

8

Matematyka
z kluczem 

Marcin Braun, Agnieszka Mańkowska,
Małgorzata Paszyńska

Zeszyt ćwiczeń

DO MATEMATYKI
DLA KLASY ÓSMEJ SZKOŁY PODSTAWOWEJ

*nowa
era*

Twoje mocne strony

Druga Nowa Era.

Nigdy hym nie publikowała publicznie książek wydawnictw, które działają na uczciwych zasadach.

Wasza firma jednak promuje masowy druk, całkowicie niepotrzebnych książek, które mogłyby zastąpione wersjami elektronicznymi!

Co prawda e-booki są dostępne na waszej stronie, jednak:

- W przeciwieństwie do fizycznej książki, licencja na e-book kończy się po roku. Oznacza to, że jeżeli moja córka chciałaby powtórzyć sobie całą wiedzę do matury, musiałabym jej kupić wszystkie wasze książki od nowa.
- Wszelkich e-booków nie da się pobrać! Wymagają one dostęp do internetu, co uniemożliwia ich użycie na naszej wsi, gdzie zasięg jest ograniczony.
- Wasze e-booki sprzedawane są po tej samej (albo wyższej) cenie co regularne książki. Cena e-booka powinna być niższa, gdyż e-booki wymagają elektronicznego czytnika (tabletu)!

Czas rozpocząć nową erę (o ironio), w której papier nie jest bezcennie marnowany dla piątki. Przedstawiam e-book, który spełnia wszystkie oczekiwania uczniów.

Dbajmy o środowisko, zróbmy to dla młodych pokoleń.

Wstęp

Zeszyt ćwiczeń jest ściśle związany z podręcznikiem *Matematyka z kluczem*. Do każdego z 34 tematów z podręcznika przygotowaliśmy zestawy zadań: łatwiejszy na stronie zielonej, trudniejszy – na niebieskiej oraz na medal – pod kodami QR prowadzącymi do portalu docwiczenia.pl. Dodatkowo w publikacji umieściliśmy dwa zestawy powtórzeniowe po szkole podstawowej, które będą pomocne w przygotowaniu do egzaminu ósmoklasisty.

Po każdym dziale zamieściliśmy blok zadań *Sprawdź, czy potrafisz*, których rozwiązanie pomoże Ci przygotować się do pracy klasowej. W publikacji znajdziesz zadania typu egzaminacyjnego, dzięki czemu możesz sukcesywnie się z nimi oswajać. W części *Jak na egzaminie* zebraliśmy zadania, które wystąpiły na egzaminach i są już w zasięgu Twoich możliwości.

 Kolor zielony:
Rozgrzewka, czyli
zadania łatwiejsze.

 Kolor niebieski:
Trening, czyli zadania
trudniejsze.

Na końcu tematu
zadanie typu egza-
minacyjnego wraz
ze wskazówkami
(pod kodem QR).

Na medal,
zadania na stronie
docwiczenia.pl.

Zadania typu
egzaminacyj-
nego: „TAK/NIE,
ponieważ
A/B/C”.

Zadania wzorowane na
egzaminacyjnych, typu:
„PRAWDA/FALSZ” i wielo-
krotnego wyboru.

Przy każdym
zadaniu informacja,
kiedy wystąpiło ono
na egzaminie lub
w arkuszach przygo-
towawczych.

Część zadań pochodzi
z egzaminów ósmo-
klasisty, gimnazjalnych,
a część z egzaminów
próbnych i przykłado-
wych arkuszy.

 zadania wymagające
złożonych obliczeń

Spis treści

I. STATYSTYKA I PRAWDOPODOBIENSTWO

1. Diagramy i wykresy	6
2. Średnia arytmetyczna	10
3. Zbieranie i porządkowanie danych	14
4. Czy statystyka mówi prawdę	18
5. Proste doświadczenia losowe	22
<i>Sprawdź, czy potrafisz</i>	26
<i>Jak na egzaminie</i>	28

II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I RÓWNANIA

1. Liczby na osi liczbowej	30
2. Wyrażenia algebraiczne	32
3. Mnożenie sum algebraicznych	34
4. Równania	36
<i>Sprawdź, czy potrafisz</i>	38
<i>Jak na egzaminie</i>	39

III. FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE

1. Własności kątów	41
2. Kąty – zadania	44
3. Twierdzenie matematyczne i jego dowód	48
4. Nierówność trójkąta	50
<i>Sprawdź, czy potrafisz</i>	52
<i>Jak na egzaminie</i>	54

IV. WIELOKĄTY

1. Figury przystające	55
2. Cechy przystawania trójkątów	57
3. Przystawanie trójkątów w dowodach twierdzeń	59
4. Wielokąty foremne	61
<i>Sprawdź, czy potrafisz</i>	63
<i>Jak na egzaminie</i>	64

V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA

1. Graniastosłupy	65
2. Objętość graniastosłupa	69
3. Pole powierzchni graniastosłupa	71
4. Ostrosłupy	74
5. Objętość ostrosłupa	77
6. Pole powierzchni ostrosłupa	79
7. Graniastosłupy i ostrosłupy – zadania	83
8. Bryły – zadania	88
<i>Sprawdź, czy potrafisz</i>	91
<i>Jak na egzaminie</i>	93

VI. ZESTAWY POWTÓRZENIOWE

1. Zestaw 1	95
2. Zestaw 2	100

VII. KOŁA I OKRĘGI. SYMETRIE

1. Długość okręgu	104
2. Pole koła	106
3. Długość okręgu i pole koła – zadania	108
4. Oś symetrii i środek symetrii	112
5. Symetralna odcinka i dwusieczna kąta	115
<i>Sprawdź, czy potrafisz</i>	118

VIII. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1. Reguła mnożenia	119
2. Zastosowania reguły mnożenia	121
3. Obliczanie prawdopodobieństwa	125
4. Kombinatoryka a prawdopodobieństwo	127

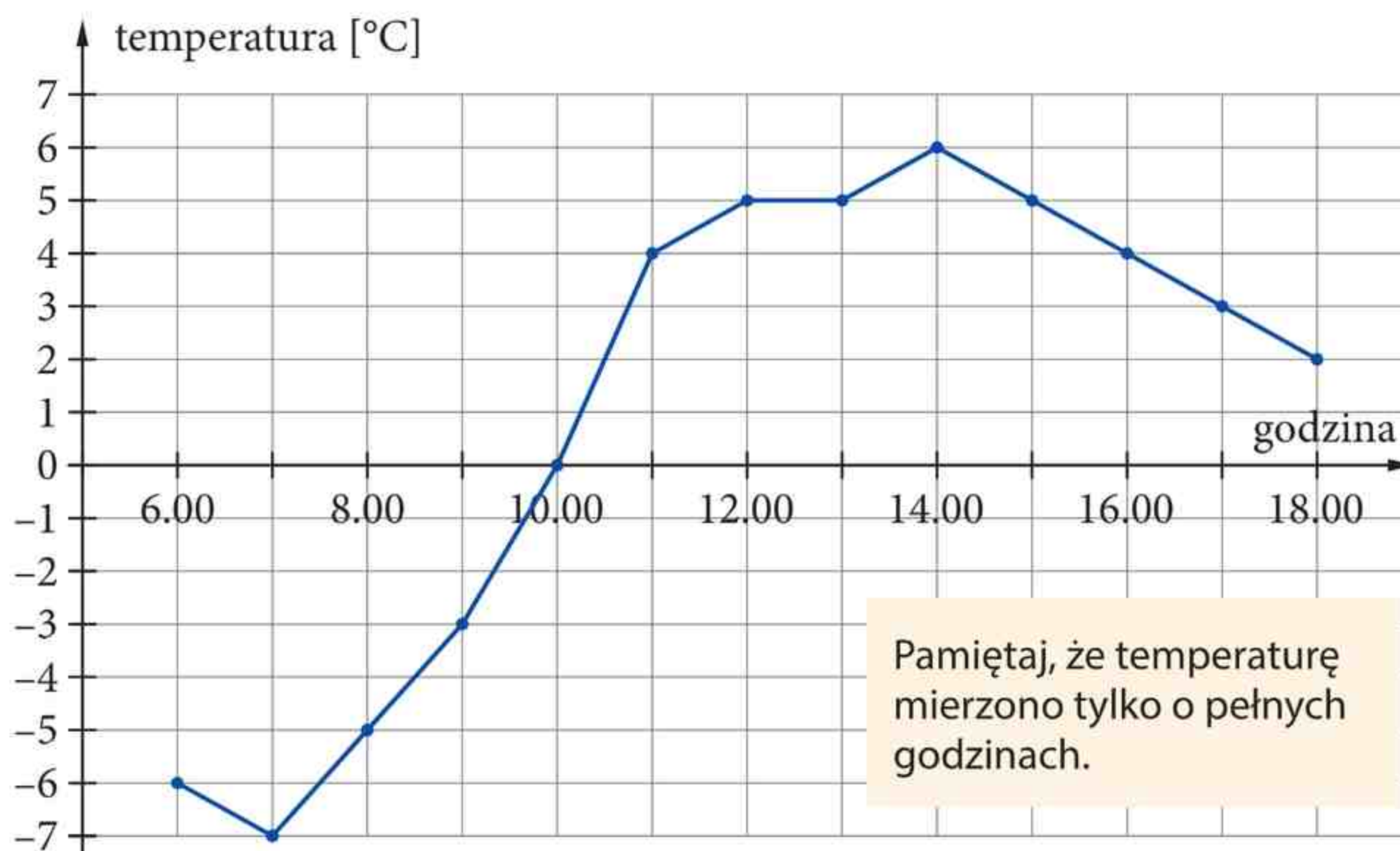
Odpowiedzi do zadań *Na medal*



Wpisz kod na:
docwiczenia.pl
Kod: M8YFFQ



- 1 Na wykresie przedstawiono temperaturę mierzoną co godzinę pewnego dnia w lutym w Ottawie. Odpowiedz na pytania, korzystając z informacji umieszczonych na wykresie.



W jakich godzinach temperatura spadała? _____

O której godzinie zanotowano najwyższą temperaturę? _____

Jaka to była temperatura? _____

O której godzinie zanotowano najniższą temperaturę? _____

Jaka to była temperatura? _____

W jakich godzinach temperatury były ujemne? _____

O których godzinach notowano temperaturę 4°C? _____

Wyjaśnij, dlaczego na podstawie tego wykresu nie można odpowiedzieć na pytanie, jaka temperatura była o 12.30. _____

- 2 Pokoloruj diagram zgodnie z legendą i wpisz na nim odpowiednie liczby. Uzupełnij brakujące dane.

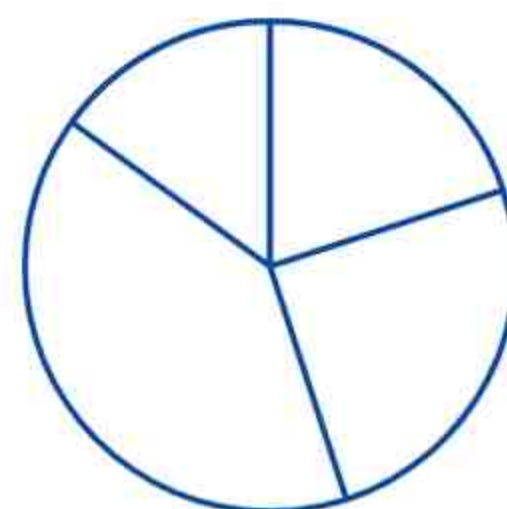
Co jesz na drugie śniadanie?

kanapkę – 40%

batonik zbożowy – 15%

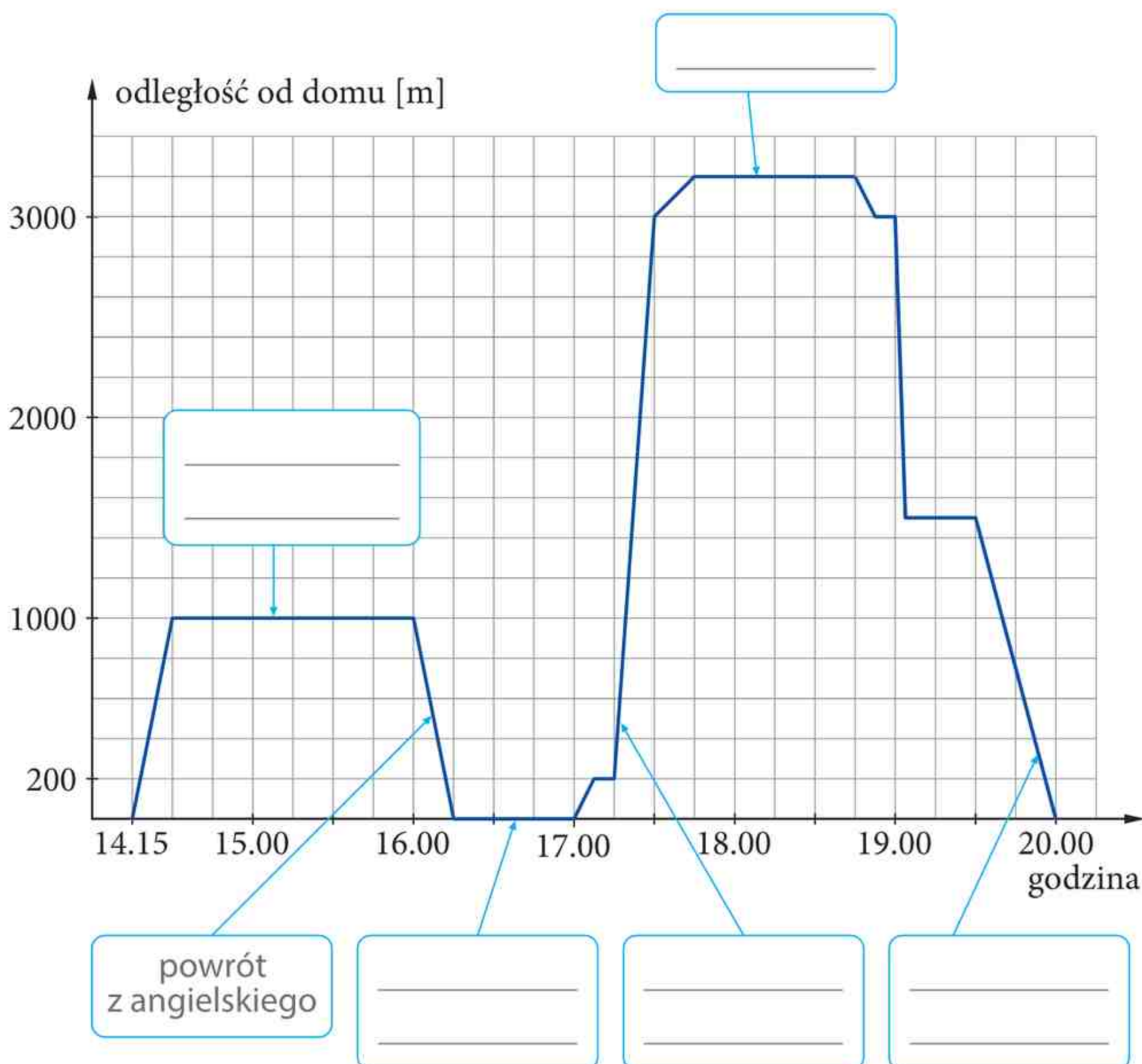
owoce lub sałatkę – 25%

inne – _____%



- 3 Wykres przedstawia, w jakiej odległości od domu znajdował się Maciek o różnych godzinach w czwartek po południu. Tego dnia o godzinie 14.15 Maciek wyszedł na angielski, który zaczynał się o 14.30, potem wrócił do domu i zjadł obiad. Następnie poszedł na przystanek i pojechał autobusem na trening. Wracając z treningu, wysiadł z autobusu wcześniej i poszedł do kolegi z klasy, razem odrobili chemię, po czym Maciek wrócił do domu na piechotę.

Podpisz wskazane fragmenty wykresu, a następnie odpowiedz na pytania.



O której godzinie Maciek wrócił do domu na obiad? _____

Ile czasu był w domu? _____

Ile czasu był na angielskim? _____

Ile czasu był na treningu? _____

Ile czasu Maciek czekał na autobus w drodze na trening? _____

Ile czasu jechał autobusem na trening? _____

- 4 Odpowiedz na pytania, korzystając z wykresu z zadania 3.

Jak daleko od Maćka mieszka kolega, z którym odrabiał chemię? _____

Dokąd Maciek ma dalej: na angielski czy do kolegi? _____

Na podstawie wykresu można obliczać prędkości, z jakimi poruszał się Maciek.

Droga na angielski: 1 km, czas: 15 min, prędkość: $\frac{1 \text{ km}}{15 \text{ min}}$, czyli $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Oblicz podobnie.

Prędkość, z jaką Maciek wracał od kolegi do domu:

droga: _____, czas: _____, prędkość: _____.

Przybliżona średnia prędkość, z jaką jechał autobus na trening:

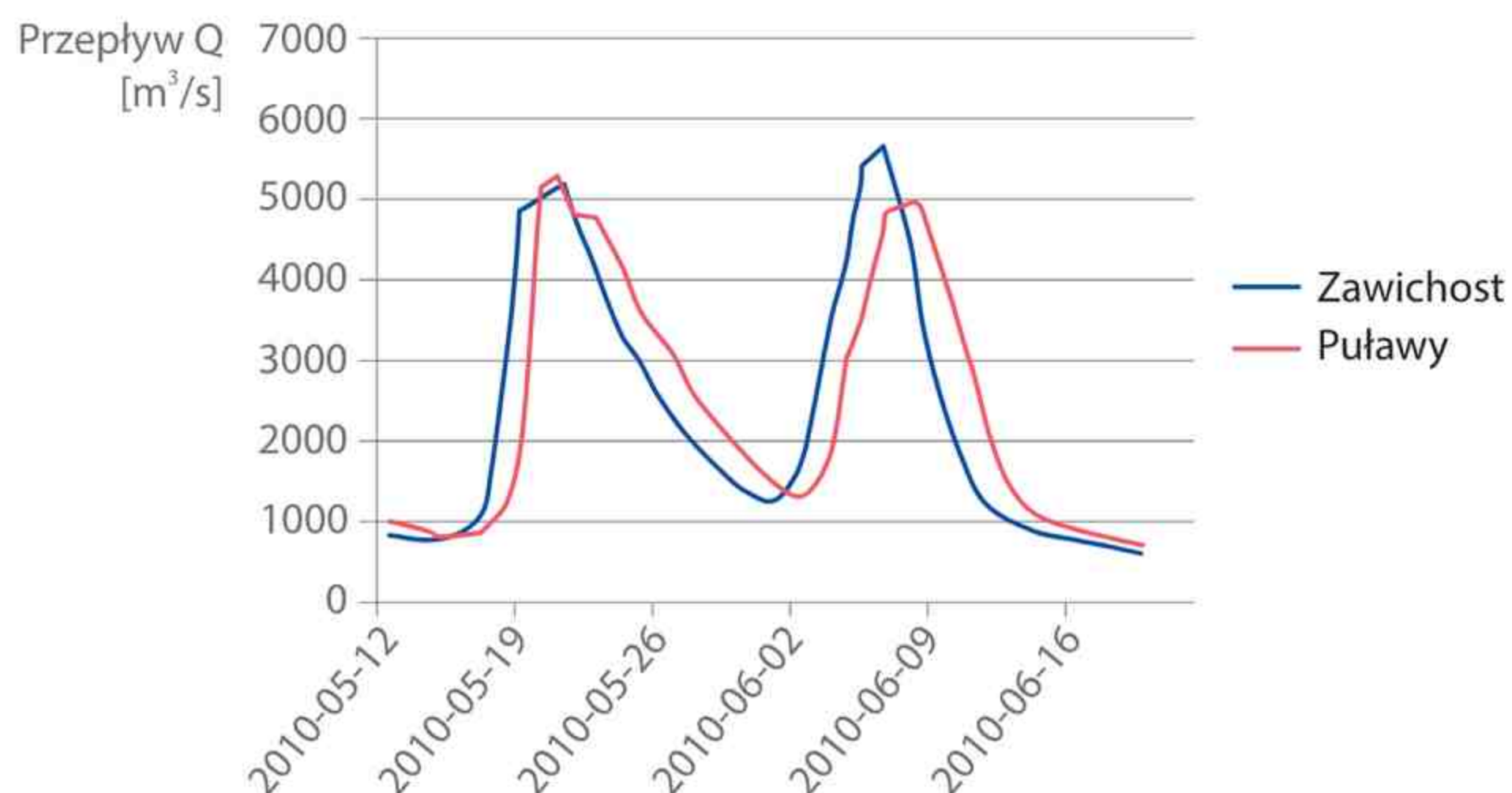
droga (zaokrąglona do pełnych kilometrów): _____,

czas: _____, prędkość: _____.

Informacja do zadań 5–7

Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej regularnie przeprowadza pomiary stanu wód w głównych rzekach Polski. Poziom wody w Wiśle oraz jej przepływ (czyli ile metrów sześciennych wody przepływa w ciągu sekundy przez dane miejsce) są mierzone m.in. w Zawichoście, Puławach i Warszawie. W Zawichoście średni przepływ, czyli ilość wody przepływającej przez poprzeczny przekrój rzeki, wynosi około $450 \text{ m}^3/\text{s}$. Późną wiosną 2010 roku w Polsce wystąpiły powodzie spowodowane dużymi opadami.

- 5 Przeanalizuj wykres pokazujący przepływ wody zanotowany w wybranych dniach w Zawichoście i Puławach i odpowiedz na pytania.



Źródło: Określenie warunków przejścia wielkich wód w rzekach regionu wodnego Wisły Środkowej z uwzględnieniem wielkości przepływów charakterystycznych w profilu Zawichost, IMiGW, 2012

I.2 Średnia arytmetyczna

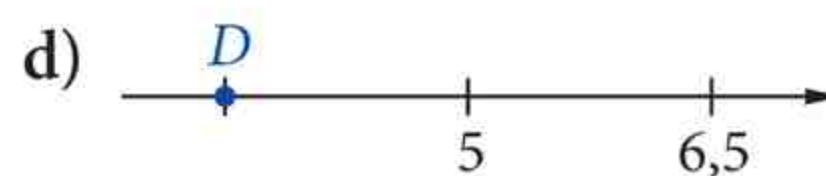
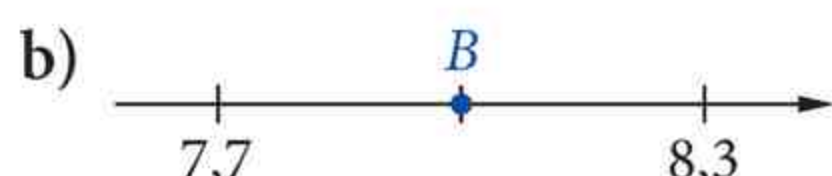
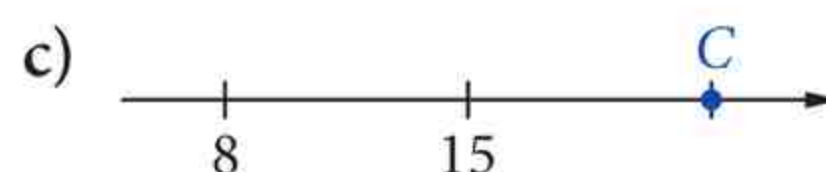
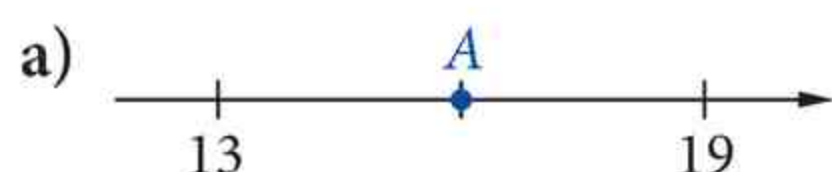


Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: M8UU5U

1 Uzupełnij tabelę.

Imię i nazwisko	Ocen					Suma ocen	Liczba ocen	Średnia ocen
Julia Kochańska	5	4	2	6	5			
Tomasz Sierpiński	6	5	nb	nb	4			
Adam Kuratowski	4	4	3	6	nb			

2 Na osi zaznaczono dwie liczby i ich średnią arytmetyczną. Zapisz liczbę, którą oznaczono literą.



3 Uzupełnij okienka tak, aby średnia arytmetyczna każdej pary liczb wynosiła 4.

5

4,2

4

4 Poniżej pokazano zestaw uporządkowanych danych. Skreślaj po tyle samo liczb z obu końców, aby znaleźć medianę.

a) 0, 0, 0, 3, 3, 4, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 13, 13, 13, 14, 17, 22, 23, 24, 28, 32, 32, 32, 40

Mediana podanego zestawu liczb: _____

b) 1, 3, 4, 4, 4, 5, 8, 8, 8, 8, 9, 12, 12, 13, 13, 14, 14, 23, 23, 23, 25, 70

Mediana podanego zestawu liczb: _____

5 Uzupełnij tabelę.

Dane surowe	Dane uporządkowane (otocz medianę lub podkreśl liczby potrzebne do jej obliczenia)	Mediana
3, 5, 11, 2, 8		
4, 7, 0, 0, 2, 2		
5, 128, 777, 2, 11, 9		

- 6 Bartek i Gosia zadali kilku znajomym pytanie: „Ile psów lub kotów mieszka w twoim domu?”. Poniżej pokazano odpowiedzi, które uzyskali. Przepisz je w sposób uporządkowany i podaj mediany tych zestawów liczb.

	Wyniki ankiety
Bartek	1, 0, 2, 0, 0, 3, 1
Gosia	7, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 0, 0, 1

Bartek: _____

Gosia: _____

mediana: _____

mediana: _____

- 7 Ania przeprowadziła badanie. Zapytała wszystkich w klasie, ile mają dziś ze sobą długopisów. Wyniki przedstawiła na diagramie, uwzględniła w nich również swoją odpowiedź. Korzystając z diagramu, uzupełnij tabelę i napisz, czy dziś w klasie Ani na jednego ucznia przypadają więcej niż 2 długopisy.



Liczba długopisów u jednego ucznia	Liczba osób, które mają tyle długopisów	Liczba długopisów u tych uczniów
0	2	$0 \cdot 2 = 0$
1		
2		
3		
4		$4 \cdot 1 = 4$
5	1	
RAZEM		

Wszystkich długopisów w klasie jest _____, a osób w klasie jest _____.

Średnio na osobę przypada _____ długopisu, czyli _____ niż 2 długopisy.

- 8** Uzupełnij oceny w ostatniej kolumnie tak, aby zgadzała się obliczona średnia.

Imię i nazwisko	Oceny					Suma ocen	Liczba ocen	Średnia
Klaudia Banach	5	3	2	4				4,0
Wojciech Borsuk	3	nb	5	5				4,25
Anna Mazur	nb	5	nb	3				4,67

[illegible]

- 9** Uzupełnij puste okienka tak, aby średnia każdego zestawu liczb wynosiła 4.

A horizontal number line with arrows at both ends, labeled from 0 to 10. Below the line, there are six boxes. The first four boxes contain the number 4, the fifth box contains the number 2, and the sixth box is empty.

0 4

2 3 18

0 3 5 6

- 10** W drużynie harcerskiej średnia wieku piętnastu harcerzy wynosi 13 lat, a jeśli uwzględnimy również drużynowego, to średnia ta wzrośnie do 13,5 roku. Ile lat ma drużynowy? Uzupełnij tabelę i rozwiąż zadanie.

	Liczba osób	Średnia wieku	Łączny wiek
Harcerze bez drużynowego			
Harcerze z drużynowym			

Wiek drużynowego: _____

[illegible]

11 Na diagramie przedstawiono oceny z klasyfikacji uczniów pewnej klasy. Przeanalizuj diagram i odpowiedz na pytania.

Ile osób otrzymało jedynki? _____

Ile osób otrzymało dwójki? _____

Ile osób otrzymało trójki? _____

Ile osób pisało klasówkę? _____

Oblicz średnią wszystkich ocen. _____

Wyobraź sobie, że piszących klasówkę ustawiamy w szeregu według uzyskanych ocen – od najniższej do najwyższej – i wydajemy komendę „kolejno odlicz”. Jaki numer ma osoba stojąca w środku? _____

Jaką ocenę dostała ta osoba? _____

Jaka jest mediana tego zestawu danych? _____

[illegible]

E 12 Ośmiu uczniów wykonało dodatkową pracę domową. Dwóch z nich otrzymało za to piątki, a pozostali dostali szóstki.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Średnia ocen za tę pracę wynosi

A. 5,5.

B. 5,75.

Jeśli jeszcze dwóch nieobecnych wcześniej uczniów odda tę pracę i jeden z nich dostanie piątkę, a drugi szóstkę, to średnia ocen za tę pracę

C. wzrośnie.

D. zmaleje.



Wskazówka (E)
docwiczenia.pl
Kod: M8UUE1



Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8WUMP

Zbieranie i porządkowanie danych



Ania z 8a, Bartek z 8b i Czarek z 8c zebrali w swoich klasach informacje o wynikach ostatniej klasówki z matematyki. Dostali odpowiedzi od wszystkich uczniów ze swoich klas. Zapisali wyniki z uwzględnieniem własnych ocen. Podsumuj dane zebrane przez każdego z uczniów (pomiń plusy i minusy przy ocenach). Przedstaw je w tabeli oraz na diagramach.

Wyniki klasówki z matematyki, klasa 8a:

Ocena	1	2	3	4	5	6
Odpowiedzi		L	□□	□□L	□	L
Razem						

Wyniki klasówki z matematyki, klasa 8b:

Ocena	1	2	3	4	5	6
Odpowiedzi			\	\		
Razem						

Wyniki klasówki z matematyki, klasa 8c:

5-, 3, 3-, 4, 5, 1, 5-, 4+, 5-, 3-, 3+, 5, 3-, 2, 6, 6-, 4, 5, 5, 4-, 4+, 5, 3, 3+, 4+

Wyniki klasówki z matematyki:

Klasa 8a

Ocena	Liczba osób
1	
2	
3	
4	
5	
6	



Średnia ocen z klasówki w klasie 8a:

[illegible]

Klasa 8b

Ocena	Liczba osób
1	2
2	
3	8
4	
5	3
6	



Średnia ocen z klasówki w klasie 8b:

Klasa 8c

Ocena	Liczba osób
1	
2	1
3	
4	6
5	
6	2



Średnia ocen z klasówki w klasie 8c:

Klasy 8a, 8b i 8c razem

Ocena	Liczba osób
1	
2	
3	23
4	
5	18
6	



Średnia ocen z klasówki we wszystkich trzech klasach:



- 2 W pewną upalną sobotę w lodziarni „Inuita” sprzedano bardzo dużo porcji lodów. Najwięcej, bo aż 108, stanowiły porcje po dwie gałki. Sprzedano także 80 porcji jednogałkowych i 84 porcje trzygałkowe. Wyraźnie mniej chętnych było na porcje po cztery gałki, bo zamówiono ich tylko 27. Za to rekordowy łakomczuch kupił sobie porcję złożoną z aż siedmiu gałek.

Zapisz dane w tabeli I i na jej podstawie sporządź diagram słupkowy.

Oblicz, ile wszystkich porcji sprzedano.

Uzupełnij tabelę II i na jej podstawie narysuj procentowy diagram kołowy.

Tabela I

Liczba gałek	1	2	3	4	5	więcej
Sprzedane porcje						

Liczba wszystkich sprzedanych porcji: _____

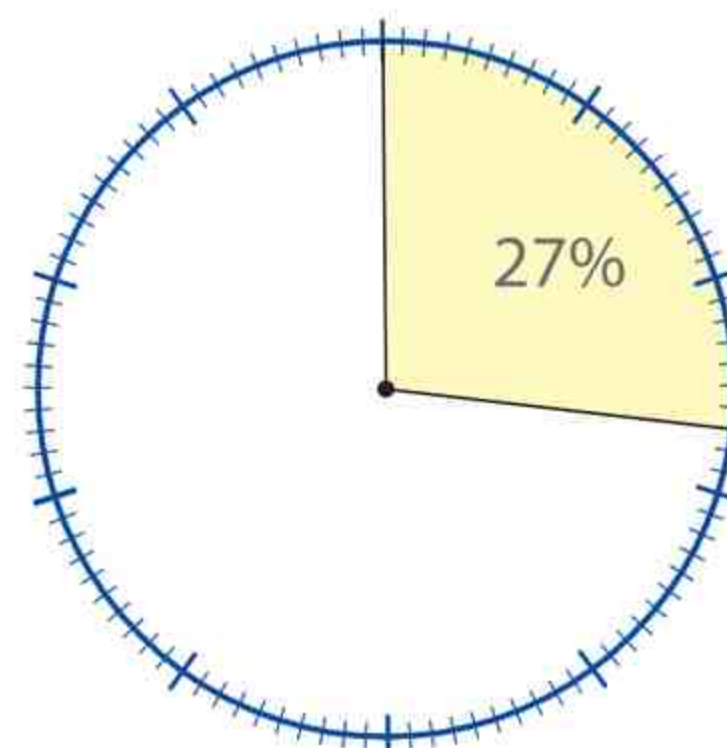
Tabela II

Liczba gałek	1	2	3	4	5	więcej
Procent liczby sprzedanych porcji	27%					

Diagram I



Diagram II



Oblicz, ile średnio gałek przypadało na jedną porcję.

- 3 Przeprowadź własne badanie. Zapytaj wszystkich uczniów swojej klasy na przykład o ulubiony gatunek muzyczny albo ulubiony kolor. Wyniki zapisz w poniższej tabeli. Następnie przedstaw wyniki na diagramach słupkowym i kołowym.

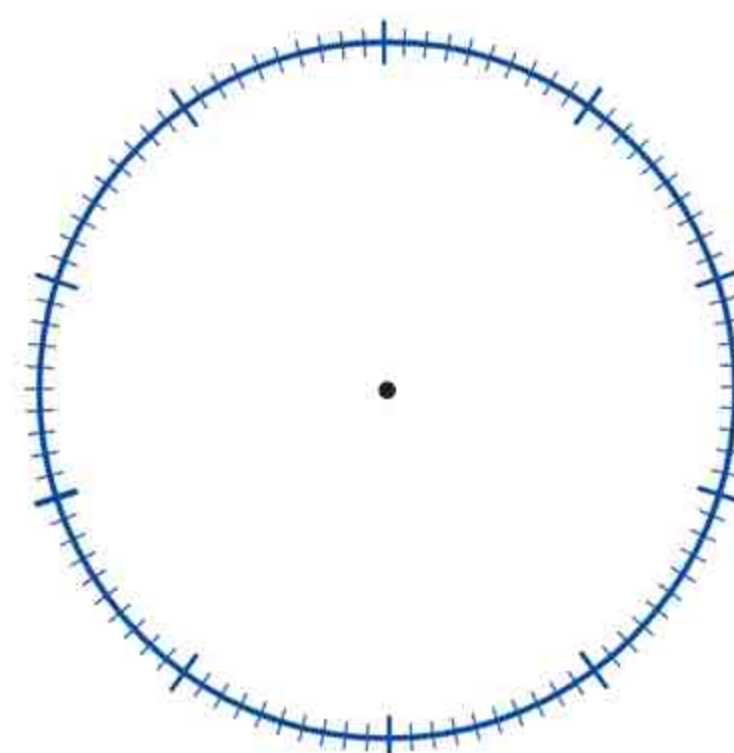
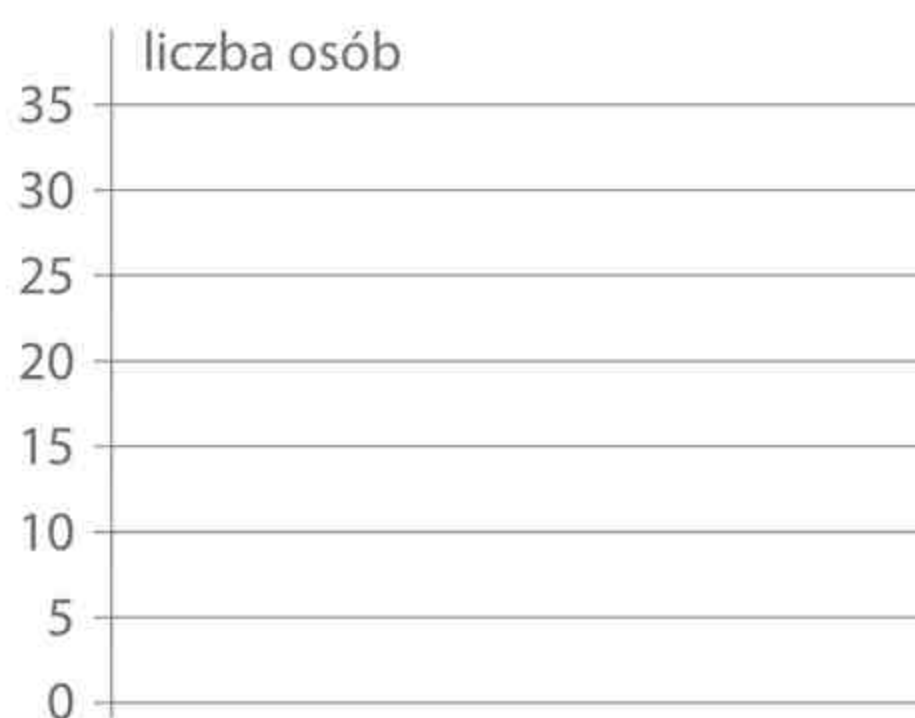
Temat badania: _____

Liczba uczniów w klasie: _____

Pytanie: _____

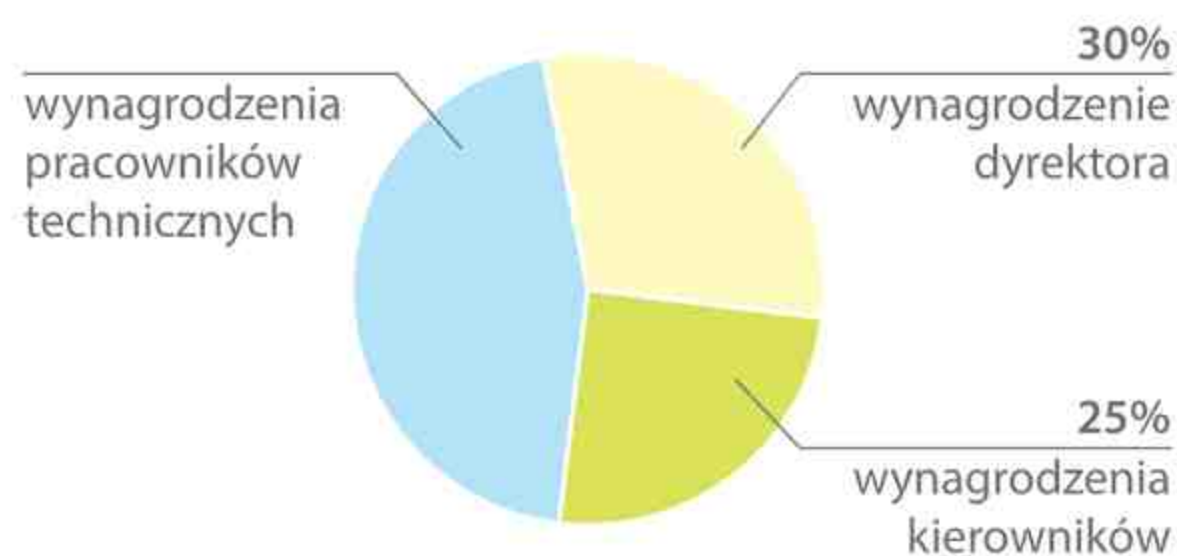
Odpowiedzi do wyboru: _____

				Inne



- 4 W pewnej firmie było zatrudnionych w sumie 12 osób: dyrektor, dwóch kierowników otrzymujących jednakowe pensje i pracownicy techniczni. Ich miesięczne wynagrodzenia wynosiły w sumie 50 000 zł. Podział tej kwoty w zależności od stanowiska przedstawia diagram.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.



Pensja pracownika technicznego była o 20% wyższa od pensji kierownika.	P	F
Pensja kierownika w tej firmie wynosiła 6250 zł.	P	F



Wskazówka

docwiczenia.pl
Kod: M87L63



Na medal

docwiczenia.pl
Kod: M8EUW2

I.4 Czy statystyka mówi prawdę

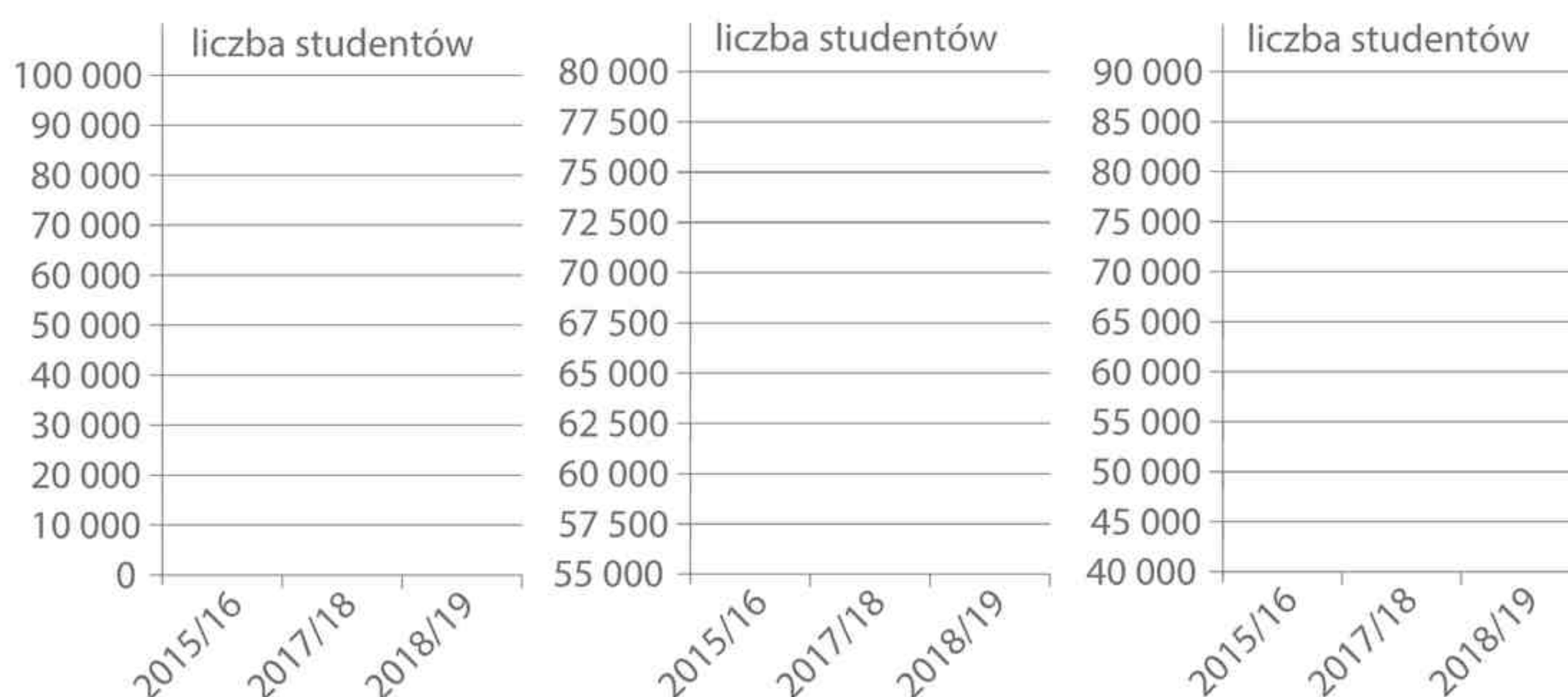
- 1 W trzech szkołach 15 marca i 15 maja zbadano, ilu uczniów przyjechało do szkoły na rowerze. Wyniki przedstawiono na diagramach. Uzupełnij podpisy pod diagramami. Podkreśl nazwy szkół, w których w maju na rowerze przyjechało co najmniej dwa razy więcej osób niż w marcu.

SP 267	SP 37	SP 17
W marcu do szkoły na rowerze przyjechało około _____ osób.	W marcu do szkoły na rowerze przyjechało około _____ osób.	W marcu do szkoły na rowerze przyjechało _____ osób.
W maju do szkoły na rowerze przyjechało o około _____ osób więcej niż w marcu.	W maju do szkoły na rowerze przyjechało o około _____ osób więcej niż w marcu.	W maju do szkoły na rowerze przyjechało o _____ osób więcej niż w marcu.

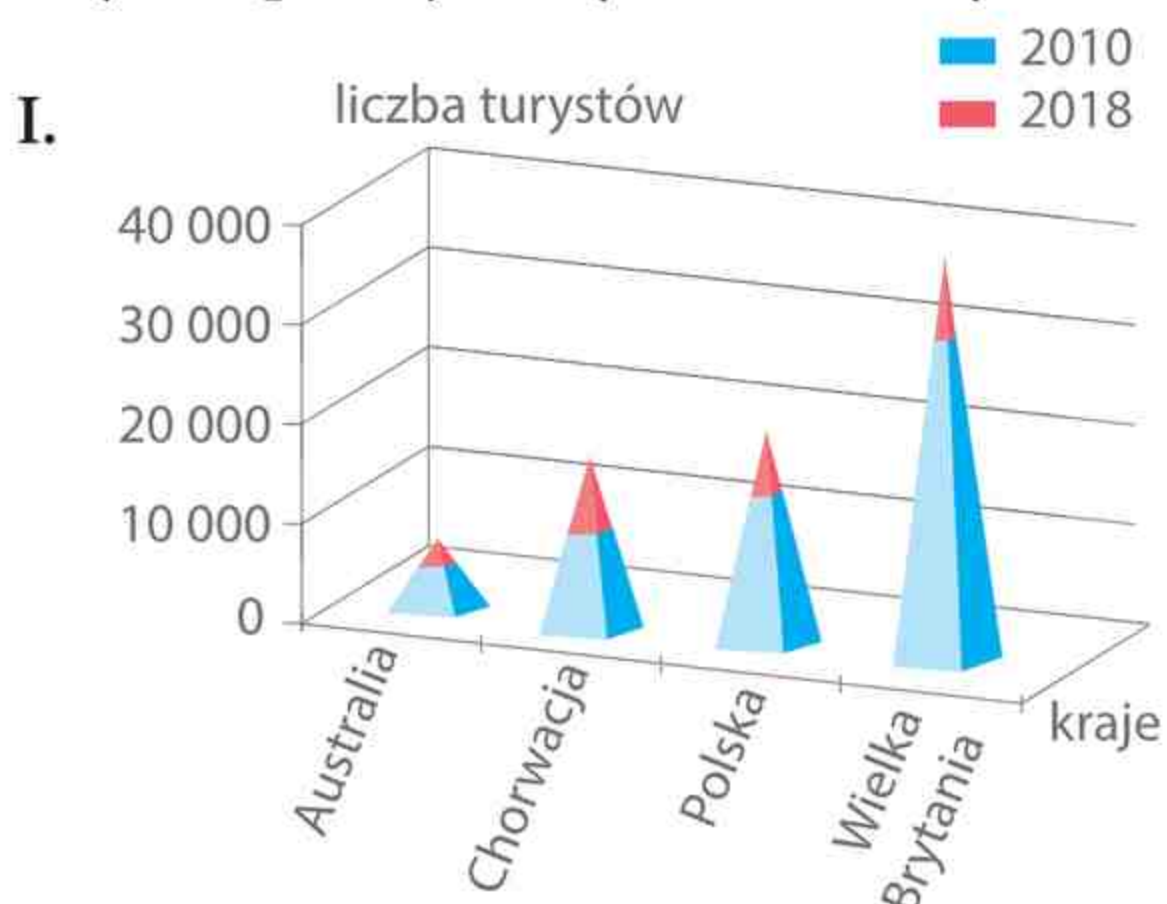
- 2 W szkołach wyższych w Polsce studiuje kilkadziesiąt tysięcy cudzoziemców. W tabeli zamieszczono dokładne dane dla trzech lat akademickich. Przedstaw te dane na trzech różnych diagramach.

Rok akademicki	2015/2016	2017/2018	2018/2019
Liczba studentów	57 119	72 743	78 259

Źródło: Rocznik Statystyczny RP 2019, GUS, s. 364

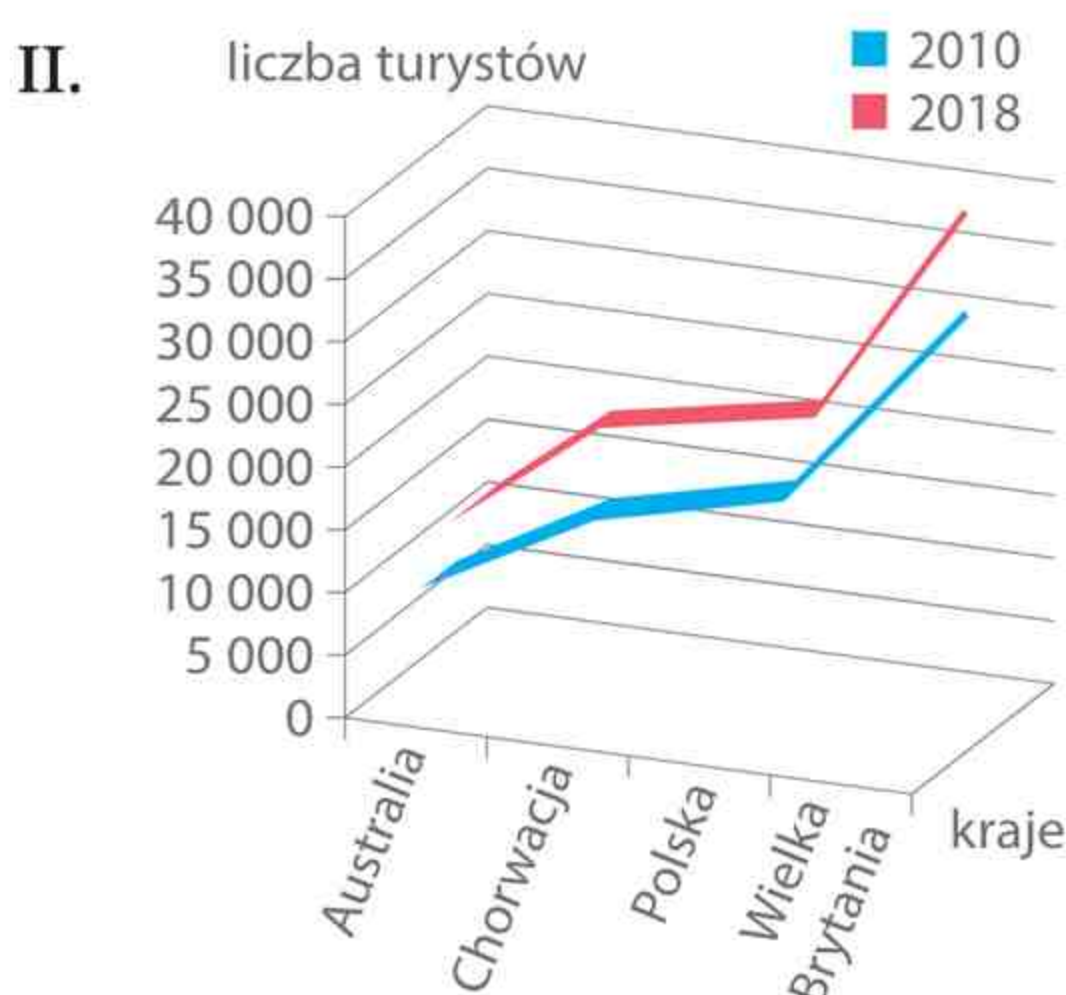


- 3 Wykresy przedstawiają liczbę turystów przyjeżdżających do kilku wybranych krajów. Spróbuj odczytać dane z wykresu i wpisać je do tabeli obok.



	niebieski	czerwony
Australia (1)		
Chorwacja (2)		
Polska (3)		
Wielka Brytania (4)		

Czy z tego wykresu łatwo jest odczytać wartości liczbowe? _____



	niebieski	czerwony
Australia (1)		
Chorwacja (2)		
Polska (3)		
Wielka Brytania (4)		

Czy z tego wykresu łatwo jest odczytać wartości liczbowe? _____



	niebieski	czerwony
Australia (1)		
Chorwacja (2)		
Polska (3)		
Wielka Brytania (4)		

Czy z tego wykresu łatwo jest odczytać wartości liczbowe? _____

- 4 W tabeli przedstawiono wyniki sprawdzianu pisanego przez 100 uczniów klas ósmych pewnej szkoły. Uzupełnij diagramy słupkowe.

Punkty	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Liczba osób	0	0	1	0	2	1	3	4	7	13	16	15	10	7	5	4	3	4	2	1	2

Diagram I

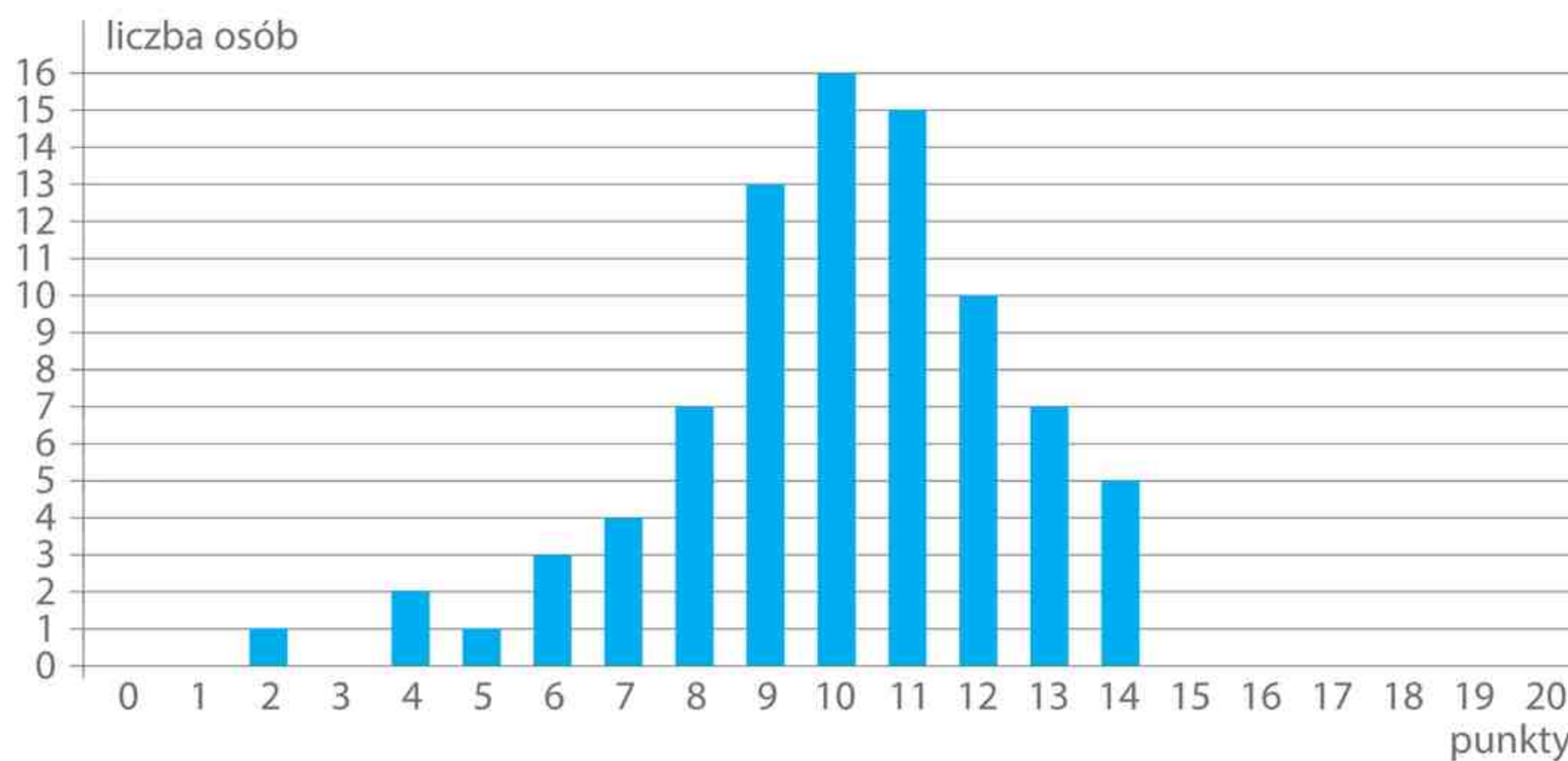


Diagram II



Diagram III



Diagram IV



Odpowiedz na pytanie, jaki błąd popełniono podczas planowania diagramu IV.

- 5 Samorząd szkolny przeprowadził ankietę „Czy chcesz, aby w Dniu Sportu odbył się turniej koszykówki?”. Następnie wyniki zamieszczono w tabeli, a kilku członków samorządu wypowiedziało się na ich temat. Oceń, czy ich wypowiedzi są zgodne z wynikami ankiety (zaznacz TAK lub NIE).

Zdecydowanie TAK	8%
Raczej TAK	6%
Nie mam zdania	68%
Raczej NIE	13%
Zdecydowanie NIE	5%

Adam: W naszej szkole jest więcej tych, którzy nie chcą tego turnieju, niż tych, którzy go chcą. TAK / NIE

Ewa: W naszej szkole tylko 14% uczniów głosuje za tym turniejem. TAK / NIE

Cezary: W naszej szkole jest więcej uczniów, którzy zdecydowanie popierają ten turniej, niż tych, którzy są mu zdecydowanie przeciwni. TAK / NIE

Dominik: W naszej szkole ponad połowa uczniów odpowiedziała „nie mam zdania”. TAK / NIE

Eustachy: W naszej szkole 82% uczniów nie głosowało przeciwko turniejowi. TAK / NIE

Aleksandra: Uczniów, którzy mają zdecydowane zdanie w sprawie turnieju, jest tylko 13%. TAK / NIE

- 6 Jak sądzisz, którzy uczniowie z poprzedniego zadania byli za przeprowadzeniem turnieju, którzy przeciwko, a którym było to obojętne?

za: _____

przeciwko: _____

obojętne: _____

- 7 Na diagramie przedstawiono liczbę kartonów soku sprzedanego w ciągu roku przez dwie firmy. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.



Firma „Owoce świata” sprzedała 420 tys. kartonów soku.	P	F
Firma „Na zdrowie” sprzedała 4 razy więcej kartonów soku niż firma „Owoce świata”.	P	F



Wskazówka docwiczenia.pl
Kod: M8Z5DS



Na medal docwiczenia.pl
Kod: M8LAKV

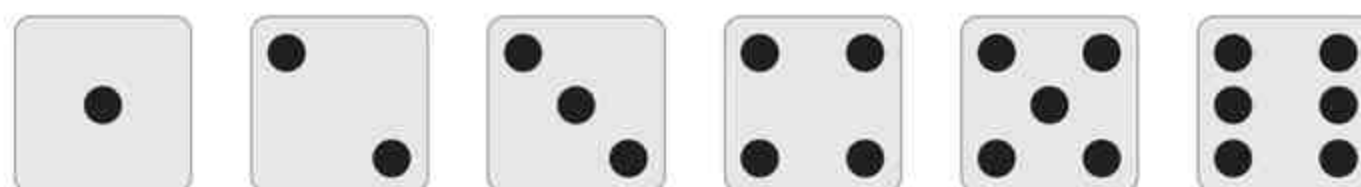


- 1 Rzucamy sześcienną kostką do gry. Zaznacz wybranym kolorem interesujące nas wyniki i oblicz dane prawdopodobieństwo.



- a) prawdopodobieństwo, że wypadnie mniej niż 5 oczek

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____



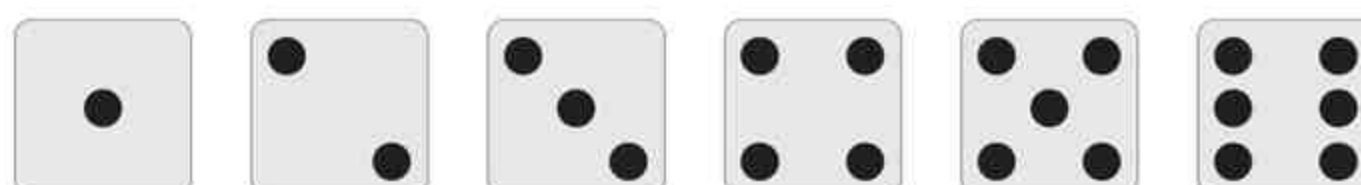
Liczba interesujących nas wyników (mniej niż 5 oczek): _____

p – prawdopodobieństwo, że wylosujemy mniej niż 5 oczek

$p =$ _____

- b) prawdopodobieństwo, że wypadnie liczba oczek podzielna przez 4

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____



Liczba interesujących nas wyników (podzielnych przez 4): _____

p – prawdopodobieństwo, że wylosujemy liczbę oczek podzielną przez 4

$p =$ _____

- c) prawdopodobieństwo, że wypadnie mniej niż 7 oczek

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____



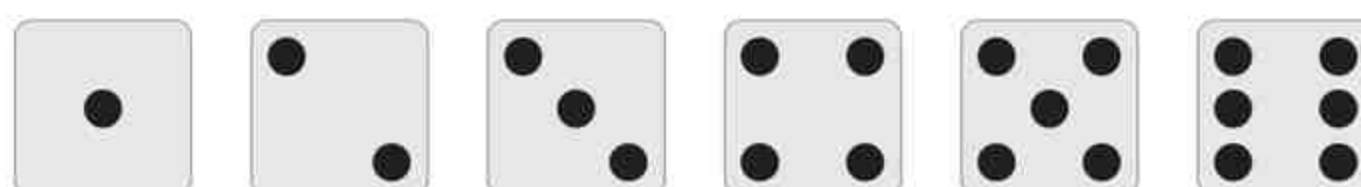
Liczba interesujących nas wyników (mniej niż 7 oczek): _____

p – prawdopodobieństwo, że wylosujemy mniej niż 7 oczek

$p =$ _____

- d) prawdopodobieństwo, że liczba oczek jest dzielnikiem 12

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____



Liczba interesujących nas wyników (dzielniki liczby 12): _____

p – prawdopodobieństwo, że wylosujemy liczbę, która jest dzielnikiem 12

$p =$ _____

- 2 Oceń, czy opisane zdarzenie jest pewne, niemożliwe, czy ani niemożliwe, ani pewne. Podaj jego prawdopodobieństwo.

Opis doświadczenia: Wybieramy losowo jedną osobę z twojej klasy.

Opis zdarzenia:

- a) Wylosowano dziewczynę.

zdarzenie _____

$p =$ _____

- b) Wylosowano dziesięcioletniego chłopca.

zdarzenie _____

$p =$ _____

- c) Wylosowano osobę, która nie jest pełnoletnia.

zdarzenie _____

$p =$ _____

- 3 Oceń, czy opisane zdarzenie jest pewne, niemożliwe, czy ani niemożliwe, ani pewne. Podaj jego prawdopodobieństwo.

Opis doświadczenia: w pudełku jest 11 kul takich jak na rysunku, losujemy jedną z nich.



Opis zdarzenia:

- a) Wylosowano białą kulę.

zdarzenie _____

$p =$ _____

- b) Wylosowano kulę zieloną lub w kropki.

zdarzenie _____

$p =$ _____

- c) Wylosowano kulę, która nie jest czarna.

zdarzenie _____

$p =$ _____

- d) Wylosowano jedną kulę, która nie jest biała.

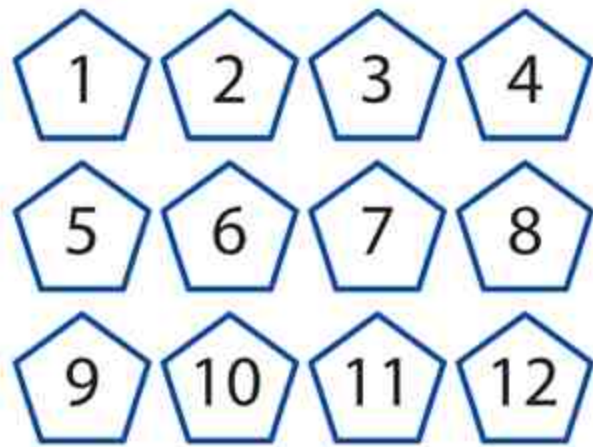
zdarzenie _____

$p =$ _____

- 4 Rzucamy dwunastościenną kostką. Które prawdopodobieństwo jest większe: prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba będzie liczbą złożoną, czy prawdopodobieństwo, że będzie podzielna przez 3? Zaznacz odpowiednie wyniki i uzupełnij.

Prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba będzie liczbą złożoną.

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____



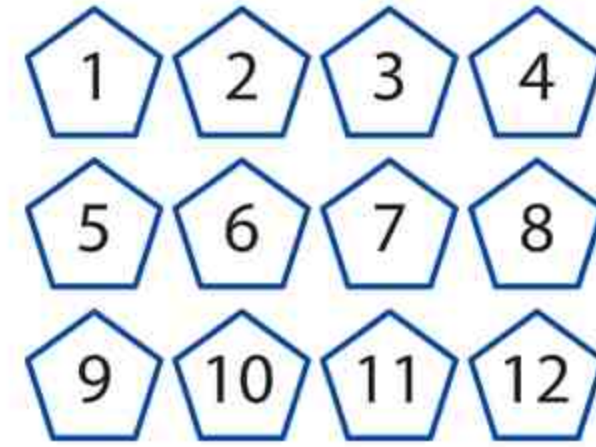
Liczba interesujących nas wyników: _____

Prawdopodobieństwo, że wylosujemy liczbę złożoną: _____

Większe jest prawdopodobieństwo, że _____

Prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba będzie podzielna przez 3.

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____

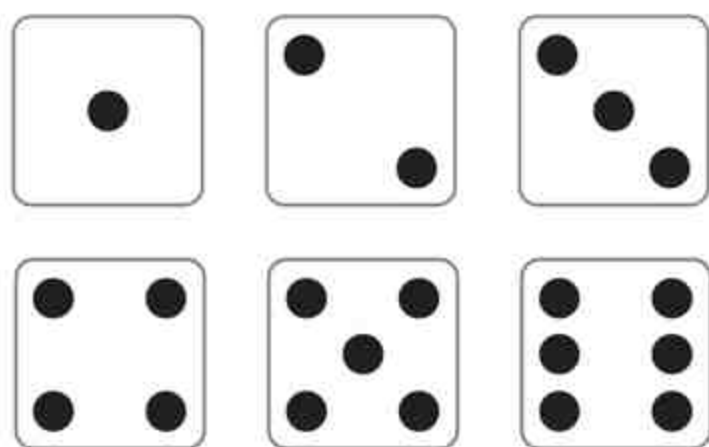


Liczba interesujących nas wyników: _____

Prawdopodobieństwo, że wylosujemy liczbę podzielną przez 3: _____

- 5 Co jest bardziej prawdopodobne: to, że rzucając sześcienną kostką, wylosujemy dzielnik liczby 6, czy to, że rzucając dwunastościenną kostką, otrzymamy wynik, który jest dzielnikiem liczby 12?

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____

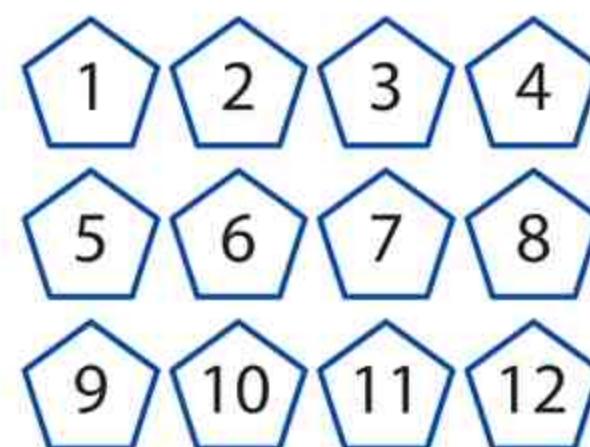


Liczba interesujących nas wyników: _____

Prawdopodobieństwo, że wylosujemy dzielnik liczby 6: _____

Większe jest prawdopodobieństwo, że _____

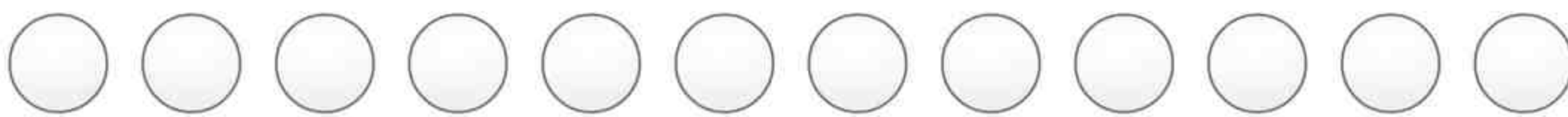
Liczba wszystkich możliwych wyników: _____



Liczba interesujących nas wyników: _____

Prawdopodobieństwo, że wylosujemy dzielnik liczby 12: _____

- 6** W pudełku jest 12 kul w trzech kolorach: białym, zielonym i niebieskim. Prawdopodobieństwo wylosowania z tego pudełka zielonej kuli jest równe $\frac{1}{3}$, a kuli, która nie jest biała, jest równe $\frac{3}{4}$. Pokoloruj odpowiednio kule.



- 7 W klasie Alicji miejsca w ławkach przydzielane są losowo. Zaznacz różnymi kolorami odpowiednie miejsca i oblicz prawdopodobieństwo, że Alicja będzie siedziała:

a) w rzędzie ławek pod oknem,

(kolor _____)

$p =$ _____

b) w ostatniej ławce,

(kolor _____)

$p =$ _____

c) w trzeciej ławce od tablicy,

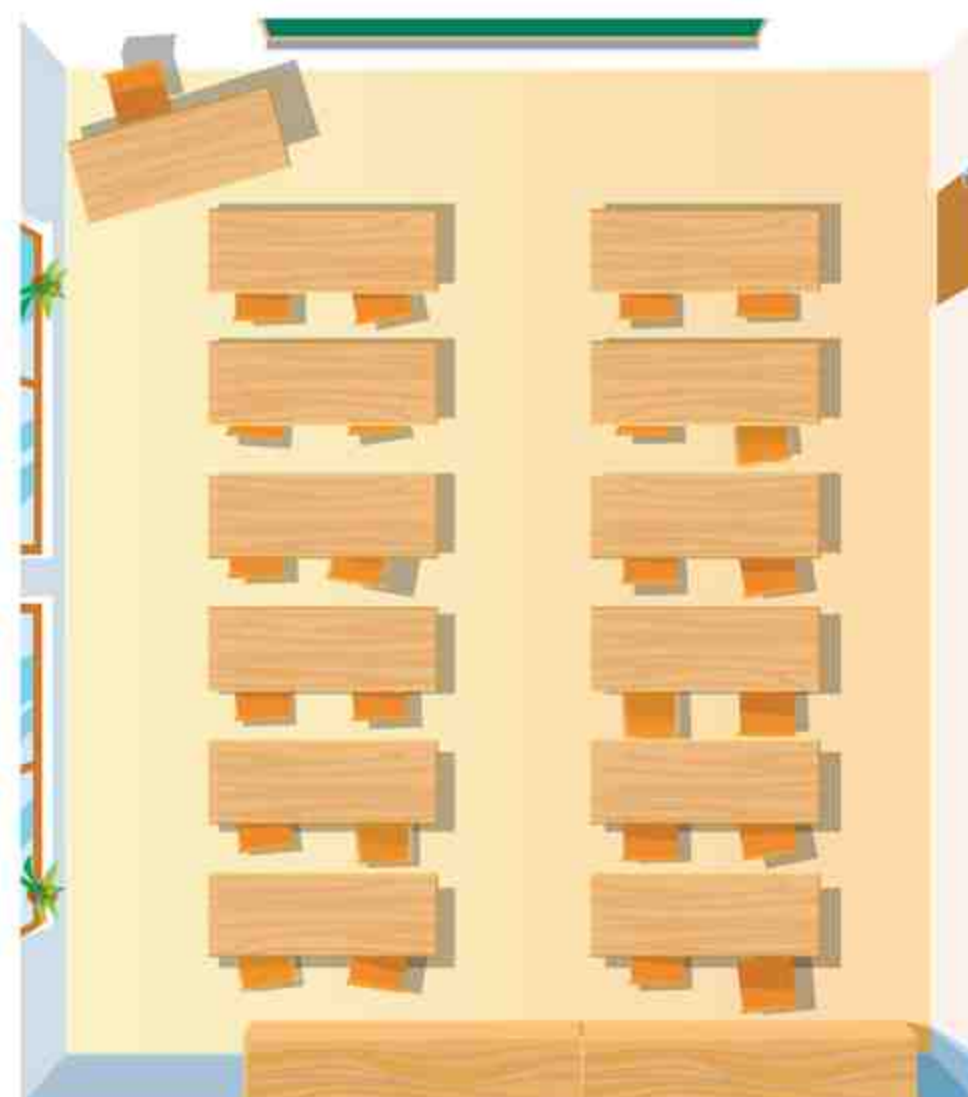
(kolor _____)

$p =$ _____

d) w 20. ławce.

(kolor _____)

$p =$ _____

[illegible]

- E** **8** Rzucamy dwiema kostkami, czworościenną i dwunastościenną, takimi jak na zdjęciu. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.



Prawdopodobieństwo wyrzucenia każdą z kostek liczby parzystej jest takie samo.	P	F
Prawdopodobieństwo wyrzucenia każdą z kostek liczby podzielnej przez 3 jest takie samo.	P	F



Wskazówka  docwiczzenia.pl
Kod: M83SV1



Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8L4VH

Informacja do zadań 4–6

Uczniowie klasy 8d wybrali się na wycieczkę po swojej miejscowości śladami patrona szkoły. Wycieczka rozpoczynała się w szkole, skąd uczniowie udali się pod ratusz, gdzie mieli dłuższe spotkanie z przewodnikiem miejskim. Później pokonywali wyznaczoną trasę i po drodze wykonywali zadania, a na koniec zwiedzali muzeum patrona. Na wykresie przedstawiono zależność między odległością uczniów od szkoły a czasem.

**Zadanie 4.**

Ile czasu minęło od wyjścia uczniów klasy 8d ze szkoły do powrotu do szkoły?

- A. $4\frac{1}{2}$ godziny B. 5 godzin C. $9\frac{1}{2}$ godziny D. 14 godzin

Zadanie 5.

O której godzinie uczniowie znaleźli się pod ratuszem?

- A. o 9.30 B. o 10.00 C. o 11.30 D. o 14.00

Zadanie 6.

Które z poniższych zdań jest fałszywe?

- A. Spotkanie uczniów pod ratuszem trwało 30 min.
 B. Muzeum znajduje się w odległości 5 km od szkoły.
 C. Pokonywanie trasy od ratusza do muzeum trwało dłużej niż zwiedzanie muzeum.
 D. O 10.00 uczniowie byli w odległości 3 km od szkoły.

Brudnopis

Jak na egzaminie

Zadanie 1. (0–1) marzec 2021

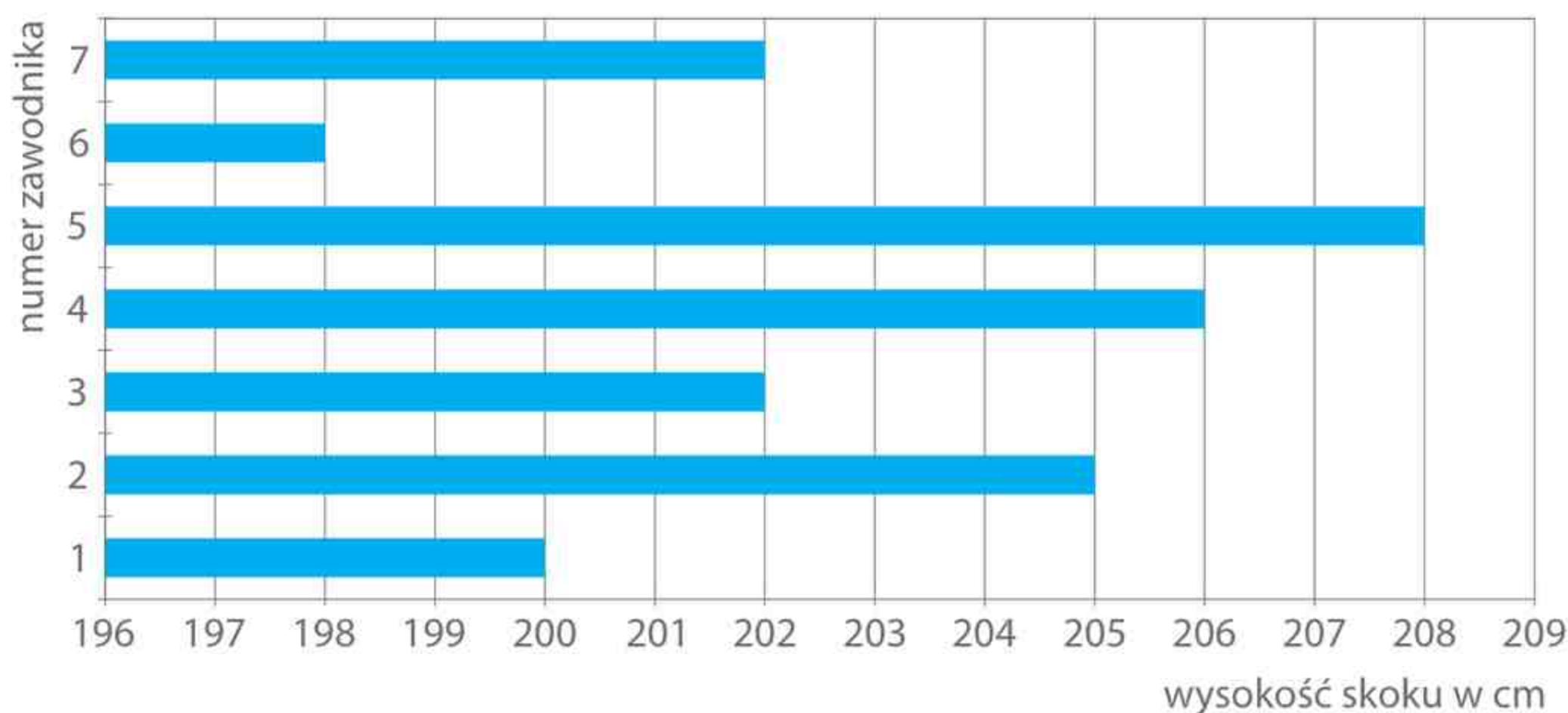
Na festyn przygotowano loterię, w której było 120 losów, w tym 80 wygrywających. Przed rozpoczęciem festynu dołożono jeszcze 20 losów wygrywających i 20 przegrywających.

Czy prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego w tej loterii zmieniło się po dołożeniu losów? Wybierz odpowiedź A albo B i jej uzasadnienie spośród 1., 2. albo 3.

A.	Tak,	ponieważ	1.	różnica liczby losów wygrywających i przegrywających po dołożeniu losów jest taka sama jak na początku.
			2.	dołożono tyle samo losów wygrywających co przegrywających.
B.	Nie,		3.	zmienił się stosunek liczby losów wygrywających do liczby wszystkich losów.

Zadanie 2. (0–1) kwiecień 2020

Na diagramie przedstawiono wyniki (w centymetrach) uzyskane przez zawodników uczestniczących w finale konkursu skoku wzwyż.



Ilu zawodników uzyskało wynik wyższy od średniej arytmetycznej wyników wszystkich uczestników finału tego konkursu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Brudnopis

Zadanie 3. (0–1) grudzień 2018

Państwo Nowakowie mają trzy córki i jednego syna. Średnia wieku wszystkich dzieci państwa Nowaków jest równa 10 lat, a średnia wieku wszystkich córek jest równa 8 lat.

