

poziom D a) 1,32 b) 3,824 c) 6,32 d) 1,457 e) 5,73 f) 2,809 g) 27,85 h) 1,621

poziom E a) 3,2 b) 13,177 c) 2,57 d) 12,3 e) 74,7 f) 18,85 g) 0,371 h) 1,17

MISTRZ a) 5 b) 50 c) 7,2 d) 35,2

➔ 2

poziom A a) $1\frac{1}{10}$ b) $2\frac{7}{12}$ c) $3\frac{1}{4}$ d) $2\frac{1}{2}$ e) $\frac{13}{40}$ f) $\frac{5}{12}$ g) $3\frac{1}{12}$ h) $3\frac{17}{30}$

poziom B a) $2\frac{3}{5}$ b) $3\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $3\frac{4}{7}$ f) $1\frac{1}{2}$ g) $\frac{5}{6}$ h) $1\frac{7}{10}$

poziom C a) $\frac{7}{10}$ b) $2\frac{13}{24}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $1\frac{7}{12}$ f) $\frac{5}{6}$ g) $1\frac{5}{12}$ h) $\frac{1}{2}$

poziom D a) 2,65 b) $1\frac{11}{12}$ c) 2,2 d) $1\frac{5}{6}$ e) $1\frac{2}{15}$ f) 3 g) 2,9 h) $\frac{5}{12}$

MISTRZ a) 1,15 b) $\frac{13}{30}$ c) 0,9 d) 3,7 e) 3,25 f) 1,6

3 a) 390; 187 b) 1,14; 0,9 c) $4\frac{6}{7}$; $1\frac{2}{3}$ d) $1\frac{2}{5}$; $\frac{3}{5}$ 5 a) 675 b) 2550 c) 545 d) 327

6 a) 0,9 b) 0,39 c) 4,7 d) $2\frac{1}{2}$ e) $2\frac{4}{7}$ f) 2,25 7 Mniejsza torba jest tańsza o 5,50 zł.

Gratisowa torebka jest lżejsza o 2,35 kg. 8 Wybierając duże torby, zaoszczędzimy 6,50 zł.

9 a) 16 b) 0,55 c) 1,05 d) 105,5 10 1,65 m 11 Większą średnicę ma zawór $\frac{3}{4}$ ". Jest

ona większa o $\frac{3}{8}$ ", czyli o 9,525 mm. 12 a) Najkrótszy dzień trwa 7 godzin i 44 minuty,

a najdłuższy – 16 godzin i 44 minuty. b) 9 godzin 13 A = 0, B = 1, C = 2, D = 5, E = 9

Dla dociekliwych 1 a) 878 000 000 000 000 000 b) 611 007 044 258 008
 c) 507 828 301 838 539

Czy już umiem? I a) $1\frac{1}{2}$ b) $1\frac{11}{24}$ II a) 125 b) 4,38 c) 2,27 III o 43,2 kg
 IV a) A – kwadrat, B – prostokąt, C – trapez prostokątny, D – równoległobok,
 E – romb, F – pięciokąt b) A, B, C, D i E c) D i E

s. 113 **8. Dodawanie i odejmowanie**

Ćwiczenie: a) -5080 b) -71,8

Zadania:

➔ 1

poziom A a) -1 b) -8,2 c) 2,4 d) -2 e) -1,8 f) $-3\frac{1}{3}$ g) -18,1 h) $-9\frac{1}{5}$ i) $\frac{2}{3}$ j) -8,56 k) $-4\frac{2}{3}$ l) -3,6

poziom B a) $-5\frac{3}{5}$ b) 9,5 c) -4,9 d) -4 e) 8,2 f) $-8\frac{1}{3}$ g) -4,88 h) $-\frac{2}{5}$ i) 13 j) -8,56 k) -5 l) 3,6

poziom C a) $-5\frac{11}{12}$ b) 7,75 c) -4,7 d) $-2\frac{5}{14}$ e) $-4\frac{5}{6}$ f) 2,25 g) -3,4 h) $-11\frac{1}{3}$ i) -12 j) 8,5 k) $-3\frac{1}{6}$ l) 4,5

