DLA ABSOLWENTÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

Zrozumieć fizykę

Maturalne karty pracy

z dziennikiem laboratoryjnym

1

dla liceum ogólnokształcącego i technikum

Zakres rozszerzony

nowa era

Joanna Borgensztajn
Piotr Toma

Zrozumieć fizykę

Maturalne karty pracy 1

z dziennikiem laboratoryjnym

dla liceum ogólnokształcącego i technikum

Zakres rozszerzony

nowa era
Twoje mocne strony

Zrozumieć fizykę

Maturalne karty pracy z dziennikiem laboratoryjnym część 1 uzupełniają podręcznik autorstwa **M. Brauna, A. Byczuk, K. Byczuka i E. Wójtowicz** *Zrozumieć fizykę 1* dopuszczony do użytku szkolnego i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania fizyki w szkole ponadpodstawowej (liceum ogólnokształcące i technikum) w zakresie rozszerzonym.

Nabyta przez Ciebie publikacja jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy o przestrzeganie praw, jakie im przysługują. Zawartość publikacji możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie umieszczaj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, to nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Możesz skopiować część publikacji jedynie na własny użytek.

Szanujmy cudzą własność i prawo. Więcej na **www.legalnakultura.pl**

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o. 2019
ISBN 978-83-267-3669-8
Warszawa 2020
Wydanie drugie

Autorzy zadań: Piotr Toma (s. 15 zad. 7, s. 16 zad. 8, s. 16 zad. 9, s. 17 zad. 10, s. 31 zad. 6, s. 32 zad. 7, s. 33 zad. 8, s. 33 zad. 9, s. 70 zad. 12, s. 71 zad. 13, s. 72 zad. 14, s. 73 zad. 15, s. 92 zad. 12, s. 92 zad. 13, s. 92 zad. 14, s. 93 zad. 15, zadania doświadczalne z dziennika laboratoryjnego oraz zestaw zadań maturalnych), pozostałe zadania – Joanna Borgensztajn

Opracowanie redakcyjne i redakcja merytoryczna: Dorota Okulewicz
Współpraca redakcyjna: Dorota Brzozowiec-Dek, Barbara Godzina, dr Agnieszka Grzelińska, Michał Matraszek
Redakcja językowa i korekta: Dorota Rzeszewska
Nadzór artystyczny: Kaia Pichler
Opieka graficzna: Ewa Kaletyn
Projekt graficzny: Klaudia Jarocka, Ewa Kaletyn
Projekt okładki: Maciej Galiński
Opracowanie graficzne: Klaudia Jarocka, ULTRA
Ilustracje: Andrzej Dukata (s. 6, s. 7, s. 8, s. 13, s. 14, s. 15, s. 16, s. 17, s. 22, s. 24, s. 27, s. 28, s. 30, s. 33, s. 34, s. 36, s. 37, s. 38, s. 39, s. 40, s. 44, s. 48, s. 52, s. 56, s. 57, s. 59, s. 60, s. 68, s. 69, s. 71, s. 73, s. 74, s. 76, s. 77, s. 79, s. 80, s. 81, s. 84, s. 89, s. 90, s. 91, s. 92, s. 93, s. 94, s. 97, s. 98, s. 99, s. 102, s. 103, s. 105, s. 106, s. 107, s. 116, s. 120, s. 122, s. 124, s. 125); pozostałe rysunki: Krzysztof Mrawiński, Joanna Ptak, Ewa Sowulewska
Realizacja projektu graficznego: Adam Poczciwek

Zdjęcie na okładce: Getty Images: Moment/Andrew Airey
Zdjęcia: Miłosz Budzyński

Wydawnictwo dołożyło wszelkich starań, aby odnaleźć posiadaczy praw autorskich do wszystkich utworów zamieszczonych w podręczniku. Pozostałe osoby prosimy o kontakt z Wydawnictwem.

Nowa Era Sp. z o.o.
Aleje Jerozolimskie 146D, 02-305 Warszawa
www.nowaera.pl, e-mail: nowaera@nowaera.pl
Centrum Kontaktu: 801 88 10 10, 58 721 48 00

Druk i oprawa: Drukarnia Orthdruk

Spis treści

Zobacz doświadczenia korzystając z kodów zamieszczonych w publikacji

1. Jak rozumieć polecenia 4

2. Ruch prostoliniowy 6
Dziennik laboratoryjny: Ruch prostoliniowy 18

3. Ruch krzywoliniowy 22
Dziennik laboratoryjny: Ruch krzywoliniowy 34

4. Ruch i siły 38
Dziennik laboratoryjny: Ruch i siły 52

5. Energia i pęd 58
Dziennik laboratoryjny: Energia i pęd 74

6. Bryła sztywna 78
Dziennik laboratoryjny: Bryła sztywna 94

Zestaw zadań maturalnych 98

To było na maturze! 108

Odpowiedzi do wybranych zadań obliczeniowych 112

Odpowiedzi do zadań z arkusza maturalnego z propozycją punktowania 114

Karta wybranych wzorów i stałych fizycznych 127

Podstawa programowa do zakresu rozszerzonego

Podstawa programowa
docwiczenia.pl
Kod: Z1TLFX

1. Jak rozumieć polecenia

Zaznacz

Zrozumienie poleceń zawartych **w zadaniach zamkniętych** (czyli takich, w których odpowiedź należy wybrać spośród podanych propozycji) nie powinno ci sprawić problemu. Zastosowane w nich czasowniki operacyjne jednoznacznie określają, co należy zrobić. Najczęściej używane czasowniki w zadaniach zamkniętych to: **zaznacz**, **podkreśl**, **wybierz**.

Przykład

CKE 2018 zadanie 5.1

Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1.–3.

Oceń, dokończ

Niekiedy z czasownikami operacyjnymi typowymi dla zadań otwartych spotkasz się w zadaniach zamkniętych (np. typu prawda/fałsz), jednak ich konstrukcja jest na tyle czytelna, że wykonanie poleceń nie powinno ci przysporzyć kłopotów. Mimo to w poleceniu często pojawia się dodatkowy, uściślający czasownik operacyjny, np. **zaznacz**.

Przykład

CKE 2016 zadanie 5.1

Oceń prawdziwość poniższych zdań, korzystając z podanych informacji. **Zaznacz** P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Oblicz, wyznacz

Jeżeli w treści polecenia użyto czasowników operacyjnych **oblicz** lub **wyznacz**, to na podstawie informacji podanych w treści zadania obliczasz ze wzorów szukaną wielkość fizyczną. Informacje w zadaniu mogą być podane także w postaci wykresu czy tabeli. Przy obliczeniach możesz posługiwać się kalkulatorem.

Przykład

CKE 2018 zadanie 2.1

Oblicz całkowitą drogę przebytą przez pierwszy samochód oraz maksymalną wartość prędkości drugiego samochodu.

Oszacuj

Czasownik operacyjny **oszacuj** wskazuje, że masz określić szukaną wielkość w przybliżeniu. Możesz dysponować niepełnymi danymi lub nie uwzględniać pewnych czynników towarzyszących danej sytuacji (np. oporów ruchów, czasu reakcji), a to powoduje konieczność zastosowania uproszczonego modelu.

Przykład

CKE 2016 zadanie 15.1

Oszacuj wartość prędkości, jaką należy nadać obiektowi znajdującemu się w odległości jednej jednostki astronomicznej (1 j.a. ≈ 150 mln km) od Słońca, aby mógł on trwale opuścić Układ Słoneczny.

Narysuj, dorysuj, skonstruuj

W zadaniach, w których pojawiają się wymienione polecenia, trzeba uzupełnić rysunek lub sporządzić nowy, odpowiadający opisowi podanemu w poleceniu. Może to być wykres, obwód elektryczny, zilustrowanie sytuacji z zadania pod względem fizycznym, rysowanie wektorów.

Przykład

1. CKE 2018 zadanie 10.2a)
2. CKE 2016 zadanie 10.1

1. **Narysuj** wykres zależności $U(R)$. W tym celu zaznacz punkty pomiarowe oraz niepewność U, a następnie wykreśl krzywą.
2. Stosując metodę dodawania wektorów, **skonstruuj** na rysunku powyżej wektor natężenia pola $\vec{E}$ w punkcie A leżącym na symetralnej dipola w odległości $0{,}5d$ od jego osi.

Udowodnij, wykaż, wyprowadź

Jeśli w poleceniu użyto któregoś z wymienionych wyżej czasowników operacyjnych, to oznacza, że za pomocą odpowiednich wzorów fizycznych i ich przekształceń należy dojść do wzoru, o którym mowa w treści zadania. Czasami konieczne jest opisanie własnymi słowami toku rozumowania.

1. **Udowodnij**, że w układzie odniesienia, w którym jądro radu spoczywało, stosunek energii kinetycznej uzyskanej przez jądro helu ^{4}He do energii kinetycznej uzyskanej przez jądro radonu jest równy około 55.
2. **Wyprowadź** wzór wyrażający zależność x od d, M i m.

Przykład

1. CKE 2017 zadanie 16.2
2. CKE 2015 zadanie 5.2

Wyjaśnij

W odpowiedzi na polecenie **wyjaśnij** należy – w kilku zdaniach odnoszących się do treści zadania – przedstawić zależności przyczynowo-skutkowe. Istotne jest poprawne wskazanie przyczyny i skutku danego zjawiska oraz drogi, jaka prowadzi od przyczyny do skutku.

Wyjaśnij, dlaczego pomiar temperatury otoczenia przestanie być poprawny, gdy natężenie prądu znacznie wzrośnie (np. w wyniku zastosowania wyższego napięcia zasilania).

Przykład

CKE 2016 zadanie 14.3

Uzupełnij, wpisz

Jeżeli w treści zadania występują wymienione wyżej czasowniki, należy przeanalizować treść polecenia i wstawić poprawne uzupełnienia. Może chodzić o dokończenie tabeli czy uzupełnienie zdania, czasami trzeba dokończyć częściowo sporządzony rysunek czy schemat.

Wpisz do odpowiednich komórek poniższej tabeli obok każdej z nazw energii literę a, b lub c odpowiadającą wykresowi zależności tej energii od wychylenia x.

Przykład

CKE 2015 zadanie 4.1

Uzasadnij

Czasownik operacyjny **uzasadnij** najczęściej występuje z innymi czasownikami operacyjnymi, takimi jak: **napisz**, **oceń**, **ustal**. Należy wymienić poprawne merytorycznie argumenty przemawiające za wskazanym wyborem.

1. Oceń, czy przedstawione poniżej wyprowadzenie wzoru na prędkość końcową kuli jest poprawne. Pod proponowanym wyprowadzeniem tego wzoru określ właściwą odpowiedź i podaj jej **uzasadnienie**.
2. Napisz, jakimi własnościami optycznymi powinna się charakteryzować ta ciecz, aby opisany bieg promieni był możliwy. **Uzasadnij** swoją odpowiedź.

Przykład

1. CKE 2017 zadanie 5.1
2. CKE 2016 zadanie 11.2

Zapisz, wymień

Odpowiedzi do zadań z wymienionymi wyżej czasownikami operacyjnymi mają być krótkie i zawierać tylko odpowiedź na pytanie. Nie opisuj, nie uzasadniaj, nie wyjaśniaj. Podaj tyle, ile wymaga polecenie.

1. **Zapisz** równanie reakcji rozpadu jądra radonu z uwzględnieniem liczb masowych i atomowych.
2. **Wymień** trzy różne zjawiska powodujące stygnięcie otwartego naczynia z gorącą wodą.

Przykład

1. CKE 2016 zadanie 2.1
2. CKE 2015 zadanie 7.

2. Ruch prostoliniowy

Przykład 1 Analiza ruchu kajaka

Kajak płynął ruchem prostoliniowym z prędkością 6 $\frac{km}{h}$. W pewnej chwili kajakarze napotkali silny prąd, który spowodował, że w ciągu 3 min kajak zwolnił jednostajnie do 2 $\frac{km}{h}$.

1.1. (0–2) Sporządź wykres zależności prędkości kajaka od czasu, w trakcie którego jego prędkość malała. Prędkość kajaka wyraź w metrach na sekundę, a czas – w sekundach.

Pamiętaj, że odcinek jednostkowy na osi możemy przyjąć dowolnie.

Wyjaśnij, dlaczego dwa punkty pomiarowe wystarczą, aby uzyskać wartość prędkości w dowolnej chwili?

1.2. (0–1) Oblicz wartość przyspieszenia kajaka i podaj ją w metrach na sekundę do kwadratu. **Ustal**, czy zwrot wektora przyspieszenia był zgodny ze zwrotem wektora prędkości kajaka czy przeciwny.

1.3. (0–1) Oblicz drogę przebytą przez kajak w trakcie zwalniania. Wynik podaj w metrach.

Rozwiązanie:

1.1. Do narysowania wykresu $v(t)$ wystarczą dwa punkty, ponieważ w przypadku opisywanego ruchu wartość prędkości zmniejsza się liniowo z czasem (ruch jest jednostajnie zmienny). Z wykresu będziemy mogli odczytać prędkość w dowolnej chwili.
Z treści zadania wiemy, że w chwili $t_p = 0$ s kajak miał prędkość 6 $\frac{km}{h}$, a po $t_k = 3$ min zwolnił do 2 $\frac{km}{h}$. Mamy więc dwa punkty potrzebne do narysowania wykresu. Zanim jednak go sporządzimy, przeliczymy jednostki, ponieważ w treści zadania polecono wyrazić prędkość w metrach na sekundę, a czas w sekundach.

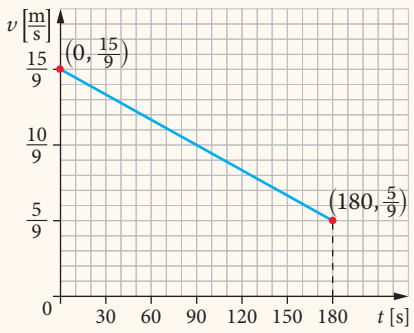
$$v_p = 6\,\frac{km}{h} = 6\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{15}{9}\,\frac{m}{s}$$

$$v_k = 2\,\frac{km}{h} = 2\,\frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{5}{9}\,\frac{m}{s}$$

$$t_k = 3\text{ min} = 180\text{ s}$$

Wartości prędkości zostawiamy w formie ułamków o wspólnym mianowniku – ułatwi to sporządzenie wykresu.

W układzie współrzędnych rysujemy wykres zależności prędkości kajaka od czasu. Jako główną podziałkę na osi pionowej (osi prędkości) przyjmujemy $\frac{5}{9}\,\frac{m}{s}$.



Punktacja:
1 pkt za poprawne przeliczenie jednostek,
1 pkt za poprawne sporządzenie wykresu (prawidłowe wyskalowanie i opisanie osi, naniesienie punktów pomiarowych, narysowanie wykresu)

1.2. W rozwiązaniu zadania 1.1 przeliczyliśmy jednostki danych w zadaniu, wypiszmy je.

Dane:

$v_p = 6\,\frac{km}{h} = \frac{15}{9}\,\frac{m}{s}$

$v_k = 2\,\frac{km}{h} = \frac{5}{9}\,\frac{m}{s}$

$t_k = 3\text{ min} = 180\text{ s}$

Szukane:

$a = ?$

W ruchu jednostajnie zmiennym przyspieszenie a definiujemy jako $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_k - v_p}{\Delta t}$, gdzie $\Delta v = v_k - v_p$ to zmiana prędkości, a $\Delta t = t_k - t_p$ to czas, w którym ta zmiana nastąpiła.

Podstawiamy dane liczbowe i otrzymujemy:

$$a = \frac{\frac{5}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{15}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}}}{180\ \text{s} - 0\ \text{s}} \approx -0{,}0062\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ujemny wynik oznacza, że zwrot wektora przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu wektora prędkości kajaka (ruch jednostajnie opóźniony).

Skorzystaj z podręcznika
s. 68
„Zwrot przyspieszenia”

Odpowiedź: Wartość przyspieszenia kajaka wynosiła około $0{,}0062\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a zwrot wektora przyspieszenia był przeciwny do zwrotu wektora prędkości kajaka.

Punktacja: 1 pkt za poprawne obliczenia i ich interpretację

1.3. Skorzystamy z danych wypisanych w zadaniu 1.2, tylko teraz obliczymy drogę s pokonaną przez kajak.

Sposób 1 Kajak porusza się ruchem jednostajnie zmiennym, czyli drogę przez niego przebytą obliczymy ze wzoru $s = v_p t_k + \frac{1}{2} a t_k^2$. Przyspieszenie obliczyliśmy w zadaniu 1.2 i otrzymaliśmy wartość $a = -0{,}0062\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

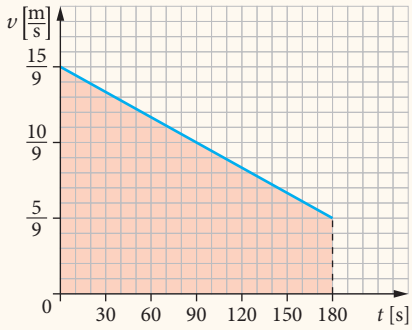
Po podstawieniu danych do wzoru otrzymujemy:

$$s = \frac{15}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 180\ \text{s} - \frac{1}{2} \cdot 0{,}0062\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (180\ \text{s})^2 \approx 200\ \text{m}$$

Sposób 2 Drogę przebytą przez ciało możemy też obliczyć jako pole pod wykresem prędkości od czasu. W zadaniu 1.1 wykonaliśmy już ten wykres. Teraz zaznaczamy na nim odpowiednie pole. Figura pod wykresem jest trapezem o podstawach $\frac{15}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ i $\frac{5}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ oraz wysokości 180 s. Podstawiamy te wartości do wzoru na pole trapezu:

$$P = \frac{1}{2}\left(\frac{15}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{5}{9}\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot 180\ \text{s} = 200\ \text{m}$$

Otrzymaliśmy ten sam wynik co w sposobie 1.



Pole pod wykresem $v(t)$ jest równe przebytej drodze.

Pole trapezu o podstawach a, b i wysokości h obliczamy ze wzoru $P = \frac{(a+b)\cdot h}{2}$.

Odpowiedź: W czasie zwalniania kajak przepłynął 200 m.

Uwaga. Zauważmy, że w sposobie 1. otrzymaliśmy taką samą wartość jak w sposobie 2. jedynie w przybliżeniu. Stało się tak dlatego, że podstawiliśmy do wzoru przybliżoną wartość przyspieszenia. Gdybyśmy zamiast wartości przyspieszenia a podstawili wzór na przyspieszenie, to wzór końcowy na drogę w sposobie 1. były taki sam jak w sposobie 2., więc otrzymalibyśmy dokładnie takie same wartości oboma sposobami.

Punktacja: 1 pkt za poprawne obliczenie drogi

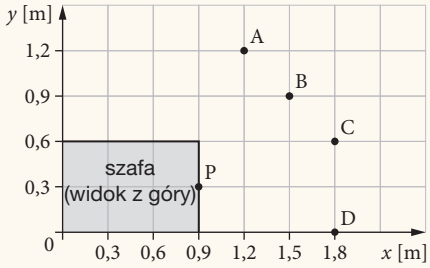
Warto zapamiętać:

- Drogę w ruchu jednostajnie zmiennym obliczamy ze wzoru $s = v_p t + \frac{1}{2} a t^2$, gdzie $a = \frac{v_k - v_p}{t}$, inna wygodna postać wzoru to $s = \frac{v_p + v_k}{2} \cdot t$.
- Zwroty wektora przyspieszenia i prędkości są zgodne, gdy ciało przyspiesza, a przeciwne, gdy zwalnia.

Przykład 2 Opis ruchu piłeczki

Niewielka piłeczka wprawiona w ruch spadła z górnej krawędzi szafy (punkt P) na podłogę. W układzie odniesienia związanym z szafą piłeczka podczas spadania przesunęła się o 0,9 m wzdłuż osi x, o 0,3 m wzdłuż osi y oraz o 1,8 m wzdłuż osi z. Tylko wzdłuż osi z piłeczka poruszała się z niezerowym przyspieszeniem. Przyspieszenie to było stałe i miało wartość 10 $\frac{m}{s^2}$. Opór powietrza pomijamy.

2.1. **(0–1)** Na poniższym rysunku **otocz** kółkiem wszystkie punkty, w których zgodnie z danymi z treści zadania piłeczka mogła spaść na podłogę.



Przeanalizuj ruch piłeczki jako złożenie ruchów prostoliniowych wzdłuż każdej z osi układu odniesienia.

2.2. **(0–1)** **Oceń** względem każdej z osi układu współrzędnych, jakim ruchem poruszała się piłeczka: ruchem jednostajnym czy ruchem jednostajnie zmiennym. **Wstaw** znak X w odpowiednie pola tabeli.

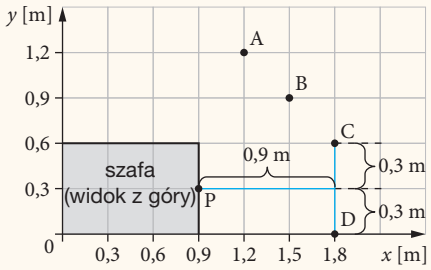
	Ruch jednostajny	Ruch jednostajnie zmienny
Wzdłuż osi x		
Wzdłuż osi y		
Wzdłuż osi z		

2.3. **(0–1)** **Oblicz** czas trwania ruchu piłeczki, jeśli wiadomo, że składowa jej prędkości początkowej skierowana wzdłuż osi z wynosiła zero. **Wybierz** przedział, w którym mieści się uzyskany wynik. **Uzasadnij** odpowiedź.

A. (0–0,1) s **B.** (0,1–0,5) s **C.** (0,5–1,0) s **D.** (1,0–2,0) s

Rozwiązanie:

2.1. Zgodnie z danymi z zadania podczas spadania piłeczka pokonała drogę równą 0,9 m wzdłuż osi x oraz drogę równą 0,3 m wzdłuż osi y. Warunek ten spełniają punkty C i D zaznaczone na rysunku.



Zauważ, że w zadaniu mamy do czynienia z rzutem poziomym: wysokość jest opisywana wzdłuż jednej osi, a miejsce upadku jest na płaszczyźnie.

Ponieważ w treści zadania nie ma dodatkowych informacji, czy piłeczka poruszała się w kierunku rosnących czy malejących wartości osi y, zaznaczamy oba te punkty jako możliwe miejsca upadku piłeczki.

Odpowiedź: C, D

Punktacja: 1 pkt za zaznaczenie punktów C i D

2.2. Piłeczka poruszała się z przyspieszeniem jedynie w kierunku pionowym (osi z). Przyspieszenie to miało stałą wartość, więc wzdłuż osi z mieliśmy do czynienia z ruchem jednostajnie zmiennym. Wzdłuż pozostałych osi przyspieszenia były równe zero, zatem odbywał się ruch jednostajny.

	Ruch jednostajny	Ruch jednostajnie zmienny
Wzdłuż osi x	X	
Wzdłuż osi y	X	
Wzdłuż osi z		X

Punktacja: 1 pkt za prawidłowe wypełnienie tabelki

2.3. Zauważamy, że wzdłuż osi z mamy do czynienia z ruchem jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej. Z danych w treści zadania odczytujemy, że piłeczka wzdłuż tej osi pokonała drogę $s_z = 1{,}8$ m z przyspieszeniem $a_z = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Wiemy, że drogę w tym ruchu obliczamy ze wzoru: $s_z = \frac{1}{2} a_z t^2$, gdzie t to szukany przez nas czas ruchu piłeczki. Przekształcamy więc wzór do postaci:

$$s_z = \frac{1}{2} a_z t^2 \quad | \cdot \frac{2}{a_z}$$

$$\frac{2 s_z}{a_z} = t^2$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$t = \sqrt{\frac{2 s_z}{a_z}}$$

Podstawiamy wartości liczbowe i otrzymujemy:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8\ \text{m}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{0{,}36\ \text{s}^2} = 0{,}6\ \text{s}$$

Po porównaniu z zakresami podanymi w treści zadania widzimy, że wynik mieści się w przedziale (0,5–1,0) s.