Ile lat ma syn państwa Nowaków? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. 9 B. 11 C. 12 D. 16

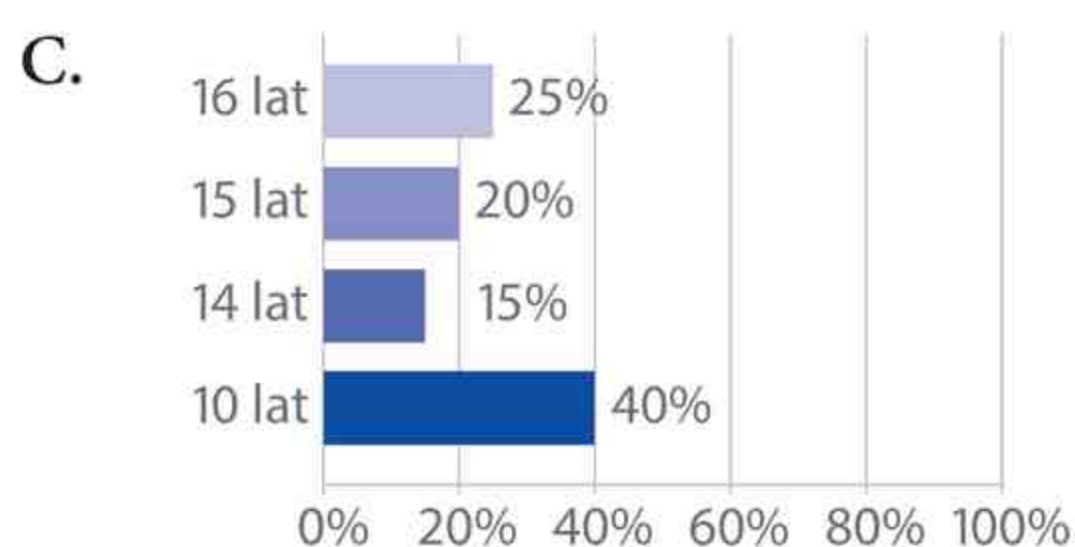
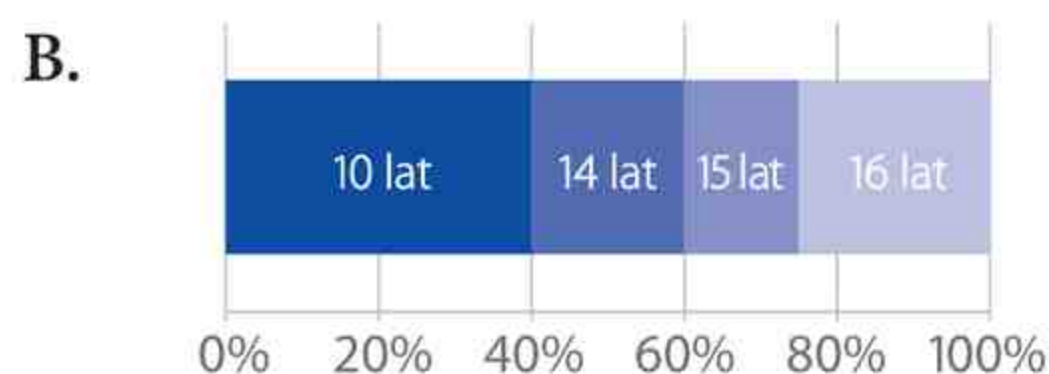
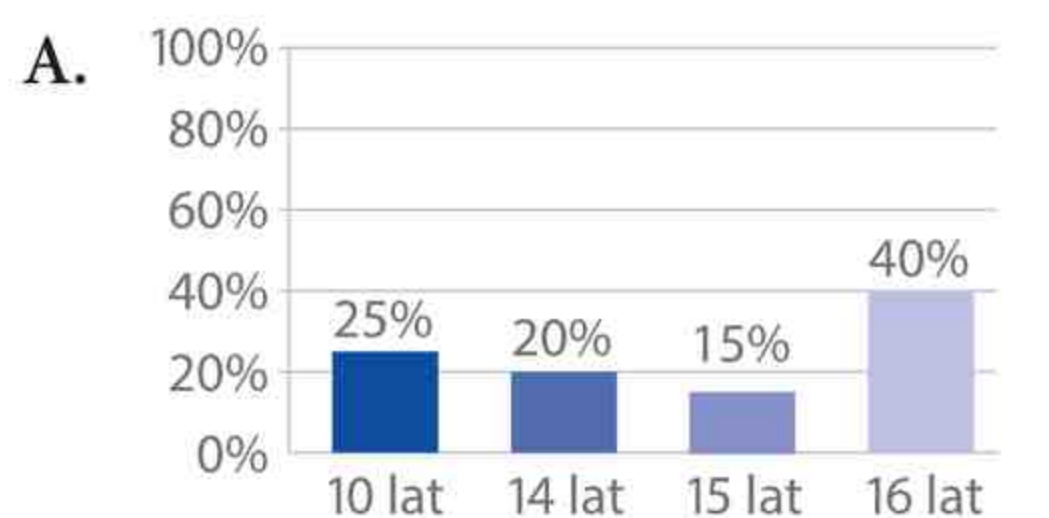
Informacja do zadania 4

W tabeli przedstawiono informacje dotyczące wieku wszystkich uczestników obozu narciarskiego.

Wiek uczestnika	Liczba uczestników
10 lat	5
14 lat	3
15 lat	4
16 lat	8

Zadanie 4. (0–1) kwiecień 2013

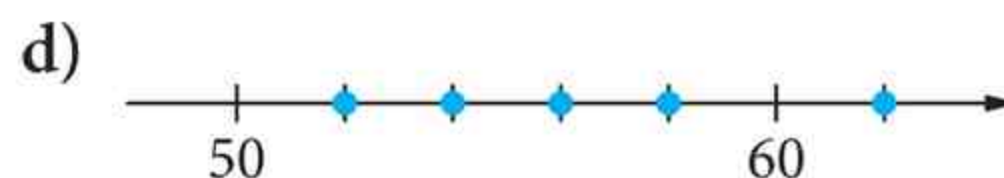
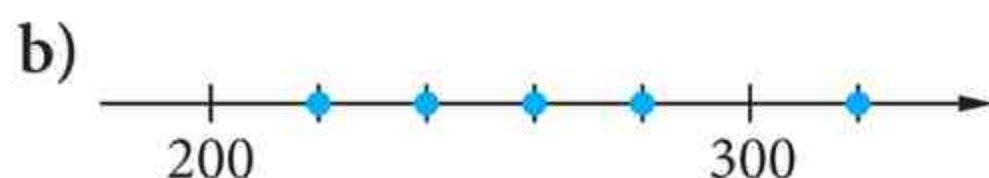
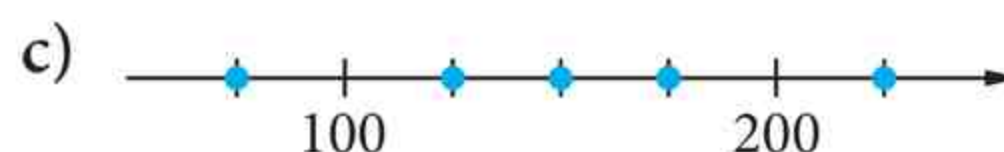
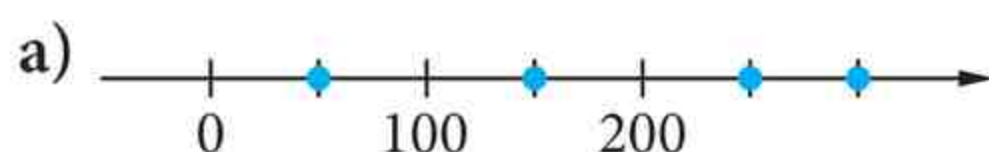
Na którym diagramie poprawnie przedstawiono procentowy podział uczestników obozu ze względu na wiek? Wybierz odpowiedź spośród podanych.



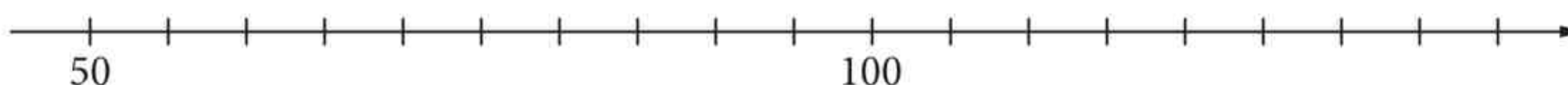
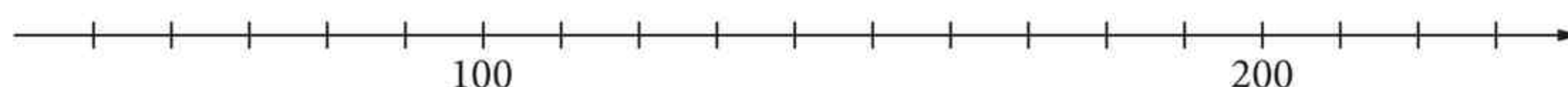
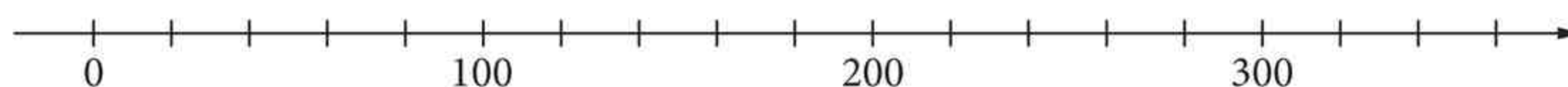
Brudnopis



- 1 Zapisz współrzędne punktów zaznaczonych na osi liczbowej.

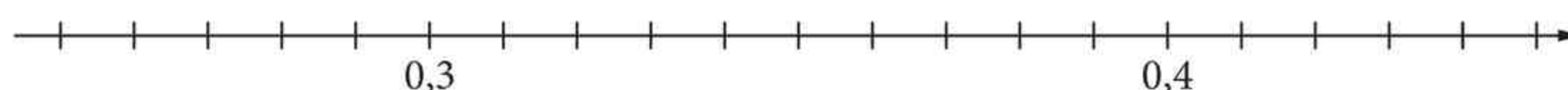


- 2 Zaznacz na każdej z osi liczby: 80, 120, 140.

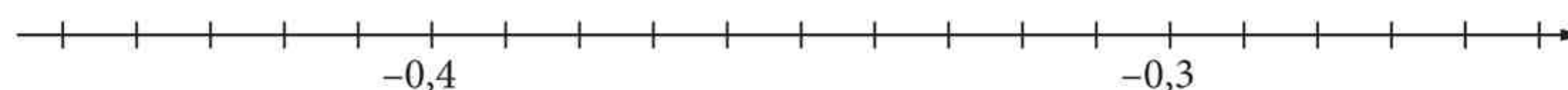


- 3 Zaznacz na osi podane liczby.

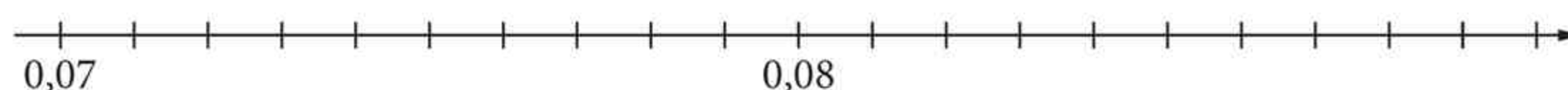
a) 0,32 0,28 0,39 0,41



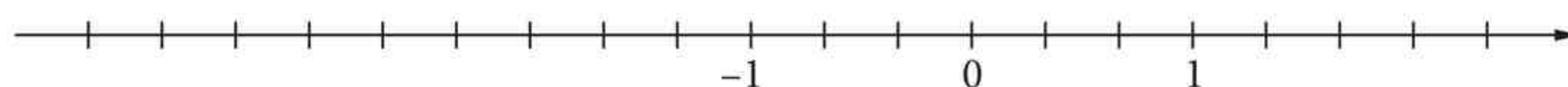
b) -0,32 -0,28 -0,39 -0,41



c) 0,09 0,074 0,083 0,080

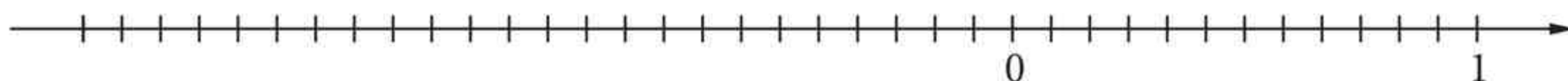


- 4 Zaznacz punkty o współrzędnych podanych w tabeli. Pod każdym punktem zapisz jego współrzędną, a nad punktem – odpowiadającą mu literę. Odczytaj hasło.



$-2\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$-1\frac{1}{3}$	$-1\frac{2}{3}$
W	A	Ś	N	I	C	D	I

- 5 Zaznacz na osi liczby: $-1\frac{2}{3}$; $-\frac{5}{6}$; $-1,5$; $0,75$; $-\frac{11}{12}$; $-1\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{3}$.



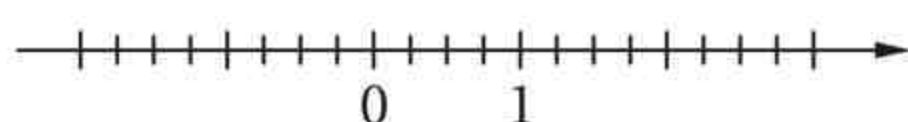
- 6 Punktom zaznaczonym na osi przyporządkowano litery. Uzupełnij tabelę, a następnie odczytaj hasło. Czy wiesz, co ono oznacza?



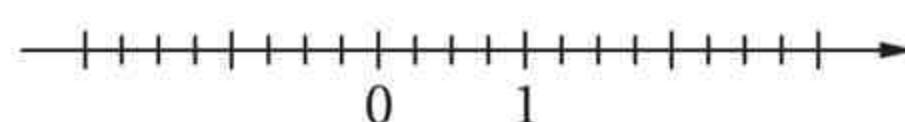
Współrzędne zaznaczonych punktów	$-1\frac{1}{3}$	$-1\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-1\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
Hasło							

- 7 Zaznacz na osi wszystkie liczby:

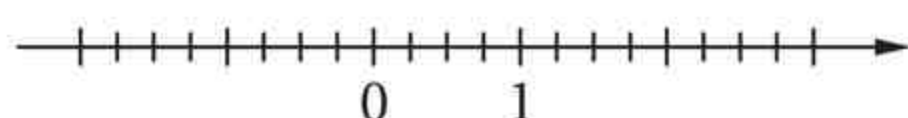
a) większe lub równe $-\frac{1}{4}$,



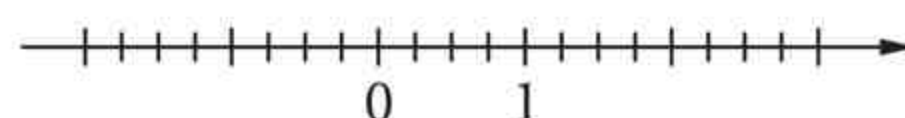
c) mniejsze lub równe $\frac{3}{4}$,



b) mniejsze od $-1\frac{1}{2}$,

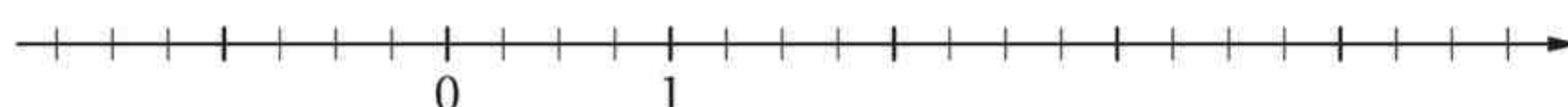


d) większe od $1\frac{1}{4}$.



- 8 Zaznacz na osi liczby spełniające podany warunek.

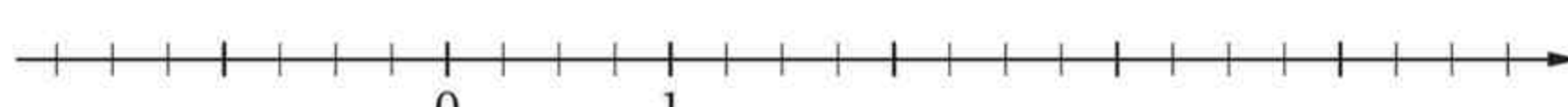
a) $x > 1,25$



b) $x \leq 1,5$



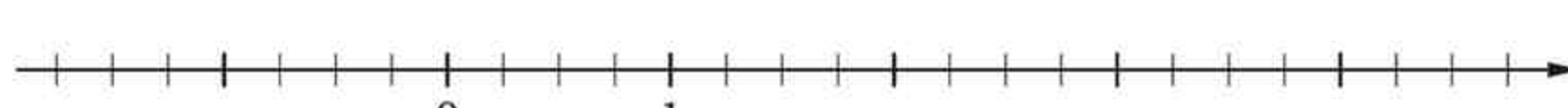
c) $x > -1\frac{1}{4}$



d) $x \geq -1\frac{1}{2}$



e) $x < 2\frac{3}{4}$



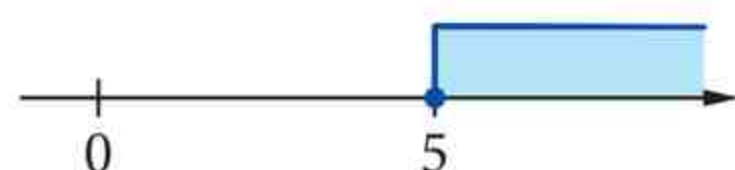
- 9 Jaką nierówność spełnia zbiór liczb zaznaczonych na osi?

A. $x > 5$

C. $x \geq 5$

B. $x < 5$

D. $x \leq 5$



Wskazówka docwiczenia.pl
Kod: M88B76



Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8YVHT

II.2 Wyrażenia algebraiczne

- 1 Oblicz wartość wyrażenia dla podanych wartości x i y .

a) $2(x + y) - xy$ dla $x = 2$ i $y = 5$

$$2(x + y) - xy = 2 \cdot (\text{---} + \text{---}) - \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$$

b) $6x + 5y - xy$ dla $x = 2$ i $y = 3$

$$6x + 5y - xy = 6 \cdot \text{---} + 5 \cdot \text{---} - \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$$

c) $3 - 2(x - y) + 7$ dla $x = 3$ i $y = 2$

$$3 - 2(x - y) + 7 = 3 - 2 \cdot (\text{---} - \text{---}) + 7 = \text{---}$$

d) $8 - 5(2x + y) + 6$ dla $x = -1$ i $y = 4$

Liczby ujemne wpisuj w nawiasach.

$$8 - 5(2x + y) + 6 = 8 - 5 \cdot (2 \cdot (\text{---}) + \text{---}) + 6 = \text{---}$$

e) $x^2 + 2xy + 5y$ dla $x = -3$ i $y = -1$

$$x^2 + 2xy + 5y = \text{---}^2 + 2 \cdot \text{---} \cdot \text{---} + 5 \cdot \text{---} = \text{---}$$

- 2 Zredukuj wyrazy podobne. Litery odpowiadające wynikom wpisz w kratki, a otrzymasz hasło.

$$2x + 7y - 3x + 5 - 2y - x = \text{---} \quad \square$$

$$5x - 2y + 5 - 4y - x + y = \text{---} \quad \square$$

$$3(-2x) + (-3)y + 5 + 4x = -6x - 3y + \text{---} = \text{---} \quad \square$$

$$5(-y) - 8x + 7 \cdot (-1) + 2 + 2x = \text{---} \quad \square$$

$$2(-2y) + 2x - 5(-2y) - 7 + 2 + 3x = \text{---} \quad \square$$

$-6x - 5y - 5$	K	$2x + 5y - 5$	U	$-2x - 3y + 5$	I
$5x + 6y - 5$	A	$-4x - 5y + 5$	Ś	$-2x + 5y + 5$	E
$4x - 5y + 5$	P	$-2x + 3y + 5$	C		

- 3 Na rysunku pokazano, jak mnożyć sumę przez wyrażenie. Wpisz w figurach odpowiednie wyrażenia, a następnie uzupełnij obliczenia.

a) $-2a \cdot (3a + b) = \text{---} \cdot \text{---} + \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$

b) $4 \cdot (a - 5) = \text{---} \cdot \text{---} - \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$

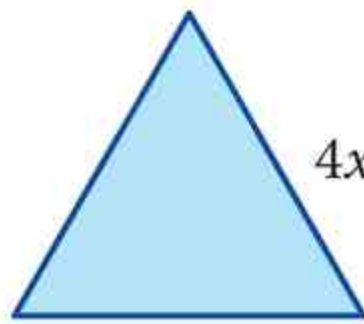
- 4 Każda z narysowanych figur ma taki sam obwód. Uzupełnij na rysunkach brakujące długości boków.

trójkąt równoboczny

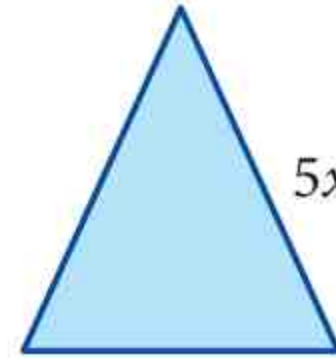
kwadrat

trójkąt
równoramienny

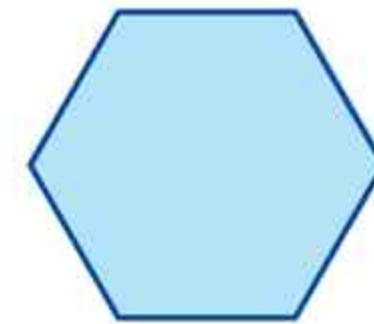
sześciokąt foremny
(o równych bokach)



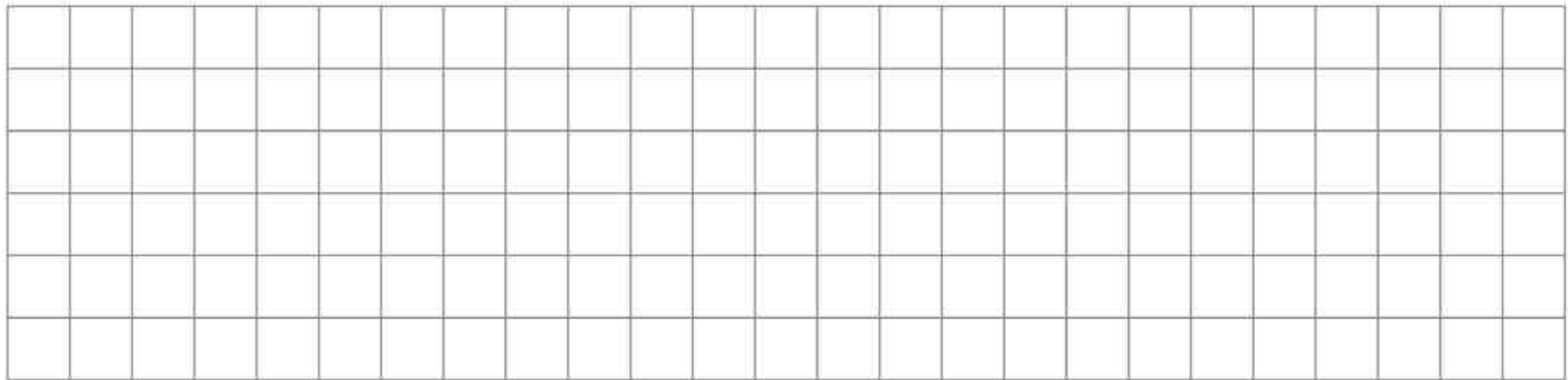
$4x + 8$



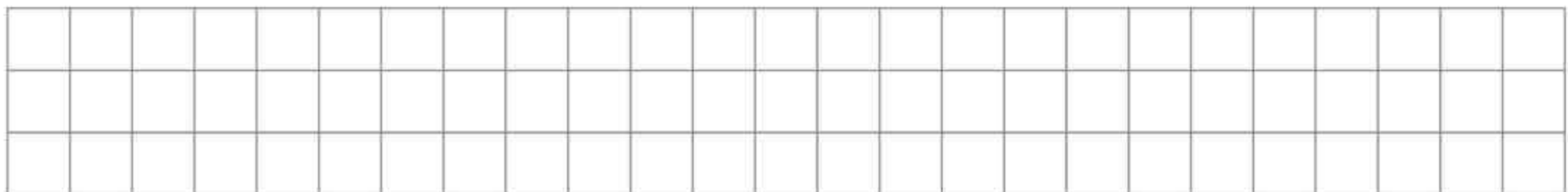
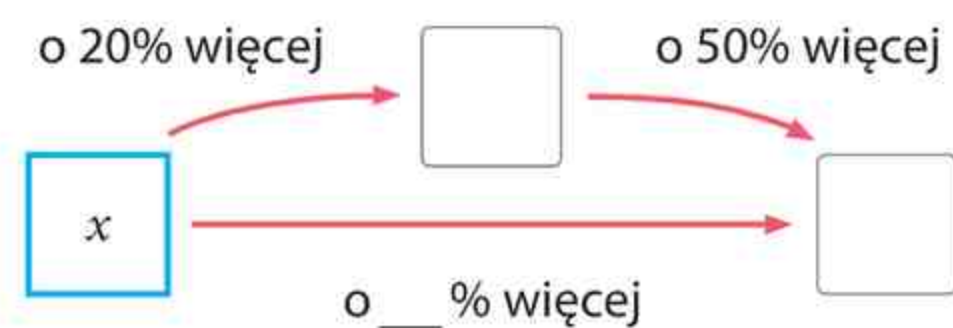
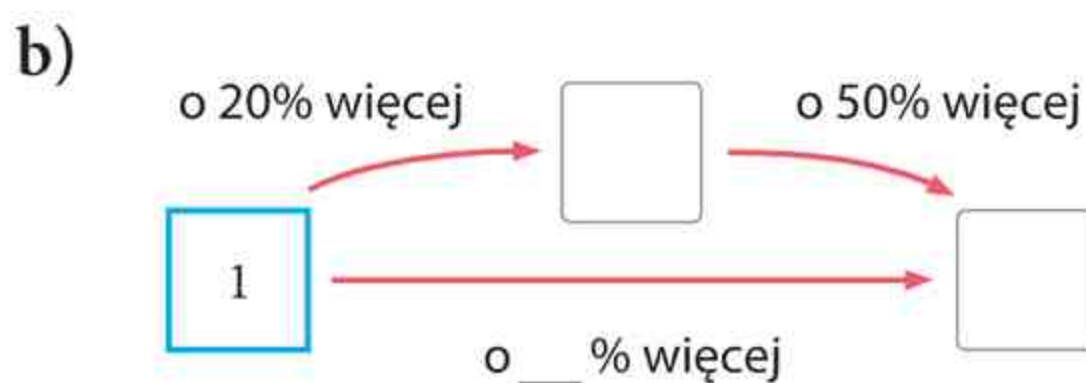
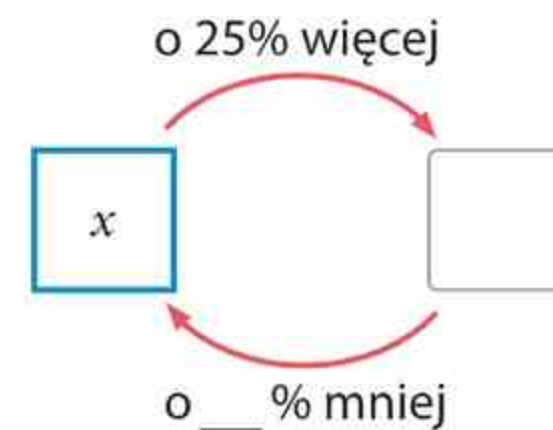
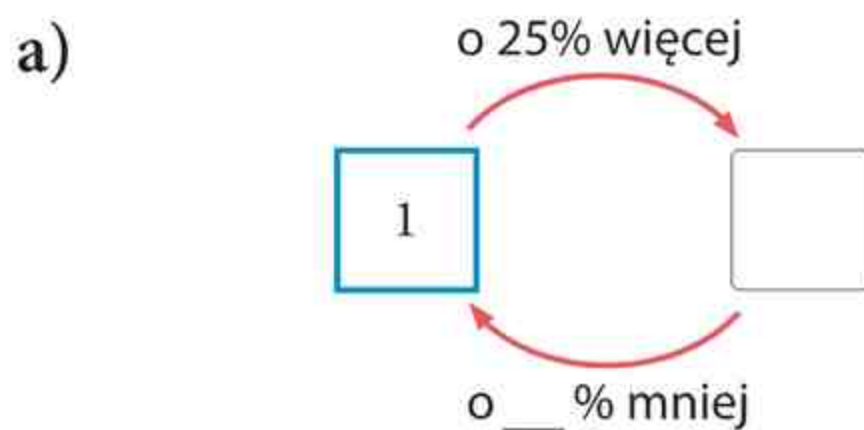
$5x - 1$



Obwód każdej figury = _____



- 5 Uzupełnij diagramy.



- 6 Dane są wyrażenia $F = 5x$ oraz $G = -2x - 3$.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Różnica wyrażeń F i G jest równa

A. $7x + 3$.

B. $3x - 3$.

Iloczyn wyrażeń F i G jest równy

C. $-10x^2 - 3$.

D. $-10x^2 - 15x$.



Wskazówka
 docwiczzenia.pl
 Kod: M8R83Q



Na medal
 docwiczzenia.pl
 Kod: M8TFJS

II.3 Mnożenie sum algebraicznych

- 1 Na rysunku pokazano, jak mnożyć sumy algebraiczne. Wpisz odpowiednie wyrażenia w figurach, a następnie uzupełnij obliczenia.

a) $(a + 2) \cdot (b + 3) = a \cdot b + a \cdot 3 + 2 \cdot b + 2 \cdot 3 =$
 $=$

b) $(a + 2b) \cdot (a - 7) =$
 $=$

c) $(m - 2) \cdot (n - m) =$
 $=$

W tym przykładzie dopisz też znaki + i -.

- 2 Uzupełnij tabelę i dokończ obliczenia.

a)

	x	-1
$2x$	$2x^2$	$-2x$
-3	$-3x$	3

$(2x - 3)(x - 1) =$
 $=$
 $= 2x^2 - 5x + 3$

b)

	$3a$	-4
a		
5		

$(a + 5)(3a - 4) =$
 $=$
 $=$

c)

$(a + 2b)(5a - b) =$
 $=$
 $= 5a^2 + 9ab - 2b^2$

- 3 Uzupełnij obliczenia.

a) $(a + 3b)(7a + 2b) =$ $\xrightarrow{\text{pomnóż}}$ $= 7a^2 + 23ab + 6b^2$ $\xrightarrow{\text{zredukuj}}$

b) $5 - (x + 3)(x + 1) = 5 - ($ $\xrightarrow{\text{pomnóż}}$ $) =$ $\xrightarrow{\text{zlikwiduj nawias, uwaga na znaki!}}$ $= 5 - ($ $\xrightarrow{\text{zredukuj}}$ $) = -x^2 - 4x + 2$

c) $t - (t + 3)(t - 5) =$
 $= -t^2 + 3t + 15$

- 4 Uzupełnij obliczenia. Sprawdź, czy wyniki są jednakowe.

$$\bullet 3a - (1 - 3b)(b + 2) = \underline{\hspace{4cm}} =$$

$$= \underline{\hspace{4cm}} = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\bullet (2b + 1)(3a + b) - b(6a - b - 4) + 2 = \underline{\hspace{4cm}} =$$

$$= \underline{\hspace{4cm}} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- 5 Oblicz dwoma sposobami. Sprawdź, czy wyniki są takie same.

Sposób I

pomnóż $5 - x$ przez $2x - 4$

zredukuj

$$-3(5 - x)(2x - 4) = -3 \cdot (\underline{\hspace{4cm}}) =$$

pomnóż

$$= -3 \cdot (\underline{\hspace{4cm}}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

Sposób II

pomnóż -3 przez $(5 - x)$

pomnóż

$$-3(5 - x)(2x - 4) = (\underline{\hspace{4cm}})(2x - 4) =$$

zredukuj

$$= \underline{\hspace{4cm}} = \underline{\hspace{4cm}}$$

- 6 Na rysunku obok pokazano kwadrat $ABCD$ o boku 1 oraz ćwiartkę okręgu o środku w punkcie B i promieniu AB . Uzupełnij rozwiązanie zadania.

a) Uzasadnij, że $DE = \sqrt{2} - 1$.

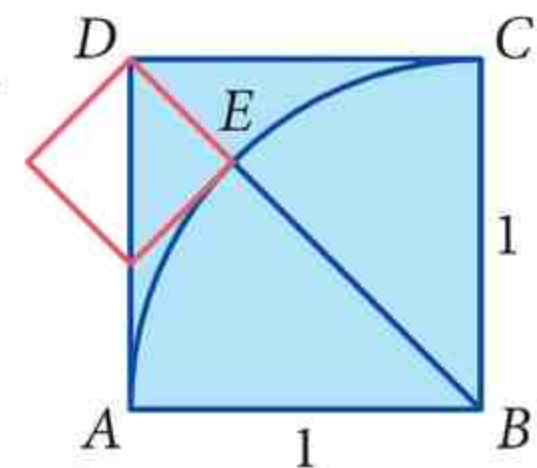
DB jest przekątną kwadratu o boku 1, więc $DB = \underline{\hspace{2cm}}$

EB i AB są promieniami tego samego okręgu, więc $EB = \underline{\hspace{2cm}}$

Wobec tego $DE = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Oblicz pole P kwadratu o boku DE .

$$P = (\sqrt{2} - 1)^2 = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1) = \underline{\hspace{4cm}}$$



- 7 Wyrażenie $(2x - 5)(2x + 5)$ jest równe wyrażeniu

A. $4x^2 - 25$. B. $4x^2 + 20x + 25$. C. $4x^2 - 20x + 25$. D. $4x^2 + 20x - 25$.



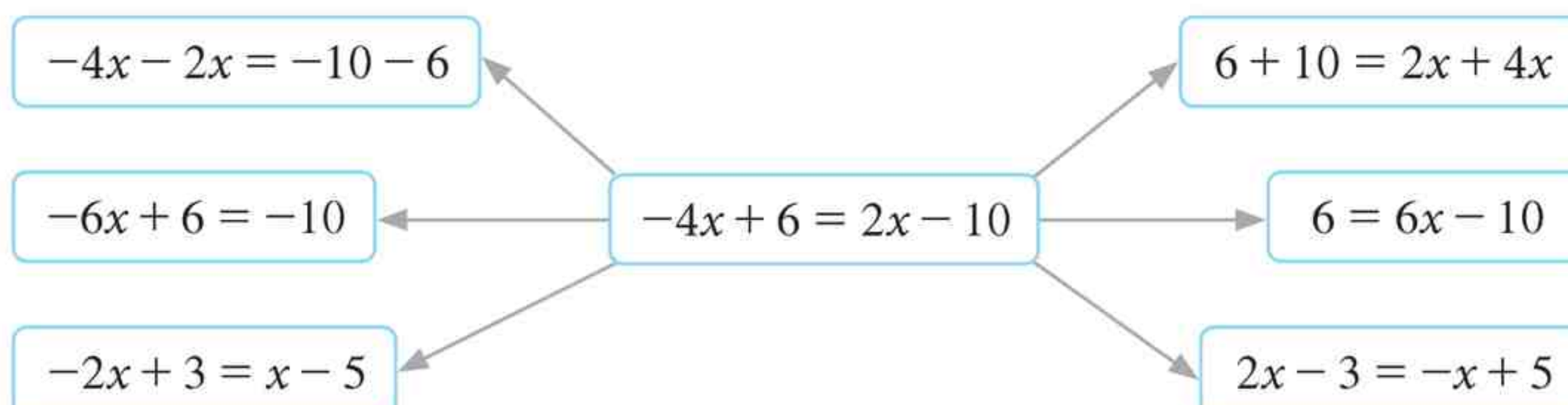
Wskazówka ⓘ
docwiczenia.pl
Kod: M8A8ZK



Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8LVNR

II.4 Równania

- 1 Sześcioro uczniów przekształcało równanie. Wszystkie przekształcenia były poprawne. Zapisz przy strzałkach imiona uczniów zgodnie z opisem w ramce.



Ania: Podzieliłam obie strony przez -2 .

Ula: Podzieliłam obie strony przez 2 .

Asia: Dodałam do obu stron $4x$.

Maja: Odjęłam od obu stron $2x$.

Janek: Przeniosłem niewiadome

na prawą stronę, a liczby na lewą.

Kuba: Przeniosłem niewiadome

na lewą stronę, a liczby na prawą.

- 2 Dokończ obliczenia w ramce, a następnie uzupełnij rozwiązanie równania.

a) $\frac{4x-7}{3} = 5 \quad | \cdot 3$

_____ = _____

_____ = _____ $| : 4$

_____ = _____

$\cancel{3} \cdot \frac{4x-7}{\cancel{3}_1} = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $-\frac{2x+6}{7} = 5 \quad | \cdot \underline{\hspace{1cm}}$

$-(\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

_____ = _____

_____ = _____ $| : \underline{\hspace{1cm}}$

_____ = _____

$\underline{7} \cdot \frac{2x+6}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

$7 \cdot 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $8 - \frac{3x+5}{4} = 3 \quad | \cdot \underline{\hspace{1cm}}$

_____ $-(\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$

_____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

_____ = _____

$\underline{4} \cdot \frac{3x+5}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

$8 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

- 3 Dokończ obliczenia w ramce, a następnie uzupełnij rozwiązanie równania.

$$2,5 + \frac{x+3}{2} - \frac{x+6}{3} = 4 \quad | \cdot 6$$

$$\underline{\hspace{2cm}} + 3x + 9 - (\underline{\hspace{2cm}}) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = 12$$

Sprawdzenie:

$$L = 2,5 + \frac{x+3}{2} - \frac{x+6}{3} = 2,5 + \frac{12+3}{2} - \frac{12+6}{3} = \underline{\hspace{2cm}} \quad P = 4$$

$$L \underline{\hspace{1cm}} P$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 2,5 &= \underline{\hspace{2cm}} \\ 6 \cdot \frac{x+3}{2} &= 3(x+3) = 3x+9 \\ 6 \cdot \frac{x+6}{3} &= \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \\ 6 \cdot 4 &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

- 4 Rozwiąż równanie dwoma sposobami.

Sposób I

$$1 - \frac{2x+4}{3} = \frac{x}{4} - 4 \quad | \cdot 12$$

$$12 - 4(2x+4) = 3x - 48$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3x - 48$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3x - 48$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

Sprawdzenie:

$$L = \underline{\hspace{2cm}} \quad P = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$L \underline{\hspace{1cm}} P$$

Który sposób jest dla ciebie łatwiejszy? $\underline{\hspace{2cm}}$

Dlaczego? $\underline{\hspace{2cm}}$

Sposób II

$$1 - \frac{2x+4}{3} = \frac{x}{4} - 4$$

$$1 - \left(\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}\right) = \frac{1}{4}x - 4$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

- 5 Dwa prostokątne ogródki warzywne mają taką samą powierzchnię. W ogródku Zosi długości boków różnią się o 1 m. Ogródek Krysi ma jeden bok o 2 m krótszy od krótszego boku ogródka Zosi, a drugi bok o 4 m dłuższy od dłuższego boku ogródka Zosi. Jaką długość ma krótszy bok ogródka Zosi?

A. 3 m

B. 4 m

C. 5 m

D. 6 m



Wskazówka (E)
docwiczenia.pl
Kod: M86D5W



Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8DU57

Brudnopis

Jak na egzaminie

Zadanie 1. (0–1) marzec 2021

Zależność między liczbą przekątnych (k) a liczbą boków (n) wielokąta wypukłego określa wzór $k = \frac{n(n-3)}{2}$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba przekątnych w dwunastokącie wypukłym jest <u>trzy razy większa</u> od liczby przekątnych w czworokącie wypukłym.	P	F
Liczba przekątnych w ośmiokącie wypukłym jest <u>o 11 większa</u> od liczby przekątnych w sześciokącie wypukłym.	P	F

Zadanie 2. (0–1) kwiecień 2020

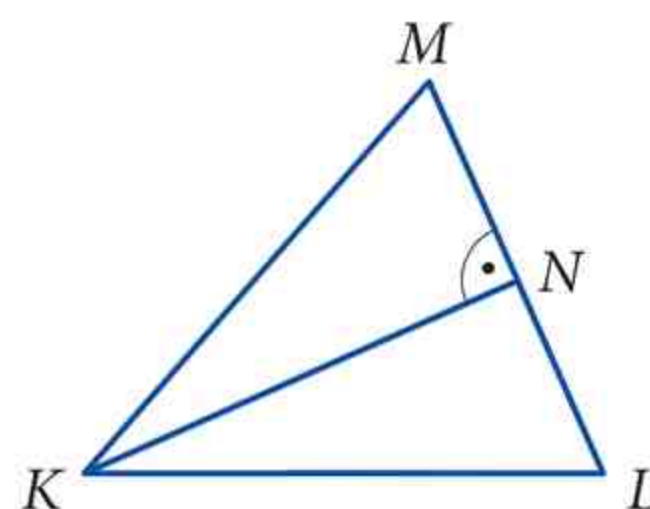
Dany jest wzór opisujący pole trapezu: $P = \frac{(x+y) \cdot h}{2}$, gdzie x i y oznaczają długości podstaw trapezu, a h oznacza wysokość trapezu.

Którym równaniem opisano x wyznaczone poprawnie z tego wzoru? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. $x = \frac{P}{2} - hy$ B. $x = \frac{P}{2h} - y$ C. $x = 2P - hy$ D. $x = \frac{2P}{h} - y$

Zadanie 3. (0–1) kwiecień 2020

W trójkącie KLM poprowadzono wysokość KN .
Długości niektórych odcinków opisano za pomocą wyrażeń algebraicznych:
 $|KL| = 2y$, $|LM| = 2x$, $|KN| = k + 1$.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Pole trójkąta KLM opisano wyrażeniem

- A. $x(k+1)$ B. $2x(k+1)$ C. $y(k+1)$ D. $2y(k+1)$

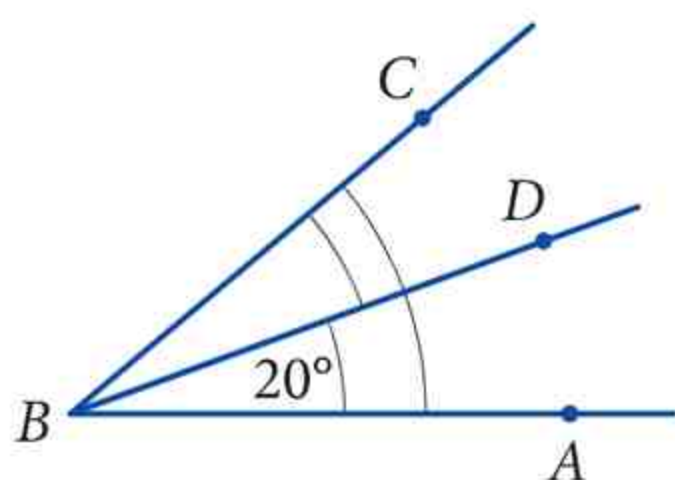
Brudnopis

Brudnopis

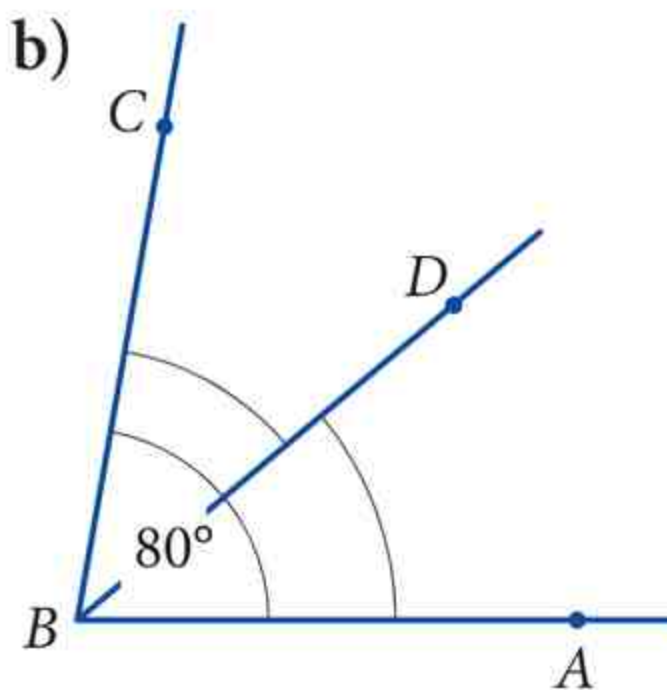


- 1 Półprosta BD jest dwusieczną kąta ABC . Zapisz na rysunku miary kątów zaznaczonych łukami.

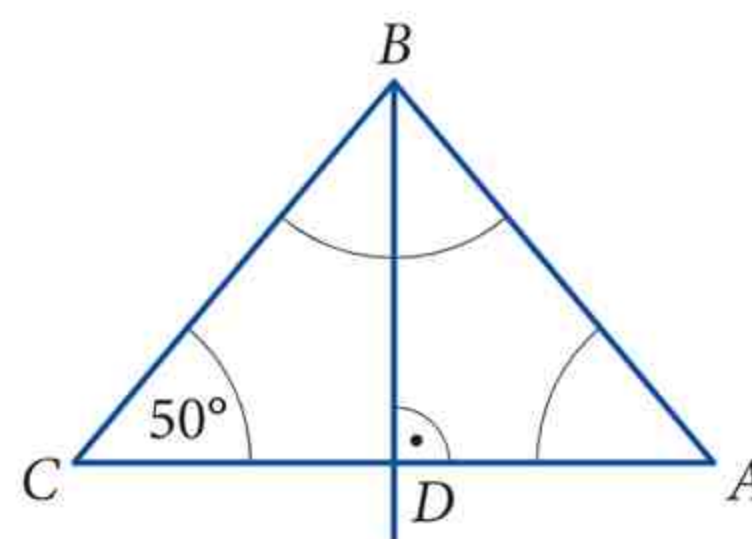
a)



b)

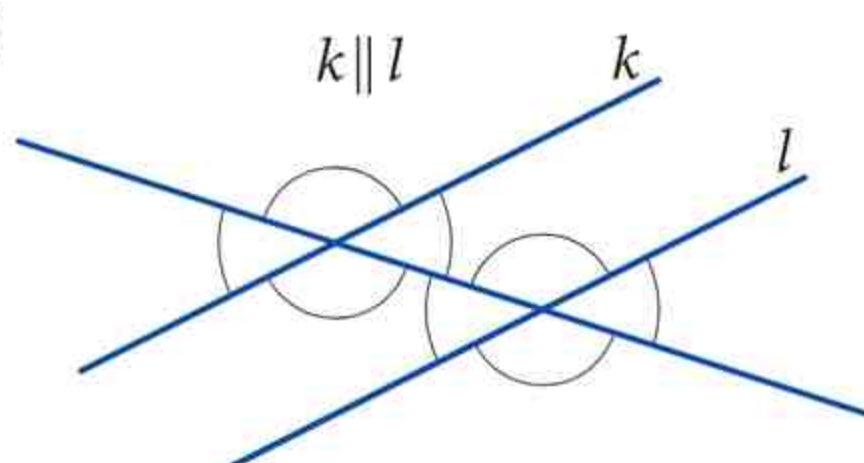


c)

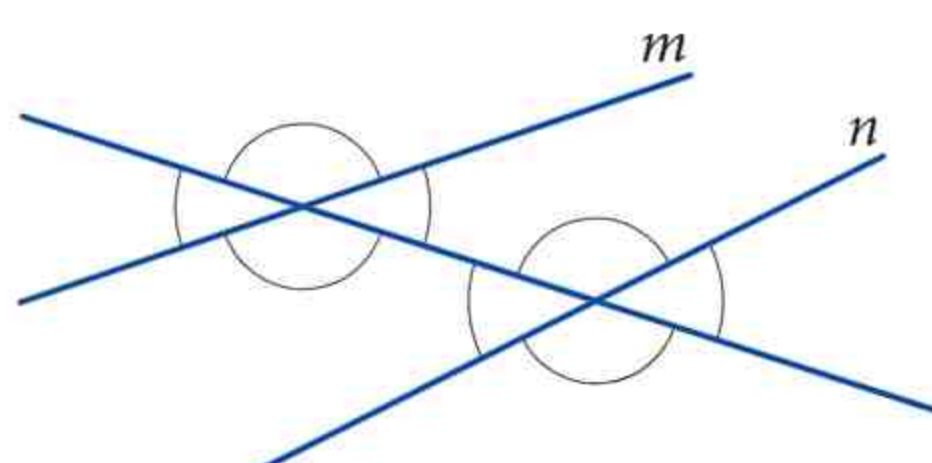


- 2 Kąty zaznaczone na rysunku, które mają takie same miary, pomaluj jednym kolorem. Pamiętaj, że proste możesz uznać za równoległe tylko wtedy, gdy ta informacja została podana.

a)

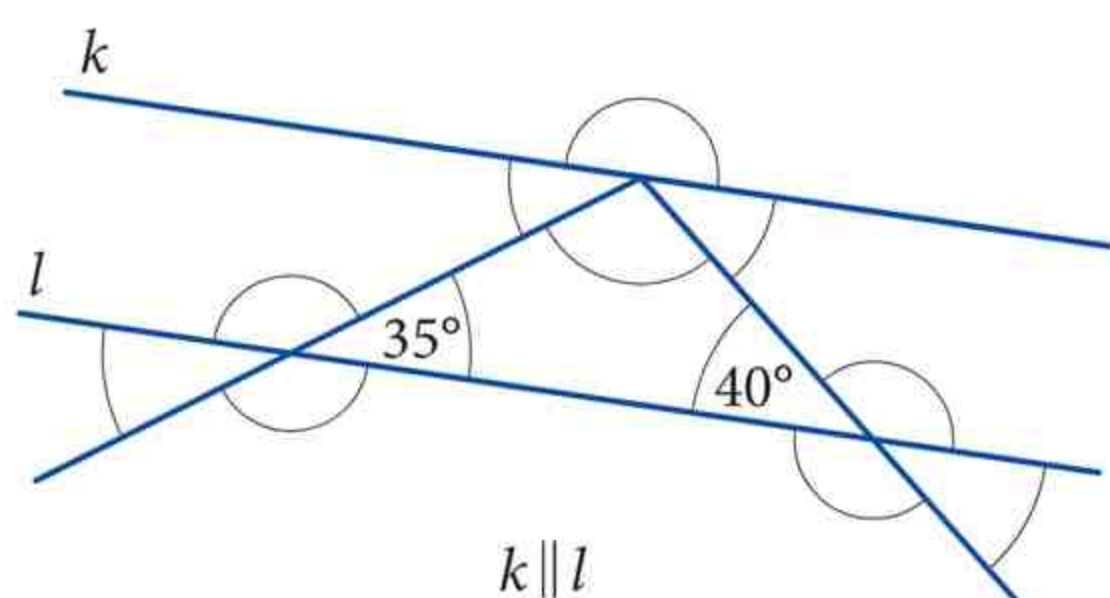


b)

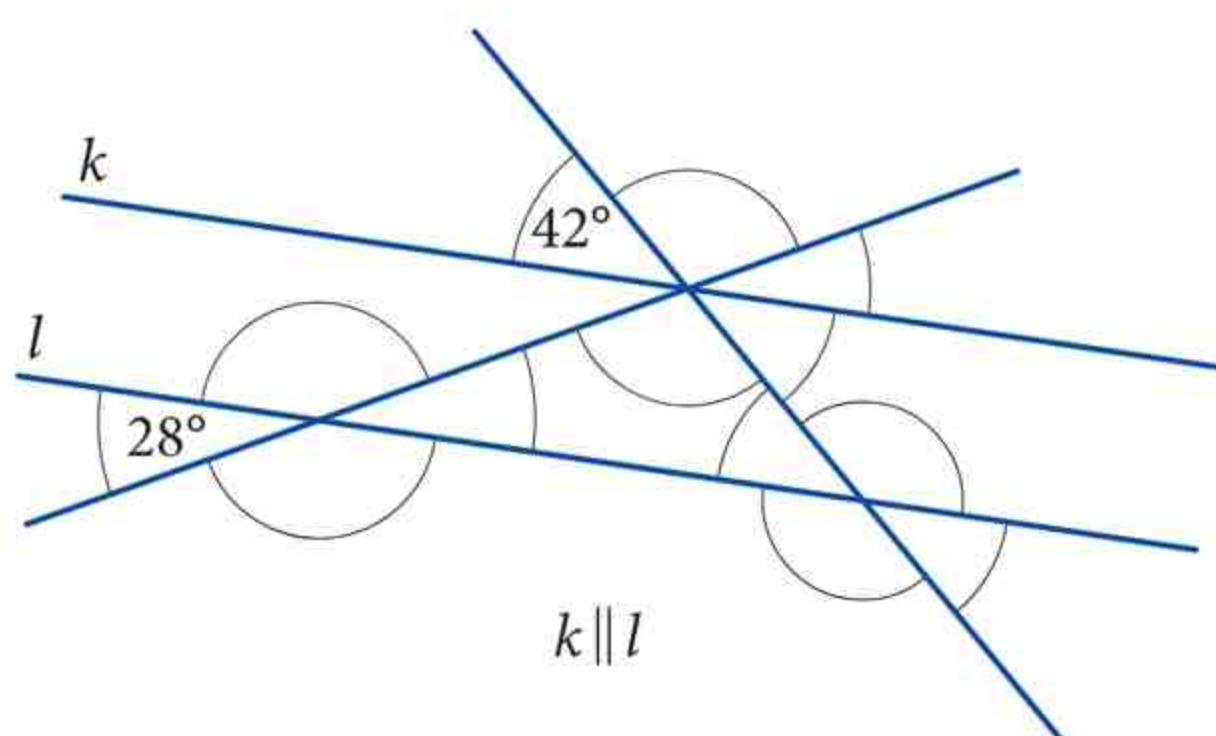


- 3 Wpisz miary wszystkich kątów zaznaczonych na rysunku łukami.

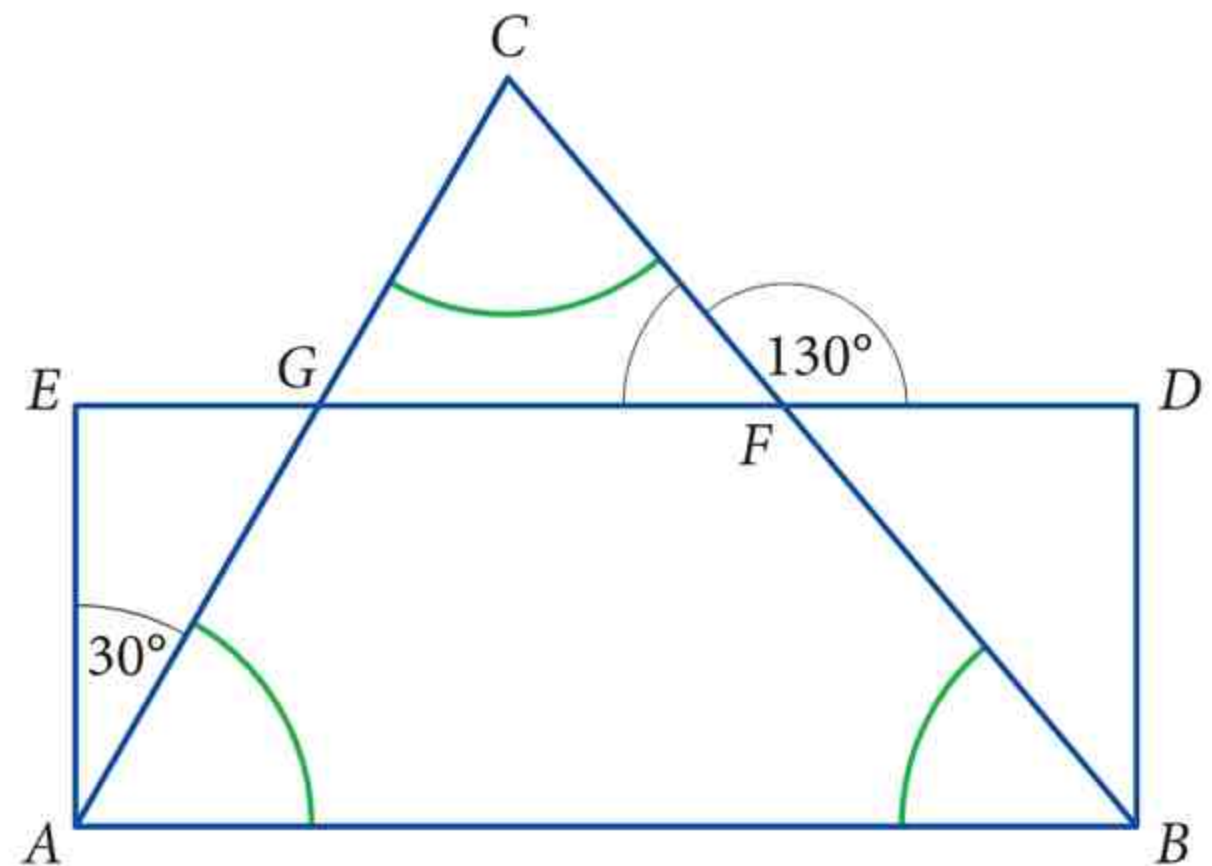
a)



b)



- 4 Czworokąt $ABDE$ jest prostokątem. Oblicz miary kątów trójkąta ABC . Podczas wykonywania zadania zapisuj na rysunku miary wszystkich obliczanych kątów, a pod rysunkiem wpisz ich miary wraz z uzasadnieniem.



$\sphericalangle GAB = \underline{\hspace{2cm}}$, ponieważ $\sphericalangle GAB = 90^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

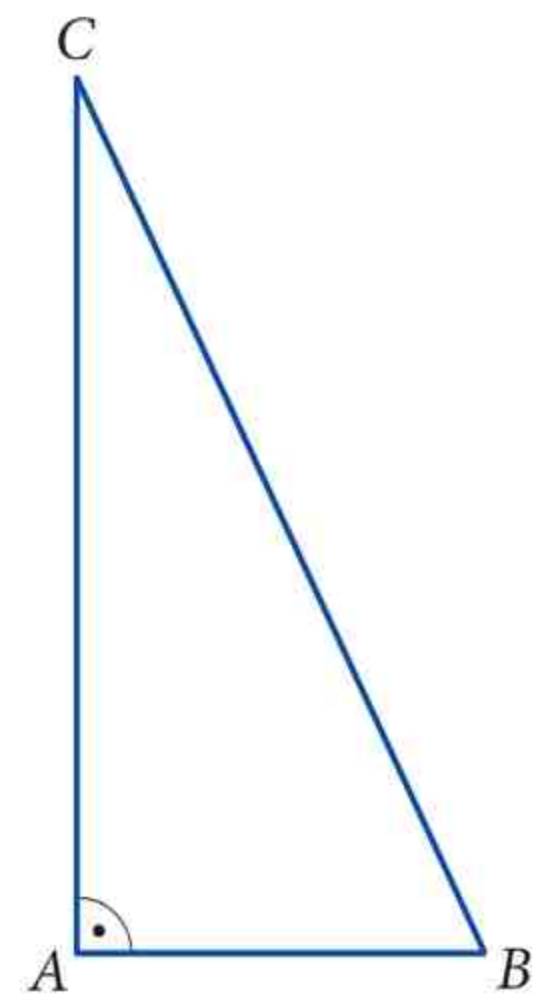
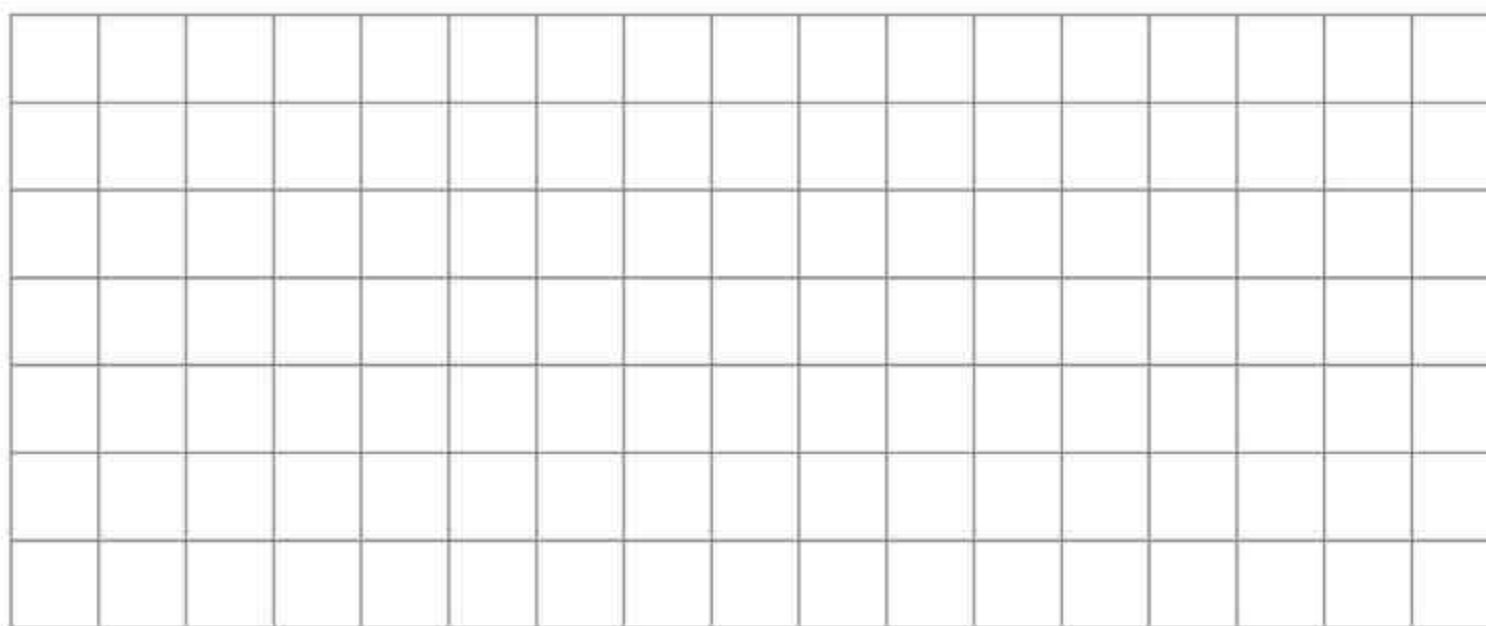
$\sphericalangle GFC = \underline{\hspace{2cm}}$, ponieważ $\sphericalangle GFC = 180^\circ - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (kąty przyległe)

$\sphericalangle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$, ponieważ kąty ABC i $\underline{\hspace{2cm}}$ są odpowiadające i $AB \parallel ED$

$\sphericalangle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$, ponieważ $\underline{\hspace{4cm}}$
(suma miar kątów trójkąta $\underline{\hspace{2cm}}$)

- 5 Uzupełnij rysunek i rozwiązanie zadania.

W trójkącie prostokątnym ABC kąt ostry przy wierzchołku C ma miarę 25° . Z wierzchołka A poprowadzono wysokość AD na przeciwprostokątną BC . Oblicz miarę kąta przy wierzchołku A trójkąta ABD .

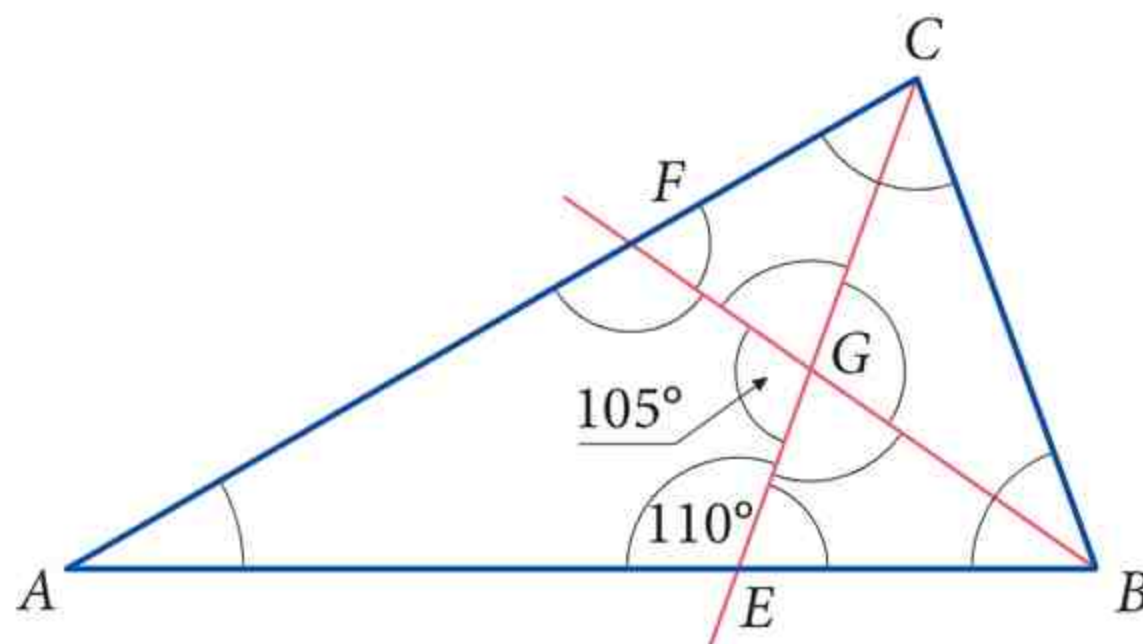
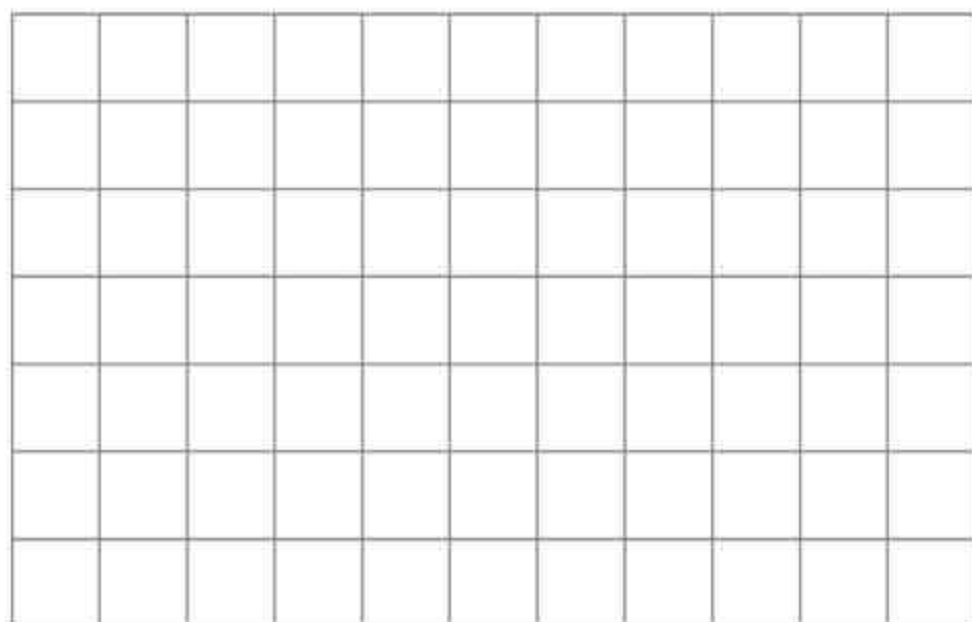


$\sphericalangle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, ponieważ $\underline{\hspace{4cm}}$

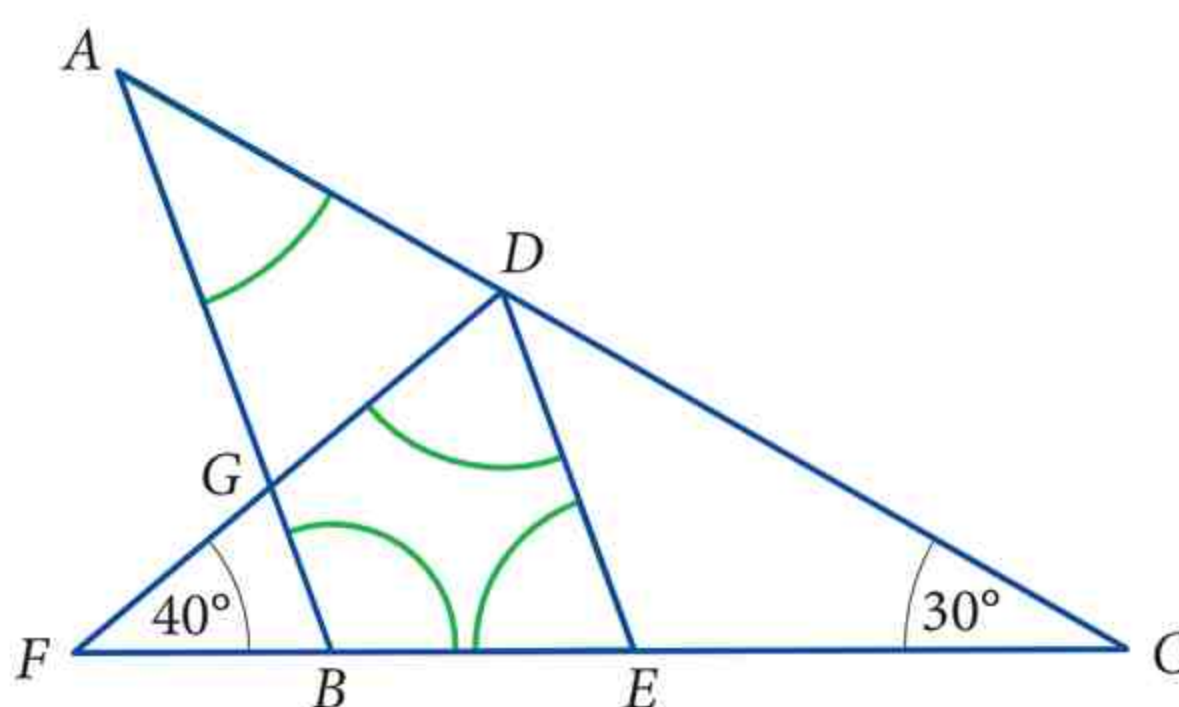
$\sphericalangle \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$, ponieważ $\underline{\hspace{4cm}}$

Odp. $\underline{\hspace{4cm}}$

- 6 W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczne dwóch kątów. Wyznacz i wpisz miary kątów zaznaczonych na rysunku łukami. Sprawdź, czy suma kątów czworokąta $AEGF$ wynosi 360° .



- 7 Podstawą trójkąta równoramiennego DEF jest bok DE . Uzupełnij zdania i wpisz na rysunku brakujące miary kątów trójkątów ABC i DEF , wiedząc że $AB \parallel DE$.



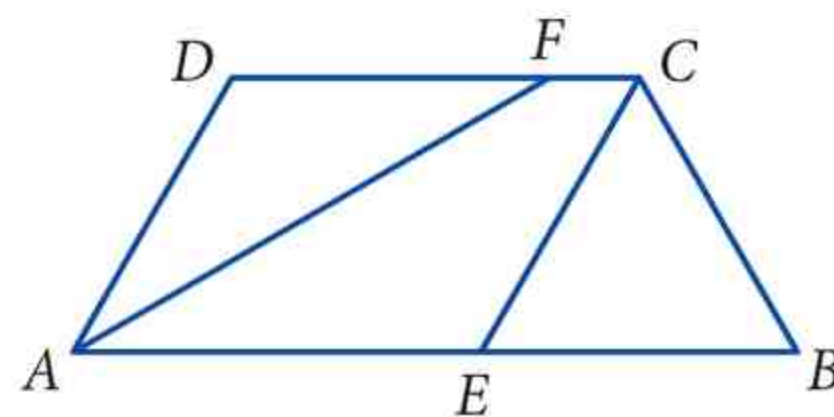
$\sphericalangle FDE = \sphericalangle FED = 70^\circ$, ponieważ $(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$
(trójkąt DEF jest równoramienny)

_____, ponieważ _____

_____, ponieważ _____

- 8 Na rysunku przedstawiono trapez równoramienny $ABCD$, trójkąt równoboczny BCE oraz trójkąt równoramienny ADF , w którym $AD = DF$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.



Czworokąt $AECF$ jest trapezem.	P	F
Suma kątów ostrych w czworokącie $AECF$ jest równa 90° .	P	F



Wskazówka
 docwiczenia.pl
Kod: M8WMZR

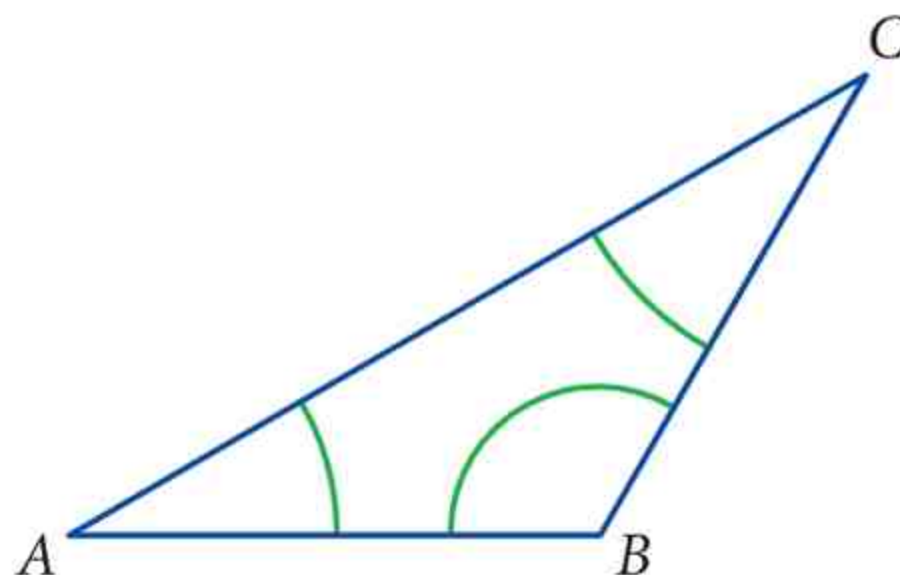


Na medal
 docwiczenia.pl
Kod: M8XNUJ

- 1 Uzupełnij rysunek danymi zgodnie z treścią zadania. Rozwiąż zadanie.

a)

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku B jest cztery razy większy od kąta α przy wierzchołku A , a kąt ACB ma miarę 30° . Oblicz miary kątów trójkąta ABC .



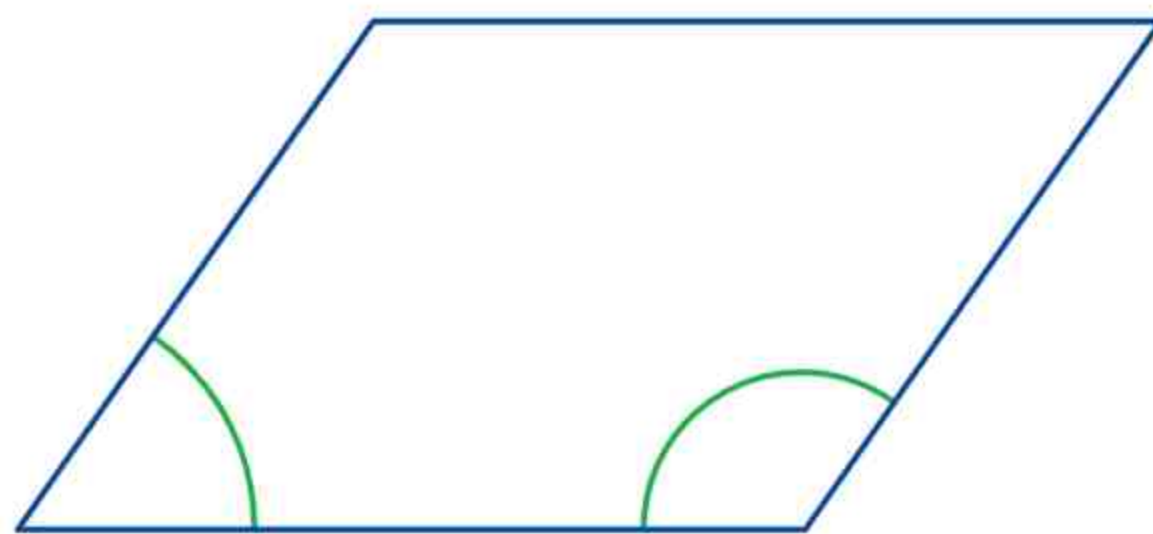
Układamy równanie:

_____ + _____ + _____ = _____, bo suma miar kątów w trójkącie wynosi

Odp. _____

b)

Jeden z kątów równoległoboku jest o 70° większy od drugiego. Oblicz miary kątów przy podstawie równoległoboku.



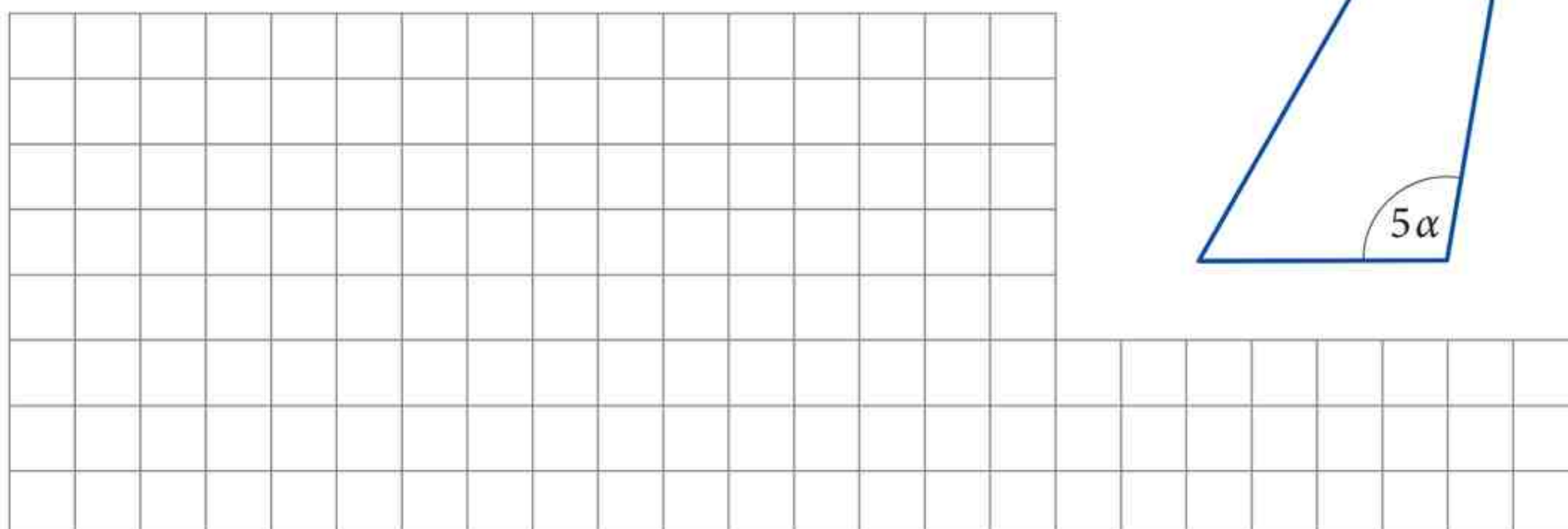
Układamy równanie:

_____ + _____ = _____, bo suma miar kątów przy dowolnym boku równoległoboku jest równa _____

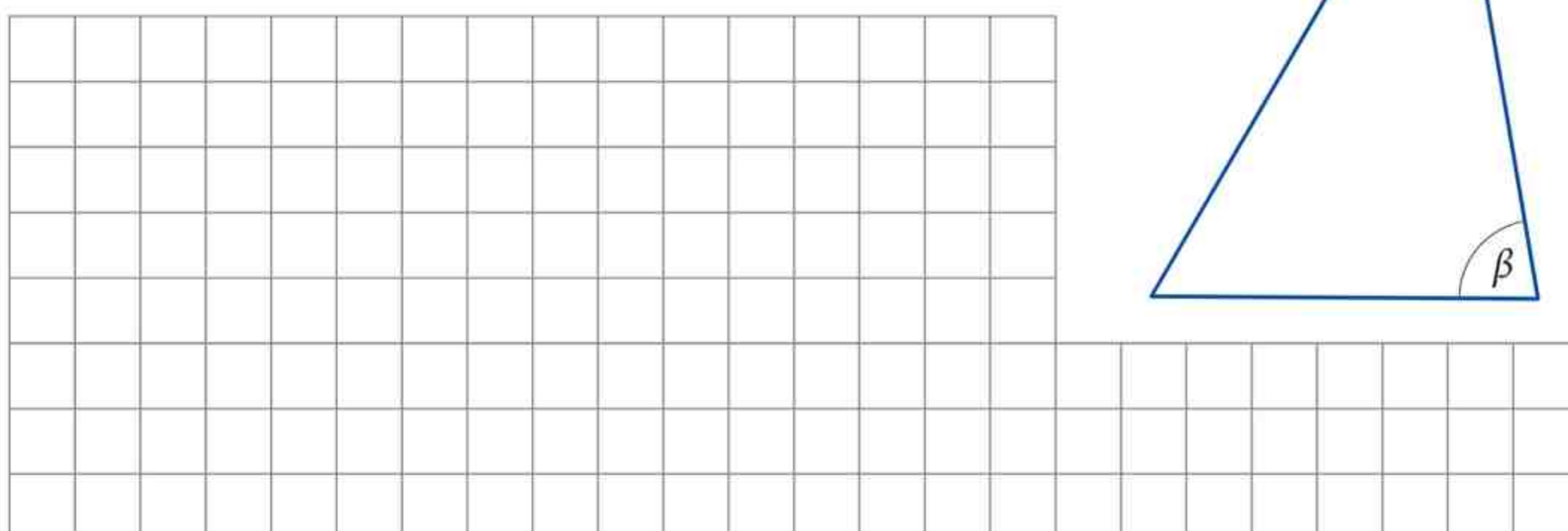
Odp. _____

2 Uzupełnij rysunek danymi zgodnie z treścią zadania. Rozwiąż zadanie.

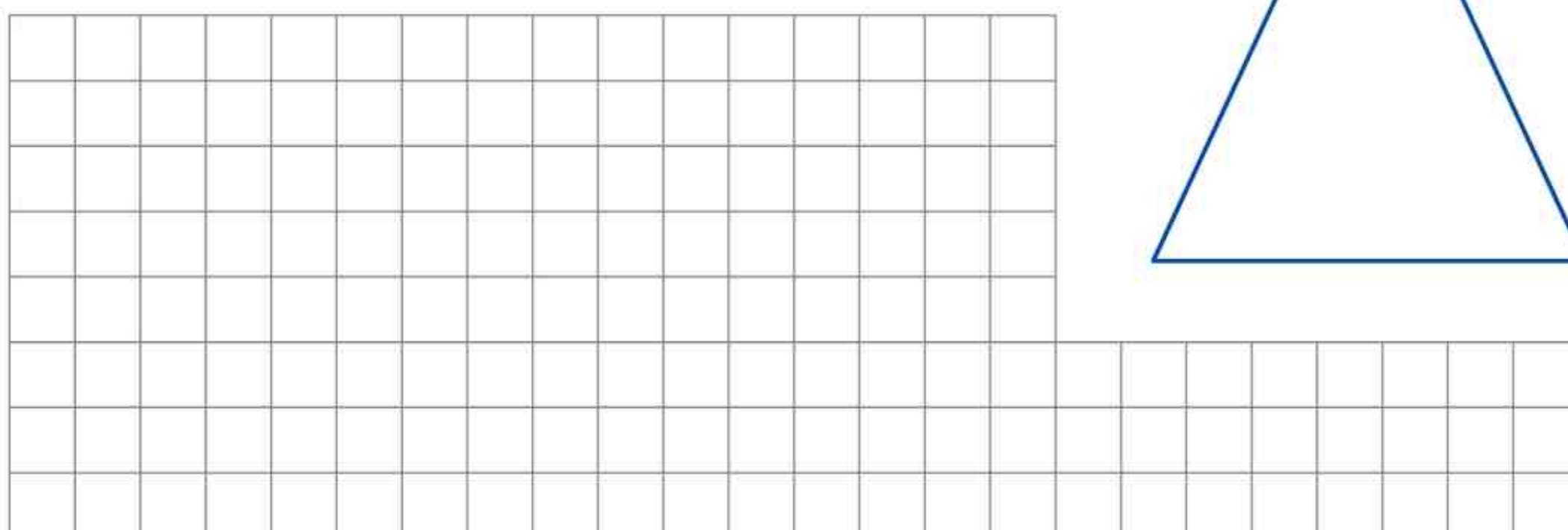
- a) W trójkącie narysowanym obok najmniejszy kąt α jest pięciokrotnie mniejszy od drugiego kąta oraz o 40° mniejszy od trzeciego. Oblicz miary kątów tego trójkąta.