2 a) $-2\frac{5}{6}$ b) $-1\frac{1}{4}$ c) $-3\frac{3}{4}$ 3 a) -2343 b) -3845 c) 240,037

4 średnia: w poniedziałek $0,1^{\circ}\text{C}$, we wtorek $0,7^{\circ}\text{C}$; różnica $0,6^{\circ}\text{C}$

5 a) 0°C b) o $0,7^{\circ}\text{C}$, o $1,4^{\circ}\text{C}$, o $1,7^{\circ}\text{C}$ 6 Merkury: 598°C , Wenus: 28°C ,

Ziemia: 146°C , Mars: 160°C , Jowisz: 84°C , Saturn: 122°C , Uran: 18°C , Neptun: 18°C

7 a) $-\frac{2}{3}$ b) $\frac{7}{20}$ 8 nie 9 a) 50, -12,5 b) 47, $-11\frac{3}{4}$ c) Tak, np. rozwiązując poprawnie jedno zadanie za 3 p. oraz niepoprawnie trzy zadania po 4 p. d) 9, 6, $5\frac{1}{4}$, 3, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, 0, $-\frac{3}{4}$, $-1\frac{1}{2}$, $-2\frac{1}{4}$

Dla dociekliwych 1 A 2 a) np. 3 b) np. 1 c) 2,5

Czy już umiem? I a) -1,3 b) $2\frac{2}{9}$ c) $-11\frac{5}{6}$ II a) -3336 b) 129,307 III 0,98 p.

IV a) o 450 lajków b) 4 razy

s. 117 **Powtórzenie przed klasówką**

1 a) 16,37 b) $\frac{9}{20}$ c) $2\frac{1}{2}$ d) 829 e) $-\frac{5}{9}$ f) $-\frac{7}{24}$ g) -143 h) 16,86 i) -8,4

2 a) 0,35 b) 1,8 c) 3,772 d) $1\frac{19}{20}$ e) $-2\frac{5}{18}$ f) $-12\frac{11}{30}$

3 a) 32, 96, 216, 306, 1002 b) 27, 96, 201, 216, 306, 1002 c) 32, 96, 216 d) 625

4 a) 5260 b) 6200 c) 0 5 a) 1, 2, 3, 6, 9, 18 b) np. 28, 70, 98

6 NWD(75, 120) = 15, NWW(75, 120) = 600

7 a) $2\frac{3}{7}$; $2\frac{3}{4}$; 2,8 b) $3\frac{1}{6}$; $3\frac{1}{5}$; $3\frac{1}{4}$ c) -0,34; -0,17; -0,11

8 14,52 cm 9 jeden bochenek 10 20,93 zł

s. 118 **Zadania na temat...**

1 Chiny, Bhutan, Nepal, Indie, Pakistan 2 nie 3 $625\,000\text{ km}^2$, 2 razy 4 200 m

5 północno-zachodnim 6 Mount Everest w Himalajach, K2 w Karakorum

7 Edmund Hillary i Norgay Tenzing w 1953 r. 8 lata osiemdziesiąte XX w.;

m.in. pierwsze wejścia zimowe 9 8 lat, o 8 lat mniej niż Messnerowi 10 29%

11 32 lata 12 4,7 razy 13 o 18°C 14 a) nie b) nie c) tak

s. 121 **Zadania na deser**

- 1 a) 4 sposoby b) 11 sposobów 2 od dziadka: 5 monet 20-groszowych, 12 monet 50-groszowych, od babci: 20 monet 20-groszowych, 10 monet 50-groszowych
 3 31 stycznia godz. 12.00 4 a) 11 b) 11, 1111 c) 111 5 a) $2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$
 c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 37$ d) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 101$ 6 a) 101 razy; 10101 razy 7 $\frac{997890}{7436429}$ 8 110
 9 w 1893 r. 10 a) tak; tak b) może; nie c) tak; tak d) tak; tak, np. 60; tak
 11 a) 1 b) zwiększyłyby się o 0,5
 12 a) np. $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ c) $-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$
 13 a) $\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}$ b) $\frac{1}{9900}, \frac{1}{39800}, \frac{1}{3998000}$ c) $\frac{999}{1000}$