Odpowiedź: C

Punktacja: 1 pkt za prawidłowe zaznaczenie zakresu

Warto zapamiętać:

- Dla ruchu jednostajnie przyspieszonego oraz ruchu jednostajnie opóźnionego stosuje się wspólną nazwę – ruch jednostajnie zmienny.
- W ruchu jednostajnie zmiennym bez prędkości początkowej wzór na drogę przyjmuje prostą postać: $s = \frac{1}{2} a t^2$.
- W wyniku złożenia dwóch ruchów prostoliniowych: ruchu jednostajnego i ruchu jednostajnie przyspieszonego w dół, ciało porusza się po zakrzywionym torze.

Zadanie 1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jeżeli ciało porusza się po linii prostej, to wartość jego prędkości jest stała w czasie.	P	F
2.	Określenie „względność położenia" oznacza, że współrzędne ciała w różnych układach odniesienia zawsze są takie same.	P	F
3.	Wektor położenia ciała zawsze ma swój początek w miejscu początkowego położenia ciała.	P	F
4.	W ruchu jednostajnym prostoliniowym wykresem zależności położenia od czasu jest linia prosta.	P	F
5.	Jeżeli ciało porusza się ruchem prostoliniowym, a zwrot jego przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu jego prędkości, to ciało zwalnia.	P	F

Zadanie 2. (0–3)

W ramach dni otwartych na uniwersytecie udostępniono uczniom zestaw laboratoryjny do badania ruchu prostoliniowego. Składał się on z 10-metrowej szyny (z podziałką co jeden metr) oraz poruszającego się po niej wózka, sterowanego komputerowo. Uczniów podzielono na trzyosobowe zespoły. Każdy zespół otrzymał stoper, zegarek i przybory do pisania. Pracownik uniwersytetu uruchamiający wózek nie informował uczniów, jakim ruchem się on porusza. Każdy zespół miał przeprowadzić takie pomiary, aby jednoznacznie stwierdzić, czy wózek porusza się ruchem jednostajnym czy jednostajnie przyspieszonym/opóźnionym. Jeżeli ruch wózka był jednostajny, uczniowie mieli dodatkowo policzyć jego prędkość, a jeżeli był jednostajnie zmienny – jego przyspieszenie.

Zadanie 2.1 (0–1)

Jakie pomiary uczniowie muszą przeprowadzić, aby odróżnić ruch jednostajny wózka od ruchu jednostajnie zmiennego?

Zadanie 2.2 (0–1)

Rozdziel zadania pomiędzy trzech uczniów w zespole tak, aby w czasie doświadczenia każdy z nich był odpowiedzialny za pewną część pracy i by przebiegała ona sprawnie.

Pamiętaj, że oprócz określenia, jakim ruchem porusza się wózek, uczniowie mają jeszcze wykonać obliczenia.

Zadanie 2.3 (0–1)

Jak na podstawie zebranych danych uczniowie obliczą prędkość w ruchu jednostajnym i przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym? Odpowiedź zwięźle uzasadnij.

Zadanie 3. (0–3)

Na ściance długiej szklanej rury ustawionej pionowo i wypełnionej olejem zaznaczono w równych odległościach 5 poziomych kresek. Unoszący się pęcherzyk powietrza docierał do kolejnych kresek w chwilach podanych w tabeli.

Kreska	1	2	3	4	5
Czas [s]	5,2	9,8	14,7	19,0	24,5

Zadanie 3.1 (0–1)

Na podstawie danych z tabeli oraz informacji, że pęcherzyk powietrza porusza się w oleju z prędkością równą 0,23 $\frac{m}{s}$, oblicz odległość między kreskami.

Zadanie 3.2 (0–2)

Jaka jest bezwzględna i względna niepewność pomiarowa wyznaczonej odległości między kreskami, jeśli niepewność pomiaru czasu $\Delta t = 0{,}7$ s? Niepewność bezwzględną wyznacz ze wzoru $\Delta d = 2v\Delta t$.

Zadanie 4. (0–4)

Tratwa płynęła z prądem rzeki ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością 4,5 $\frac{km}{h}$. W pewnej chwili osoba sterująca tratwą zaczęła wiosłować i w ciągu 2 min jednostajnie zwiększyła jej prędkość do 9 $\frac{km}{h}$.

Patrz przykład 1.

Skorzystaj z podręcznika s. 29 „Zależność liniowa”

Zadanie 4.1 (0–2)

Sporządź wykres zależności prędkości tratwy od czasu w ciągu tych 2 minut, podczas których jej prędkość wzrastała. Prędkość tratwy wyraź w metrach na sekundę, a czas – w sekundach. **Wyjaśnij, dlaczego dwa punkty pomiarowe wystarczą, aby uzyskać wartość prędkości w dowolnej chwili?**

Zauważ, że prędkość początkowa jest różna od zera, a współczynnikiem kierunkowym prostej na wykresie jest przyspieszenie.

Zadanie 4.2 (0–1)

Oblicz wartość przyspieszenia tratwy i wyraź ją w metrach na sekundę do kwadratu. Ustal, czy zwrot wektora przyspieszenia był zgodny z wektorem prędkości tratwy czy przeciwny do tego wektora.

Tratwa w ciągu 2 minut porusza się z przyspieszeniem o stałej wartości a = const.

Zadanie 4.3 (0–1)

Oblicz drogę przebytą przez tratwę w trakcie przyspieszania. Wynik podaj w metrach.

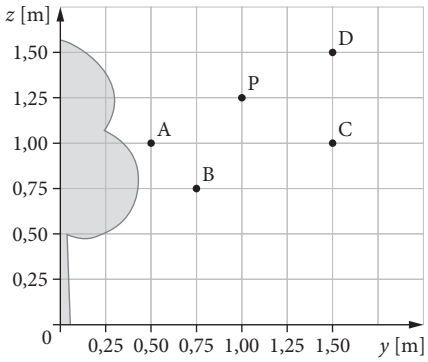
Zadanie 5. (0–5)

Niewielki dron przez pewien czas poruszał się chaotycznie w powietrzu. Następnie w układzie odniesienia związanym z powierzchnią Ziemi przesunął się o 11,25 m wzdłuż osi x, o 0,5 m wzdłuż osi y oraz o 0,25 m wzdłuż osi z. W trakcie wykonywania tego manewru miał niezerowe przyspieszenie skierowane tylko wzdłuż osi x. Przyspieszenie miało stałą wartość 2,5 $\frac{m}{s^2}$.

Patrz przykład 2.

Zadanie 5.1 (0–3)

W chwili, w której dron przestał poruszać się chaotycznie, znajdował się w punkcie P. **Na poniższym rysunku otocz kółkiem wszystkie te punkty, w których zgodnie z danymi z treści zadania, dron mógł znaleźć się w chwili zakończenia opisanego manewru.**



Rysunek jest rzutem trójwymiarowej przestrzeni na płaszczyznę yz. Aby wskazać punkty, w których potencjalnie mógł znaleźć się dron, należy rozważyć wyłącznie jego przemieszczenie wzdłuż osi y oraz wzdłuż osi z.

Zadanie 5.2 (0–1)

Oceń względem poszczególnych osi układu współrzędnych, jakim ruchem poruszał się dron: ruchem jednostajnym czy ruchem jednostajnie zmiennym. Wstaw znak X w odpowiednie pola tabeli.

	Ruch jednostajny	Ruch jednostajnie zmienny
Wzdłuż osi x		
Wzdłuż osi y		
Wzdłuż osi z		

Zadanie 5.3 (0–1)

Oblicz czas trwania opisanego manewru drona, jeśli wiadomo, że w chwili początkowej składowa prędkości skierowana wzdłuż osi x wynosiła zero. Zaznacz przedział, w którym mieści się uzyskany wynik.

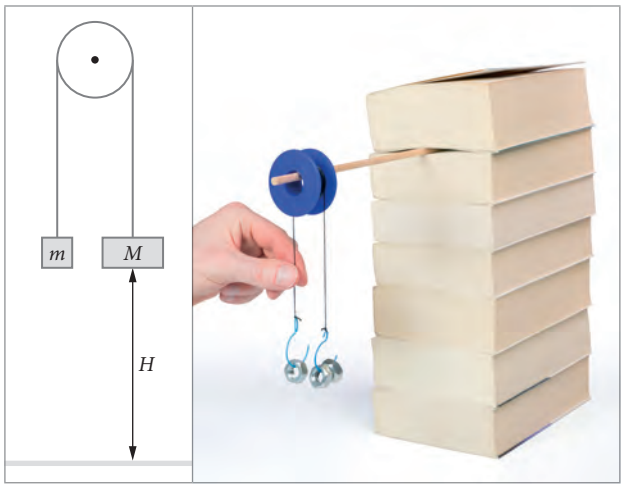
Skorzystaj ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej.

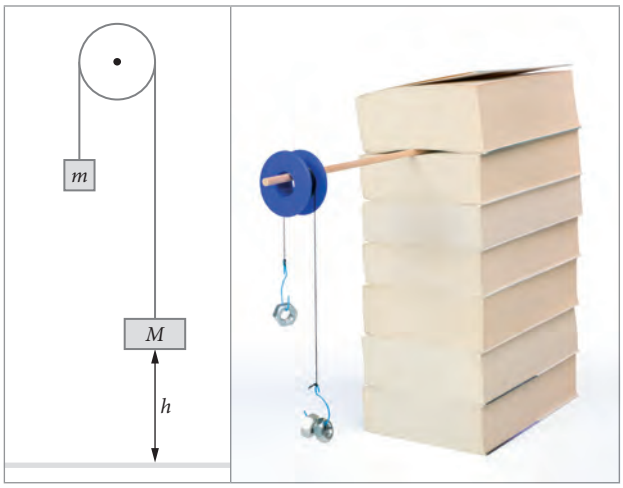
A. (0–2) s **B.** (2–5) s **C.** (5–9) s **D.** (9–14) s

Zadanie 6. (0–3)

Marek przeczytał opis doświadczenia „Do dwóch końców długiej i nierozciągliwej nici przymocowano ciężarki o masach równych odpowiednio m i M ($m < M$). Nić zawieszono na nieruchomym bloczku, a ciężarki przytrzymano ręką tak, aby znajdowały się na wysokości H nad ziemią. Gdy puszczono ciężarki swobodnie, cięższy z nich po pewnym czasie znalazł się na wysokości h, takiej że $h < H$".

Chłopak postanowił wykonać to doświadczenie. Jako ciężarków użył nakrętek. Na jednym końcu nitki zawiesił jedną nakrętkę, a na drugim dwie. Nitkę przewiesił przez rolkę po plastrze i całość nałożył na patyczek, który zamocował stabilnie między książkami (patrz zdjęcia). Następnie przytrzymał nakrętki na tym samym poziomie, po czym puścił i obserwował ich ruch.





Zadanie 6.1 (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Skorzystaj z podręcznika s. 46 „Przemieszczenie ciała"

1.	Ciężarki poruszały się z prędkościami o różnych wartościach, przy czym różnica wartości tych prędkości była proporcjonalna do różnicy mas ciężarków.	P	F
2.	Oba ciężarki przebyły tę samą drogę $s = H - h$.	P	F
3.	Oba ciężarki zmieniły położenie o wektory przemieszczenia o tych samych współrzędnych.	P	F

Zadanie 6.2 (0–1)

Zaobserwowano, że ciężarek o masie M poruszał się ruchem jednostajnie przyspieszonym. Jakim ruchem poruszał się wobec tego ciężarek o masie m? **Uzupełnij zdanie. Wybierz odpowiedź 1 lub 2 i jej uzupełnienie A lub B.**

Ciężarek o masie m poruszał się ruchem jednostajnie	1.	opóźnionym	z przyspieszeniem zwróconym pionowo	A.	w dół.
	2.	przyspieszonym		B.	do góry.

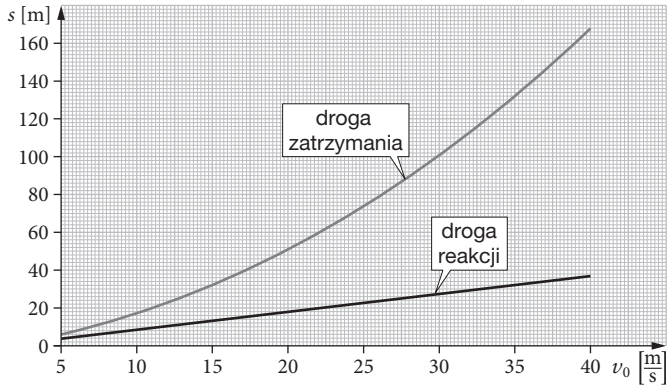
Zadanie 6.3 (0–1)

Oprócz pomiarów wysokości H i h oraz mas M i m nie wykonano żadnych innych pomiarów. W jaki sposób możemy zatem obliczyć prędkość ciężarka o masie M w chwili, w której dociera on na wysokość h? **Zaznacz prawidłową odpowiedź, otaczając kółkiem wybraną literę.**

A. Możemy wyznaczyć tę prędkość ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnym.
B. Możemy wyznaczyć tę prędkość z zasady zachowania energii mechanicznej.
C. Możemy wyznaczyć tę prędkość ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie zmiennym.
D. W ogóle nie jesteśmy w stanie wyznaczyć tej prędkości na podstawie wykonanych pomiarów.

Zadanie 7. (0–9)

Droga zatrzymania pojazdu składa się z drogi przebytej przez pojazd w czasie, który upływa od dostrzeżenia przeszkody do zadziałania hamulca (droga reakcji), i drogi przebytej przez pojazd z działającymi hamulcami (droga hamowania). Na wykresie przedstawiono zależności drogi reakcji pewnego kierowcy i drogi zatrzymania pewnego pojazdu od wartości prędkości początkowej.



Zastanów się, dlaczego wykres drogi reakcji jest linią prostą, a drogi zatrzymania jest linią krzywą.

Zadanie 7.1 (0–3)

Wyprowadź wzór na drogę zatrzymania w zależności od czasu reakcji t_r, prędkości początkowej v_0 i przyspieszenia hamującego samochodu a. Załóż, że samochód aż do zatrzymania się hamuje ruchem jednostajnie opóźnionym.

Zadanie 7.2 (0–3)

Oszacuj na podstawie wykresu czas reakcji kierowcy i wartość przyspieszenia samochodu.

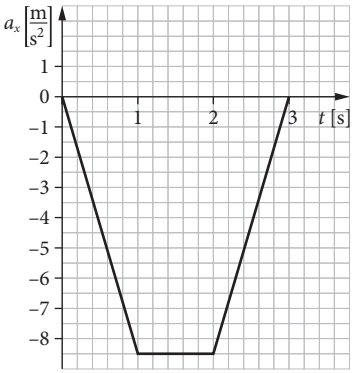
Zadanie 7.3 (0–3)

Pomiary drogi zatrzymania dla innego kierowcy i innego modelu samochodu dały następujące wyniki: $s_1 = 50$ m dla $v_1 = 72\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ i $s_2 = 150$ m dla $v_2 = 144\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$. **Oblicz czas reakcji.**

Z obu równań na drogę wyznacz przyspieszenie i przyrównaj je.

Zadanie 8. (0–2)

Na wykresie przedstawiono współrzędną a_x przyspieszenia samochodu podczas gwałtownego hamowania, po którym samochód się zatrzymał. Pole figury zawartej pomiędzy wykresem i osią czasu jest liczbowo równe wartości zmiany prędkości samochodu. **Oblicz wartość prędkości początkowej i średnią wartość przyspieszenia samochodu.**



Zastanów się, na którym odcinku wykresu ruch jest jednostajnie opóźniony.

Skorzystaj z podręcznika s. 86–87
„Sposób na zadanie”

Zadanie 9. (0–4)

Piłka tenisowa po odbiciu od podłogi wzniosła się pionowo do góry na maksymalną wysokość $H = 90$ cm. Pomijamy opory ruchu i straty energii podczas odbicia.

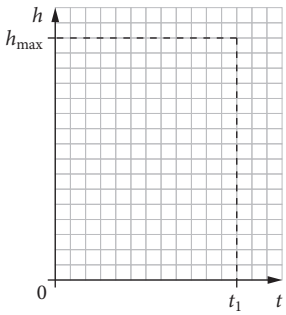
Zadanie 9.1 (0–3)

Wykonaj niezbędne obliczenia i uzupełnij puste miejsca w tabeli. Wyniki podaj z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

h [m]	t [s]	$v\ [\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	$a\ [\frac{\text{m}}{\text{s}^2}]$
0	0		
	0,2		
0,9			

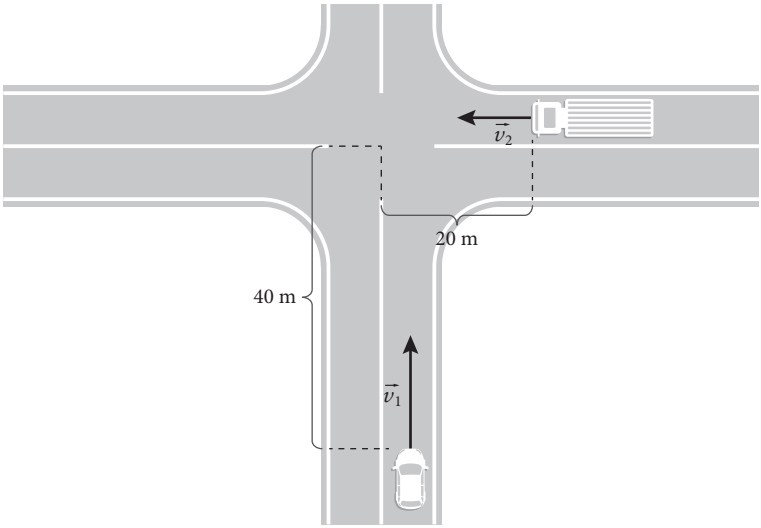
Zadanie 9.2 (0–1)

Naszkicuj wykres zależności wysokości piłki nad podłogą od czasu $h(t)$ w przedziale czasu od chwili odbicia do chwili t_1 osiągnięcia maksymalnej wysokości $h_{max} = H$.



Zadanie 10. (0–5)

Do skrzyżowania zbliżają się samochody: osobowy i ciężarowy, jadące z prędkościami odpowiednio $v_1 = 90\ \frac{km}{h}$ i $v_2 = 60\ \frac{km}{h}$. Kierowcy nie zachowują ostrożności i samochody nie zmieniają prędkości.



Zwróć uwagę, że przy ustalaniu, czy samochody się zderzą, długość samochodów jest istotna.

Samochody poruszają się względem siebie pod kątem prostym, prędkość względna nie jest więc sumą lub różnicą ich wartości.

Zadanie 10.1 (0–2)

Oblicz wartość prędkości samochodu osobowego względem ciężarowego.

Zadanie 10.2 (0–3)

Wykonaj konieczne obliczenia i ustal, czy dojdzie do zderzenia samochodów.

Dziennik laboratoryjny Ruch prostoliniowy

Cel: wyznaczenie przyspieszenia ciała i zbadanie, czy podczas ruchu przyspieszenie jest stałe.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z1DH1L

Potrzebne będą: wózek (samochód-zabawka), linijka, smartfon z aplikacją – miernikiem natężenia światła (aplikacja musi rysować wykres zależności natężenia oświetlenia od czasu, np. Physics Toolbox Sensor Suite), latarka, stół, kartonik wielkości pocztówki, kilka książek.

Przebieg doświadczenia:

1. Zamontuj kartonik pionowo na wózku równolegle do jego boków. Zmierz i zapisz długość kartonika l = _____. Zbuduj równię pochyłą np. pochyl nieznacznie stół, podkładając książki pod jego nogi z jednej strony.

2. Naprzeciw telefonu z włączoną aplikacją (miernikiem światła) ustaw na stole świecącą latarkę tak, aby wózek puszczony po pochyłym blacie przejechał pomiędzy latarką a telefonem i zasłonił kartonikiem strumień światła latarki.

Warto wykorzystać taką aplikację do pomiaru natężenia światła, która umożliwia powiększenie uzyskanego wykresu, co pozwoli na dokładniejszy odczyt wyniku.

3. Połóż na stole linijkę, którą zmierzysz odległość (oznaczymy ją s) początkowego ustawienia wózka od punktu zero. Punkt zero to miejsce, w którym kartonik zaczyna zasłaniać światło.

4. Ustaw wózek w wybranej odległości s od punktu zero, włącz miernik światła, puść wózek i zarejestruj zmiany oświetlenia.

5. Naszkicuj wykres zależności natężenia oświetlenia od czasu z uwzględnieniem wartości liczbowych odczytanych z ekranu aplikacji. Odczytaj z wykresu czas (oznaczamy go Δt), jaki upłynął od chwili, gdy wózek minął punkt zero, a chwilą, gdy natężenie światła zaczęło wzrastać. Wynik zapisz w tabelce (patrz pkt 7.).

6. Oszacuj niepewność wyznaczenia czasu i porównaj ją z niepewnością pomiaru wykonywanego przez człowieka za pomocą stopera.

7. Wykonaj cztery pomiary czasu Δt dla czterech różnych początkowych odległości s wózka od punktu zero. Wyniki pomiarów zapisz w tabeli.

Lp.	s [m]	Δt [s]	$a \left[\frac{m}{s^2}\right]$
1.			
2.			
3.			
4.			

8. Przyjmijmy następujące oznaczenia. Kartonik zaczyna zasłaniać światło latarki po czasie t_1, czyli po przebyciu przez wózek drogi s. Do przebycia drogi $s + l$ potrzebuje czasu t_2. Oznacza to, że odległość l (długość kartonika) została pokonana w czasie $\Delta t = t_2 - t_1$.

Skorzystaj ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie zmiennym bez prędkości początkowej i wyprowadź wzór, z którego obliczysz przyspieszenie wózka. Załóż, że dane są wielkości, które zmierzyłeś w doświadczeniu: s, l, Δt.

9. Oblicz przyspieszenie wózka podczas każdego pomiaru. Wyniki obliczeń wpisz do tabeli z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

10. Sformułuj wniosek z doświadczenia. Czy podczas ruchu przyspieszenie było stałe? Przyjmij $\Delta a = 0{,}02\ \frac{m}{s^2}$.

Dziennik laboratoryjny Zadania doświadczalne

Zadanie 1.

Uczniowie sfilmowali ruch samochodzika-zabawki po poziomej podłodze. Samochód wprawili w ruch przez popchnięcie ręką. Następnie analizowali film klatka po klatce i ustalali czas i położenie przodu samochodzika w czasie jednej sekundy ruchu. Ze względu na dokładność odczytu nie mogli tego zrobić dla całego czasu trwania ruchu. Wyniki pomiarów zapisali w tabeli 1. Wielkość Δs jest drogą przebytą przez samochodzik w czasie Δt.