- b) W trójkącie narysowanym obok największy kąt β jest dwa razy większy od drugiego kąta, natomiast trzeci kąt ma 60° . Oblicz miary kątów tego trójkąta.

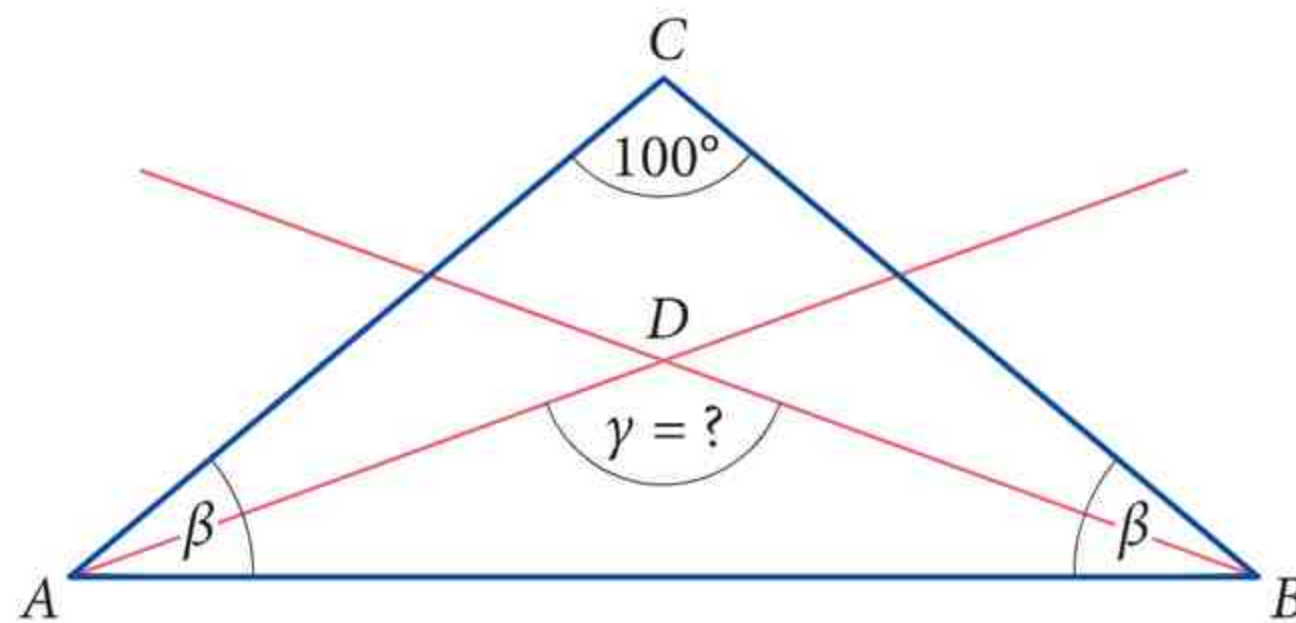


- c) W trójkącie równoramiennym narysowanym obok jedno z ramion tworzy z podstawą kąt γ , a kąt między ramionami jest od niego o 15° mniejszy. Oblicz miarę kąta między ramionami tego trójkąta.



3 Rozwiąż zadanie.

- a) W trójkącie równoramiennym ABC ramiona AC i BC tworzą kąt 100° . Oblicz miarę kąta rozwartego, jaki tworzą dwusieczne kątów przy podstawie tego trójkąta.



Obliczamy kąt przy podstawie trójkąta, korzystając z twierdzenia o sumie miar kątów trójkąta i z własności trójkąta równoramiennego.

$$\beta = (180^\circ - \underline{\hspace{2cm}}) : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

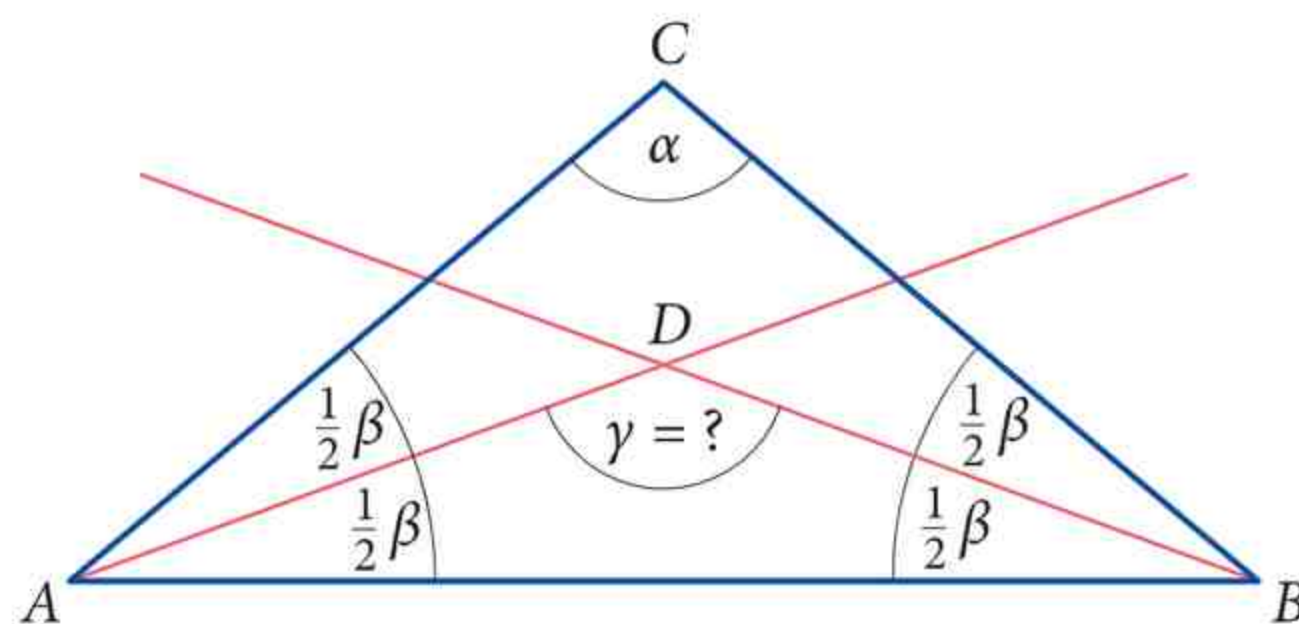
Wobec tego kąt DAB jest równy $\underline{\hspace{2cm}}$ oraz kąt DBA jest równy $\underline{\hspace{2cm}}$.

Obliczamy kąt γ , korzystając z sumy miar kątów trójkąta ABD .

$$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$$

Odp. $\underline{\hspace{2cm}}$

- b) W trójkącie równoramiennym ABC ramiona AC i BC tworzą kąt α . Oblicz miarę kąta rozwartego, jaki tworzą dwusieczne kątów przy podstawie tego trójkąta.



Obliczamy β , korzystając z twierdzenia o sumie miar kątów trójkąta i własności trójkąta równoramiennego.

$$\beta = (180^\circ - \underline{\hspace{2cm}}) : 2 = 90^\circ - \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}}$$

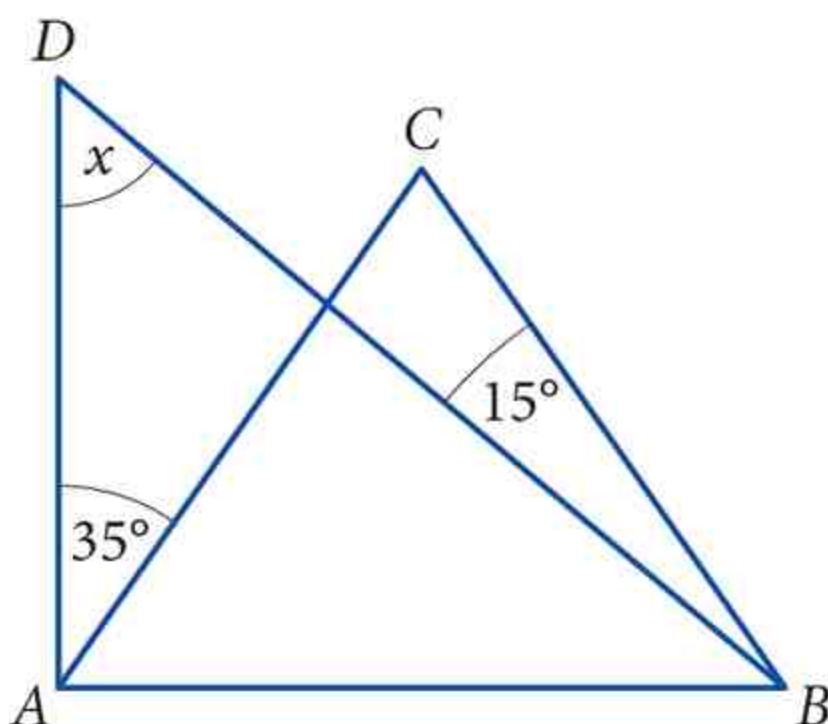
Obliczamy kąty ostre trójkąta ABD . Kąt DAB jest równy $\underline{\hspace{2cm}}$ oraz kąt ABD jest równy $\underline{\hspace{2cm}}$.

Obliczamy kąt ADB , korzystając z sumy miar kątów trójkąta ABD .

$$\gamma = \underline{\hspace{2cm}}$$

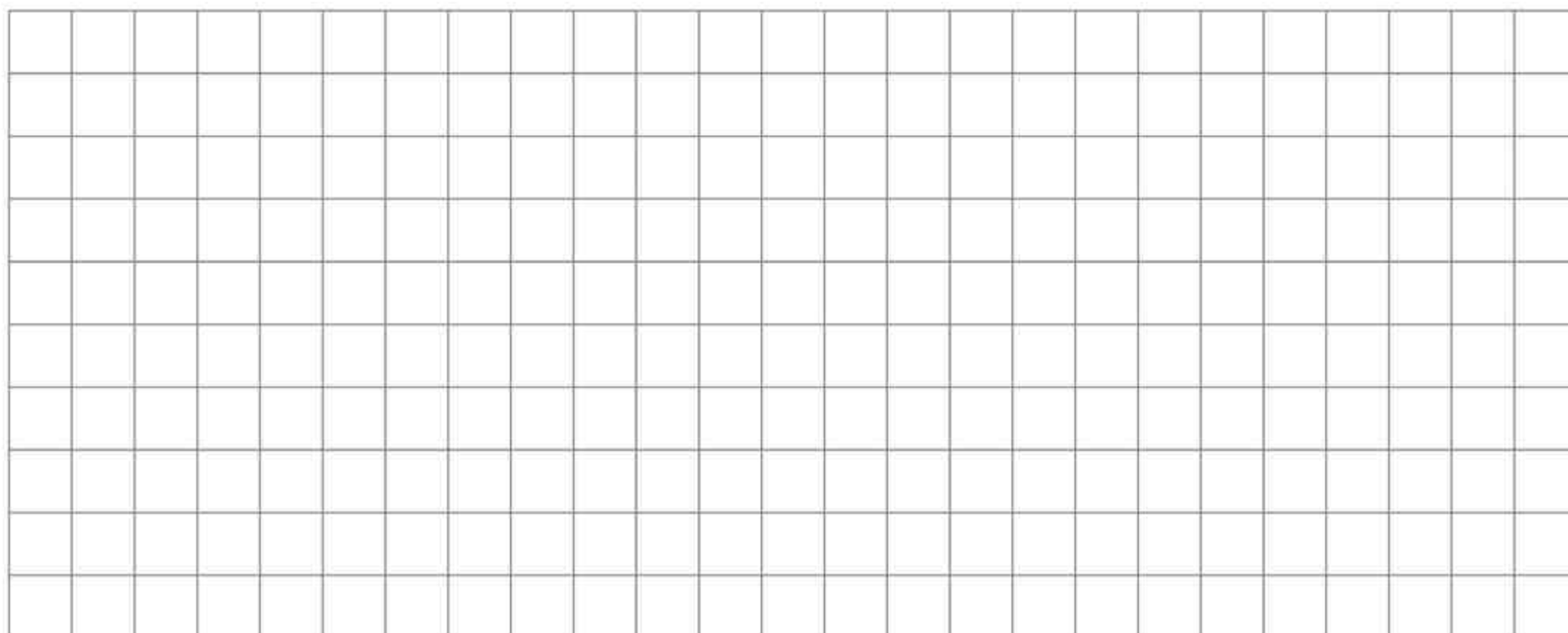
Odp. $\underline{\hspace{2cm}}$

- 4 Trójkąt równoramienny ABC o ramionach AC i BC ma wspólną podstawę z trójkątem prostokątnym ABD o kącie prostym przy wierzchołku A . Oblicz miarę kąta x .



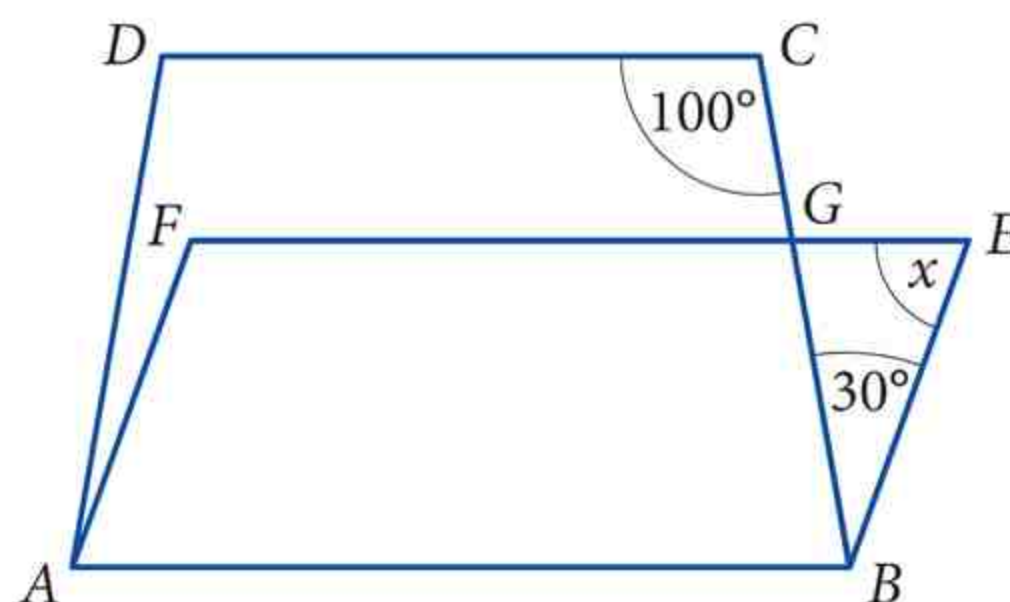
Przyjrzyj się rysunkowi. Zaplanuj, w jakiej kolejności będziesz obliczać miary kątów.

$\angle CAB \rightarrow \boxed{} \rightarrow \boxed{}$



Odp. _____

- 5 Trapez równoramienny $ABCD$ ma wspólną podstawę z równoległobokiem $ABEF$. Czy kąt x ma miarę 70° ? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.



T	Tak,	ponieważ	1.	$(180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$.
			2.	$\angle CBA = 80^\circ$.
N	Nie,		3.	$180^\circ - 100^\circ - 30^\circ = 50^\circ$.



Wskazówka docwiczenia.pl
Kod: M8JFPZ



Na medal docwiczenia.pl
Kod: M8HTMB

III.3

Twierdzenie matematyczne i jego dowód

- 1 W poniższych twierdzeniach podkreśl na zielono założenie, a na czerwono tezę.
 - a) Jeżeli w trójkącie dwie wysokości są równe, to trójkąt ten jest równoramienny.
 - b) Jeżeli czworokąt jest trapezem, to odcinek łączący środki jego ramion jest równoległy do podstaw.
 - c) Jeżeli czworokąt jest równoległobokiem, to suma kątów przy dowolnie wybranym boku wynosi 180° .

- 2 Podane niżej twierdzenie zapisz innymi słowami, a następnie podkreśl na zielono założenie, a na czerwono tezę.

W każdym równoległoboku przeciwległe kąty mają równe miary.

Jeżeli _____,

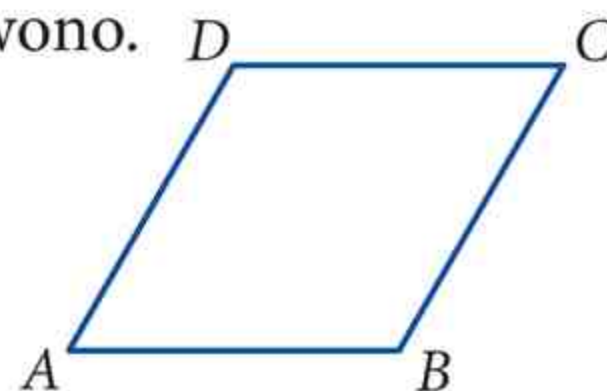
to _____.

- 3 Udowodnij, że jeśli kąt ostry rombu ma 60° , to jego krótsza przekątna ma taką samą długość jak jego bok. Postępuj zgodnie z poniższą instrukcją.

Krok 1. Podkreśl założenie na zielono, a tezę na czerwono.

Krok 2. Uzupełnij rysunek – narysuj krótszą przekątną rombu i podpisz te jego kąty, które mają miarę 60° .

Krok 3. Uzupełnij zdania.



Czworokąt $ABCD$ jest rombem, więc wszystkie jego boki są _____.

Wobec tego $AB =$ _____, więc trójkąt ABD jest równoramienny.

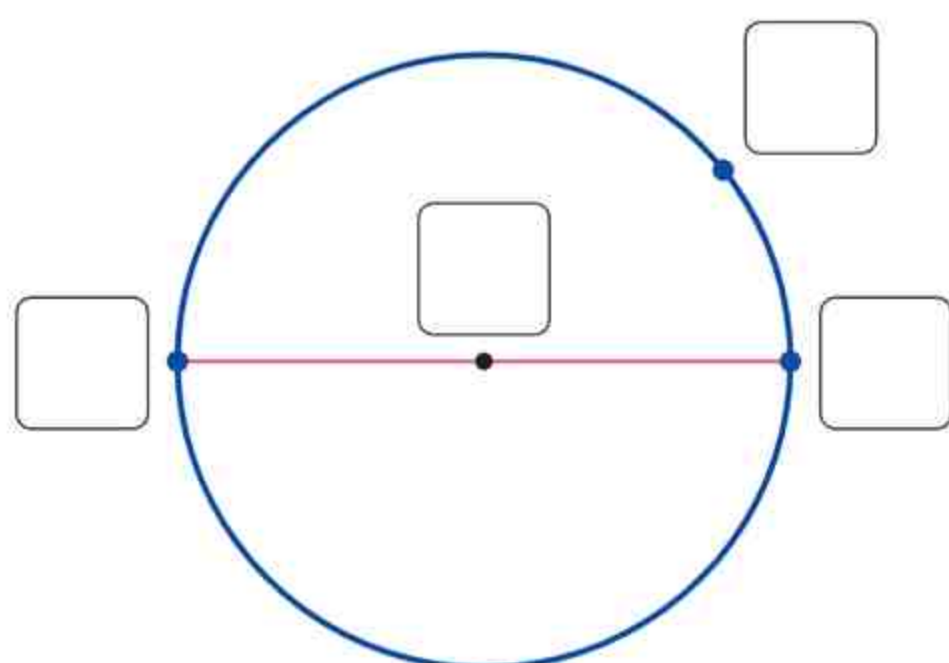
Obliczamy miary pozostałych kątów trójkąta ABD :

Trójkąt ABD ma wszystkie kąty _____, więc jest trójkątem _____, czyli $BD = AB$, co należało udowodnić.

- 4 Do założenia dopisz tezę, tak aby otrzymać twierdzenie, czyli zdanie prawdziwe.
 - a) Jeżeli dodamy dwie liczby nieparzyste, to _____.
 - b) Jeżeli boki jednego prostokąta są równe odpowiednim bokom drugiego prostokąta, to _____.
 - c) Jeżeli dwa równoległoboki mają jednakowe podstawy i równe wysokości opuszczone na te podstawy, to _____.
 - d) Jeżeli liczba a jest równa liczbie b i liczba b jest równa liczbie c , to _____.

5 Wykonaj kolejne kroki i udowodnij poniższe twierdzenie.

Jeżeli punkt C leży na okręgu o średnicy AB i środku O , to trójkąt ABC jest prostokątny.



Podkreśl na zielono założenie, a na czerwono tezę twierdzenia.

Uzupełnij rysunek, korzystając z informacji podanych w twierdzeniu.

Dorysuj na rysunku promień OC .

Oznacz literą r wszystkie widoczne na rysunku promienie.

Narysuj brakujące boki trójkątów AOC i BOC i oznacz na rysunku jednakowymi literami α, β równe kąty tych trójkątów.

Boki AO i OC są _____,
 więc trójkąt AOC jest _____.
 Dlatego kąty _____ i _____ są równe.
 Boki BO i OC są _____,
 więc trójkąt BOC jest _____.
 Dlatego kąty _____ i _____ są równe.
 $\alpha + (\alpha + \beta) + \beta =$ _____

 $\sphericalangle ACB =$ _____
 Zatem trójkąt ABC jest _____,
 co należało udowodnić.

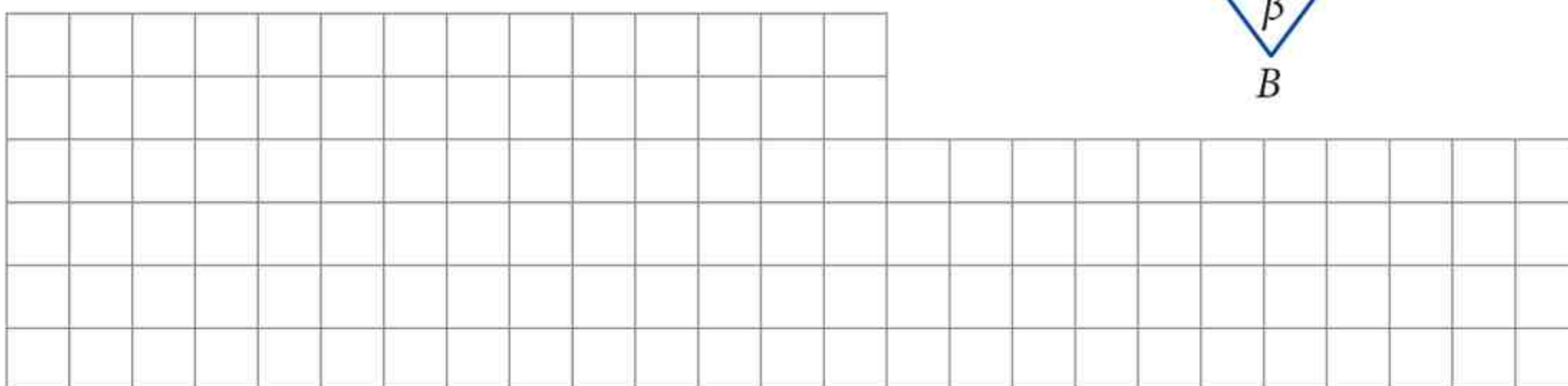
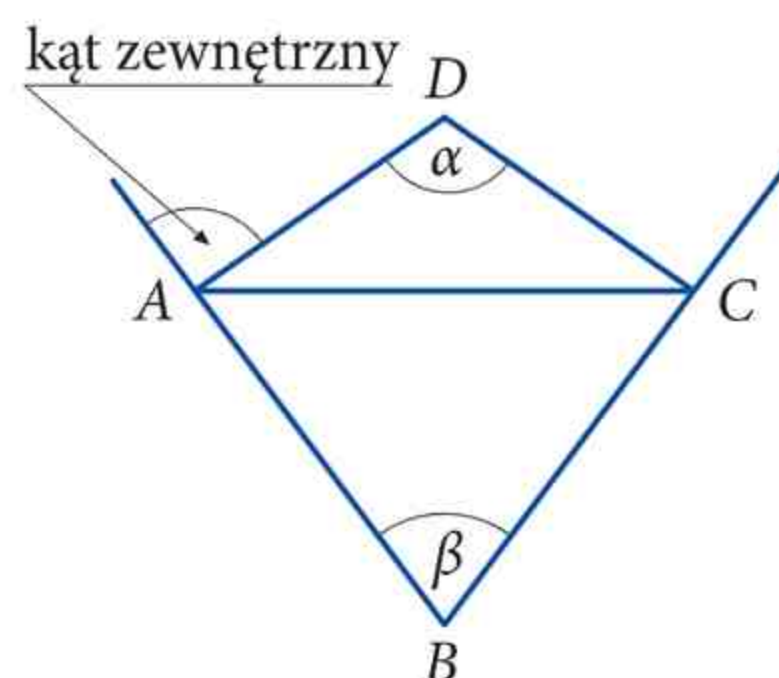
Suma miar kątów trójkąta ABC .

Uprość powyższe równanie.

Miara kąta ACB .

6 Udowodnij twierdzenie.

Jeżeli czworokąt $ABCD$ jest deltoidem, w którym $AD = DC$ i $AB = BC$, to miara kąta zewnętrznego przy wierzchołku A jest równa średniej arytmetycznej miar kątów przy wierzchołkach B i D : $\gamma = \frac{\alpha + \beta}{2}$.



Wskazówka docwiczenia.pl
 Kod: M8Y7F9



Na medal docwiczenia.pl
 Kod: M8NP4N



- 1 Odległość punktu M od punktu A jest równa 3,2 cm, a odległość punktu A od punktu K wynosi 1,5 cm. Przedstaw na rysunku co najmniej trzy różne możliwości wzajemnego położenia punktów M , A i K .



Najmniejsza możliwa odległość punktu M od punktu K wynosi _____.
Największa możliwa odległość punktu M od punktu K wynosi _____.

- 2 Jaką długość może mieć trzeci bok trójkąta ABC , jeżeli jego dwa boki są równe:

a) $AB = 3$ cm, $BC = 2$ cm

Trzeci bok AC ma długość większą niż _____ cm i mniejszą niż _____ cm,
bo 3 cm $-$ 2 cm = _____ i 3 cm $+$ 2 cm = _____.

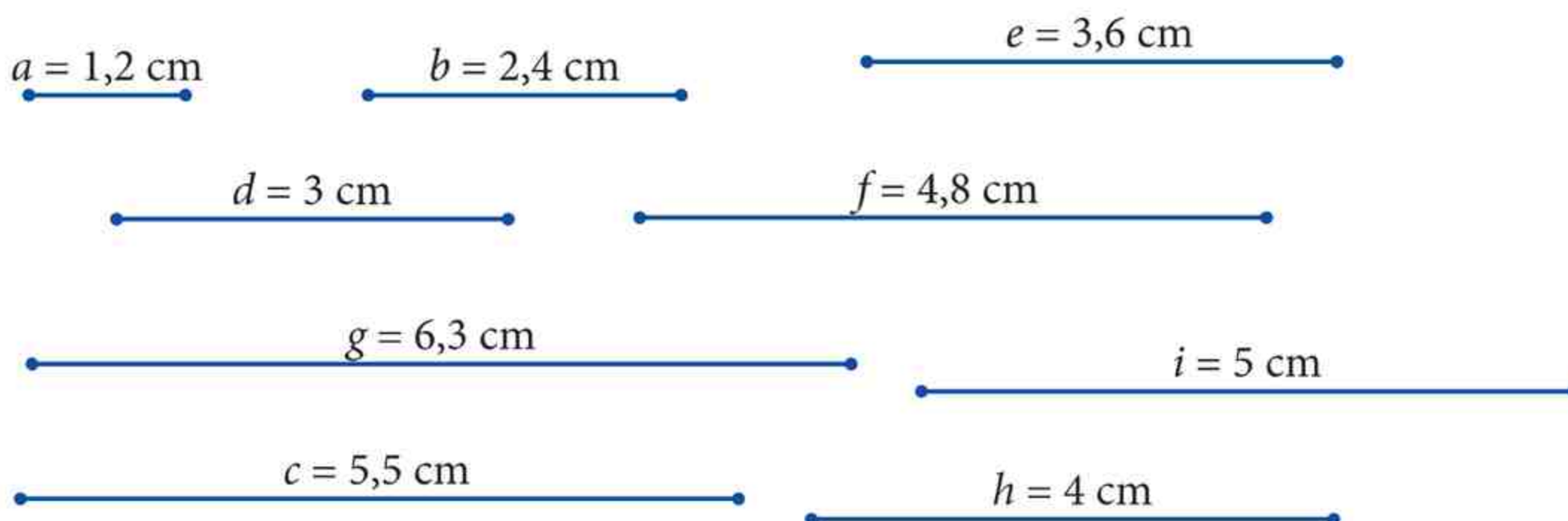
b) $AB = 5$ cm, $BC = 5$ cm

Trzeci bok AC ma długość większą niż _____ cm i mniejszą niż _____ cm,
bo _____ i _____.

c) $AB = 4$ cm, $BC = 2$ cm

Trzeci bok AC ma długość większą niż _____ cm i mniejszą niż _____ cm,
bo _____ i _____.

- 3 Danych jest dziewięć odcinków o podanych długościach. Dobierz trójkami odcinki tak, aby można było z nich zbudować trzy trójkąty. Każdy odcinek może być wykorzystany tylko raz. Zadanie ma kilka rozwiązań. Zapisz jedno z nich.



Jeden trójkąt można zbudować z odcinków: _____, _____, _____, drugi z odcinków: _____, _____, _____, a trzeci z odcinków: _____, _____, _____.

- 4** Sprawdź za pomocą nierówności trójkąta, czy istnieje trójkąt równoramienny, którego dwa boki są podane poniżej. Rozpatrz zawsze dwa przypadki.

a) 4 cm, 2 cm

Przypadek I

$AB = 4 \text{ cm}$ – podstawa trójkąta

$AC = BC = 2 \text{ cm}$ – ramiona trójkąta

2 cm + 4 cm > 2 cm				
i 2 cm + 2 cm = 4 cm				

Taki trójkąt równoramienny nie
istnieje, ponieważ nie jest
spełniona nierówność trójkąta.

Przypadek II

$AB = 2 \text{ cm}$ – podstawa trójkąta

$AC = BC = 4 \text{ cm}$ – ramiona trójkąta

[illegible]

Taki trójkąt równoramienny _____

b) 2 cm, 3 cm

Przypadek I

$AB = 2 \text{ cm}$ – podstawa trójkąta

$AC = BC = 3 \text{ cm}$ – ramiona trójkąta

[illegible]

Taki trójkąt równoramienny _____

Przypadek II

$AB = 3 \text{ cm}$ – podstawa trójkąta

$AC = BC = 2 \text{ cm}$ – ramiona trójkąta

[illegible]

Taki trójkąt równoramienny _____

- E** **5** O trójkacie równoramiennym wiadomo, że jego dwa boki mają długości 56 cm i 27 cm. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Podstawa tego trójkąta ma długość 56 cm.	P	F
Obwód tego trójkąta wynosi 139 cm.	P	F



Wskazówka  [docwiczzenia.pl](https://www.docwiczzenia.pl)
Kod: M8J2PF



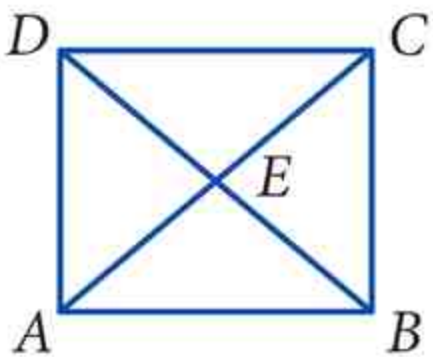
Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8CF22

Sprawdź, czy potrafisz

Zadanie 1.

Przekątne prostokąta $ABCD$ przecinają się w punkcie E . Kąt BAE ma 40° . Która z podanych miar jest miarą kąta AED ?

- A. 40°
- B. 50°
- C. 80°
- D. 90°



Zadanie 2.

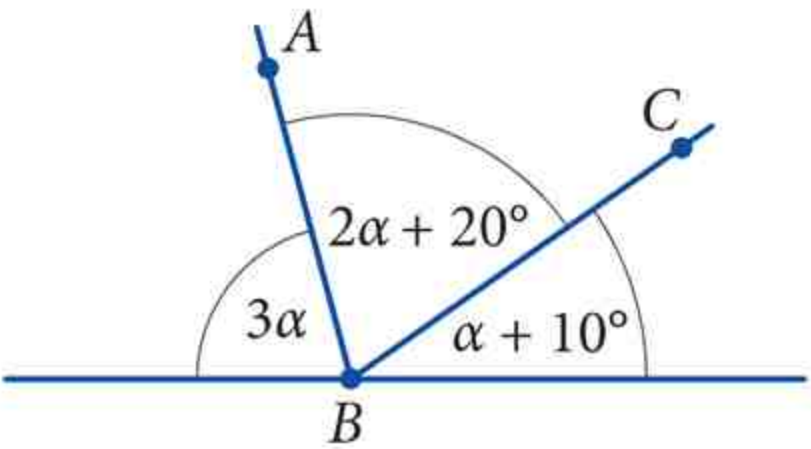
Dla każdego z trójkątów podane są miary dwóch spośród jego trzech kątów. Który trójkąt jest równoramienny?

- A. $\triangle ABC$: $63^\circ, 47^\circ$
- B. $\triangle DEF$: $55^\circ, 80^\circ$
- C. $\triangle GHI$: $36^\circ, 72^\circ$
- D. $\triangle KLM$: $14^\circ, 78^\circ$

Zadanie 3.

Jaką miarę ma kąt ABC zaznaczony na rysunku łukiem?

- A. 25°
- B. 50°
- C. 70°
- D. 90°



Zadanie 4.

Z której trójki odcinków nie można zbudować trójkąta?

- A. 2 dm; 999,9 m; 1 km
- B. 2 mm; 99,9 cm; 1 m
- C. 2 mm; 9,9 cm; 1 dm
- D. 2 mm; 9,9 dm; 1 m

Zadanie 5.

Czy z odcinków o długościach 10, 12 i 23 można zbudować trójkąt? Wybierz odpowiedź T lub N i jej uzasadnienie spośród zdań 1, 2 albo 3.

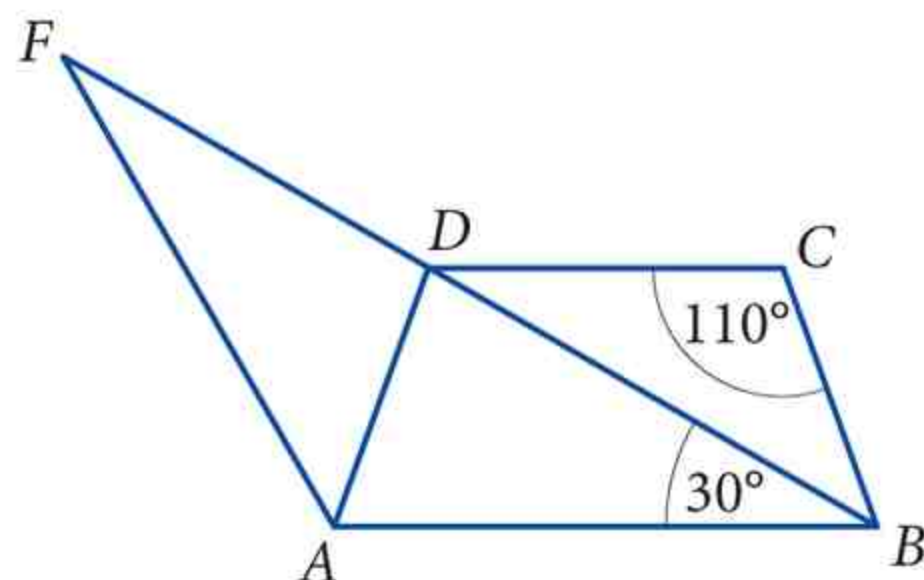
T	Tak,	ponieważ	1.	$10 + 12 < 23$.
N	Nie,		2.	$10 + 23 > 12$.
			3.	$12 + 23 > 10$.

Brudnopis

Zadanie 6.

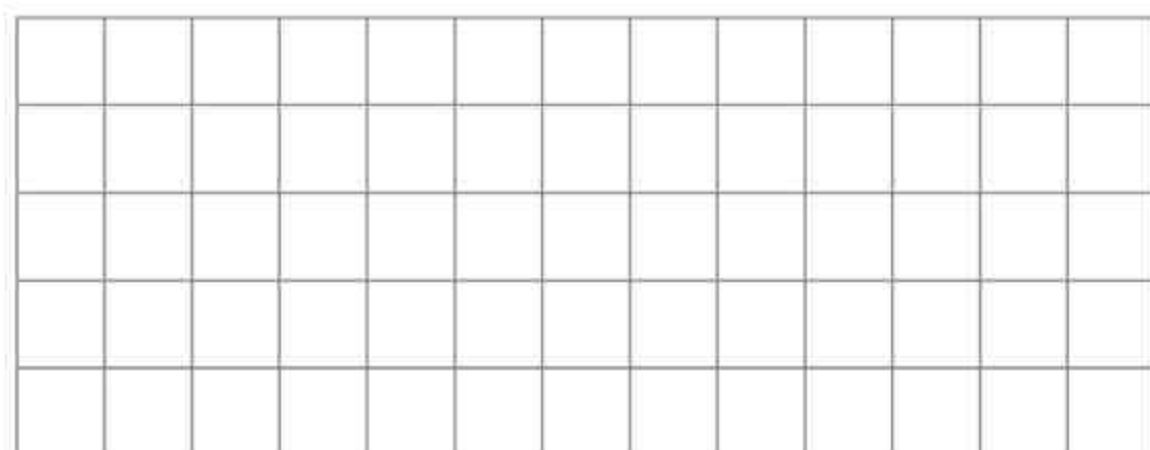
Dany jest trójkąt równoramienny ABF i trapez równoramienny $ABCD$ (patrz rysunek). Miara kąta ADF wynosi

- A. 90° . B. 100° . C. 110° . D. 120° .



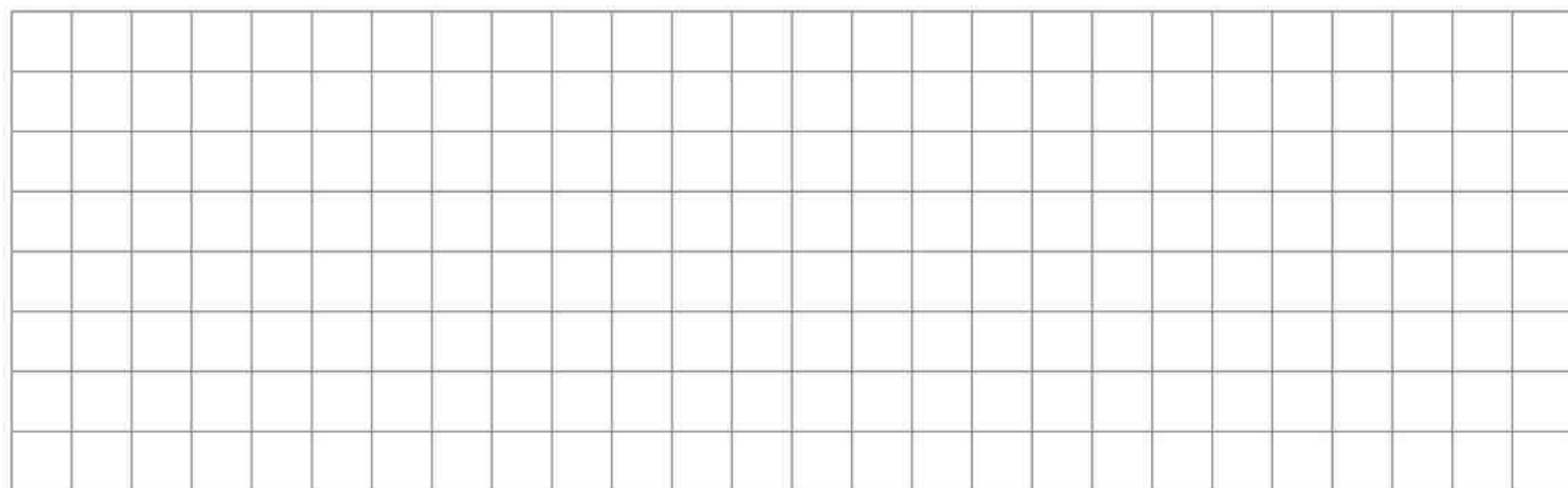
Zadanie 7.

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dwusieczne kątów przy dłuższej podstawie AB przecięły się w punkcie E położonym na podstawie CD i podzieliły ten trapez na trzy trójkąty. Są to: trójkąt równoramienny prostokątny AED , trójkąt równoramienny rozwartokątny BCE o kącie rozwartym 120° oraz różnoboczny rozwartokątny ABE . Oblicz miary kątów trójkąta ABE .



Zadanie 8.

W trójkącie ABC kąt ACB ma miarę α , kąt ABC jest od niego o 30° większy, a $\angle CAB = 2\alpha - 10^\circ$. Udowodnij, że $AC = CB$.

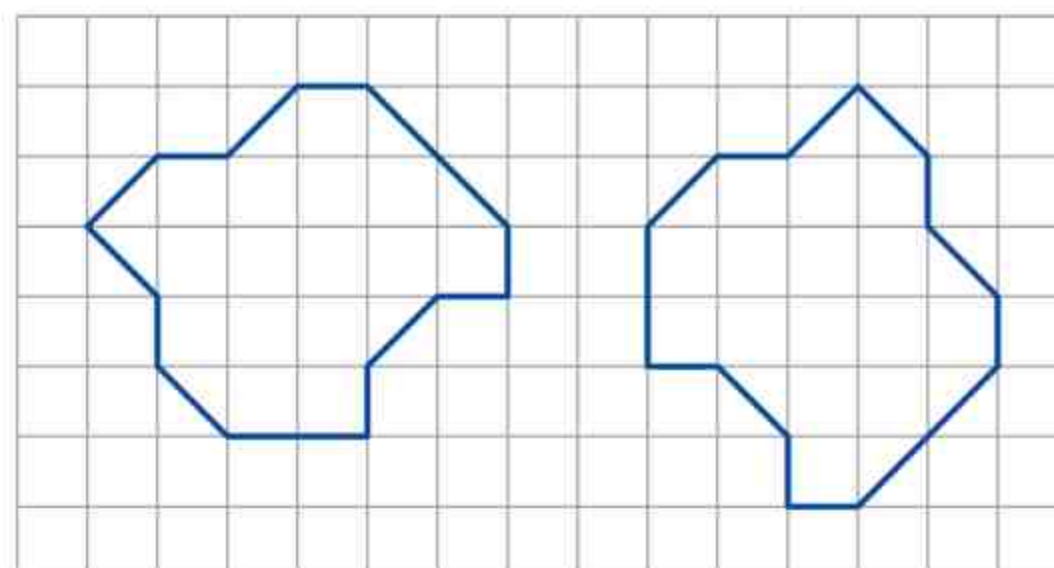


Brudnopis

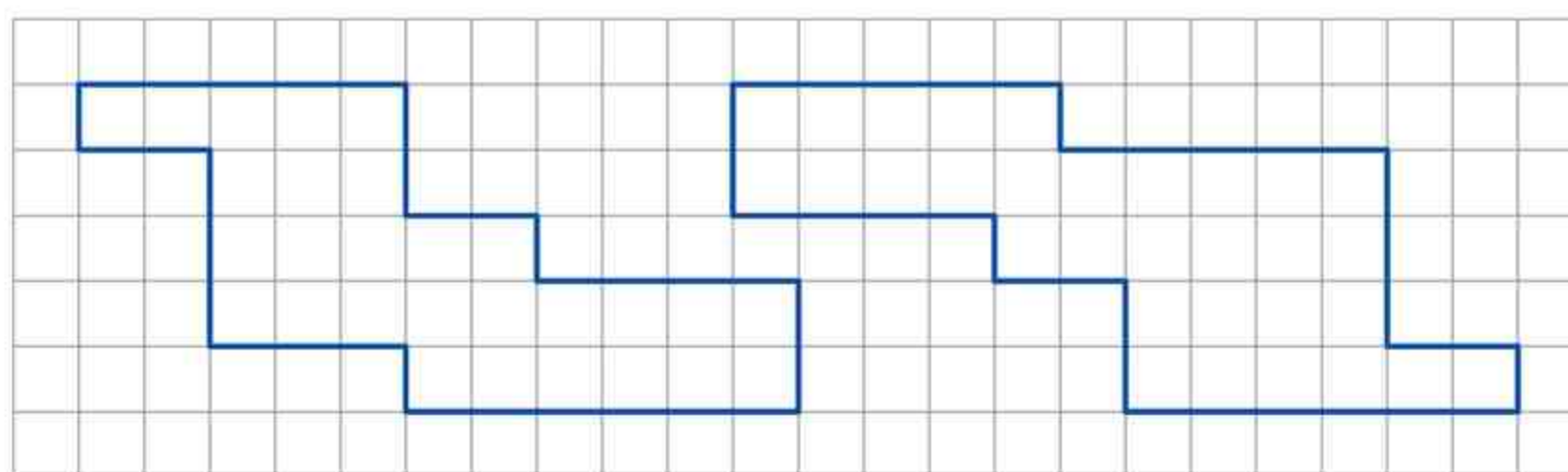
Brudnopis



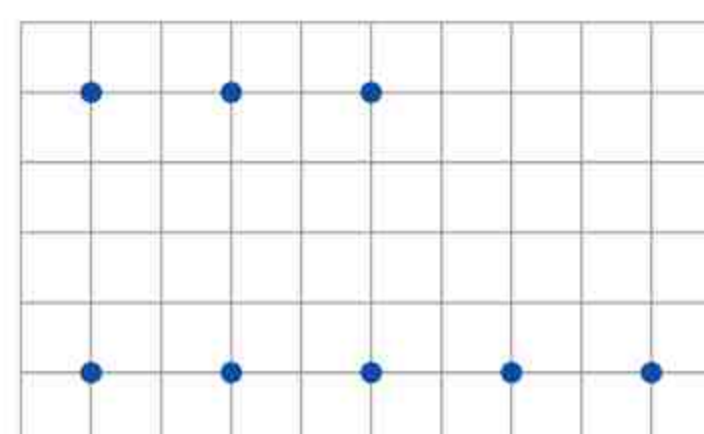
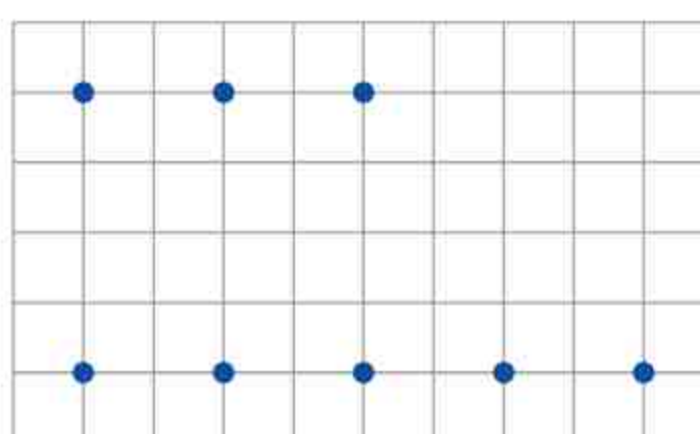
- a) TAK / NIE**



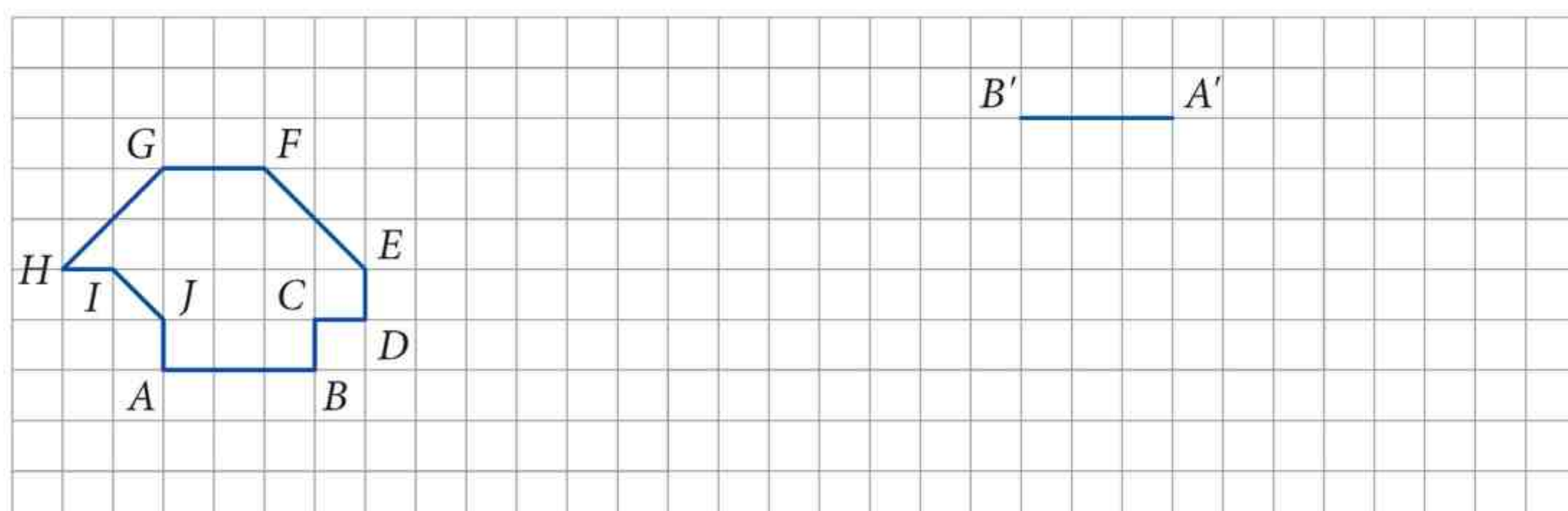
c) TAK / NIE



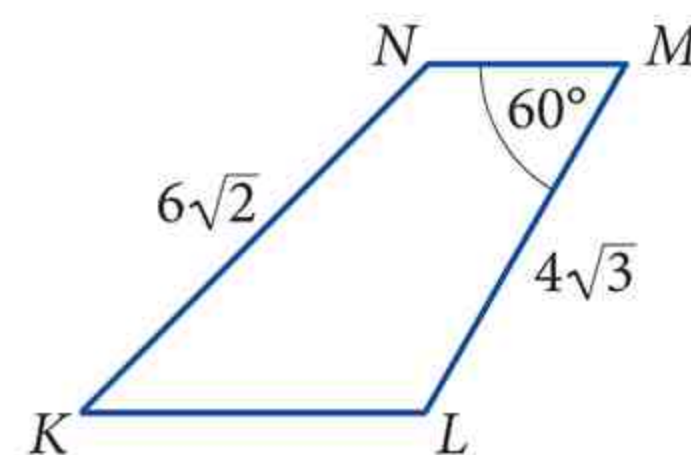
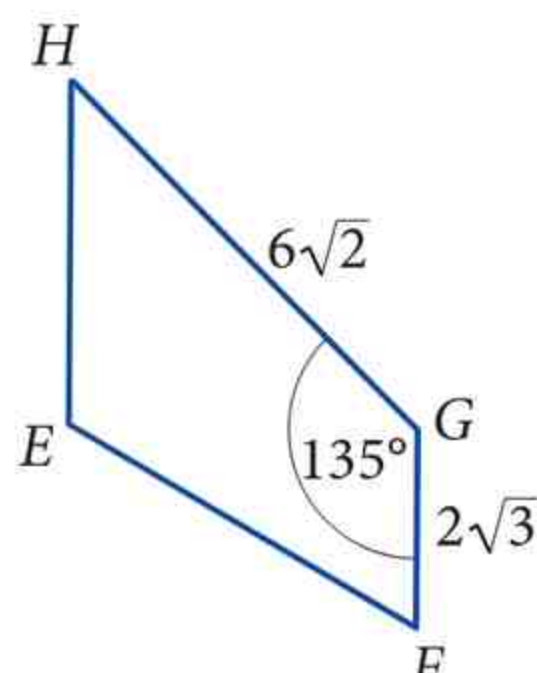
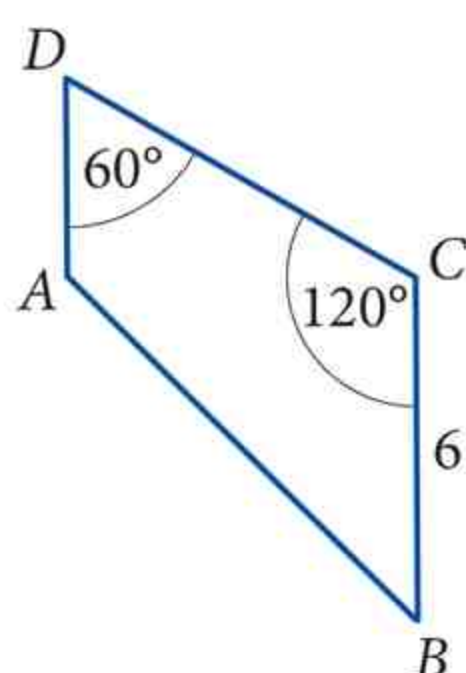
-



- 3** Dokończ rysunek tak, aby dorysowana figura była przystająca do wielokąta $ABCDEFGHIJ$. Wierzchołek A ma odpowiadać wierzchołkowi A' , wierzchołek B – wierzchołkowi B' itd.

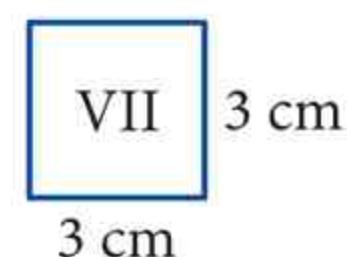
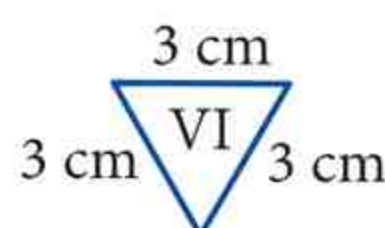
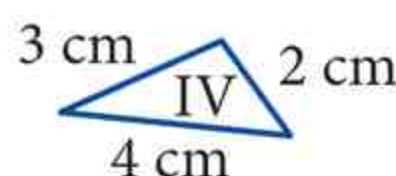
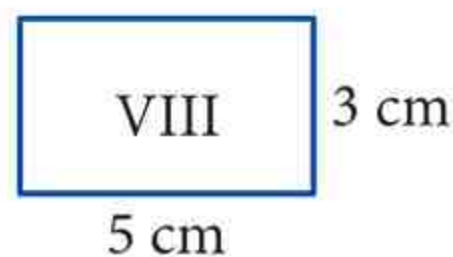
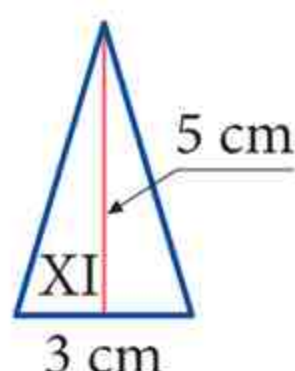
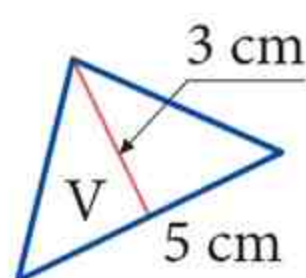
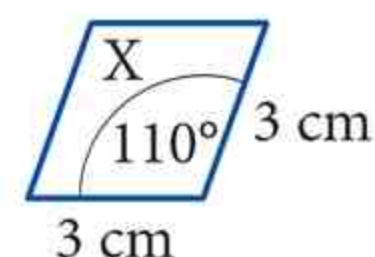
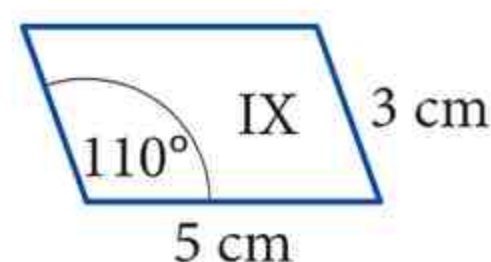
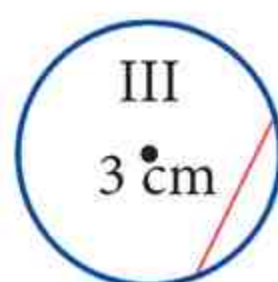
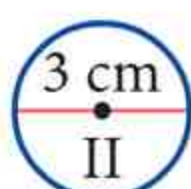
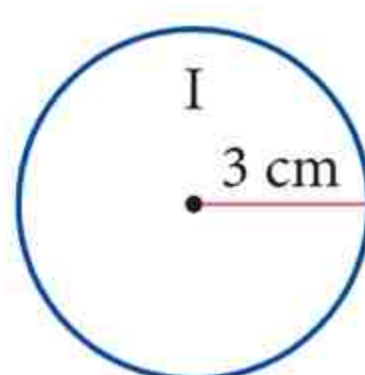


- 4 Czworokąty $ABCD$, $EFGH$ oraz $KLMN$ są przystające. Uzupełnij brakujące długości boków i miary kątów.



- 5 Oceń prawdziwość podanych zdań. Przy zdaniach fałszywych wpisz numery tych spośród poniższych figur, które uzasadniają fałszywość tych zdań.

Zdanie	Ocena prawdziwości zdania	Numery figur
Dwa okręgi są przystające, gdy mają równe cięciwy.		
Dwa kwadraty są przystające, gdy mają równe boki.		
Dwa okręgi są przystające, gdy mają równe średnice.		
Dwa równoległoboki, których kąty rozwarte mają równe miary, są przystające.		
Dwa trójkąty są przystające, gdy mają równe pola.		
Dwa romby są przystające, gdy mają jednakowe obwody i ich kąty ostre mają równe miary.		



- 6 Czy każde dwa romby o jednakowych obwodach są przystające?

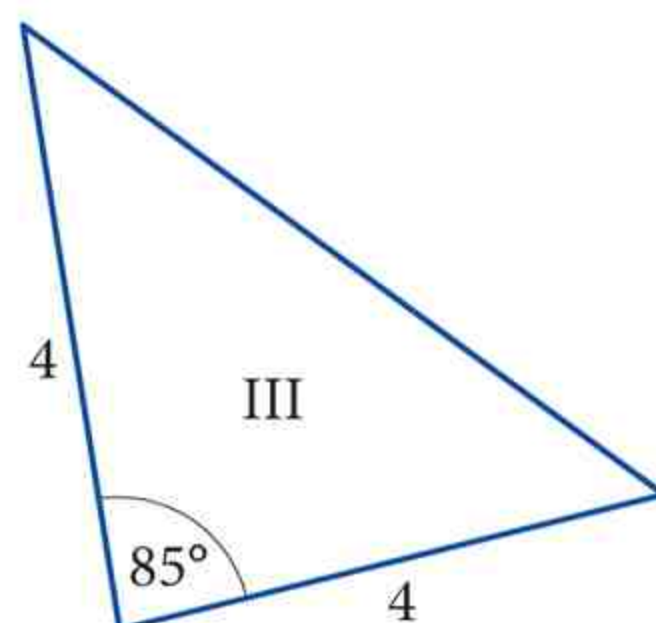
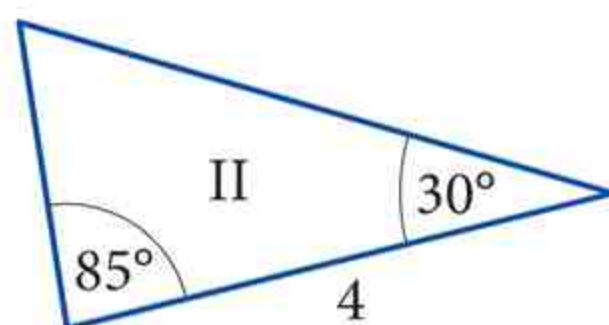
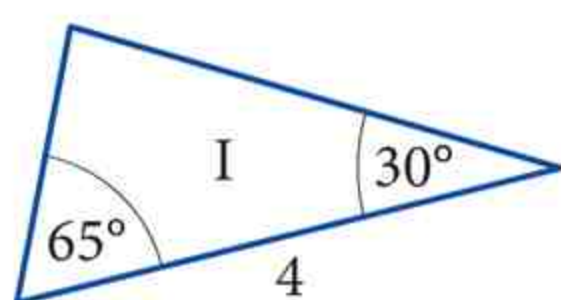
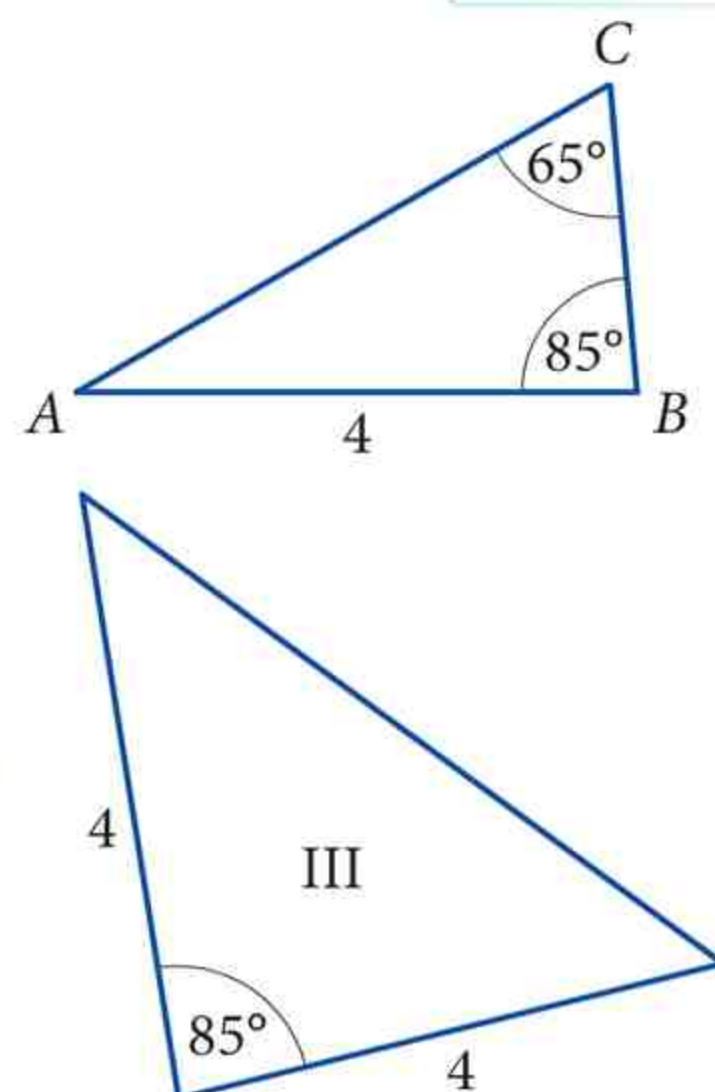
Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

T	Tak,	ponieważ	1.	jeśli dwa romby mają jednakowe obwody, to mają także równe boki.
N	Nie,		2.	dwa romby mogą mieć jednakowe obwody, ale różne kąty.
			3.	jeśli dwa romby są przystające, to mają równe obwody.



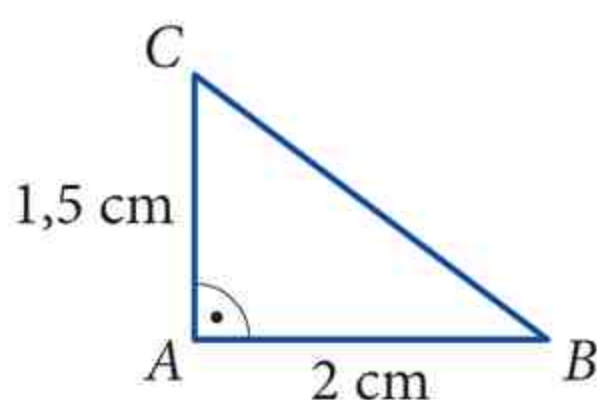


- 1 Dany jest trójkąt ABC . Który z poniższych trójkątów jest przystający do trójkąta ABC ? W trójkątach przystających zaznacz jednakowym kolorem równe boki i wpisz brakujące miary kątów.



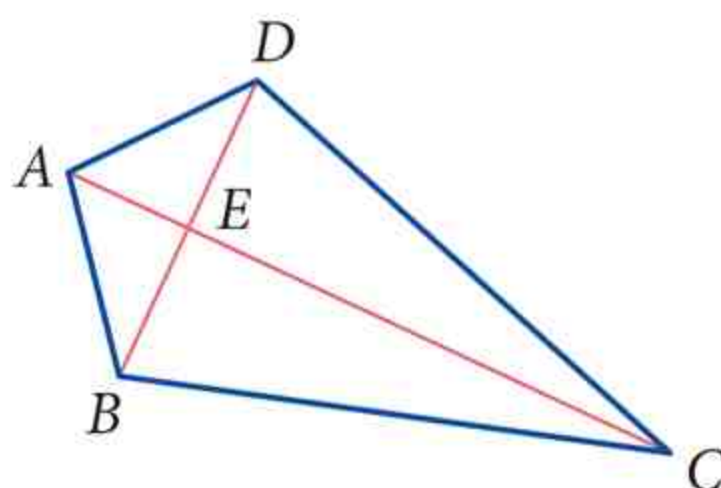
Trójkątem przystającym do trójkąta ABC jest trójkąt _____.

- 2 Dokończ rysunek tak, aby powstała figura przystająca do trójkąta ABC . Zaznacz równe boki jednakowym kolorem, a równe kąty – jednakowymi łukami. Następnie uzupełnij zdanie pod rysunkami.



Przystawanie trójkątów wynika z cechy _____.

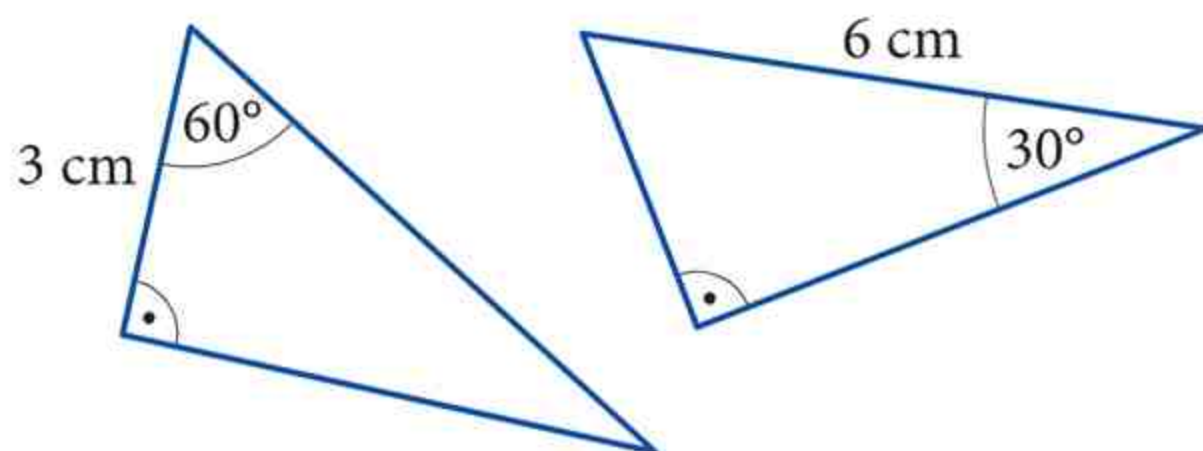
- 3 Dany jest deltoid $ABCD$ o przekątnych AC i BD przecinających się w punkcie E . Uzupełnij zdania.



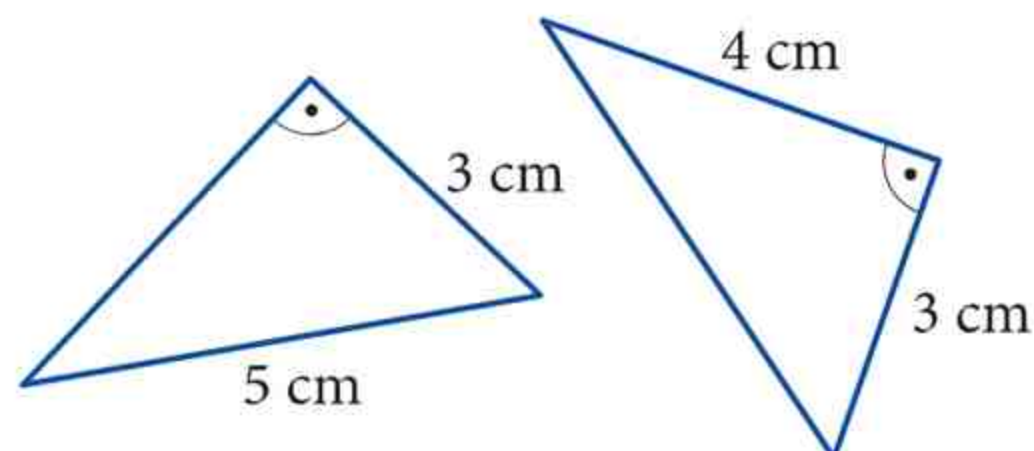
- a) Do trójkąta ABC jest przystający trójkąt _____.
 b) Do trójkąta AED jest przystający trójkąt _____.
 c) Do trójkąta ECD jest przystający trójkąt _____.

- 4 Uzasadnij, że narysowane trójkąty są przystające. Wyznacz i wpisz na rysunkach potrzebne miary kątów i długości boków. Zapisz, z której cechy przystawania korzystasz (czasem są różne możliwości). Pokoloruj na rysunkach odcinki i kąty, których równość była wykorzystana.

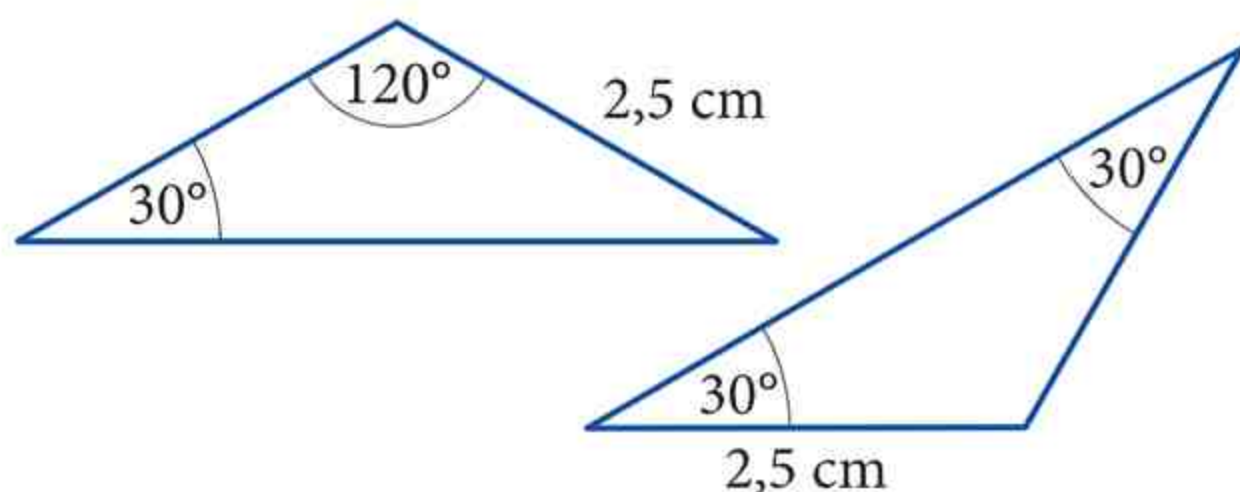
a) cecha: _____



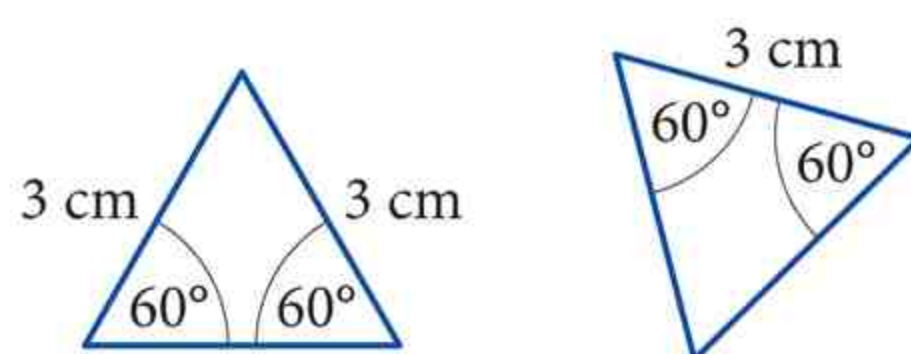
c) cecha: _____



b) cecha: _____

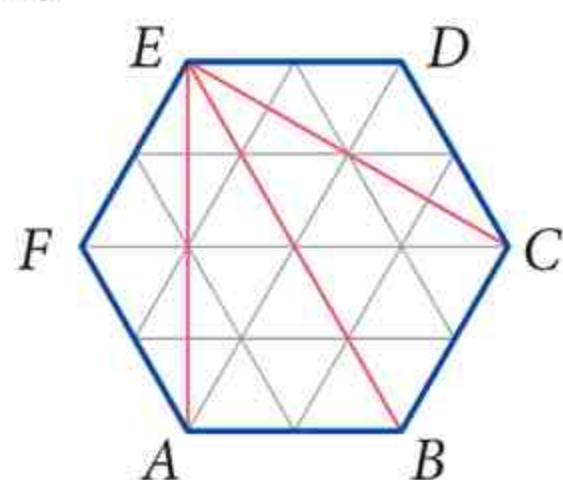


d) cecha: _____

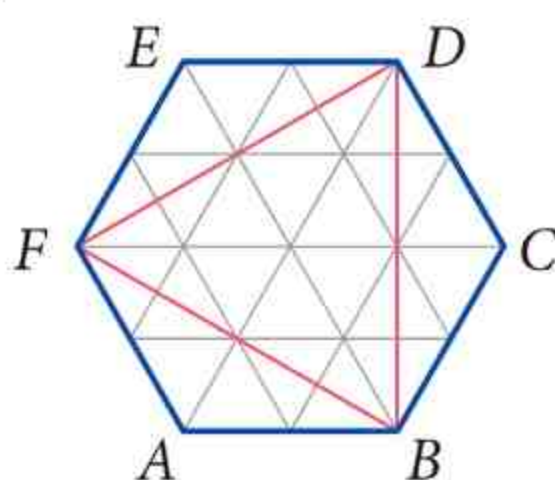


- 5 Sześciokąt $ABCDEF$ został narysowany na trójkątnej kratce (zbudowanej z trójkątów równobocznych). Zapisz nazwy trójkątów przystających.

a)

 AEF i _____ ABE i _____

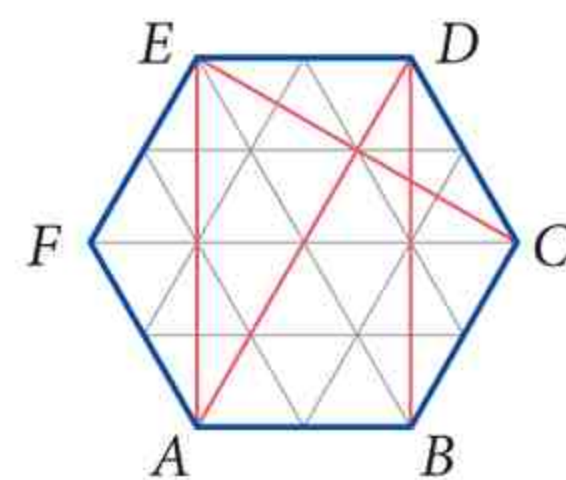
b)



_____, _____

i _____

c)



_____ i _____

_____ i _____

_____ i _____

E

- 6 O trójkątach ABC i KLM wiadomo, że $AB = KL$ i $BC = LM$ oraz $\sphericalangle ABC = \sphericalangle KML$. Czy z tego wynika, że trójkąty ABC i KLM są przystające?

Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

T	Tak,	ponieważ	1.	można skorzystać z cechy bkb.
			2.	równe kąty nie są odpowiednimi kątami tych trójkątów.
N	Nie,		3.	jeśli trójkąty ABC i KLM są równoboczne, to przy tych założeniach są przystające.



- 1 W kwadracie $ABCD$ o przekątnych BD i AC przecinających się w punkcie O narysowano cztery trójkąty (patrz rysunek).

a) Uzupełnij.

Odcinki OA , OB , OC , _____ są równe, bo _____.

b) Równe odcinki oznacz jednakowym kolorem.

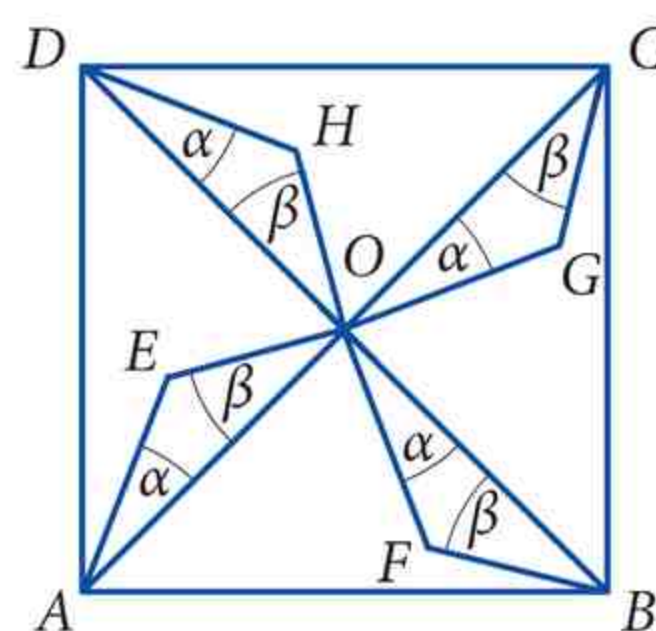
c) Uzupełnij zdania.

Trójkąty AOE , _____, _____

i _____ są przystające (cecha przystawania _____).

Ponieważ te trójkąty są przystające, ich odpowiednie boki są _____:

$AE = ______ = ______ = ______$, $EO = ______ = ______ = ______$.



- 2 Uzupełnij dowód twierdzenia podanego w ramce.

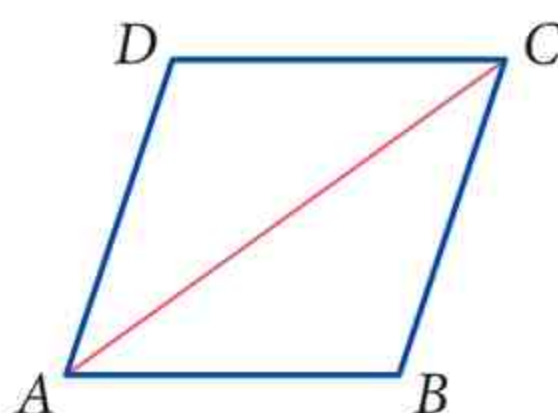
Przekątna rombu dzieli jego kąty na połowy.