III **Działania na liczbach – część 2**s. 128 **1. Mnożenie**

➡ 1

poziom A a) 36 482 b) 6 208 641 c) 76 440 d) 12 012 e) 67 431 f) 15 170 g) 15 876
 h) 43 560 i) 11 565

poziom B a) 187 200 000 b) 2 198 000 c) 1 976 000 d) 25 255 600 e) 1 462 800 000
 f) 72 529 000 g) 171 110 000 h) 21 476 000 i) 455 000 000

poziom C a) 2987 b) 17 521 000 c) 64 032 d) 48 048 e) 5 443 200 f) 2 152 150 g) 2472
 h) 124 862 400 i) 75 300

poziom D a) 0,1763 b) 149,52 c) 13,024 d) 0,0014 e) 0,0825 f) 5414,76 g) 1,0272
 h) 0,012138 i) 0,06265

MISTRZ a) 0,000006 b) 0,0000044 c) 16 d) 0,003 e) 0,4 f) 0,12

➡ 2

poziom A a) $\frac{1}{6}$ b) $-\frac{3}{20}$ c) $\frac{3}{20}$ d) $\frac{6}{77}$ e) $-\frac{4}{21}$ f) $\frac{3}{202}$

poziom B a) 1 b) $-\frac{1}{2}$ c) $-\frac{2}{33}$ d) $1\frac{2}{3}$ e) $2\frac{1}{2}$ f) $-\frac{1}{21}$

poziom C a) $-9\frac{1}{2}$ b) $36\frac{6}{7}$ c) $6\frac{3}{7}$ d) -18 e) $-28\frac{1}{3}$ f) $-8\frac{1}{3}$

poziom D a) $\frac{1}{2}$ b) $-7\frac{1}{2}$ c) -10 d) 8 e) 3,3 f) $7\frac{1}{3}$

poziom E a) -0,047 b) $\frac{2}{5}$ c) 0,044 d) $-\frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{73}$ f) $\frac{6}{125}$

MISTRZ a) $\frac{6}{11}$ b) 0,7 c) $1\frac{1}{4}$ d) 72 e) $\frac{3}{40}$ f) 2441

- 3 a) 0,08 b) 0,8 c) -0,001 d) -1 e) 0,6 f) 0,04 5 a) 6 650 000 b) 665 c) 0,665
 d) -6650 e) 6650 f) -0,665 6 a) 37 471 593 b) 11,11443 c) 7,77 d) 92,15
 7 a) 225,6 b) -0,98 c) 478,55 8 a) -0,5 b) 0 c) -0,5 d) 1

Odpowiedzi

9 a) dodatni b) ujemny c) dodatni 10 992 m

11 a) 12,60 zł b) co najmniej czterech 12 ok. 47 zł 13 $50\frac{7}{9}$ kg $\approx$ 50,78 kg

Dla dociekliwych 1 a) 2 522 880 000 000 000 000 000 b) 246 913 537 820 222 426

c) 121 932 631 112 635 269

Czy już umiem? I a) 1 361 424 000 b) 0,7412 II a) $-\frac{2}{21}$ b) $1\frac{1}{4}$ c) $-\frac{3}{4}$ III 4,50 zł