Tabela 1.

t [s]	Δt [s]	x [cm]	Δs [cm]	$v_{śr} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left[\frac{cm}{s}\right]$	t' [s]
1,0		18,0			
1,2	0,2	20,8			1,1
1,4	0,2	23,2			
1,6	0,2	25,0			
1,8	0,2	26,6			
2,0	0,2	27,8			

A. Wpisz do tabeli 1. wartości Δs i $v_{śr}$ obliczone dla każdego z przedziałów czasu Δt.

B. Jeżeli założymy, że ruch samochodzika jest jednostajnie zmienny, to prędkość średnia jest równa prędkości chwilowej w połowie przedziału czasu, dla którego ją obliczono. **Wyznacz** czas t' w połowie przedziałów czasu i **uzupełnij** tabelę 1.

Skorzystaj z podręcznika s. 51 „Prędkość chwilowa”

C. Narysuj wykres zależności $v(t)$, zaznaczając wartości $v_{śr}$ dla odpowiednich t'.

D. Dopasuj do punktów pomiarowych prostą oraz **odczytaj** prędkość początkową i czas ruchu samochodzika do zatrzymania. Następnie **oblicz** przyspieszenie samochodzika.

Zadanie 2.

Uczniowie postanowili sprawdzić, czy jeden z nich będzie potrafił jechać na rowerze ze stałą prędkością przez dłuższy czas. W tym celu na ścieżce rowerowej o długości kilkudziesięciu metrów zbudowali trzy stanowiska pomiarowe. Na każdym stanowisku wyznaczyli białą taśmą odcinki drogi i ustawili cztery osoby, które mierzyły czas przejazdu danego odcinka. Niepewność wyznaczenia drogi oszacowano na Δs = 0,1 m. Długości odcinków wcześniej nie uzgodniono i okazało się, że były one równe 4 m, 6 m, 2 m. Rowerzysta starał się jechać „na wyczucie" ze stałą prędkością. Wyniki pomiarów dla jednego przejazdu zapisano w tabeli 2.

Tabela 2.

s_1	t_1 [s]	s_2	t_2 [s]	s_3	t_3 [s]
4 m	1,31	6 m	2,11	2 m	0,42
	1,22		1,92		0,78
	1,37		1,98		0,61
	1,43		2,05		0,45

Aby zmierzyć czas przejazdu roweru, mierzy się czas, w którym określony punkt roweru pokonał dany odcinek.

A. Oblicz średnie wartości zmierzonych czasów $t_{śr}$ i **oszacuj** niepewność wyniku Δt. Wyniki **zapisz** w tabeli 3.

B. Oblicz wartości średniej prędkości na każdym odcinku i **oszacuj** niepewność wyniku ze wzoru $\Delta v_{śr} = v_{śr}\left(\frac{\Delta s}{s} + \frac{\Delta t}{t_{śr}}\right)$. Wyniki **zapisz** w tabeli 3.

Tabela 3.

Lp.	s [m]	$t_{śr}$ [s]	Δt [s]	$v_{śr}\left[\frac{m}{s}\right]$	$\Delta v_{śr}\left[\frac{m}{s}\right]$
1.	4 m				
2.	6 m				
3.	2 m				

C. Zastanów się, na którym z odcinków pomiarowych prędkość średnia powinna być najbardziej zbliżona do prędkości chwilowej. Odpowiedź **uzasadnij**.

D. Sformułuj wniosek z przeprowadzonych pomiarów. **Podkreśl** odpowiednie wyrażenia.

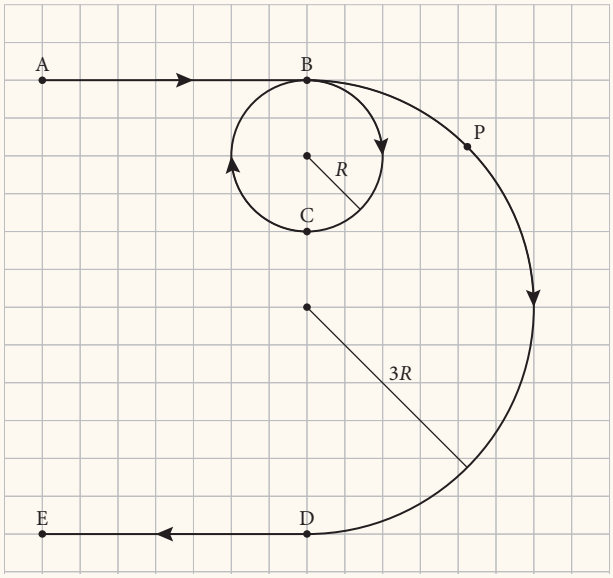
Prędkość rowerzysty wyznaczono na trzech odcinkach. Przeprowadzone pomiary pozwalają stwierdzić, że ruch rowerzysty *był jednostajny / nie był jednostajny*, ponieważ uzyskane wyniki *były różne / były różne, ale różnice były mniejsze od niepewności pomiarowych*.

3. Ruch krzywoliniowy

Przykład 1 Kolejka na baterie

Zabawkowa kolejka na baterie przejechała fragment toru. Podczas jazdy mijała kolejno punkty A, B, C, P, B, D, E zgodnie z kierunkiem strzałek na poniższym rysunku. Wartość prędkości kolejki była podczas ruchu stała i wynosiła $v = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1.1. (0–1) Uzupełnij rysunek, zaznaczając w punkcie P wektor prędkości kolejki oraz wektor jej przyspieszenia dośrodkowego. Długości wektorów nie mają znaczenia.



Ruch po okręgu to przykład ruchu krzywoliniowego. W tym ruchu wektor prędkości ciągle zmienia swój kierunek.

Zastanów się, z czego wynika nazwa przyspieszenie dośrodkowe.

1.2. (0–1) Wyprowadź zależność między przyspieszeniem dośrodkowym kolejki na łuku BC a przyspieszeniem dośrodkowym na łuku BD.

1.3. (0–2) Oblicz drogę, jaką pokonała kolejka podczas jazdy po krzywoliniowych fragmentach toru, oraz czas ich przebycia, jeśli wiemy, że $R = 0{,}18$ m.

Przypomnij sobie wzór na przyspieszenie dośrodkowe.

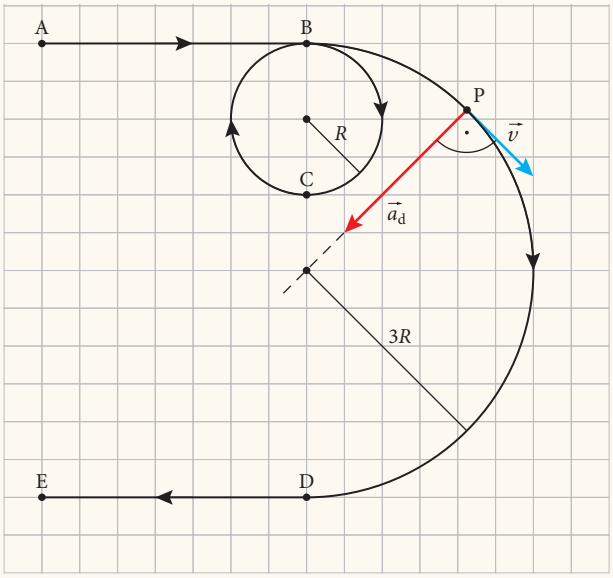
Rozwiązanie:

1.1. Aby poprawnie uzupełnić rysunek, musimy pamiętać, że wektor prędkości $\vec{v}$ (niebieska strzałka) w ruchu po okręgu jest w każdym punkcie styczny do toru, a jego zwrot jest zgodny z kierunkiem ruchu ciała.

Z kolei wektor przyspieszenia dośrodkowego $\vec{a}_\text{d}$ (czerwona strzałka) jest skierowany wzdłuż promienia okręgu i zwrócony do jego środka.

Oba wektory są do siebie prostopadłe.

Punktacja: 1 pkt za prawidłowe zaznaczenie obu wektorów



1.2. W ruchu jednostajnym po okręgu wzór na przyspieszenie dośrodkowe ma postać:

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

gdzie: v to wartość prędkości, a r promień okręgu, po którym porusza się ciało.

W naszym zadaniu kolejka porusza się ze stałą wartością prędkości v, natomiast promień łuku BC wynosi R, a łuku BD – $3R$ (odczytujemy z rysunku). Możemy więc teraz napisać wzór na przyspieszenie dośrodkowe na każdym z łuków:

- łuk BC: $a_{BC} = \frac{v^2}{R}$
- łuk BD: $a_{BD} = \frac{v^2}{3R}$

Sposób 1 Dzielimy wyrażenia na przyspieszenia dośrodkowe i otrzymujemy:

$$\frac{a_{BC}}{a_{BD}} = \frac{v^2}{R} \cdot \frac{3R}{v^2} = 3$$

Z otrzymanego wyrażenia wynika, że $a_{BC} = 3a_{BD}$.

Sposób 2 Zamiast dzielić wyrażenia przez siebie możemy z każdego z nich wyznaczyć v^2:

- dla łuku BC: $v^2 = Ra_{BC}$
- dla łuku BD: $v^2 = 3Ra_{BD}$

a następnie porównać: $Ra_{BC} = 3Ra_{BD}$, z czego wynika, że $a_{BC} = 3a_{BD}$.

Odpowiedź: Zależność między przyspieszeniami dośrodkowymi ma postać: $a_{BC} = 3a_{BD}$.

Punktacja: 1 pkt za poprawne wyznaczenie szukanej zależności

1.3. **Dane:**

$R = 0{,}18$ m

$v = 0{,}5\ \frac{m}{s}$

Szukane:

$s = ?$

$t = ?$

Zauważ, że kolejka poruszała się ruchem jednostajnym po okręgu, możesz więc skorzystać ze wzoru $v = \frac{s}{t}$.

Kolejka podczas jazdy po torach krzywoliniowych (patrz rysunek do zadania) pokonała tor o długości pełnego okręgu o promieniu R oraz tor o długości połowy okręgu o promieniu $3R$. Przebyta droga wynosi zatem:

$$s = 2\pi R + \tfrac{1}{2}2\pi \cdot 3R = 5\pi R$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy

$$s = 5 \cdot \pi \cdot 0{,}18\ \text{m} \approx 2{,}83\ \text{m}$$

Z treści zadania wynika, że kolejka poruszała się z prędkością o stałej wartości, zatem (podobnie jak w ruchu jednostajnym prostoliniowym) możemy wyznaczyć czas trwania ruchu z zależności $s = vt$. Po przekształceniu i podstawieniu danych otrzymujemy:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2{,}83\ \text{m}}{0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 5{,}66\ \text{s}$$

Odpowiedź: Po torze krzywoliniowym kolejka pokonała około 2,83 m w czasie około 5,66 s.

Punktacja:

1 pkt za prawidłowe obliczenie długości krzywoliniowego toru przebytego przez kolejkę,

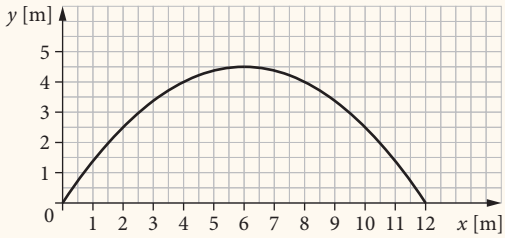
1 pkt za prawidłowe wyznaczenie czasu pokonania toru krzywoliniowego przez kolejkę

Warto zapamiętać:

- W ruchu jednostajnym po okręgu wartość prędkości v jest stała, jednak prędkość jako wektor $\vec{v}$ wciąż zmienia kierunek.
- W każdym ruchu krzywoliniowym prędkość $\vec{v}$ jest styczna do toru, a przyspieszenie dośrodkowe jest skierowane wzdłuż promienia do środka okręgu.

Przykład 2 Analiza ruchu ciała rzuconego ukośnie

Na poniższym rysunku przedstawiono tor ruchu pewnego ciała w płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni Ziemi. Wzdłuż osi x ciało poruszało się ruchem jednostajnym.



Zauważ, że opisywany ruch można rozłożyć na dwa niezależne ruchy: poziomy i pionowy.

2.1. **(0–1)** Na podstawie rysunku **oceń** poprawność zamieszczonych niżej zdań. **Wybierz** P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	W ruchu krzywoliniowym droga przebyta przez ciało jest równa długości wektora przemieszczenia ciała.	**P**	**F**
2.	Przedstawiony ruch krzywoliniowy jest złożeniem dwóch ruchów jednostajnych.	**P**	**F**
3.	Czas wznoszenia się ciała na maksymalną wysokość był równy czasowi jego spadania.	**P**	**F**

2.2. **(0–1)** Spośród podanych niżej punktów **zaznacz** ten, w którym składowa pionowa wektora prędkości wynosi zero.

A. punkt o współrzędnych (0; 0)

B. punkt o współrzędnych (4; 4)

C. punkt o współrzędnych (6; 4,5)

D. punkt o współrzędnych (10; 2,5)

Wektor prędkości w ruchu krzywoliniowym jest styczny do toru, po którym odbywa się ruch ciała.

Skorzystaj z podręcznika s. 104
„Rozkład prędkości v_0”

2.3. **(0–2)** **Przeanalizuj** tor ruchu ciała i wskaż równanie, za pomocą którego został on opisany w układzie xy. Wielkości v_{x0} i v_{y0} to składowe prędkości początkowej v_0, a wielkość a_y to stałe przyspieszenie w kierunku pionowym.

Skorzystaj z podręcznika s. 75
„Zależność położenia od czasu”

A. $y = \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x$

B. $y = \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x + \frac{1}{2}\frac{a_y}{v_{x0}^2}x^2$

C. $y = \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x - \frac{1}{2}\frac{a_y}{v_{x0}^2}x^2$

D. $y = \frac{1}{2}\frac{a_y}{v_{x0}^2}x^2$

Jeżeli masz wątpliwości, spróbuj narysować parabolę, która ma ogólną postać $y = -ax^2 + bx$ dla dowolnych wartości a i b, ale $a \neq 0$.

Rozwiązanie:

2.1. Zaznaczamy: **1. F, 2. F, 3. P.** Poniżej podajemy uzasadnienia tych wyborów.

1. Z analizy wykresu wnioskujemy, że długość wektora przemieszczenia ciała od punktu (0, 0) do punktu (12, 0) jest mniejsza niż droga przebyta przez ciało, mierzona wzdłuż jego toru. W przypadku ruchu krzywoliniowego nie możemy zatem utożsamiać przebytej drogi z długością wektora przemieszczenia, jak w przypadku ruchu prostoliniowego. Zdanie jest fałszywe.

2. W treści zadania podano informację, że ciało poruszało się ruchem jednostajnym wzdłuż osi x. W takim razie wzdłuż osi x odcinki o tej samej długości były pokonywane w tym samym

czasie. Jednak kolejnym odcinkom o długości np. 1 m pokonywanym wzdłuż osi x odpowiadają odcinki o zmiennej długości pokonywane wzdłuż osi y. Przy dokładniejszej analizie wykresu można zauważyć, że ciało zwalniało do osiągnięcia wysokości maksymalnej, a następnie przyspieszało. Wzdłuż osi y ruch nie odbywał się zatem z prędkością o stałej wartości. Zdanie jest fałszywe.

3. Ciało podczas wznoszenia się na maksymalną wysokość przebywa dokładnie taką samą odległość wzdłuż osi x jak podczas opadania. Skoro prędkość ciała wzdłuż tej osi jest stała, to ze wzoru $t = \frac{s}{v}$ wynika, że obie te drogi zostały pokonane w tym samym czasie. Zdanie jest prawdziwe.

Punktacja: 1 pkt za udzielenie wszystkich prawidłowych odpowiedzi

2.2. Wiemy, że w ruchu krzywoliniowym wektor prędkości jest styczny do toru ruchu. Wiemy też, że wektory możemy rozkładać na składowe wzdłuż kierunków, które nas interesują.

W zadaniu interesuje nas punkt, w którym składowa pionowa prędkości ciała wynosi zero. Jest tak wtedy, gdy wektor prędkości jest równoległy do osi x. Z wykresu wynika, że jest tak tylko w punkcie o współrzędnych (6; 4,5). W pozostałych punktach z tej listy wektor prędkości oprócz składowej poziomej ma również niezerową składową pionową.

Odpowiedź: C

Punktacja: 1 pkt za wskazanie punktu, w którym składowa pionowa wektora prędkości wynosi zero

2.3. Z analizy ruchu ciała względem osi x wynika, że jest to ruch jednostajny, zatem współrzędna x ciała wzdłuż tej osi jest dana wzorem:

$$x = v_{x0}t \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{x}{v_{x0}}$$

Wzdłuż osi y ciało porusza się ze stałym przyspieszeniem. Współrzędną y wzdłuż tej osi wyrażamy więc jako:

$$y = v_{y0}t - \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

Znak minus we wzorze wynika z faktu, że zwrot przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu osi y. Podstawiamy do tego wzoru wyznaczony wcześniej czas i dostajemy wyrażenie na tor ruchu:

$$y = v_{y0}\frac{x}{v_{x0}} - \frac{1}{2}a_y\left(\frac{x}{v_{x0}}\right)^2 = \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x - \frac{1}{2}a_y\frac{x^2}{v_{x0}^2} = \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x - \frac{1}{2}\frac{a_y}{v_{x0}^2}x^2$$

Odpowiedź: C

Punktacja:

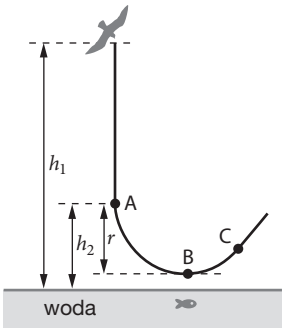
1 pkt za wskazanie prawidłowego równania, 1 pkt za poprawną analizę ruchu wzdłuż osi x i y

Warto zapamiętać:

- Ruch ciała rzuconego pod pewnym kątem do poziomu można opisywać jako dwa niezależne ruchy: ruch jednostajnie zmienny w pionie i ruch jednostajny w poziomie.
- Jeżeli opór ruchu jest znikomy, to tor ruchu ciała wyrzuconego pod pewnym kątem do poziomu ma kształt paraboli.

Zadanie 1. (0–5)

Mewa unosiła się na wysokości h_1 = 12,5 m nad lustrem wody (patrz rysunek), gdy spostrzegła rybę. Aby ją upolować, zanurkowała pionowo w dół, spadając swobodnie. Na wysokości h_2 = 2,5 m nad wodą zorientowała się, że ryba odpłynęła. Wówczas mewa, aby nie wpaść do wody, zmieniła tor lotu i bez zmiany wartości prędkości zakreśliła $\frac{3}{8}$ okręgu o promieniu r = 2 m, po czym odleciała.



Zadanie 1.1 (0–2)

Oblicz, ile czasu zajęło mewie zakreślenie $\frac{3}{8}$ okręgu (czyli pokonanie trasy od punktu A do punktu C). Przyjmij $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Prędkość mewy w punkcie A możesz obliczyć ze wzorów na spadek swobodny.

Zadanie 1.2 (0–1)

Jakie jest przyspieszenie dośrodkowe mewy w punktach A, B, C? Określ jego wartość i zwrot.

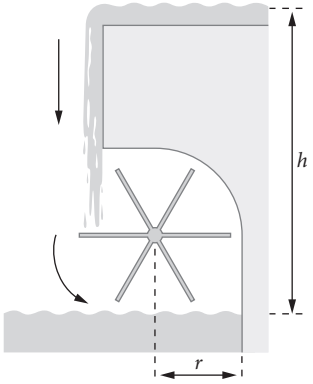
Zadanie 1.3 (0–2)

Sporządź wykres zależności wartości przyspieszenia mewy od czasu, jeśli wiadomo, że od punktu C ptak poruszał się ruchem jednostajnym prostoliniowym. Zaznacz i podpisz na wykresie poszczególne etapy lotu mewy.

Aby narysować wykres, musisz obliczyć czas spadku swobodnego.

Zadanie 2. (0–2)

Pewna górska rzeka na pionowym uskoku tworzy naturalny wodospad. W celu zapewnienia energii elektrycznej mieszkańcom okolicznych miejscowości wybudowano elektrownię wodną z turbiną o promieniu $r = 5$ m, napędzaną siłą spadku wody. Wysokość wodospadu h, mierzona od poziomu rzeki ponad wodospadem do lustra wody w zbiorniku poniżej, wynosi 20 m. Przyjmij $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Zadanie 2.1 (0–1)

Oblicz maksymalną prędkość, z jaką obraca się koniec łopatki turbiny.

Zadanie 2.2 (0–1)

Czy częstotliwość prądu wytwarzanego przez turbinę jest odpowiednia, aby można nim było bezpośrednio zasilać urządzenia gospodarstwa domowego? Odpowiedź uzasadnij, odpowiednimi obliczeniami.

Częstotliwość generowanego prądu jest równa częstotliwości obrotów turbiny.

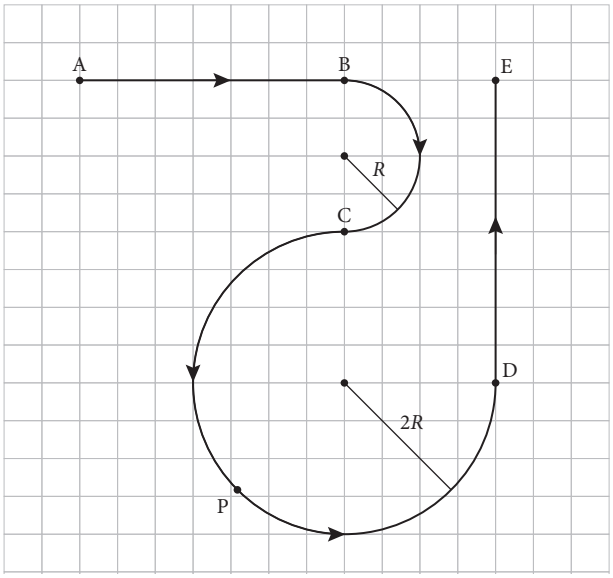
Patrz przykład 1.

Zadanie 3. (0–4)

Zabawkowa kolejka na baterie przejechała fragment toru. Podczas jazdy mijała kolejno punkty A, B, C, P, D, E zgodnie z kierunkiem strzałek na poniższym rysunku. Wartość prędkości kolejki w trakcie ruchu była stała i wynosiła $v = 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadanie 3.1 (0–1)

Uzupełnij rysunek, zaznaczając w punkcie P wektor prędkości jadącej kolejki oraz wektor jej przyspieszenia dośrodkowego (długość wektorów nie ma znaczenia).



Zadanie 3.2 (0–1)

Wyprowadź zależność między przyspieszeniem dośrodkowym kolejki na łuku BC a przyspieszeniem dośrodkowym na łuku CD.

Zadanie 3.3 (0–2)

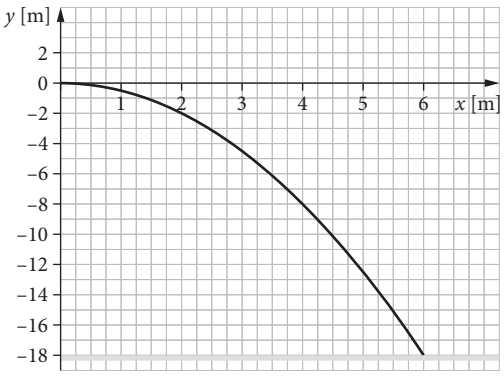
Oblicz drogę, jaką pokonała kolejka podczas jazdy po krzywoliniowych fragmentach toru i czas ich przebycia, jeśli wiemy, że R = 0,25 m.

Zwróć uwagę jaką częścią okręgów są łuki pokonywane przez kolejkę.

Zadanie 4. (0–3)

Patrz przykład 2.

Na poniższym rysunku przedstawiono tor ruchu pewnego ciała w płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni Ziemi. Wzdłuż osi x ciało poruszało się ruchem jednostajnym.