Założenie: Czworokąt jest rombem.

Teza: _____

Dowód

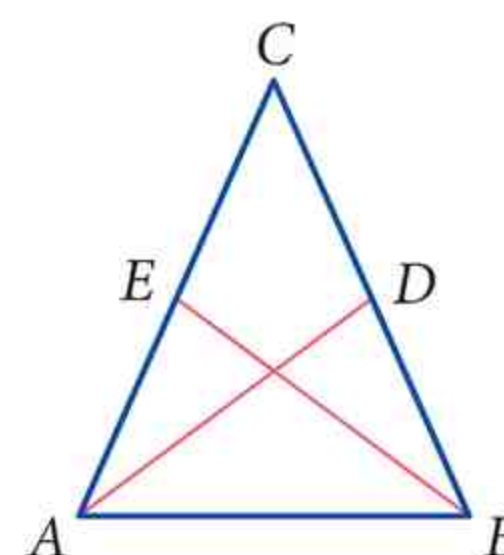
Dany jest romb $ABCD$.



Krok	Stwierdzenie	Uzasadnienie
1.	$AB = BC = CD = ______$	z założenia
2.	$AC = AC$	wspólny bok trójkątów ABC i _____
3.	trójkąty ABC i CDA są przystające	z punktów 1, 2 oraz cechy _____
4.	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle CAB$ $\sphericalangle DCA = \sphericalangle BCA$	_____

3 Uzupełnij dowód twierdzenia podanego w ramce.

Jeżeli w trójkącie równoramiennym poprowadzimy odcinki łączące wierzchołki przy podstawie ze środkami przeciwległych boków, to te odcinki będą równe.



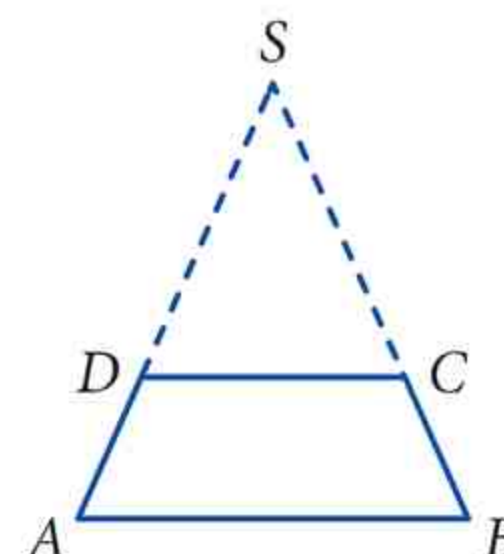
Założenie: $AC = \underline{\hspace{2cm}}$, $AE = EC$, $BD = \underline{\hspace{2cm}}$

Teza: $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Krok	Stwierdzenie	Uzasadnienie
1.	$\underline{\hspace{2cm}} = BC$	z założenia
2.	$EC = DC = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{4cm}}$
3.	$\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCE$	kąt wspólny trójkątów ADC i $\underline{\hspace{2cm}}$
4.	$\triangle ADC \equiv \triangle BEC$	z punktów 1, 2, 3 oraz cechy $\underline{\hspace{2cm}}$
5.	$AD = BE$	z punktu 4 (są to odpowiednie boki $\underline{\hspace{2cm}}$).

4 Uzupełnij dowód twierdzenia podanego w ramce.

Jeśli w trapezie kąty przy podstawie są równe, to ramiona trapezu są równe.



Założenie: $\underline{\hspace{2cm}}$

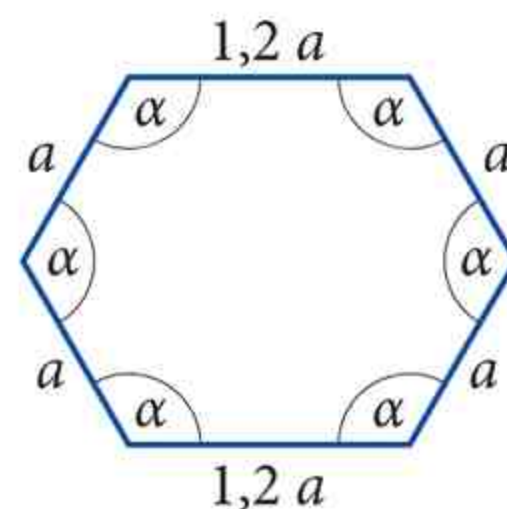
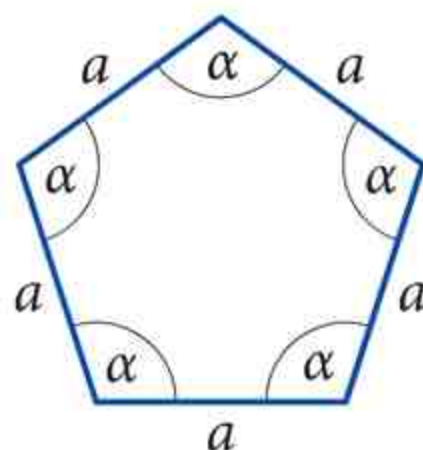
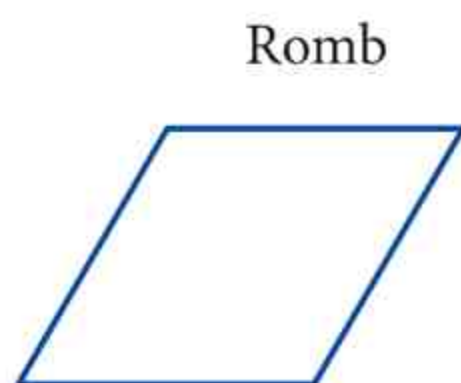
Teza: $\underline{\hspace{2cm}}$

Krok	Stwierdzenie	Uzasadnienie
1.	$\sphericalangle \underline{\hspace{2cm}} = \sphericalangle ABS$	
2.	trójkąt ABS jest trójkątem $\underline{\hspace{2cm}}$	
3.	$\underline{\hspace{2cm}} = BS$	
4.	$\sphericalangle SDC = \sphericalangle SAB$	
5.	$\sphericalangle SCD = \sphericalangle SBA$	
6.	trójkąt DCS jest trójkątem $\underline{\hspace{2cm}}$	
7.	$SC = SD$	
8.	$AD = SA - SD$	
9.	$BC = BS - SC$	
10.	$AD = BC$	





- 1 Pokoloruj jednym kolorem równe boki podanych wielokątów. Zaznacz jednakowymi łukami ich równe kąty. Uzupełnij zdania pod wielokątami.



Wielokąt _____

foremny, ponieważ

Wielokąt _____

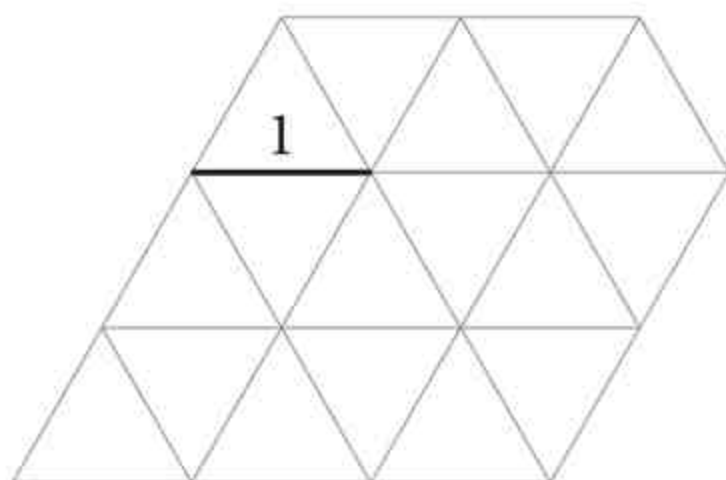
foremny, ponieważ

Wielokąt _____

foremny, ponieważ

- 2 Na trójkątnych kratkach narysuj sześciokąt foremny o podanych bokach. Zapisz, z ilu małych trójkątów składa się dany sześciokąt oraz jaką długość ma najdłuższa przekątna danego sześciokąta.

a) o boku 1

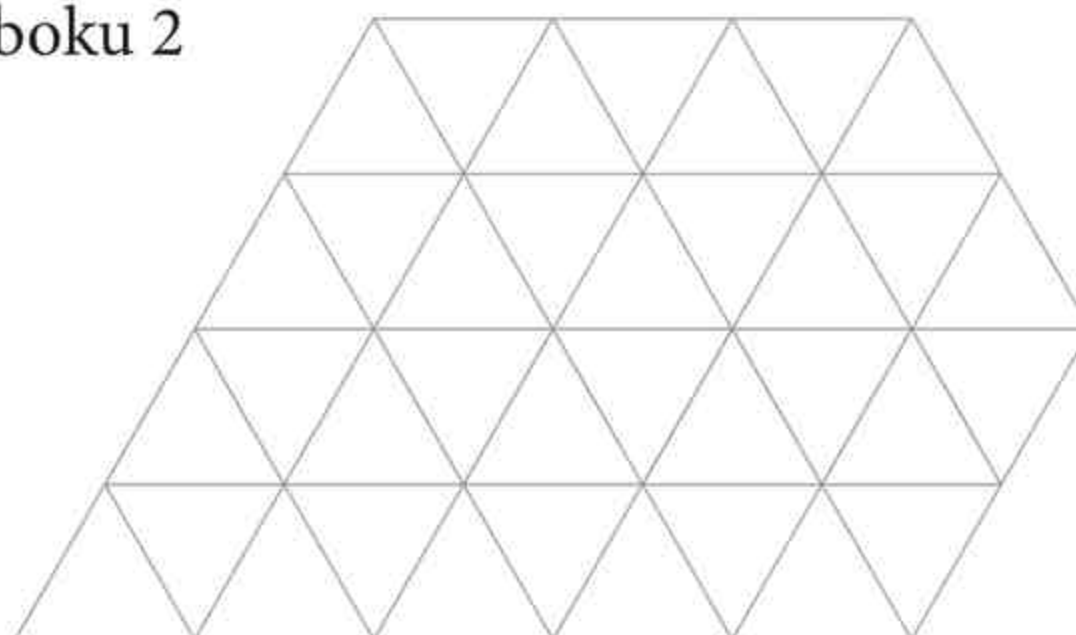


$$P_1 = ___\cdot P_{\Delta}$$

Najdłuższa przekątna

ma długość _____.

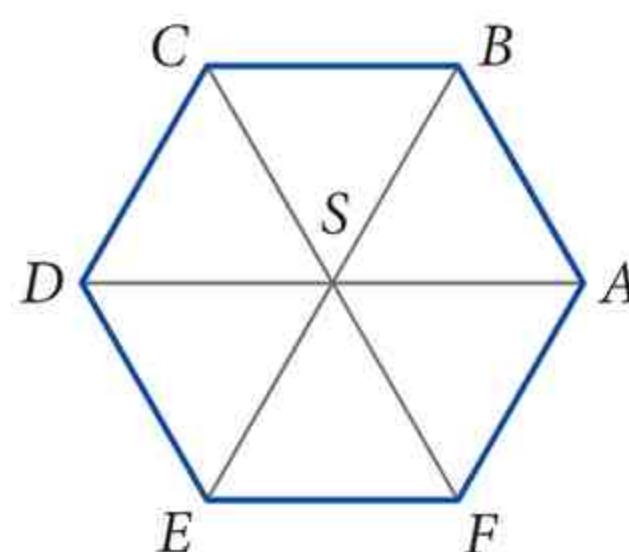
b) o boku 2



$$P_2 = ___\cdot P_{\Delta}$$

Najdłuższa przekątna ma długość _____.

- 3 Na rysunku przedstawiono sześciokąt foremny podzielony na trójkąty równoboczne. Zaznacz łukami: $\sphericalangle ASB$, $\sphericalangle SFB$, $\sphericalangle EDC$, $\sphericalangle BCA$. Zapisz na rysunku ich miary.

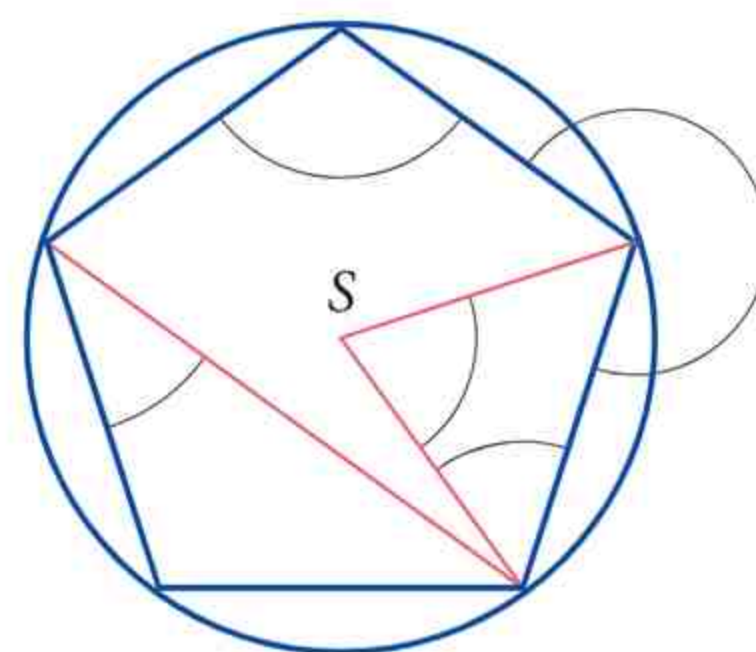


-

A diagram of a parallelogram with a diagonal. A line segment labeled '2' is drawn from the top-left vertex to the bottom-right vertex, representing the diagonal.

A diagram of a parallelogram with side length a and diagonal d_1 . The top-left side is labeled a . A red diagonal line is drawn from the top-left vertex to the bottom-right vertex, labeled d_1 .

5 Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na pięciokącie foremnym. Oblicz i wpisz na rysunku miary wszystkich kątów oznaczonych łukami.



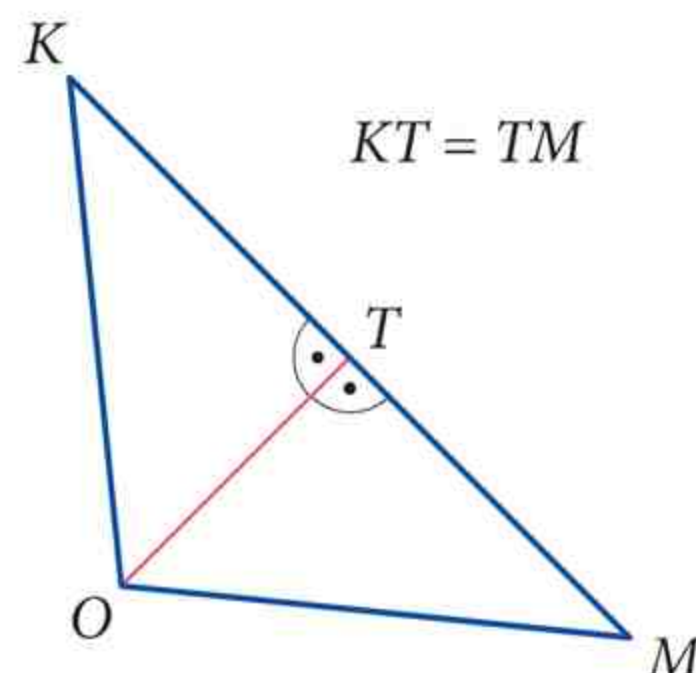
- D.
- 45°

Sprawdź, czy potrafisz

Zadanie 1.

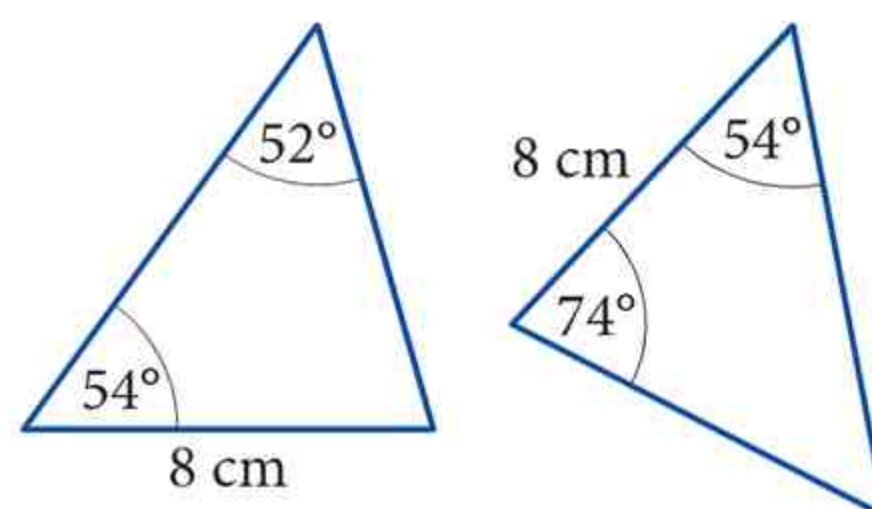
Na podstawie której z cech przystawania trójkątów można stwierdzić, że trójkąty KOT i MOT są przystające?

- A. bbb C. bkb
B. kbk D. nie ma wystarczających danych, aby to stwierdzić



Zadanie 2.

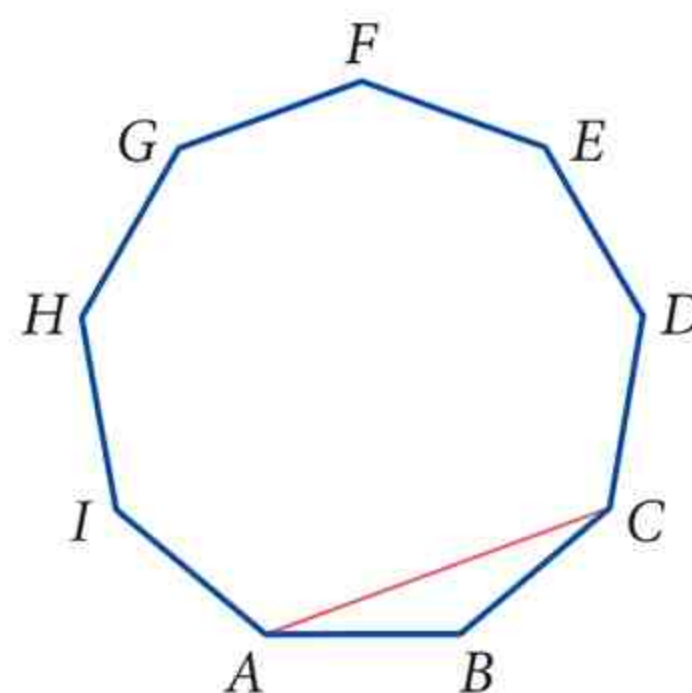
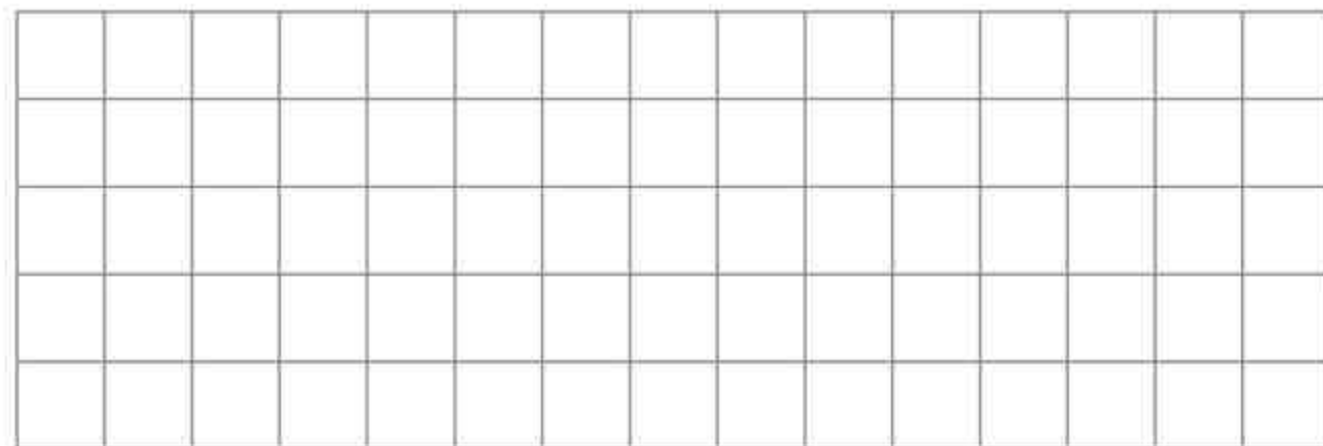
Czy trójkąty narysowane obok są przystające? Wybierz odpowiedź T lub N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.



T	Tak,	ponieważ	1.	$52^\circ \neq 74^\circ$.
N	Nie,		2.	spełniają cechę przystawania trójkątów kbk.
			3.	nie znamy długości ich boków.

Zadanie 3.

W dziewięciokącie foremnym $ABCDEFGHI$ poprowadzono przekątną AC . Oblicz miary kątów trójkąta ABC .

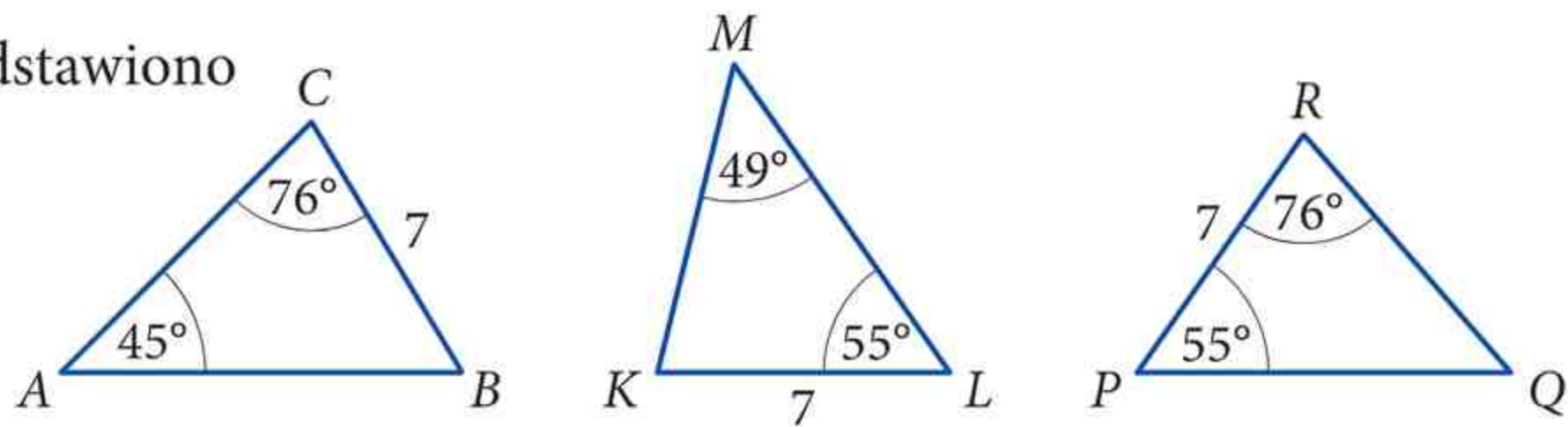


Brudnopis

Jak na egzaminie

Zadanie 1. (0–1) kwiecień 2019

Na rysunku przedstawiono trzy trójkąty.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na podstawie informacji przedstawionych na rysunku można stwierdzić, że

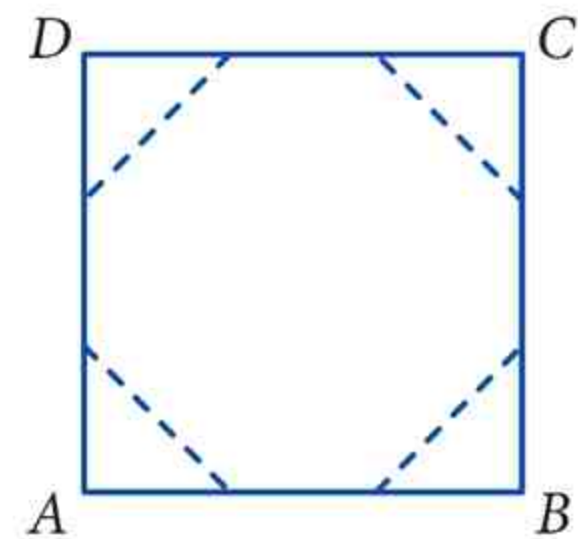
- A. trójkąt ABC jest przystający do trójkąta KLM .
- B. trójkąt KLM jest przystający do trójkąta PQR .
- C. trójkąt PQR jest przystający do trójkąta ABC .
- D. wszystkie trójkąty są do siebie przystające.

Zadanie 2. (0–1) kwiecień 2016

Każdy bok kwadratu $ABCD$ podzielono na 3 równe części i połączono kolejno punkty podziału, w wyniku czego otrzymano ośmiokąt (rysunek).

Które z poniższych zdań jest prawdziwe? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. Ośmiokąt jest foremny.
- B. Wszystkie boki ośmiokąta mają taką samą długość.
- C. Każdy kąt wewnętrzny ośmiokąta ma miarę 135° .
- D. Obwód ośmiokąta jest większy od obwodu kwadratu $ABCD$.

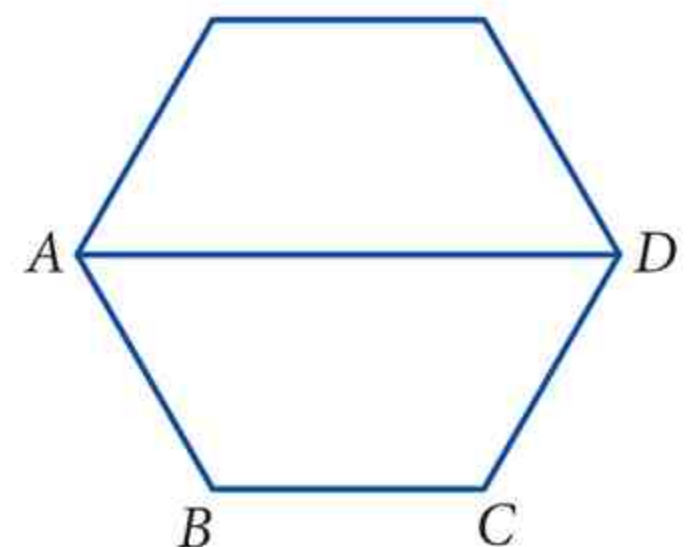


Zadanie 3. (0–1) kwiecień 2015

Na rysunku przedstawiono sześciokąt foremny o boku równym 2 cm. Przekątna AD dzieli go na dwa przystające trapezy równoramienne.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. Wysokość trapezu $ABCD$ jest równa

- A. $\sqrt{2}$ cm.
- B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.
- C. $\sqrt{3}$ cm.
- D. 2 cm.

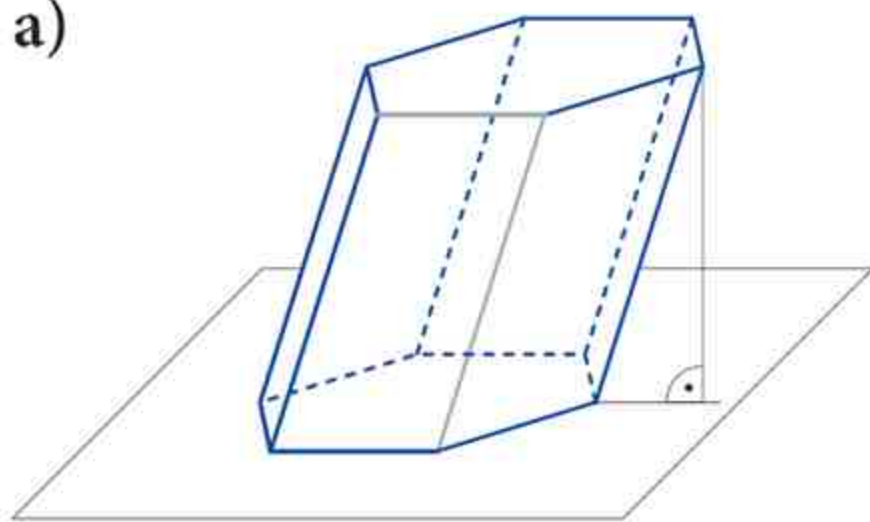


Brudnopis

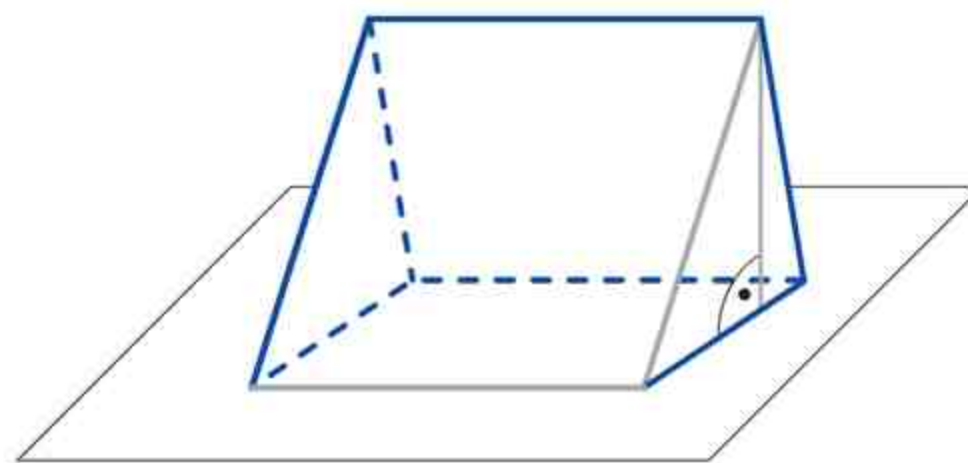


- 1 Zaznacz na czerwono wysokość bryły. Napisz, co to za bryła.

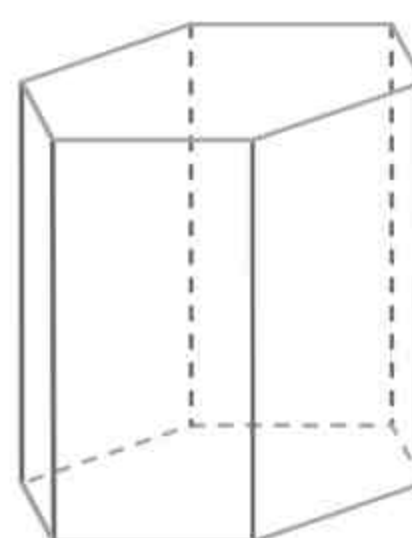
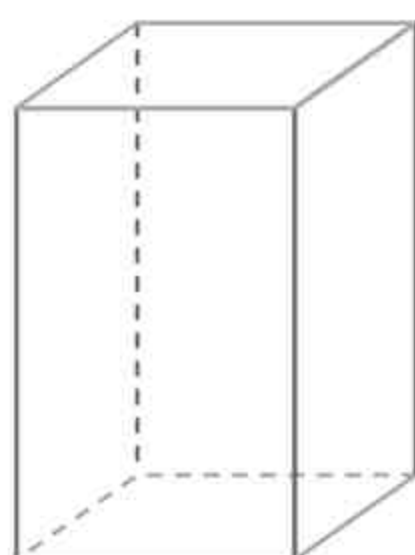
a)



b)

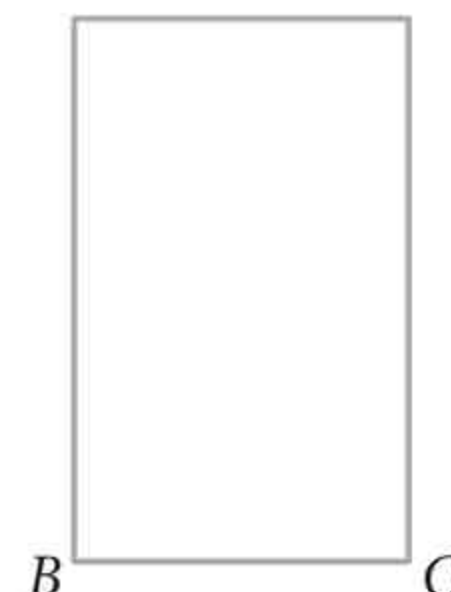
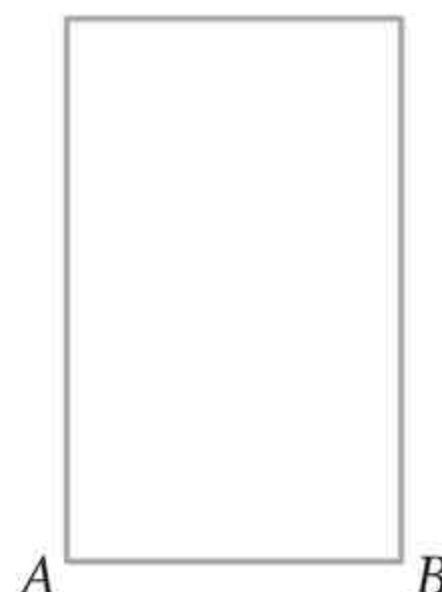
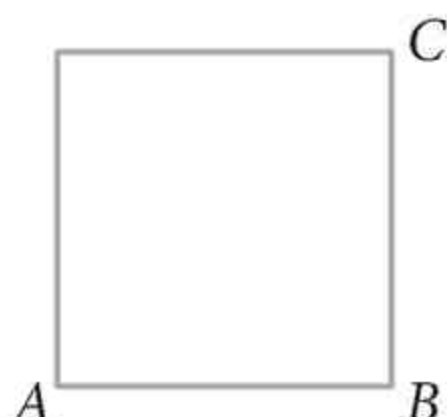
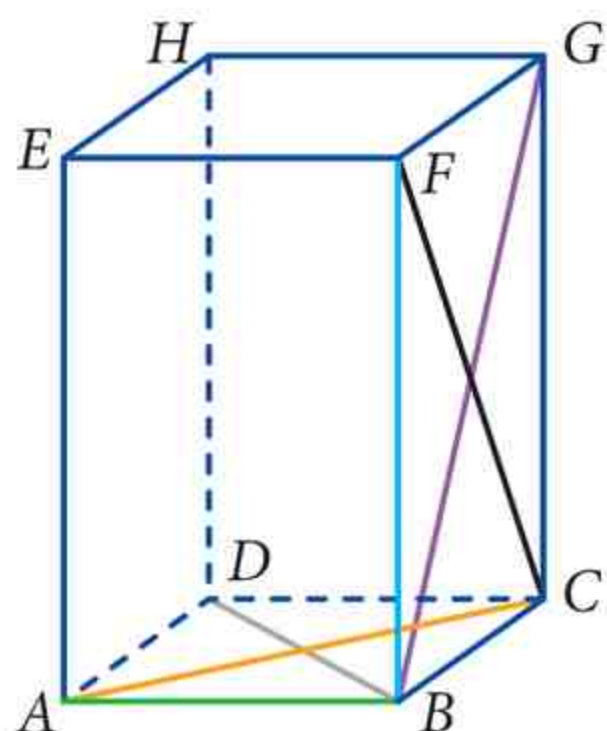


- 2 Graniastosłupy pokazane poniżej są prawidłowe. Zaznacz w każdym z nich równe odcinki takim samym kolorem, a równe kąty w górnej podstawie – łukami w jednym kolorze. Zapisz miary tych kątów.



- 3 Na rysunku pokazano graniastosłup prawidłowy czworokątny (czyli prostopa-
dłościan o podstawie w kształcie kwadratu).

- a) Uzupełnij brakujące oznaczenia wierzchołków na rysunkach przedstawia-
jących ściany graniastosłupa. Zaznacz na tych rysunkach kolorowe odcinki
pokazane na ilustracji graniastosłupa. Użyj tych samych kolorów.



- b) Porównaj długości odcinków i wpisz znaki $<$, $>$, $=$.

AB ____ AC

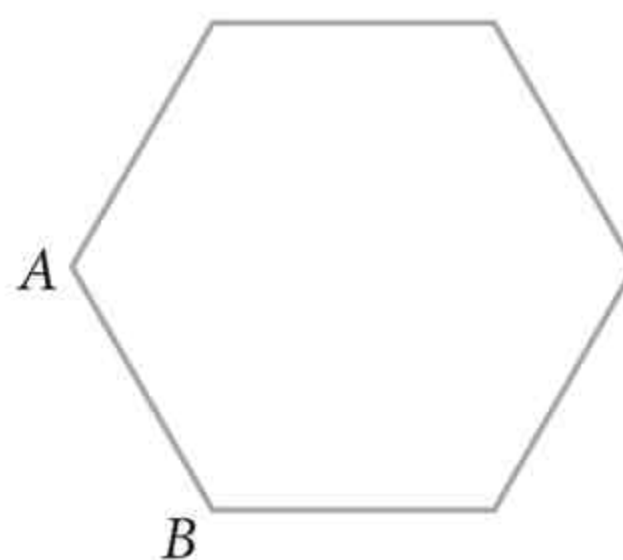
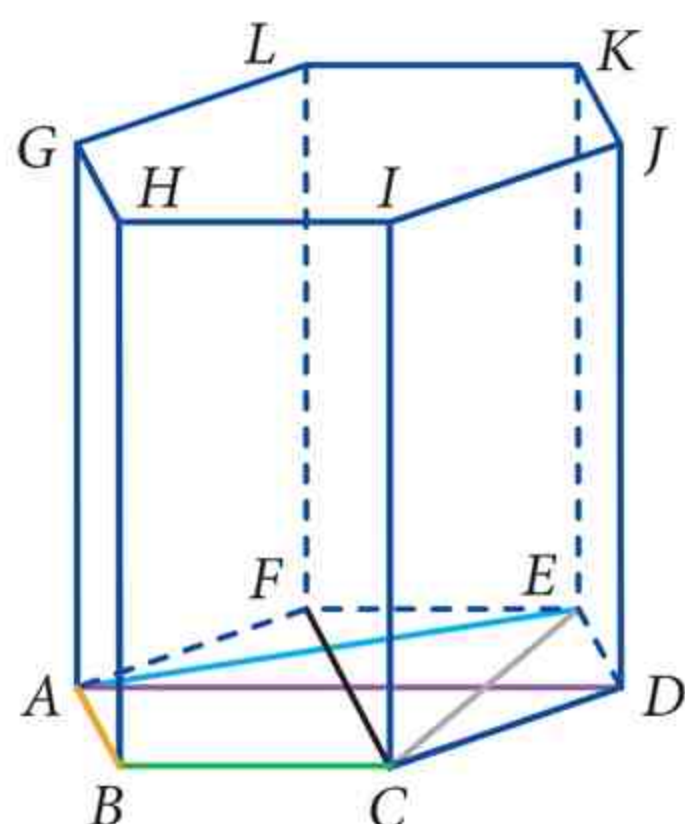
BD ____ AC

FB ____ BG

BG ____ CF

4 Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy sześciokątny.

a) Uzupełnij brakujące oznaczenia wierzchołków na rysunku przedstawiającym podstawę tego graniastosłupa. Zaznacz na tym rysunku kolorowe odcinki pokazane na ilustracji graniastosłupa. Użyj tych samych kolorów.



b) Uzupełnij podpisy.

AB – _____

CE – _____

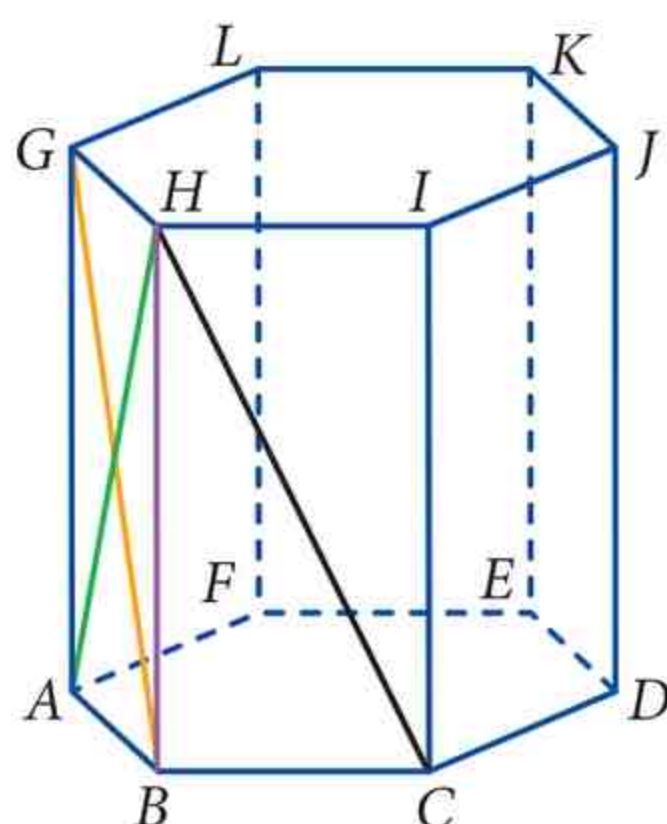
FC – _____

c) Porównaj długości odcinków i wpisz znaki $<$, $>$, $=$.

AB ____ BC BC ____ CF FC ____ EC FC ____ AD

5 Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy sześciokątny.

a) Uzupełnij brakujące oznaczenia wierzchołków na rysunkach ścian bocznych tego graniastosłupa. Zaznacz na tych rysunkach kolorowe odcinki pokazane na ilustracji graniastosłupa. Użyj tych samych kolorów.



b) Porównaj długości odcinków i wpisz znaki $<$, $>$, $=$.

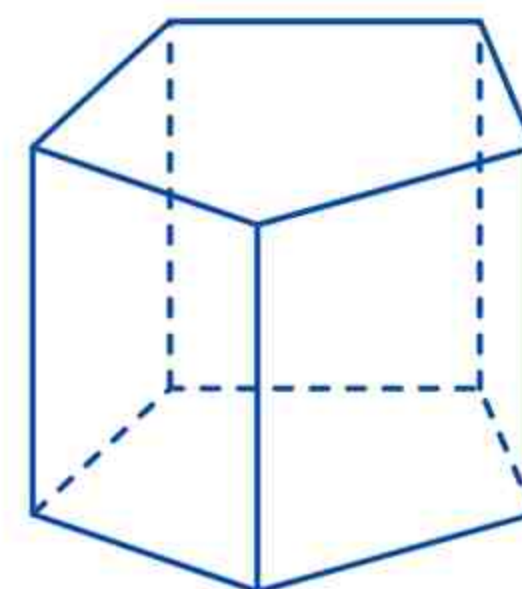
BH ____ AH AH ____ HC AH ____ GB GB ____ HC

6 Uzupełnij tabelę.

Bryła	Liczba		
	ścian	krawędzi	wierzchołków
graniastosłup pięciokątny			
graniastosłup ośmiokątny			
graniastosłup n -kątny			
graniastosłup _____	9		
graniastosłup _____		30	
graniastosłup _____			80

7 Przeczytaj zadanie zamieszczone w ramce. Zaznacz dane na rysunku i rozwiąż zadanie.

Krawędź boczna graniastosłupa prawidłowego pięciokątnego jest o 4 cm dłuższa niż krawędź podstawy a . Suma długości wszystkich krawędzi wynosi 80 cm. Oblicz obwód podstawy.



Podstawą graniastosłupa jest _____

Krawędź podstawy jest oznaczona a , zatem krawędź boczna tego graniastosłupa jest równa _____

Równanie: _____

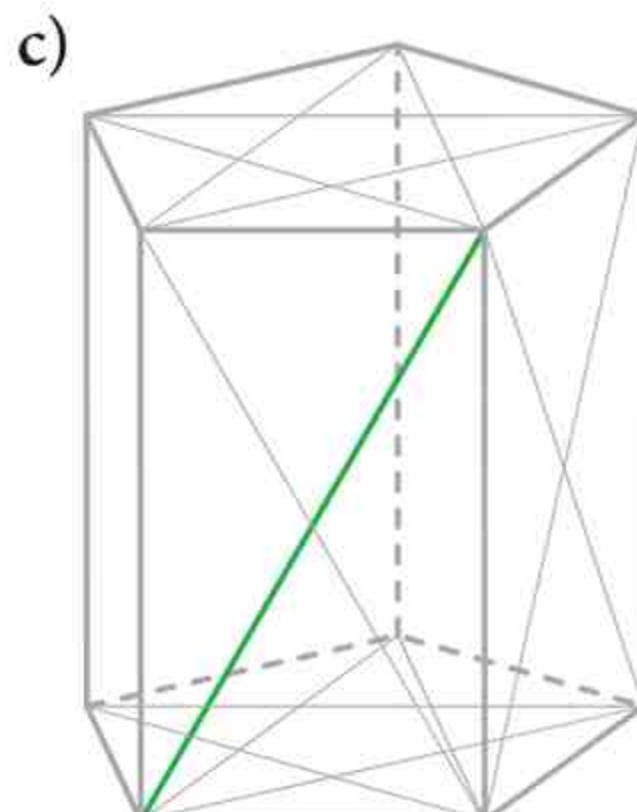
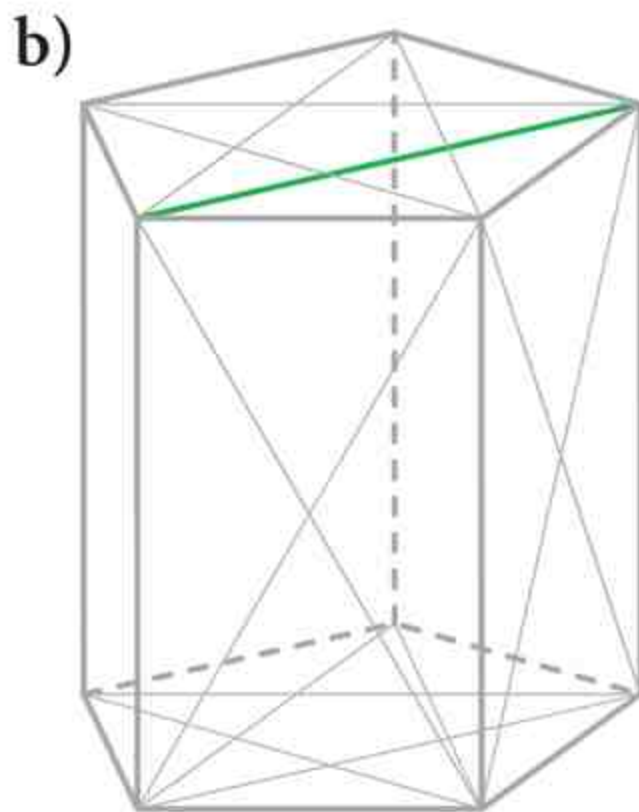
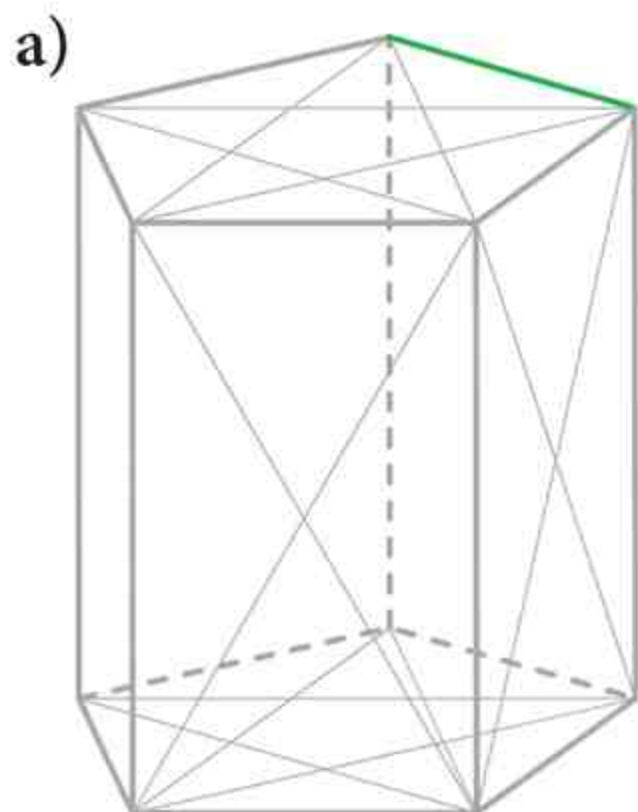
Rozwiązanie: _____

Obwód podstawy jest równy _____

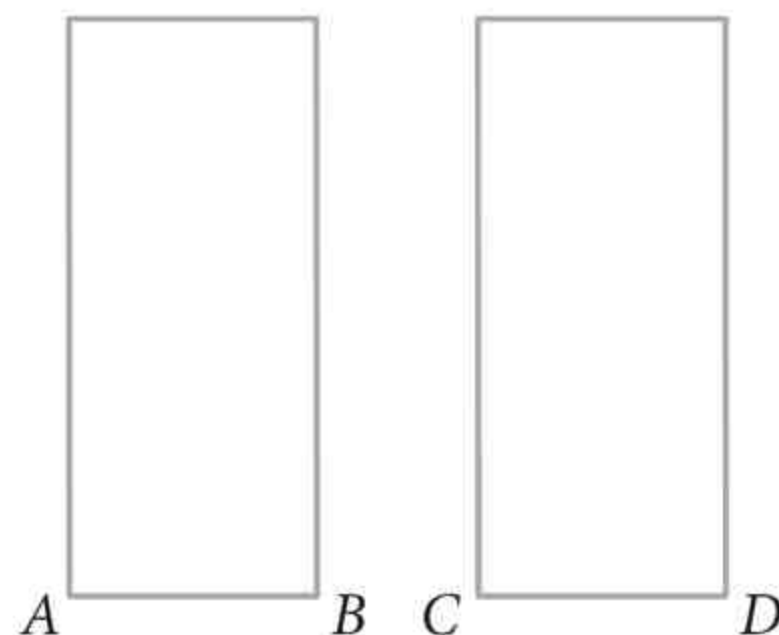
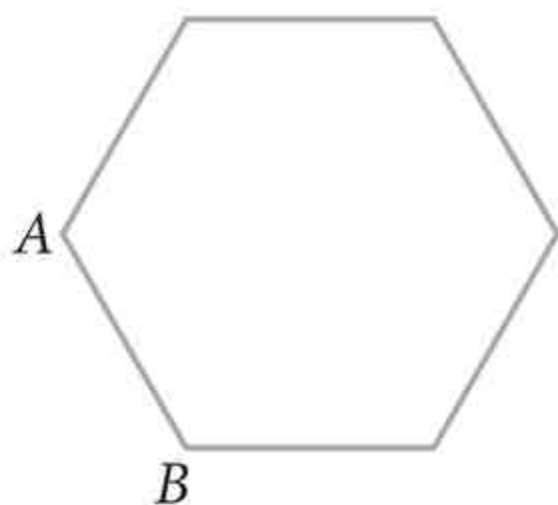
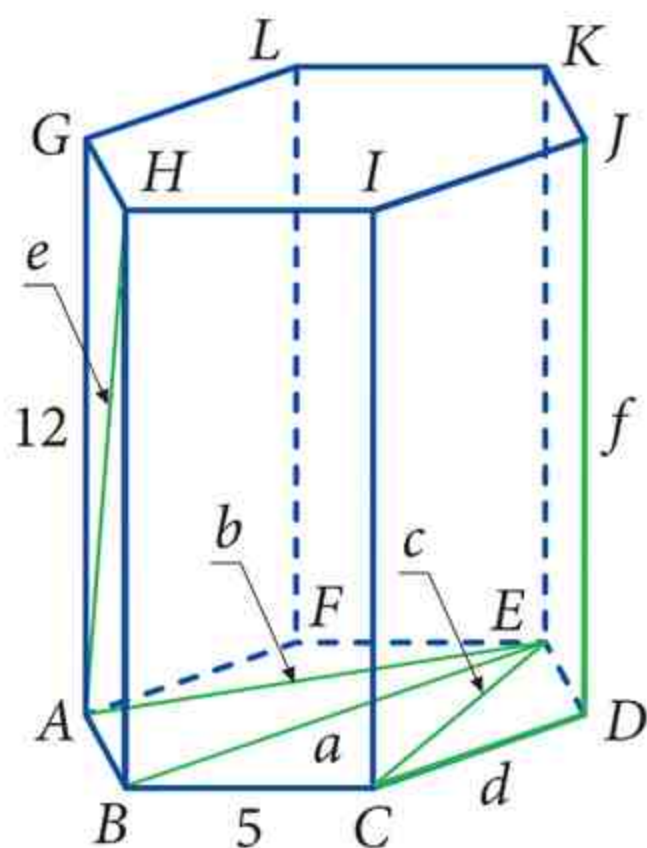
Spr. _____

Odp. _____

- 8 Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy pięciokątny. Zaznacz kolorem te odcinki, które mają taką samą długość co odcinek zaznaczony na zielono.



- 9 Na rysunku przedstawiono graniastosłup prawidłowy sześciokątny o krawędzi podstawy 5 i wysokości 12. Uzupełnij brakujące oznaczenia wierzchołków na rysunkach ścian tego graniastosłupa. Zaznacz i podpisz na nich odcinki oznaczone w bryle literami a , b , c , d , e , f . Oblicz długości tych odcinków.



$a = \underline{\hspace{2cm}}$

$c = \underline{\hspace{2cm}}$

$e = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

$d = \underline{\hspace{2cm}}$

$f = \underline{\hspace{2cm}}$

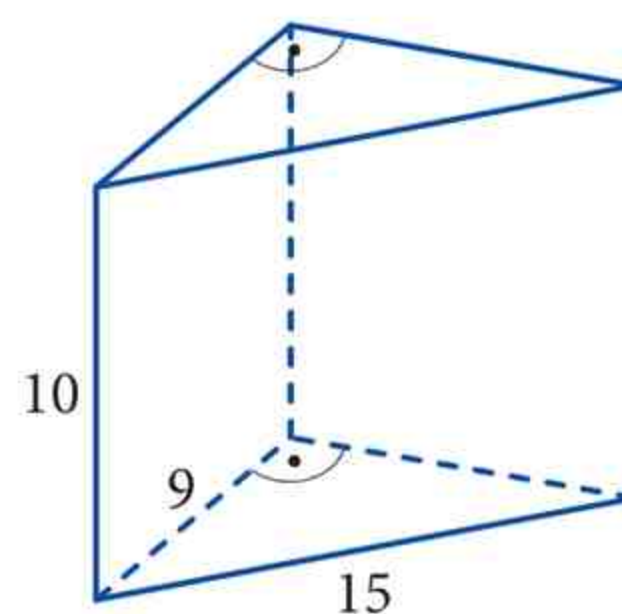
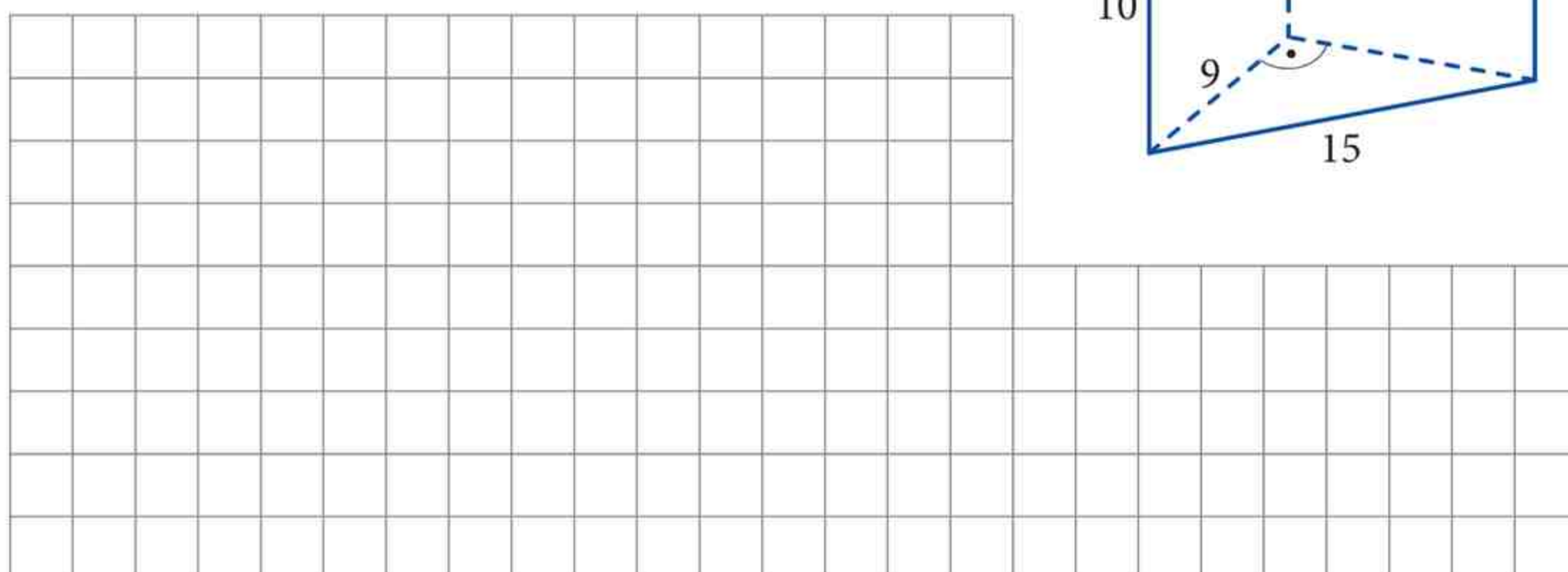
- 10 Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach 2 cm i 3 cm. Wysokość bryły wynosi 4 cm. Ile wynosi suma długości wszystkich jej krawędzi?
- A. 9 cm B. 14 cm C. 24 cm D. 36 cm





- 1 Wykonaj kolejne czynności prowadzące do obliczenia objętości graniastosłupa przedstawionego na rysunku.

- Narysuj podstawę i oblicz długość jej trzeciego boku.



- Oblicz pole podstawy. $P_p =$ _____
 - Odczytaj z rysunku wysokość graniastosłupa. $H =$ _____
 - Oblicz objętość graniastosłupa. $V =$ _____
- Odp. _____

- 2 Kacper i Zosia obliczali, ile litrów wody zmieści się w prostopadłościennym naczyniu o wymiarach $32 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Uzupełnij ich obliczenia.

Obliczenia Kacpra:

$$V = \text{_____} = \text{_____} \text{ cm}^3$$

$$V = \text{_____} \text{ ml} = \text{_____} \text{ l}$$

Obliczenia Zosi:

$$32 \text{ cm} = \text{_____} \text{ dm}$$

$$20 \text{ cm} = \text{_____} \text{ dm}$$

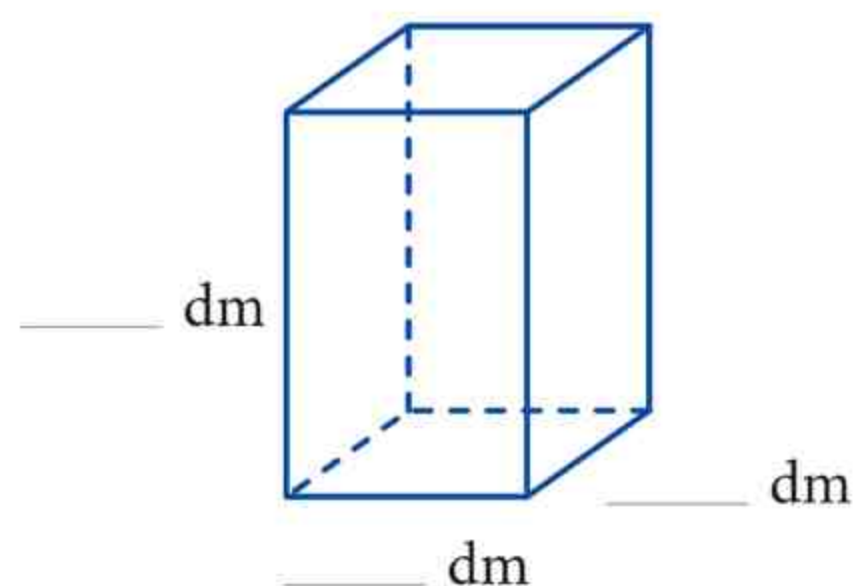
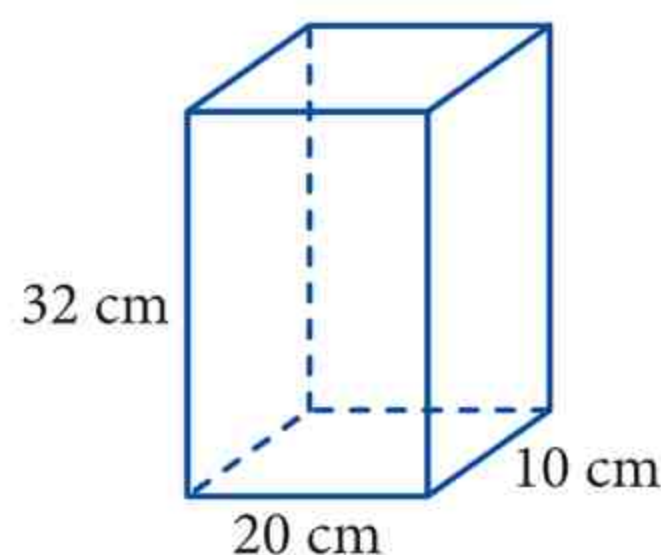
$$\text{_____} \text{ cm} = \text{_____} \text{ dm}$$

$$V = \text{_____} = \text{_____} \text{ dm}^3$$

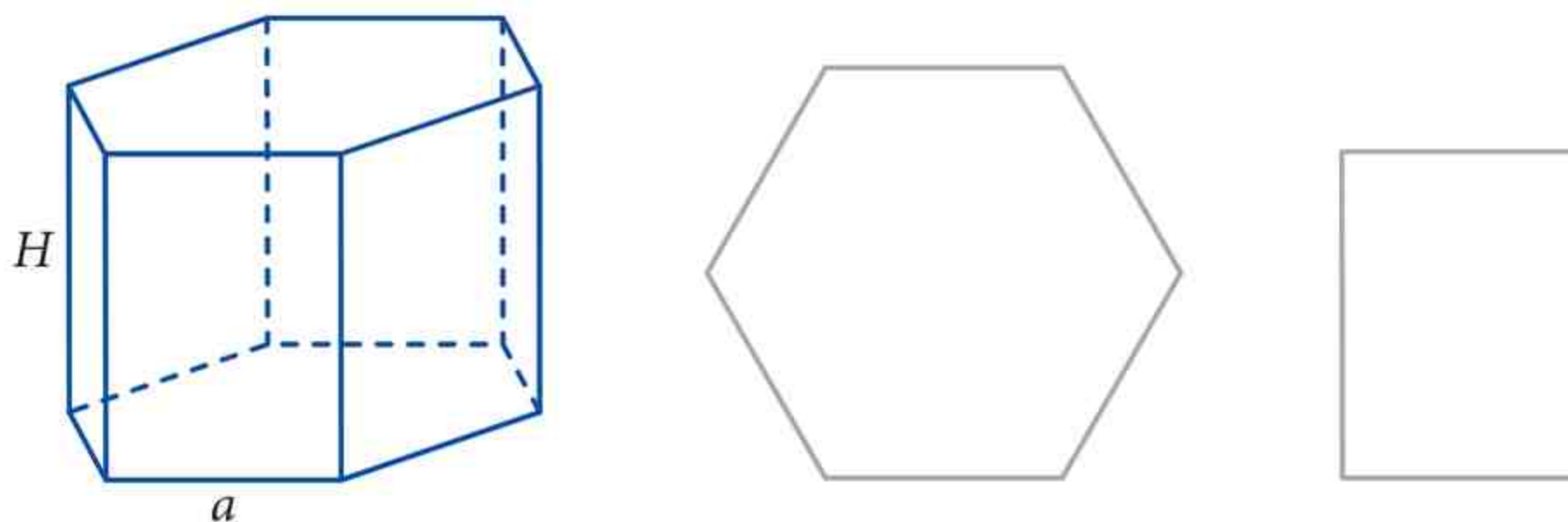
$$V = \text{_____} \text{ l}$$

Czy wyniki są jednakowe? TAK / NIE

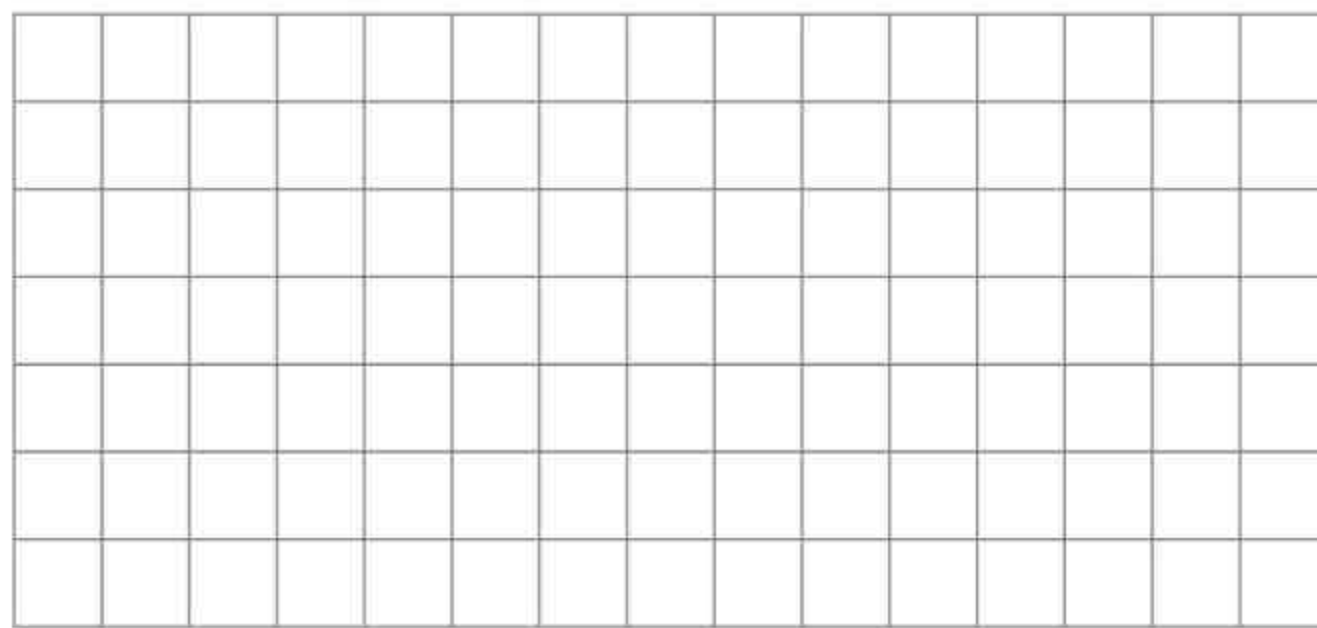
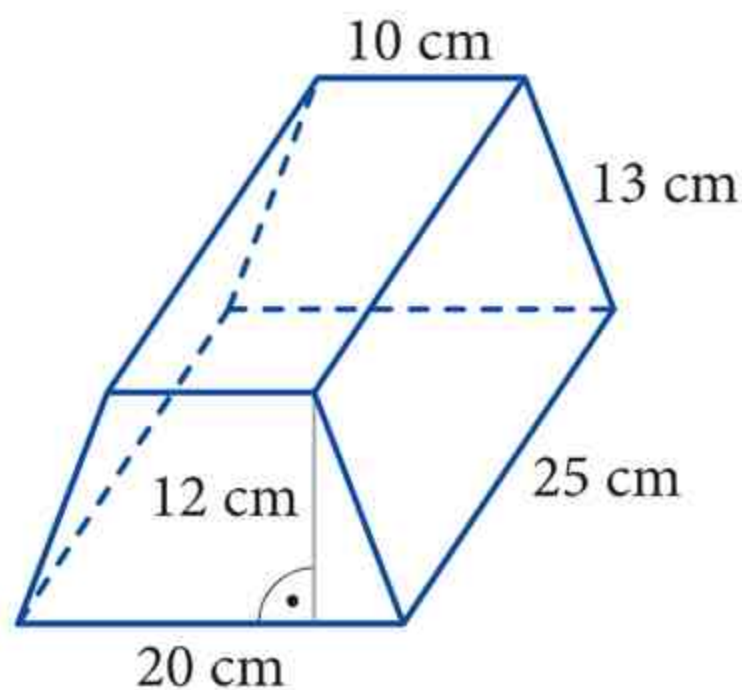
Który sposób obliczeń jest dla ciebie wygodniejszy? _____



- 3 Dłuższa przekątna podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 12 cm, a przekątna jego ściany bocznej 10 cm. Zaznacz te odcinki na rysunku przestrzennym i odpowiednim rysunku płaskim. Zapisz ich długości. Oznacz literami a i H odpowiednie wielkości na rysunkach płaskich.



- 4 Sztabka złota ma kształt graniastosłupa prostego, którego podstawą jest trapez równoramienny. Wykonaj kolejne czynności prowadzące do obliczenia wartości tej sztabki, jeśli wiadomo, że 1 cm^3 złota kosztuje 4000 zł.



- Zaznacz na niebiesko wysokość podstawy i podpisz ją literą h . Zaznacz na zielono wysokość bryły i podpisz ją literą H .
- Obok bryły narysuj jej podstawę. Zapisz na tym rysunku długości odcinków potrzebne do obliczenia pola podstawy.
- Uzupełnij obliczenia.

Wysokość podstawy: $h =$ _____ Wysokość bryły: $H =$ _____

Pole podstawy: $P_p =$ _____

Objętość: $V =$ _____

Wartość sztabki: _____

- 5 W pudełku w kształcie prostokąta o wymiarach $2,5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ mieści się 20 ampulek, z których każda zawiera 0,5 ml szczepionki. Jaki procent objętości pudełka stanowi objętość szczepionki?

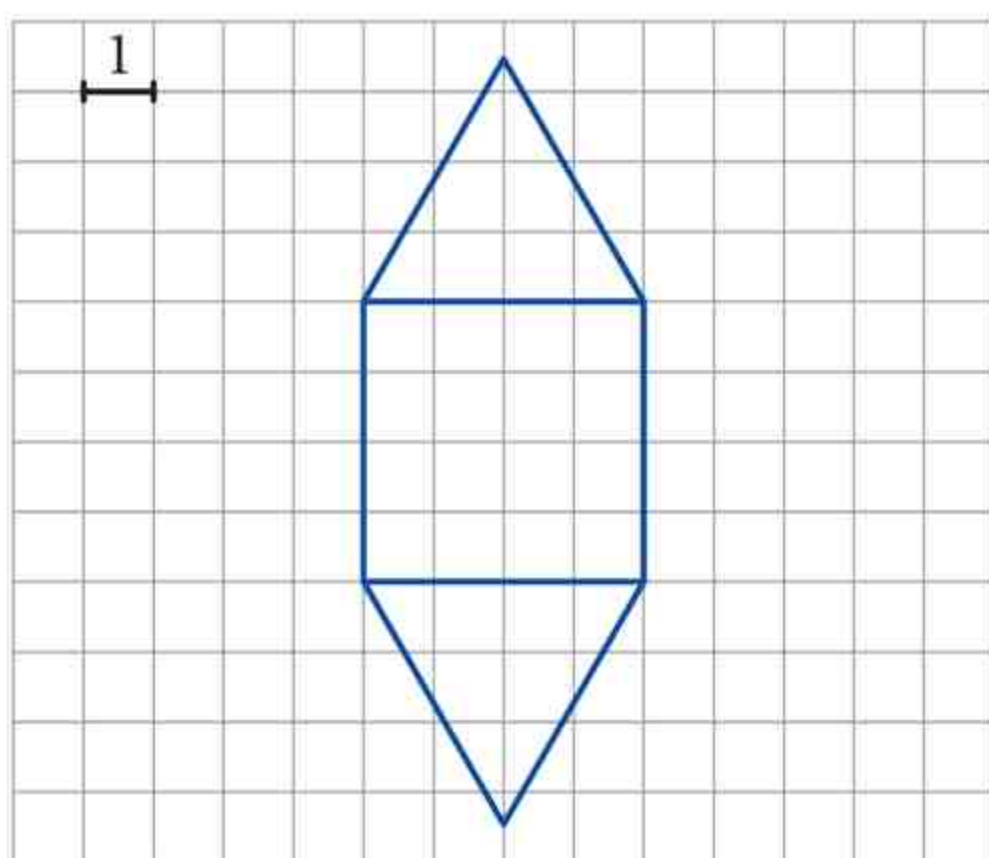
A. 1% B. 5% C. 10% D. 50%



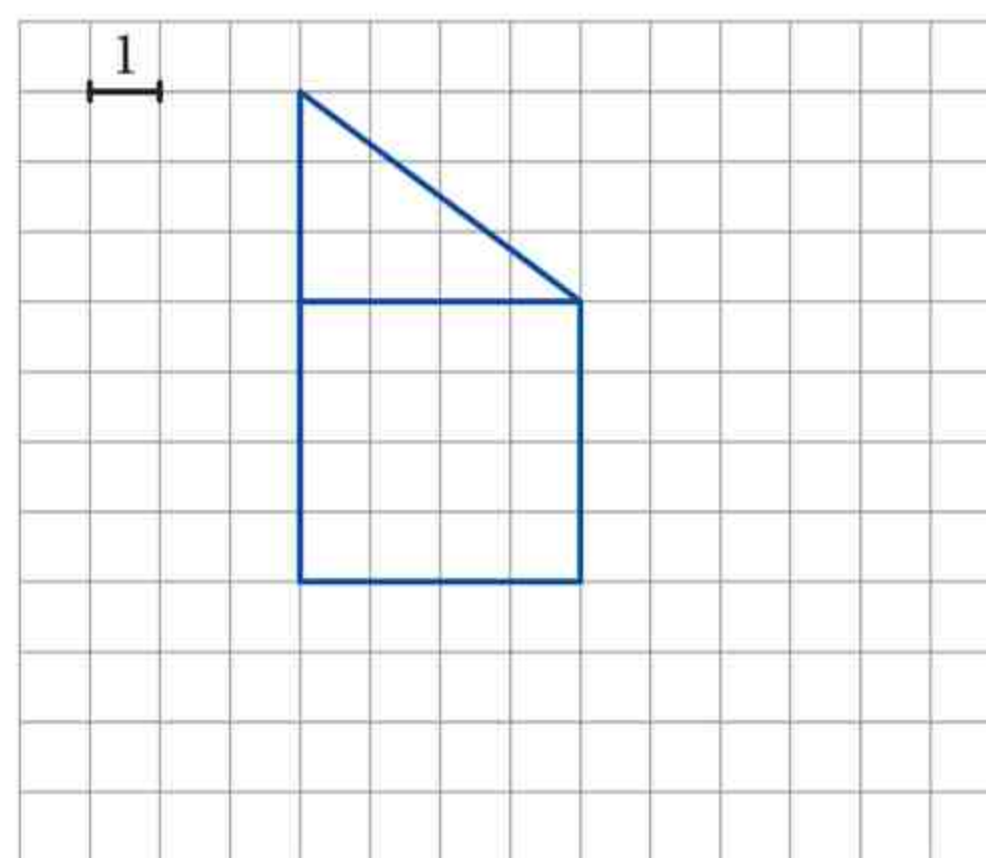


- 1 Dokończ rysowanie siatki graniastopu. Oblicz pola poszczególnych ścian i zapisz je na siatce na odpowiednich ścianach. Następnie oblicz pole powierzchni całkowitej. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.

a) graniastop prawidłowy

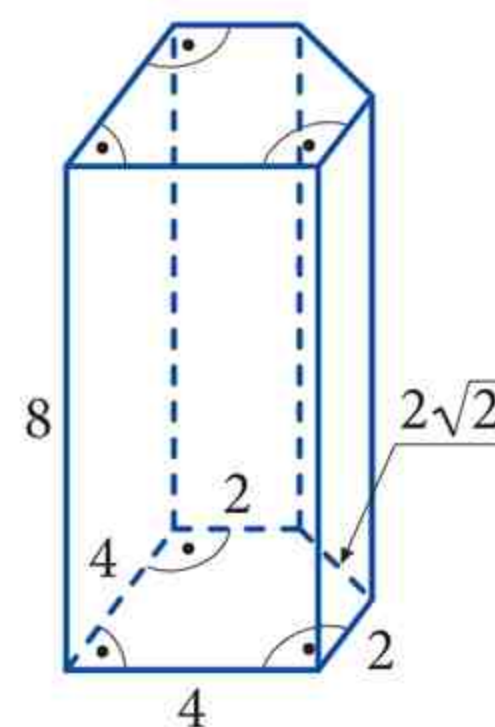


b)

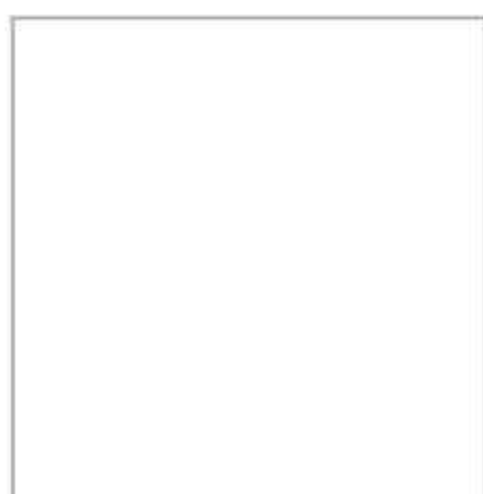


- 2 Graniastop prosty przedstawiony na rysunku obok ma siedem ścian. Dwie z nich to prostokąty o wymiarach 4 na 8, dwie to prostokąty 2 na 8, dwie ściany są pięciokątami, a ostatnia ściana to prostokąt o wymiarach $2\sqrt{2}$ na 8.

- a) Naszkicuj te ściany i zapisz przy odpowiednich bokach ich długości.
 b) Oblicz pola poszczególnych ścian i zapisz je pod rysunkami.
 c) Oblicz pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej tego graniastopu.