IV a) A i C b) 125° c) ok. 85° d) rozwarty e) wklęsły f) $\sphericalangle KPT$

s. 136 2. Dzielenie

➔ 1

poziom A a) 500 b) 12 000 c) 90 d) 50 e) 8 f) 40 g) 40 h) 400

poziom B a) $\frac{4}{73}$ b) 2,04 c) $4\frac{2}{27}$ d) 0,12 e) $8\frac{5}{17}$ f) 2,41

poziom C a) 2 r 10 b) 2 r 16 c) 2 r 12 d) 2 r 40 e) 2 r 30 f) 3 r 21

poziom D a) 40 b) 13 c) 3 d) 15 e) 9 f) 7 g) 11 h) 7

MISTRZ a) 231 b) 58 c) 27 d) 125 e) 13 f) 59 g) 2 h) 3

➔ 2

poziom A a) 0,7 b) -80 c) -60 d) 900 e) 0,08 f) 9

poziom B a) -6 b) $-\frac{4}{15}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{4}{15}$ e) $-\frac{2}{21}$ f) $\frac{3}{4}$

poziom C a) $-\frac{4}{5}$ b) $2\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $-1\frac{1}{9}$ f) $\frac{2}{3}$

poziom D a) $\frac{1}{3}$ b) $1\frac{1}{5}$ c) $-\frac{1}{4}$ d) $3\frac{3}{4}$ e) $1\frac{1}{3}$ f) $-1\frac{1}{9}$

MISTRZ a) -46 b) $-\frac{11}{18}$ c) 5 d) 0,025 e) $2\frac{1}{12}$ f) $-\frac{1}{15}$

3 a) 10 b) 10 4 8 5 a) o 3600 zł b) 4 razy 6 a) 11 b) 12 c) 11 min 15 s d) 11,25 zł

e) nie f) $11\frac{1}{4}$ g) Każde dziecko dostanie 11 śliwek, zostanie jedna śliwka.

7 a) 7 b) -3 c) 5 d) -3 8 a) 8 razy b) 35 kg 9 a) 4 b) 27 c) -4 d) 1 10 20°C

11 2,5 razy 12 ok. 2,67 zł

Czy już umiem? I a) -2000 b) $\frac{2}{17}$ c) 20 II a) 700 b) $-\frac{2}{3}$ c) $-1\frac{1}{5}$ III a) 3 b) 2

c) 2,50 zł IV a) IJ b) 2 c) tak d) LM e) OU, QS, NR f) RS, NQ, RU, NO

s. 143 3. Dzielenie pisemne

➔ 1

poziom A a) 251 b) 352 c) 112 d) 243 e) 93 f) 839

poziom B a) 609 b) 208 c) 207 d) 206 e) 409 f) 706

poziom C a) 5,7 b) 0,58 c) 0,614 d) 4,2 e) 6,35 f) 17,3

poziom D a) 0,315 b) 5,625 c) 12,375 d) 12,26 e) 3,15 f) 0,94

MISTRZ a) 48 km 100 m b) 48 godz. 6 min c) 48 zł 10 gr d) 12 km 250 m e) 12 godz. 15 min
f) 12 zł 25 gr

2 a) 2,38 b) 0,0238 c) -238 d) 238 e) 23,8 f) -23,8 g) 23 800 h) 23,8 i) 0,00238

3 2224 zł 4 a) 5 r 3; $5\frac{3}{5}$; 5,6 b) 70 r 1; $70\frac{1}{8}$; 70,125 c) 21 r 3; $21\frac{1}{2}$; 21,5

d) 90 r 3; $90\frac{3}{4}$; 90,75 e) 21 r 3; $21\frac{1}{5}$; 21,2 f) 203 r 3; $203\frac{3}{4}$; 203,75

5 a) 12 r 3 b) 12 c) 13 d) $12\frac{1}{4}$ e) 12,25 zł f) 12 min 15 s 6 14 km 7 42 kg

8 67,5 km 9 Można zapakować 7 książek. Koperta może ważyć maksymalnie 40 g.