Skorzystaj z podręcznika s. 102 „Tor rzutu poziomego”

Zadanie 4.1 (0–1)

Na podstawie rysunku oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	W tym ruchu krzywoliniowym droga przebyta przez ciało jest równa sumie drogi przebytej wzdłuż osi x oraz drogi przebytej wzdłuż osi y.	P	F
2.	Przedstawiony ruch krzywoliniowy jest złożeniem ruchu jednostajnego oraz ruchu przyspieszonego.	P	F
3.	Ciało przebyło drogę równą jednej czwartej długości okręgu o promieniu 6 m.	P	F

Zadanie 4.2 (0–1)

Spośród podanych niżej punktów zaznacz ten, w którym składowa pionowa wektora prędkości osiąga wartość maksymalną.

A. punkt o współrzędnych (0; 0)

B. punkt o współrzędnych (2; –2)

C. punkt o współrzędnych (4; –8)

D. punkt o współrzędnych (6; –18)

Prędkość ciała w każdym punkcie omawianego toru jest wypadkową stałej prędkości w kierunku poziomym i rosnącej jednostajnie prędkości w kierunku pionowym.

Zadanie 4.3 (0–1)

Przeanalizuj tor ruchu ciała i wskaż równanie, za pomocą którego została ona opisana w układzie *xy*. Zauważ, że parametry $\frac{v_{y0}}{v_{x0}}$ oraz $\frac{a_y}{v_{x0}^2}$ przyjmują wartości dodatnie, ponieważ do tych wyrażeń wstawiamy wartości składowych prędkości początkowej oraz przyspieszenia.

Jeżeli masz wątpliwości, spróbuj narysować parabolę, która ma ogólną postać $y = -ax^2$ dla dowolnej wartości a, ale $a \neq 0$.

A. $y = -\frac{v_{y0}}{v_{x0}} x$

B. $y = \frac{v_{y0}}{v_{x0}} x + \frac{1}{2} \frac{a_y}{v_{x0}^2} x^2$

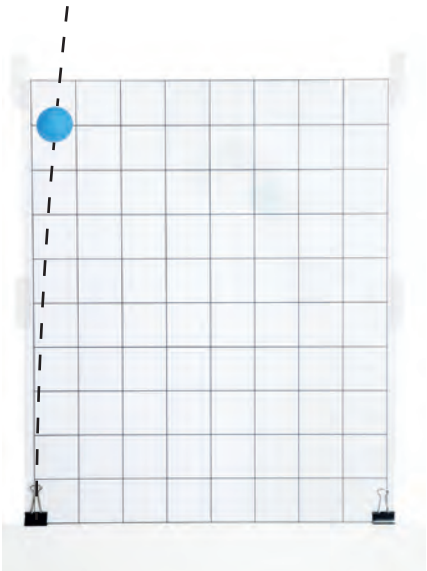
C. $y = \frac{v_{y0}}{v_{x0}} x - \frac{1}{2} \frac{a_y}{v_{x0}^2} x^2$

D. $y = -\frac{1}{2} \frac{a_y}{v_{x0}^2} x^2$

Zadanie 5. (0–4)

Ania poznała na lekcjach fizyki rzut poziomy, ale w podręczniku jako materiał dodatkowy zobaczyła analizę ruchu ukośnego i zdecydowała, że wykona doświadczenie, aby poznać także ten rzut. Postanowiła, że zbada ruch piłeczki do tenisa stołowego, którą będzie odbijała od podłogi pod pewnym kątem α. Ruch piłeczki sfilmowała, aby móc potem odtwarzać nagranie klatka po klatce i badać tor jej ruchu, czyli móc wyznaczyć współrzędne piłeczki w kilku wybranych chwilach tego ruchu. Aby łatwiej odczytywać współrzędne, ruch piłeczki zarejestrowała na tle papieru w kratkę o oczku 5 cm × 5 cm.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z1NHVC



Ania zapisała w tabeli współrzędne położenia piłeczki dla kilku wybranych chwil jej ruchu. Dokładność, z jaką wykonała pomiary współrzędnych, wynosiła 0,05 m.

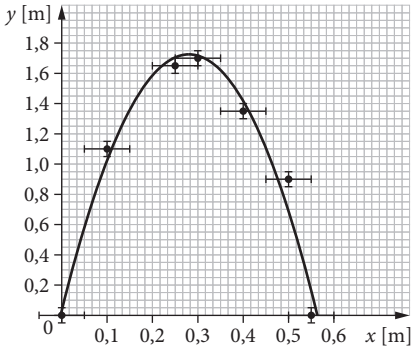
t [s]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
x [m]	0	0,10	0,25	0,30	0,4	0,50	0,55
y [m]	0	1,10	1,65	1,7	1,35	0,9	0

Zadanie 5.1 (0–1)

Na podstawie danych z tabeli Ania sporządziła poniższy rysunek.

Przeanalizuj wykres, a następnie oceń prawdziwość poniższych wypowiedzi. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Krzywa nie jest prawidłowo dopasowana, ponieważ powinna łączyć punkty o współrzędnych podanych w tabeli.	P	F
2.	W przypadku tego wykresu możemy odczytać wartość kąta α bezpośrednio z rysunku za pomocą kątomierza.	P	F
3.	Podziałka na osiach jest źle dobrana i w efekcie wielkość niepewności pomiarowej zaznaczonej na wykresie nie zgadza się z wartością podaną w zadaniu.	P	F



Zadanie 5.2 (0–1)

Przeanalizuj tor ruchu ciała i spośród poniżej podanych propozycji wskaż równanie, które jest najlepszym przybliżeniem toru ruchu piłeczki w układzie xy dla kąta α z zakresu $0° < \alpha < 90°$. Prędkość początkową piłeczki oznaczyliśmy jako v_0.

Skorzystaj z podręcznika
s. 75, 103 i 154
„Dodatki matematyczne”

Zaznacz prawidłową odpowiedź, otaczając kółkiem wybraną literę.

A. $y = x\sin^2\alpha$

B. $y = \frac{x}{\cos^2\alpha}$

C. $y = x\,\mathrm{tg}\alpha + \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$

D. $y = x\,\mathrm{tg}\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$

Przeanalizuj, jak tor ruchu ciała wyznaczono w przykładzie 2.3. Jakie są podobieństwa, a jakie różnice?

Zadanie 5.3 (0–2)

Aby wyznaczyć składową prędkości wzdłuż osi x, skorzystaj z danych podanych w tabeli i na wykresie.

Zauważ, że ruchy w pionie i w poziomie trwają tyle samo czasu.

Na podstawie krzywej dopasowanej do punktów pomiarowych oraz danych z tabeli dotyczących czasu oblicz prędkość v_0, z jaką piłeczka odbiła się od podłogi. Wynik przedstaw z dokładnością do jednego metra na sekundę.

Zadanie 6. (0–4)

Po uruchomieniu karuzeli obraca się ona ze stałym przyspieszeniem kątowym. W czasie 10 s od startu karuzela wykonała pół obrotu, a punkty na jej obwodzie uzyskały prędkość o wartości $2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Zadanie 6.1 (0–2)

Oblicz promień karuzeli.

W ruchu po okręgu pokonywany kąt odpowiada drodze w ruchu prostoliniowym, czyli w zadaniu: $\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon t^2$.

Zadanie 6.2 (0–1)

Oblicz przyspieszenie dośrodkowe krzesełka po czasie 10 s od rozpoczęcia ruchu. Przyjmij, że odległość krzesełka od osi obrotu karuzeli jest równa 3 m.

Zadanie 6.3 (0–1)

Na krzesełkach karuzeli dzieci siedzą tak, że jedno jest bliżej, a drugie dalej od osi obrotu karuzeli.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Skorzystaj z podręcznika s. 117
„Przyspieszenie dośrodkowe”

1.	Dziecko siedzące dalej od osi ma większą prędkość kątową.	P	F
2.	Okres obrotu dziecka siedzącego bliżej osi jest krótszy.	P	F
3.	Przyspieszenia dośrodkowe dzieci mają takie same wartości.	P	F

Zadanie 7. (0–6)

Uczniowie próbowali oszacować maksymalną wartość prędkości, którą mogą nadać piłce do tenisa. W tym celu rzucali piłkę poziomo z wysokości ramion i mierzyli odległość, w jakiej piłka spadnie na ziemię.

Skorzystaj z podręcznika s. 98
„Rzut poziomy”

Zadanie 7.1 (0–2)

W pierwszej próbie jeden z uczniów uzyskał odległość 12,2 m, wyrzucając piłkę z wysokości 160 cm. **Oblicz wartość prędkości początkowej piłki i zapisz wynik z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.** Pomiń opór powietrza i przyjmij $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Zadanie 7.2 (0–3)

W kolejnych próbach sprawdzono, że najbardziej powtarzalne wyniki uzyskuje Janek, który rzucał na tę samą odległość z dokładnością ± 0,5 m. Wyniki pomiarów i obliczeń zapisano w tabeli.

s [m]	14,8	14,4	15,4	14,6	15,2
$v_0\ [\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}]$	25,9	25,2	27,0	25,6	26,6

Oblicz średni wynik wartości prędkości i oszacuj jego niepewności bezwzględną i względną.

Zadanie 7.3 (0–1)

Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1–3.

W rzeczywistości prędkość początkowa v_0 rzutu w porównaniu z wyznaczoną była

A.	większa,	ponieważ opór powietrza	1.	zmniejsza zasięg rzutu.
B.	mniejsza,		2.	znacznie zwiększa czas spadania.
C.	taka sama,		3.	nie wpływa na v_0, gdyż występuje dopiero po wyrzuceniu piłki.

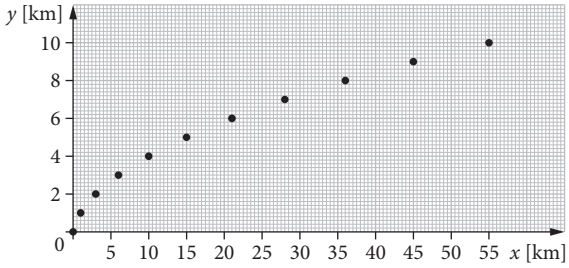
Zadanie 8. (0–3)

Statek spacerowy podczas rejsu z prądem rzeki pokonał odległość między mostami w czasie 10 minut, natomiast w drodze powrotnej pod prąd – w czasie 30 minut. Woda w rzece płynie ze stałą prędkością o wartości 0,5 $\frac{m}{s}$ względem brzegu. **Oblicz odległość między mostami i wartość prędkości statku względem wody.**

Skorzystaj z podręcznika s. 107
„Informacje na temat prędkości w różnych układach odniesienia”

Zadanie 9. (0–4)

Poniżej przedstawiono położenia statku w układzie współrzędnych x, y zaznaczone w odstępach 10-minutowych. Ruch statku rozpoczął się w punkcie o współrzędnych (0, 0).



Przeanalizuj odcinki przebyte w kolejnych jednakowych odstępach czasu wzdłuż osi x i wzdłuż osi y.

Zadanie 9.1 (0–2)

Ruch statku można opisać jako dwa niezależne ruchy w kierunkach osi x i osi y. Na podstawie zaznaczonych położeń statku ustal, jakim ruchem poruszał się on wzdłuż osi x, a jakim wzdłuż osi y. **Zaznacz swój wybór znakiem X w tabeli.**

Rodzaj ruchu	Oś x	Oś y
Jednostajny		
Niejednostajnie przyspieszony		
Jednostajnie przyspieszony		
Jednostajnie opóźniony		
Niejednostajnie opóźniony		

Zadanie 9.2 (0–2)

Oszacuj wartość prędkości statku w dziewięćdziesiątej minucie ruchu. Wynik podaj w $\frac{km}{h}$.

Dziennik laboratoryjny Ruch krzywoliniowy

Cel: wyznaczanie przyspieszenia dośrodkowego.

Potrzebne będą: telefon komórkowy, aplikacja w telefonie obsługująca akcelerometr, np. Physics Toolbox Sensor Suite, elektryczna obrotnica lub gramofon, linijka, kartka A4, pudełka na CD, ołówek.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z16Y7M

Przebieg doświadczenia:

Warto ustawić urządzenie na jak największą prędkość kątową. Przyspieszenia dośrodkowe są wówczas większe.

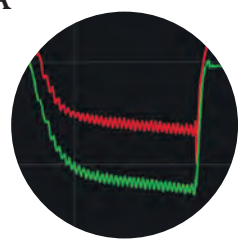
1. Na kartce A4 narysuj linie układu współrzędnych i połóż ją na obrotnicy. Jeżeli korzystasz z gramofonu, to połóż na talerzu gramofonu dwa pudełka CD tak, aby bolec nie wystawał ponad nie i dopiero na pudełkach połóż kartkę.

2. Włącz w telefonie aplikację, która wykorzystuje akcelerometr i mierzy przyspieszenie w układzie współrzędnych x, y, z. Połóż telefon na kartce z układem współrzędnych. Aplikacja powinna pokazywać, że składowe przyspieszenia $a_x \approx 0{,}0\ g$, $a_y \approx 0{,}0\ g$ są bliskie zeru, a składowa $a_z \approx 1{,}0\ g$. Aplikacja rejestruje, jak zmieniają się w czasie wszystkie składowe przyspieszenia. Kierunki osi x i y są równoległe do boków telefonu.

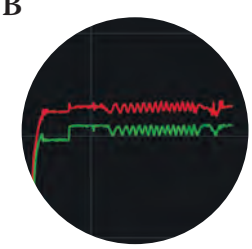
3. Włącz urządzenie na kilka sekund, aż osiągnie stałą prędkość kątową obrotu.

4. Jeżeli aplikacja zarejestruje, że dwie składowe przyspieszenia a_x i a_y są różne od zera, to znaczy, że akcelerometr jest poza środkiem okręgu (rys. A).

A



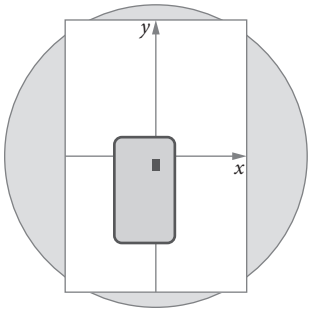
B



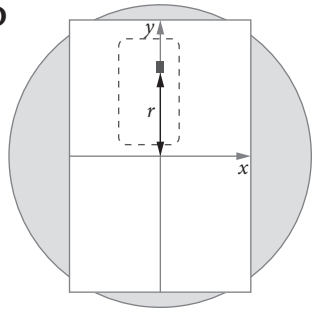
5. Zmieniając położenie telefonu na kartce, poszukaj takiego miejsca, w którym obie składowe poziome przyspieszenia nie zmienią się po włączeniu telefonu, co oznacza, że akcelerometr jest ustawiony w środku okręgu (rys. B, niewielkie wartości oznaczają, że telefon nie jest idealnie poziomo).

6. Obrysuj ołówkiem telefon na kartce i wyznacz położenie akcelerometru w telefonie (rys. C).

C



D



7. Wykonaj pomiary dla kilku położeń telefonu na kartce. Telefon przesuwaj tak, aby akcelerometr znajdował się cały czas na jednej z osi x lub y (rys. D). Zmierz jego odległość od środka okręgu w każdym położeniu. Wyniki pomiarów zapisz w tabeli.

Tabela wyników.

Lp.	r [m]	$\frac{a}{g}$	a $[\frac{m}{s^2}]$
1.			
2.			
3.			
4.			

8. Narysuj wykres zależności $a(r)$. Narysuj najlepiej dopasowaną prostą.

9. Zapisz wzór przedstawiający zależność $a(r)$.

10. Wyznacz współczynnik kierunkowy prostej i z zależności $a(r)$ wyznacz częstotliwość obrotów obrotnicy (tarczy gramofonu).

11. Sformułuj wniosek dotyczący badanej zależności. Podkreśl wybrane słowa tak, aby zdanie było poprawne.

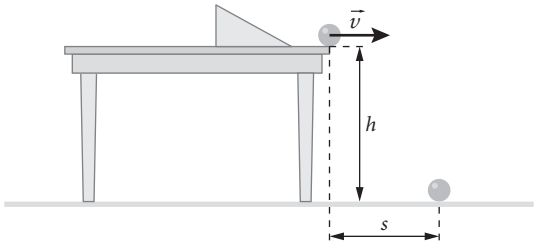
Wniosek:

Dla danej i stałej częstotliwości obrotów przyspieszenie dośrodkowe jest *wprost / odwrotnie* proporcjonalne do promienia okręgu.

Dziennik laboratoryjny **Zadania doświadczalne**

Zadanie 1.

Wyznaczano prędkość piłeczki, która stoczyła się z równi położonej na stole. Po stoczeniu się z równi piłeczka przez krótki odcinek przemieszczała się po stole, a następnie spadała na podłogę. Prędkość piłeczki po stoczeniu się z równi (v na rysunku) można obliczyć, mierząc dwie z trzech wielkości: h – wysokość stołu, s – zasięg rzutu, t – czas ruchu.



A. Wyprowadź wzory pozwalające wyliczyć v w zależności od mierzonych wielkości. **Wpisz** otrzymane wzory do tabeli.

Wielkości	s i t	s i h
Wzór		

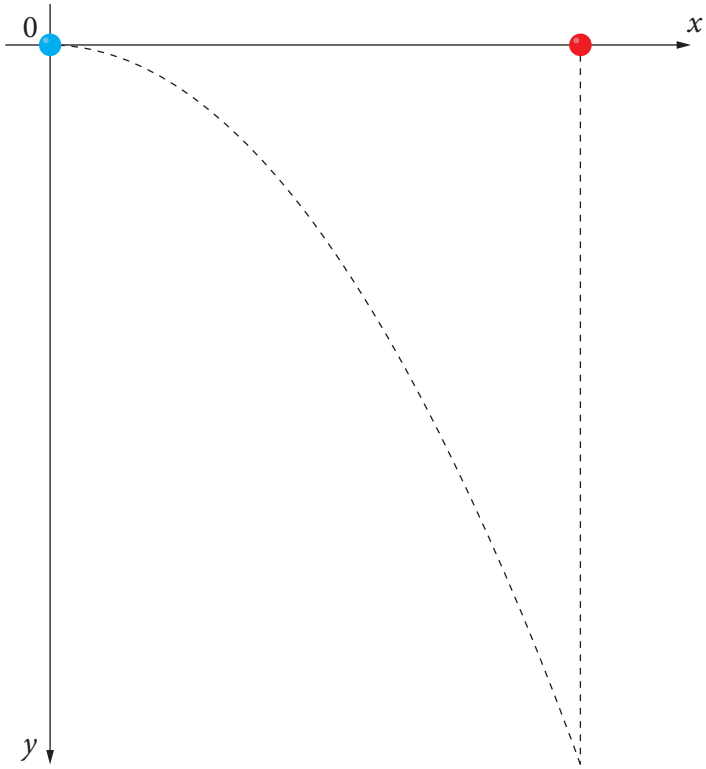
B. Wybrano jedną z metod i zmierzono $h = (75 \pm 1)$ cm oraz $s = (30 \pm 5)$ cm. **Oblicz** v.

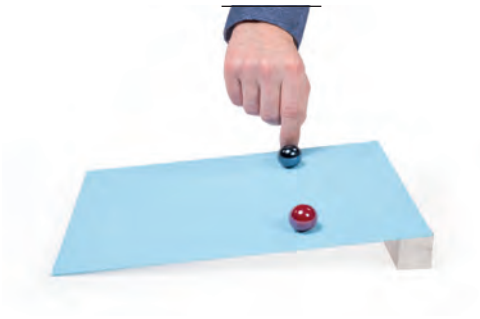
C. Oszacuj niepewności względną i bezwzględną wyznaczenia prędkości v. Zapisz przyjęte Δs i Δh. Skorzystaj ze wzoru $\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{s} + \frac{1}{2}\frac{\Delta h}{h}$. Względną niepewność podaj w %.

D. Sprawdź, wykonując obliczenia, czy wybrana metoda pozwala otrzymać dokładniejszy wynik niż metoda wykorzystująca pomiar zasięgu s oraz pomiar czasu z dokładnością $\Delta t = 0{,}2$ s.

Zadanie 2.

Na rysunku zaznaczono linią przerywaną tory dwóch kulek staczających się po równi pochyłej o niewielkim nachyleniu (jest to widok równi z góry). Kulki rozpoczęły ruch jednocześnie, a pierwsza kulka została pchnięta w stronę drugiej w chwili początkowej. Widoczne tory (linie przerywane) zostały nakreślone w czasie t = 1 s.





Aby doświadczenie przebiegło prawidłowo, konieczne jest uderzenie niebieskiej kulki dokładnie prostopadle do kierunku jej ruchu.

A. Podkreśl wybrane słowa tak, aby zdanie było prawdziwe.

To, że kulki się zderzyły, potwierdza, że *ruchy wzdłuż osi x i y są niezależne od siebie / ruch w kierunku x zależy od ruchu w kierunku y / ruch w kierunku y zależy od ruchu w kierunku x.*

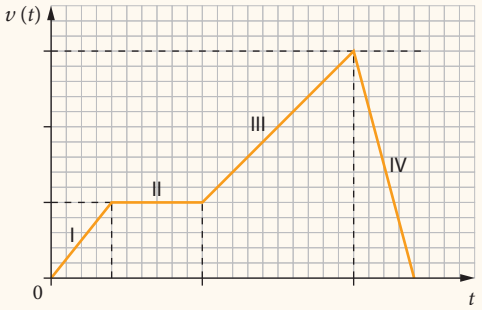
B. Na rysunku powyżej **wykonaj** konieczne pomiary linijką i **oblicz** wartość prędkości początkowej pierwszej kulki oraz przyspieszenie kulek w kierunku osi y.

C. Oblicz wartość prędkości pierwszej kulki po czasie t = 1 s.

4. Ruch i siły

Przykład 1 Analiza ruchu samochodu

Na wykresie przedstawiono zależność prędkości od czasu dla samochodu poruszającego się po mieście.



1.1. **(0–1)** **Zaznacz** poprawne dokończenie zdania. **Wskaż** wszystkie możliwości.

Samochód poruszał się z przyspieszeniem zwróconym zgodnie ze zwrotem prędkości samochodu na

A	B	C	D
odcinku I.	odcinku II.	odcinku III.	odcinku IV.

Jak zmienia się prędkość (rośnie, maleje, pozostaje stała), jeśli zwrot przyspieszenia jest zgodny ze zwrotem prędkości ciała?

1.2. **(0–2)** **Udowodnij**, że wartość wypadkowej siły działającej na samochód zgodnie z kierunkiem jego prędkości na odcinku IV była trzykrotnie większa niż na odcinku I.

Przypomnij sobie wzór na przyspieszenie oraz drugą zasadę dynamiki.

1.3. **(0–1)** **Oceń** prawdziwość zdań. **Zaznacz** P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Przypomnij sobie definicję nieinercjalnego układu odniesienia.

1.	Na odcinkach I, III i IV pasażerowie samochodu odczuwali działanie sił bezwładności.	**P**	**F**
2.	Na podstawie wykresu nie można stwierdzić, czy na odcinku II pasażerowie samochodu odczuwali działanie siły bezwładności związanej z ruchem po okręgu.	**P**	**F**
3.	Na odcinku III pasażerowie samochodu odczuwali wyłącznie działanie siły bezwładności związanej z ruchem po okręgu.	**P**	**F**

Rozwiązanie:

1.1. Przyspieszenie jest definiowane jako iloraz zmiany prędkości i czasu, w jakim ta zmiana następuje. Jeśli przyspieszenie ma wartość dodatnią, to jego zwrot jest zgodny ze zwrotem prędkości ciała, w tym przypadku – samochodu. W efekcie następuje wzrost prędkości poruszającego się ciała. Zależność prędkości od czasu jest wówczas funkcją rosnącą.