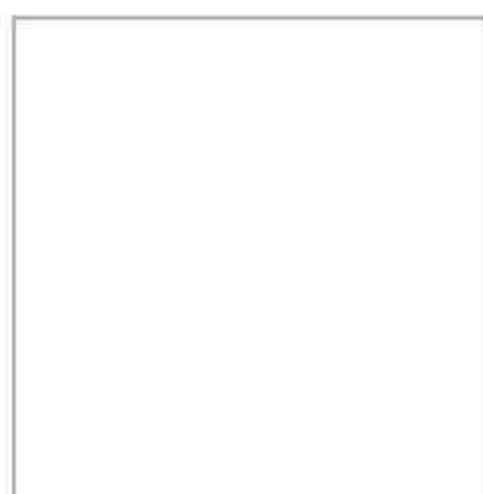
Ściana nr 1



Ściana nr 2



Ściana nr 3



Ściana nr 4

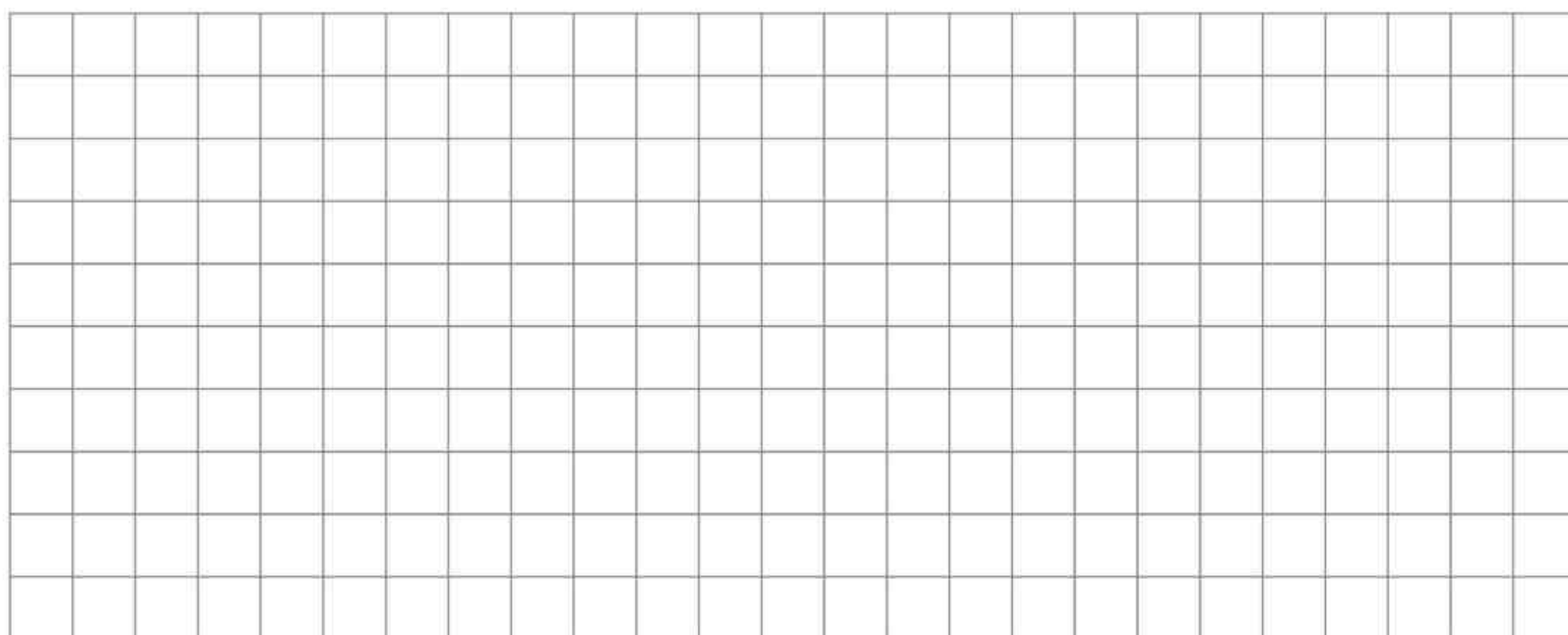
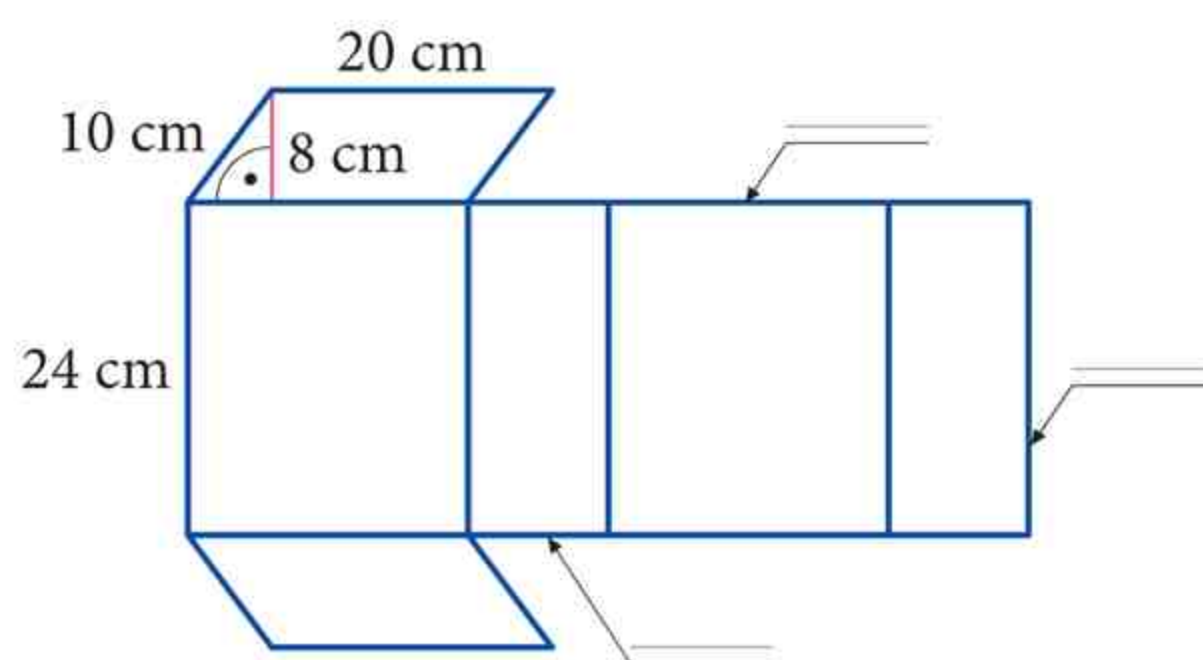


Pole: _____ Pole: _____ Pole: _____ Pole: _____

$P_b =$ _____

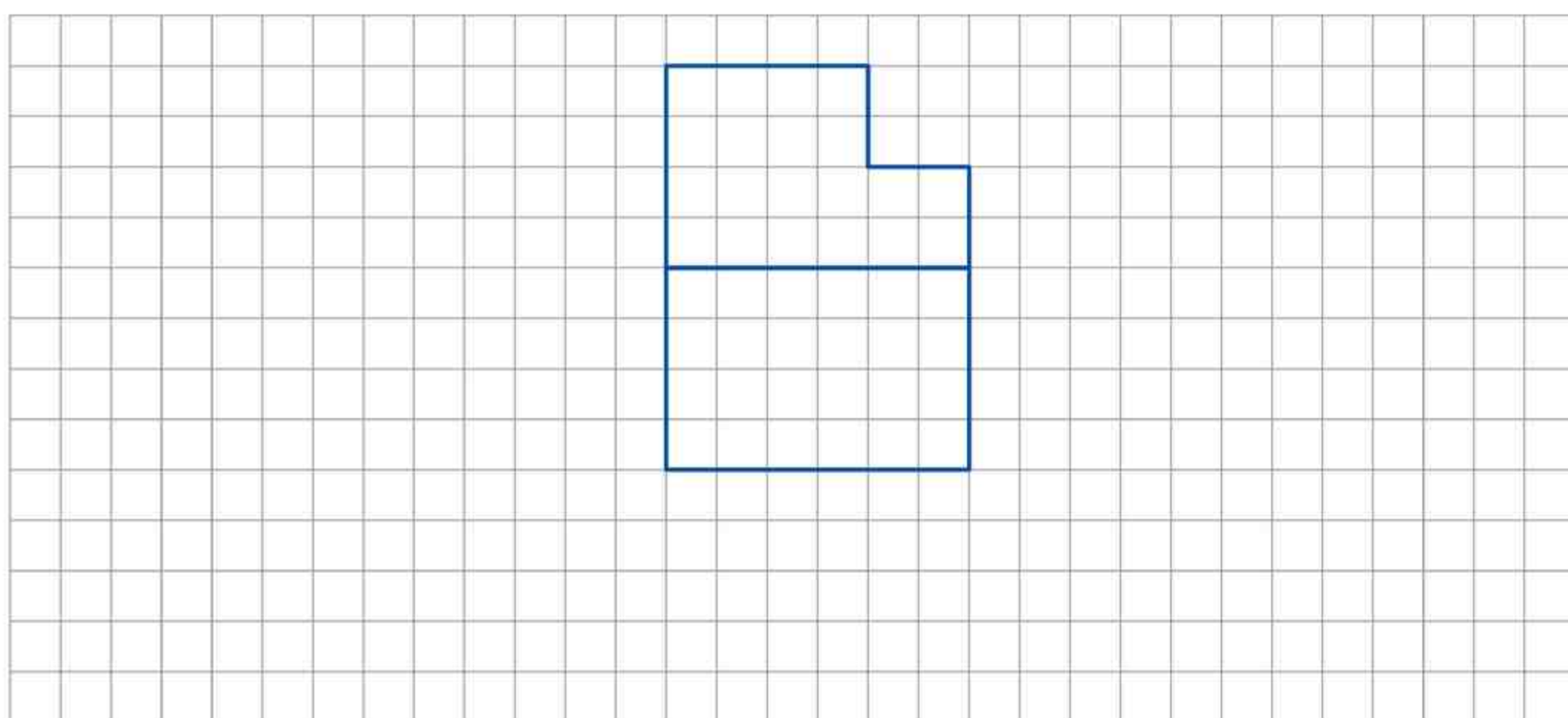
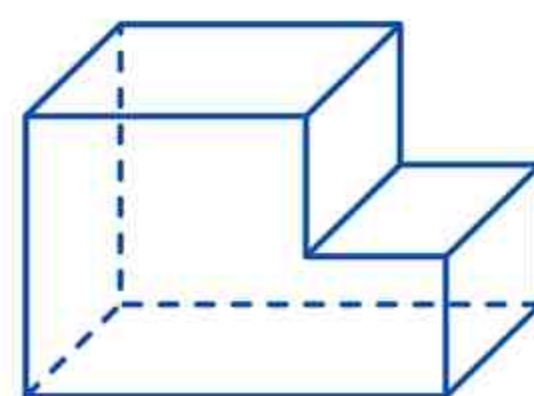
$P_c =$ _____

- 3 Obok pokazano siatkę graniastopu, którego podstawą jest równoległobok. Zakresuj na niej jedną z podstaw i zaznacz kolorem wysokość bryły. Zapisz długości krawędzi. Następnie oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej graniastopu.



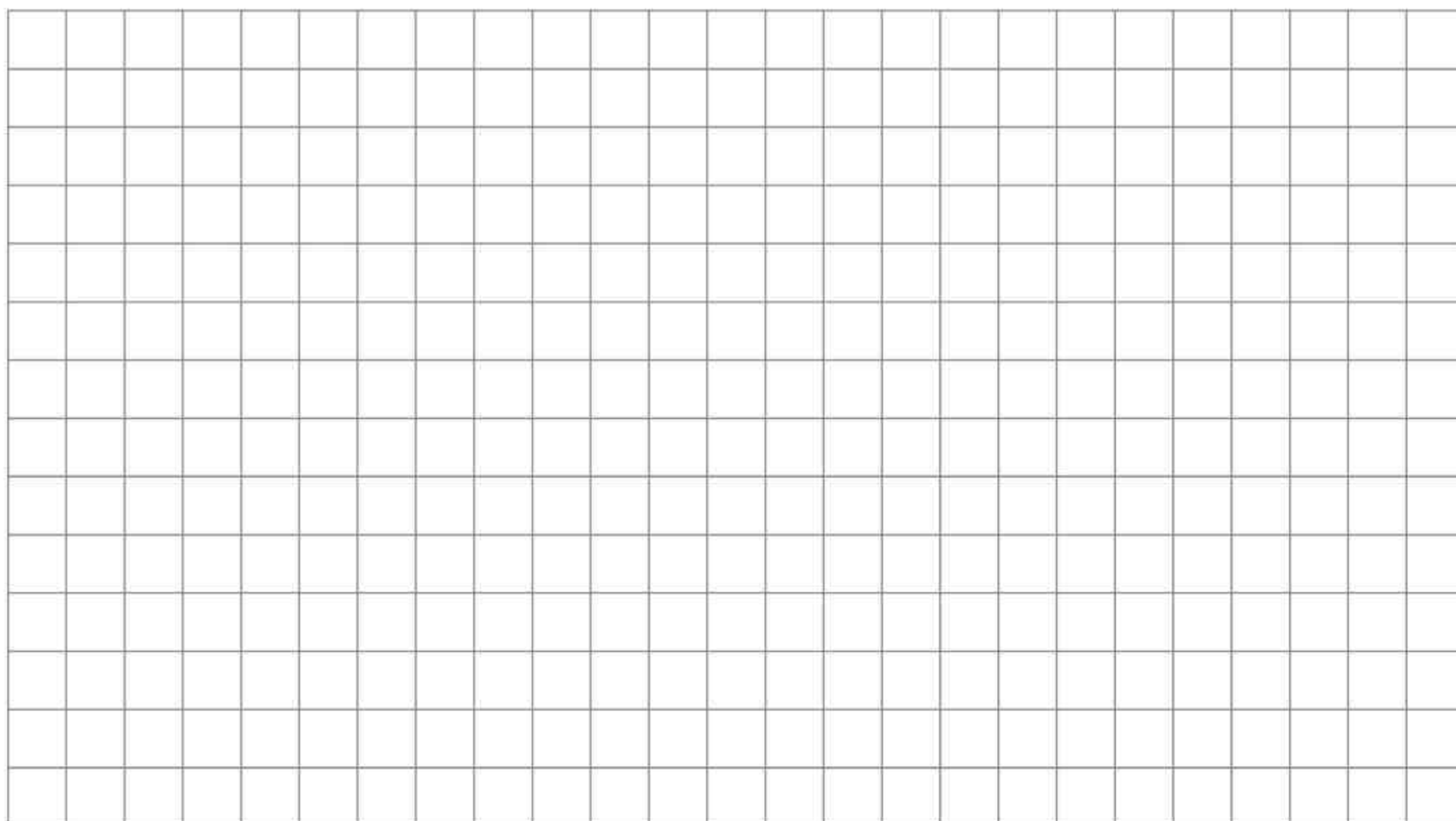
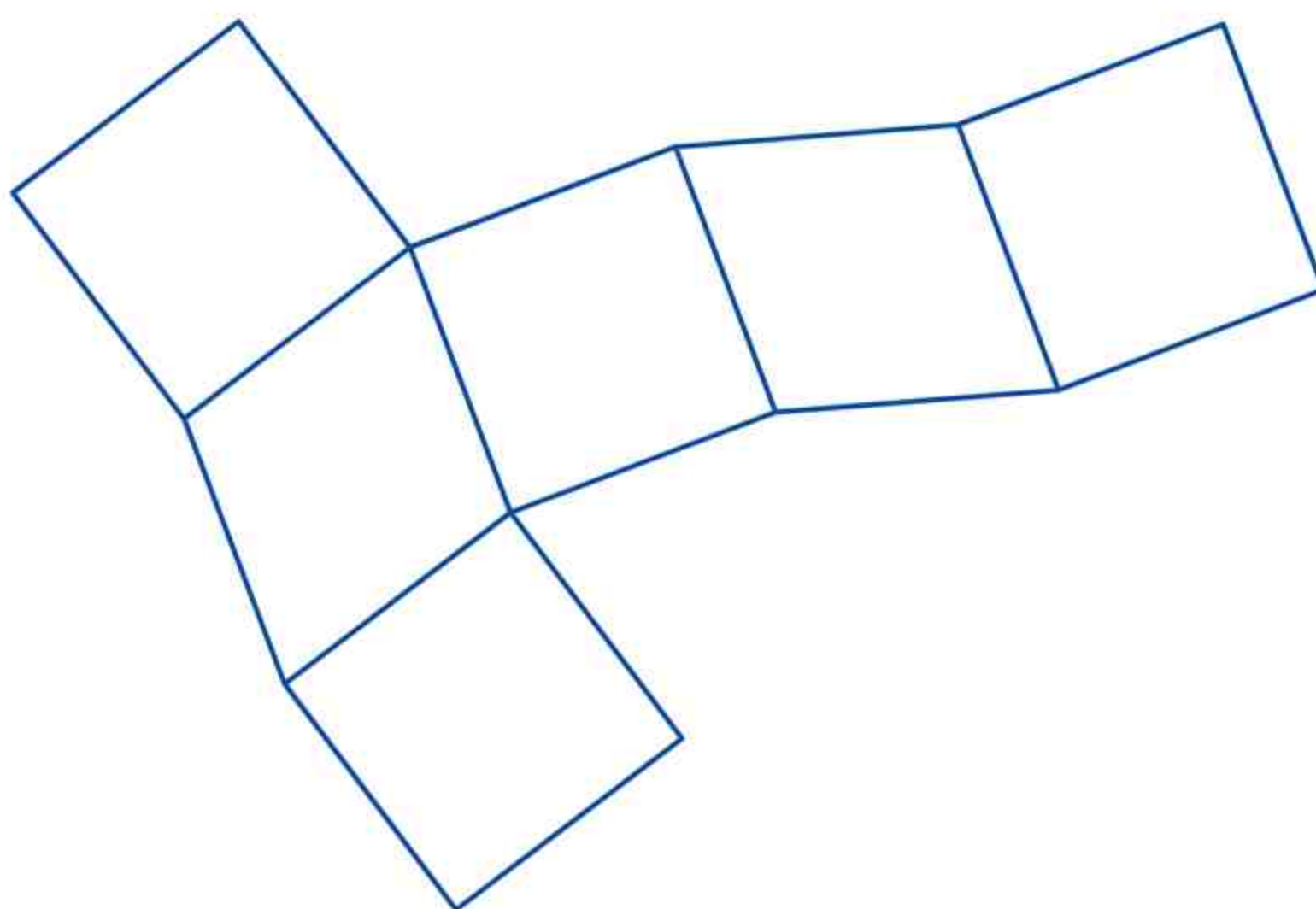
Odp. _____

- 4 Dokończ rysowanie siatki graniastopu przedstawionego na rysunku obok. Oblicz i zapisz na każdej ścianie jej pole powierzchni. Następnie oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastopu. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.



$P_c =$ _____

- 5 Rysunek przedstawia siatkę graniastosłupa prostego. Wśród jego ścian są dwa romby o przekątnych 6 cm i 8 cm oraz cztery kwadraty.
- Nanieś te informacje na rysunek, oblicz brakujące długości odcinków i zapisz je na rysunku.
 - Oblicz i zapisz na każdej ścianie jej pole powierzchni. Oblicz pole powierzchni całkowitej bryły.
 - Zakreskuj jedną z podstaw i oblicz objętość bryły.



- 6 Suma długości krawędzi graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 45 cm, a jego wysokość ma 9 cm. Ile wynosi pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa?

A. 27 cm^2 B. 81 cm^2 C. 135 cm^2 D. 405 cm^2



Wskazówka 
docwiczenia.pl
Kod: M8B1ZE

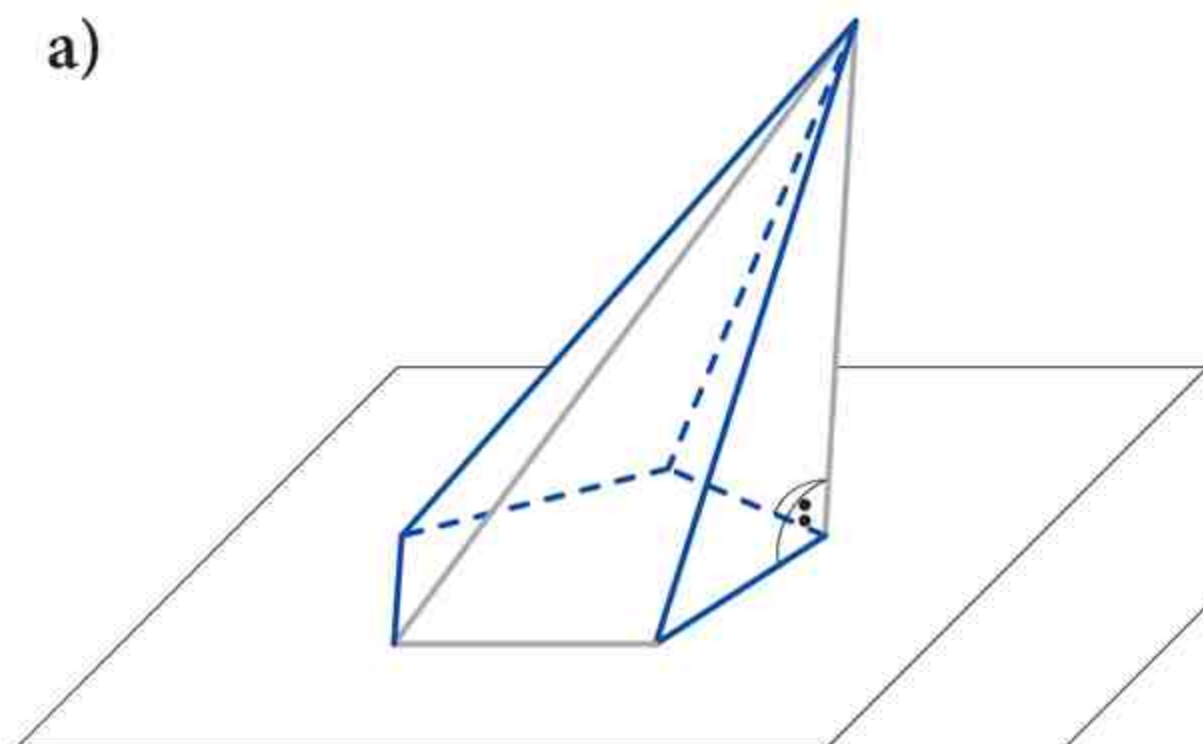


Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M824V6

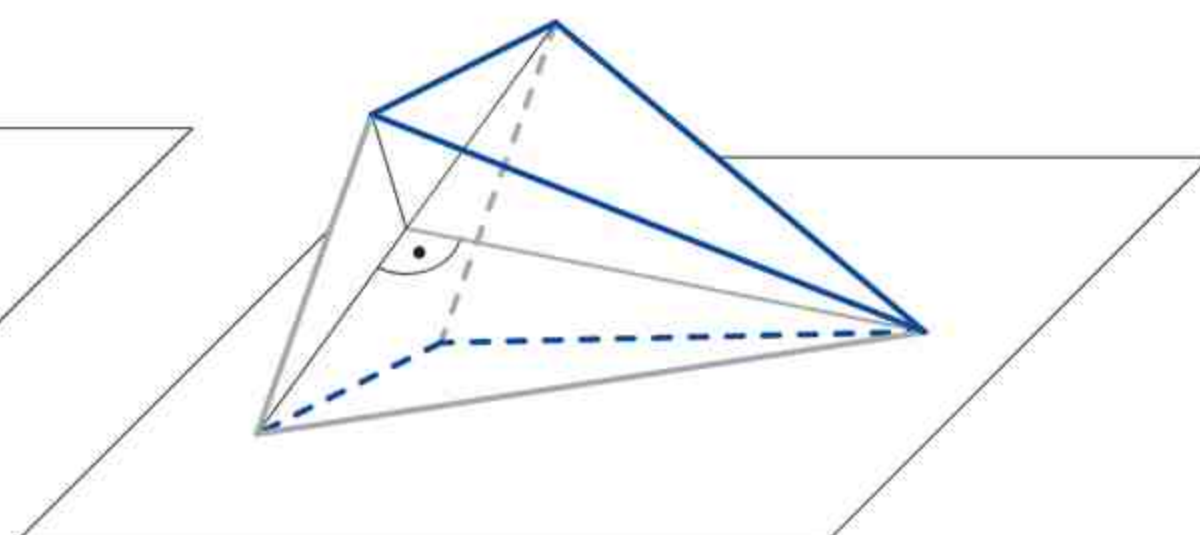


- 1 Który z szarych odcinków jest wysokością bryły? Zaznacz go na czerwono. Napisz, co to za bryła.

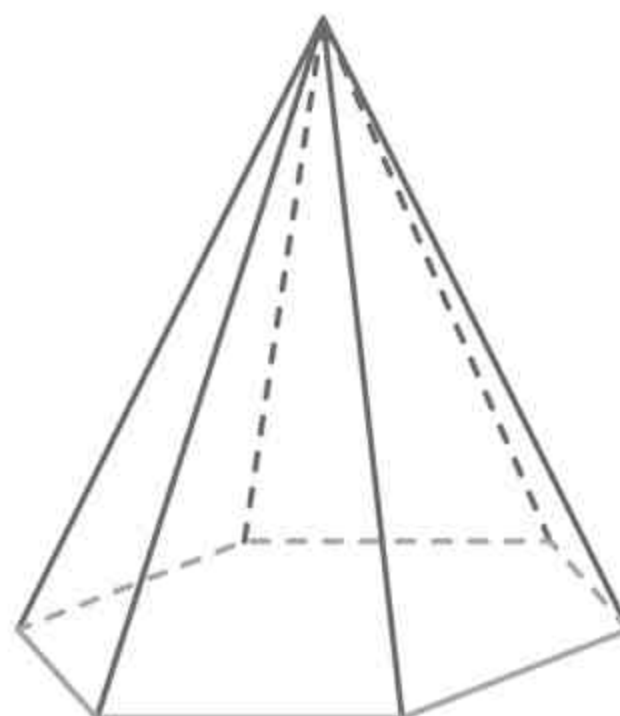
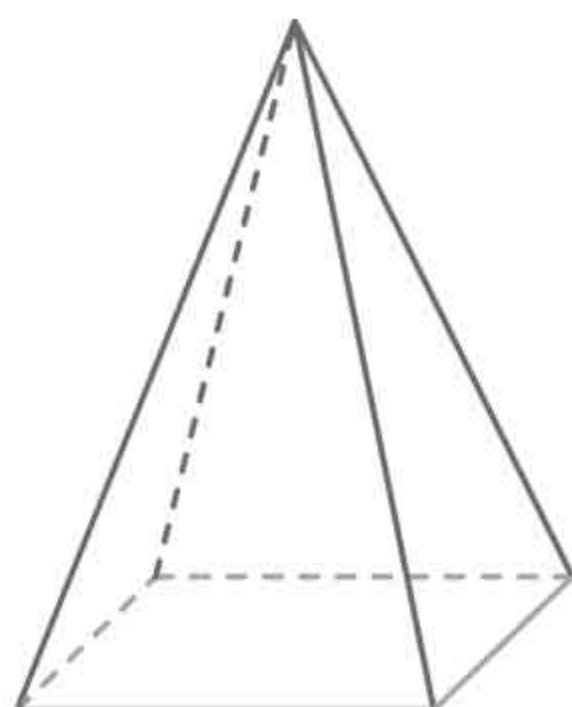
a)



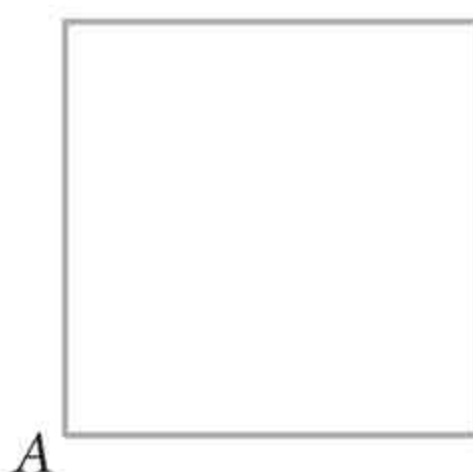
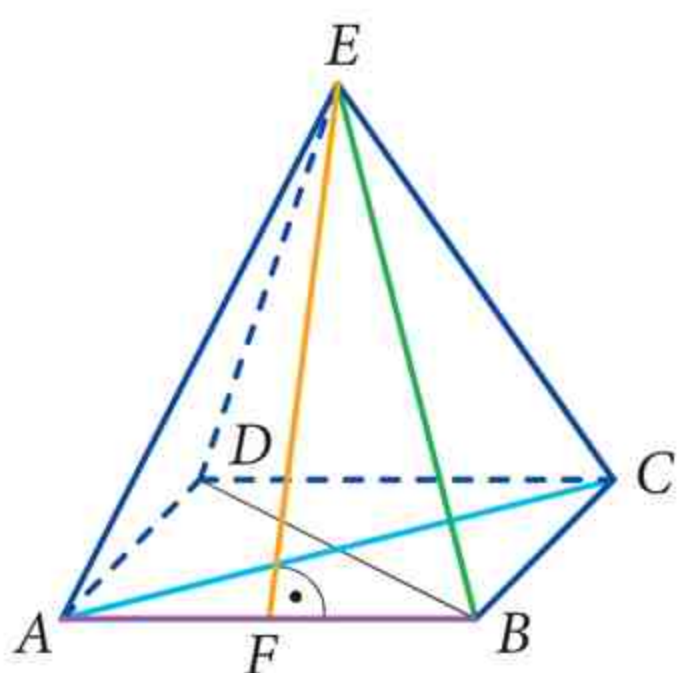
b)



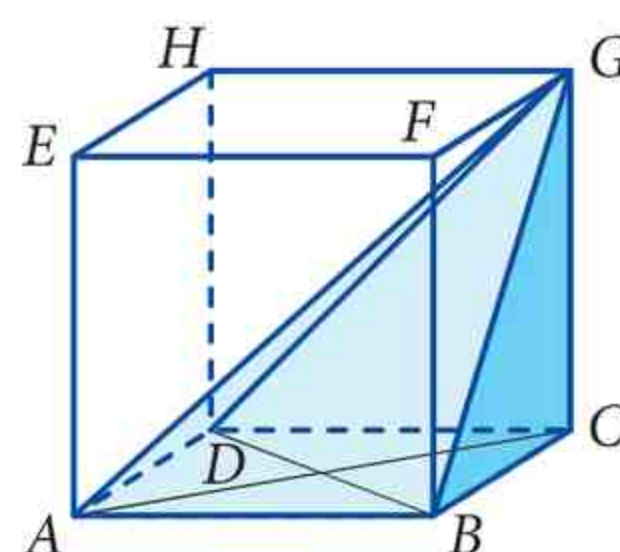
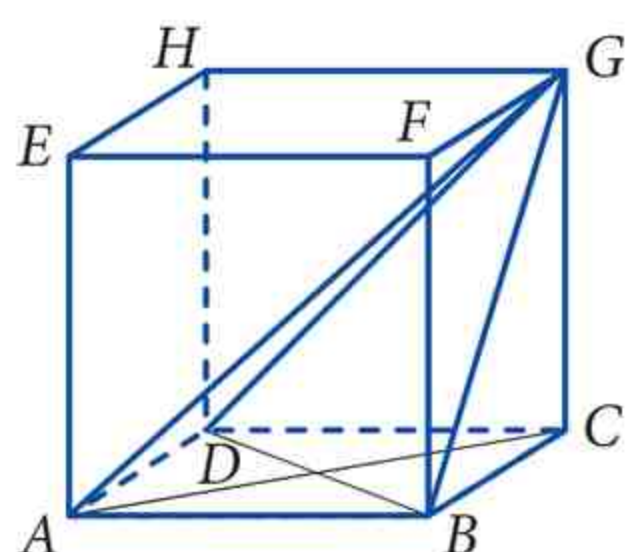
- 2 Ostrosłupy pokazane na rysunku są prawidłowe. Zaznacz w każdym z nich równe odcinki takim samym kolorem, a równe kąty w podstawie – łukami w jednym kolorze. Zapisz miary tych kątów.



- 3 Na rysunku pokazano ostrosłup prawidłowy czworokątny. Uzupełnij brakujące oznaczenia wierzchołków na rysunkach ścian tego ostrosłupa. Przenieś kolorowe odcinki zaznaczone na rysunku bryły na rysunki ścian i podstawy.



- 4 Z sześcianu $ABCDEFGH$ wycięto ostrosłup $ABCDG$ zacieniowany na rysunku po prawej stronie. Uzupełnij podpisy.



W sześcianie:

AB to krawędź podstawy

BG to _____

CG to _____

AG to _____

DG to _____

W ostrosłupie:

AB to _____

BG to _____

CG to _____

AG to _____

DG to _____

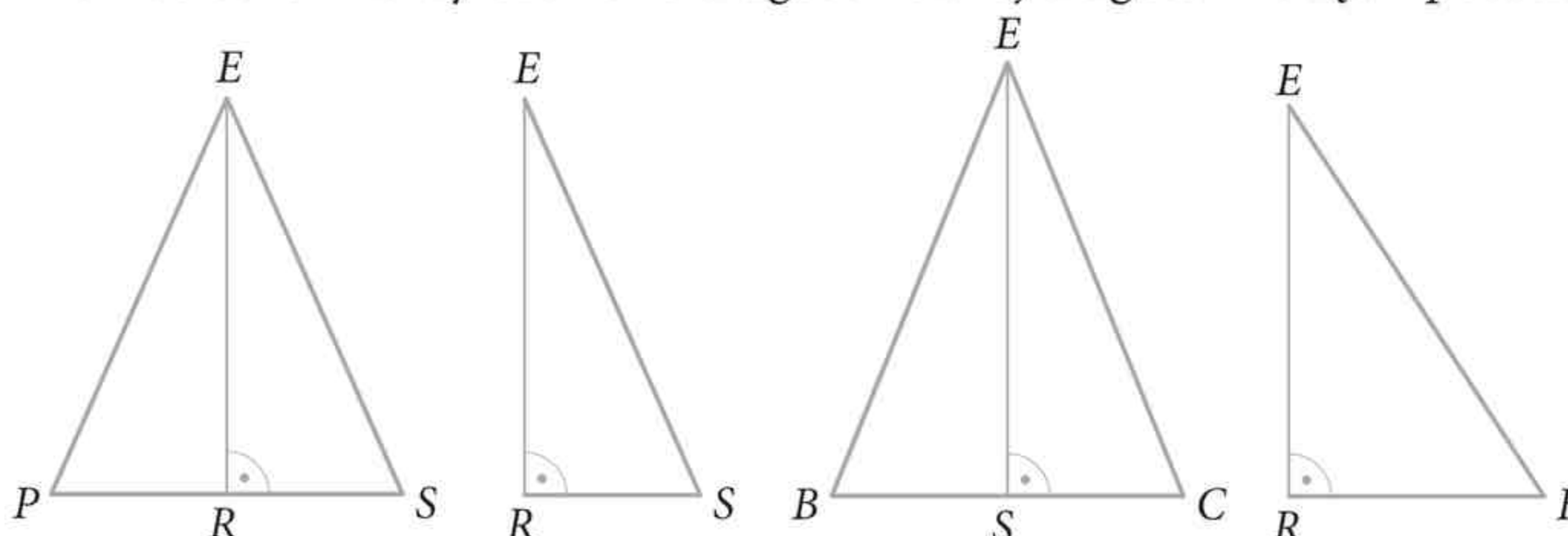
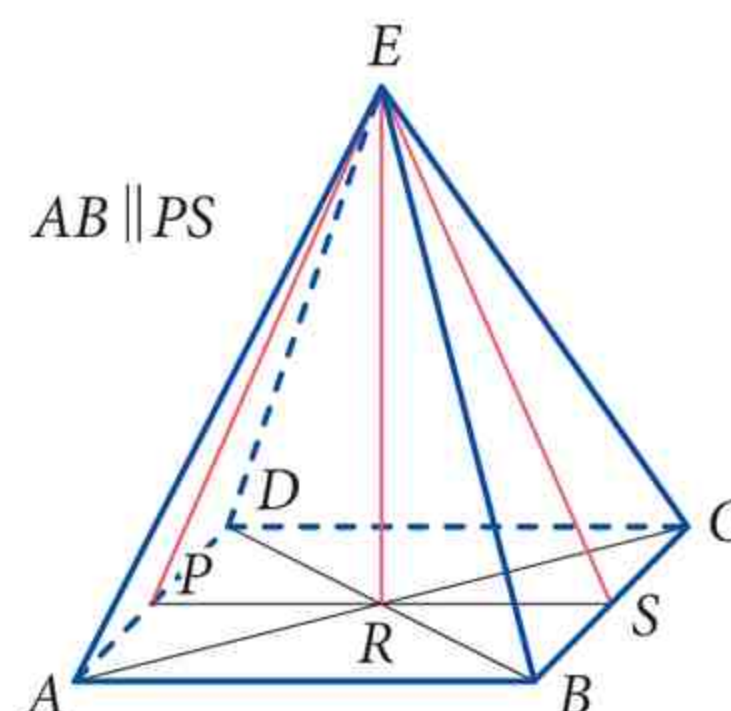
- 5 Rysunek przedstawia ostrosłup prawidłowy czworokątny.

a) Jaki kształt ma podstawa ostrosłupa?

Podkreśl w zadaniu fragment, z którego to wynika.

b) Rysunki przedstawiają cztery trójkąty, których wierzchołki są punktami należącymi do ostrosłupa. Zaznacz na tych rysunkach:

- na czerwono – wysokość ostrosłupa,
- na zielono – wysokość ściany bocznej,
- na żółto – krawędzie boczne ostrosłupa,
- na niebiesko – każdy odcinek o długości równej długości krawędzi podstawy.



6 Uzupełnij tabelę.

Bryła	Liczba		
	ścian	krawędzi	wierzchołków
ostrosłup pięciokątny			
ostrosłup ośmiokątny			
ostrosłup n -kątny			
ostrosłup _____	5		
ostrosłup _____		20	
ostrosłup _____			15

7 Przeczytaj tekst w ramce, zaznacz dane na rysunku i rozwiąż zadanie.

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest o 5 cm dłuższa niż krawędź podstawy a . Suma długości wszystkich krawędzi wynosi 42 cm. Oblicz obwód podstawy.

Podstawą ostrosłupa jest _____

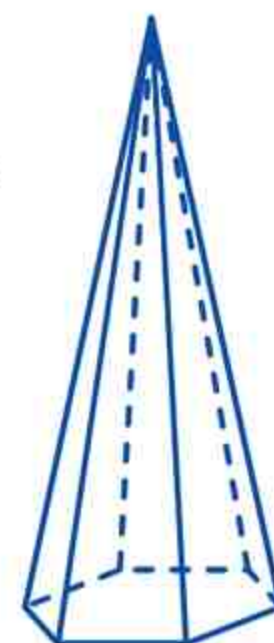
Krawędź podstawy jest oznaczona przez a , zatem krawędź boczna tego ostrosłupa jest równa _____

Równanie: _____

Rozwiązanie: _____

Spr. _____

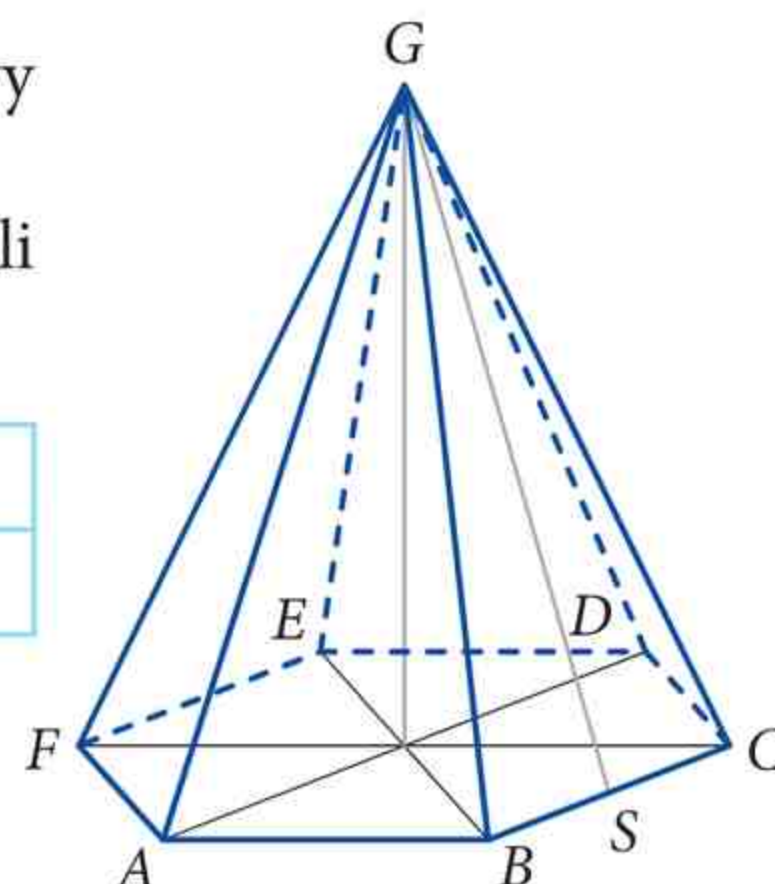
Odp. _____



8 Na rysunku przedstawiono ostrosłup prawidłowy sześciokątny.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Odcinek FC ma długość większą niż odcinek EB .	P	F
Odcinek GD ma długość większą niż odcinek GS .	P	F





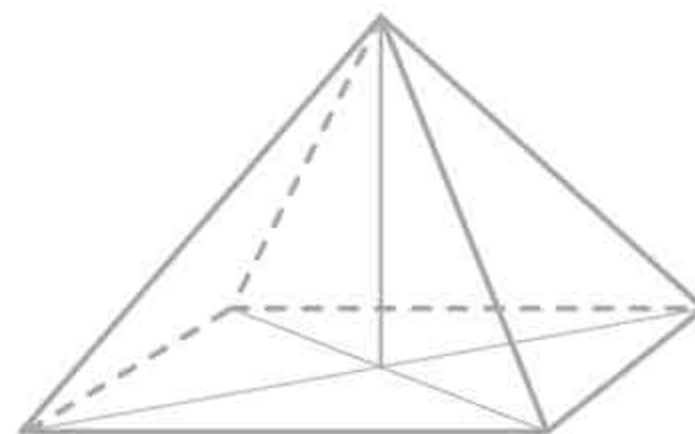
- 1 Na rysunku pokazano ostrosłup prawidłowy czworokątny. Zaznacz na nim różnymi kolorami krawędzie podstawy równą 3 cm i wysokość bryły równą 2 cm. Następnie oblicz objętość tej bryły.

Podstawa ostrosłupa jest kwadratem
o boku równym _____,
zatem pole podstawy jest równe
_____.

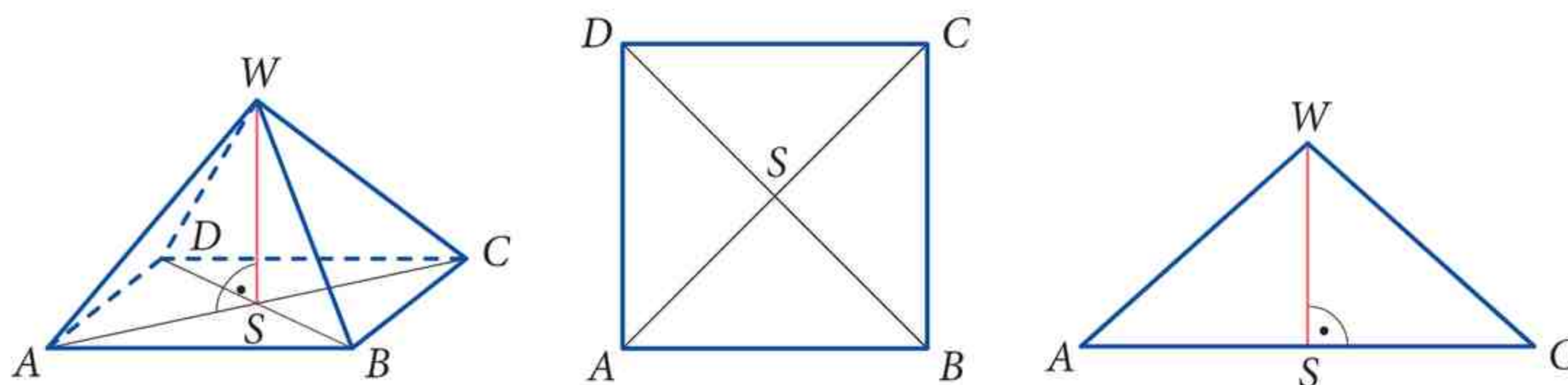
Objętość tego ostrosłupa:

$V =$ _____

Odp. _____



- 2 Krawędź podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma długość 4 cm, a jego krawędź boczna 3 cm. Wykonaj polecenia.



a) Na rysunku podstawy zapisz długości odcinków: AB , AC i SC .

b) Oblicz pole podstawy.

$P_p =$ _____

c) Zapisz na rysunku trójkąta ACW długości odcinków AC i CW .

d) Uzupełnij.

Twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta SCW :

$SW^2 + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$SW =$ _____ – wysokość ostrosłupa

e) Oblicz objętość ostrosłupa.

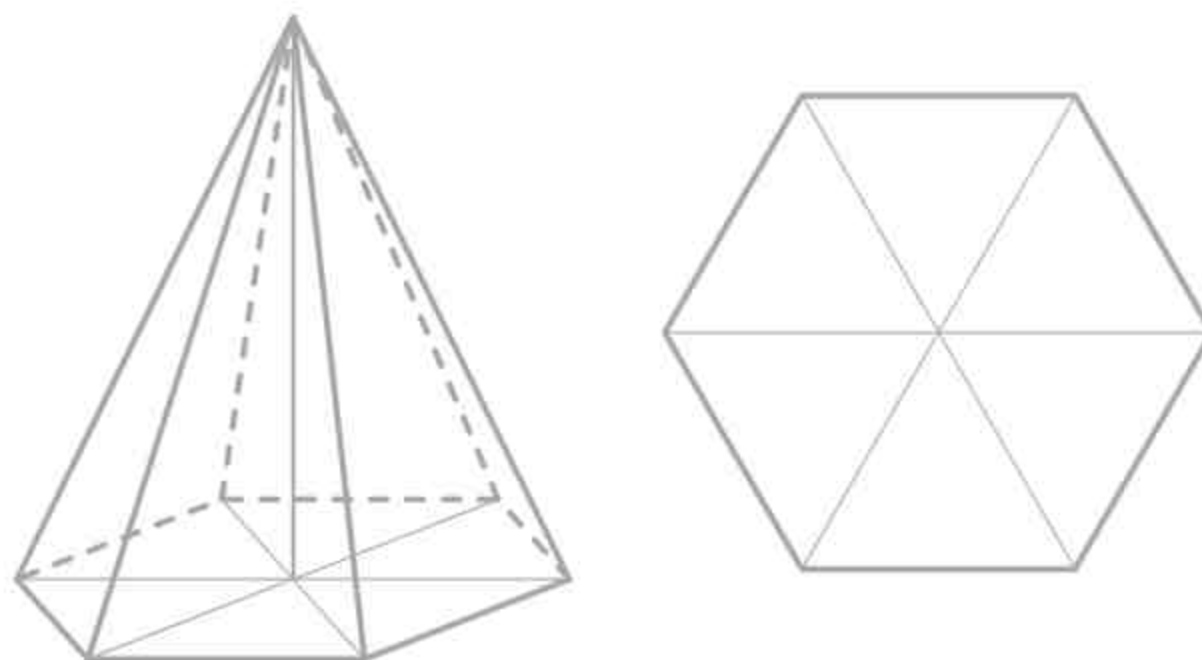
$V =$ _____

Aby obliczyć wysokość ostrosłupa, najlepiej wykorzystać płaską figurę, w której występuje odcinek tej długości.

Gdy znamy pole podstawy i wysokość ostrosłupa, możemy obliczyć jego objętość.

- 3 Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość 13 cm, a jego krawędź podstawy – długość 5 cm. Wykonaj polecenia i uzupełnij luki.

- a) Zaznacz na rysunku bryły i na rysunku jej podstawy wszystkie odcinki o długości 5 cm jednym kolorem, a innym kolorem wszystkie odcinki o długości 13 cm.

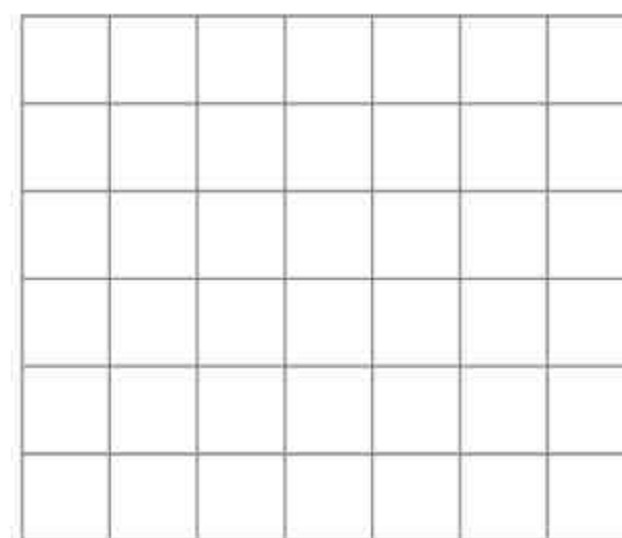


Na jakie trójkąty została podzielona podstawa? _____

- b) Oblicz pole podstawy.

$P_p =$ _____

- c) Znajdź na rysunku ostrosłupa trójkąt prostokątny, którego bokiem jest wysokość ostrosłupa. Zacieniuj go. Wykonaj płaski rysunek tego trójkąta i podpisz długości jego boków.



- d) Oblicz wysokość ostrosłupa.



- e) Oblicz objętość ostrosłupa.

$V =$ _____

- 4 Podstawą ostrosłupa jest kwadrat o boku 5 cm, a jego spodkiem wysokości jest jeden z wierzchołków podstawy. Krawędzie boczne tego ostrosłupa mają długości: 12 cm, 13 cm, 13 cm, $\sqrt{194}$ cm.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Wysokość tego ostrosłupa wyrażona w centymetrach jest liczbą A B.

A. wymierną

B. niewymierną

Objętość tego ostrosłupa jest C D niż 103 cm^3 .

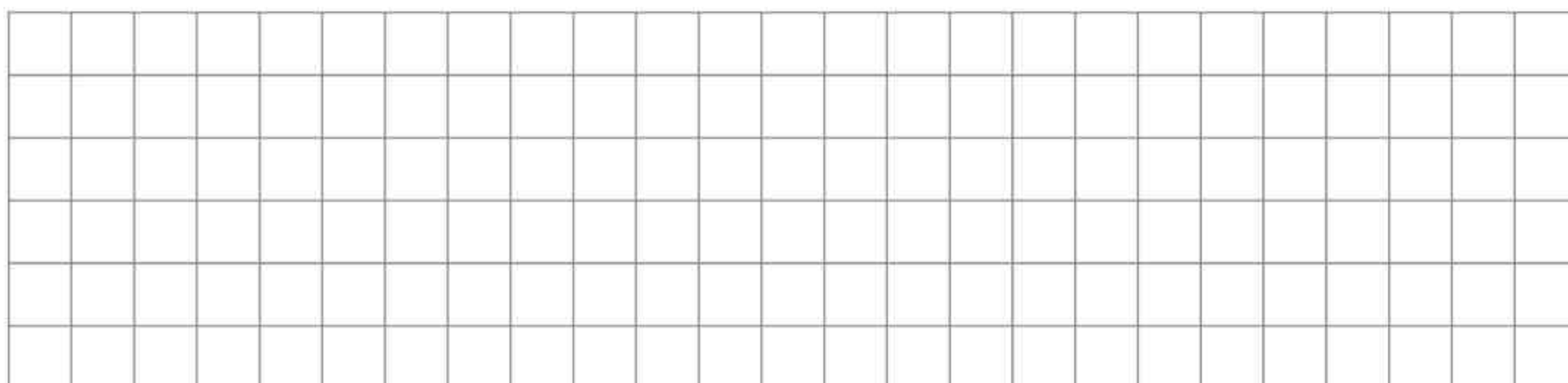
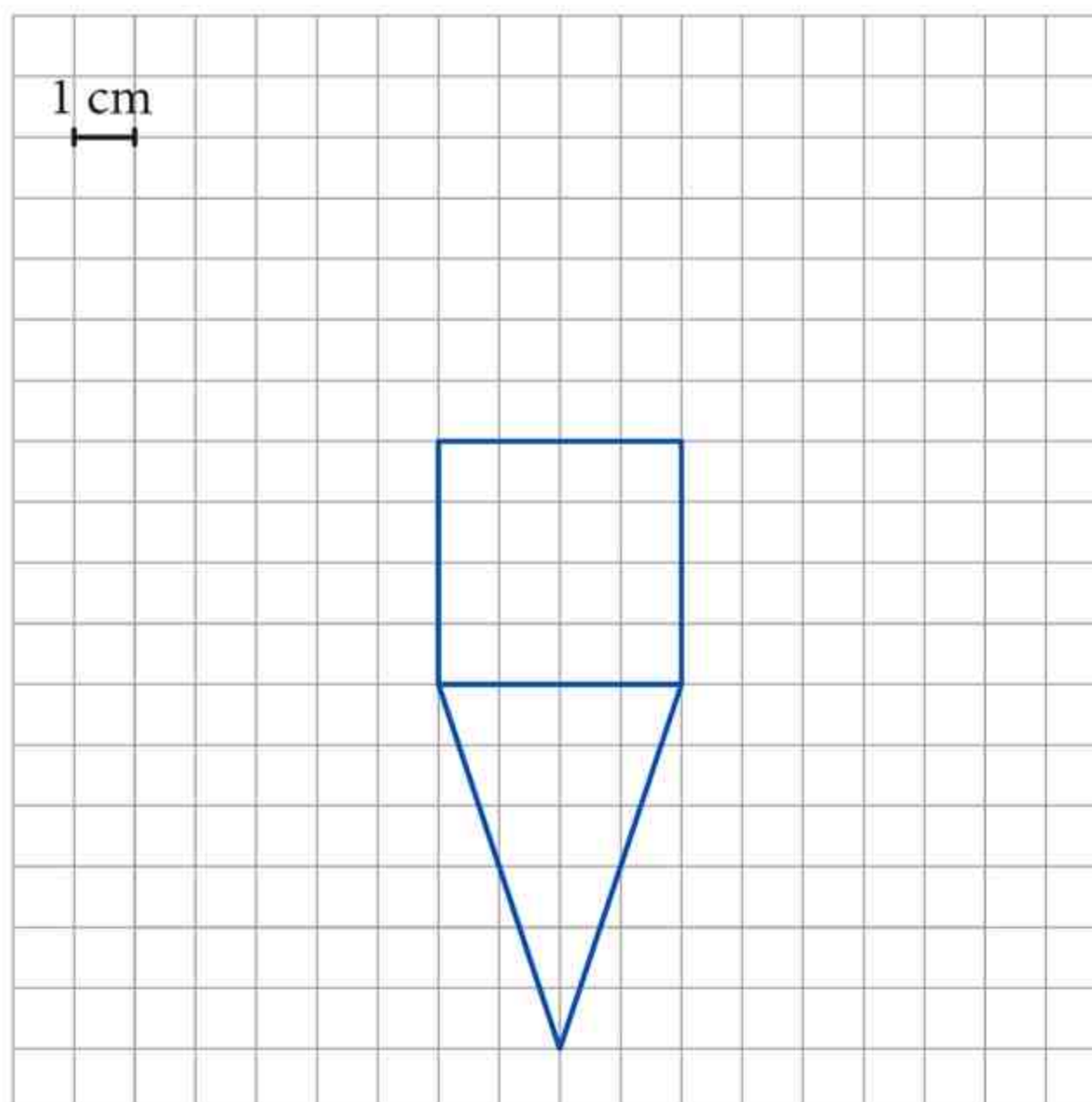
C. większa

D. mniejsza





- 1 Dokończ rysunek siatki ostrosłupa prawidłowego. Na każdej ścianie bocznej narysuj tę jej wysokość, która biegnie wzdłuż kratek. Na każdej ścianie zapisz jej pole, a następnie oblicz pole powierzchni całkowitej tej bryły.



- 2 Uzupełnij opis.

Rysunek obok to siatka czworościanu foremnego. Każda z jego ścian to trójkąt

_____ o boku

długości _____

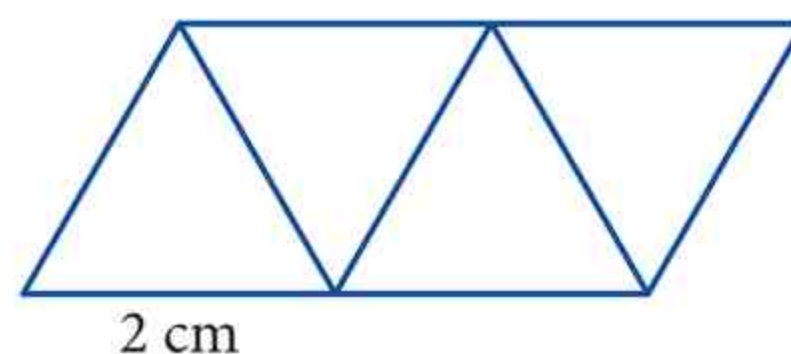
Każda ściana tej bryły może być jej podstawą.

Wysokość każdej ściany jest równa: _____

Pole jednej ściany wynosi: _____

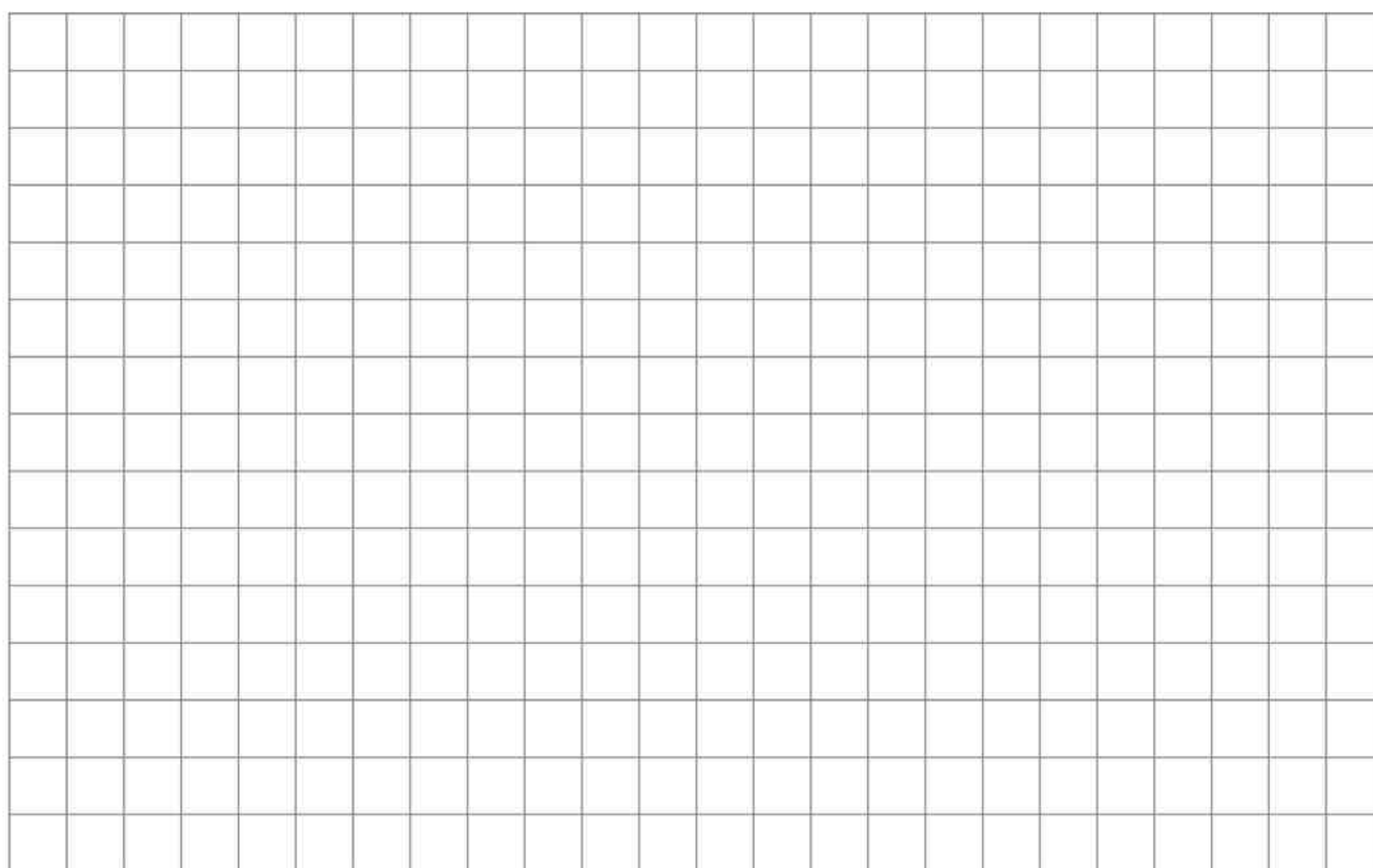
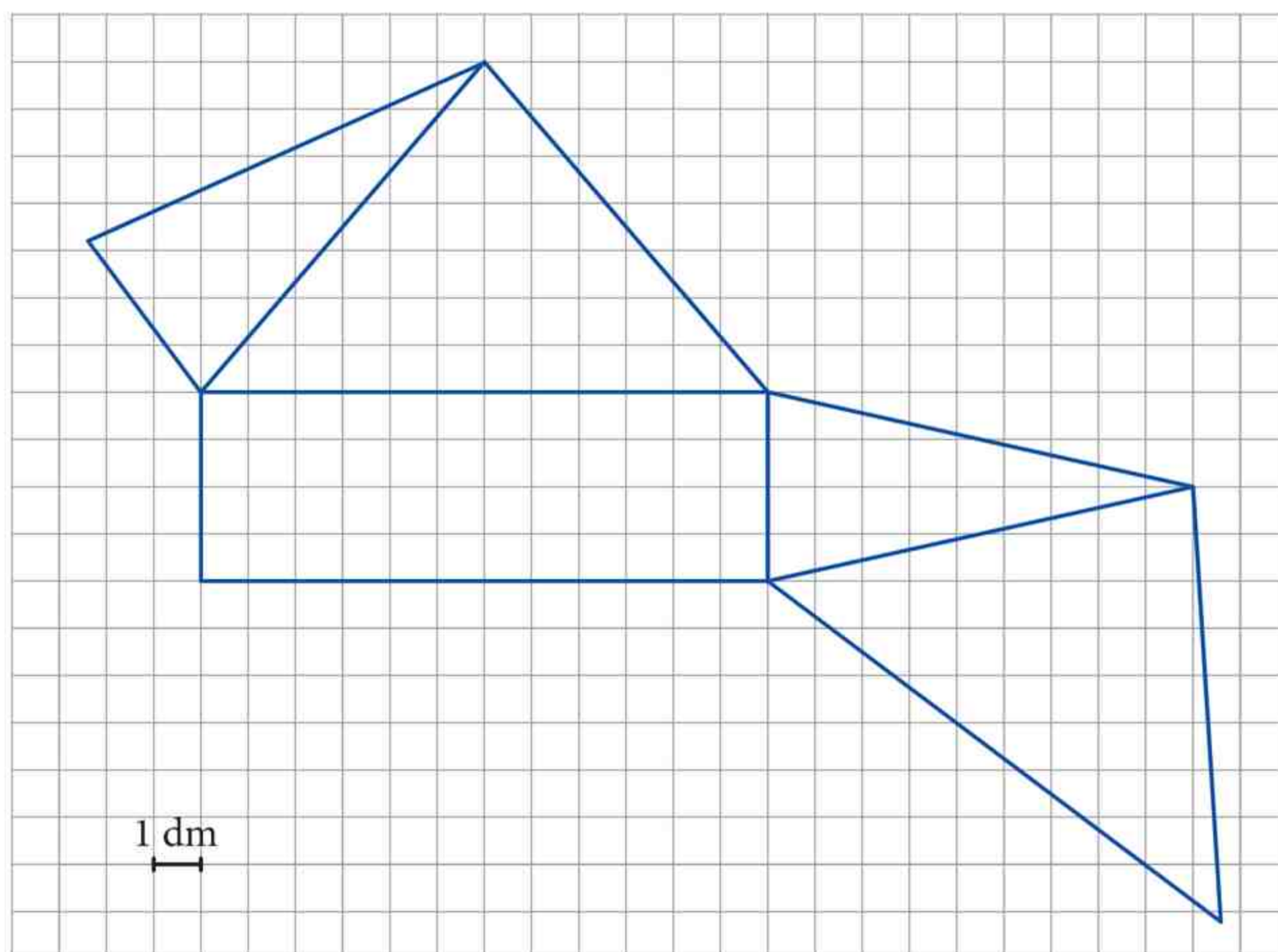
Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa wynosi: _____

Czworościan ma _____ krawędzi. Suma ich długości to _____ cm.



3 Rysunek przedstawia siatkę ostrosłupa.

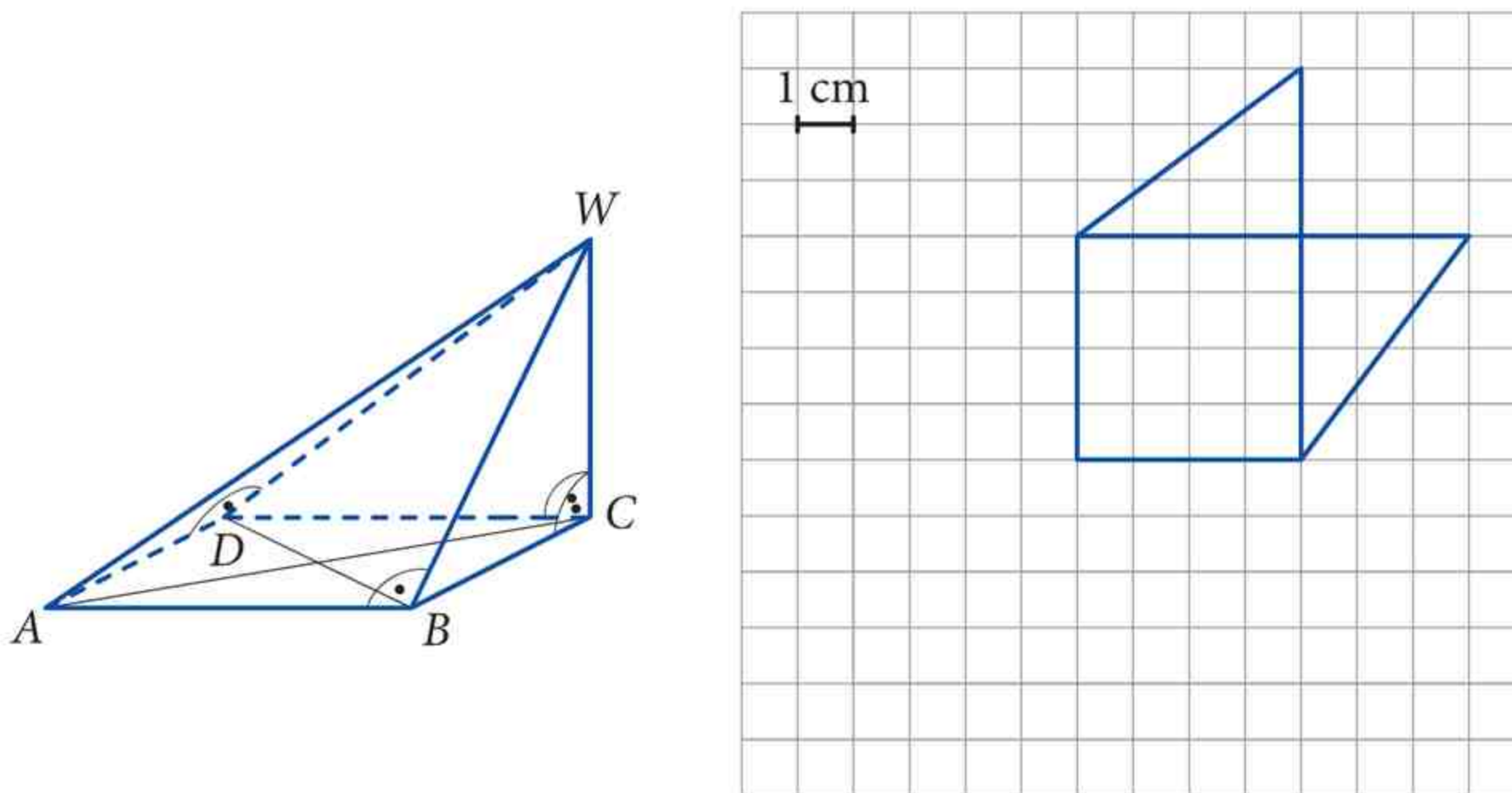
- Pola niektórych ścian można obliczyć na podstawie danych odczytanych z rysunku. Oblicz te pola i zapisz je na rysunku.
- Dla pozostałych ścian znajdź trójkąty do nich przystające spośród tych o znanych polach. Zapisz pola tych pozostałych ścian na siatce ostrosłupa.
- Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.



Odp. _____

- 4 Podstawą ostrosłupa $ABCDW$ jest kwadrat o boku 4 cm. Spodkiem wysokości ostrosłupa jest jeden z wierzchołków podstawy. Wszystkie ściany boczne są trójkątami prostokątnymi. Wysokość ostrosłupa wynosi 3 cm.

- a) Zaznacz na rysunku ostrosłupa dane liczbowe.
b) Uzupełnij rysunek siatki ostrosłupa.



- c) Oblicz długości pozostałych krawędzi. Zapisz je na rysunku bryły.

- d) Oblicz sumę długości krawędzi.

- e) Oblicz pola poszczególnych ścian. Zapisz je na odpowiednich ścianach na siatce.

- f) Oblicz pole powierzchni całkowitej ostrosłupa.

- 5 W zadaniu 3 pokazano siatkę pewnego ostrosłupa. Jego spodkiem wysokości jest środek podstawy (czyli punkt przecięcia przekątnych podstawy). Naszkicuj rysunek przestrzenny tego ostrosłupa. Oblicz wysokość ostrosłupa, a następnie oblicz jego objętość.

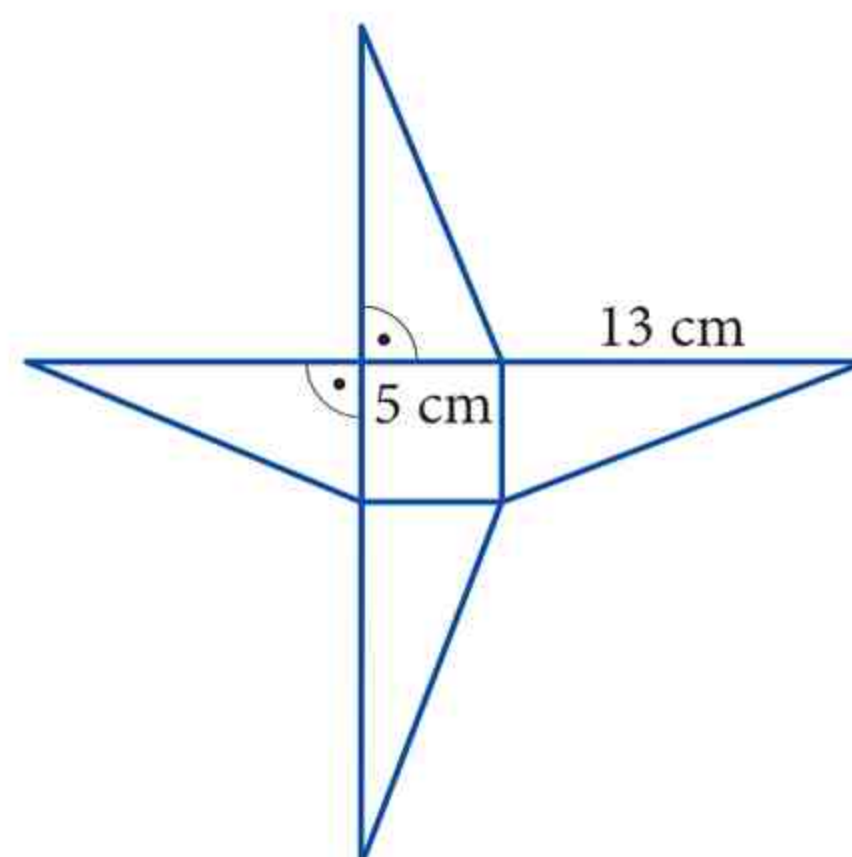
Objętość podaj w przybliżeniu. Przyjmij, że $\sqrt{5} \approx \frac{9}{4}$.



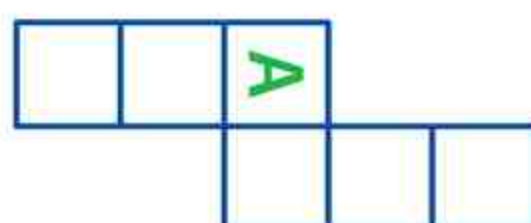
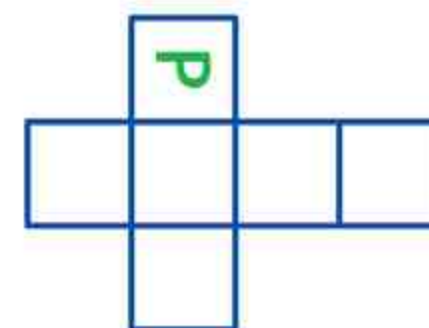
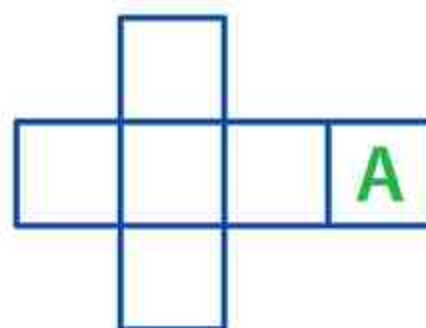
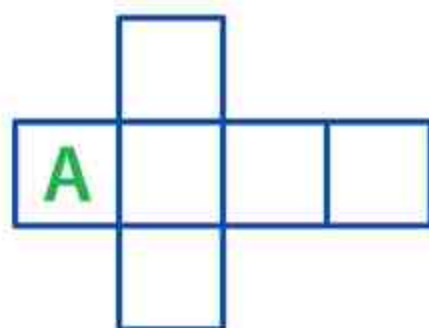
Odp. _____

- 6 Na rysunku przedstawiono siatkę ostrosłupa, którego podstawa jest kwadratem. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

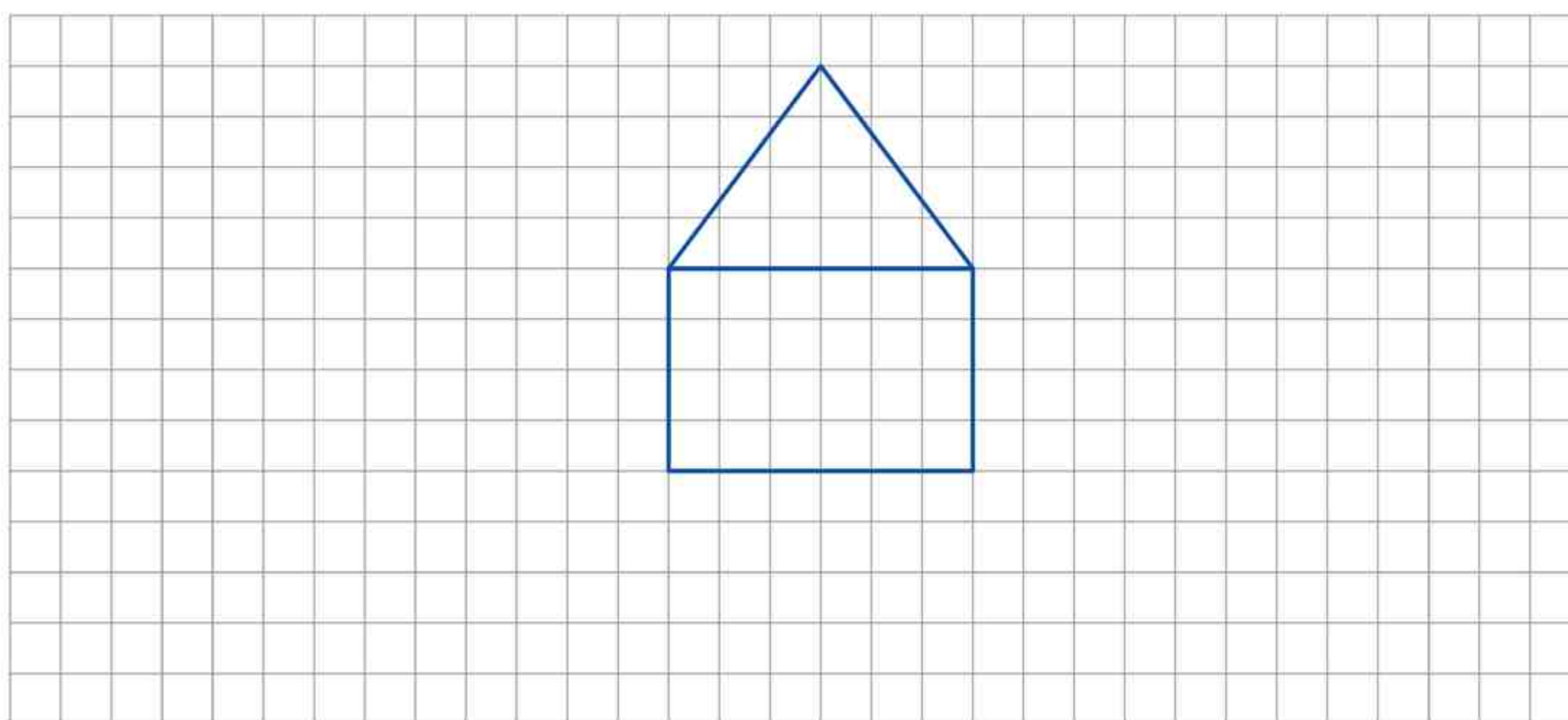
Wysokość tego ostrosłupa wynosi 13 cm.	P	F
Pole powierzchni bocznej wynosi 130 cm ² .	P	F



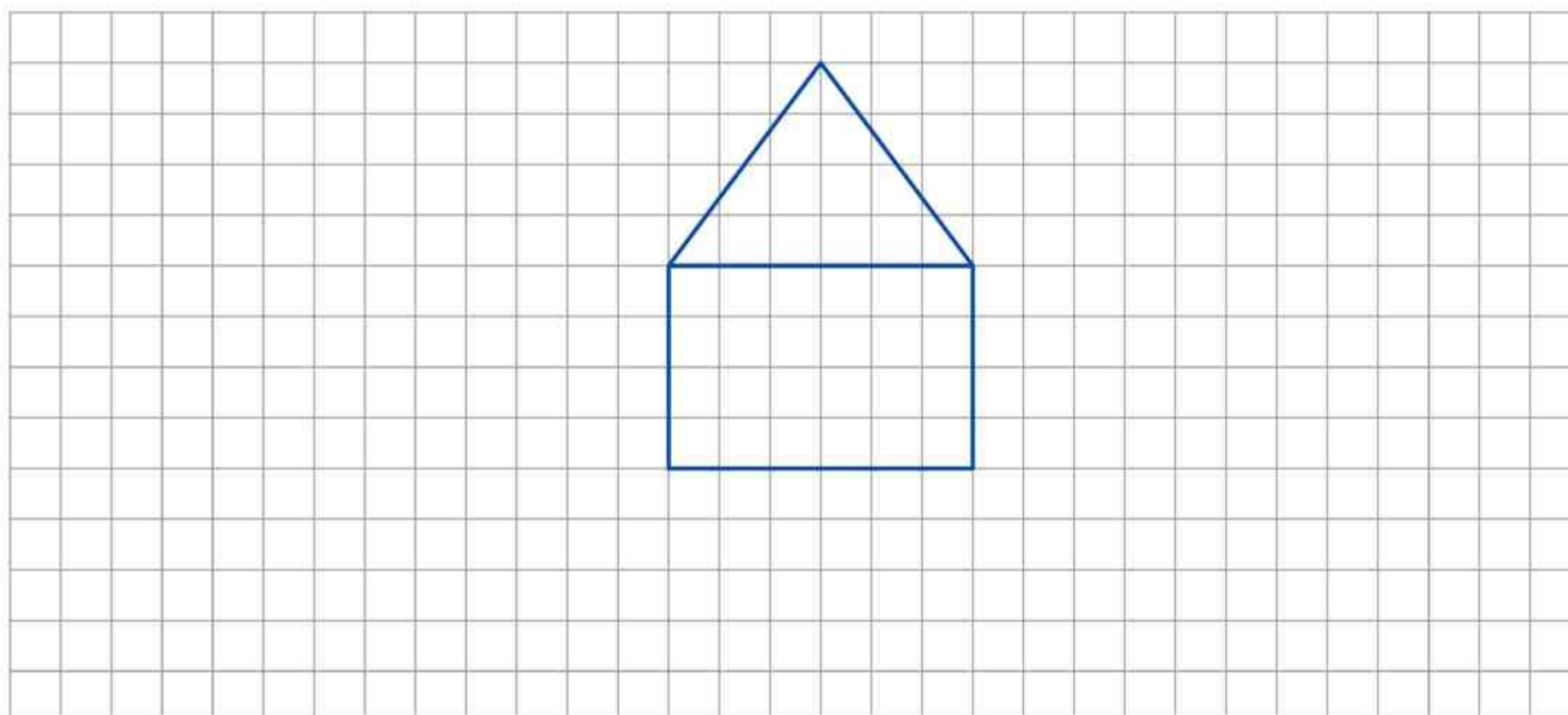
- 1 Na trzech ścianach sześcienniej kostki umieszczono litery. Pozostałe ściany są białe. Uzupełnij brakujące litery na siatkach tej kostki. Zwróć uwagę na właściwe ułożenie liter.



- 2 Dokończ rysunek tak, aby otrzymać siatkę:
a) graniastosłupa prostego,

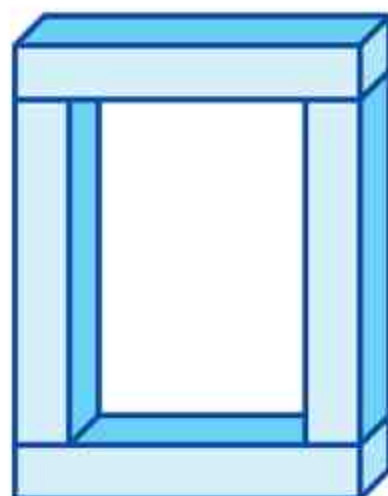


- b) ostrosłupa (użyj cyrkla).

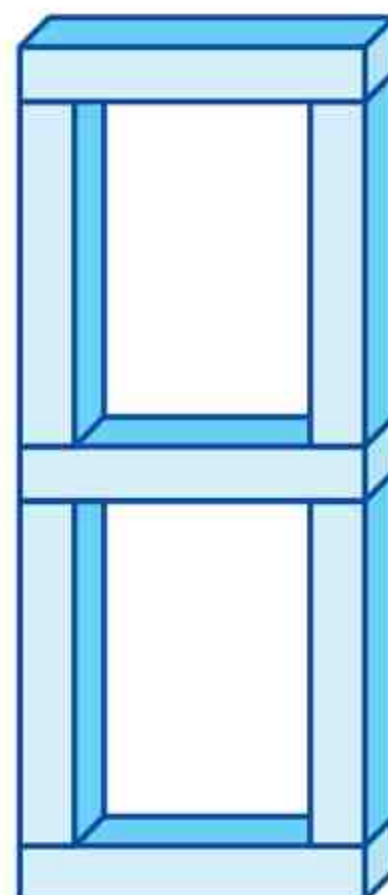


- 3 Na rysunku przedstawiono dwie budowle wykonane z jednakowych klocków w kształcie graniastosłupa prawidłowego czworokątnego. Pierwsza z nich ma wysokość 12,5 cm, a druga 23,5 cm. Wykonaj polecenia pod rysunkami i oblicz objętość jednego klocka.