10 46,88 zł

Dla dociekliwych 1 10 2 10 r 2 a) 10 r 20 b) 10 r 200 c) 10 r 2000 d) 102 r 6

e) 1028 r 4 f) 1028 r 40

Czy już umiem? I a) 1090 b) 15,3 II 60 r 6; $60\frac{3}{4}$; 60,75 III $18\frac{3}{4}$ IV a) 90 dni

b) 92 dni

s. 149 4. Zaokrąglanie ułamków dziesiętnych. Ułamki okresowe

1 a) 3,5; 41,9; 1,0 b) 117,17; 812,51; 1267,28 c) 7182,716; 73,153; 1,513

2 0,0; 0,1; 0,0; 1,0; 100,0 5 a) 0,203 b) 74,429 c) 67,538 6 a) 22,7 b) 19,2 c) 19,8

8 a) 2 b) 3 c) 1 d) 8 e) 4 f) 6 9 a) 0,(63) b) 0,0(5) c) 0,(072)

10 a) ok. 314 286 razy b) 4750 funtów 11 a) 0,(1); 0,(01); 0,(001) b) 0,(2); 0,(7);

0,(02); 0,(17); 0,(512) c) 0,(09); 0,(15); 0,(009); 0,(216) 12 a) 5 b) 3 c) 6

Dla dociekliwych 1 b) 1495 razy c) 1495 r 16 d) $1495\frac{16}{17}$ 2 $115\frac{9}{23}$

Czy już umiem? I a) 30 b) 28,31 c) 28,313 II 12,3 III 0,(72)

IV a) 1 km = 1000 m = 10 000 dm b) 1 m = 100 cm = 1000 mm c) 3 cm = 0,03 m

d) 27 m = 0,027 km e) 1 kg = 100 dag = 1000 g f) 12 dag = 0,12 kg

g) 2,3 kg = 2300 g h) 14 g = 1,4 dag i) $1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha} = 10 000 \text{ a}$

j) $1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10 000 \text{ m}^2$ k) $13 \text{ ha} = 130 000 \text{ m}^2$ l) $23 \text{ ha} = 2300 \text{ a}$

s. 155 5. Ułamek liczby

➔ 1

poziom A a) 20 b) 12 c) 3 d) 12 e) $4\frac{2}{3}$ f) $7\frac{1}{2}$ g) 14 h) 90 i) 3

poziom B a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{17}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{3}$ f) $\frac{9}{10}$

poziom C a) 36 b) 49 c) 250 d) 35 e) $10\frac{2}{3}$ f) 80

poziom D a) 36 b) 8 c) $\frac{5}{41}$ d) 180 e) $\frac{2}{3}$ f) 36 g) 49 h) $\frac{3}{10}$

2 a) 31,2 b) 2,72 c) 39 3 a) 5558 b) 900 4 12

5 a) $\frac{1}{10}$ b) ok. 180 tys. par c) 300 par 6 a) 2,5 kg b) $\frac{14}{33}$

7 $\frac{7}{260}$ 8 a) 22 b) 9 c) 111 d) 21 e) 121 f) 120 9 a) $\frac{3}{4}$

b) Maciek zebrał 1,5 raza więcej znaczków. c) Ola: 16, Magda: 4 10 45 11 $\frac{2}{5}$

Dla dociekliwych 1 $\frac{9}{40}$ 2 $\frac{31}{40}$ 3 tak 4 $\frac{1}{5}$

Czy już umiem? I a) $12\frac{1}{2}$ b) 6 c) 220 II $\frac{2}{5}$ III 4 IV 15 km

s. 162 **6. Ułamek liczby – zadania**

1 3 zł 2 1 zł 3 60 zł 4 1960 r.: 30 mln, 1990 r.: 38 mln 5 333 zł

6 a) 10 747,50 zł b) 7437,60 zł c) 307,75 zł d) 10 719 zł 7 a) 40 s b) 40 s c) 10 min

8 70 9 $17\frac{2}{3}$ cm, $70\frac{2}{3}$ cm 10 a) Ania: 21 zł, Justyna: 14 zł, Kasia: 10,50 zł b) 45,50 zł

11 12 punktów 12 8 km

Dla dociekliwych 1 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{5}$ 2 $\frac{1}{4}$ 3 W pierwszym naczyniu było 1,6 litra soku, a w drugim 0,8 litra.