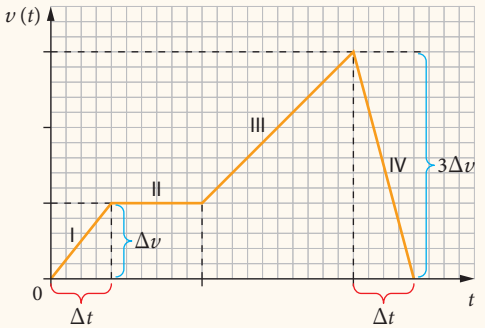
W przypadku zależności przedstawionej na wykresie warunek ten jest spełniony dla odcinków I i III. Na obu tych odcinkach prędkość samochodu rośnie liniowo z czasem jazdy.

Odpowiedź: A, C

Punktacja: 1 pkt za zaznaczenie prawidłowej odpowiedzi

1.2. Zauważmy, że odcinki I i IV zostały pokonane w takim samym czasie. Oznaczmy czas potrzebny na pokonanie tych odcinków jako Δt (patrz rysunek).

W czasie Δt prędkość na odcinku I wzrosła o pewną wartość, którą oznaczmy Δv. Z wykresu odczytujemy, że na odcinku IV prędkość w czasie Δt zmalała o $3\Delta v$.



Sposób 1 Ze wzoru na przyspieszenie $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ zapisujemy:

- dla odcinka I: $a_{\mathrm{I}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$,
- dla odcinka IV: $a_{\mathrm{IV}} = \frac{3\Delta v}{\Delta t} = 3a_{\mathrm{I}}$.

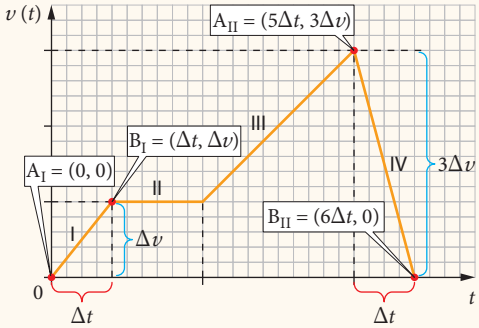
Zgodnie z drugą zasadą dynamiki możemy zapisać wartość siły wypadkowej działającej na samochód:

- dla odcinka I: $F_{\mathrm{I}} = m \cdot a_{\mathrm{I}}$, gdzie m jest masą samochodu,
- dla odcinka IV: $F_{\mathrm{IV}} = m \cdot a_{\mathrm{IV}} = m \cdot 3a_{\mathrm{I}} = 3m \cdot a_{\mathrm{I}} = 3F_{\mathrm{I}}$.

Otrzymujemy: $F_{\mathrm{IV}} = 3F_{\mathrm{I}}$, **co było do udowodnienia**.

Pomijamy znak minus, ponieważ interesuje nas porównywanie wartości, a znak minus informuje, że zwrot przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu prędkości samochodu.

Kierunek siły jest taki sam jak kierunek przyspieszenia, a zatem również taki sam jest kierunek prędkości samochodu.



Sposób 2 W ruchu jednostajnie zmiennym prędkość jest liniową funkcją czasu: $v(t) = v_0 + at$, w której współczynnikiem kierunkowym jest przyspieszenie.

Na podstawie wykresu obliczamy współczynniki kierunkowe:

- dla odcinka I: $a_{\mathrm{I}} = \frac{\Delta v - 0}{\Delta t - 0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$,
- dla odcinka IV: $a_{\mathrm{IV}} = \frac{0 - 3\Delta v}{6\Delta t - 5\Delta t} = \frac{-3\Delta v}{\Delta t} = -3a_{\mathrm{I}}$.

Ponieważ interesuje nas jedynie wartość przyspieszenia, a nie jego zwrot, pomijamy znak minus i otrzymujemy: $a_{\mathrm{IV}} = 3a_{\mathrm{I}}$. Następnie, podobnie jak w sposobie 1., z drugiej zasady dynamiki otrzymujemy:

$$F_{\mathrm{IV}} = m \cdot a_{\mathrm{IV}} = m \cdot 3a_{\mathrm{I}} = 3m \cdot a_{\mathrm{I}} = 3F_{\mathrm{I}}$$

Skorzystaj z podręcznika s. 160 „Współczynnik kierunkowy”

Punktacja:

1 pkt za ustalenie relacji pomiędzy wartościami przyspieszenia na odcinkach I i IV: $a_{\mathrm{IV}} = 3a_{\mathrm{I}}$,

1 pkt za skorzystanie z drugiej zasady dynamiki i zapisanie zależności: $F_{\mathrm{IV}} = 3F_{\mathrm{I}}$

1.3. Zaznaczamy: **1. P, 2. P, 3. F**. Poniżej podajemy uzasadnienie tych wyborów.

1. Pasażerowie odczuwają siłę bezwładności tylko wtedy, gdy znajdują się w układzie poruszającym się z przyspieszeniem względem układu inercjalnego. Może ono wynikać ze zmiany wartości prędkości lub zmiany kierunku ruchu (np. w ruchu po okręgu). Na każdym z odcinków (I, III i IV) nastąpiła zmiana prędkości w czasie, więc na tych odcinkach samochód poruszał się z przyspieszeniem – pasażerowie odczuwali działanie sił bezwładności. Zdanie jest prawdziwe.

2. Z wykresu możemy odczytać, że wartość prędkości samochodu na odcinku II była stała, ale nie wiemy, po jakim torze samochód się poruszał. Być może zakręcał lub jechał po rondzie (ruch po okręgu) – wówczas pasażerowie odczuwaliby działanie siły bezwładności nawet przy stałej wartości prędkości. Wobec tego również to stwierdzenie jest prawdziwe.

3. Jeśli nawet na odcinku III samochód poruszał się po okręgu (czego nie jesteśmy w stanie stwierdzić na podstawie wykresu), to z pewnością wartość jego prędkości się zmieniała. Pasażerowie odczuwali więc siłę bezwładności wynikającą ze zmiany prędkości. Siła bezwładności związana z ruchem po okręgu, nawet gdyby się pojawiła, nie byłaby zatem jedyną odczuwaną siłą bezwładności. Zdanie jest więc fałszywe.

Punktacja: 1 pkt za wszystkie prawidłowe zaznaczenia

Warto zapamiętać:

- Kiedy ciało przyspiesza, jego prędkość i przyspieszenie mają ten sam zwrot.
- Kiedy ciało zwalnia, jego prędkość i przyspieszenie mają przeciwne zwroty.

Przykład 2 Ruch wiadra z wodą

Paweł i Gaweł umieścili na wózku wiadro o średnicy d = 30 cm i wysokości h = 40 cm. Teraz spierają się o to, ile można do niego nalać wody, aby się nie wylewała w czasie zabawy.

2.1. **(0–1)** Paweł twierdzi, że jeśli będą ciągnąć wózek wzdłuż prostej poziomej drogi ze stałą prędkością, to wiadro można wypełnić po brzegi. Gaweł się z nim nie zgadza. Który z nich ma rację? **Uzasadnij** odpowiedź.

2.2. **(0–1)** Jeżeli wózek będzie przyspieszał, to **określ**, jak przechyli się lustro wody względem kierunku ruchu.

2.3. **(0–3)** Chłopcy postanowili ruszyć wózek z przyspieszeniem $a = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Paweł uważa, że można nalać wody co najmniej do $\frac{3}{4}$ wysokości wiadra, a Gaweł twierdzi, że nie należy nalewać więcej niż do połowy tej wysokości. **Oceń**, który z nich ma rację.

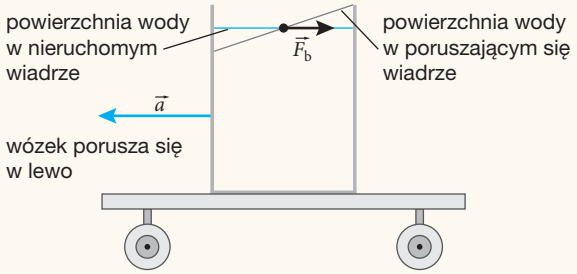
Rozwiązanie:

2.1. Wózek poruszający się ruchem jednostajnym prostoliniowym jest układem inercjalnym, a zatem nie działają w nim siły bezwładności. Gdyby chłopcy byli w stanie utrzymać ruch jednostajny prostoliniowy, woda nie wylewałaby się nawet z wiadra wypełnionego po brzegi. Rację trzeba przyznać Pawłowi.

Układ inercjalny to układ odniesienia, w którym spełnione są zasady dynamiki, czyli taki, który względem innego układu porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym bądź pozostaje w spoczynku.

Punktacja: 1 pkt za prawidłowe rozwiązanie

2.2. Wózek poruszający się z pewnym przyspieszeniem to układ nieinercjalny, więc na wodę w wiadrze będzie działała siła bezwładności związana z ruchem zmiennym wózka, zawsze zwrócona przeciwnie do przyspieszenia układu. Wiemy, że wózek przyspiesza, czyli zwrot przyspieszenia jest taki sam jak zwrot prędkości wózka, siła bezwładności działa więc do tyłu (przeciwnie do zwrotu prędkości). Lustro wody podniesie się zatem z tylnej strony wiadra (patrz rysunek).



Punktacja: 1 pkt za prawidłowe rozwiązanie

2.3. **Dane:**

$d = 30\ \mathrm{cm} = 0{,}3\ \mathrm{m}$ – średnica wiadra

$h = 40\ \mathrm{cm} = 0{,}4\ \mathrm{m}$ – wysokość wiadra

$a = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ – przyspieszenie wózka

$h_\mathrm{P} = \frac{3}{4}h = 30\ \mathrm{cm}$ – wysokość słupa wody według Pawła

$h_\mathrm{G} = \frac{1}{2}h = 20\ \mathrm{cm}$ – wysokość słupa wody według Gawła

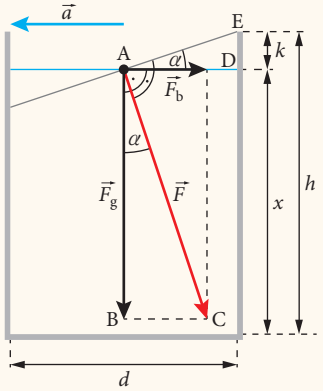
Załóżmy, że chłopcy ruszyli wózek w lewo.

Szukane:

x = ? – największa wysokość słupa wody, przy jakiej woda się nie wyleje

Wózek porusza się z przyspieszeniem $\vec{a}$, więc na każdy niewielki element objętości wody o masie m działają siła ciężkości oraz siła bezwładności $F_b = ma$. Wypadkowa tych sił tworzy kąt α z kierunkiem pionowym (patrz rysunek s. 41).

Wózek poruszający się z przyspieszeniem to układ nieinercjalny, więc na wodę działa siła bezwładności zwrócona przeciwnie do przyspieszenia, czyli w prawo – siła $\vec{F}_b$ na rysunku. Jej wartość wynosi $F_b = ma$. Ponadto na wodę działa zwrócona pionowo w dół siła ciężkości $\vec{F}_g$, której wartość wynosi $F_g = mg$.



Suma tych dwóch sił to siła wypadkowa $\vec{F} = \vec{F}_b + \vec{F}_g$, która powoduje przechylenie lustra wody.

Lustro wody odchyli się od poziomu o kąt $\sphericalangle EAD = \alpha$, co podniesie poziom wody o k. Jak wynika z rysunku, wysokość, do jakiej można bezpiecznie napełnić wiadro, wynosi: $x = h - k$.

W zapisanym wzorze oprócz szukanego x nie znamy również k, należy je zatem wyznaczyć.

Korzystamy z funkcji tangens dla trójkąta EAD:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{k}{|AD|}, \text{ gdzie } |AD| = \frac{1}{2}d$$

Otrzymujemy: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{k}{\frac{1}{2}d} = 2\frac{k}{d}$.

Skorzystaj z podręcznika s. 154
„Dodatek matematyczny”

Zauważmy, że także kąt $\sphericalangle BAC = \alpha$, ponieważ odcinek AB jest prostopadły do AD, a odcinek AC jest prostopadły do AE, więc jeżeli trójkąt ABC obrócimy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara o kąt 90°, to odcinki AB i AC pokryją się odpowiednio z odcinkami AD i AE. Dla trójkąta ABC możemy więc zapisać:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_b}{F_g} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}$$

Przyrównujemy wzory na tangens kąta α:

$$2\frac{k}{d} = \frac{a}{g} \;\Big|\cdot \frac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{ad}{2g}$$

Tak wyznaczone k podstawiamy do wzoru na szukaną wysokość wody:

$$x = h - k = h - \frac{ad}{2g}$$

Podstawiamy dane liczbowe:

$$x = 0{,}4\,\text{m} - \frac{4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}3\,\text{m}}{2\cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}34\,\text{m} = 34\,\text{cm}, \quad [x] = \text{m} - \frac{\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}^2}}\cdot \text{m}}{\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}^2}}} = \text{m} - \text{m} = \text{m}$$

Widzimy, że $x > h_p$, można więc nalać nawet trochę więcej wody niż do $\frac{3}{4}$ wysokości wiadra, co zgadza się z wypowiedzią Pawła (Gaweł uważa, że można nalać wody najwyżej do połowy wysokości wiadra).

Odpowiedź: Rację ma Paweł.

Punktacja:

1 pkt za prawidłowe określenie sił powodujących wychylenie się wody (zapisanie ich wzorów) oraz zapisanie, że $x = h - k$,

1 pkt za zapisanie obu wzorów na tangens kąta wychylenia wody,

1 pkt za prawidłowy wynik wraz z poprawnym rachunkiem jednostek oraz podanie poprawnej odpowiedzi

Warto zapamiętać:

- W nieinercjalnych układach odniesienia działają siły pozorne.
- Siła bezwładności jest skierowana przeciwnie do przyspieszenia układu.

Zadanie 1. (0–3)

Zasady dynamiki Newtona opisują wpływ działających sił na ciała fizyczne.

Skorzystaj z podręcznika s. 180 „Zasady dynamiki”

Zadanie 1.1 (0–1)

W tabeli zestawiono kilka sytuacji, w których na ciało działają pewne siły. **Przy każdej z nich wpisz w pustym miejscu, która z trzech zasad dynamiki Newtona wyjaśnia zachowanie się opisywanego ciała.**

Sytuacja	Zachowanie się ciała wyjaśnia
Naciągnięcie linki przez wiszący na niej ciężarek.	_____ zasada dynamiki Newtona.
Zawiśnięcie bańki mydlanej nieruchomo w powietrzu.	_____ zasada dynamiki Newtona.
Poruszanie się samochodu ze stałą prędkością.	_____ zasada dynamiki Newtona.
Ruch przyspieszony spadającego swobodnie ciała.	_____ zasada dynamiki Newtona.

Zadanie 1.2 (0–1)

Pierwszą zasadę dynamiki Newtona możemy sformułować następująco:

Ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym wtedy i tylko wtedy, gdy nie działa na nie żadna siła lub działają siły, które się równoważą.

Zaznacz te z poniższych stwierdzeń, które wynikają jedynie z powyższego sformułowania pierwszej zasady dynamiki Newtona. Wpisz znak X w odpowiednim miejscu.

1.	Jeżeli ciało pozostaje w spoczynku, to możliwe jest, że nie działa na nie żadna siła.	
2.	Jeżeli ciało pozostaje w spoczynku, to nie poruszy się ono, dopóki nie zadziała na nie niezrównoważona siła.	
3.	Jeżeli ciało porusza się ze stałą prędkością, to możliwe jest, że działające na nie siły się równoważą.	
4.	Jeżeli na poruszające się ciało podziałamy pewną siłą, to uzyska ono przyspieszenie proporcjonalne do wartości tej siły.	

Zadanie 1.3 (0–1)

Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Aby zmienić prędkość ciała, należy podziałać na nie pewną niezrównoważoną siłą. Ta właściwość ciała nazywana jest

A. bezwładnością.
B. nieważkością.
C. wypornością.
D. opornością.

Zadanie 2. (0–1)

Dzieci bawiły się na podwórku. W pewnej chwili piłka wpadła do komina, którego przekrój poprzeczny jest kwadratem o boku równym średnicy piłki, i utknęła tam na pewnej wysokości nad ziemią. **Które spośród podanych poniżej sił działają na piłkę? Zaznacz je, wpisując znak X w puste kratki.**

- ☐ siła dośrodkowa
- ☐ siła grawitacji
- ☐ siła tarcia kinetycznego
- ☐ siła tarcia statycznego

Zadanie 3. (0–3)

W przyrodzie obserwujemy oddziaływania, których natura na pierwszy rzut oka bywa trudna do wyjaśnienia. Jednak niezależnie od tego, jak skomplikowane wydaje się dane oddziaływanie, jest ono jednym z czterech oddziaływań fundamentalnych. W życiu codziennym spotykamy się głównie ze skutkami oddziaływań grawitacyjnego i elektromagnetycznego.

Nie mamy wątpliwości co do tego, że działa na nas siła grawitacji (czujemy przecież jej skutki, np. spadając z krzesła), ale większość z nas nie zdaje sobie sprawy z tego, że na każdym kroku towarzyszą nam oddziaływania elektromagnetyczne. Siła tarcia jest przykładem siły wynikającej z oddziaływania atomów podłoża z atomami stóp lub obuwia. Gdyby nie tarcie, nie bylibyśmy w stanie się poruszać, ponieważ przewracalibyśmy się na każdej powierzchni jak na lodzie.

Zadanie 3.1 (0–1)

Spośród podanych stwierdzeń wybierz te, które wynikają <u>bezpośrednio</u> z zamieszczonego wyżej tekstu. Wpisz znak X w odpowiednich kratkach.

- ☐ W przyrodzie istnieją cztery oddziaływania fundamentalne.
- ☐ Oddziaływania jądrowe są przykładem oddziaływań fundamentalnych.
- ☐ Bezpośrednio możemy obserwować głównie skutki oddziaływań grawitacyjnego i elektromagnetycznego.
- ☐ Siła tarcia jest skutkiem oddziaływań elektromagnetycznych między atomami.
- ☐ Wielkością opisującą oddziaływanie jest siła, a jednostką siły jest niuton.

Zadanie 3.2 (0–1)

Zaznacz prawidłowe dokończenie zdania. Siły tarcia

A. przeszkadzają w chodzeniu, ponieważ są siłami oporów ruchu. Dlatego trzeba je eliminować.

B. umożliwiają chodzenie, ponieważ zwiększają przyczepność stopy do podłoża.

C. są nieistotne z punktu widzenia mechanizmu poruszania się ludzi i zwierząt.

Zadanie 3.3 (0–1)

Poniżej podano nazwy odziaływań i przyporządkowano im oznaczenia literowe: A – elektromagnetyczne, B – grawitacyjne.

Każdemu zjawisku wymienionemu w tabeli przyporządkuj rodzaj oddziaływania, wstawiając w odpowiednich miejscach znak X.

Zjawisko	A	B
Elektryzowanie się ciał		
Ruch elektronu wokół jądra atomowego		

Zjawisko	A	B
Ruch Ziemi wokół Słońca		
Działanie kompasu		

Zadanie 4. (0–1)

Nieruchomemu pojazdowi o masie 1,8 t chcemy nadać w czasie 20 s prędkość 20 $\frac{m}{s}$.

Zaznacz wartość siły, z jaką silnik tego pojazdu musiałby wprawić go w ruch, aby było to możliwe. Siły oporu wynoszą 1200 N.

A. 600 N

B. 1200 N

C. 1800 N

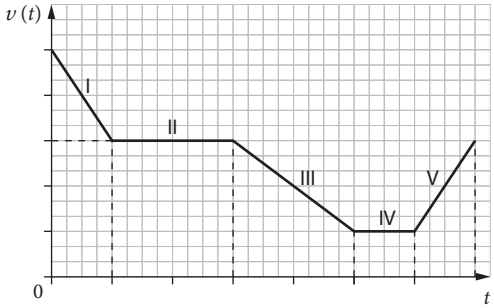
D. 3000 N

Rozważ wszystkie siły działające na pojazd ruszający z miejsca. Jaki warunek zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona powinien zostać spełniony, aby było możliwe nadanie pojazdowi odpowiedniego przyspieszenia?

Zadanie 5. (0–4)

Na wykresie przedstawiono zależność prędkości od czasu dla samochodu poruszającego się po mieście.

Patrz przykład 1.



Ustal, jak zmienia się prędkość (rośnie, maleje czy pozostaje stała), jeśli zwrot przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu prędkości ciała.

Zadanie 5.1 (0–1)

Zaznacz poprawne dokończenie zdania. Wybierz wszystkie możliwości.

Samochód poruszał się z przyspieszeniem zwróconym przeciwnie do zwrotu prędkości na	A	B	C	D	E
	odcinku I.	odcinku II.	odcinku III.	odcinku IV.	odcinku V.

Zadanie 5.2 (0–2)

Udowodnij, że wartość wypadkowej siły działającej na samochód zgodnie z kierunkiem jego prędkości na odcinku III była dwukrotnie mniejsza niż na odcinku I.

Zauważ, że mowa jest o kierunku prędkości, a nie o zwrocie. Kierunek to linia prosta, wzdłuż której działa wektor.

Zadanie 5.3 (0–1)

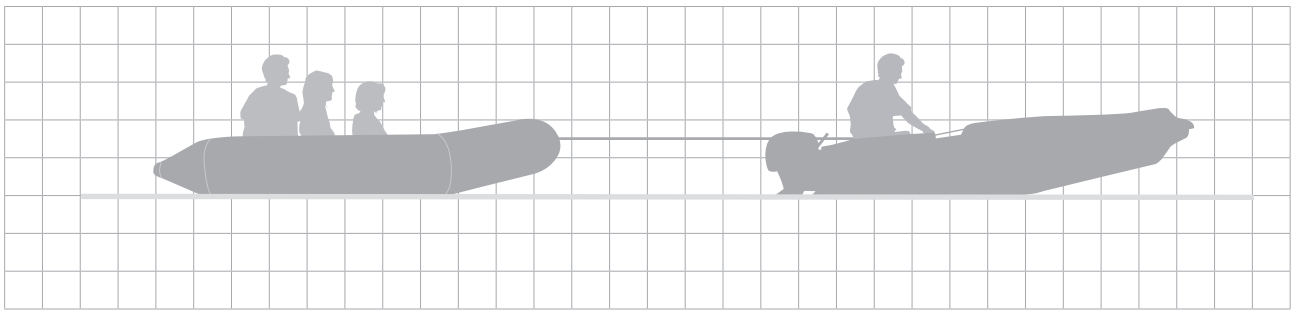
Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Przypomnij sobie definicję nieinercjalnego układu odniesienia.

1.	Na podstawie wykresu można stwierdzić, że na odcinkach II i IV pasażerowie samochodu odczuwali działanie sił bezwładności.	P	F
2.	Na podstawie wykresu nie można stwierdzić, czy na odcinku III pasażerowie samochodu odczuwali działanie siły bezwładności związanej z ruchem po okręgu.	P	F
3.	Na odcinku V pasażerowie samochodu odczuwali wyłącznie działanie siły bezwładności związanej z ruchem po okręgu.	P	F

Zadanie 6. (0–6)

Łódka z silnikiem wypływa z przystani, ciągnąc na linie ponton, w którym znajdują się trzy osoby. Po krótkim czasie osiąga prędkość 40 $\frac{km}{h}$ i utrzymując ją przez 6 minut, obwozi turystów wzdłuż najatrakcyjniejszego brzegu jeziora. Masa pontonu z pasażerami to 192 kg, a współczynnik tarcia kinetycznego pontonu o wodę wynosi 0,3. Przyjmij, że ponton nie jest zanurzony, lecz ślizga się po wodzie.