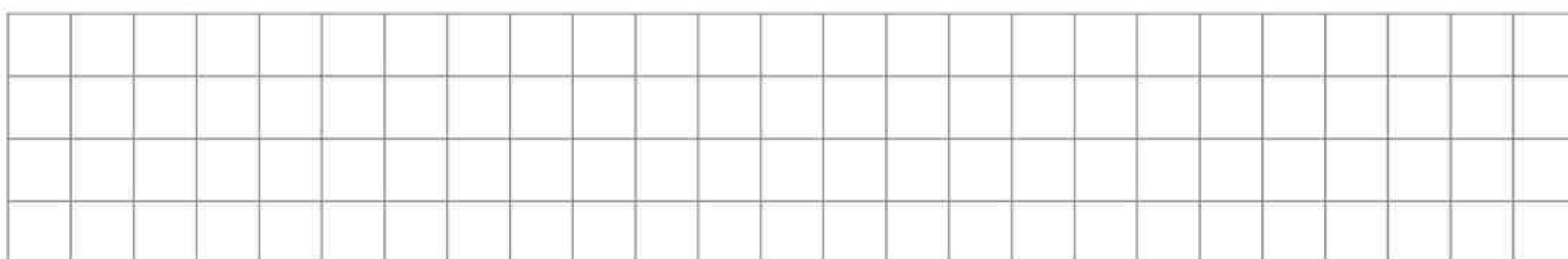
Budowla I



Budowla II



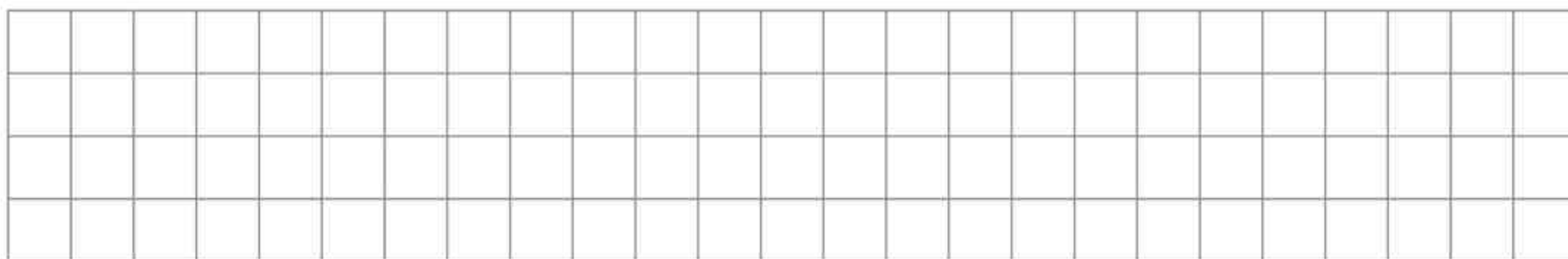
Naszkiecuj pojedynczy klocek. Jaki kształt ma jego najmniejsza ściana?



Wyobraź sobie, że masz dwie budowle I i ustawiasz je jedna na drugiej. Czy otrzymasz budowlę o tej samej wysokości co budowla II? Dlaczego?



Oblicz wymiary pojedynczego klocka.

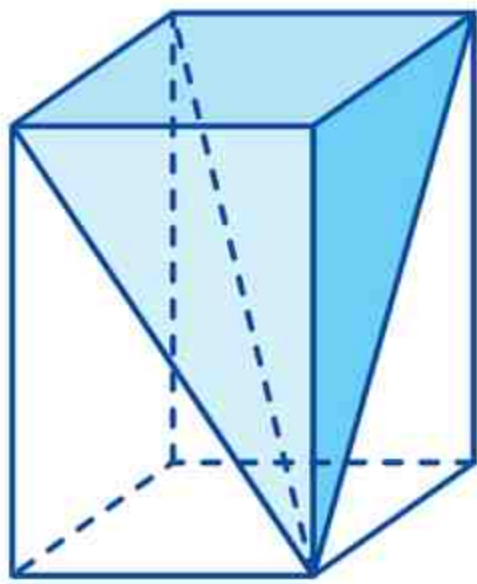


Oblicz objętość tego klocka.



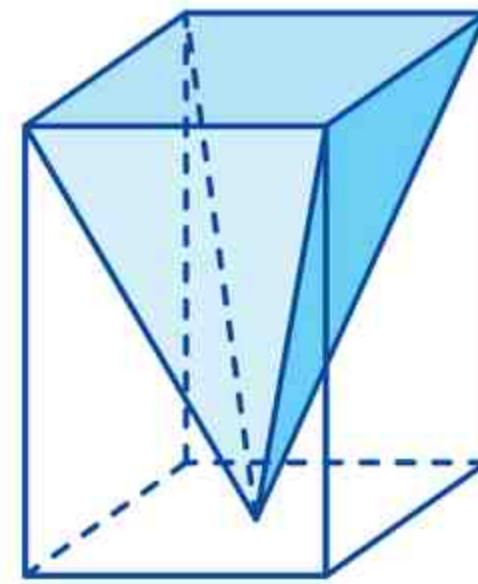
Odp. _____

- 4 Poniżej przedstawiono prostopadłościany o wymiarach $4 \times 4 \times 6$. W każdym z nich połączono wybrane wierzchołki, środki ścian lub środki krawędzi jak na rysunkach. W przypadku każdego z otrzymanych w ten sposób ostrosłupów:
- pokoloruj jego podstawę,
 - narysuj wysokość ostrosłupa i określ jej długość,
 - określ, czy to jest ostrosłup prawidłowy.



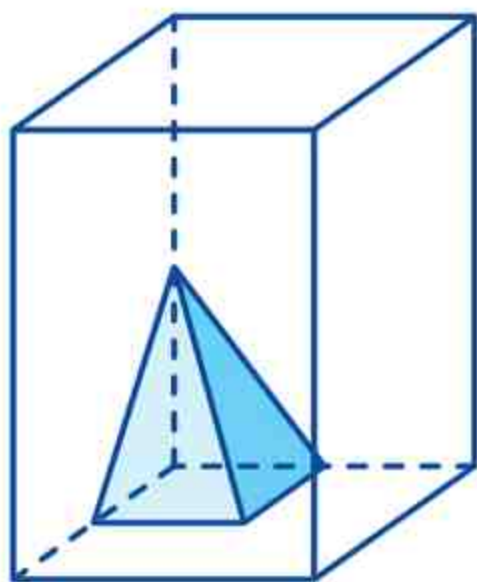
$H =$ _____

Czy to ostrosłup prawidłowy? _____



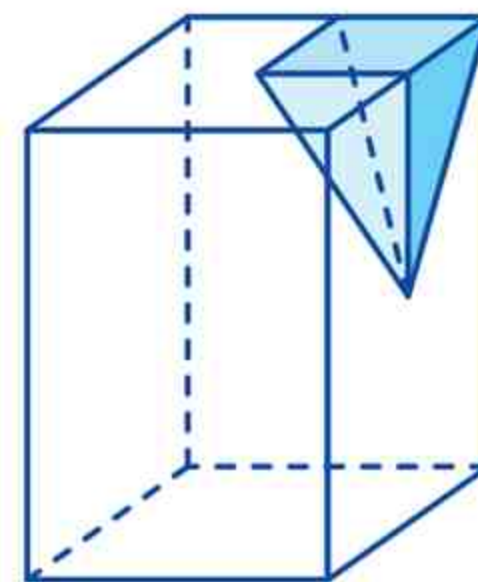
$H =$ _____

Czy to ostrosłup prawidłowy? _____



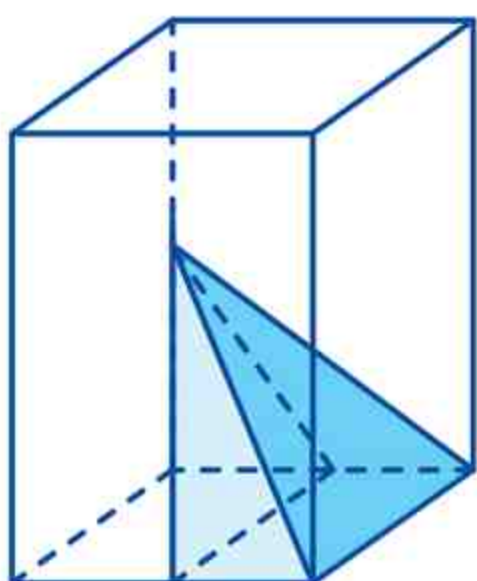
$H =$ _____

Czy to ostrosłup prawidłowy? _____



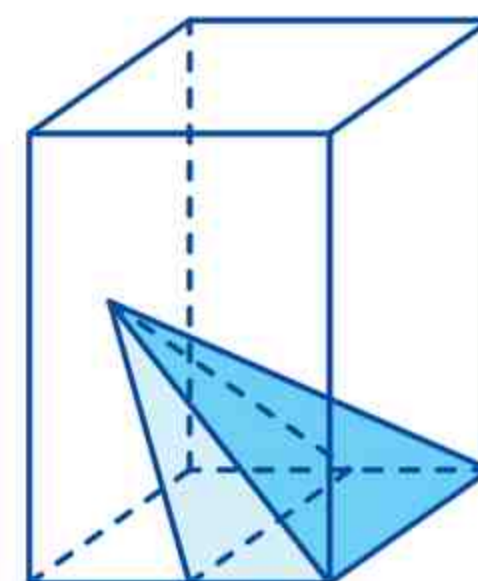
$H =$ _____

Czy to ostrosłup prawidłowy? _____



$H =$ _____

Czy to ostrosłup prawidłowy? _____



$H =$ _____

Czy to ostrosłup prawidłowy? _____

-

A diagram of a stepped profile (a series of connected rectangles) with a total width of $a + b$. The profile is divided into two main sections. The first section, of width a , contains three rectangles: a tall one on the left, a medium one in the middle, and a short one on the right. The second section, of width b , contains three rectangles: a tall one on the left, a medium one in the middle, and a short one on the right. The heights of the rectangles in the second section are greater than those in the first section. A dashed line indicates the total width $a + b$.

A diagram of a stepped polygon (a shape with horizontal and vertical sides) is shown. A dashed horizontal line is drawn below the polygon. A vertical dimension line on the right indicates the height of the polygon is $a + \text{--- cm}$. A horizontal dimension line at the bottom indicates the total width is --- cm .

Oblicz długość linii zaznaczonej na fioletowo. _____

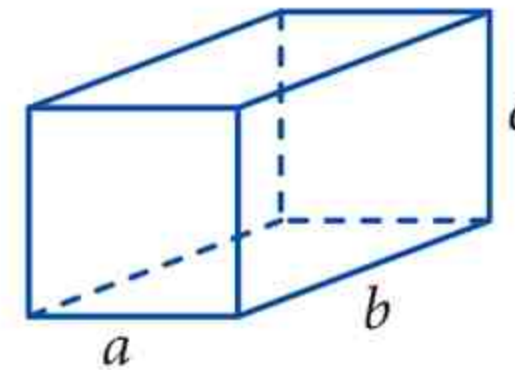
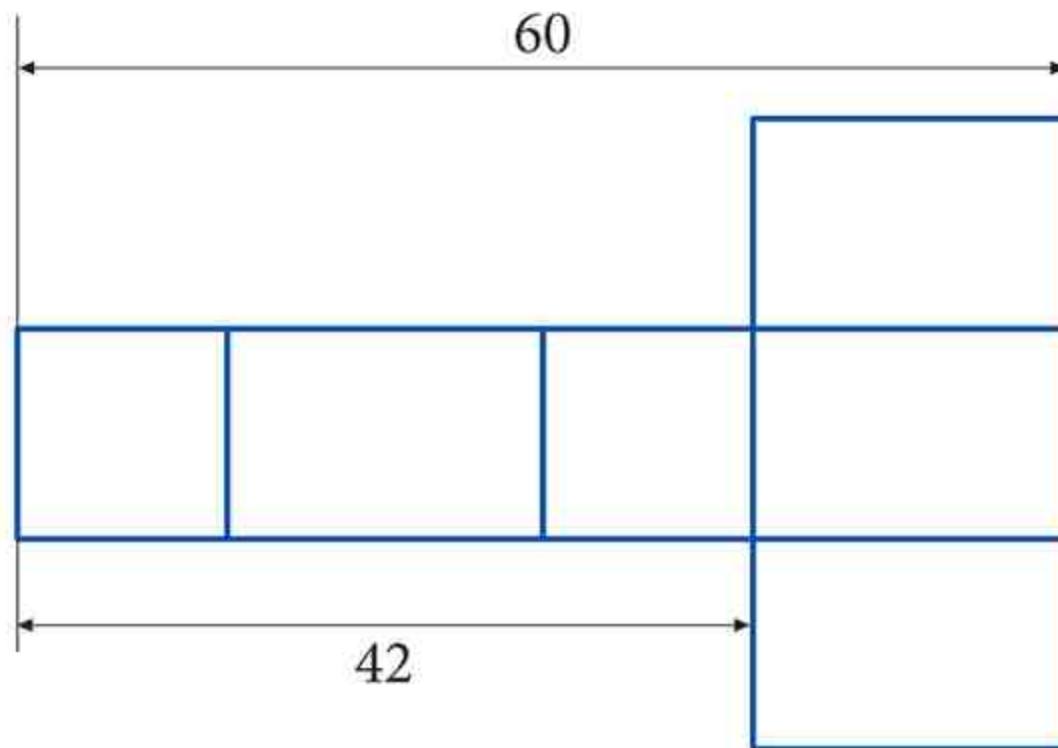
A diagram of a stepped geometric figure composed of several rectangular blocks. The figure is shown in profile. On the right side, there are two vertical dimension lines. The outermost one spans the total height of the figure and is labeled with a blank line followed by "cm". The inner one spans the height of the top-most block and is labeled "cm".

Oblicz objętość jednego klocka. _____

Oblicz objętość całej figury. _____

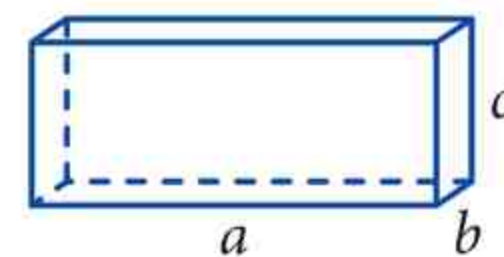
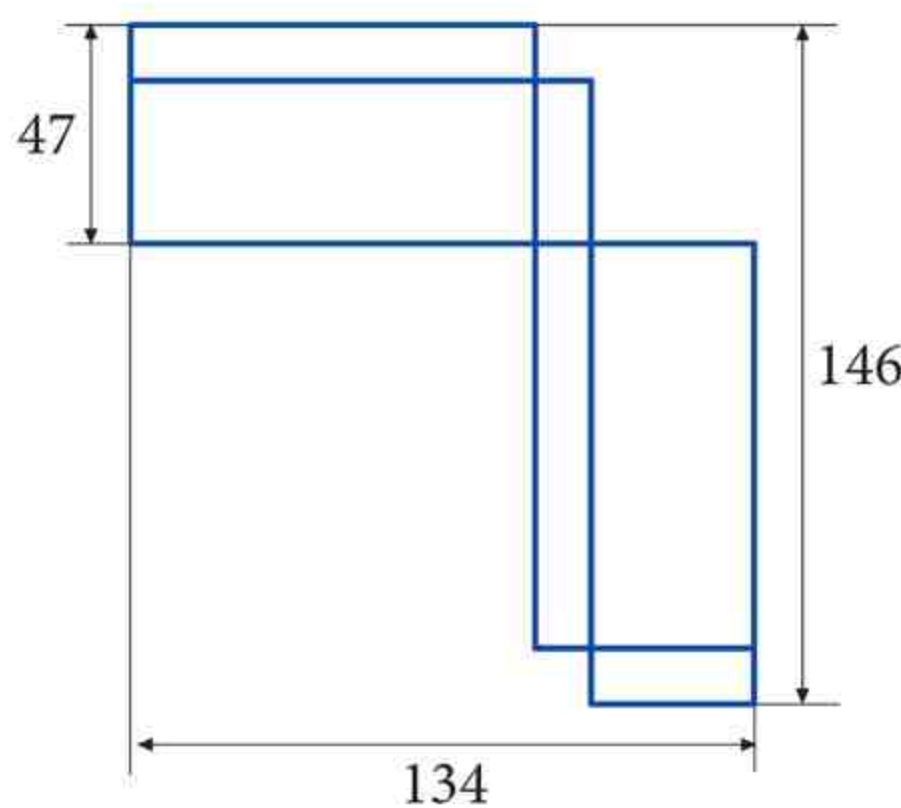
- 6 Na rysunku pokazano prostopadłościan oraz jego siatkę. Wszystkie odcinki na siatce podpisz literami a , b , c zgodnie z oznaczeniami na rysunku przestrzennym. Oblicz długości krawędzi bryły.

a) graniastosłup prawidłowy czworokątny, czyli prostopadłościan o kwadratowej podstawie



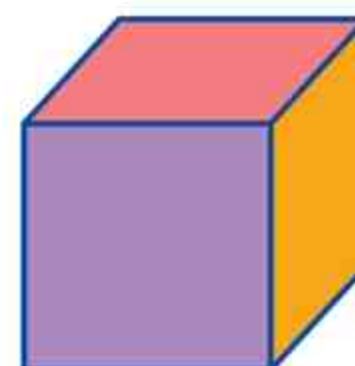
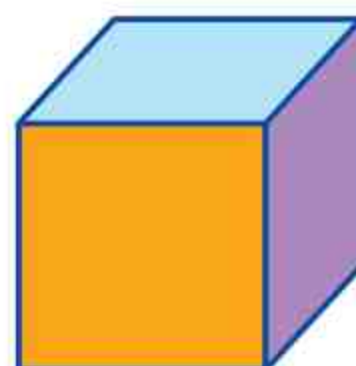
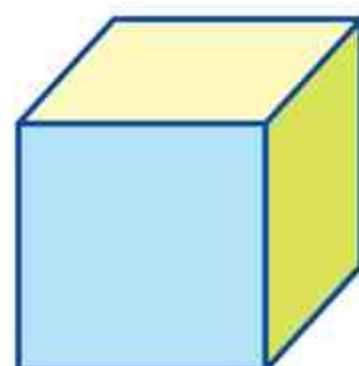
$a = \underline{\hspace{2cm}}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$

b) prostopadłościan o trzech różnych krawędziach



$a = \underline{\hspace{2cm}}$ $b = \underline{\hspace{2cm}}$ $c = \underline{\hspace{2cm}}$

- 7 Na rysunku przedstawiono tę samą kostkę widzianą z różnych stron.



Jaki kolor ma ściana znajdująca się naprzeciwko ściany niebieskiej?

- A. fioletowy C. czerwony
B. pomarańczowy D. zielony



Wskazówka docwiczenia.pl
Kod: M8DRDV



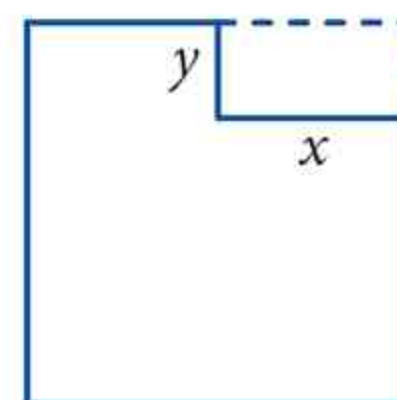
Na medal docwiczenia.pl
Kod: M8V3PS

- 1 Zapisz na rysunku długości odcinków zaznaczonych przerywanymi liniami. Uzupełnij wnioski, wpisując w puste miejsce: „mniejsze/mniejsza niż”, „większe/większa niż”, „taki sam jak” lub „takie samo jak”.

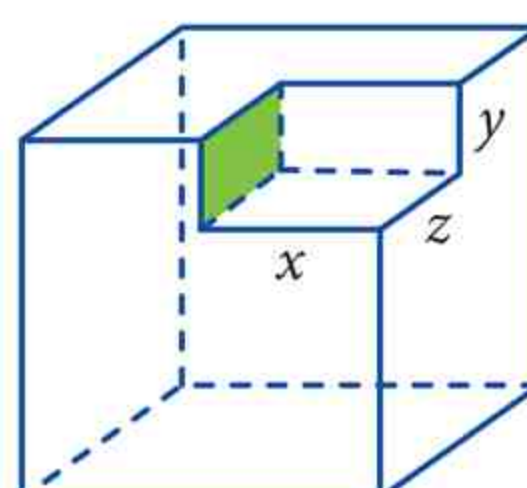
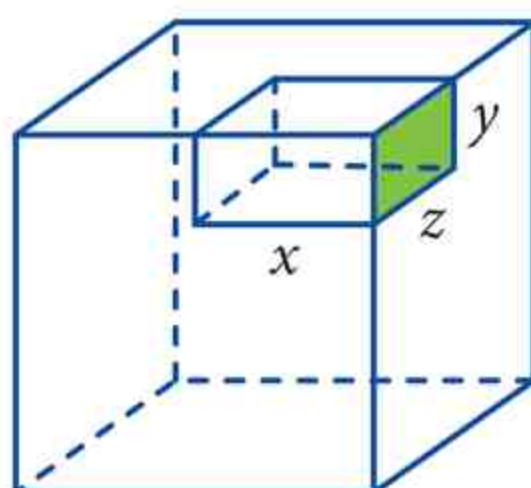
a) Z narożnika kwadratu wycięto prostokąt o wymiarach $x \times y$. Otrzymano sześciokąt taki jak na rysunku.

Pole sześciokąta jest _____ pole kwadratu.

Obwód sześciokąta jest _____ obwód kwadratu.



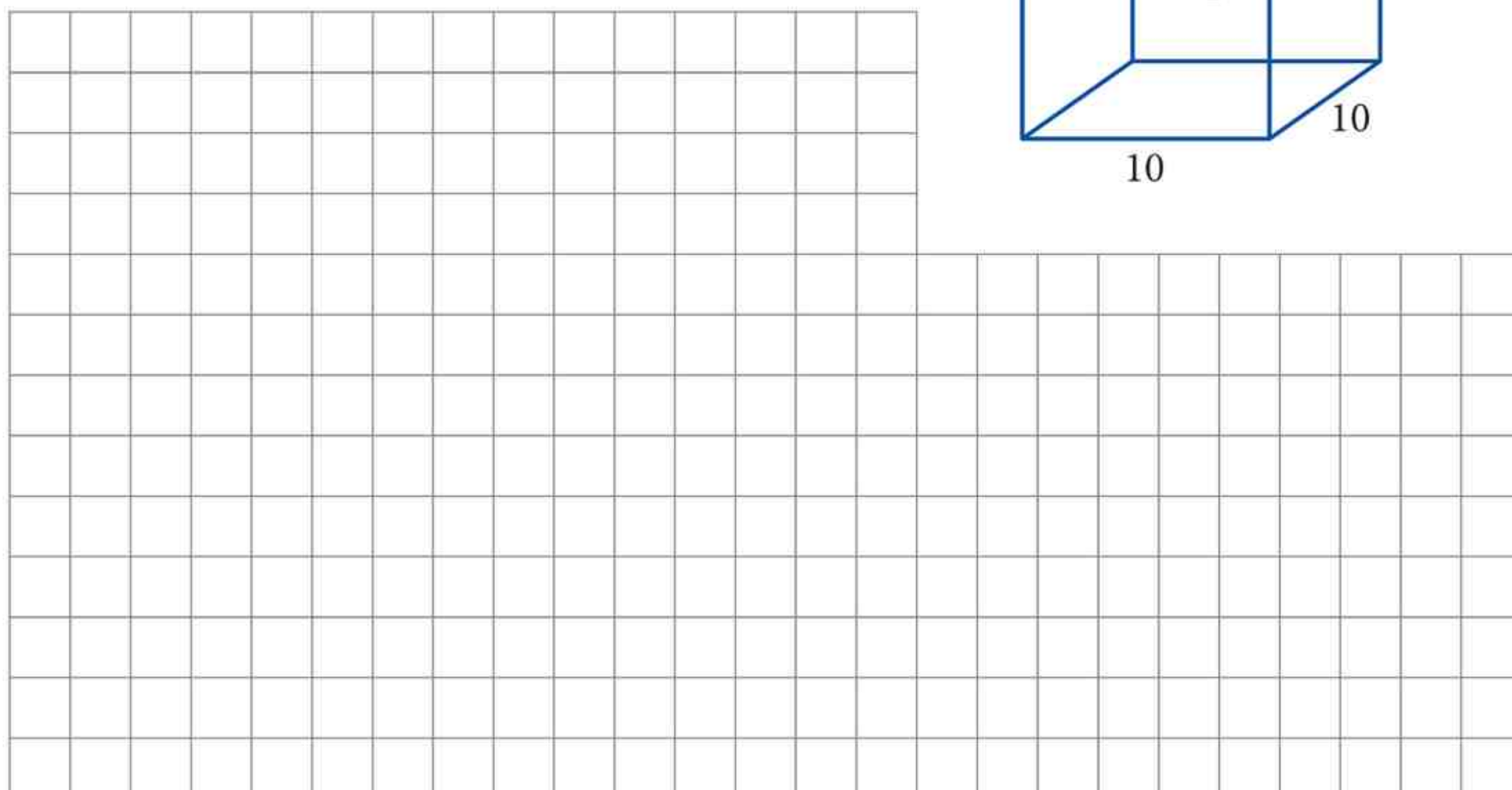
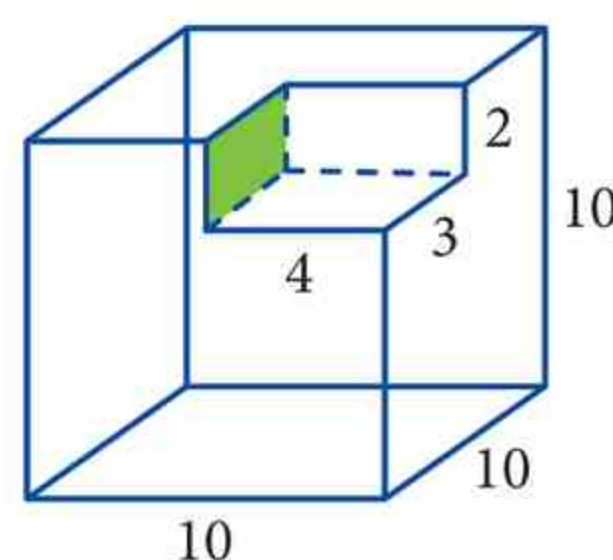
b) Z narożnika sześcianu wycięto prostopadłościan o wymiarach $x \times y \times z$. Otrzymano wielościan taki jak na rysunku po prawej.



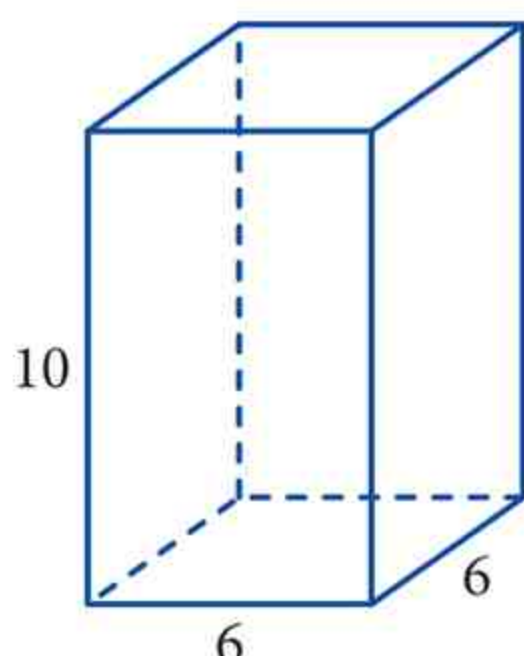
Objętość otrzymanej bryły jest _____ objętość sześcianu.

Pole powierzchni otrzymanej bryły jest _____ pole powierzchni sześcianu.

- 2 Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość wielościanu przedstawionego na rysunku.



- 3 a) Na rysunkach przedstawiono prostopadłościan, którego podstawą jest kwadrat i ostrosłup prawidłowy czworokątny. Dla każdej z brył oblicz pole podstawy P_p , pole jednej ściany bocznej P_s , pole powierzchni bocznej P_b , pole powierzchni całkowitej P_c oraz objętość V . Zapisz obliczenia.



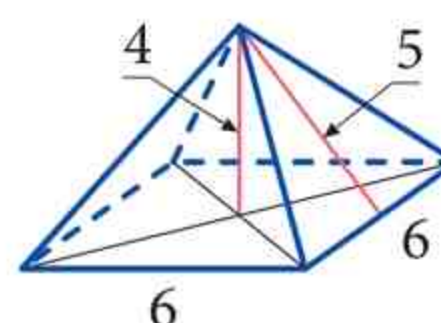
$$P_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P_s = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P_b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P_c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$P_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

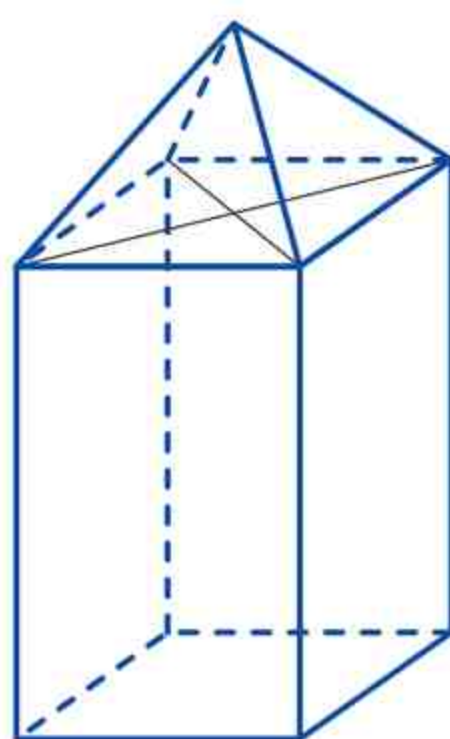
$$P_s = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P_b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$P_c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

- b) Bryły przedstawione w podpunkcie a) można skleić, można też wyciąć z prostopadłościanu część w kształcie ostrosłupa albo z jednej strony prostopadłościanu dokleić ostrosłup, a z drugiej go wyciąć (patrz rysunki poniżej). Dla każdej z powstałych w ten sposób brył oblicz pole powierzchni całkowitej P_c oraz objętość V . Zapisz obliczenia.

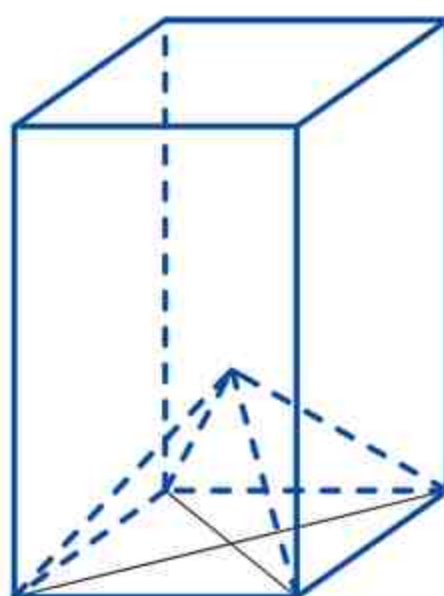


$$P_c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

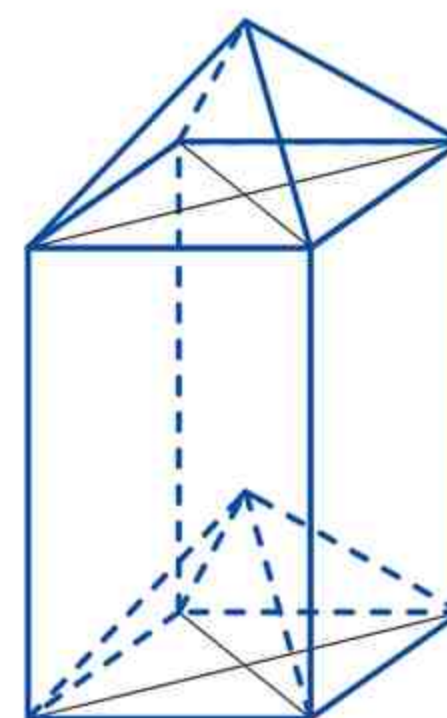


$$P_c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}}$$



$$P_c = \underline{\hspace{2cm}}$$

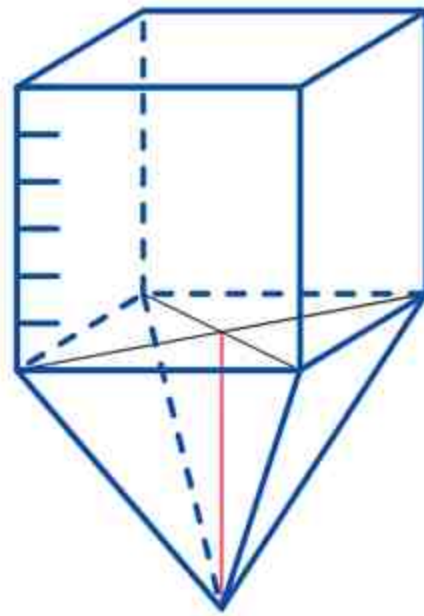
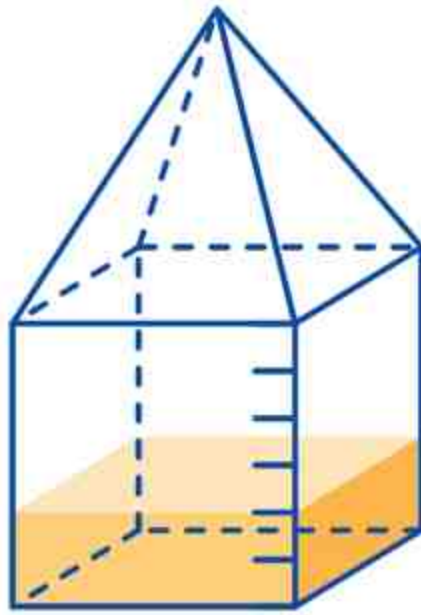
$$\underline{\hspace{2cm}}$$

$$V = \underline{\hspace{2cm}}$$

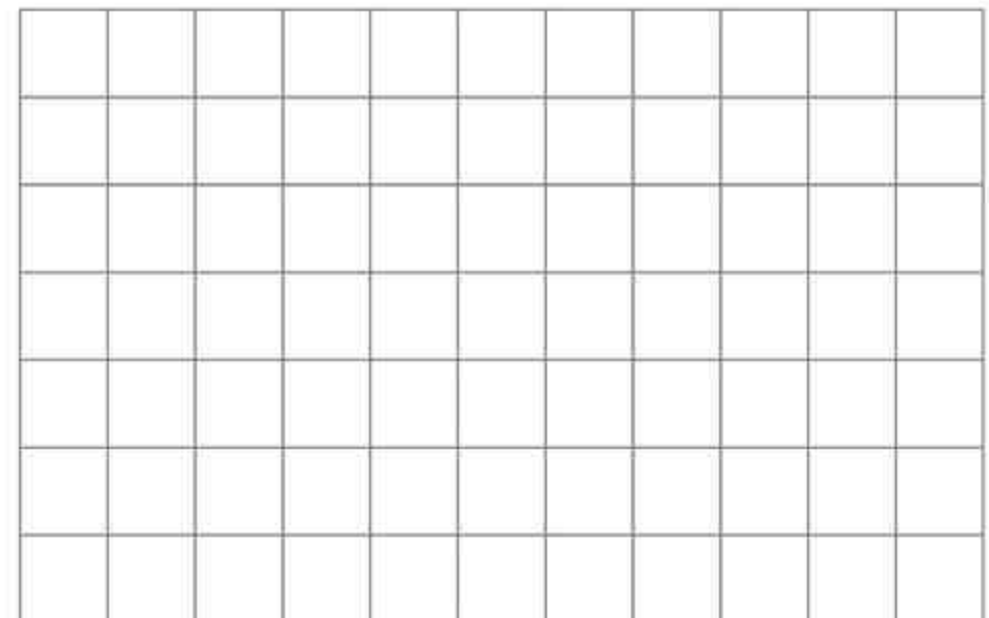
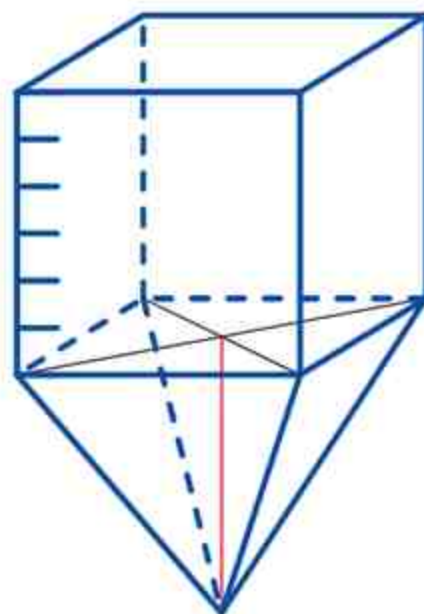
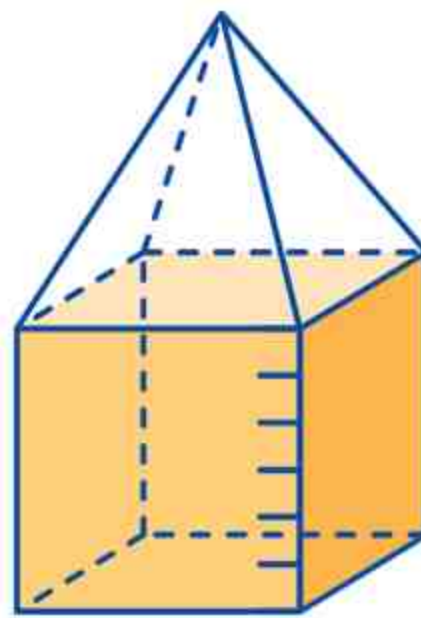
$$\underline{\hspace{2cm}}$$

- 4 Do zamkniętego szklanego naczynia, które ma kształt sześcianu z doklejonym ostrosłupem o takiej samej wysokości co sześcian, wsypano piasek (patrz rysunek). Zaznacz na drugim rysunku, jaki poziom osiągnie piasek po obroceniu tego naczynia, i uzasadnij.

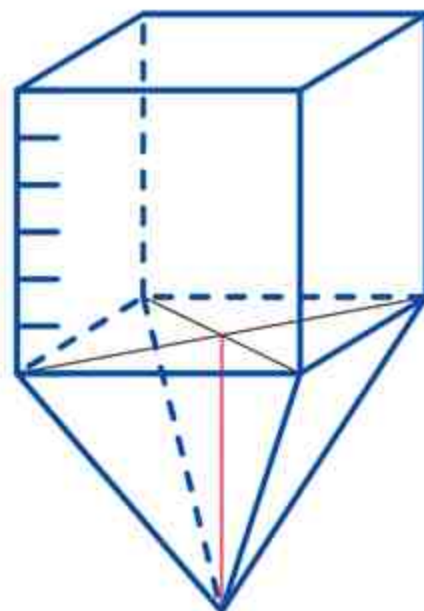
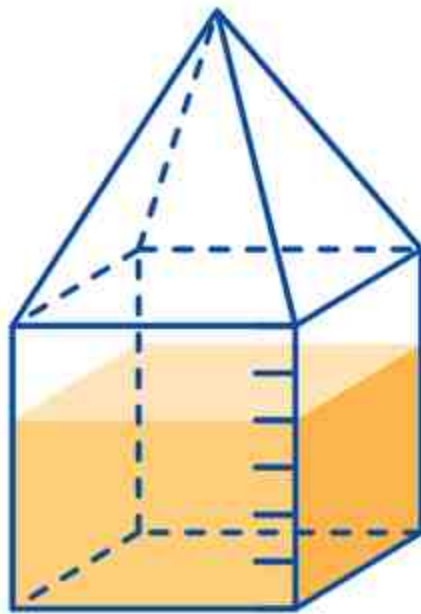
a)



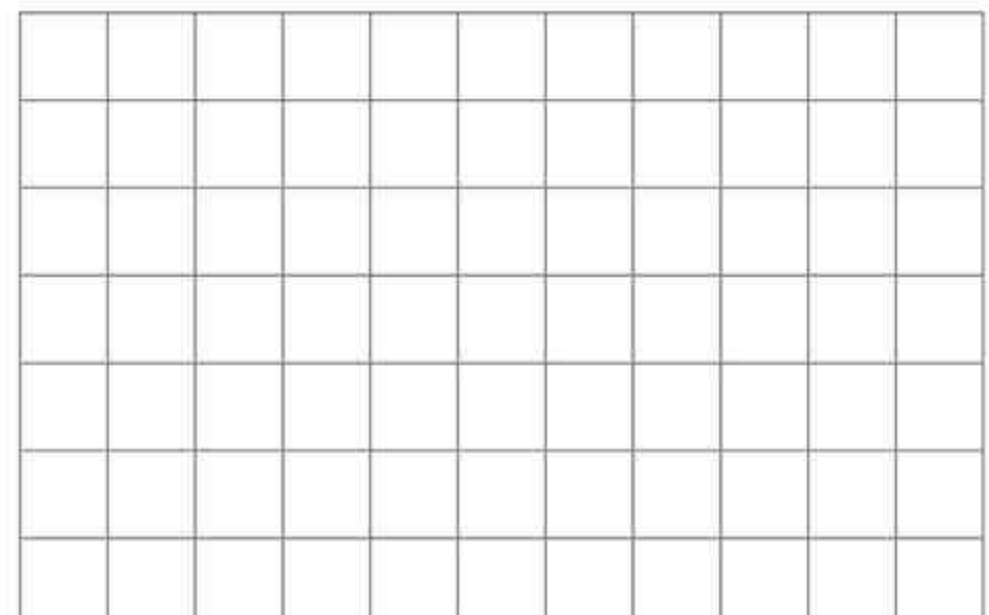
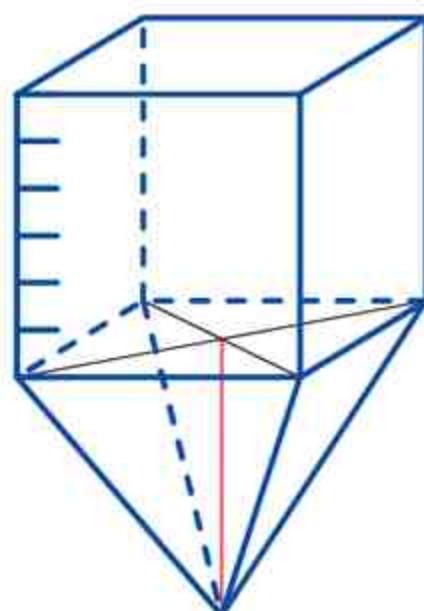
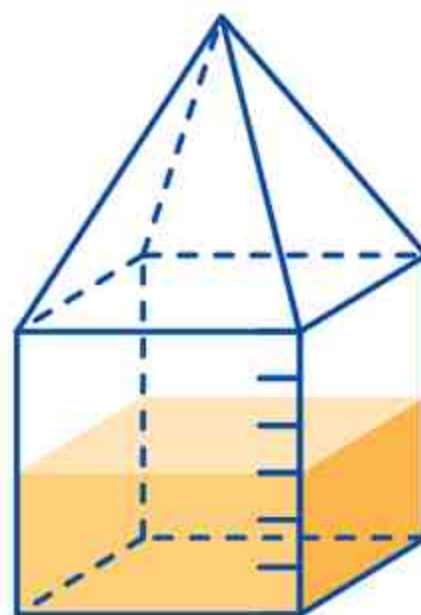
b)



c)

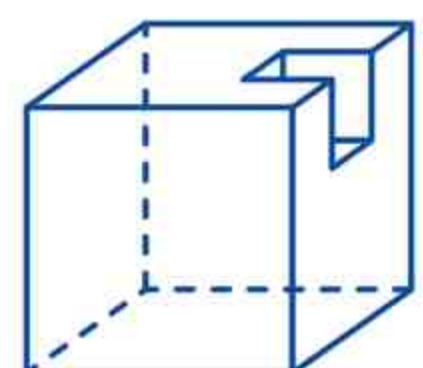


d)



E

- 5 Z sześcianu o krawędzi 3 cm wycięto sześcian o krawędzi 1 cm tak, jak pokazano na rysunku. Ile wynosi pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły?

A. 52 cm^2 B. 54 cm^2 C. 56 cm^2 D. 58 cm^2 

Wskazówka E
docwiczenia.pl
Kod: M8ZZ1S



Na medal
docwiczenia.pl
Kod: M8GGSG



Sprawdź, czy potrafisz

Zadanie 1.

Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma 2 cm, a krawędź boczna 10 cm. Jaka jest suma długości krawędzi tego graniastosłupa?

- A. 12 cm B. 72 cm C. 84 cm D. 144 cm

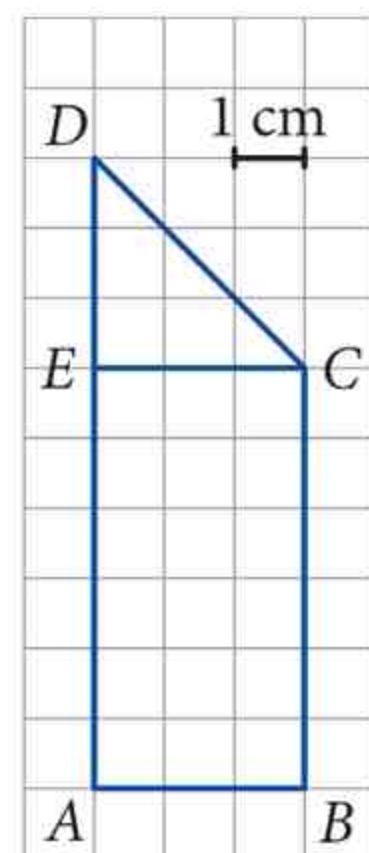
Zadanie 2.

Graniastosłup siedmiokątny ma tyle samo ścian co pewien ostrosłup. Ile krawędzi ma ten ostrosłup?

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 16

Informacja do zadań 3–5

Na rysunku przedstawiono fragment siatki graniastosłupa prostego.



Zadanie 3.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Jest to graniastosłup prawidłowy trójkątny.	P	F
Na podstawie pokazanego fragmentu nie da się obliczyć pola powierzchni całkowitej bryły.	P	F
Graniastosłup ma 9 krawędzi.	P	F

Zadanie 4.

Gdybyśmy chcieli dorysować kolejną ścianę do krawędzi AE , ta ściana byłaby

- A. trójkątem prostokątnym. C. prostokątem o wymiarach $6 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$.
B. trójkątem równoramiennym. D. prostokątem o wymiarach $6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$.

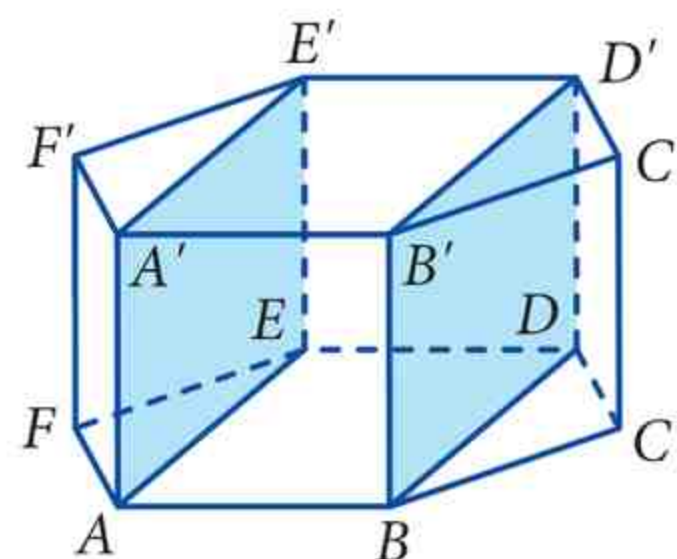
Zadanie 5.

Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Brudnopis

Informacja do zadań 6 i 7

Graniastosłup prawidłowy sześciokątny o wszystkich krawędziach równych podzielono na trzy bryły, przecinając wzdłuż płaszczyzn, tak jak pokazano na rysunku.



Zadanie 6.

Czy bryła $ABDEA'B'D'E'$ jest sześciannem? Wybierz odpowiedź T lub N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

T	Tak,	ponieważ	1.	wszystkie krawędzie przed podziałem miały równą długość.
			2.	krótsza przekątna sześciokąta foremnego $ABCDEF$ jest dłuższa od jego boku.
N	Nie,		3.	można odczytać to z rysunku.

Zadanie 7.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dwie z powstałych brył to ostrosłupy.	P	F
Suma objętości powstałych brył jest równa objętości podzielonego graniastosłupa.	P	F
Suma pól powierzchni powstałych brył jest równa polu powierzchni podzielonego graniastosłupa.	P	F

Zadanie 8.

Z drewna o gęstości $0,75 \text{ g/cm}^3$ wykonano model piramidy (pełny w środku). Podstawa modelu jest kwadratem o powierzchni 144 cm^2 , a krawędź boczna ma długość 11 cm . Oblicz masę tego modelu.

[illegible]

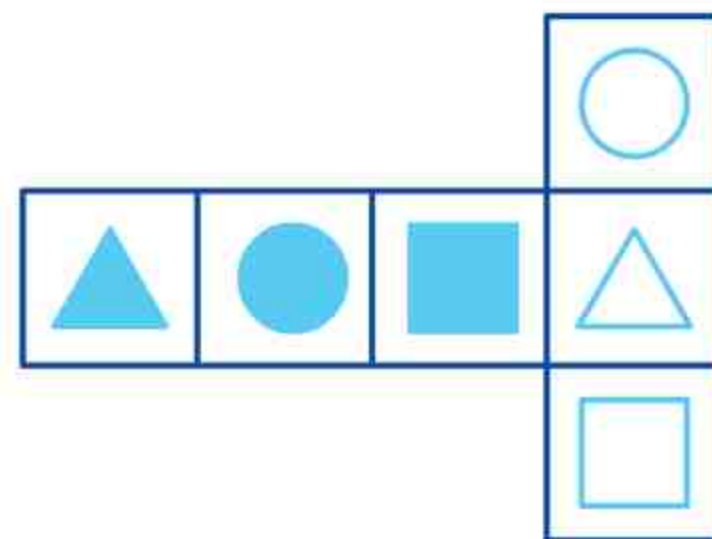
Brudnopis

Jak na egzaminie

Zadanie 1. (0–1) kwiecień 2020

Na kartonowej siatce sześcianu Mariusz nakleił 6 figur tak, jak pokazano na rysunku. Następnie z tej siatki skleił kostkę.

Który rysunek przedstawia kostkę sklejoną przez Mariusza? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



A.



B.



C.



D.

Zadanie 2. (0–1) kwiecień 2019

W koszu były 203 jednakowe sześciennie klocki. Zbudowano z nich możliwie największy sześcian, a pozostałe odłożono.

Ile klocków odłożono? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 150

B. 125

C. 78

D. 53

Zadanie 3. (0–1) kwiecień 2019

Na rysunku przedstawiono fragment siatki ostrosłupa prawidłowego czworokątnego.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

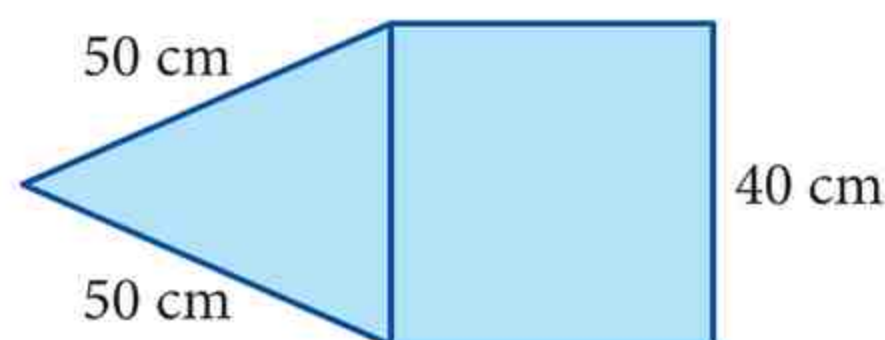
Suma długości wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

A. 560 cm

C. 260 cm

B. 360 cm

D. 220 cm



Brudnopis

A diagram of a four-pointed star with a central square. The horizontal arm to the right is labeled 13 cm. The vertical arm to the top is labeled H . The side of the central square is labeled 5 cm. There are two right-angle symbols at the center of the square.

A large grid of graph paper, consisting of 20 columns and 8 rows. A blue 'V' shape is drawn on the right side of the grid, starting from the top right corner and extending downwards and to the left. The 'V' is formed by two lines meeting at a point, with the left line extending towards the center of the grid and the right line extending towards the right edge.

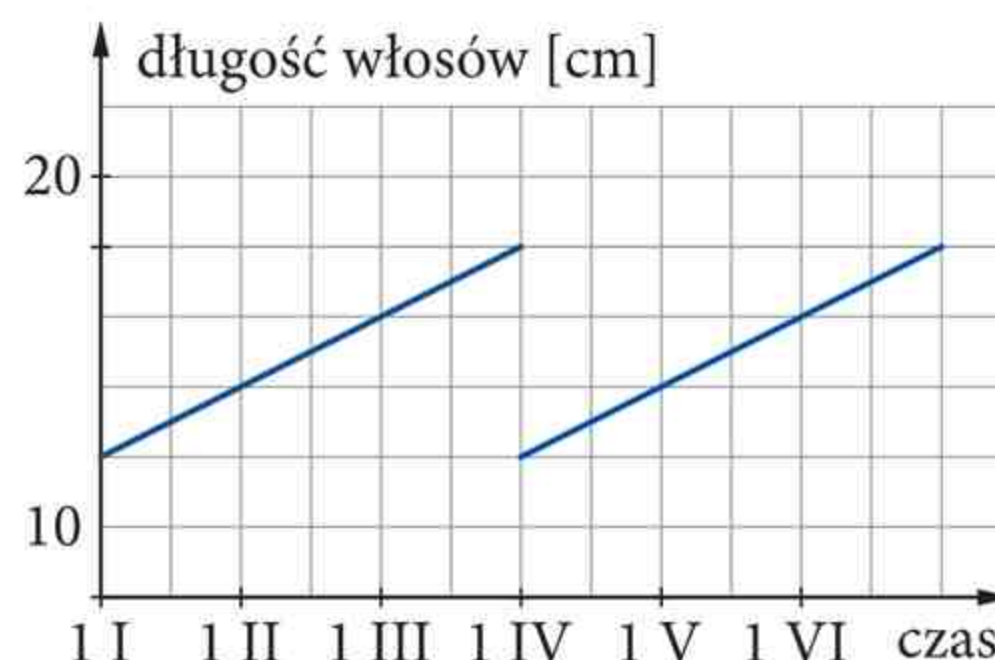
marzec–kwiecień 2020

[illegible][illegible]

VI.1 Zestaw 1

Informacja do zadań 1–3

Wykres przedstawia zmiany długości włosów Filipa. Zakładamy, że Filip nadal będzie chodził do fryzjera tak samo często, a jego włosy będą rosły tak samo szybko.



- Jaką długość miały włosy Filipa 1 lutego?
A. 13 cm B. 14 cm C. 15 cm D. 16 cm
- Ile centymetrów rosną włosy Filipa w ciągu miesiąca?
A. 0,5 cm B. 1 cm C. 2 cm D. 4 cm
- Kiedy Filip pójdzie do fryzjera pierwszy raz po wakacjach?
A. 1 września B. 1 października C. 1 listopada D. 1 grudnia
- Ile wynosi wartość wyrażenia $1\frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot 2,5$?
A. $2\frac{3}{5}$ B. 5 C. $1\frac{19}{25}$ D. $1\frac{7}{25}$

- Liczby a , b , c , d są wartościami następujących wyrażeń:

$$\begin{aligned} a &= 328 + (-528) & c &= 328 \cdot (-528) \\ b &= 328 - (-528) & d &= 328 : (-528) \end{aligned}$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Najmniejszą z liczb a , b , c , d jest liczba c .	P	F
Każda z liczb a , b , c , d jest ujemna.	P	F
Spośród liczb a , b , c , d największą wartość bezwzględną ma d .	P	F

- Ile wynosi wartość wyrażenia $\frac{2^{24}}{8^4}$?
A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$ B. $\left(\frac{1}{4}\right)^6$ C. 2^{12} D. 2^{20}
- Wskaż prawdziwe dokończenie zdania wraz z uzasadnieniem. Aby pięciocyfrowa liczba $2414x$ była podzielna przez 6, zamiast cyfry x musimy wpisać cyfrę

2,	ponieważ	liczba 42 jest podzielna przez 6.
4,		ostatnią cyfrą musi być 6.
6,		otrzymana liczba powinna być parzysta i podzielna przez 3.

- 8 Asia rozcieńczyła sok wodą w stosunku 1 : 4. Ile procent soku zawiera otrzymany napój?
A. 4% B. 5% C. 20% D. 25%
- 9 Na mapie sporządzonej w skali 1 : 10 000 prostokątna działka państwa Nowakowskich ma wymiary 12 mm × 8 mm. Jakie są wymiary tej działki w rzeczywistości?
A. 120 m × 80 m
B. 1200 m × 800 m
C. 12 000 m × 8 000 m
D. 120 000 m × 80 000 m

- 10 W rozlewni napojów rozlano 200 litrów soku jagodowego do butelek o pojemności 200 cm³. Ile butelek napełniono tym sokiem?

A. 40 C. 1000
B. 100 D. 4000



- 11 Rzucamy jeden raz dwunastościenną kostką. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Prawdopodobieństwo wyrzucenia dwucyfrowej liczby oczek wynosi $\frac{1}{4}$.	P	F
Prawdopodobieństwo wyrzucenia parzystej liczby oczek jest większe niż prawdopodobieństwo wyrzucenia nieparzystej liczby oczek.	P	F
Prawdopodobieństwo, że wyrzucona liczba oczek jest podzielna przez 3, jest większe niż prawdopodobieństwo wyrzucenia liczby oczek mniejszej niż 4.	P	F

- 12 Dwa prostopadłościany o wymiarach 2 cm × 2 cm × 3 cm skleamy jednakowymi ścianami i otrzymujemy nowy prostopadłościan. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Niezależnie od tego, czy skleimy mniejsze, czy większe ściany, pole powierzchni otrzymanej bryły będzie takie samo.	P	F
Niezależnie od tego, czy skleimy mniejsze, czy większe ściany, objętość otrzymanej bryły będzie taka sama.	P	F
Niezależnie od tego, czy skleimy mniejsze, czy większe ściany, suma długości krawędzi otrzymanej bryły będzie taka sama.	P	F

- 13 Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 5 cm i 12 cm. Jaką długość ma wysokość opuszczona na przeciwprostokątną?

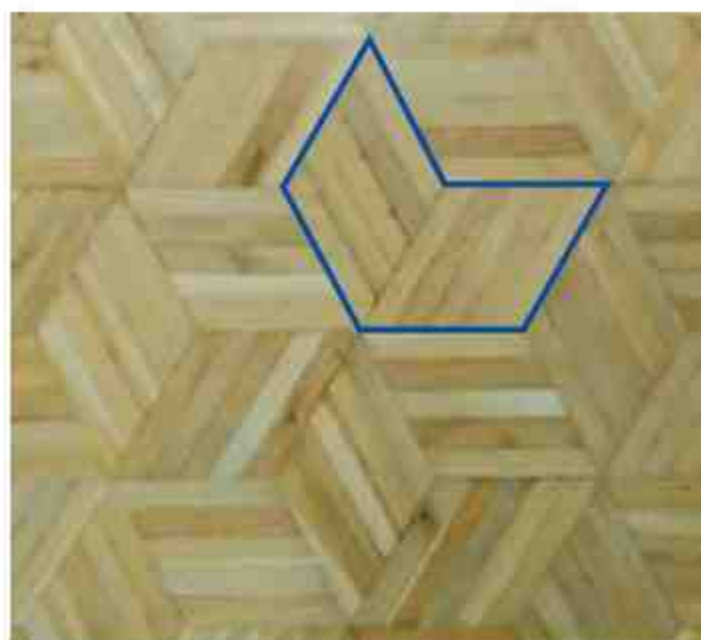
A. $2\frac{4}{13}$ B. $4\frac{8}{13}$ C. $5\frac{1}{2}$ D. $6\frac{1}{3}$

Informacja do zadań 14–16

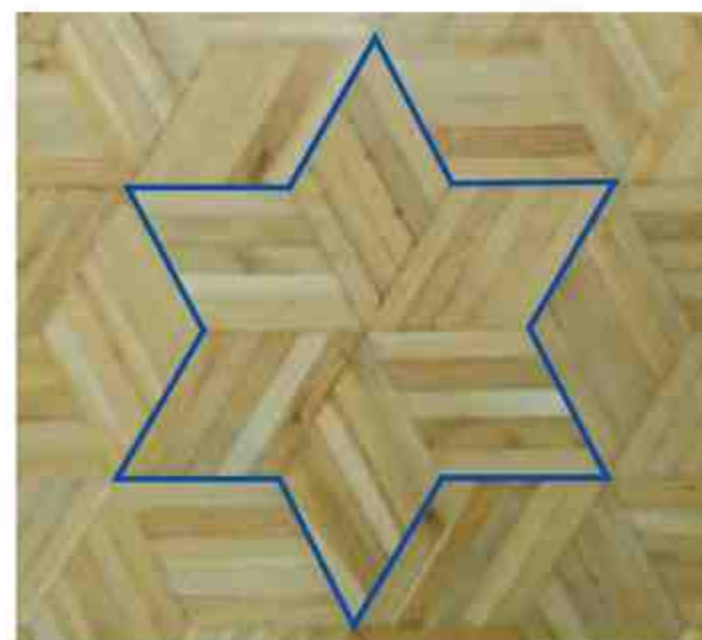
Poniższe zdjęcia przedstawiają fragment parkietu ułożonego z identycznych klepek w kształcie równoległoboku. Krótszy bok klepki ma 2 cm. Na zdjęciu 1 zaznaczono pojedynczą klepkę. Na zdjęciach 2 i 3 zaznaczono odcinki biegnące wzdłuż brzegów klepek.



Zdjęcie 1



Zdjęcie 2



Zdjęcie 3

- 14 Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Klepka ma dwa kąty o mierze 120° .	P	F
Dłuższy bok klepki jest równy 12 cm.	P	F
Najmniejszy sześciokąt foremny, który można narysować wzdłuż boków klepek, składa się z 15 klepek.	P	F

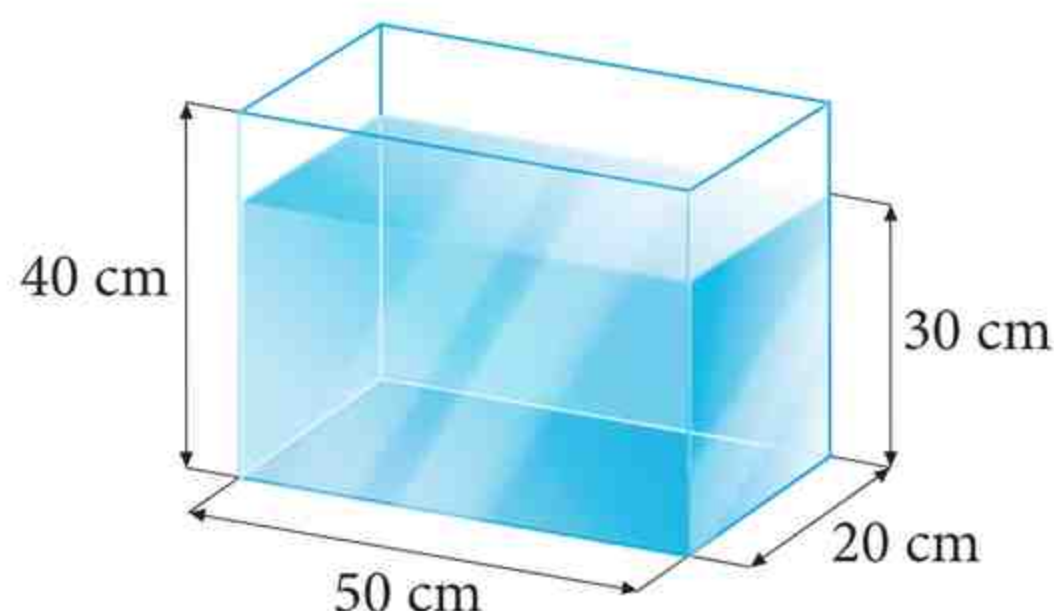
- 15 Czy figura zaznaczona na zdjęciu 2 to sześciokąt foremny? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

T	Tak,	ponieważ	1.	ma wszystkie boki tej samej długości.
N	Nie,		2.	nie wszystkie jej kąty mają równe miary.
			3.	ma wszystkie kąty równe 120° .

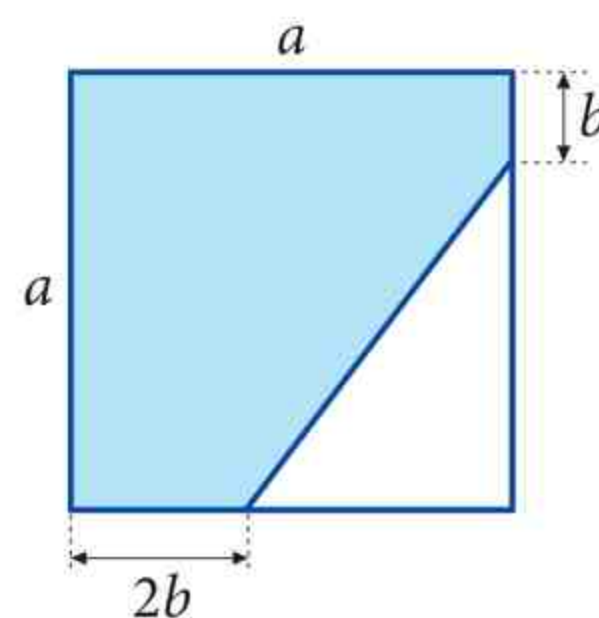
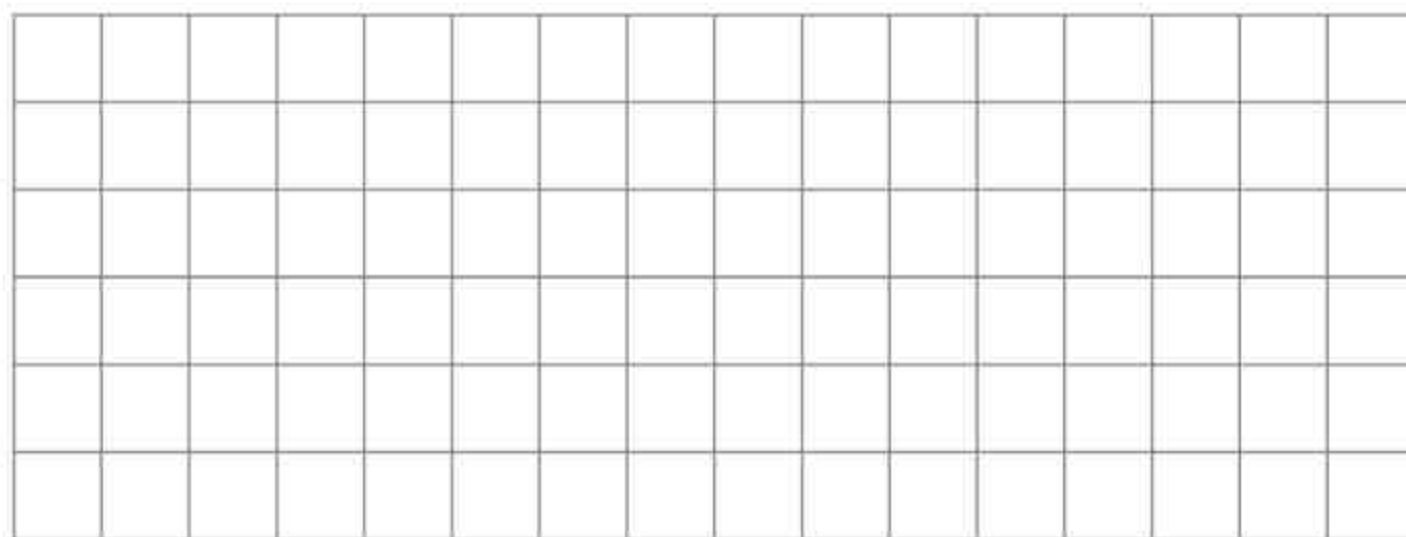
- 16 Dwunastokąt zaznaczony na zdjęciu 3 ma
- A. sześć kątów po 60° i sześć kątów po 120° .
 B. sześć kątów po 60° i sześć kątów po 240° .
 C. sześć kątów po 120° i sześć kątów po 240° .
 D. wszystkie kąty równe.

- 17 Ile wody znajduje się w akwarium przedstawionym obok?

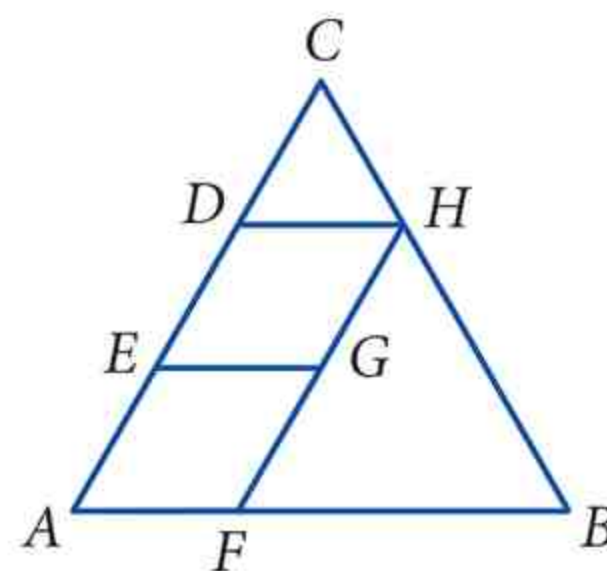
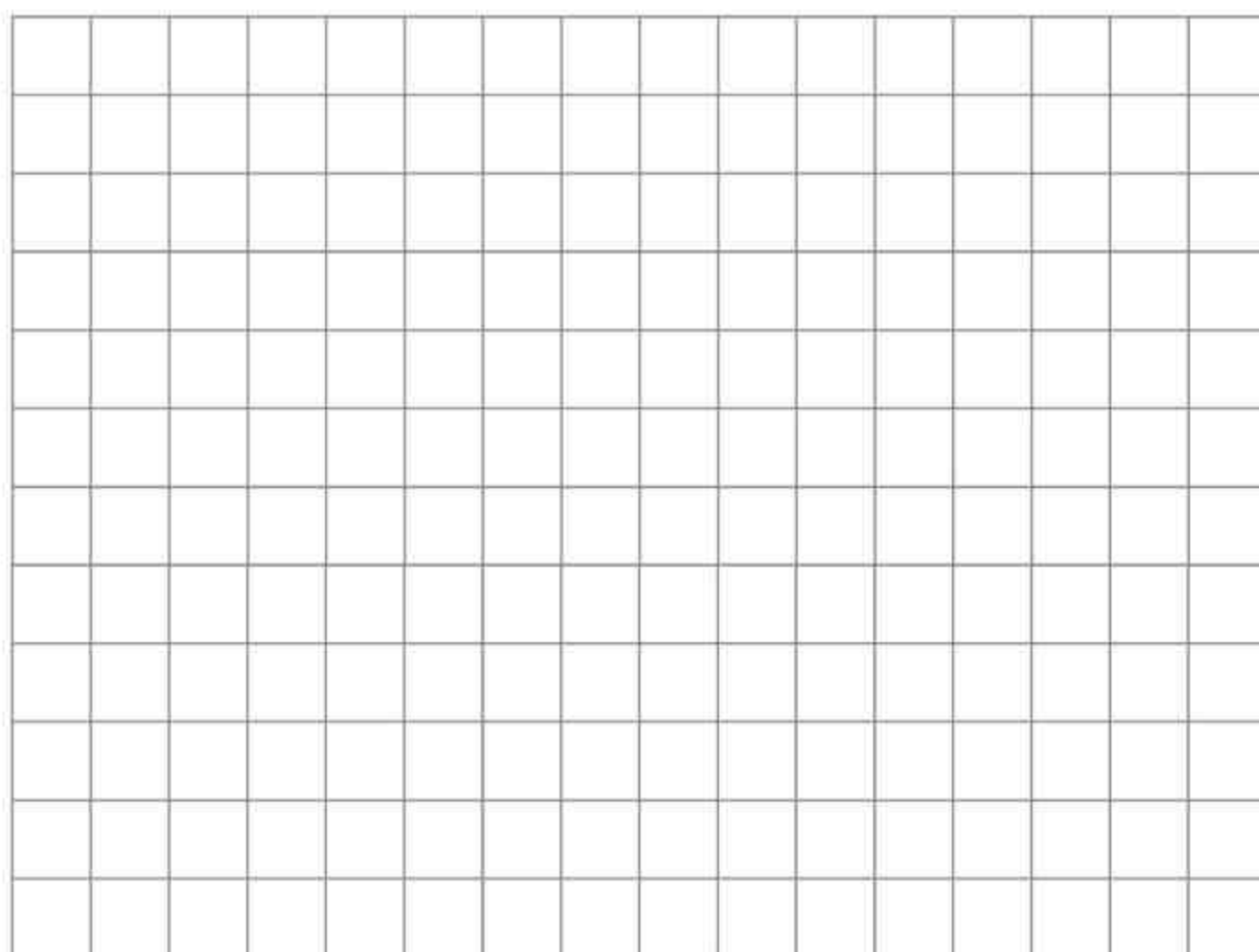
- A. 30 litrów C. 60 litrów
 B. 40 litrów D. 120 litrów



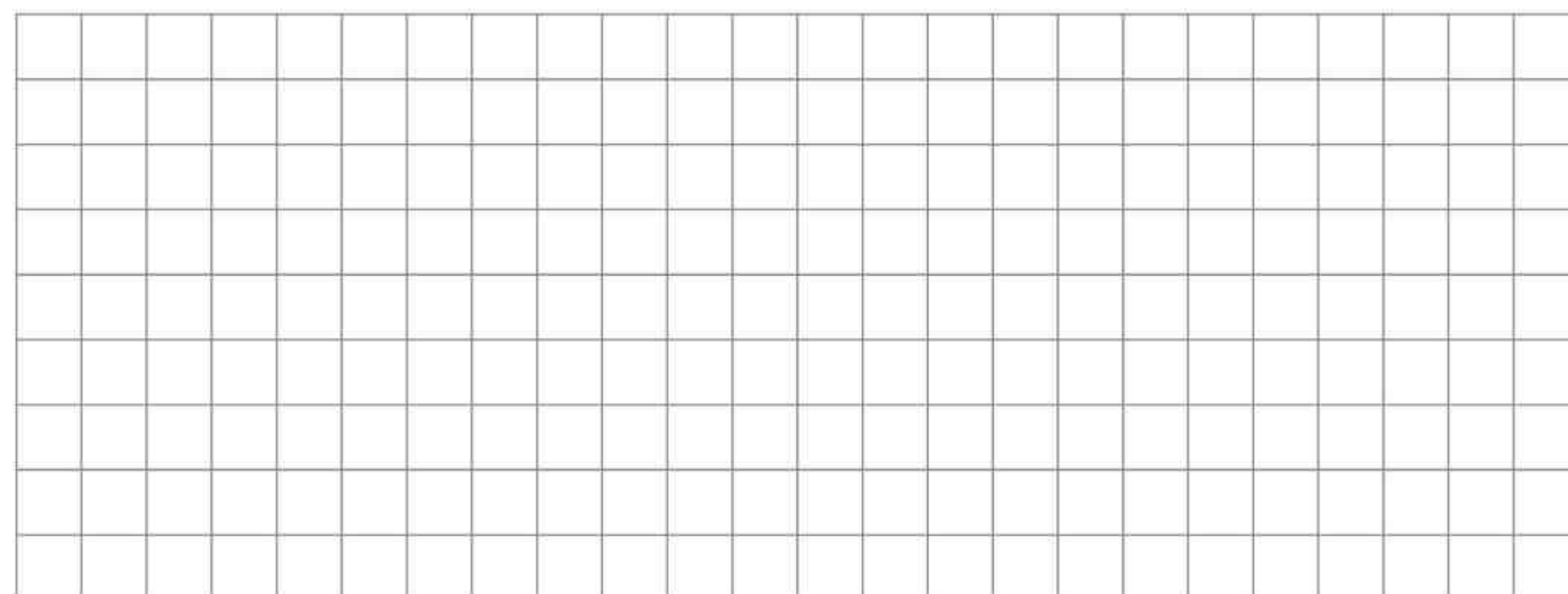
- 21 Zapisz pole zacięniwanej figury w postaci sumy algebraicznej. Przedstaw tę sumę w jak najprostszej postaci.



- 22 Trójkąt równoboczny ABC podzielono na dwa trójkąty równoboczne i dwa romby, tak jak pokazano na rysunku. Udowodnij, że pole rombu $AFGE$ jest dwa razy większe od pola trójkąta DHC i dwa razy mniejsze od pola trójkąta FBH .



- 23 W hurtowni materiałów budowlanych małe opakowanie terakoty waży 7 kg, a duże 10 kg. Kilka takich opakowań umieszczono na palecie. Uzasadnij, że niezależnie od liczby paczek umieszczonych na palecie, łączna ich waga nie może być równa 32 kg.



Informacja do zadań 1 i 2

Ceny wypożyczenia samochodu osobowego w wypożyczalni MAM-cars.

Samochód	1 dzień	Od 2 do 7 dni (za każdy dzień)	Od 2 do 3 tygodni (za każdy tydzień)	1 miesiąc
4-osobowy	105 zł	85 zł	580 zł	1320 zł
5-osobowy	115 zł	95 zł	620 zł	1460 zł
7-osobowy	125 zł	120 zł	750 zł	1630 zł

Wypożyczalnia zapewnia korzystne ceny:*

- przy rezerwacji online 5% rabatu na cenę najmu samochodu,
- dla stałych klientów dodatkowy upust w wysokości 5% od ceny końcowej.

*Uwaga! Promocje mogą się łączyć.

- 1 Pan Karol jest stałym klientem wypożyczalni MAM-cars. Wczoraj złożył zamówienie online dotyczące wynajęcia samochodu 7-osobowego na 3 dni. Ile zapłaci pan Karol za wynajęcie auta?

A. 342 zł B. 334 zł C. 328,50 zł D. 324,90 zł

- 2 Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli zdanie jest fałszywe.

Pan Paweł wypożyczył samochód 5-osobowy na 3 tygodnie, a pan Marcin – taki sam samochód na miesiąc. Pan Marcin zapłacił więcej.	P	F
Pani Ania pierwszy raz wypożyczyła auto w salonie MAM-cars. Za wypożyczenie auta 4-osobowego na dwa tygodnie zapłaciła 580 zł.	P	F

- 3 Dane są cztery wyrażenia:

I. $(15 + 9 \cdot 2) : (23 - 3 \cdot 4)$

III. $(33 - 8 : 5) \cdot 2$

II. $(18 : 4 + 5) - 6 \cdot 2$

IV. $(8 \cdot 2 - 6 : 3) : 7$

Wartości których z tych wyrażeń są liczbami całkowitymi?

A. I i II B. II i III C. III i IV D. I i IV

- 4 Eryk zaokrąglił liczbę 1447 do setek i otrzymał liczbę n . Klaudia zaokrągliła liczbę 1447 do dziesiątek i otrzymała liczbę m . Następnie zaokrągliła liczbę m do setek i otrzymała liczbę k . Wszystkie działania wykonali poprawnie. Czy $n = k$? Wybierz właściwą odpowiedź wraz z uzasadnieniem.

T	Tak,	ponieważ	1.	każda z liczb n i k jest podzielna przez 100.
N	Nie,		2.	zarówno Eryk, jak i Klaudia ostatecznie zaokrąglali liczby do setek.
			3.	$m = 1450$.

- 5 Wiadomo, że $\sqrt{6} \approx 2,45$. W jaki sposób można obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia $(\sqrt{6})^3$?
 A. $6 \cdot 2,45$ B. $6^2 \cdot 2,45$ C. $6^3 \cdot 2,45$ D. nie da się obliczyć
- 6 Wskaż, którą z poniższych czterech liczb należy pominąć przy dodawaniu, aby suma pozostałych trzech liczb była podzielna przez 5.
 A. 722 B. 544 C. 2011 D. 317
- 7 Autobus, którym pani Krysia wraca do domu po pracy, kursuje od godziny 6.15 regularnie co 25 minut. Pani Krysia wychodzi z pracy o godzinie 16.30, na przystanek idzie 15 minut. Ile minut czeka na autobus?
 A. 5 minut B. 10 minut C. 15 minut D. 20 minut
- 8 W pewnym sklepie warzywnym cenę pomidorów obniżono o 10%, a następnego dnia obniżono ją o kolejne 20%. O ile procent zmniejszyła się początkowa cena pomidorów po dwóch obniżkach?
 A. 26% B. 28% C. 30% D. 32%
- 9 Ile liczb czterocyfrowych podzielnych przez 4 można ułożyć z cyfr 0, 1, 2, 3? Cyfry w danej liczbie nie mogą się powtórzyć.
 A. jedną B. trzy C. cztery D. sześć
- 10 Po wyznaczeniu ze wzoru $c = (3 - ab) \cdot 2$ zmiennej a otrzymamy
 A. $a = \frac{c-6}{2b}$ B. $a = \frac{2c-3}{b}$ C. $a = \frac{6-c}{2b}$ D. $a = \frac{3-2c}{b}$
- 11 Ania ma x lat i jest o 3 lata starsza od Basi i 3 razy młodsza od Kasi. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Kasia jest o $2x + 3$ lata starsza od Basi.	P	F
Suma wieku tej trójki dziewcząt wynosi $5x - 3$.	P	F

- 12 W pewnym sklepie w upalny dzień sprzedano w sumie 300 litrów wody. Na diagramie przedstawiono, ile sprzedano wody danego rodzaju.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Smakowej wody mineralnej sprzedano

A B.