Czy już umiem? I 36 litrów II a) 843,50 zł b) 233,20 zł III 71 zł IV 96 cm^2

s. 165 **7. Kolejność wykonywania działań**

Ćwiczenia: 1 a) $-\frac{5}{6}$ b) 3 2 a) 1,25 b) 1 3 a) 2 b) -0,2

Zadania: 1 a) 118 b) 7590 2 a) 6 b) 10 c) 4 d) 4 3 a) 18 b) 23 c) -62 d) -4

4 a) $-3\frac{7}{12}$ b) -1 5 I – C, II – A, III – D, IV – B 7 a) 140 b) 2700 c) 34 d) 55

8 a) $17\frac{1}{9}$ b) 0,1 c) 3,8 d) -5 9 a) 10 b) -1 c) -0,08 d) $-\frac{2}{3}$

Dla dociekliwych 1 I – C, II – B, III – D, IV – A 2 Adamowi i Bartkowi, Czarkowi i Darkowi 3 A i E, B i D, C i F

Czy już umiem? I a) $-4\frac{1}{2}$ b) -0,77 II a) $3\frac{2}{3}$ b) $-2\frac{2}{9}$ III D IV 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

s. 170 **Powtórzenie przed klasówką**

1 a) 4170 b) 510 450 c) $-\frac{1}{9}$ d) 8 e) -526 f) 1 2 a) 8 b) 32 3 3

4 a) 0,5 b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{9}$ d) 0,0001 e) 109 f) 10,9 g) $\frac{5}{8}$ h) $-\frac{27}{64}$ i) 0,9

5 a) 9,45 b) $\frac{2}{55}$ 6 2082,20 zł 7 62 cm 8 15 km 9 3 940 zł 10 193,63

11 a) $x = 50$ b) $x = 3\frac{4}{7}$ c) $x = \frac{1}{20}$ d) $x = -34$ e) $x = -9$ f) $x = 70$

12 tata: 15 min, brat: 60 min = 1 godz. 13 a) $6\frac{1}{4}$ b) $-18\frac{10}{27}$ c) -4 14 $61,44\text{ cm}^2$

15 a) 5,(6) b) 0,(21) 16 21 r 5; $21\frac{5}{8}$; 21,625 17 19,2 litra

18 a) 0 b) $-\frac{2}{3}$ 19 1000,0 20 z VI b

s. 172 **Zadania na temat...**

1 50 000 par 2 ok. 4,5 miesiąca 3 od 170 cm do 210 cm 4 od 0,95 m do 1,1 m
5 w listopadzie lub grudniu 6 ok. 66 km 9 Trasa byłaby krótsza o ok. 500 km.
11 ok. 195 000