Zadanie 6.1 (0–3)

Na rysunku powyżej narysuj wektory sił, które działały na ponton, kiedy poruszał się on ze stałą prędkością. Obok zapisz nazwy tych sił. Proporcje długości strzałek oznaczających wektory sił powinny odzwierciedlać rzeczywistą sytuację.

Przypomnij sobie wzór na siłę tarcia kinetycznego.

Zadanie 6.2 (0–3)

Oblicz pracę wykonaną przeciw sile tarcia pontonu o wodę, kiedy łódka ciągnęła go ze stałą prędkością.

Wróć do głównej treści zadania, znajdziesz tam potrzebne dane.

Zadanie 7. (0–4)

Patrz przykład 2.

Ania i Ela umieściły na wózku wiadro o średnicy d = 30 cm i wysokości h = 35 cm. Spierają się o to, ile można do niego nalać wody, aby się nie wylewała w czasie zabawy.

Zadanie 7.1 (0–1)

Jeśli wózek będzie zwalniał, to jak przechyli się lustro wody względem kierunku ruchu?

Zadanie 7.2 (0–3)

Dziewczynki napełniły wiadro do wysokości 30 cm i ostrożnie rozpędziły wózek, bez rozlewania wody. Następnie postanowiły go jak najszybciej zatrzymać. Ania uważa, że mogą zwalniać z przyspieszeniem około 5 $\frac{m}{s^2}$, a Ela twierdzi, że nie powinny przekroczyć 4 $\frac{m}{s^2}$. **Która z nich ma rację?**

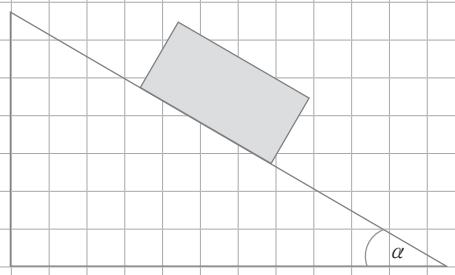
Zadanie 8. (0–7)

Przedmiot o masie m leży na równi pochyłej o kącie nachylenia α.

Skorzystaj z podręcznika s. 182–183
„Sposób na zadanie”

Zadanie 8.1 (0–2)

Narysuj wszystkie siły działające na przedmiot i opisz krótko rolę każdej z nich.



Siła ciężkości ciała na równi rozkłada się na dwie składowe: siłę równoległą do równi i siłę do niej prostopadłą.

Skorzystaj z podręcznika s. 153
„Równia pochyła”

Zadanie 8.2 (0–2)

Jakie warunki muszą być spełnione, aby przedmiot nie zsunął się z równi?

Dzięki jakiej sile przedmiot nie zsuwa się z równi? Czy ta siła ma jakąś maksymalną wartość?

Wózek zwalnia, więc jego prędkość maleje.

Zadanie 8.3 (0–3)

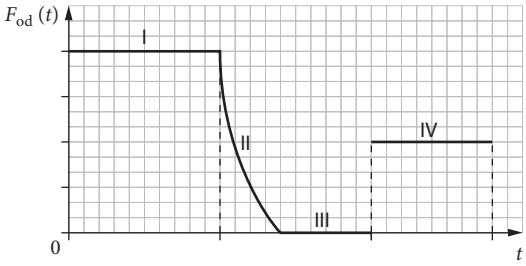
Wiemy, że można tak dobrać kąt nachylenia równi α, aby przedmiot zaczął się zsuwać z przyspieszeniem a.

Przeanalizuj ten problem z pomocą rysunku wykonanego w zadaniu 8.1 i zaprojektuj doświadczenie dowodzące, że przyspieszenie ciała zsuwającego się z równi pochyłej zależy od kąta jej nachylenia.

Cel doświadczenia	
Problem badawczy	
Hipoteza	
Przebieg doświadczenia	
Oczekiwane wyniki	
Wnioski	

Zadanie 9. (0–4)

W wesołym miasteczku zbudowano niewielką kolejkę górską. Część trasy pokonywała ona z prędkością o takiej samej stałej wartości. Dla tej części trasy sporządzono wykres zależności wartości siły odśrodkowej działającej na pasażerów od czasu.



Zadanie 9.1 (0–1)

Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Kolejka poruszała się po linii prostej na odcinku **I/ II/ III/ IV**.

Zadanie 9.2 (0–2)

W czasie pokonywania dwóch spośród odcinków zaznaczonych na wykresie kolejka poruszała się po łukach – fragmentach okręgów. **Oblicz stosunek promieni tych okręgów.**

Zadanie 9.3 (0–1)

Dokończ poniższe zdanie tak, aby było prawdziwe. Zaznacz właściwe dokończenie A, B lub C oraz poprawny wniosek 1, 2 lub 3.

Na odcinku II na pasażerów kolejki działała siła odśrodkowa o

A.	stałej wartości,	zatem kolejka poruszała się	1.	po okręgu.
B.	malejącej wartości,		2.	po torze krzywoliniowym o malejącym promieniu krzywizny.
C.	rosnącej wartości,		3.	po torze krzywoliniowym o rosnącym promieniu krzywizny.

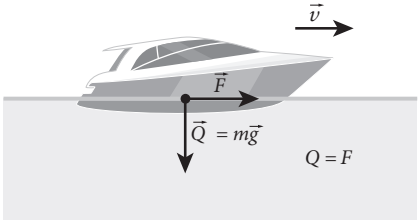
Zadanie 10. (0–4)

Przyczyną zmiany prędkości ciała jest pojawienie się w układzie niezrównoważonej siły. Po ustaniu działania niezrównoważonej siły ciało porusza się z taką prędkością, jaką osiągnęło w chwili ustania działania siły.

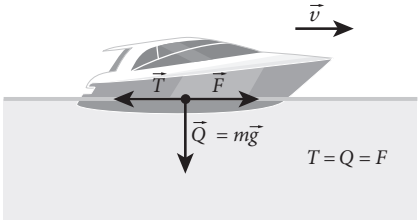
Zadanie 10.1 (0–1)

Łódka płynie ze stałą prędkością o wartości v. **Wskaż ilustrację, na której prawidłowo przedstawiono siły działające na łódkę.**

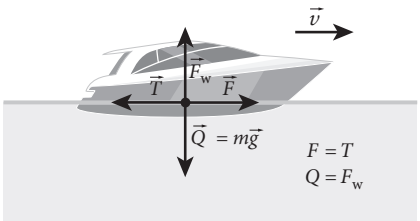
A.



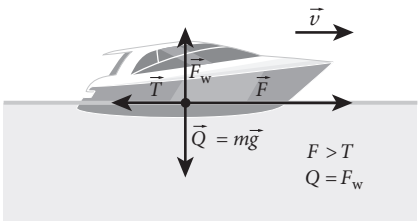
C.



B.



D.



$\vec{F}$ – siła napędu łodzi,
$\vec{Q}$ – ciężar łodzi,
$\vec{T}$ – wypadkowa siła oporów ruchu,
$\vec{F}_w$ – siła wyporu

Zadanie 10.2 (0–1)

Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Jeżeli znamy wartość siły napędu łódki F oraz wartość wypadkowej sił oporów ruchu T, to dla łódki o masie m możemy obliczyć

A. czas trwania ruchu łódki.

B. przyspieszenie łódki.

C. prędkość łódki.

D. pęd łódki.

Zadanie 10.3 (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Aby łódka się poruszała, musi działać na nią siła napędu.	**P**	**F**
2.	Jeżeli łódka porusza się z przyspieszeniem, to możemy traktować ją jako układ nieinercjalny.	**P**	**F**
3.	Na pasażera znajdującego się w łódce będą działały siły bezwładności, jeżeli prędkość łódki będzie się zmieniała.	**P**	**F**
4.	Siły oporu ruchu zawsze równoważą siłę napędu łodzi.	**P**	**F**

Zadanie 10.4 (0–1)

Spośród podanych poniżej stwierdzeń wybierz sytuację <u>prawdziwą</u> z punktu widzenia zasad dynamiki Newtona. Zaznacz ją.

A. Ciężar łódki jest mniejszy od działającej na nią siły wyporu.

B. Ciężar łódki jest równy działającej na nią sile wyporu.

C. Ciężar łódki jest większy od działającej na nią siły wyporu.

D. Ciężar łódki jest zawsze większy od sił oporów ruchu.

Zadanie 11. (0–6)

Kamil wraz ze starszą siostrą Agatą poleciał w odwiedziny do krewnych w Kanadzie. Lot nad oceanem odbywał się w nocy. Chłopiec nie mógł zasnąć i wyjrzał przez okno. Dostrzegł w nim tylko księżyc, który wydawał się nieruchomy. Ponieważ nie odczuwał ruchu samolotu, doszedł do wniosku, że maszyna zawisła nieruchomo w powietrzu i za chwilę spadnie.

Zadanie 11.1 (0–1)

Agata również wyjrzała przez okno, wsłuchała się w odgłos silników i stwierdziła, że najwyraźniej samolot jest w tej chwili układem inercjalnym. Ponieważ Kamil nie zrozumiał tego pojęcia, zaczęła mu wyjaśniać, że samolot leci, a wrażenie zatrzymania się w miejscu jest pozorne.

Wskaż wszystkie argumenty, którymi powinna się posłużyć Agata, żeby wyjaśnić bratu przyczyny wrażenia, że samolot zawisł nieruchomo. Otocz kółkiem odpowiednie litery spośród A–D.

A. W chwili obserwacji samolot leciał ze stałą prędkością względem powierzchni Ziemi.

B. W chwili obserwacji samolot nie zmieniał kierunku ruchu.

C. W chwili obserwacji samolot przelatywał nad oceanem.

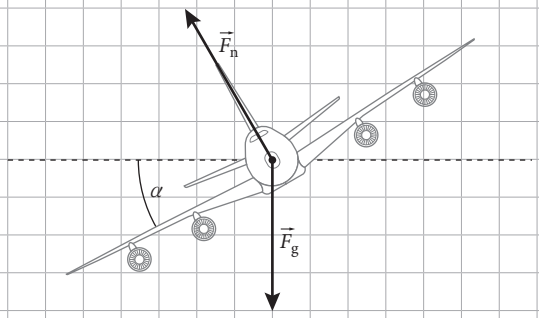
D. W chwili obserwacji samolot znajdował się około 10 km nad Ziemią.

Zadanie 11.2 (0–2)

Nad ranem samolot zbliżał się do lotniska. W pewnej chwili przechylił się na jedno skrzydło. Agata zauważyła, że poskutkowało to zmianą kierunku lotu: samolot, poruszając się po łuku, skorygował swoje położenie względem pasa startowego, ale nie zmienił przy tym wysokości lotu.

Na podstawie rysunku ustal kierunek i zwrot siły dośrodkowej działającej na samolot w trakcie wykonywania zakrętu. Narysuj wektor tej siły.

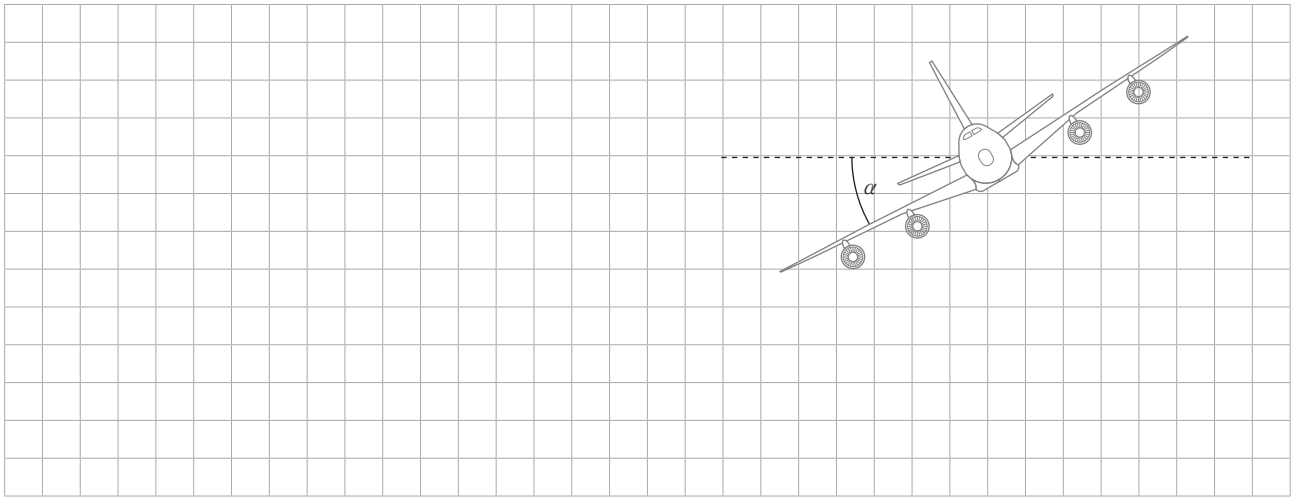
Na rysunku wektor $\vec{F}_n$ to siła nośna, a wektor $\vec{F}_g$ – ciężar samolotu.



Zadanie 11.3 (0–3)

Samolot wykonuje zakręt, a jego skrzydła są nachylone do poziomu pod kątem $\alpha = 30°$ (patrz rys.).

Oblicz wartość siły wypadkowej działającej na Agatę, której masa wynosi 50 kg. Narysuj wektor tej siły (kierunek i zwrot). Przyjmij $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



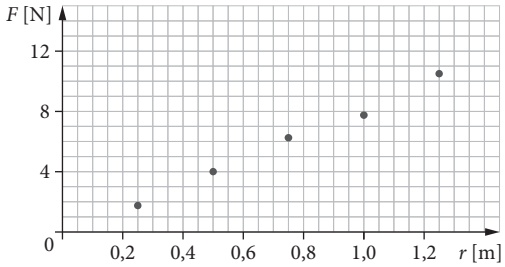
Zadanie 12. (0–2)

Na wykresach A–D zaznaczono punkty uzyskane z pomiarów w doświadczeniach dotyczących siły dośrodkowej. **Uzupełnij zdania, wpisując do każdego z nich literę spośród A–D, oznaczającą właściwy wykres, oraz cyfrę spośród I–IV, oznaczającą odpowiednie stwierdzenie.**

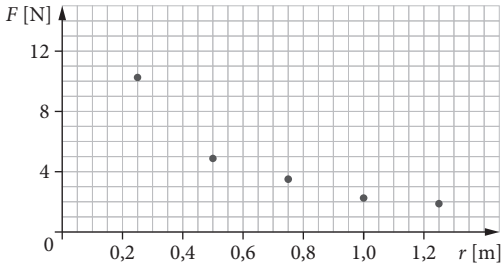
Zależność siły dośrodkowej od promienia okręgu, po którym porusza się ciało, gdy stałe są prędkość i masa, przedstawiono na wykresie _____, ponieważ w tej sytuacji _____.

Zależność siły dośrodkowej od promienia okręgu, po którym porusza się ciało, gdy stałe są częstotliwość i masa, przedstawiono na wykresie _____, ponieważ w tej sytuacji _____.

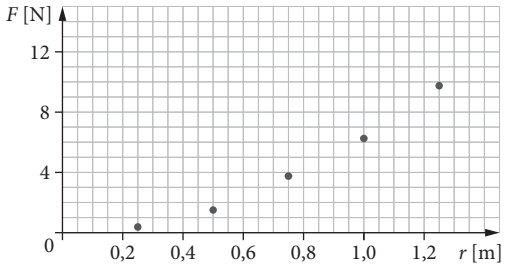
A.



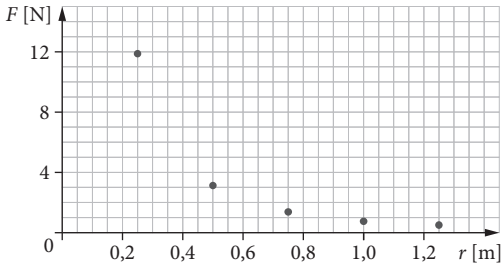
C.



B.



D.



I. siła jest wprost proporcjonalna do promienia okręgu

II. siła jest odwrotnie proporcjonalna do promienia okręgu

III. siła jest proporcjonalna do kwadratu promienia okręgu

IV. siła jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu promienia okręgu

Dziennik laboratoryjny Badanie siły dośrodkowej

Cel: wyznaczenie zależności siły dośrodkowej od ilorazu $\frac{v^2}{R}$.

Potrzebne będą: nitka, plastelina, linijka, stoper, kartka A4, ołówek, cyrkiel, waga.

Przebieg doświadczenia:

1. Przymocuj nitkę o długości (50–100) cm do plastelinowej niewielkiej kulki i zmierz długość nitki od jej końca do środka kulki l = _____.

2. Wyznacz masę kulki m = _____.

3. Narysuj na kartce A4 trzy współśrodkowe okręgi o różnych promieniach R, np. 4 cm, 7 cm, 10 cm. Wybrane promienie zapisz w tabeli (pkt 10.).

4. Trzymając za koniec nitki, ustaw ją pionowo nad środkiem okręgu, a następnie wpraw kulkę w ruch po okręgu o danym promieniu. Kulka powinna poruszać się tuż nad narysowanym okręgiem.

5. Zmierz okres T obiegu kulki. Wynik zapisz w tabeli (pkt 10.).

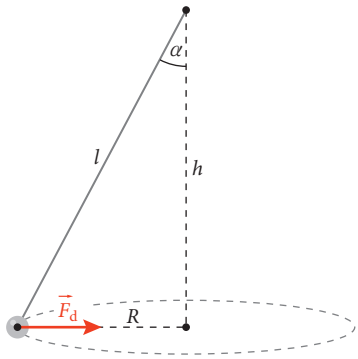
6. Oblicz wartość prędkości kulki. Wyniki zapisz w tabeli (pkt 10.).

7. Powtórz punkty 5. i 6. dla pozostałych okręgów.

8. Narysowana siła $\vec{F}_d$ jest wypadkową dwóch sił działających na kulkę i pełni funkcję siły dośrodkowej. Uzupełnij rysunek umieszczony obok o siły działające na kulkę.

9. Oblicz wartości F_d dla kolejnych promieni, a następnie oblicz wyrażenie $\frac{v^2}{R}$. Wyniki zapisz w tabeli (pkt 10.).

Zanim zmierzysz czas 10 obiegów, przećwicz podtrzymywanie ruchu kulki w taki sposób, żeby zataczała okręgi jak najbardziej zbliżone do narysowanych na kartce.



10. Tabela z wynikami pomiarów i obliczeń.

Lp.	R [m]	T [s]	$v\left[\frac{m}{s}\right]$	F_d [mN]	$\frac{v^2}{R}\left[\frac{m}{s^2}\right]$
1.					
2.					
3.					

11. Narysuj wykres zależności siły dośrodkowej od ilorazu kwadratu prędkości i promienia okręgu $F_d\left(\frac{v^2}{R}\right)$.

12. Sformułuj wniosek dotyczący badanej zależności. Podkreśl wybrane słowa tak, aby zdanie było poprawne.

Wniosek:

Wykres badanej zależności jest *półprostą* / *parabolą* / *hiperbolą*, co oznacza, że wartość siły dośrodkowej jest *wprost proporcjonalna* / *odwrotnie proporcjonalna* do wyrażenia $\frac{v^2}{R}$.

13. Na podstawie rysunku (patrz pkt 8.) wyprowadź wzór pozwalający obliczyć siłę dośrodkową F_d dla znanych wielkości: długości nitki l, promienia okręgu R i masy kulki m.

Dziennik laboratoryjny Zadania doświadczalne

Wprowadzenie

Uczniowie przeprowadzili serię eksperymentów w celu sprawdzenia zgodności wzoru na siłę dośrodkową z danymi eksperymentalnymi. Użyli układu doświadczalnego przedstawionego na zdjęciu. Obejrzyj film lub przeczytaj opis doświadczenia w podręczniku.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z1DML8

Skorzystaj z podręcznika
s. 161
„Opis doświadczenia"

Zadanie 1.

W pierwszej części eksperymentu uczniowie postanowili sprawdzić doświadczalnie zależność siły dośrodkowej od prędkości.

Ponumeruj czynności (nie trzeba wykorzystać wszystkich) tak, aby uczniowie po ich wykonaniu mogli prawidłowo wyznaczyć zależność siły dośrodkowej od prędkości ciała obracającego się po okręgu.

Uwaga. Zadanie ma kilka poprawnych rozwiązań, ale wystarczy, że wskażesz jedno z nich.

- ☐ **A.** Obliczenie prędkości, z jaką ciało obracało się w czasie każdego z pomiarów.
- ☐ **B.** W każdym kolejnym pomiarze zmniejszanie promienia okręgu, po którym porusza się obracane ciało, i zmniejszanie częstotliwości jego obrotu.
- ☐ **C.** Obliczenie siły dośrodkowej: pomnożenie przez przyspieszenie ziemskie różnicy pomiędzy wskazaniem wagi przed ruchem ciała zawieszonego na żyłce oraz w trakcie jego ruchu.
- ☐ **D.** Notowanie wskazań wagi w trakcie ruchu ciała zawieszonego na żyłce.
- ☐ **E.** W każdym kolejnym pomiarze zwiększanie promienia okręgu, po którym porusza się ciało, i zwiększanie częstotliwości obrotów.
- ☐ **F.** Obracanie zawieszonym na żyłce ciałem o ustalonej masie z określoną częstotliwością tak, aby promień okręgu nie zmieniał się podczas ruchu.
- ☐ **G.** Odczytanie wskazania wagi, gdy stoi na niej butelka z wodą, a ciało zawieszone na żyłce pozostaje w spoczynku.
- ☐ **H.** W każdym kolejnym pomiarze wykonywanie obrotów ciała z większą częstotliwością, bez zmiany promienia.
- ☐ **I.** Obliczenie siły dośrodkowej: pomnożenie przez przyspieszenie ziemskie sumy wskazań wagi przed ruchem ciała zawieszonego na żyłce oraz w trakcie jego ruchu.
- ☐ **J.** Obliczenie siły dośrodkowej: podzielenie przez przyspieszenie ziemskie różnicy pomiędzy wskazaniem wagi przed ruchem ciała zawieszonego na żyłce oraz w trakcie jego ruchu.

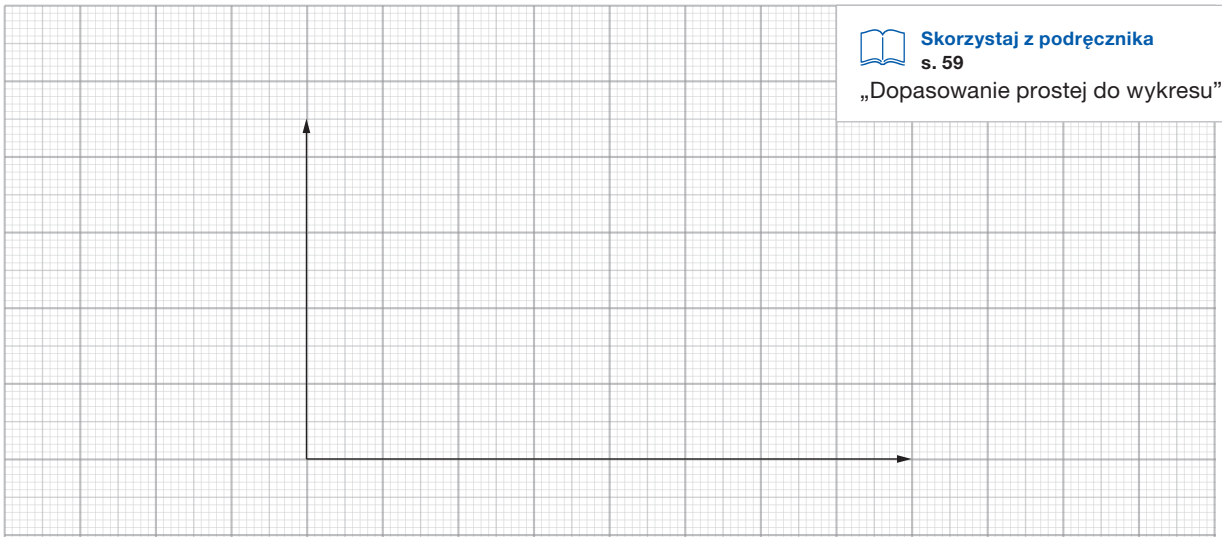
Zadanie 2.