A. 12 litrów

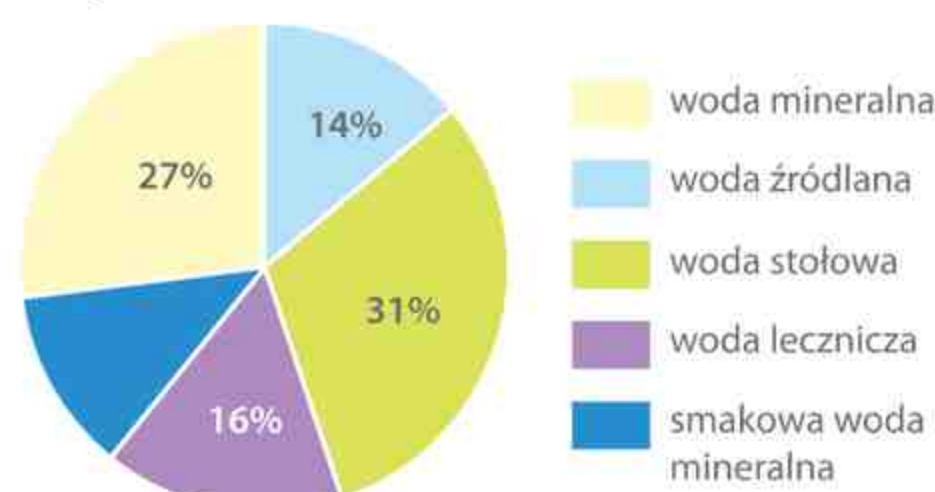
B. 36 litrów

Wody leczniczej sprzedano o C D

więcej niż źródlanej.

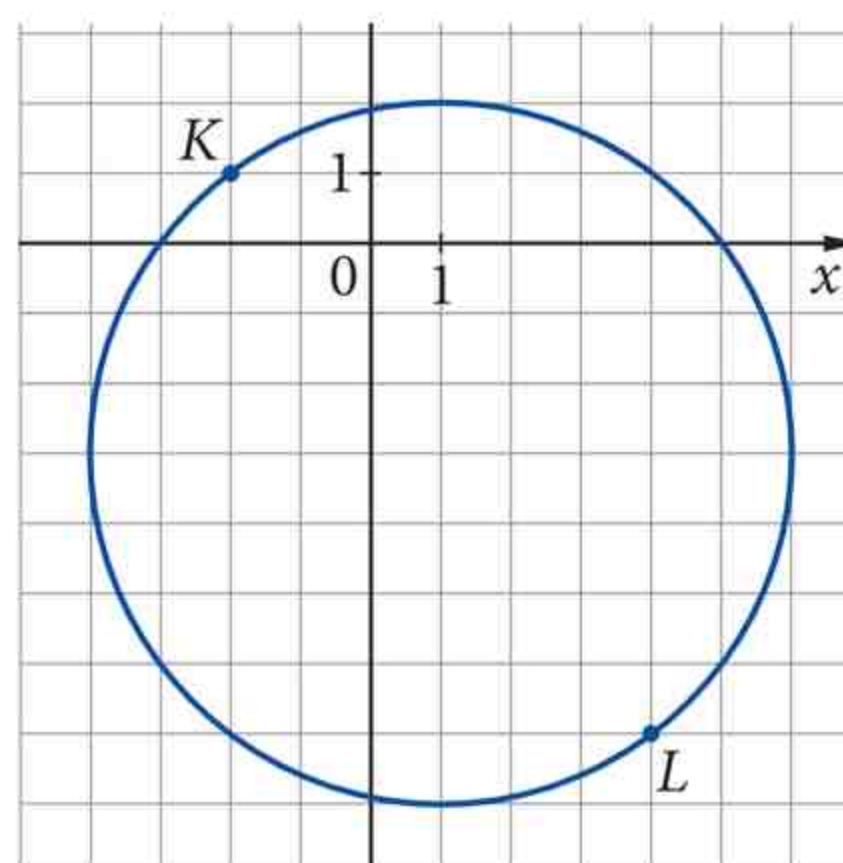
C. 2 litry

D. 6 litrów



- 13 Odcinek KL , gdzie $K = (-2, 1)$, $L = (4, -7)$, jest średnicą pewnego okręgu. Jakie współrzędne ma środek tego okręgu?

A. $(2, -6)$
 B. $(1, -3)$
 C. $(6, -8)$
 D. $(3, -4)$

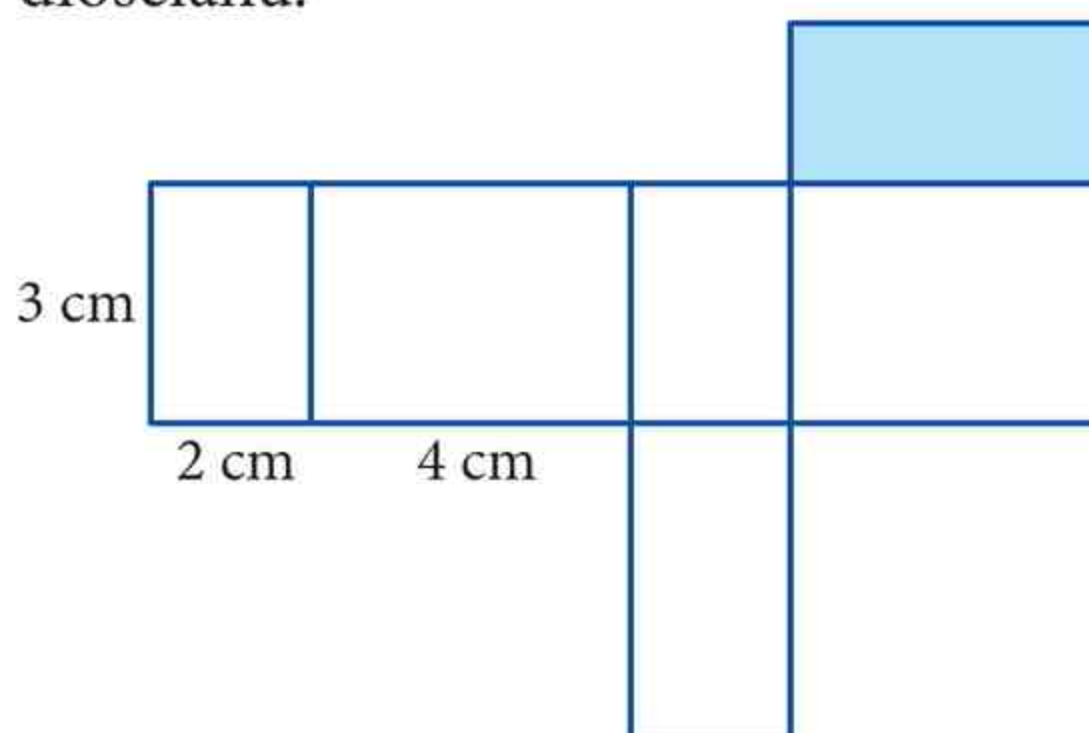


- 14 Jeżeli przyjmiemy, że podstawą prostopadłościanu jest zamalowana ściana, to jego wysokość

A. jest równa 2 cm.
 B. jest równa 3 cm.
 C. jest równa 4 cm.
 D. nie jest możliwa do określenia.

Informacja do zadań 14 i 15

Na rysunku pokazano siatkę prostopadłościanu.



- 15 Z takich prostopadłościanów chcemy ułożyć jak najmniejszy sześcián. Jaka będzie krawędź tego sześciánu?

A. 4 cm B. 7 cm C. 12 cm D. 24 cm

- 16 Średnia czterech ocen Wojtka z matematyki wynosiła 4,5. Wojtek otrzymał jeszcze jedną piątkę. Jaka teraz jest średnia jego ocen?

A. 4,6 B. 4,75 C. 4,8 D. 5

- 17 Na płaszczyźnie dane są dwa punkty $A = (-1, 2)$ i $B = (3, 8)$. Ile jest równa odległość punktu A od punktu B ?

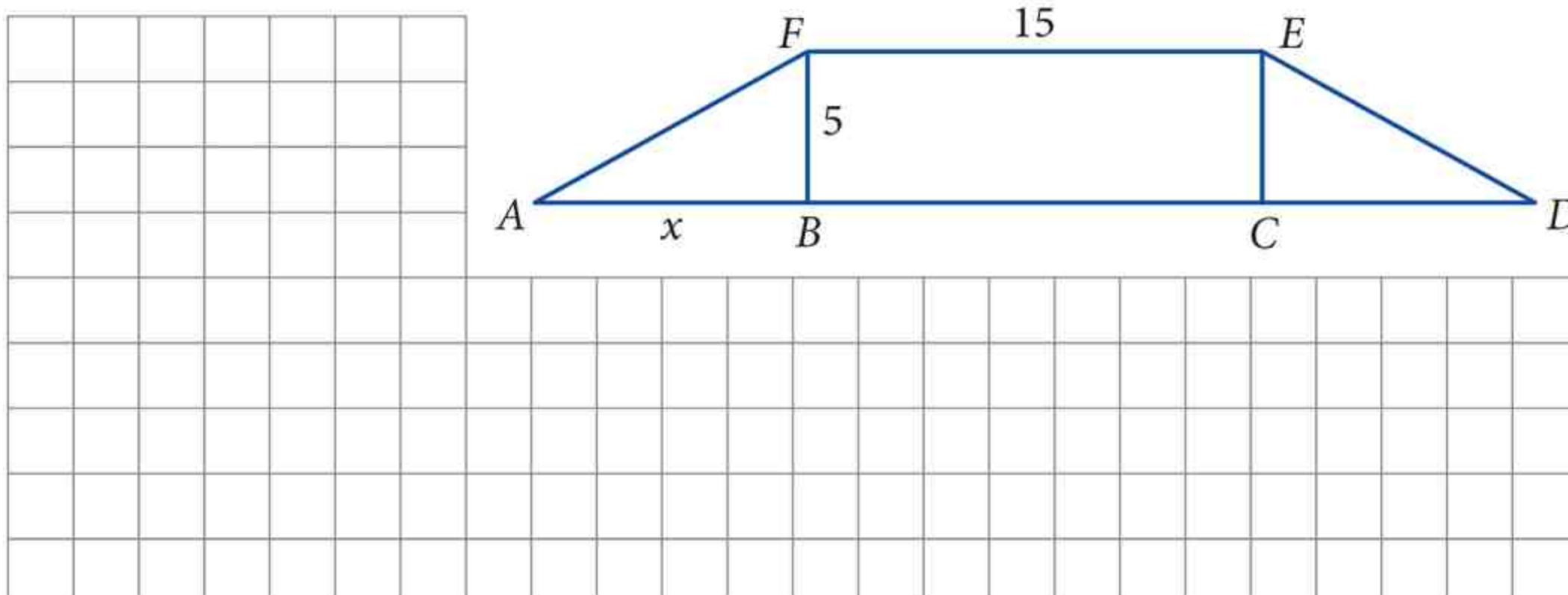
A. 4 B. 6 C. $\sqrt{10}$ D. $2\sqrt{13}$

- 18 Zosia i jej dwaj bracia policzyli swoje oszczędności. Okazało się, że mają razem 360 zł, a oszczędności Tomka, Zosi i Bartka pozostają w stosunku 2 : 3 : 7. Kto zaoszczędził największą kwotę i ile to złotych?

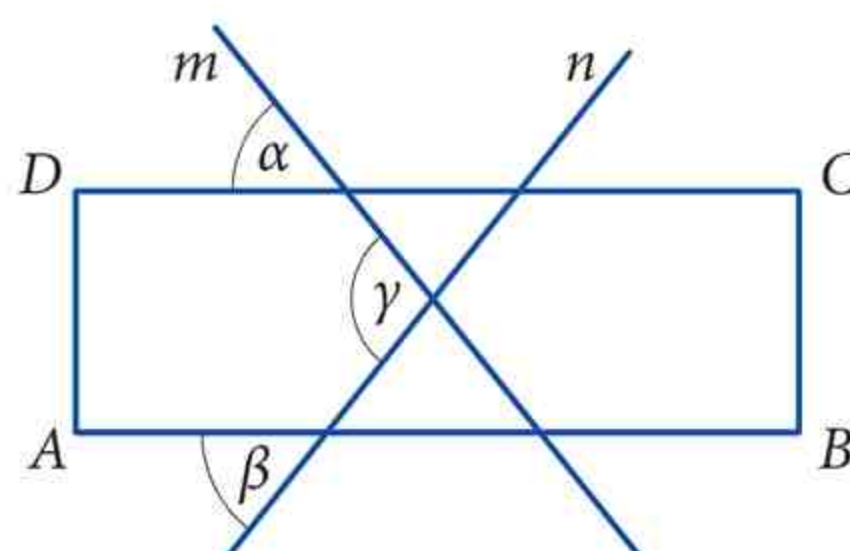
- 19 Sweter jest o 40% droższy od bluzki. Łącznie sweter i bluzka kosztują 90 zł. Ile kosztuje sweter?

- 20 Pociąg osobowy ze Smętowa do Wesołówka pokonuje trasę 105 km w czasie 2 h 6 min. Pociąg pospieszny pokonuje tę samą trasę ze średnią prędkością o 10 km/h większą niż pociąg osobowy. Jak długo jedzie pociąg pospieszny?

- 21 Jaką długość powinien mieć odcinek x , aby pole trapezu równoramiennego $ADEF$ stanowiło 160% pola prostokąta $BCEF$?



- 22 Prostokąt $ABCD$ przecięto prostymi m i n (patrz rysunek). Udowodnij, że kąt γ jest równy sumie kątów α i β .

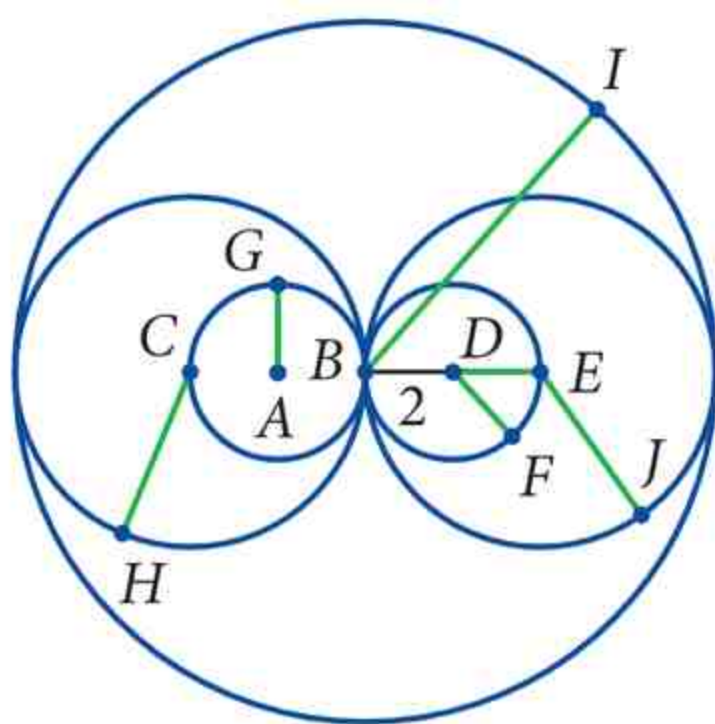




- 1 Zmierz obwód i średnicę kilku przedmiotów w kształcie koła lub okręgu. Wyniki wpisz do tabeli, a następnie oblicz na kalkulatorze i zapisz w ostatniej kolumnie iloraz obwodu przez średnicę dla każdego przedmiotu.

Przedmiot	Obwód	Średnica	$\frac{\text{Obwód}}{\text{Średnica}}$

- 2 Zapisz długości zielonych odcinków, jeśli wiadomo, że na rysunku są okręgi o 3 różnych promieniach, a najmniejszy promień ma długość 2.



$$DF = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$DE = \underline{\hspace{2cm}}$$

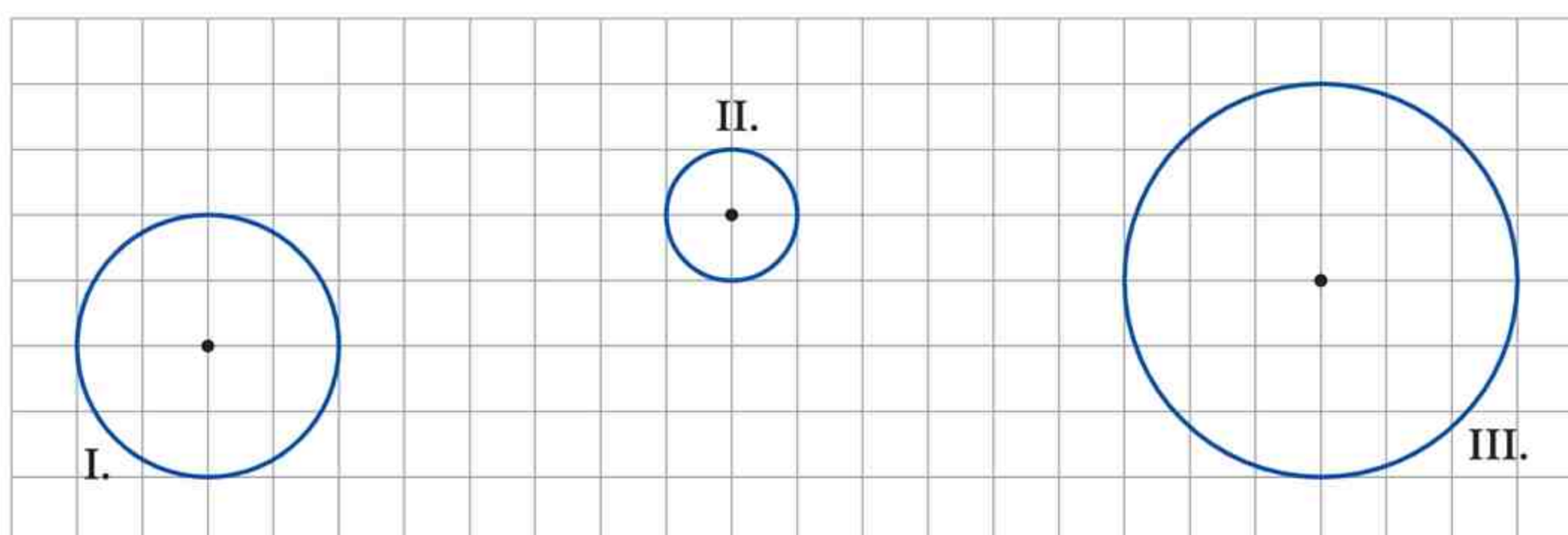
$$EJ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$BI = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$AG = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$CH = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 3 Uzupełnij tabelę. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.



Okrąg I	Okrąg II	Okrąg III
promień: $r = 2$ długość okręgu: $l = \underline{\hspace{2cm}}$	promień: $r = \underline{\hspace{2cm}}$ długość okręgu: $l = \underline{\hspace{2cm}}$	promień: $r = \underline{\hspace{2cm}}$ długość okręgu: $l = \underline{\hspace{2cm}}$

- 4 Wykonaj działania. Odszukaj otrzymany wynik w tabeli i skreśl przyporządkowaną mu literę. Pozostałe litery utworzą hasło – jedną z nazw liczby π .

$\pi + 4\pi =$ _____

$2\pi - \pi =$ _____

$\frac{1}{3}\pi + \frac{1}{4}\pi =$ _____

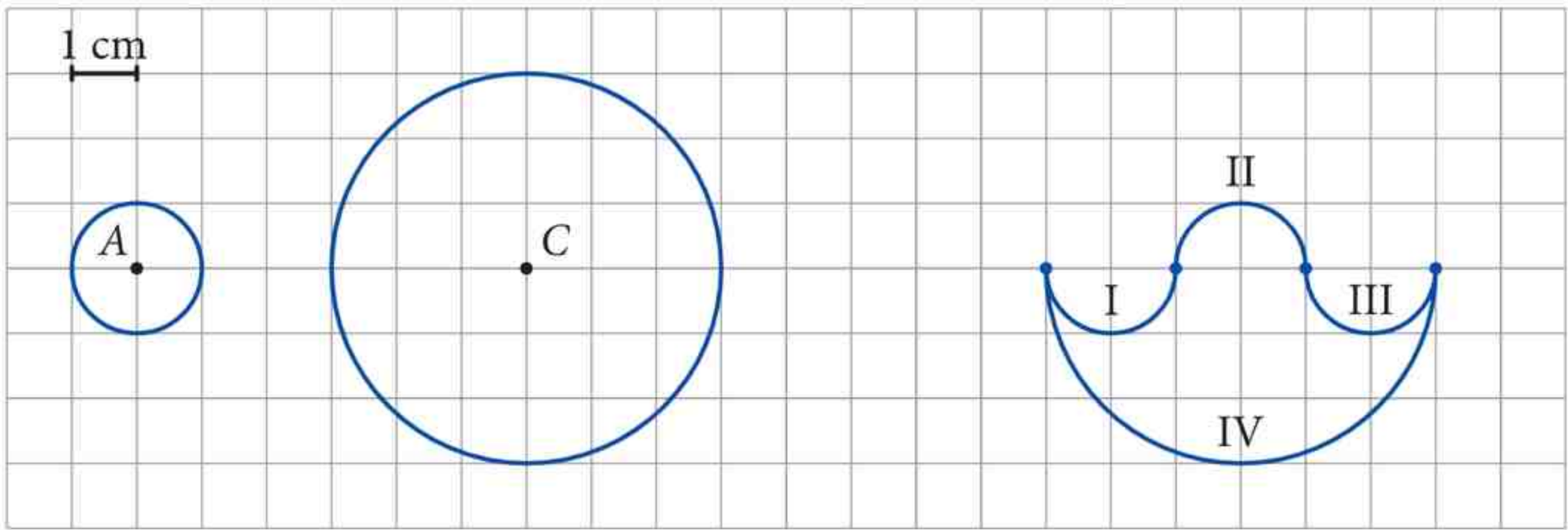
$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8} =$ _____

$\frac{1}{2}\pi - \frac{\pi}{6} =$ _____

π	2π	4π	5π	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{7}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{7}{12}\pi$	$\frac{12}{7}\pi$	$\frac{\pi^2}{12}$	$5\pi^2$	2	3
P	L	U	S	D	O	M	Y	E	L	F	I	N	A

Hasło: _____

- 5 Rysunki poniżej przedstawiają dwa okręgi oraz krzywą zbudowaną z połówek tych okręgów (zaznaczono końce łuków). Uzupełnij tabelę i oblicz długość linii.

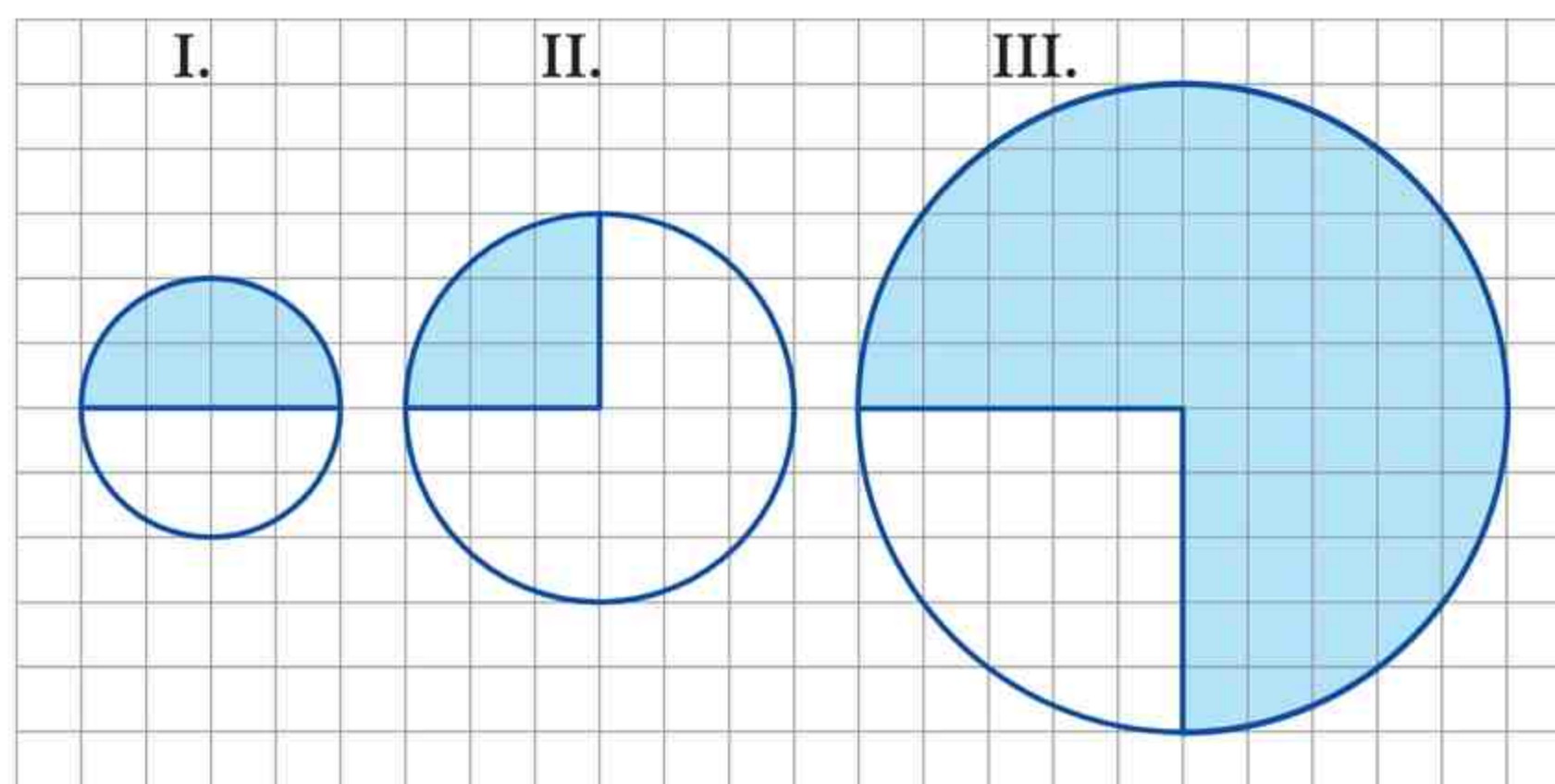


Okrąg o środku A	Okrąg o środku C	Krzywa złożona z połówek okręgów
promień: $r =$ _____	promień: $r =$ _____	długość łuku I: _____
długość okręgu: _____	długość okręgu: _____	długość łuku II: _____
$l =$ _____	$l =$ _____	długość łuku III: _____
długość połowy okręgu: _____	długość połowy okręgu: _____	długość łuku IV: _____
		długość linii: _____



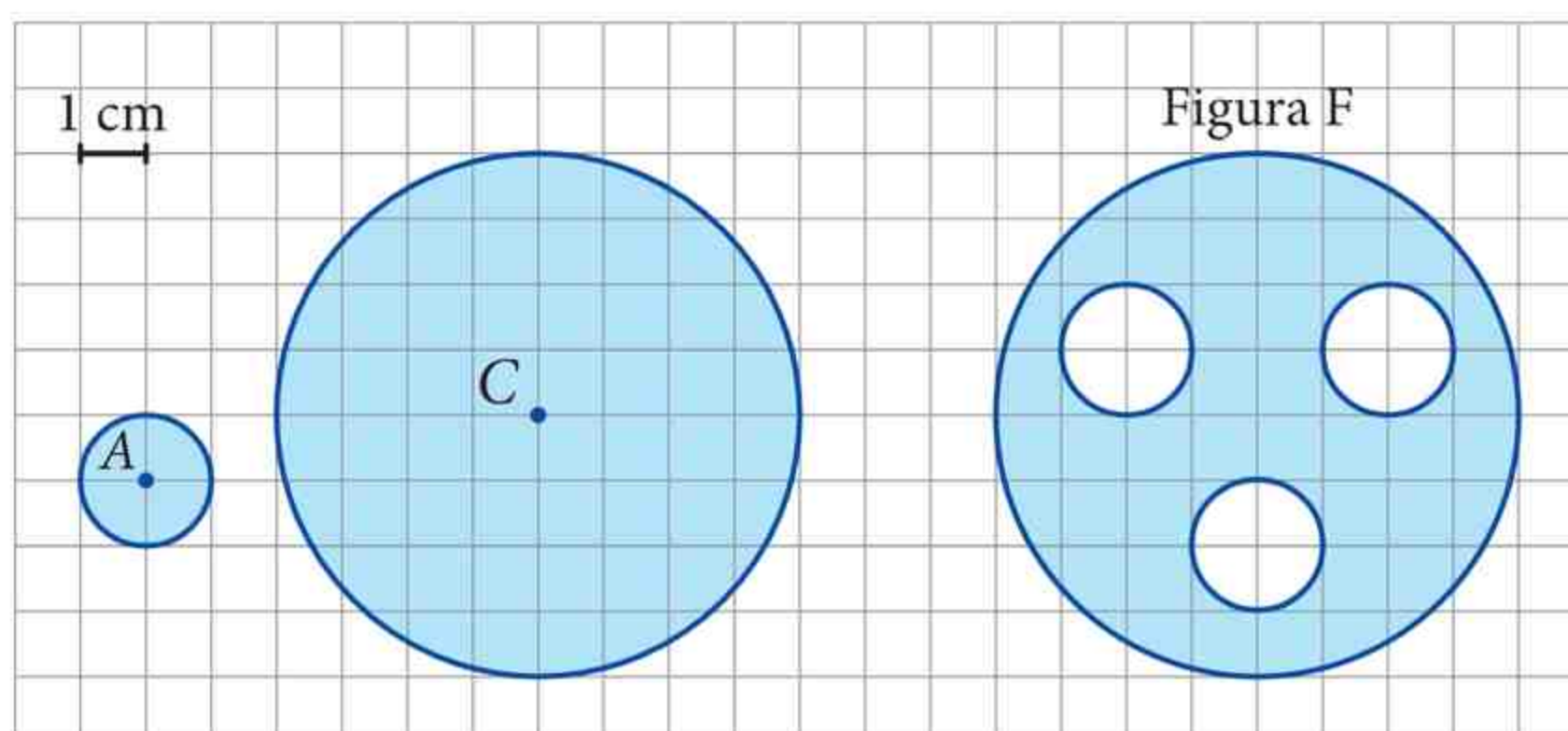


- 1 Uzupełnij tabelę. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.



Koło I	Koło II	Koło III
promień koła: _____	promień koła: _____	promień koła: _____
pole koła: _____	pole koła: _____	pole koła: _____
pole zamalowanej części	pole zamalowanej części	pole zamalowanej części
koła: _____	koła: _____	koła: _____

- 2 Rysunki poniżej przedstawiają dwa koła oraz figurę F powstałą z koła przez wycięcie z niego trzech mniejszych kół. Oblicz pole każdej z tych trzech figur.

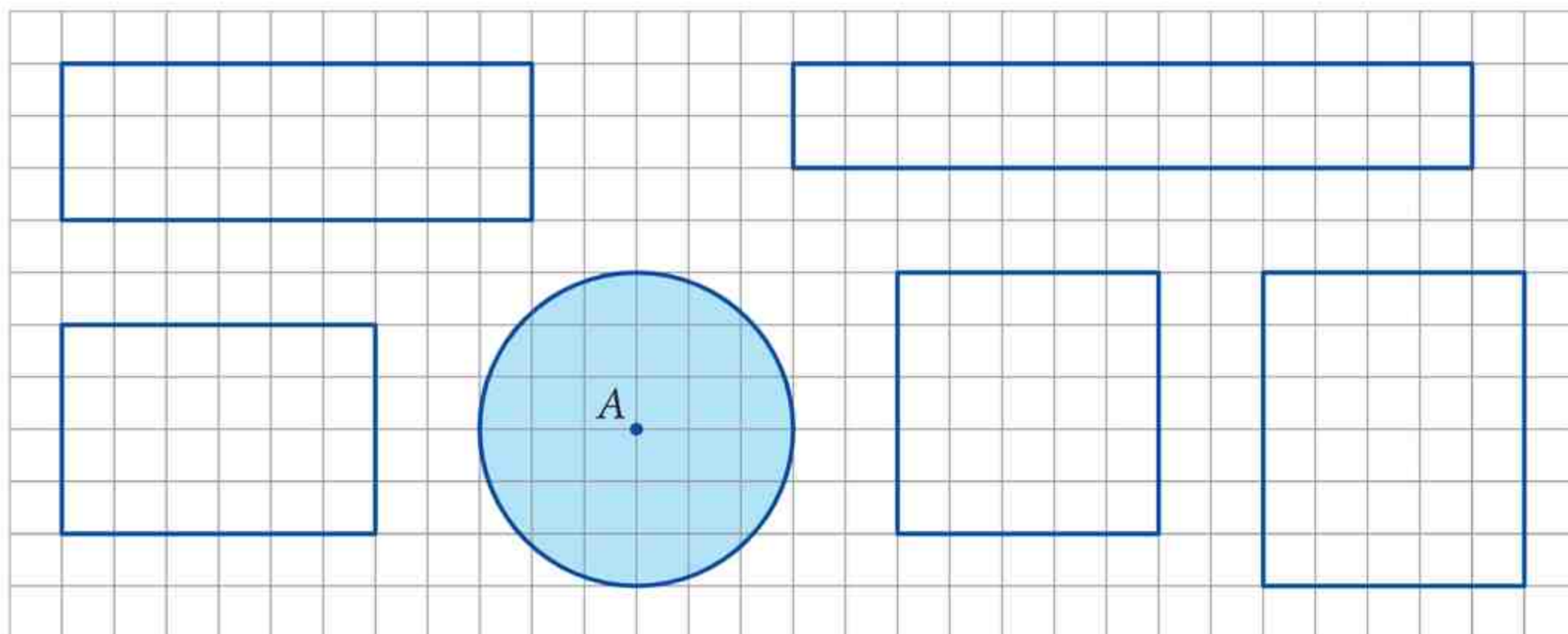


Koło o środku A: promień $r =$ _____ cm, pole $P =$ _____

Koło o środku C: promień $r =$ _____ cm, pole $P =$ _____

Figura F: pole $P =$ _____

- 3 Zakreskuj pionowymi liniami prostokąty o polu mniejszym niż pole koła, a poziomymi prostokąty o polu większym niż pole koła. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.



- 4 Oblicz pole koła z zadania 3 dla podanych przybliżeń liczby π .

$$\pi \approx 3 \quad P \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\pi \approx 3,1 \quad P \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

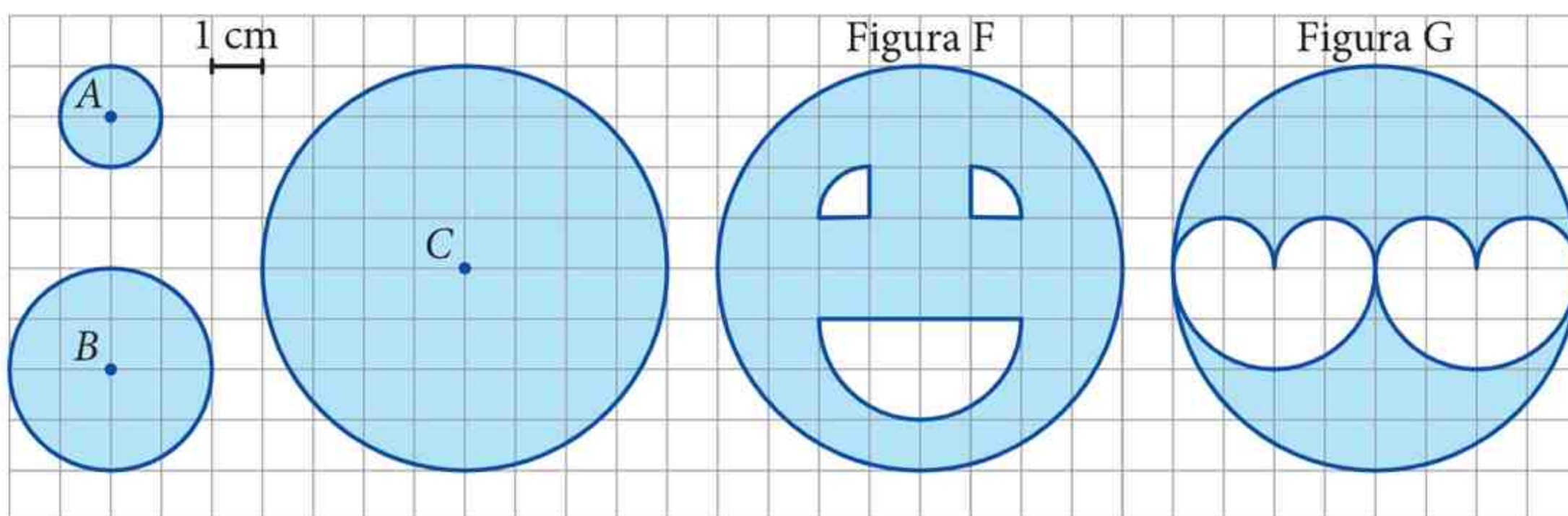
$$\pi \approx 3,14 \quad P \approx \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\pi \approx 3,14159 \quad P \approx \underline{\hspace{2cm}}$$



Czy pole prostokąta $ABCD$ jest większe niż pole koła z zadania 3?

- 5 Oblicz pola kół oraz figur F i G.



Koło o środku A: promień $r = \underline{\hspace{1cm}}$, pole $P = \underline{\hspace{2cm}}$

Koło o środku B: promień $r = \underline{\hspace{1cm}}$, pole $P = \underline{\hspace{2cm}}$

Koło o środku C: promień $r = \underline{\hspace{1cm}}$, pole $P = \underline{\hspace{2cm}}$

Figura F: pole $P = \underline{\hspace{2cm}}$

Figura G: pole $P = \underline{\hspace{2cm}}$



- 1 Oblicz pole i obwód każdej z figur. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.

Figura I

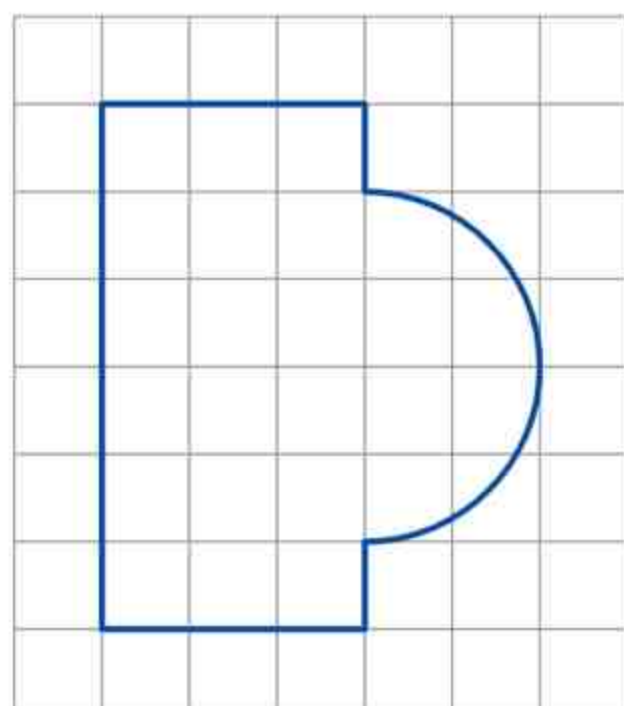


Figura II

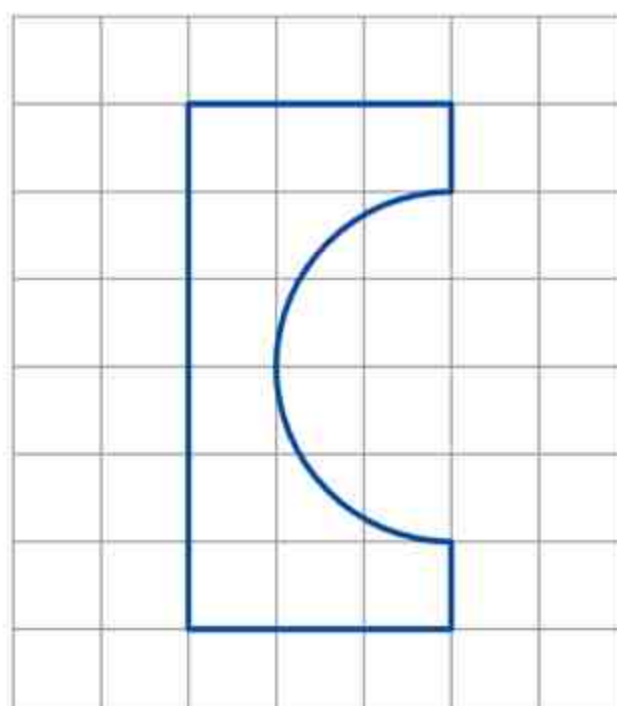


Figura III

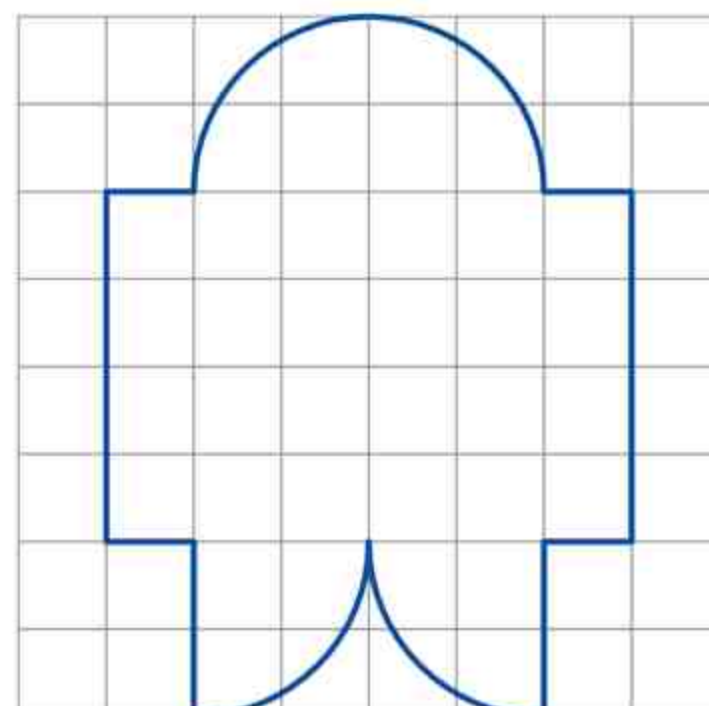


Figura I:

Obw. = _____

$P =$ _____

Figura II:

Obw. = _____

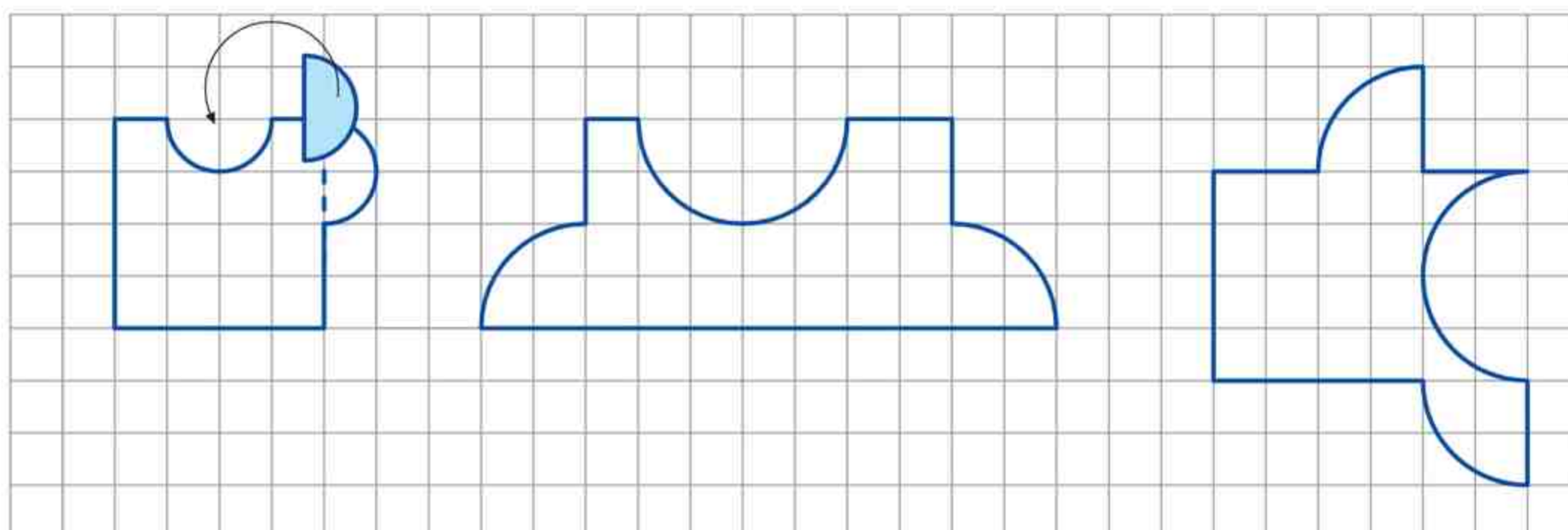
$P =$ _____

Figura III:

Obw. = _____

$P =$ _____

- 2 Zaznacz na rysunku, jak podzielić figurę i jak przełożyć jej fragmenty, aby otrzymać prostokąt (patrz wzór). Pod każdą figurą zapisz jej pole. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.

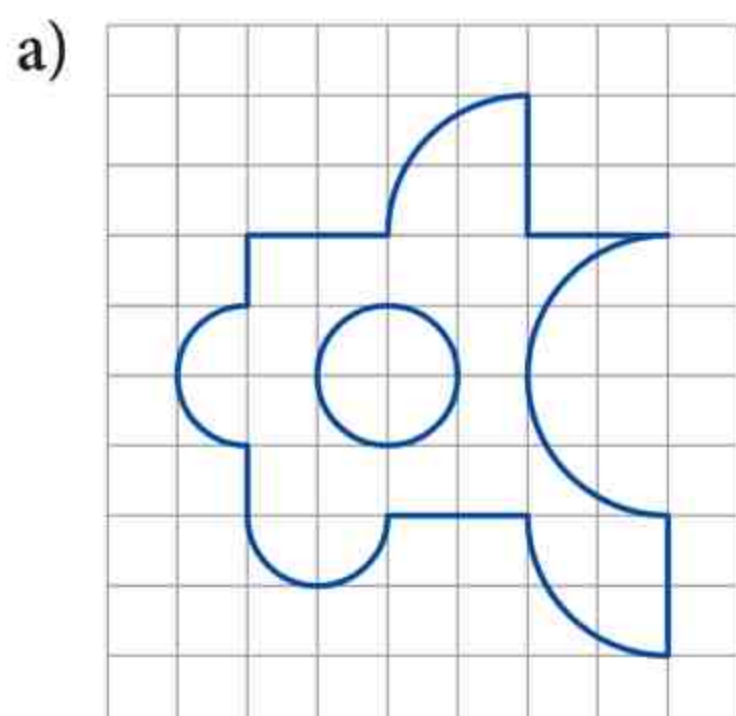


$P =$ _____

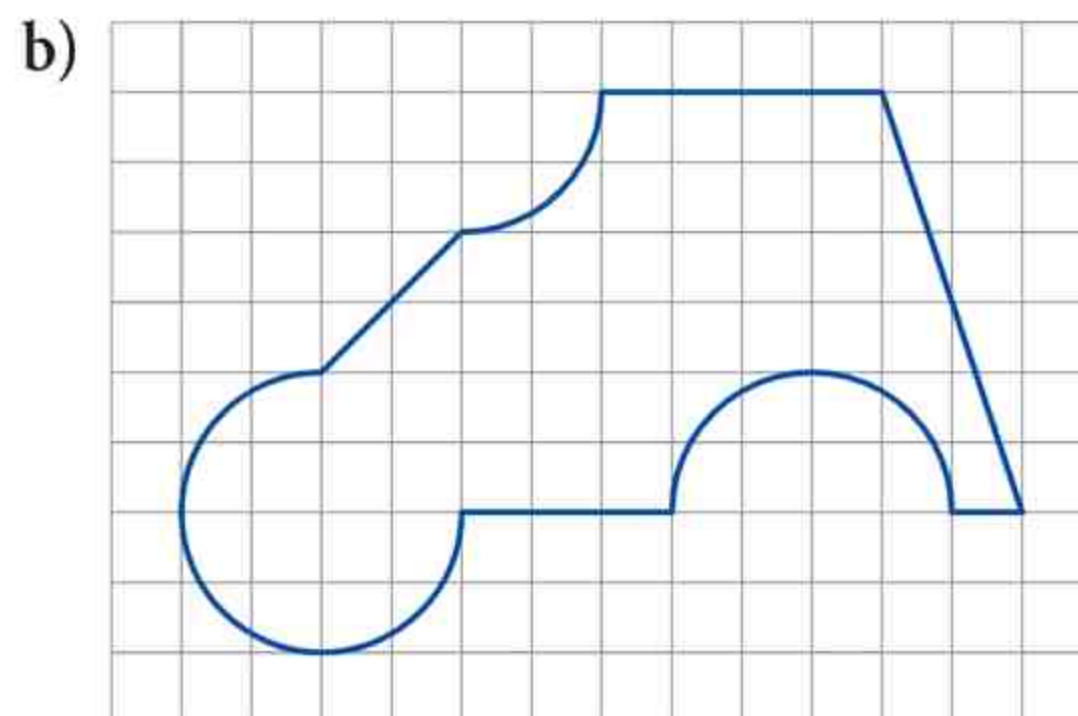
$P =$ _____

$P =$ _____

- 3 Zaznacz na rysunku, jak podzielić figurę i jak przełożyć jej fragmenty, aby otrzymać wielokąt (patrz zadanie 2 s. 108). Pod każdą figurą zapisz jej pole. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.

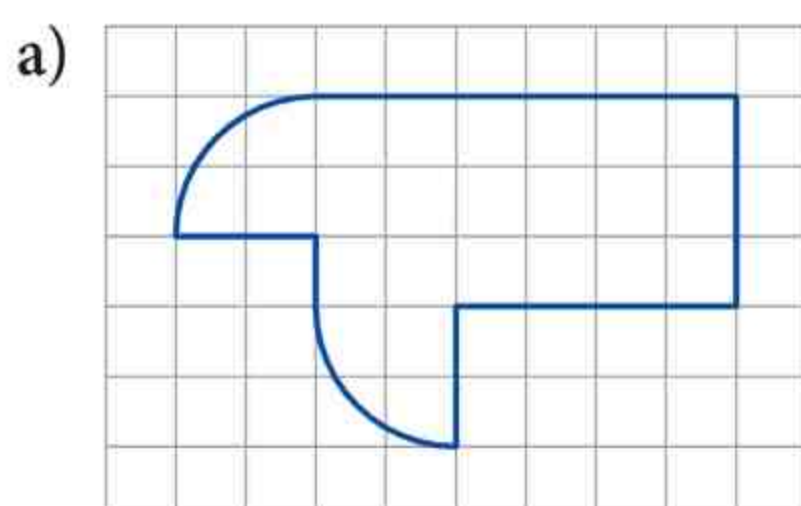


$P =$ _____

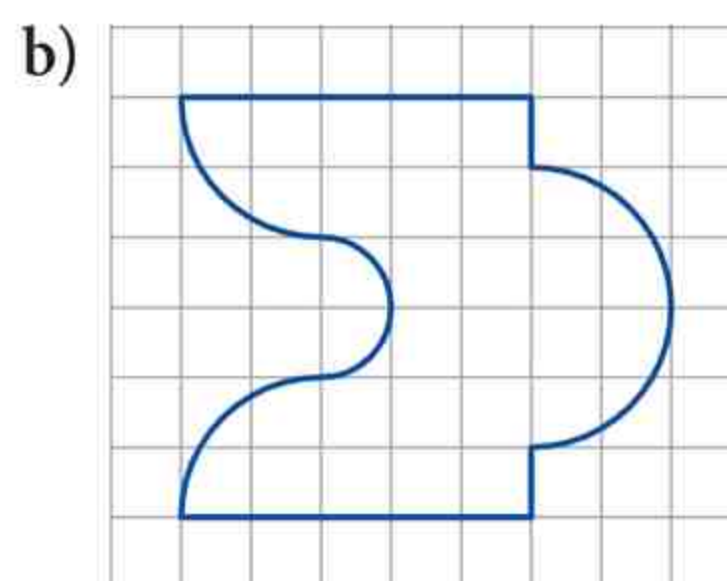


$P =$ _____

- 4 Podziel figurę na części i oblicz jej pole. Jako jednostkę przyjmij jedną kratkę.

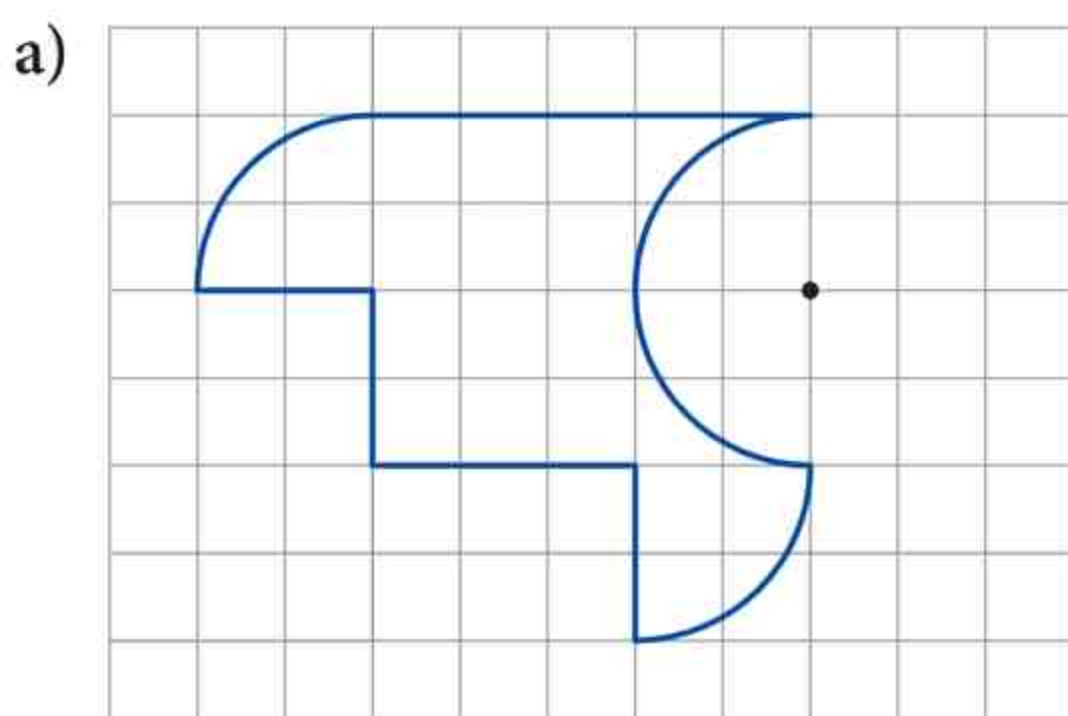


$P =$ _____



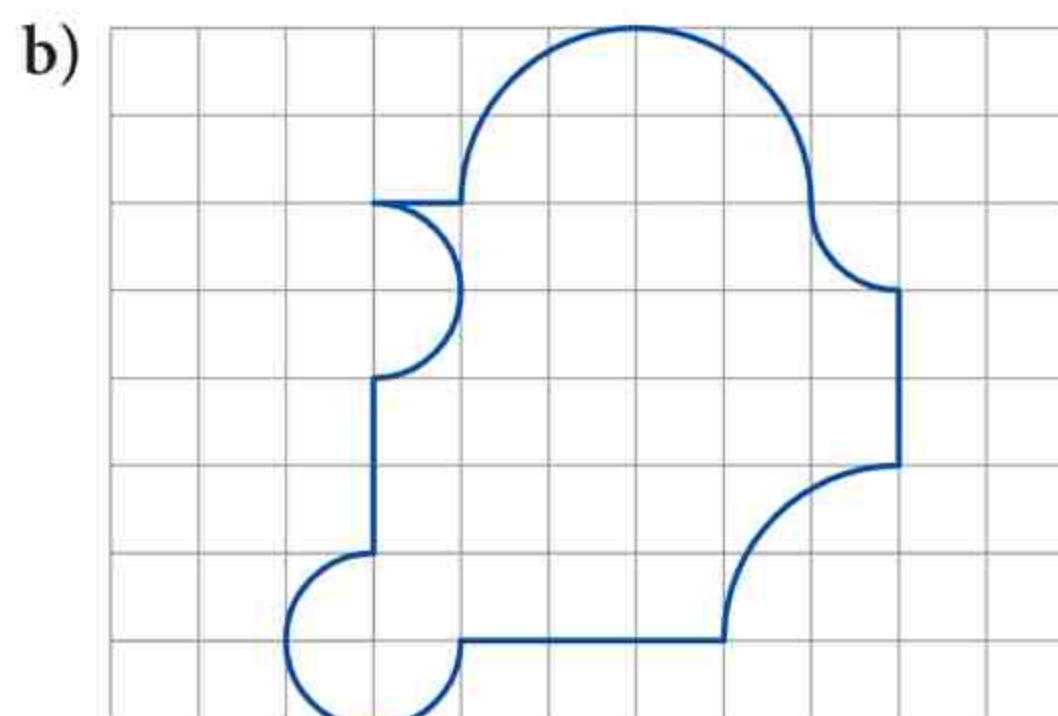
$P =$ _____

- 5 Oblicz pole i obwód figury. Przyjmij jako jednostkę jedną kratkę. Wpisz na rysunku pola i długości potrzebne do otrzymania końcowego wyniku.



$P =$ _____

Obw. = _____



$P =$ _____

Obw. = _____

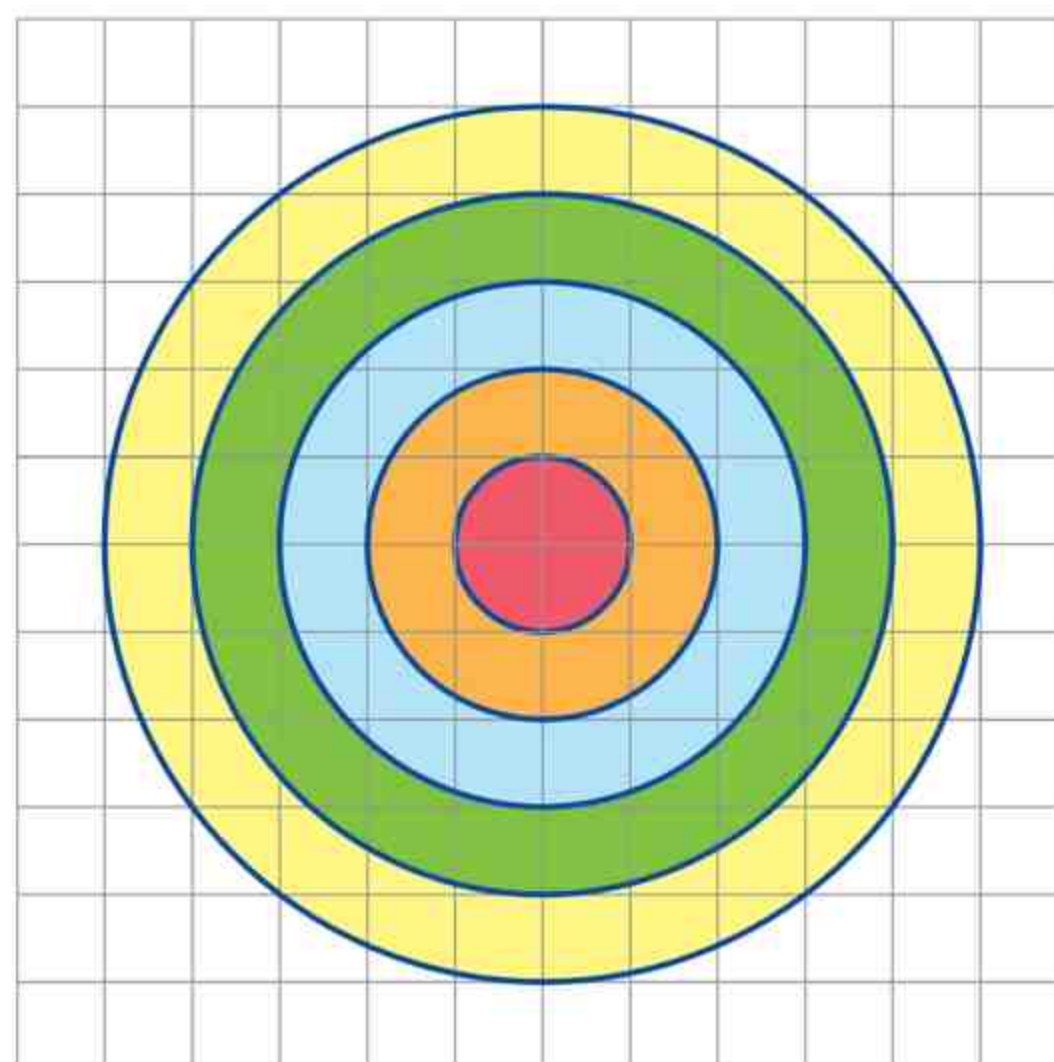
6 Oblicz pole pierścienia kołowego.

1. 

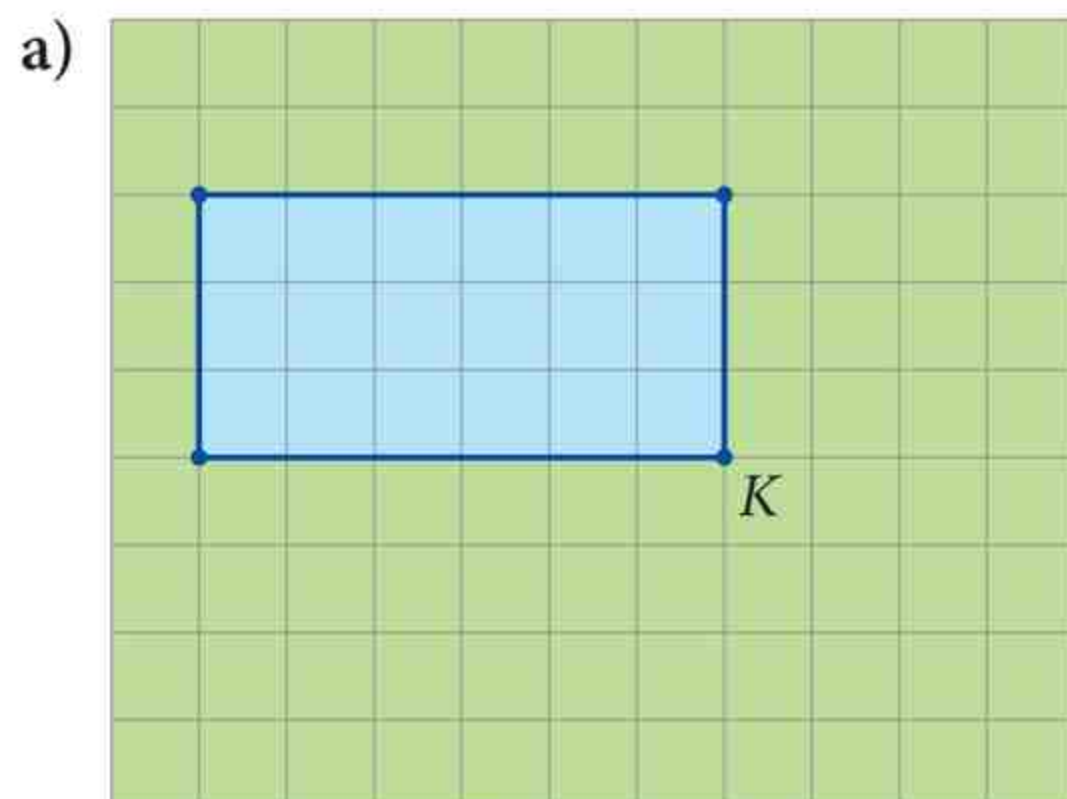
1. 

	I	II	III
promień małego koła			
pole małego koła			
promień dużego koła			
pole dużego koła			
pole pierścienia kołowego			

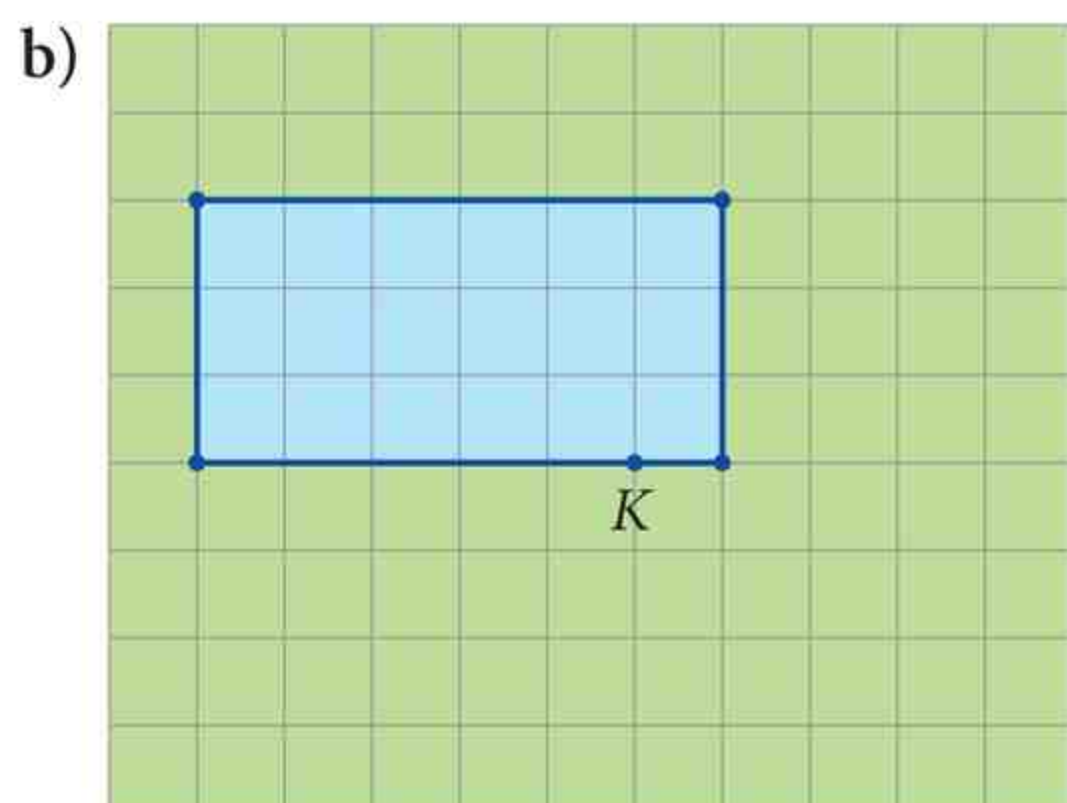
7 Na rysunku przedstawiono tarczę strzelniczą. Promień najmniejszego okręgu wynosi 1. Każdy kolejny promień jest o 1 większy. Środkowe pole jest kołem, a pozostałe pola tarczy to pierścienie kołowe. Wpisz na każdym polu tarczy jego powierzchnię. Co zauważasz? Ile razy powierzchnia żółtego pola jest większa od powierzchni czerwonego koła?

[illegible]

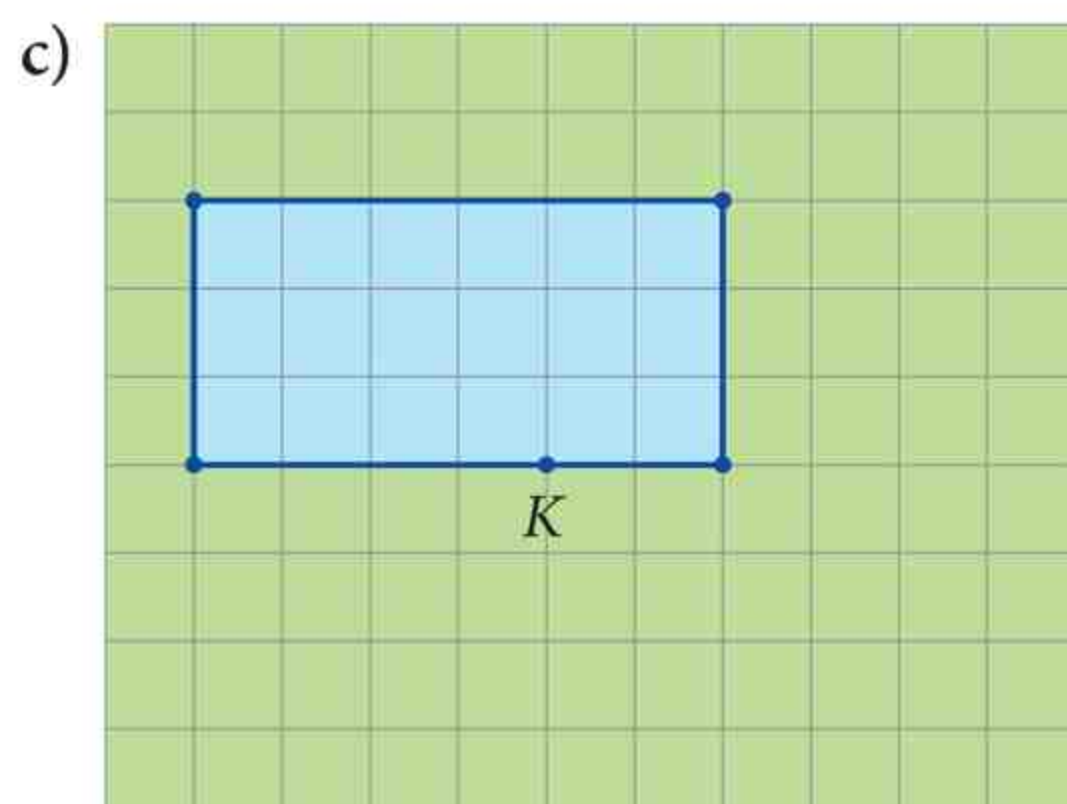
- 8 Koza pasie się na łące wokół budynku. Uwiązana jest w punkcie K na łańcuchu o długości 3 m. Przyjmij, że 1 kratka to 1 m. Za pomocą cyrkla narysuj, a potem zakreskuj obszar dostępny dla kozy. Oblicz powierzchnię tego obszaru.



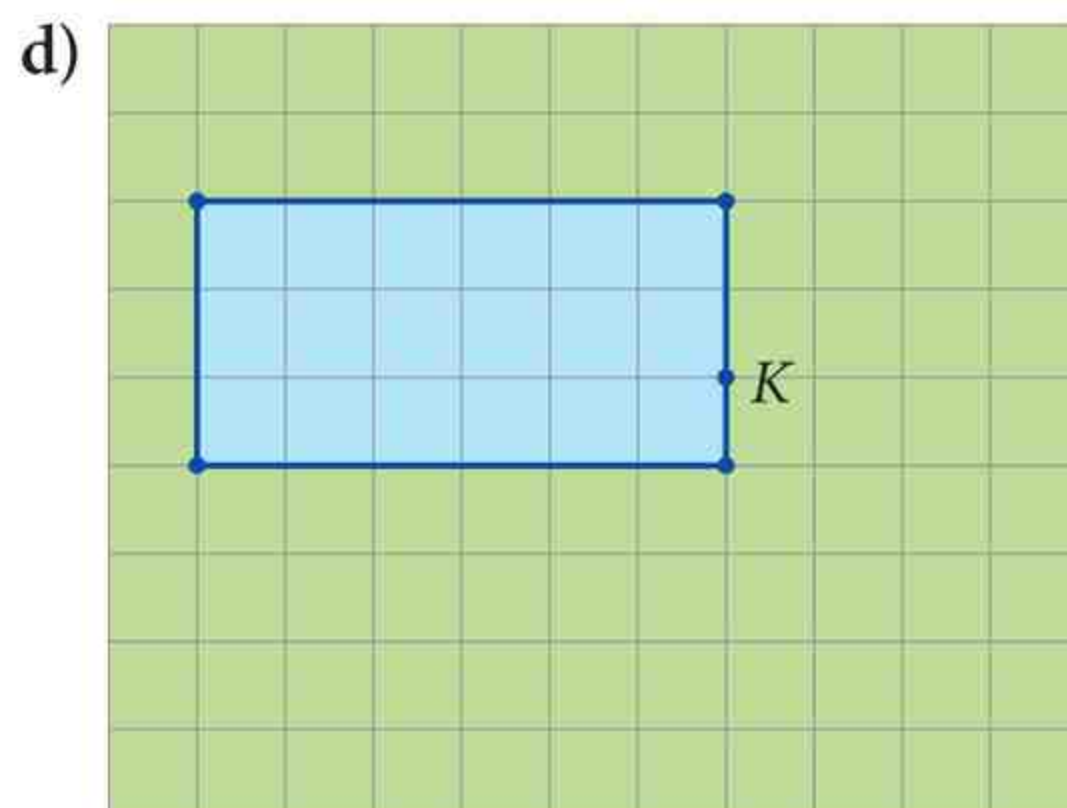
Powierzchnia dostępna dla kozy:



Powierzchnia dostępna dla kozy:



Powierzchnia dostępna dla kozy:

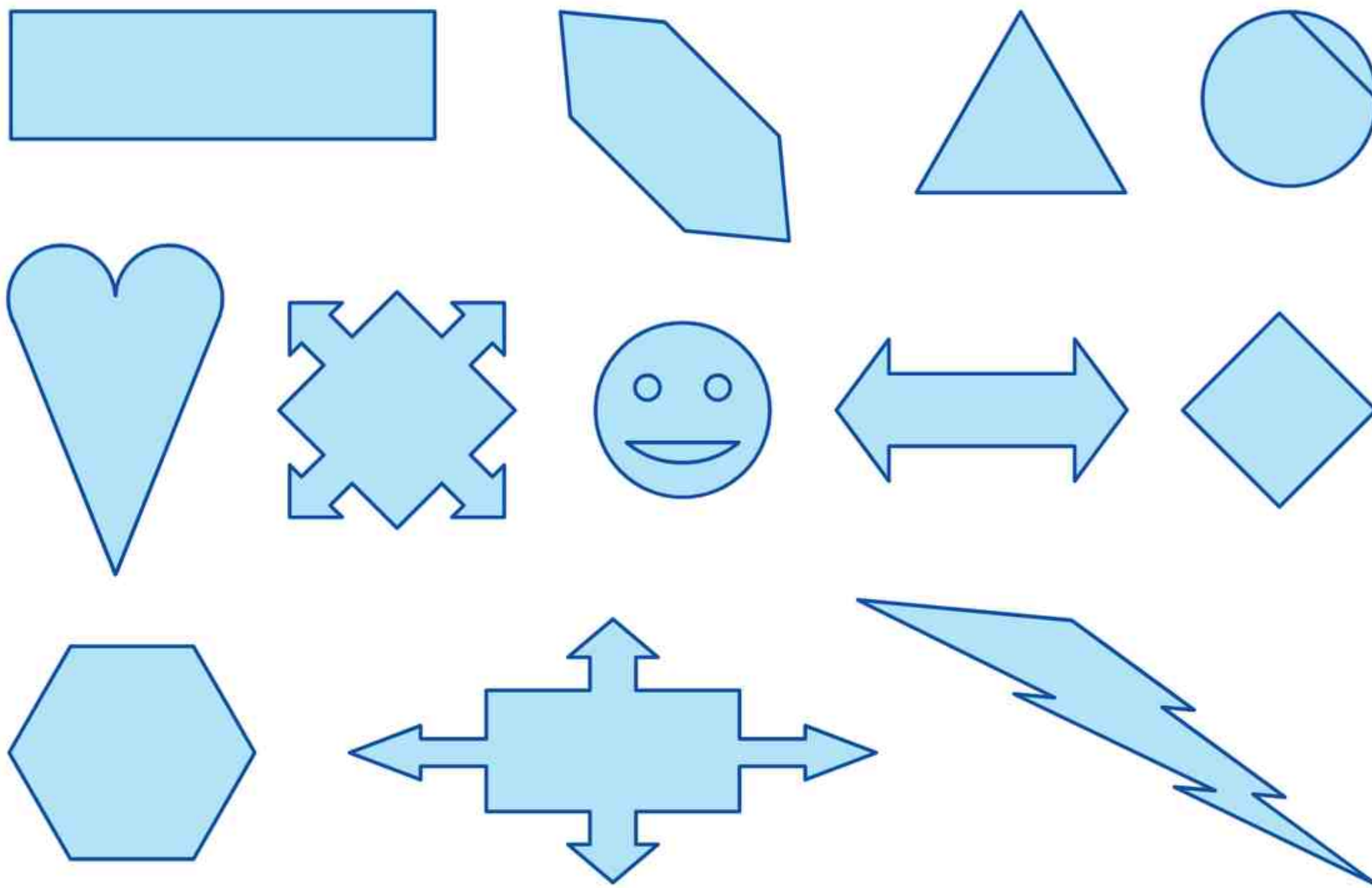


Powierzchnia dostępna dla kozy:

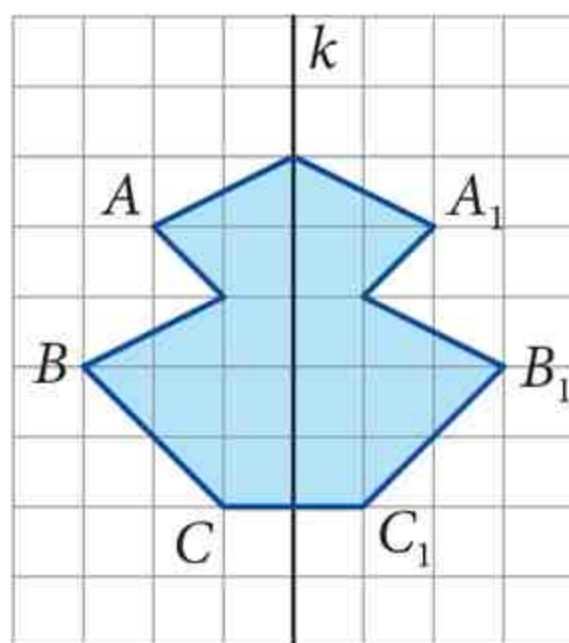




- 1 Narysuj wszystkie osie symetrii poniższych figur. Sprawdź, czy łącznie masz 28 osi symetrii. Podkreśl figury, które mają środek symetrii. Zaznacz i podpisz literą S środek symetrii tych figur.



- 2 Połącz odcinkami punkty A i A_1 , B i B_1 , C i C_1 . Uzupełnij opisy pod rysunkiem słowami z ramki.



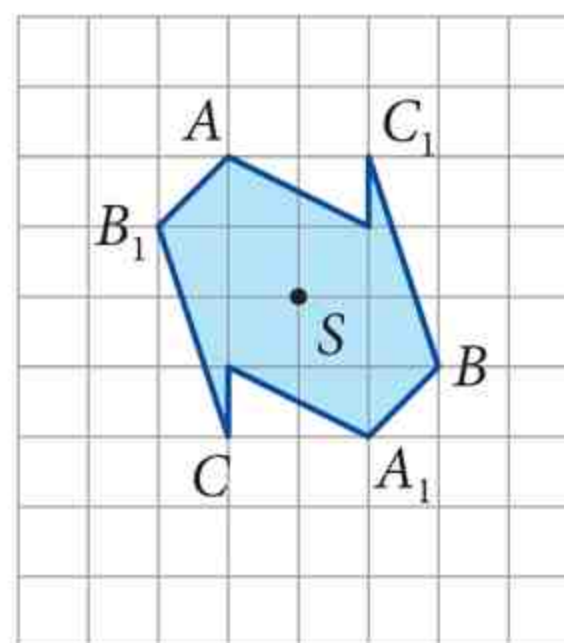
Prosta k jest osią symetrii figury.

Prosta k jest _____

do odcinków AA_1 , BB_1 , CC_1 .

Prosta k dzieli odcinki AA_1 , BB_1 , CC_1

na _____



Punkt S jest środkiem symetrii figury.