s. 174 **Zadania na deser**

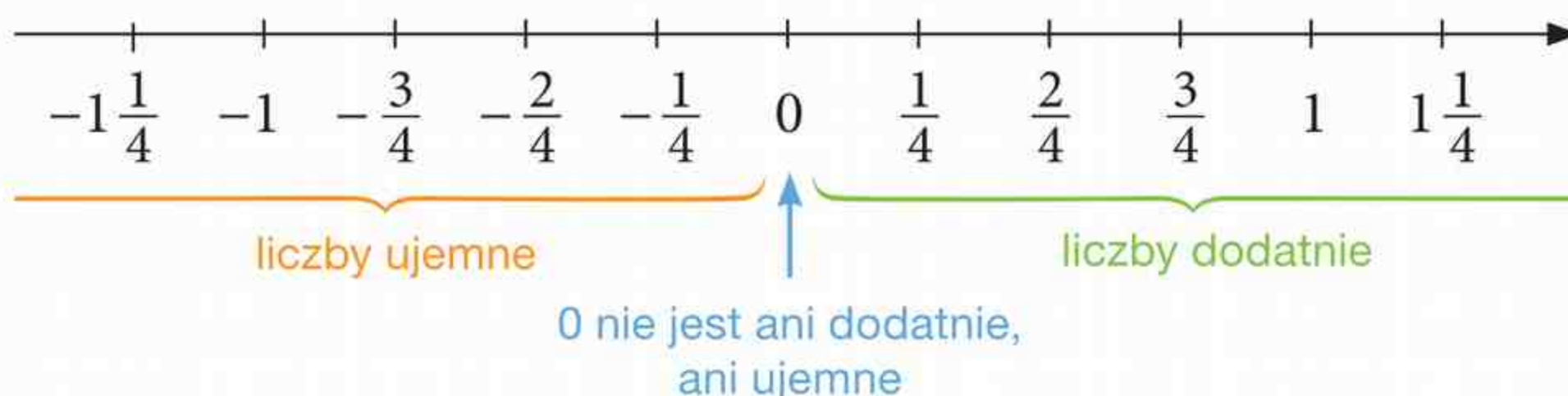
1 74 2 24 uczniów 3 4 godz. 12 min 4 17.02 5 a) 1 b) 0
6 największa: 2, najmniejsza: $-\frac{3}{2}$ 7 np. -10, 12, -7 8 np. 6, -11, 8
9 tak, np. -1, -2, -3; tak, np. -1, 2, -3 10 nie 11 nie 12 np. -0,405 13 2
14 II 15 37 zł

Zdjęcia: BE&W: Alamy Stock Photo - blickwinkel s. 173 (bocian 3), Photononstop s. 173 (bocian 1), Prisma by Dukas Presseagentur GmbH s. 173 (bocian 2), BEW STOCK/Włodarczyk Jan s. 47; **Getty Images:** Caiaimage/Tom Merton - okładka, iStock/Getty Images Plus - AM-C s. 75, janzwolinski s. 66, tatniz s. 7 (termometr), TonyBaggett s. 41; **Panthermedia:** Elena Elisseeva s. 7 (dziewczynka); **Shutterstock:** 9dream studio s. 15 (spinacze), aabeele s. 172, Aleksandr Fostic s. 101 (maraton), Alexander Yu. Zotov s. 120, Ana del Castillo s. 51 (wulkan), Anastasiya 99 s. 94 (dłoń), Andrei Mayatnik s. 8 (białe karteczki), Andrey_Kuzmin s. 36 (stary papier), Anton Gemini s. 29 (okręt), Anton Gvozdikov s. 152, Artur Bociarski s. 22 (Ojcowski Park Narodowy), baibaz s. 133 (rzodkiewka 1), BarboS s. 62 (czarny kalkulator), Borodatch s. 52, Bozena Fulawka s. 94 (spinacze, tło), Carlos Amarillo s. 36 (drzwi 1), Chachamp s. 62 (zielony kalkulator), Compact Background s. 8 (spinacze, kaktus), d1sk s. 22 (kamienne przyciski), Daniel Prudek s. 46, David Dohnal s. 156 (puszczyk), Delpixel s. 159 (baby), Didecs s. 159 (stół), Dziewul s. 22 (zamek w Mirowie), Elena Schweitzer s. 36 (drzwi 2, drzwi 3), Elina Li s. 108 (ilustracja 2), elwynn s. 108 (ilustracja 1), Eric Isselee s. 51 (mewa 3), s. 156 (puchacz), FabrikaSimf s. 8 (mazak), Firma V s. 51 (chłopiec), Francis Bossé s. 156 (płomykówka), Gelpi s. 15 (pionek), George Rudy s. 15 (gracz), Getmilitaryphotos s. 51 (mewa 2), gigule s. 123, Golubovy s. 94 (olówki), Goodmoments s. 15 (tabliczki), Goran Bogicevic s. 36 (stare klucze), Jacek Fulawka s. 133 (pomidor), janniwet s. 22 (chmury), Katerina Havelkova s. 9 (winda), LightField Studios s. 133 (warzywa), Lyudmyla Kharlamova s. 133 (karteczka), Macrovector s. 29 (marynarz), Mallmo s. 62 (przedmioty biurowe), Mauro Carli s. 77 (szachownica), Melica s. 133 (jajko), Memory Stockphoto s. 108 (przybory do rysowania), My Life Graphic s. 36 (tabliczki), Myotis s. 9 (termometr), Natali Snailcat s. 29 (nurkowie, rafa, ryby, palmy), noreefly s. 36 (las), Peter Wollinga s. 51 (mewa1), Reamolko s. 159 (tapeta), Ryan Rodrick Beiler s. 48, S_Photo s. 140 (pieczywo), Shane Gross s. 85, tanya_morozz s. 133 (rzodkiewka 2), tatniz s. 7 (termometr), Tayka_ya s. 29 (papuga), totheroofphoto s. 101 (tablica informacyjna), Twin Design s. 77 (przybory szkolne), Vitaly Korovin s. 62 (pomarańczowy kalkulator), vladis.studio s. 62 (przyciski), YoPixArt s. 29 (tukan); Matthew Heinrichs s. 66; **Maciej Wróbel** s. 121.