A. W drugiej części doświadczenia wykonywano obroty klipsami biurowymi zawsze z taką samą częstotliwością, promień okręgu, po którym poruszał się klips, był stały, ale zmieniano liczbę użytych klipsów. **Wykonaj** odpowiednie obliczenia i **uzupełnij** tabelę. Przyjmij $g = 9{,}8\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$.

Lp.	Masa zawieszonych klipsów m [kg]	Masa butelki z wodą M [kg]	Masa wskazywana przez wagę w trakcie obrotów M' [kg]	Siła naprężenia żyłki = siła dośrodkowa $g \cdot (M - M')$ [N]*
1.	0,004	0,523	0,509	0,14
2.	0,008	0,523	0,498	
3.	0,012	0,523	0,477	
4.	0,016	0,523	0,471	

* z dokładnością do dwóch cyfr znaczących

B. Zaznacz na wykresie punkty pomiarowe, a następnie **sporządź** wykres zależności siły dośrodkowej od masy klipsów, dopasowując do punktów pomiarowych linię prostą. Pamiętaj o podpisaniu osi i ustaleniu na nich skali.



Skorzystaj z podręcznika
s. 59
„Dopasowanie prostej do wykresu”

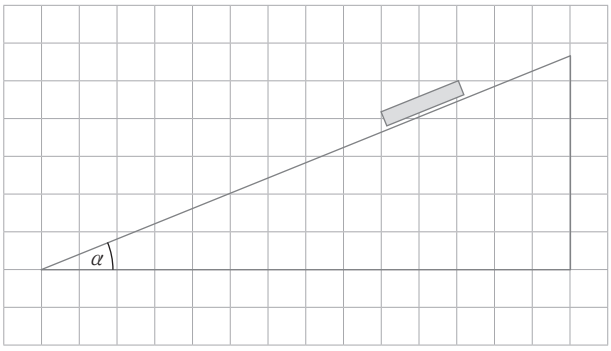
C. Przeanalizuj nachylenie otrzymanej prostej i **oblicz** częstotliwość, z jaką wykonywano obroty żyłką z klipsami, jeżeli promień okręgu, po którym obracał się klips (klipsy) dla każdego z pomiarów był równy 20 cm. Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Przekształć wzór na siłę dośrodkową do takiej postaci, aby pojawiły się w nim: *f*, *m* i *r*. Jeżeli zmieniano *m*, a *r* i *f* pozostawały niezmienione, to jakim wzorem wyrazimy współczynnik kierunkowy (nachylenie) otrzymanej prostej?

Zadanie 3.

Uczniowie zrobili doświadczenie w celu wyznaczenia współczynnika tarcia statycznego monety o równię. Wykonali pięć pomiarów, używając kątomierza. Ustawiali równię pod różnymi kątami nachylenia i ostrożnie kładli monetę zawsze w tym samym miejscu. Swoje obserwacje zapisali w tabeli.

Lp.	α	Obserwacja
1.	22°	moneta spoczywa
2.	30°	moneta spoczywa
3.	34°	moneta spoczywa
4.	36°	moneta się zsuwa
5.	42°	moneta się zsuwa



A. Na rysunku powyżej **zaznacz** siły działające na monetę podczas pierwszego pomiaru.

B. Podaj kąt α, jaki należy przyjąć do obliczenia współczynnika tarcia statycznego ze wzoru $f_s = \mathrm{tg}\,\alpha$, aby wynik był możliwie najdokładniejszy. **Wyjaśnij** swój wybór.

Skorzystaj z podręcznika s. 153 „Wyznaczanie współczynnika tarcia”

C. Oblicz współczynnik f_s dla wybranego kąta. Skorzystaj z tablic matematycznych.

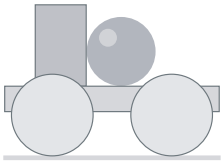
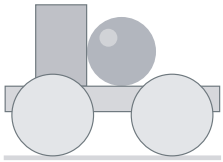
Porównaj wyznaczony współczynnik tarcia ze współczynnikiem odczytanym w tablicach fizycznych dla pary materiałów, z których wykonano równię i monetę.

D. Przeanalizuj wynik doświadczenia i **sprawdź**, czy pomiar czwarty lub piąty można wykorzystać do obliczenia współczynnika tarcia kinetycznego f_k. **Uzasadnij** odpowiedź.

Zadanie 4.

Uczniowie wykonali doświadczenie w celu zaobserwowania skutków działania siły bezwładności. Umieszczali kulkę na wózku, który wprawiali w ruch (zdjęcie I) i następnie gwałtownie zatrzymywali na krótkiej drodze (zdjęcia II i III).

A. **Narysuj** siły działające na kulkę w czasie hamowania wózka. **Wykonaj** rysunki w układzie inercjalnym, związanym z podłożem, i nieinercjalnym, związanym z wózkiem.

Układ inercjalny	Układ nieinercjalny
	

B. Wózek jadący z prędkością 1 $\frac{m}{s}$ zatrzymano na drodze 5 cm. **Oblicz** siłę bezwładności działającą na kulkę o masie 50 g.

Skorzystaj z podręcznika s. 171 „Układy inercjalne i nieinercjalne”

C. Tabela zawiera wartości siły bezwładności działającej na kulkę, obliczone dla różnych dróg hamowania wózka od prędkości początkowej 1,5 $\frac{m}{s}$ do 0 $\frac{m}{s}$. **Narysuj** wykres zależności $F(s)$ i na jego podstawie wybierz poprawne uzupełnienie wniosku.

s [m]	F [N]
0,1	0,56
0,2	0,28
0,3	0,19
0,4	0,14
0,5	0,11

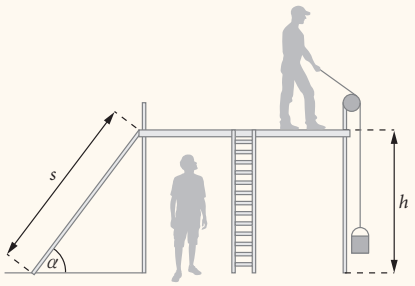
Wniosek:

Siła bezwładności działająca na ciało w hamującym pojeździe jest *wprost proporcjonalna / odwrotnie proporcjonalna* do długości drogi hamowania.

5. Energia i pęd

Przykład 1 Malowanie domu

Paweł i Gaweł postanowili pomalować swój dom. Postawili rusztowanie, którego elementem była pionowa drabina o wysokości $h = 2$ m.



1.1. **(0–1)** Paweł chciał wnieść 10-litrową metalową puszkę z farbą po drabinie, ale Gaweł stwierdził, że wciągając ją na górę za pomocą liny i bloczka, wykonają mniejszą pracę. **Oceń**, czy Gaweł ma rację.

1.2. **(0–3)** Po zużyciu farby Paweł chciał znieść puszkę na dół, ale Gaweł uznał, że mniej czasu zabierze zsunięcie jej po ukośnie ustawionej desce o długości $s = 2{,}5$ m. **Oceń**, czy Gaweł ma rację. Przyjmij, że Paweł schodzi po drabinie z prędkością $v = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a współczynnik tarcia kinetycznego metalu o drewno wynosi $f_k = 0{,}3$.

Rozwiązanie:

1.1. Dostarczenie puszki z farbą (niezależnie od sposobu) na rusztowanie zmienia tylko jej energię potencjalną grawitacji, dlatego wykonana praca zależy jedynie od masy puszki z farbą i różnicy wysokości: $W = mgh$.

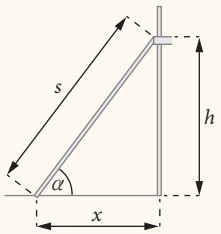
Odpowiedź: Gaweł nie ma racji.

Punktacja: 1 pkt za udzielenie prawidłowej odpowiedzi

Deska oparta o ścianę to przykład równi, której kąt nachylenia spełnia relację: $\sin\alpha = \frac{h}{s}$.

1.2. **Dane:**
$h = 2$ m, $v = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$s = 2{,}5$ m, $f_k = 0{,}3$

Szukane:
$t_1 = ?$
$t_2 = ?$



Paweł porusza się ruchem jednostajnym, zatem pokona drogę o długości h z prędkością v w czasie t_1. Ponieważ $v = \frac{h}{t_1}$, stąd $t_1 = \frac{h}{v} = 4$ s.
Puszka porusza się ruchem jednostajnie zmiennym bez prędkości początkowej i zsuwa się po równi o długości s do jej podstawy w czasie t_2, czyli $s = \frac{1}{2}at_2^2$, stąd $t_2 = \sqrt{2\frac{s}{a}}$. Musimy więc obliczyć przyspieszenie puszki.
Na zsuwanie się puszki po desce wpływają: składowa siły ciężkości równoległa do deski $F_{g||} = mg\sin\alpha$ oraz siła tarcia $F_T = f_k\, mg\cos\alpha$. Siły te mają ten sam kierunek i przeciwne zwroty, stąd siła wypadkowa działająca na puszkę jest równa: $F = F_{g||} - F_T$.
Dodatkowo z II zasady dynamiki $F = ma$. Po przyrównaniu obu wzorów otrzymujemy:

$$ma = F_{g||} - F_T \Rightarrow ma = mg(\sin\alpha - f_k\cos\alpha) \Rightarrow a = g(\sin\alpha - f_k\cos\alpha)$$

Wyznaczamy teraz funkcje trygonometryczne kąta α: $\sin\alpha = \frac{h}{s}$ i $\cos\alpha = \frac{x}{s}$ (patrz rysunek). Z twierdzenia Pitagorasa: $x = \sqrt{s^2 - h^2}$, czyli $\cos\alpha = \frac{\sqrt{s^2 - h^2}}{s}$. Podstawiamy te zależności do wzoru na przyspieszenie:

$$a = g\left(\frac{h}{s} - f_k\frac{\sqrt{s^2 - h^2}}{s}\right) = \frac{g}{s}\left(h - f_k\sqrt{s^2 - h^2}\right)$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy $a \approx 6{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ i stąd $t_2 \approx 0{,}9$ s.
Zatem $t_1 > t_2$, czyli zsunięcie się puszki z równi trwa krócej niż jej zniesienie.

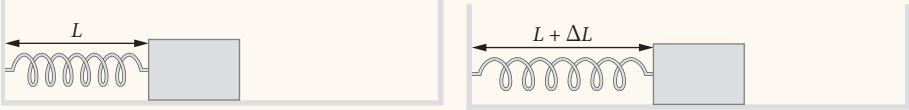
Odpowiedź: Gaweł ma rację.

Punktacja:
1 pkt za wyznaczenie czasu schodzenia po drabinie, 1 pkt za wyznaczenie przyspieszenia, 1 pkt za wyznaczenie czasu pokonania drogi przez puszkę i ustalenie relacji między czasami

Warto zapamiętać:
- Praca przeciw sile grawitacji jest niezależna od sposobu przemieszczenia ciała.
- Jeżeli rozważamy ruch ciała na równi, to interesują nas siły, których kierunek jest równoległy do równi.

Przykład 2 Przesuwanie skrzyni

Skrzynię o masie $m = 10$ kg przymocowano do jednej ze ścianek luku bagażowego za pomocą sprężyny o długości L i współczynniku sprężystości k. Aby przymocować skrzynię do przeciwległej ścianki, przesunięto ją w prawo o $\Delta L = 0{,}05$ m, o tyle samo rozciągając sprężynę.



2.1. **(0–1)** Jeden z pracowników przez nieuwagę puścił skrzynię, zanim umocowano ją do drugiej ścianki. **Oblicz**, ile musiałby wynosić współczynnik sprężystości k, aby skrzynia nie przesunęła się na poprzednie miejsce, jeśli współczynnik tarcia skrzyni o podłoże $f_s = 0{,}85$.

Siła rozciągająca sprężynę nie jest stała. Jest równa sile sprężystości, lecz przeciwnie do niej zwrócona.

2.2. **(0–2)** Okazało się, że siła sprężystości spowodowała przesunięcie skrzyni na poprzednie miejsce. Skorzystaj z zasady zachowania energii i **oblicz** prędkość skrzyni w położeniu równowagi. Pomiń straty energii na tarcie. Przyjmij $k = 1000\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

2.3. **(0–2)** W chwili, gdy sprężyna została rozciągnięta o ΔL, wartość siły sprężystości wynosiła $F_0 = 1000$ N. **Naszkicuj** wykres zależności wartości siły F rozciągającej sprężynę od wielkości x rozciągnięcia sprężyny w przedziale od 0 do $2\Delta L$. **Oblicz** pracę wykonaną przez siłę F na drodze $2\Delta L$.

Skorzystaj z podręcznika s. 206
„Odkształcenie sprężyny"

Rozwiązanie:

2.1. W chwili, gdy pracownik puścił skrzynię, zaczęła na nią działać siła sprężystości o wartości $F = k\Delta L$. Aby skrzynia się nie przesunęła, siłę sprężystości powinna zrównoważyć siła tarcia o maksymalnej wartości $F_{\text{Tmax}} = f_s mg$. Po porównaniu tych wzorów dostajemy:

$$k\Delta L = f_s mg \quad \Rightarrow \quad k = \frac{f_s mg}{\Delta L}$$

Podstawiamy wartości liczbowe i otrzymujemy maksymalną wartość współczynnika:

$$k = 0{,}85\frac{10\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}05\ \text{m}} \approx 1670\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Odpowiedź: Współczynnik sprężystości musiałby wynosić przynajmniej 1670 $\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Punktacja: 1 pkt za prawidłowe wyznaczenie współczynnika sprężystości

2.2. W chwili, w której pracownicy trzymają skrzynię nieruchomo, jej energia kinetyczna wynosi zero. Ponieważ w tej samej chwili sprężyna mocująca skrzynię jest rozciągnięta o ΔL, układ sprężyna–skrzynia ma energię potencjalną sprężystości równą $E_{\text{ps}} = \frac{k(\Delta L)^2}{2}$. Całkowita energia tego układu wyraża się wówczas jako $E = E_{\text{ps}}$.

Gdy skrzynia zostaje puszczona przez pracownika, zaczyna poruszać się w kierunku położenia równowagi. W tym położeniu sprężyna nie jest ani rozciągnięta, ani ściśnięta, czyli energia potencjalna sprężystości wynosi zero. Całkowita energia układu sprężyna–skrzynia jest równa wówczas energii kinetycznej skrzyni $E = E_k = \frac{mv^2}{2}$.

Korzystamy z zasady zachowania energii i porównujemy wyrażenia na energię całkowitą układu:

$$\frac{k(\Delta L)^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{k}{m}}\Delta L$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$v = \sqrt{\frac{1000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}{10\,\mathrm{kg}}} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} = \sqrt{100\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{kg}}} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} = 10\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Odpowiedź: W położeniu równowagi skrzynia miała prędkość $0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Punktacja:

1 pkt za prawidłowe skorzystanie z zasady zachowania energii mechanicznej,

1 pkt za prawidłowe wyznaczenie wartości prędkości skrzyni w położeniu równowagi

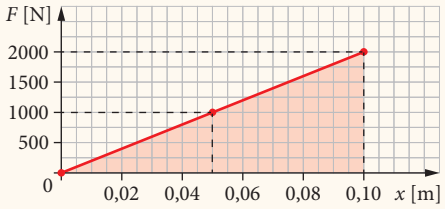
2.3. Wartość siły rozciągającej sprężynę jest dana wzorem $F = kx$, jest to zatem proporcjonalność prosta. Sporządźmy tabelkę, do której wpiszemy przykładowe wartości wydłużenia sprężyny oraz odpowiadające im wartości siły F:

$$\text{dla } x = 0 \Rightarrow F = 0,\ \text{dla } x = \Delta L = 0{,}05\ \mathrm{m} \Rightarrow F = 1000\ \mathrm{N},\ \text{dla } x = 2\Delta L \Rightarrow F = 2000\ \mathrm{N}$$

x [m]	0	0,05	0,10
F [N]	0	1000	2000

Skorzystaj z podręcznika s. 27 „Proporcjonalność prosta”

Na podstawie tabeli sporządzamy wykres.



Pole pod wykresem zależności $F(x)$ odpowiada liczbowo pracy wykonanej przez siłę F na drodze x.

Pracę wykonaną przez siłę F na drodze $2\Delta L$ obliczymy jako pole pod wykresem (pole trójkąta):

$$W = \frac{1}{2}\,0{,}1\ \mathrm{m} \cdot 2000\ \mathrm{N} = 100\ \mathrm{J}$$

Odpowiedź: Na drodze $2\Delta L$ siła wykonała pracę 100 J. Wykres przedstawiono powyżej.

Punktacja:

1 pkt za poprawne narysowanie wykresu (prawidłowe wyskalowanie i opisanie osi oraz naniesienie punktów pomiarowych),

1 pkt za poprawne wyznaczenie pracy wykonanej przez siłę sprężystości

Warto zapamiętać:

- Siła sprężystości jest proporcjonalna do odkształcenia $\vec{F} = -k\vec{x}$, gdzie k to współczynnik sprężystości sprężyny. Siła sprężystości powoduje powrót odkształconego ciała do pierwotnego kształtu.
- Gdy sprężyna jest rozciągnięta o x od położenia równowagi, jej energia potencjalna sprężystości $E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$.
- Ponieważ w powyższym wzorze x występuje w drugiej potędze, to ściśnięcie lub rozciągnięcie sprężyny o taką samą wartość x powoduje nadanie sprężynie takiej samej energii E_{ps}.

Zadanie 1. (0–3)

Prędkość piłki toczącej się po dywanie zmalała dwukrotnie.

Zadanie 1.1 (0–1)

Dokończ poniższe zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź spośród A–C i jej uzasadnienie spośród 1–3.

Całkowita energia mechaniczna piłki	A.	malała,	ponieważ	1.	energia kinetyczna zamieniała się w energię potencjalną.
	B.	była stała,		2.	piłka wykonywała pracę użyteczną nad dywanem.
	C.	rosła,		3.	dywan wykonał pracę użyteczną nad piłką.

Zadanie 1.2 (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Jeżeli masa piłki wynosi m, a wartość prędkości początkowej v piłki, to zmiana pędu piłki ma wartość

A. $\frac{1}{2}mv$. **B.** $\frac{1}{2}mv^2$. **C.** mv. **D.** $2mv$.

Zadanie 1.3 (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Pęd piłki zmienił się o $0{,}15\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ w ciągu 3 s. Siła tarcia działająca na piłkę miała wartość

A. 0,90 N. **B.** 0,45 N. **C.** 0,15 N. **D.** 0,05 N.

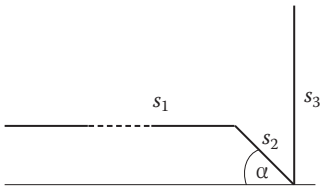
Zadanie 2. (0–6)

Niesiesz torbę z zakupami o łącznej masie $m = 5$ kg, idąc ze stałą prędkością. Twoja droga do domu składa się z kilku odcinków (patrz rysunek):

s_1 – 100 m po powierzchni poziomej,

s_2 – $5\sqrt{2}$ m w dół po schodach nachylonych do poziomu pod kątem $\alpha = 45°$,

s_3 – windą pionowo w górę na wysokość 15 m.



Zadanie 2.1 (0–1)

Wskaż prawidłowe dokończenie zdania. Wpisz znak X w odpowiedniej kratce.

Praca nad ciałem <u>nie jest</u> wykonywana

- ☐ na odcinku s_1.
- ☐ na odcinku s_2.
- ☐ na odcinkach s_1 i s_3.
- ☐ na wszystkich odcinkach.

Zadanie 2.2 (0–3)

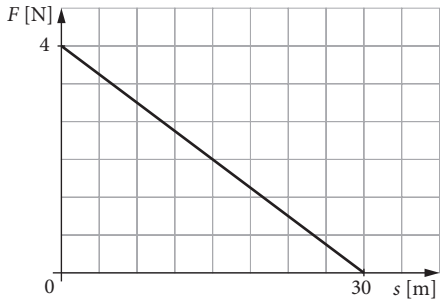
Jeżeli na którymś z odcinków (s_1, s_2, s_3) energia torby z zakupami się zmienia, to zapisz, jaki rodzaj energii się zmienia, i wskaż odcinek, na którym to się dzieje.

Zadanie 2.3 (0–2)

Oblicz całkowitą pracę, jaką należało wykonać, aby przynieść zakupy do domu. Przyjmij przyspieszenie ziemskie $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Zadanie 3. (0–3)

Na ciało poruszające się ruchem prostoliniowym działa siła równoległa do toru jego ruchu. Wykres przedstawia zależność wartości siły F od drogi s pokonanej przez ciało.



Zadanie 3.1 (0–1)

Oblicz pracę wykonaną przez siłę F na drodze s = 30 m.

Zadanie 3.2 (0–1)

Wskaż poprawnie przeliczone przykłady. Wpisz znak X w odpowiednich miejscach.

- ☐ $1\ J = 1\ kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$
- ☐ $1\ mJ = 10^{-3}\ kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$
- ☐ $1\ kJ = 10^{2}\ kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$
- ☐ $1\ MJ = 10^{9}\ kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$

Zadanie 3.3 (0–1)

Uzupełnij zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz prawidłowe stwierdzenie A lub B i uzasadnienie spośród 1–3.

A.	Praca jest wielkością skalarną,	ponieważ	1.	ma wartość, ale nie ma zwrotu i kierunku.
B.	Praca jest wielkością wektorową,		2.	ma wartość, zwrot i kierunek.
			3.	ma wartość, która zależy od kierunku siły.

Zadanie 4. (0–3)

Samochód o masie $m = 1800$ kg przyspiesza od prędkości $v_0 = 0\ \frac{km}{h}$ do prędkości $v_k = 80\ \frac{km}{h}$.

Zadanie 4.1 (0–1)

Oblicz energię kinetyczną samochodu przy prędkościach podanych w tabeli. Wyniki zaokrąglij do pełnych dziesiątek kilodżuli.

$v\ \left[\frac{km}{h}\right]$	0	20	40	60	70	80
E_k [kJ]						

Zadanie 4.2 (0–1)

Na podstawie tabeli z zadania 4.1 sporządź wykres zależności energii kinetycznej samochodu od jego prędkości. Jak nazywa się krzywa powstała z połączenia punktów?

Zadanie 4.3 (0–1)

Na podstawie wykresu z zadania 4.2 uzupełnij wypowiedź tak, aby była prawdziwa.