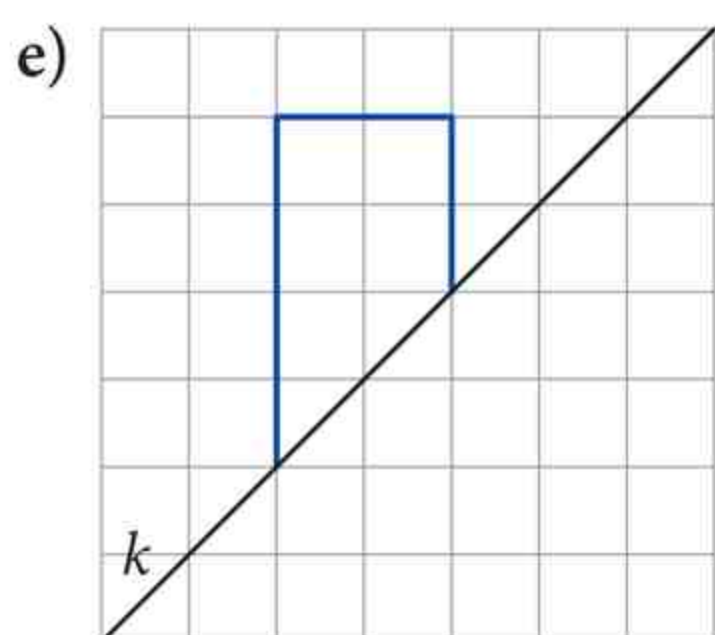
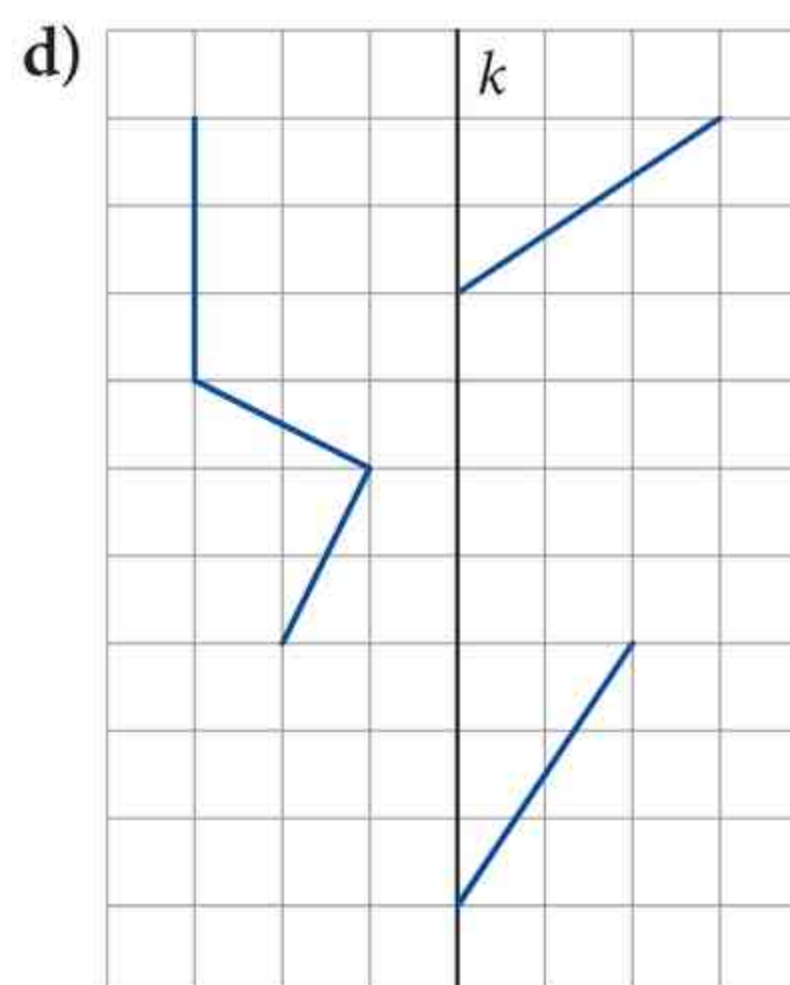
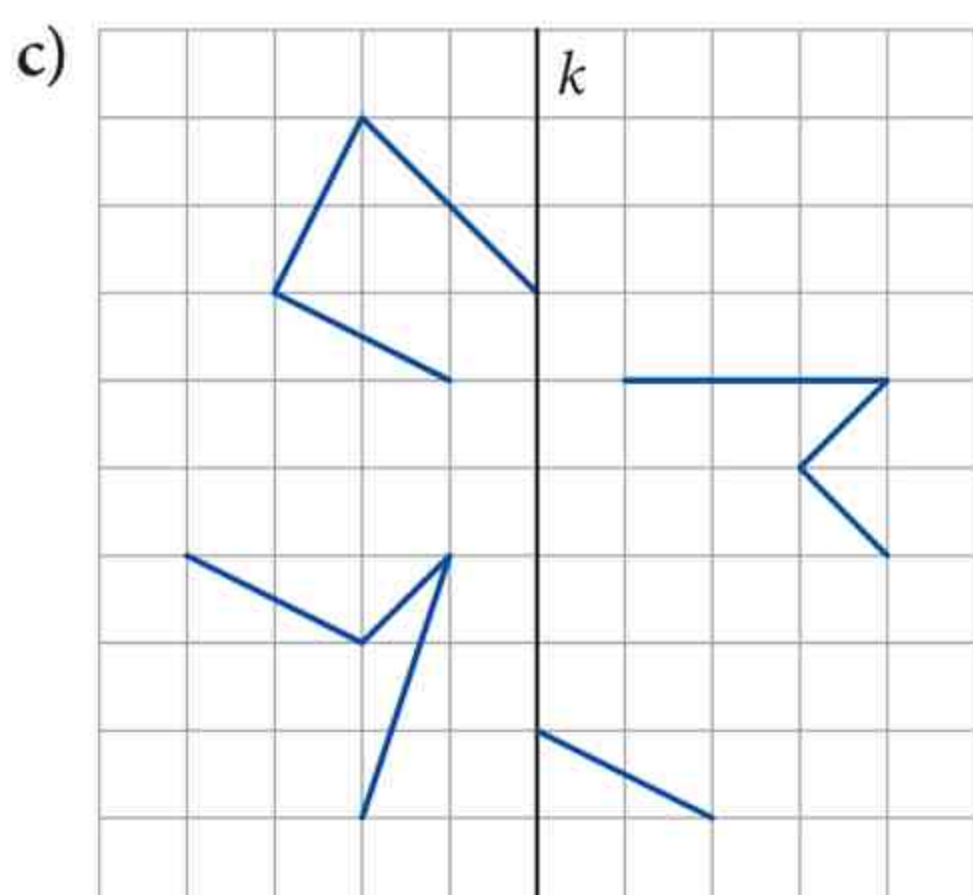
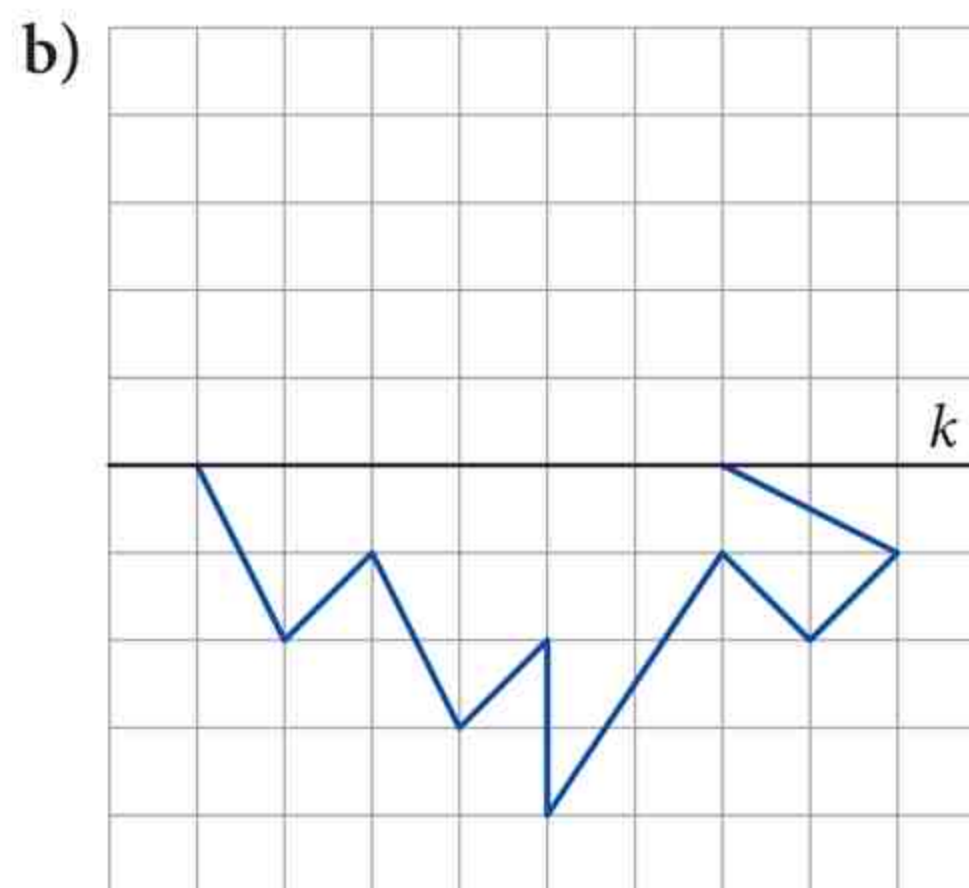
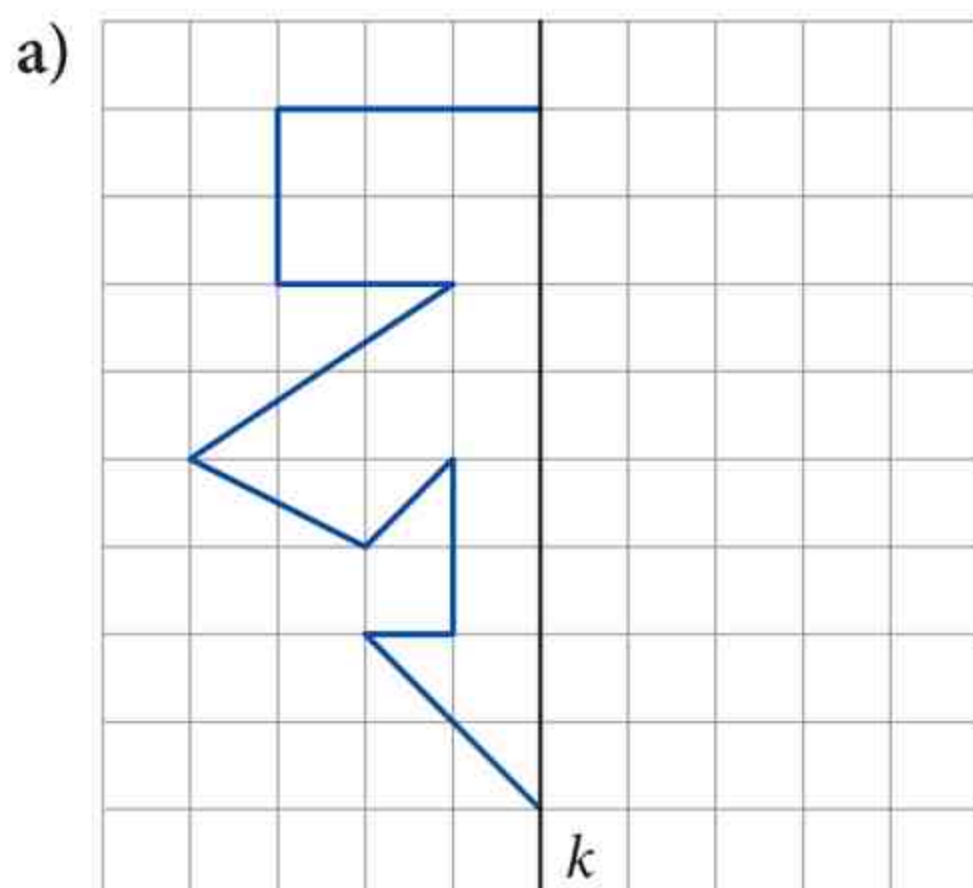
Odcinki AS i SA_1 są _____

Punkt S jest _____

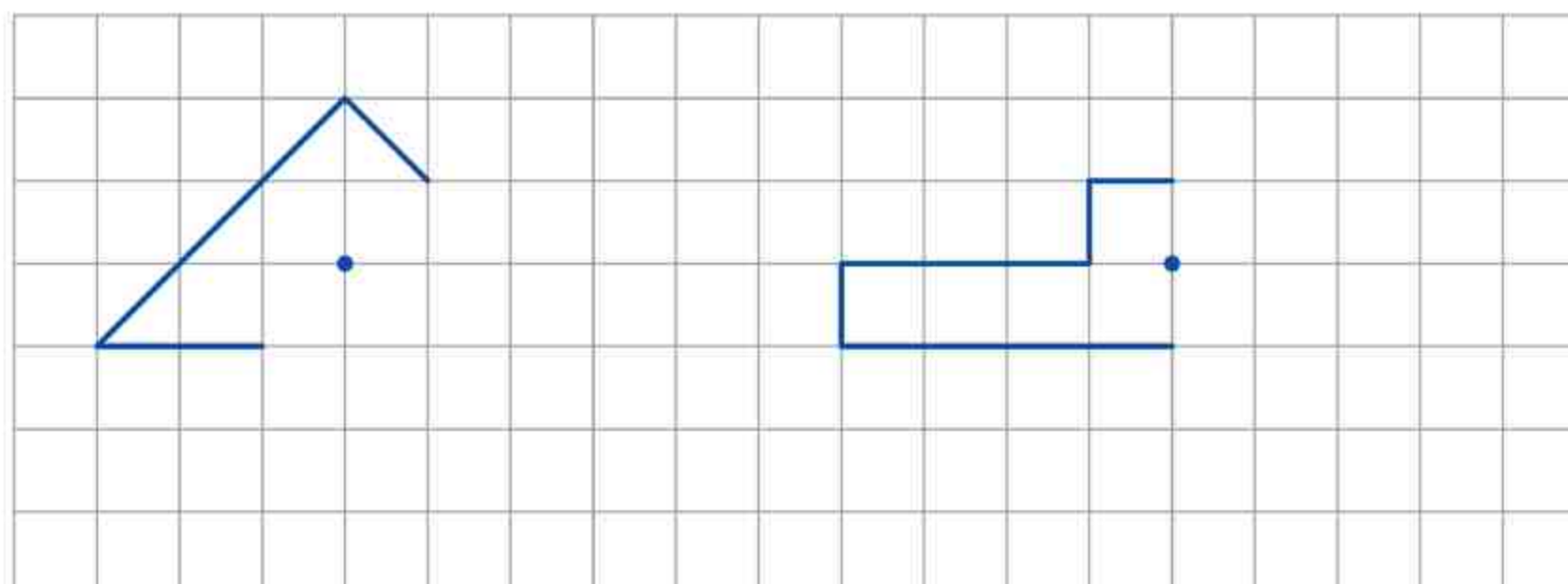
odcinków AA_1 , BB_1 , CC_1 .

prostopadła połowy dwusieczną środkiem równe symetralną
prostopadłe równoległa równoległe środkiem symetrii

- 3 Dokończ rysunek tak, aby prosta k była osią symetrii figury.

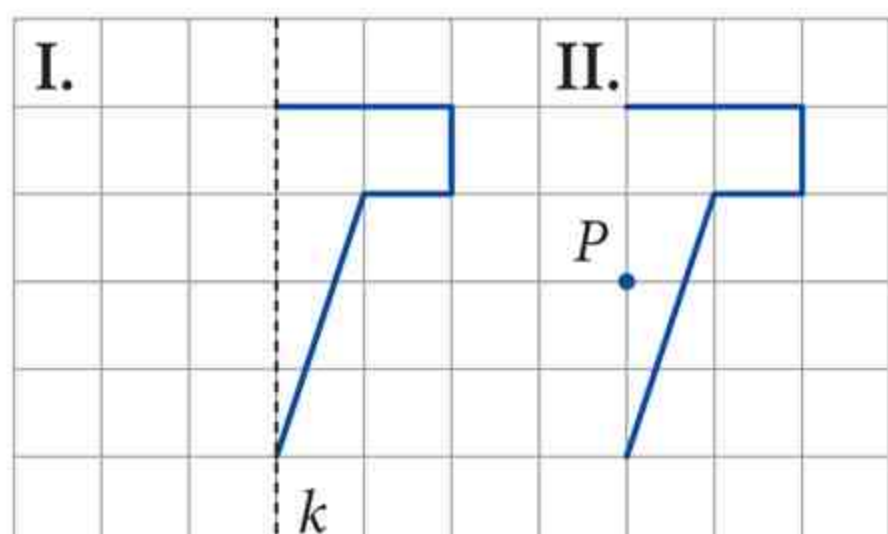


- 4 Dokończ rysunki tak, aby zaznaczony punkt był środkiem symetrii figury.

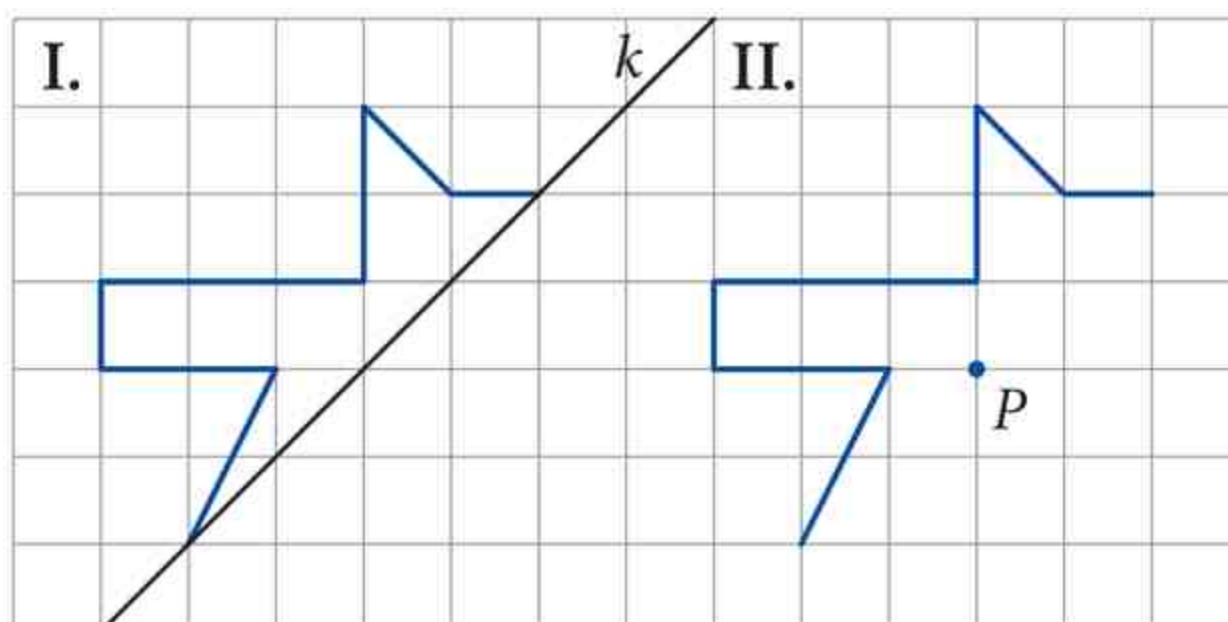


- 5 Dokończ rysunek tak, aby na rysunku I prosta k była osią symetrii figury, a na rysunku II zaznaczony punkt P był środkiem symetrii figury.

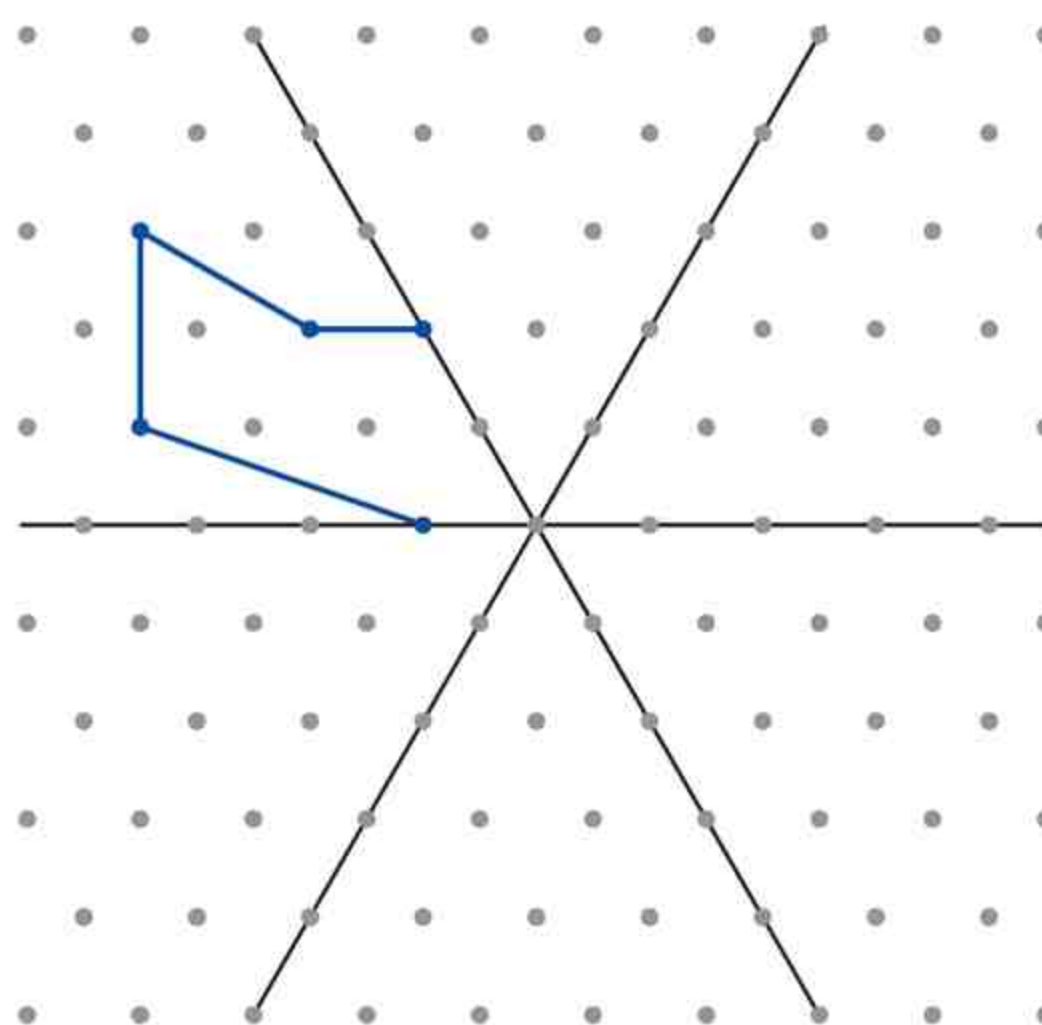
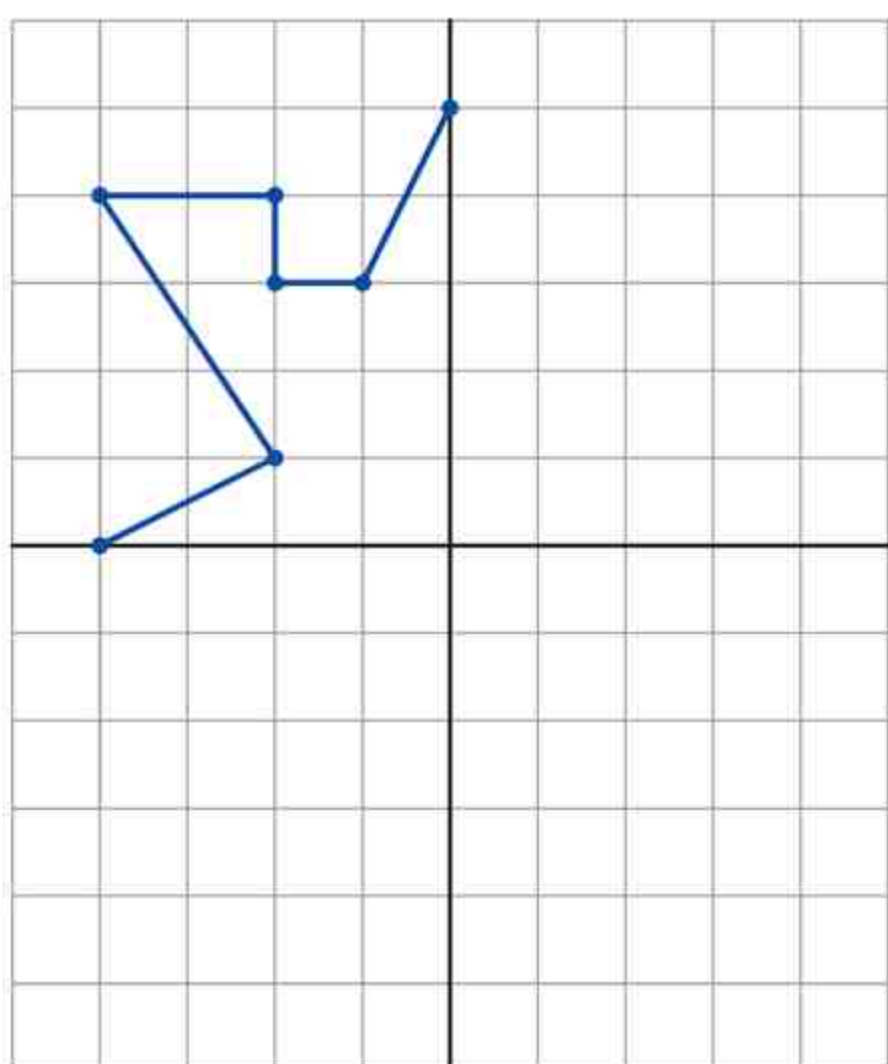
a)



b)

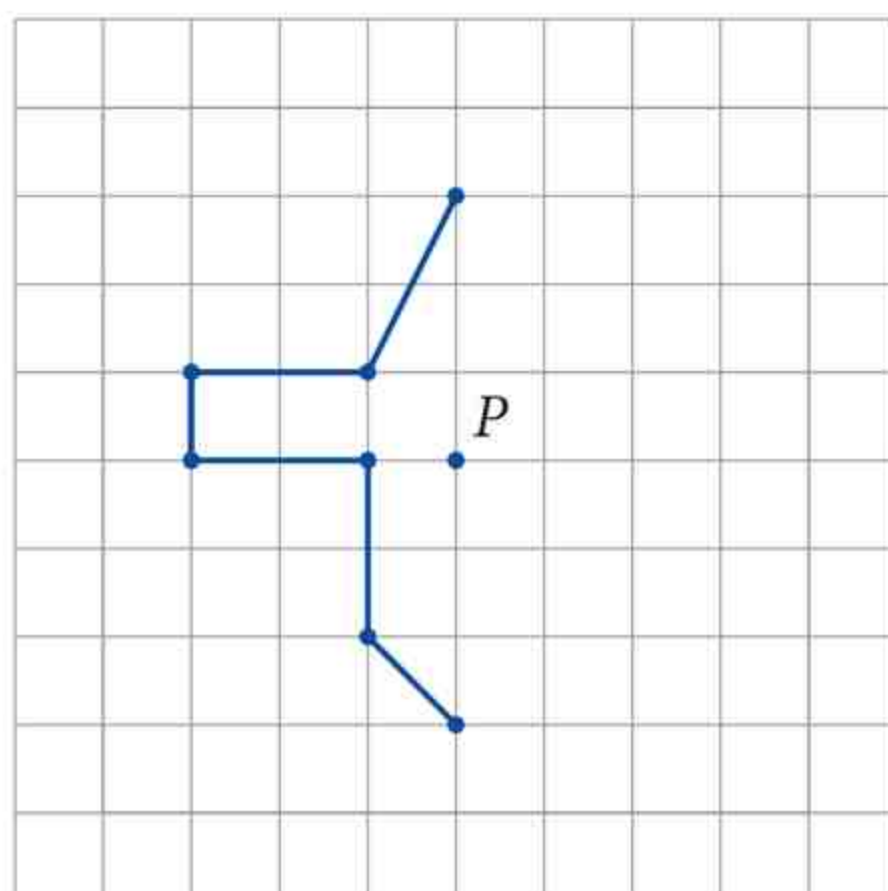


- 6 Dokończ rysunki tak, aby zaznaczone proste były osiami symetrii figury.

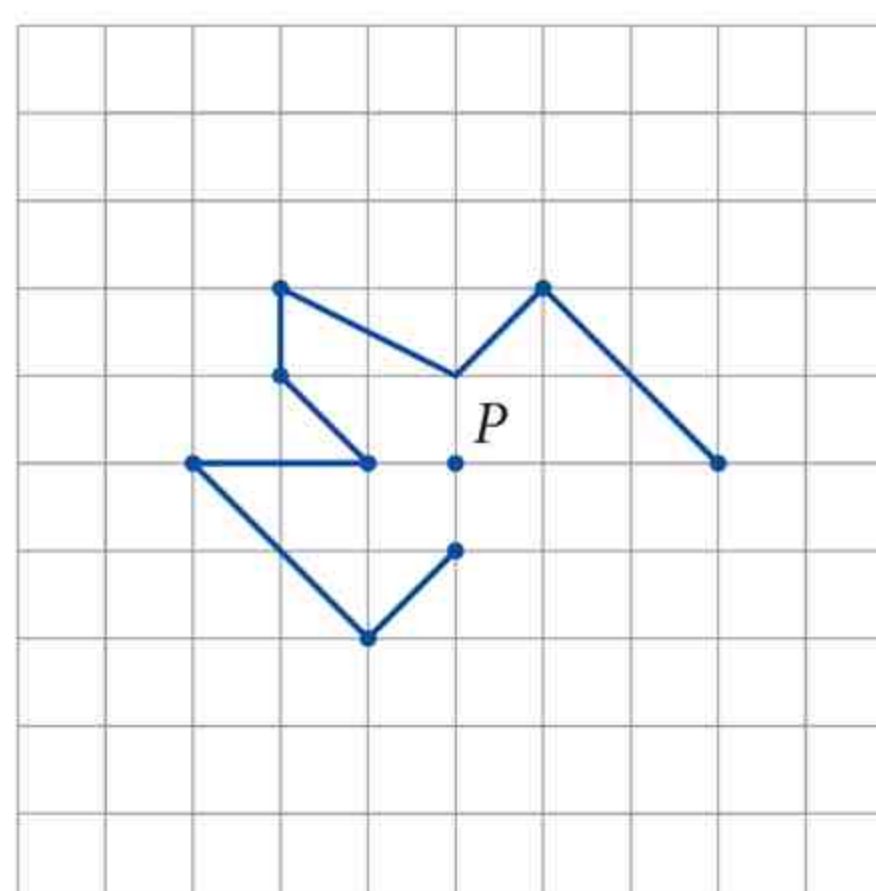


- 7 Dokończ rysunek tak, aby punkt P był środkiem symetrii figury.

a)



b)



Symetralna odcinka i dwusieczna kąta

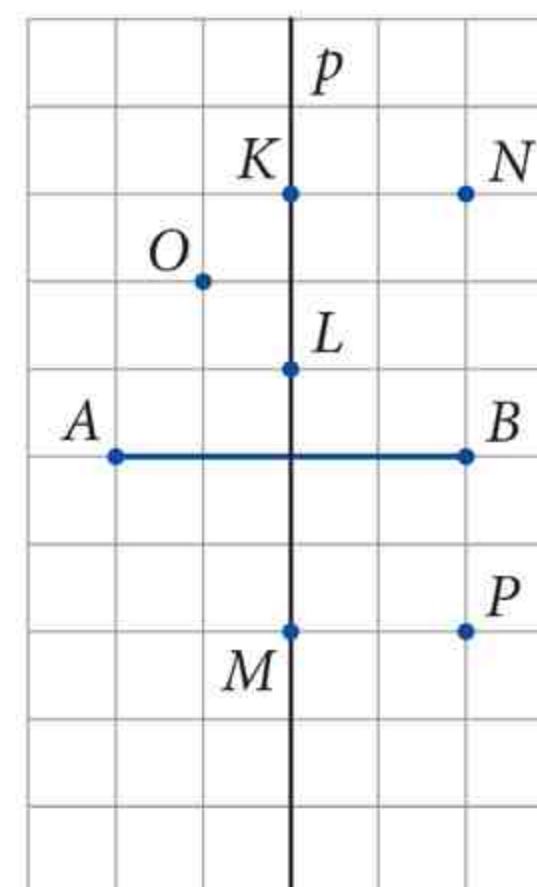


Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: M8LP4X

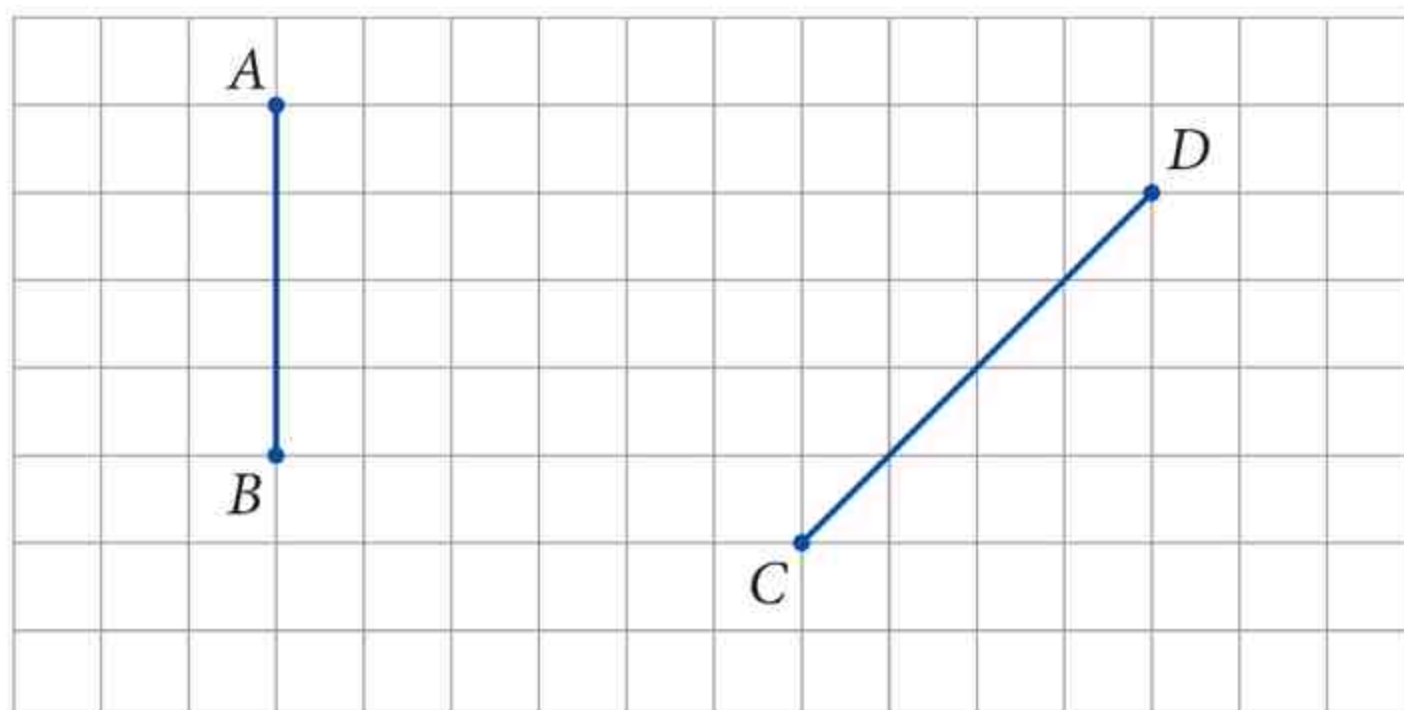
- 1 Prosta p jest symetralną odcinka AB . Połącz punkty K, L, M z końcami odcinka AB . Następnie porównaj długości odcinków i wstaw w puste miejsce odpowiedni znak: $<$, $>$ lub $=$.

AK ____ BK AO ____ BO AM ____ BM

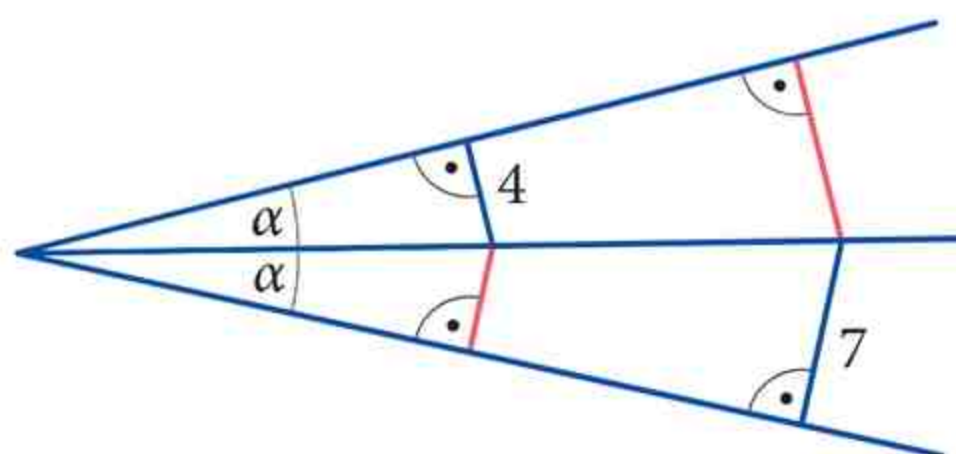
AN ____ BN AL ____ BL AP ____ BP



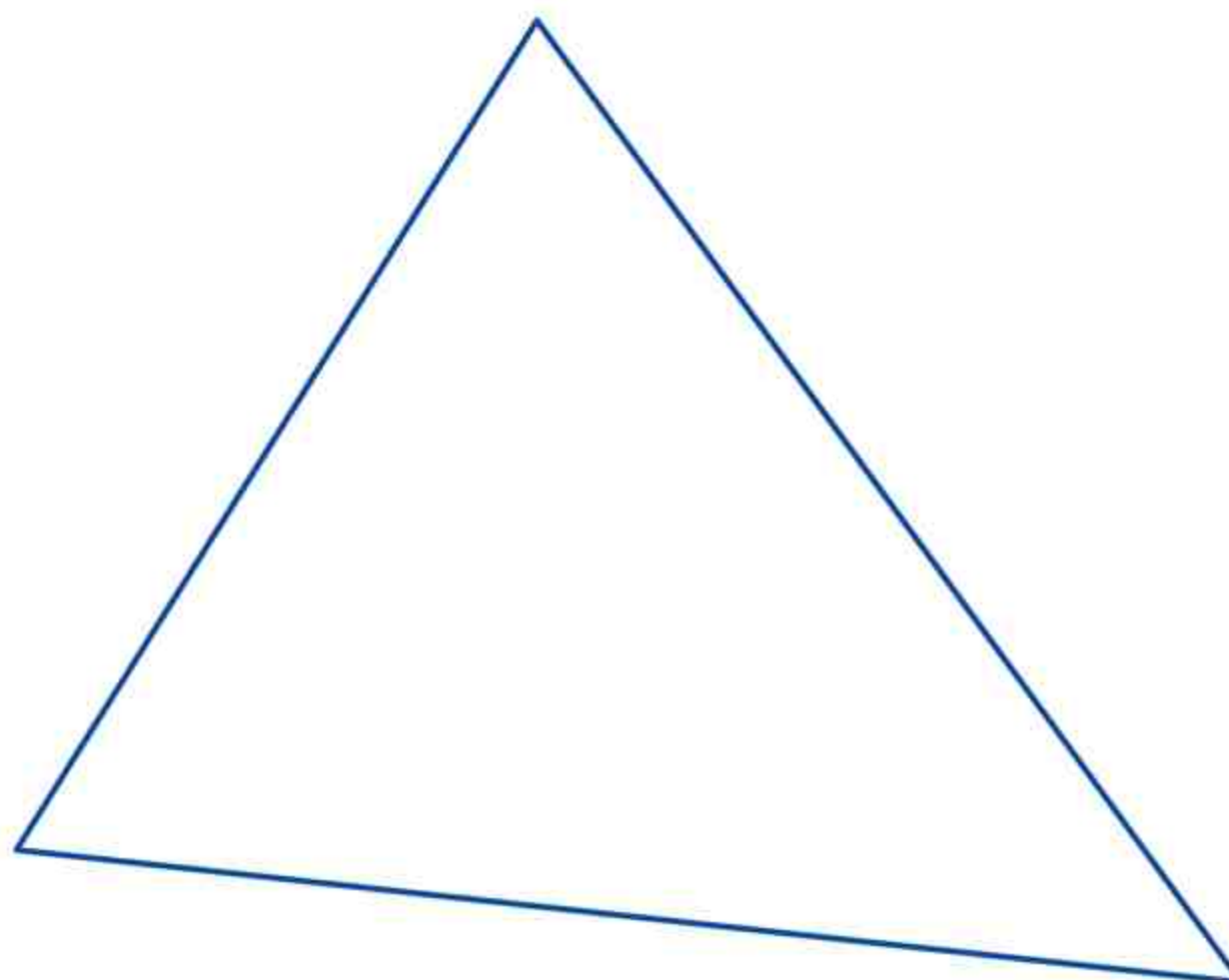
- 2 Wykorzystaj kratkę i narysuj symetralne odcinków.



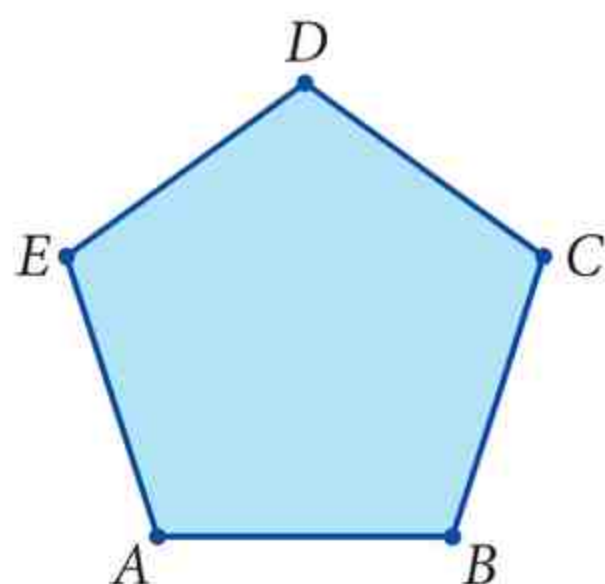
- 3 Zapisz na rysunku długości czerwonych odcinków.



- 4 Za pomocą cyrkla lub kątomierza narysuj dwusieczne kątów trójkąta.



- 5 Narysuj dwusieczne wszystkich kątów pięciokąta foremnego i sześciokąta foremnego. Skorzystaj z cyrkla lub kątomierza. Odpowiedz na pytania. Podkreśl właściwą odpowiedź.

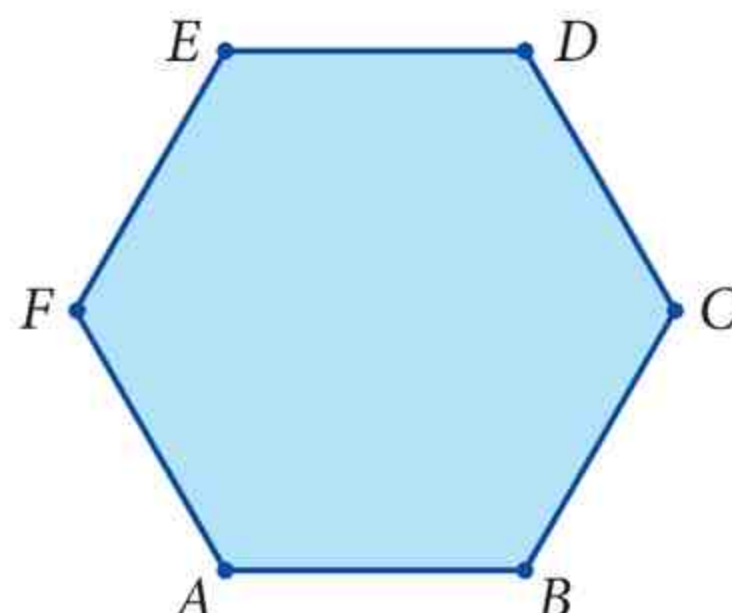


Czy proste zawierające dwusieczne kątów są jednocześnie osiami symetrii pięciokąta foremnego?

TAK / NIE

Czy na rysunku znalazły się wszystkie osie symetrii figury?

TAK / NIE



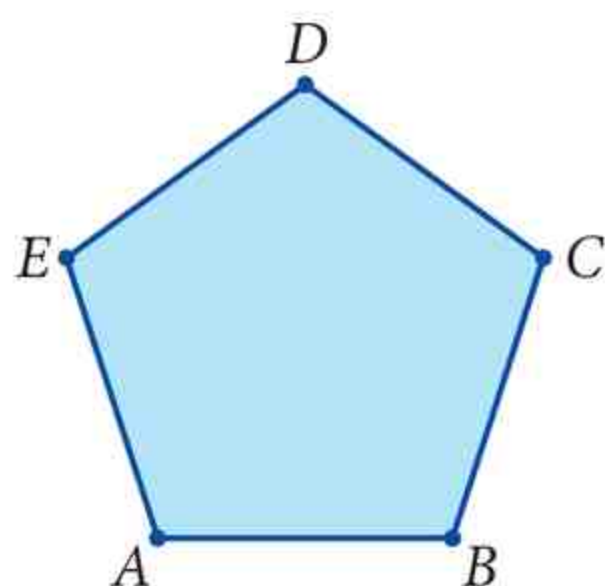
Czy proste zawierające dwusieczne kątów są jednocześnie osiami symetrii sześciokąta foremnego?

TAK / NIE

Czy na rysunku znalazły się wszystkie osie symetrii figury?

TAK / NIE

- 6 Narysuj symetralne wszystkich boków pięciokąta foremnego i sześciokąta foremnego. Odpowiedz na pytania. Podkreśl właściwą odpowiedź.

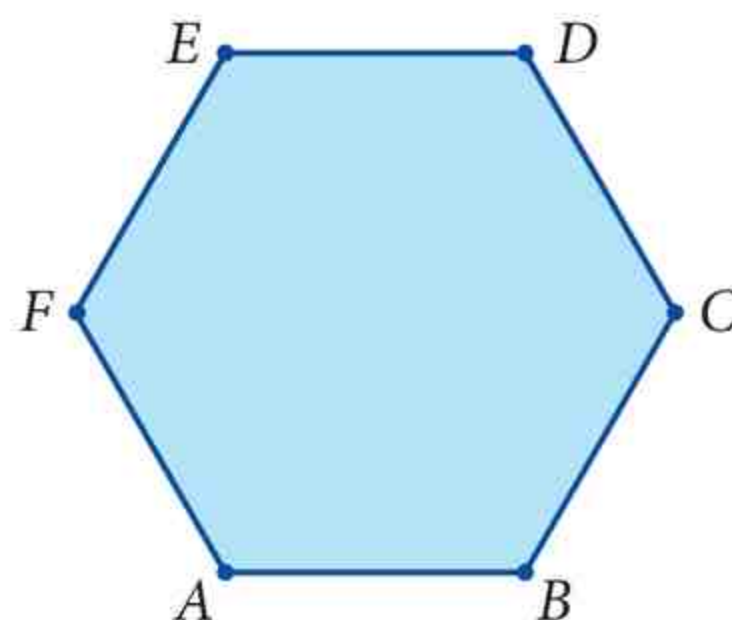


Czy symetralne boków pięciokąta foremnego są jednocześnie osiami symetrii tej figury?

TAK / NIE

Czy na rysunku narysowane są wszystkie osie symetrii pięciokąta foremnego?

TAK / NIE



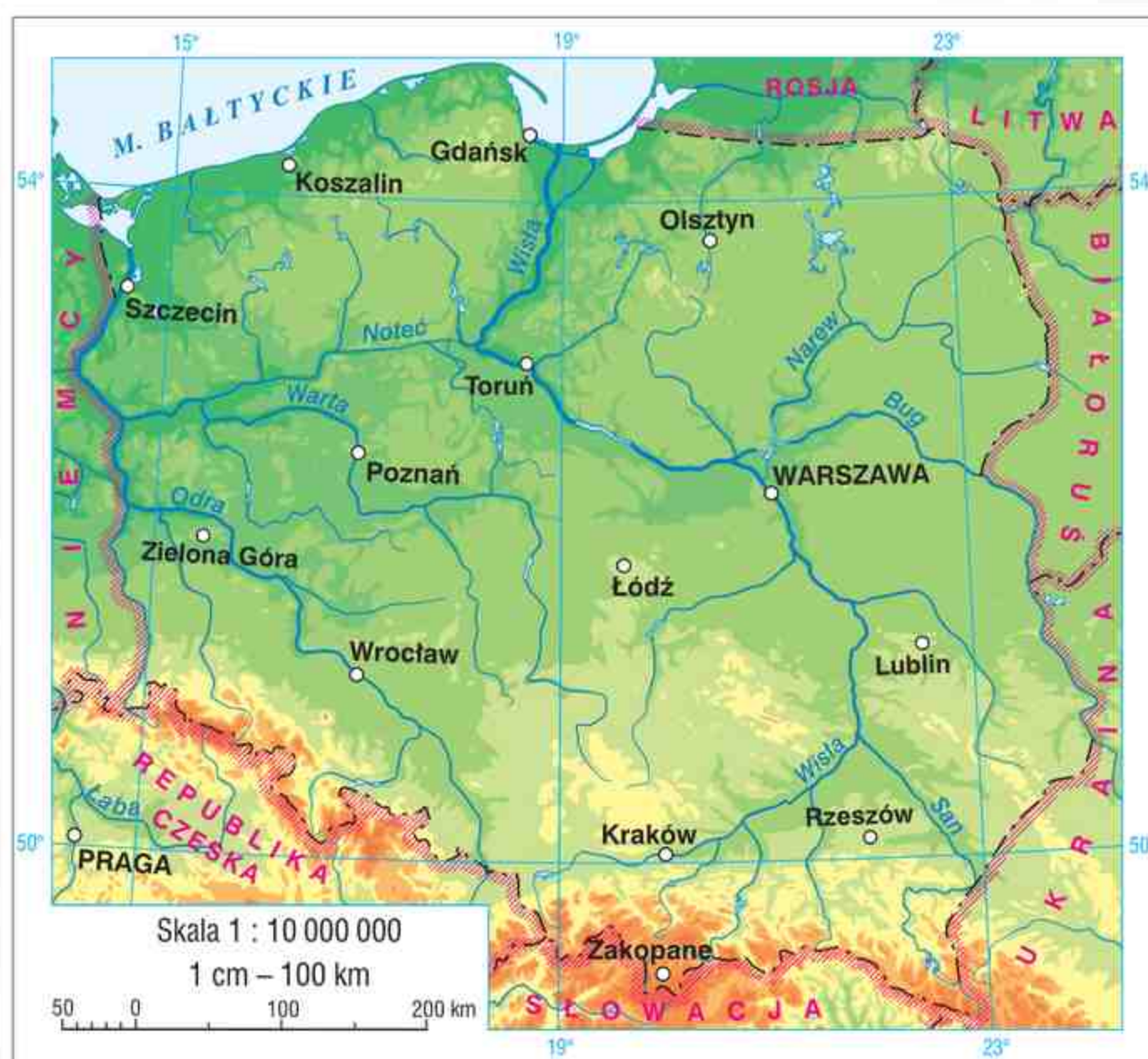
Czy symetralne boków sześciokąta foremnego są jednocześnie osiami symetrii tej figury?

TAK / NIE

Czy na rysunku narysowane są wszystkie osie symetrii sześciokąta foremnego?

TAK / NIE

- 7 Zakresuj tę część Polski, której mieszkańcy mogą powiedzieć, że w prostej linii mają bliżej do Rzeszowa niż do Szczecina.

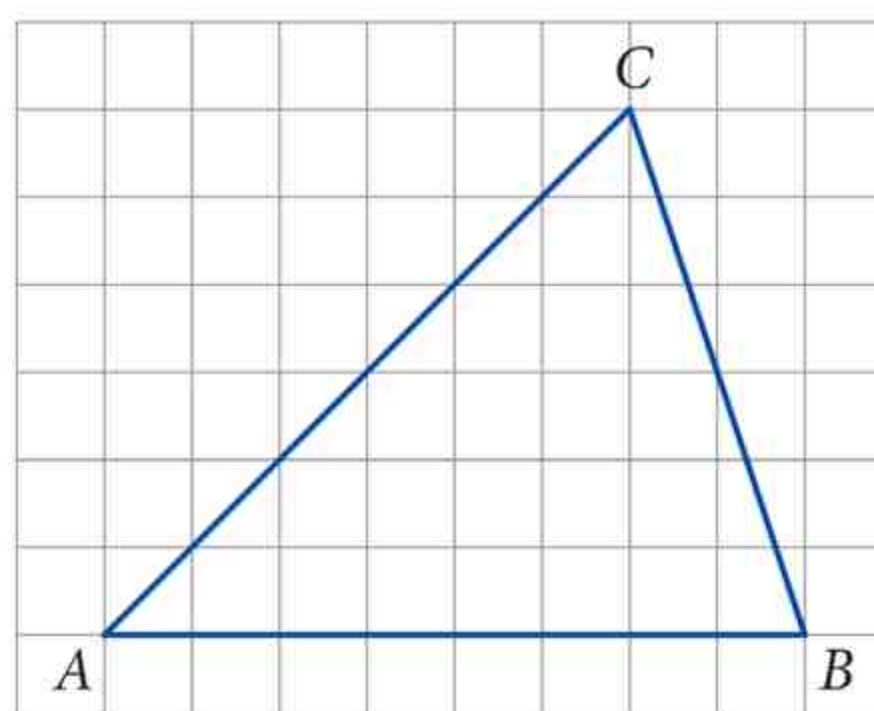


- 8 Wykorzystaj kratki i narysuj symetralne boków AB i AC . Oznacz literą S punkt przecięcia tych symetralnych i połącz go z wierzchołkami trójkąta. Zaznacz takim samym kolorem odcinki równe. Następnie odpowiedz na pytanie.

Czy symetralna boku BC przechodzi przez punkt S ? TAK / NIE

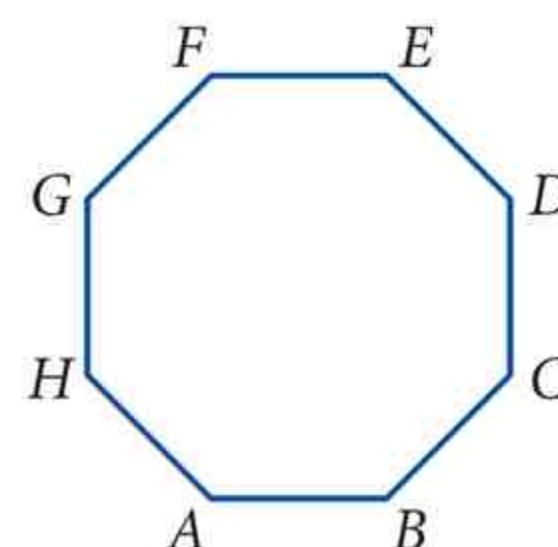
Narysuj okrąg o środku w punkcie S i promieniu AS .

Które z zaznaczonych punktów leżą na tym okręgu?



- 9 Na rysunku przedstawiono ośmiokąt foremny. Narysuj wszystkie odcinki, o końcach w zaznaczonych punktach, których symetralną jest prosta CG .

Wypisz kąty, których dwusieczną jest półprosta GC .



Brudnopis



- 1 W samorządzie szkolnym jest 5 uczniów: 3 uczniów z klasy 8a (Ola, Maciek i Kinga) oraz 2 uczniów z klasy 8b (Paweł i Jola). Na spotkaniu z dyrektorem będzie dwuosobowa delegacja samorządu – po jednej osobie z każdej klasy. Na ile sposobów można wybrać taką delegację? Rozwiąż zadanie czterema sposobami.

Sposób I

Zapisz każdy możliwy skład delegacji:

Ola i Paweł, Ola i _____, Maciek i _____

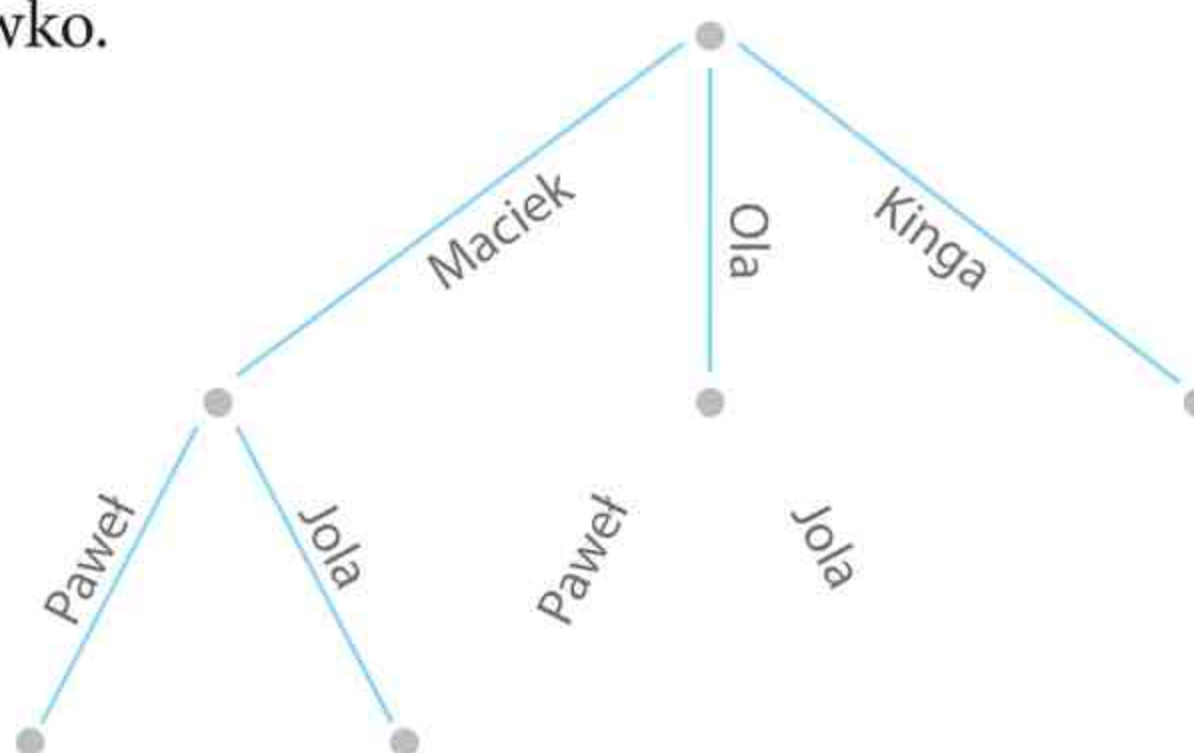
Sposób II

Wypisz wszystkie możliwe delegacje w tabeli.

kl. 8b \ kl. 8a	Ola	_____	_____
_____	Ola i Paweł		
Jola			

Sposób III

Uzupełnij drzewko.



Sposób IV

Oblicz, ile jest wszystkich możliwości wybrania delegacji.

Wybór pierwszej osoby: możliwości wyboru osoby z klasy 8a jest _____

Wybór drugiej osoby: możliwości wyboru osoby z klasy 8b jest _____

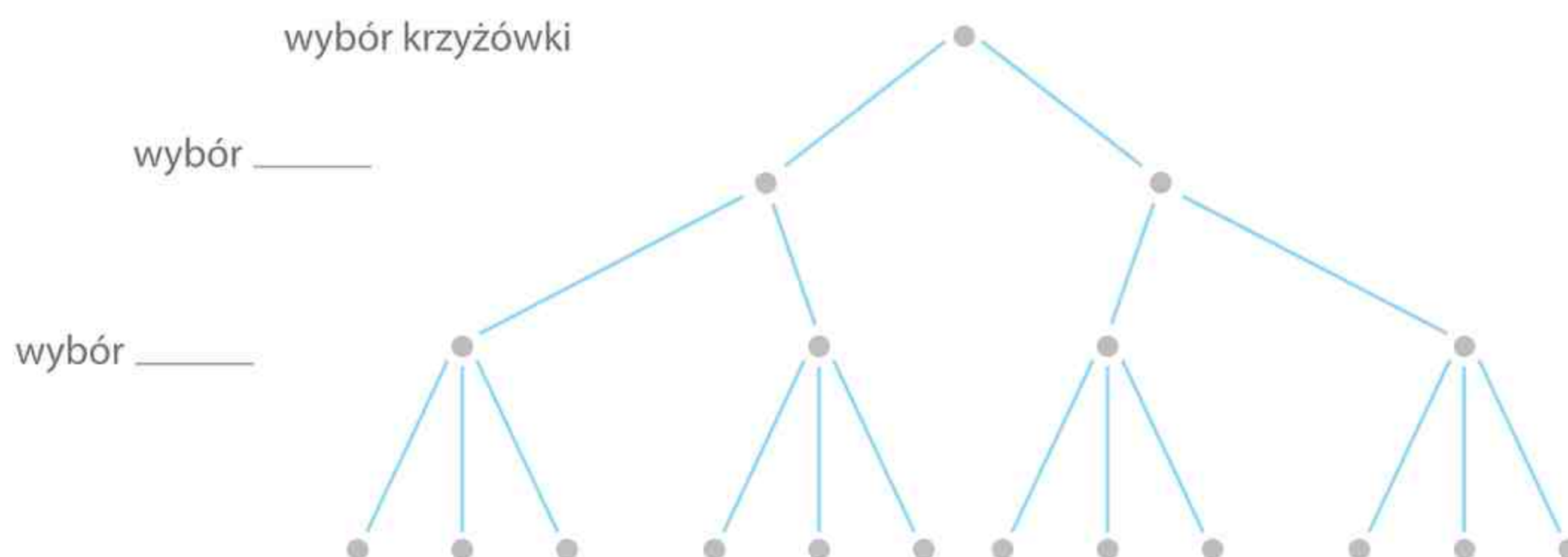
Zapisz i wykonaj działanie pozwalające obliczyć, na ile sposobów można wybrać delegację.

Odp. _____

- 2 Kasia redaguje dział z łamigłówkami w gazetce szkolnej. W każdym numerze na ostatniej stronie zamieszczane są krzyżówka, zagadka i sudoku. W tym tygodniu Kasia wybierze po jednej z dwóch krzyżówek, dwóch zagadek i trzech sudoku. Ile możliwości ma Kasia, aby wypełnić tę stronę w gazetce? Rozwiąż zadanie dwoma sposobami.

Sposób I

Uzupełnij drzewko.



Sposób II

Wybór krzyżówki: ____ możliwości

Wybór zagadki: ____ możliwości

Wybór sudoku: ____ możliwości

Wszystkich możliwości jest _____ = _____.

- 3 Ania używa hasła do skrzynki mailowej, które ma na początku 3 małe litery, a po nich 2 cyfry. Ile może być takich haseł? Zakładamy, że alfabet ma 24 litery. Uzupełnij rozwiązanie zadania. Zapisz odpowiednie działania.

Wybór pierwszej litery: ____ możliwości

Wybór _____: ____ możliwości

Wybór _____: ____ możliwości

_____: ____ możliwości

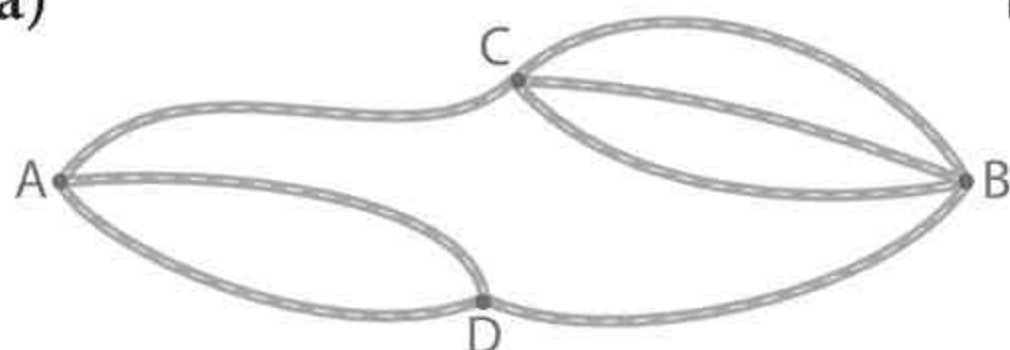
_____: ____ możliwości

Odp. _____

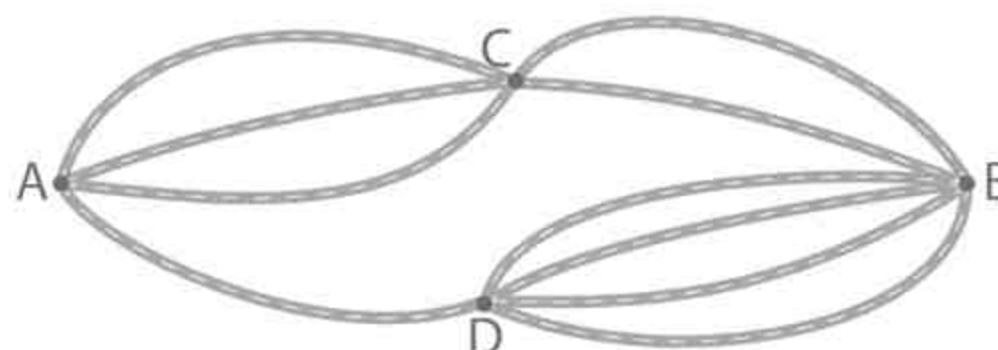


- 1 Ile jest możliwości, aby przejść z punktu A do B? Zaznacz każdą drogę innym kolorem (lub innym rodzajem linii), a pod rysunkiem zapisz odpowiednie działanie.

a)



b)



- 2 Na szkolny festyn Grzesiek upiekł po 12 ciasteczek w 5 kształtach (patrz rysunek).



- a) Przed festynem Grzesiek postanowił dać po jednym ciasteczku mamie i tacie. Zastanawia się, jakie kształty dla nich wybrać. Na ile sposobów może wybrać zestaw ciasteczek dla rodziców?

Działanie: _____

Odp. _____

- b) Chłopiec chce, aby mama i tata otrzymali ciasteczka o różnych kształtach. Na ile sposobów może wybrać zestaw ciasteczek dla rodziców?

Działanie: _____

Odp. _____

- c) Grzesiek chce dać po jednym ciasteczku trzem koleżankom. Na ile sposobów może wybrać dla nich ciasteczka tak, aby każda z dziewczynek otrzymała ciasteczko w innym kształcie?

Działanie: _____

Odp. _____

- d) Na festyn ciasteczka będą zapakowane po dwie sztuki w przezroczyste torebki. Ile różnych zestawów można skomponować?

Działanie: _____

Odp. _____

- 3 Mamy do dyspozycji 4 kartoniki z literami A, B, C, D, z których układamy „słowa” (w naszej zabawie słowa nie muszą nic znaczyć ani zawierać samogłosek).

a) Na ile sposobów możemy wybrać 2 kartoniki i ułożyć z nich dwuliterowe „słowa”? (Uwaga! DA i AD to dwa różne „słowa”).

Wypisz wszystkie możliwości i zapisz odpowiednie działanie.

b) Na ile sposobów możemy wybrać 2 kartoniki?

(Uwaga! DA i AD to ta sama para kartoników).

Wypisz wszystkie możliwe pary i zapisz odpowiednie działanie.

- 4 W szkole Franka szafki na książki otwiera się za pomocą trzycyfrowego kodu. Podaj przykładowy kod. Uzupełnij rozwiązanie i odpowiedz na pytanie, ile jest trzycyfrowych kodów:

a) dowolnych,

Wybór pierwszej cyfry: _____ możliwości

Wybór drugiej cyfry: _____ możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

b) o różnych cyfrach,

Wybór pierwszej cyfry: _____ możliwości

Wybór drugiej cyfry: _____ możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

c) w których pierwsza i ostatnia cyfra są jednakowe.

Wybór pierwszej cyfry: _____ możliwości

Wybór drugiej cyfry: _____ możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

- 5 Jurek zapomniał pięciocyfrowego kodu do drzwi wejściowych do domu. Uzupełnij rozwiązanie i oblicz, ile miałby do sprawdzenia kodów, jeżeli:

a) nie zapamiętał żadnej cyfry,

Wybór pierwszej cyfry: 10 możliwości

Wybór drugiej cyfry: 10 możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wybór czwartej cyfry: _____ możliwości

Wybór piątej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

b) wiedział, że cyfry w kodzie się nie powtarzają,

Wybór pierwszej cyfry: _____ możliwości

Wybór drugiej cyfry: _____ możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wybór czwartej cyfry: _____ możliwości

Wybór piątej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

c) kod jest liczbą palindromiczną (czyli taką, która jest taka sama, gdy czytamy ją od początku i od końca, np. 58385),

Wybór pierwszej cyfry: _____ możliwości

Wybór drugiej cyfry: _____ możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wybór czwartej cyfry: _____ możliwości

Wybór piątej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

d) kod zaczyna się od cyfry 7.

Wybór pierwszej cyfry: _____ możliwości

Wybór drugiej cyfry: _____ możliwości

Wybór trzeciej cyfry: _____ możliwości

Wybór czwartej cyfry: _____ możliwości

Wybór piątej cyfry: _____ możliwości

Wszystkich takich kodów jest: _____ = _____

Przykładowy kod:

- 6 W kawiarni możemy skomponować deser z przedstawionych składników.

lody
waniliowelody
czekoladowelody
owocowe

gruszka



mandarynka



winogrona



banan



sok pomarańczowy



sok porzeczkowy



sok z kiwi



sok jabłkowy



sok wiśniowy

Na ile sposobów można wybrać opisany deser?

Zapisz odpowiednie działanie i je wykonaj. Znajdź wynik w tabeli i wykreśl odpowiadającą mu literę. Pozostałe litery utworzą hasło.

kulka lodów i owoc _____

dwie kulki lodów o różnych smakach _____

kulka lodów lub sok _____

sok i owoc _____

kulka lodów oraz do wyboru owoc lub sok _____

dwie różne kulki lodów, owoc i sok _____

dwa różne owoce lub jeden sok _____

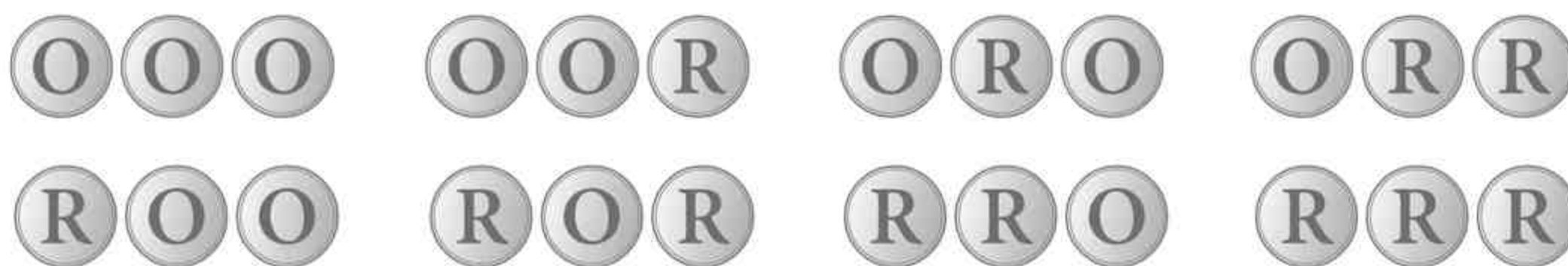
F	O	T	C	E
$3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$	$3 \cdot 2 : 2 = 3$	$\frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 60$	$3 + 5 = 8$	$5 \cdot 2 = 10$
S	Ł	O	T	Y
$4 \cdot (3 + 5) = 32$	$\frac{4 \cdot 3}{2} + 5 = 11$	$5 \cdot 4 = 20$	$4 + 5 = 9$	$3 \cdot 4 = 12$
R	I	W	A	L
$3 \cdot (4 + 5) = 27$	$4 \cdot 3 + 5 = 17$	$5 \cdot 5 = 25$	$4 \cdot 4 = 16$	$3 \cdot 2 = 6$

Hasło: _____





- 1 Rzucamy trzema różnymi monetami. Na rysunku przedstawiono wszystkie możliwe wyniki takiego rzutu. Uzupełnij obliczanie prawdopodobieństw.



- a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymamy same reszki?

Liczba wszystkich możliwych wyników tego rzutu: _____

Liczba wyników, w których są same reszki: _____

Prawdopodobieństwo, że otrzymamy same reszki: $p = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

- b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymamy dokładnie jedną reszkę?

Liczba wszystkich możliwych wyników: _____

Liczba wyników, w których jest dokładnie jedna reszka: _____

Prawdopodobieństwo, że otrzymamy dokładnie jedną reszkę: $p = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

- 2 Rzucamy dwiema czworościennymi kostkami i dodajemy wyrzucone liczby. Zapisz w tabeli wszystkie możliwe sumy. Odpowiedz na pytania.

I kostka II kostka	1	2	3	4
1	2	3		5
2				
3				
4				

- a) Ile jest wszystkich możliwych wyników (sum)? _____

- b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma liczb wynosi 3?

Zaznacz na fioletowo sumy liczb równe 3. Ile jest takich wyników? _____

Szukane prawdopodobieństwo jest równe: $p = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

- c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że suma liczb jest większa niż 5?

Zaznacz na żółto sumy liczb większe niż 5. Ile jest takich wyników? _____

Szukane prawdopodobieństwo jest równe: $p = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

- 3 Rzucamy dwiema czworościennymi kostkami i mnożymy wyrzucone liczby. Zapisz w tabeli wszystkie możliwe iloczyny.

II kostka \ I kostka	1	2	3	4
1				
2	2	4		
3			9	
4				

Oblicz prawdopodobieństwo, że iloczyn liczb, które wypadły:

- a) jest parzysty, _____ c) jest większy niż 3, _____
 b) jest równy 4, _____ d) jest większy niż 20. _____

- 4 Rzucamy 4 razy monetą. Podaj wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia.

OOOO OR _ _ R _ _ _ _ _
 OO _ _ OR _ _ _ _ _ _
 OO _ _ OR _ _ _ _ _ _
 OO _ _ OR _ _ _ _ _ _

Oblicz prawdopodobieństwa podanych zdarzeń. Zapisz odpowiadające im litery i odczytaj hasło.

Zdarzenie	Prawdopodobieństwo	Litera
Otrzymano więcej orłów niż reszek.		
Wpadł co najmniej jeden orzeł.		
Wypadły co najmniej dwa orły.		
Otrzymano same orły lub same reszki.		
Orłów i reszek było tyle samo.		

J	A	K	O	E	S	E	N	C	J	A
$\frac{1}{2}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

Hasło: _____



- 1 Rzucamy kostką dwudziestościenną i kostką czworościenną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na obu kostkach wypadnie ta sama liczba?

Ile jest wszystkich możliwych wyników rzutu dla kostki czworościennej? _____

Ile jest wszystkich możliwych wyników rzutu dla kostki dwudziestościennej?

Ile jest wszystkich możliwych wyników rzutu obiema kostkami? _____

Wypisz wszystkie możliwości, dla których liczba oczek na obu kostkach jest taka sama: 1 i 1,

Ile ich jest? _____

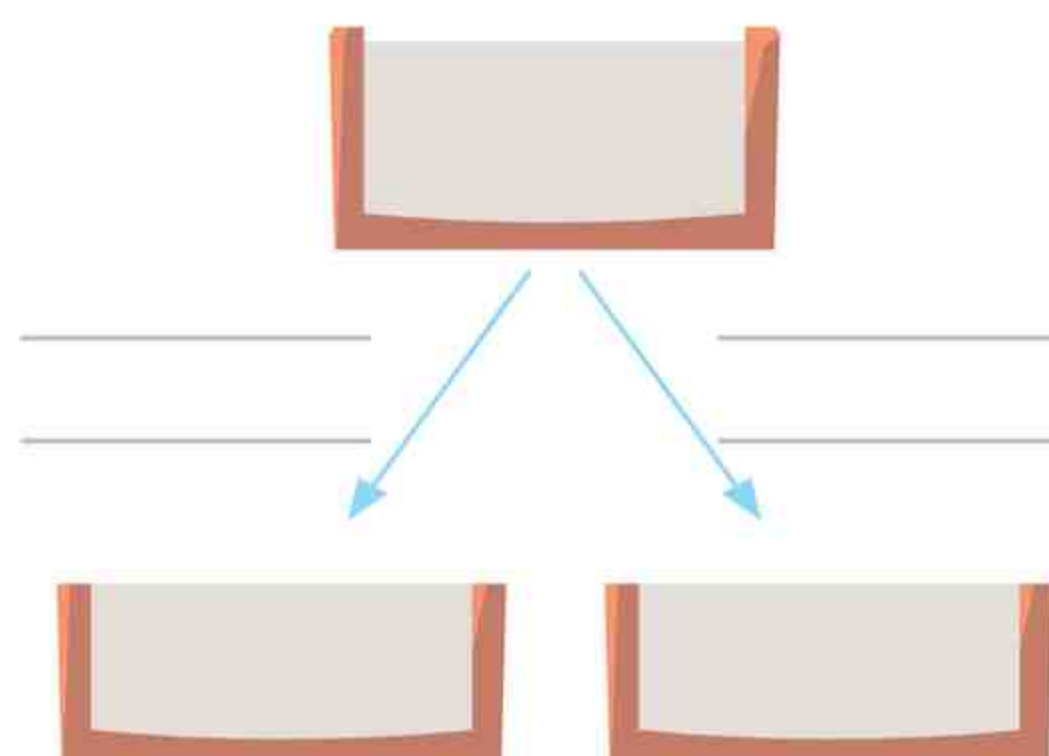
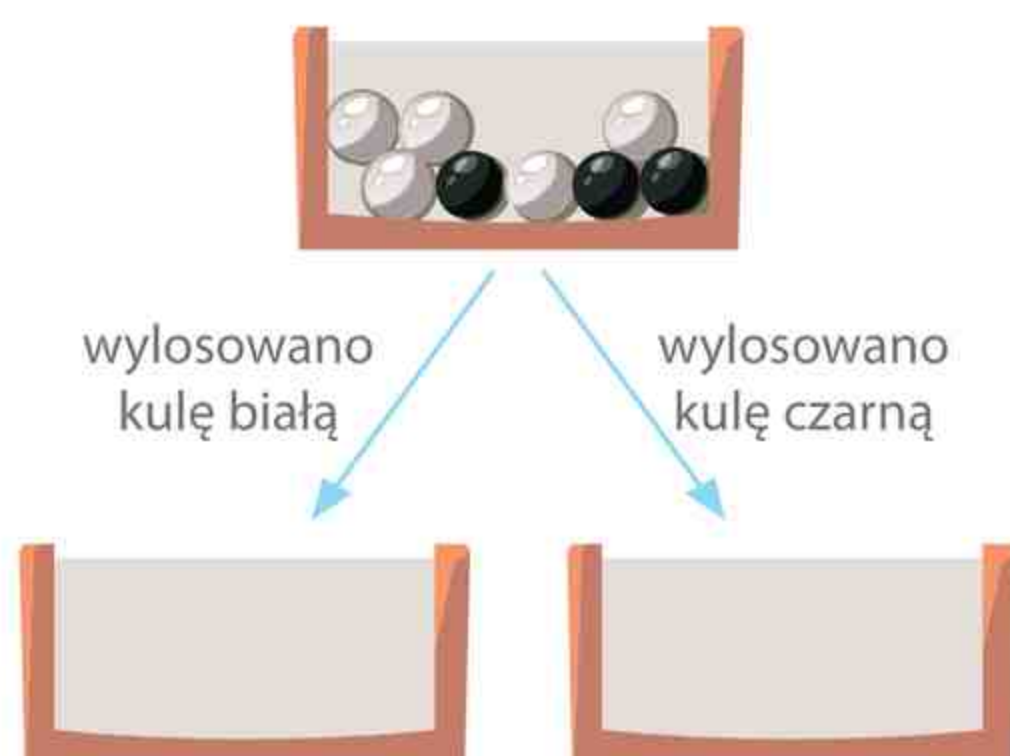
Oblicz szukane prawdopodobieństwo: _____

- 2 W pudełku są 3 kule czarne i 5 białych. Losujemy kolejno dwie kule
a) bez zwracania, b) ze zwracaniem.

Narysuj, jak wygląda zawartość pudełka tuż przed drugim losowaniem.

a) losowanie bez zwracania

b) losowanie ze zwracaniem



- 3 Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymamy dokładnie jednego orła, jeśli rzucimy monetą 2 razy? Jakie jest to prawdopodobieństwo, jeśli rzucimy monetą 3 razy? Uzupełnij tabelę.

	2 rzuty	3 rzuty
Wypisz wszystkie możliwe wyniki.		
Wypisz wyniki, w których orzeł wypadł dokładnie jeden raz.		
Prawdopodobieństwo, że orzeł wypadł dokładnie jeden raz.		

- ## MATOTTO

Każdy z graczy dostaje trzy pionki (albo zastępujące je drobne przedmioty). Gracze na przemian ustawiają pionki na wybranych przez siebie wolnych polach planszy. Pierwszy gracz rzuca dwiema sześciennymi kostkami do gry. Jeśli wyrzuci liczby, które spełniają warunek opisany na wybranym polu, gracz otrzymuje 1 punkt (po 1 punkcie za każdy pionek). Następnie tak samo postępuje drugi gracz.

[illegible]