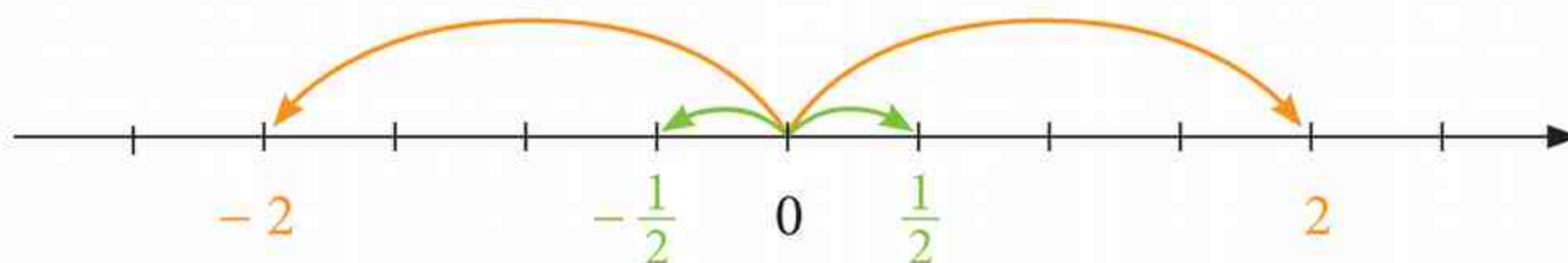
Wydawnictwo dołożyło wszelkich starań, aby odnaleźć posiadaczy praw autorskich do wszystkich utworów zamieszczonych w podręczniku. Pozostałe osoby prosimy o kontakt z Wydawnictwem.

| Imię i nazwisko | | Klasa | Rok szkolny |
|-----------------|-------|-------|-------------|
| 1. | | | |
| 2. | | | |
| 3. | | | |

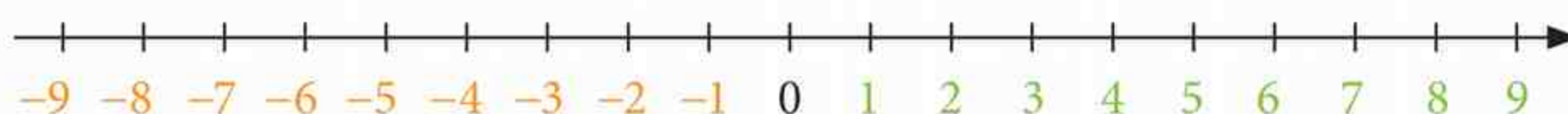
LICZBY DODATNIE I UJEMNE



Liczby przeciwne są położone na osi liczbowej w tej samej odległości od zera, ale po jego przeciwnych stronach. Liczbą przeciwną do 0 jest 0.



Liczby całkowite to wszystkie liczby naturalne oraz liczby przeciwne do naturalnych.



Wartość bezwzględna liczby jest równa jej odległości od zera na osi liczbowej.