Aby nie stwarzać zagrożenia na drodze, kierowca musi mieć choćby elementarną wiedzę z fizyki. Wystarczy podać jeden przykład: większość ludzi nie zastanawia się nad tym, że przy jeździe z prędkością 80 $\frac{km}{h}$ zniszczenia na skutek kolizji samochodu z drzewem czy słupem, a co za tym idzie – zagrożenie dla zdrowia i życia kierowcy oraz pasażerów, będą

A. takie same jak w przypadku jazdy z prędkością 40 $\frac{km}{h}$.

B. dwukrotnie większe niż w przypadku jazdy z prędkością 40 $\frac{km}{h}$.

C. wielokrotnie większe niż w przypadku jazdy z prędkością 40 $\frac{km}{h}$.

Zadanie 5. (0–4)

Uczniowie wykonywali doświadczenie – zrzucali piłeczkę o masie m z różnych wysokości i za pomocą odpowiedniego urządzenia mierzyli jej prędkość w momencie uderzenia o podłogę. Dla każdej wysokości doświadczenie wykonywano trzykrotnie. W tabeli zebrano wysokości h, z jakich zrzucano piłeczkę, i wyniki pomiarów prędkości $v_{\text{dośw}}$ (patrz zadanie 5.2).

Zadanie 5.1 (0–1)

Przedyskutuj wyniki doświadczalne uzyskane przez uczniów. **Wyjaśnij, dlaczego dla każdej wysokości h uzyskali oni trzy różne wyniki prędkości.**

Zadanie 5.2 (0–2)

Dla każdej wysokości oblicz i wpisz do tabeli teoretyczną prędkość v_{teor}, z jaką piłeczka powinna uderzyć o podłogę.

h [m]	$v_{\text{dośw}}$ $[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	v_{teor} $[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	$v_{\text{śr}} \pm \Delta v_{\text{śr}}$ $[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$
1	4,25		
	4,38		
	4,57		
1,5	5,53		
	5,38		
	5,31		
2	6,07		
	6,42		
	6,35		
2,5	6,83		
	7,12		
	7,25		
3	7,92		
	7,53		
	7,38		

Zadanie 5.3 (0–1)

Dla każdej wysokości oblicz i wpisz do tabeli średnią arytmetyczną uzyskanych wyników doświadczalnych oraz oszacuj jej niepewność pomiarową. Czy teraz wyniki doświadczalne są bardziej zgodne z wartościami teoretycznymi?

Zadanie 6. (0–2)

Dysponujemy dwiema kulkami o jednakowej masie m i średnicy każda. Kulki wykonane są ze sprężystego kauczuku. Bierzemy jedną kulkę i ustawiamy ją na bardzo gładkim stole. Następnie uderzamy w nią centralnie drugą kulką z prędkością $v = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli zdanie jest fałszywe.

1.	Po zderzeniu kulki kauczukowe się zatrzymają.	**P**	**F**
2.	Po zderzeniu kulki kauczukowe będą się poruszać z prędkością $2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.	**P**	**F**
3.	Po zderzeniu pierwsza z kulek się zatrzyma.	**P**	**F**
4.	Po zderzeniu druga z kulek kauczukowych będzie poruszać się z prędkością $4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.	**P**	**F**

Ustal jaki rodzaj zderzenia zachodzi w przypadku kulek kauczukowych.

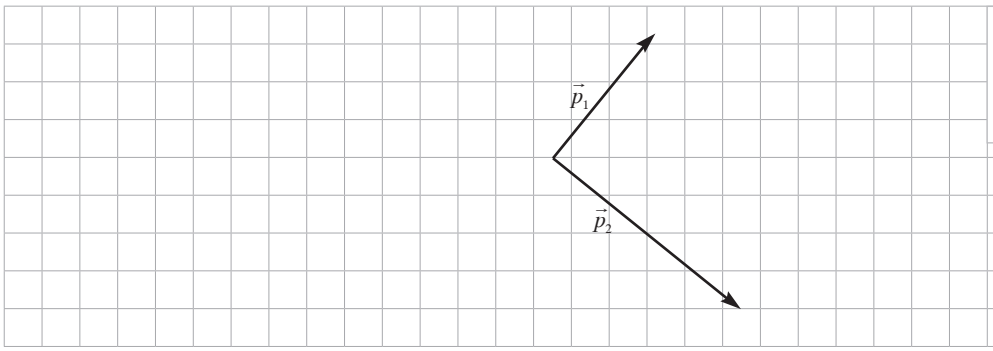
Najprościej sprawdzić prawdziwość zdań, obliczając prędkości, z jakimi po zderzeniu będą poruszać się kulki.

Zadanie 7. (0–3)

Kula bilardowa, której pęd miał wartość p, uderzyła w drugą kulę o identycznej masie i wprawiła ją w ruch. Po zderzeniu sprężystym pędy kul wynosiły odpowiednio: p_1 – pęd pierwszej kuli oraz p_2 – pęd drugiej kuli (patrz rysunek). Pomiń działanie sił oporów ruchu.

Zadanie 7.1 (0–1)

Wyznacz wektor pędu $\vec{p}$ pierwszej kuli przed zderzeniem.



Skorzystaj z podręcznika s. 94 „Metoda równoległoboku”

Zadanie 7.2 (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Zderzenie kul opisane w zadaniu

A. spełnia zasadę zachowania energii mechanicznej, ale nie spełnia zasady zachowania pędu.

B. spełnia zasadę zachowania pędu, ale nie spełnia zasady zachowania energii mechanicznej.

C. spełnia zarówno zasadę zachowania energii mechanicznej, jak i zasadę zachowania pędu.

D. nie spełnia ani zasady zachowania energii mechanicznej, ani zasady zachowania pędu.

Zadanie 7.3 (0–1)

Wskaż, które z opisanych sytuacji można uznać za zderzenia sprężyste.

- ☐ Zderzenie dwóch sprężystych kauczukowych piłeczek.
- ☐ Zderzenie sprężystej kauczukowej piłeczki z powierzchnią Ziemi.
- ☐ Zderzenie neutronu z protonem, w którego wyniku zmniejsza się prędkość neutronu.
- ☐ Zderzenie neutronu z jądrem, w którego wyniku powstają dwa nowe jądra.

Skorzystaj z podręcznika s. 218 „Zderzenia sprężyste”

Zadanie 8. (0–3)

Producenci filmów akcji prześcigają się w efektach, które mają wywołać jak największe wrażenie na widzach. W pewnej komedii kryminalnej przestępca został trafiony kulą o masie 8 g, poruszającą się z prędkością 350 $\frac{m}{s}$. Na skutek postrzału przeleciał w powietrzu 30 m w czasie 1 s.

Zadanie 8.1 (0–1)

Udowodnij za pomocą odpowiednich obliczeń, że opisana sytuacja przeczy prawom fizyki.

Zadanie 8.2 (0–1)

W wyniku testów stwierdzono, że pocisk o parametrach opisanych w zadaniu podczas, przechodzenia na wylot przez drewnianą deskę traci 25% początkowej energii kinetycznej na ogrzanie drewna.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Sprawność procesu, w którym pocisk przebija deskę, wynosi

A. 0,25. **B.** 0,33. **C.** 0,75. **D.** 1,00.

Zadanie 8.3 (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Temperatura deski wzrosła na skutek przejścia przez nią pocisku, ponieważ jedna forma energii może zamienić się w inną jej formę.	P	F
2.	Praca wykonana w celu wyhamowania pocisku w desce nie zależy od prędkości, z jaką pocisk uderzył w deskę.	P	F
3.	Przy ustalonej prędkości początkowej pocisku praca wykonana w celu wyhamowania go w materiale nie zależy od twardości tego materiału.	P	F

Zadanie 9. (0–3)

Po rampie o długości s wjeżdżają na wysokość h dwie ciężarówki: jedna o masie m_1, a druga o masie m_2, gdzie $m_2 > m_1$.

Patrz przykład 1.

Zadanie 9.1 (0–1)

Wyjaśnij, czy obie ciężarówki wykonają jednakową pracę przeciw sile grawitacji, aby dostać się na wysokość h.

Skorzystaj z podręcznika s. 194 „Rozkład sił na równi”

Uzupełnij poniższe zdanie tak, aby było poprawne. Zaznacz właściwe dokończenie zdania A lub B oraz poprawne uzasadnienie 1 lub 2.

Aby wjechać na wysokość h,

A.	obie ciężarówki wykonają jednakową pracę przeciw sile grawitacji,	ponieważ	1.	wielkość ta jest proporcjonalna do masy ciężarówki.
B.	ciężarówka o masie m_2 wykona większą pracę przeciw sile grawitacji,		2.	obie ciężarówki wjeżdżają na tę samą wysokość.

Zadanie 9.2 (0–1)

Obie ciężarówki wjechały na wysokość h i pokonały tę samą drogę s. Ciężarówka o masie m_1 wykonała przeciw sile tarcia pracę równą W_1. Ciężarówka o masie m_2 wykonała przeciw sile tarcia pracę równą W_2. Współczynnik tarcia kinetycznego kół ciężarówki o powierzchnię rampy o masie m_1 wynosił f_1, a dla ciężarówki o masie m_2 wynosił f_2.

Zaznacz wzór prawidłowo opisujący stosunek pracy W_1 do pracy W_2.

A. $\frac{W_1}{W_2} = 1$ **B.** $\frac{W_1}{W_2} = \frac{f_2}{f_1}$ **C.** $\frac{W_1}{W_2} = \frac{f_1}{f_2}\frac{m_2}{m_1}$ **D.** $\frac{W_1}{W_2} = \frac{f_1}{f_2}\frac{m_1}{m_2}$

Zadanie 9.3 (0–1)

Obie ciężarówki przejechały całą długość rampy, utrzymując stałą wartość prędkości.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Skorzystaj z podręcznika s. 191–192 „Praca potrzebna do podniesienia ciała”

1.	Całkowita energia mechaniczna ciężarówki nie zmienia się w trakcie pokonywania rampy.	P	F
2.	Energia potencjalna ciężarówki na wysokości h zależy od czasu, w jakim ciężarówka pokonała rampę.	P	F
3.	Na podstawie podanych w zadaniu danych nie można określić, która z ciężarówek miała większą energię kinetyczną w chwili osiągnięcia wysokości h.	P	F

Zadanie 10. (0–5)

Skrzynię o masie m = 12,5 kg przymocowano do jednej ze ścianek luku bagażowego za pomocą sprężyny o długości L i współczynniku sprężystości k. Aby przymocować skrzynię do przeciwległej ścianki, przesunięto ją w lewo o ΔL = 0,04 m, o tyle samo ściskając sprężynę. Przyjmij, że współczynnik sprężystości sprężyny $k = 2000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$.

Patrz przykład 2.

Zadanie 10.1 (0–1)

Jeden z pracowników przez nieuwagę puścił skrzynię, zanim zamocowano ją do drugiej ścianki.

Oblicz, ile musiałby wynosić współczynnik tarcia skrzyni o podłoże f_s, aby skrzynia nie przesunęła się na poprzednie miejsce.

Tarcie statyczne pojawia się wtedy, gdy ciało usiłujemy wprawić w ruch.

Zadanie 10.2 (0–2)

Okazało się, że siła sprężystości spowodowała przesunięcie skrzyni na poprzednie miejsce. **Na podstawie zasady zachowania energii oblicz prędkość skrzyni w położeniu, w którym sprężyna nie jest ani rozciągnięta, ani ściśnięta**. Pomiń straty energii na tarcie.

Zastanów się, jakiej energii odpowiada energia układu sprężyna–skrzynia w położeniu równowagi.

Zadanie 10.3 (0–2)

W chwili, gdy sprężyna została ściśnięta o ΔL, wartość siły sprężystości wynosiła $F_0 = 80$ N.

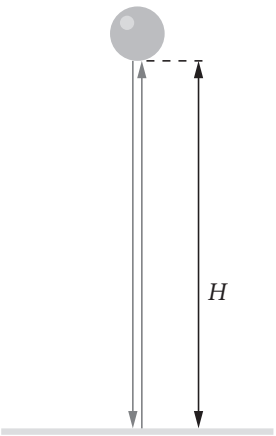
Naszkicuj wykres zależności wartości siły F ściskającej sprężynę od wielkości x ściśnięcia sprężyny w przedziale od 0 do $3\Delta L$. Oblicz pracę wykonaną przez siłę F na drodze $3\Delta L$.

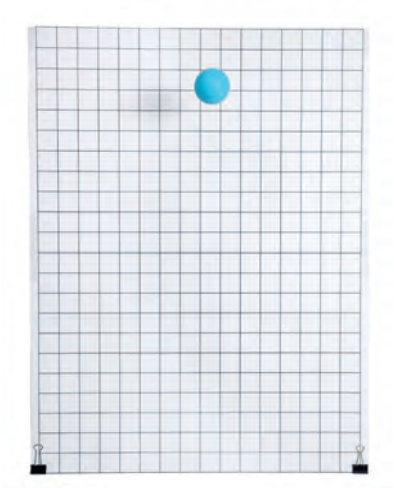
Przygotuj tabelkę, do której wpiszesz przykładowe wartości skrócenia sprężyny oraz odpowiadające im wartości siły F.

Zadanie 11. (0–4)

Puszczono pionowo na podłogę piłeczkę o masie m i promieniu R. Piłeczka odbiła się od podłogi i wzniosła na wysokość H.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z1AM15



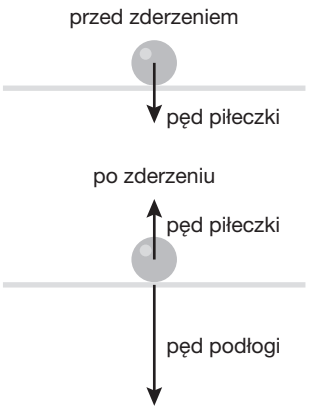


Gdybyśmy chcieli sfilmować doświadczenie z odbijaniem piłeczki, najlepiej zrobić to na tle kartonu w kratkę. Będzie można wówczas na bieżąco odczytywać wysokość, na jaką wzniesie się piłeczka. Dobrze najpierw obejrzeć przebieg doświadczenia w czasie rzeczywistym, a potem w zwolnionym tempie. Do odczytania współrzędnych z filmu można wykorzystać aplikację w smartfonie.

Zadanie 11.1 (0–1)

W trakcie zderzenia z podłogą zmienia się zwrot wektora pędu piłeczki. **Wyjaśnij to zjawisko, opierając się na zasadzie zachowania pędu.** Przyjmij, że zderzenie jest doskonale sprężyste.

Zastanów się, co się dzieje z podłogą w trakcie zderzenia. Czy podłoga uzyskuje niezerowy pęd?



Zadanie 11.2 (0–2)

Po odbiciu od podłogi wyłożonej sztywnym materiałem piłeczka o masie 0,05 kg wzniosła się na wysokość 0,46 m. **Oblicz prędkość i pęd piłeczki w chwili jej odbicia od podłogi.**

Skorzystaj z zasady zachowania energii.

Zadanie 11.3 (0–1)

Marek wykonał doświadczenie omówione w treści zadania i dla raz puszczonej piłeczki zmierzył wysokości, na jakie piłeczka wznosiła się w kilku kolejnych odbiciach od podłogi. Na podstawie swoich pomiarów stwierdził, że zderzenie piłeczki z podłogą nie jest idealnie sprężyste.

Napisz, na jakiej podstawie Marek wyciągnął taki wniosek. Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 12. (0–6)

Dwa wózki na torze powietrznym zderzają się całkowicie niesprężyście i łączą się podczas zderzenia. Pierwszy wózek o masie 400 g uderza w drugi nieruchomy wózek o nieznanej masie.

Mierzono wartość prędkości pierwszego wózka v_1 oraz prędkość połączonych wózków po zderzeniu v_2. Wyniki pomiarów zawiera tabela.

Pomiar	$v_1 \left[\frac{cm}{s}\right]$	$v_2 \left[\frac{cm}{s}\right]$
1.	10	4
2.	20	7
3.	30	12
4.	45	17
5.	60	25

Przeprowadzając pomiary dla różnych prędkości uderzającego wózka i analizując je wszystkie jednocześnie, zwiększasz dokładność wyniku wykonanego doświadczenia.

Niepewności pomiarowe to: $\Delta v_1 = 2\ \frac{cm}{s}$ i $\Delta v_2 = 1\ \frac{cm}{s}$.

Zadanie 12.1 (0–3)

Narysuj wykres zależności $v_2(v_1)$. Zaznacz niepewności pomiarowe. Dopasuj prostą do punktów na wykresie.

Pamiętaj, że nie istnieją pomiary idealnie dokładne. Wszystkie obarczone są niepewnościami. Analizując wyniki doświadczenia lub obserwacji, zawsze należy o tym pamiętać.

Skorzystaj z podręcznika s. 59
„Dopasowanie prostej”

Zadanie 12.2 (0–3)

Przyjmij oznaczenia: m – masa wózka uderzającego, M – masa wózka spoczywającego.

a) **Wyprowadź wzór przedstawiający zależność prędkości v_2 od v_1.**

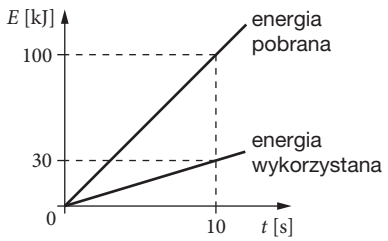
b) **Oblicz masę M, korzystając z wyprowadzonego wzoru i narysowanego wykresu.**

Oblicz współczynnik kierunkowy prostej (tangens kąta nachylenia prostej do osi poziomej).

Skorzystaj z podręcznika s. 154
„Funkcja tangens”

Zadanie 13. (0–3)

Na wykresie obok przedstawiono zależności energii pobranej oraz energii wykorzystanej przez pewne urządzenie od czasu.



Zadanie 13.1 (0–1)

Oblicz moc użyteczną tego urządzenia.

Zadanie 13.2 (0–1)

Oblicz sprawność urządzenia w chwili t = 10 s.

Skorzystaj z podręcznika s. 202 „Sprawność urządzenia”

Sprawność możesz wyrazić jako ułamek (od 0 do 1) albo w procentach (od 0% do 100%).

Zadanie 13.3 (0–1)

Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie spośród 1–3.

Skorzystaj z podręcznika s. 26–29 „Proporcjonalność prosta”

W przedziale czasu (0–10) s sprawność urządzenia

A.	rosła,	ponieważ	1.	zwiększała się wykorzystana energia.
B.	malała,		2.	wzrastały straty energii.
C.	była stała,		3.	pobrana oraz wykorzystana energia rosły proporcjonalnie do czasu.

Zadanie 14. (0–6)

Tłok strzykawki o pojemności 5 cm^3 ma pole powierzchni S_1 = 1,25 cm^2, a otwór wylotowy strzykawki S_2 = 0,02 cm^2. Strzykawkę ustawiono pionowo wylotem do góry i przesunięto tłok z prędkością $v = 10\ \frac{cm}{s}$. Przyjmij, że woda jest nieściśliwa.

Zadanie 14.1 (0–3)

Oblicz maksymalną wysokość, na którą wzniesie się woda wypchnięta ze strzykawki. Pomiń opory ruchu. Przyjmij $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

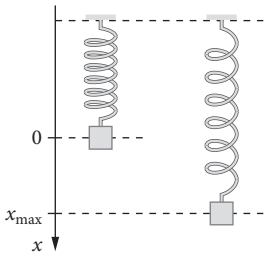
Zadanie 14.2 (0–3)

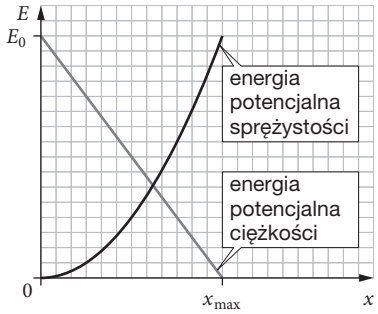
Oblicz wartość siły, z jaką działano na tłok. Przyjmij, że woda o gęstości $1\ \frac{g}{cm^3}$ wytryskuje ze strzykawki z prędkością $6{,}25\ \frac{m}{s}$. Pomiń wszelkie opory.

Zadanie 15. (0–3)

Ciężarek delikatnie zawieszamy na sprężynce i puszczamy. Ciężarek opada i powoduje maksymalne wydłużenie sprężynki o x_{max}. Zmiany energii potencjalnej ciężkości i energii potencjalnej sprężystości w zależności od wydłużenia sprężynki przedstawiono na wykresie poniżej. Energia potencjalna ciężkości jest obliczana względem poziomu x_{max}.

Wartości energii i wydłużenia maksymalnego to E_0 = 1,25 J oraz x_{max} = 0,25 m.





Skorzystaj z podręcznika s. 206
„Energia sprężystości”

Zadanie 15.1 (0–1)

Na podstawie wykresu oblicz masę ciężarka. Przyjmij $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Zadanie 15.2 (0–1)

Na podstawie wykresu oblicz współczynnik sprężystości tej sprężyny.

Zauważ, że gdy sprężyna jest maksymalnie wydłużona, energie potencjalna ciężkości i kinetyczna ciężarka są równe zero.

Jaki poziom przyjęliśmy jako zerowy do obliczenia energii potencjalnej ciężkości?

Zadanie 15.3 (0–1)

Oszacuj energię kinetyczną ciężarka dla x = 10 cm.

Dziennik laboratoryjny Zasada zachowania pędu i energii

Cel: wyznaczanie prędkości „pocisku” wystrzeliwanego przez sprężynowy pistolet-zabawkę.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z1VFDK

Potrzebne będą: pistolet-zabawka, krótki ołówek, linijka, waga, nitka, plastelina, kartki A4, urządzenie do filmowania.

Przebieg doświadczenia:

1. Wyznacz masę kulki z plasteliny: M = _____, i zawieś ją na nici np. na klamce drzwi.

2. Zmierz długość nici od punktu zawieszenia do środka kulki: l = _____ .

3. Do drzwi przyklej kartkę papieru, na której narysuj łuk zakreślany przez kulkę. Na łuku zaznacz podziałkę centymetrową (patrz fotografia).

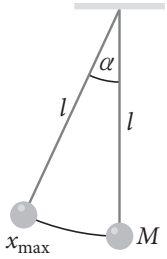
Uwaga. Skorzystaj z programu graficznego i narysuj łuk okręgu o określonym promieniu (np. 60 cm). Wydrukuj fragment tego okręgu na kartce, a długość nici wahadła niech będzie równa promieniowi narysowanego okręgu. Na fragmencie narysowanego okręgu nanieś podziałkę. Możesz też za pomocą nitki i ołówka zakreślić na kartce fragment okręgu o promieniu odpowiadającym długości wahadła.

4. Przygotuj „pocisk” – zatemperowany ołówek o długości kilku centymetrów (w zależności od użytego pistoletu-zabawki). Zważ pocisk: m = _____ .

5. Podczas zderzenia pocisku z kulką jest spełniona zasada zachowania pędu, a po zderzeniu – zasada zachowania energii. Po zderzeniu kulka odchyla się od pionu maksymalnie o kąt α. Wyprowadź wzór pozwalający obliczyć prędkość pocisku w chwili uderzania w kulkę:

$$v_0 = \frac{M+m}{m} \cdot \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}$$

6. Przyłóż pistolet blisko kulki tak, aby poziomo ustawiony ołówek był wycelowany w środek kulki (patrz zdjęcie).



7. Po wystrzeleniu ołówek wbija się w kulkę. Należy zaobserwować, jakie jest maksymalne wychylenie kulki (mierzone wzdłuż łuku). W celu poprawienia dokładności możesz zderzenie sfilmować, a następnie obejrzeć w zwolnionym tempie.

8. Wyniki pomiarów i obliczeń **zapisz** w tabeli.

Lp.	x_{max} [m]	$\alpha = \frac{x}{l}$ [rad]	α [°]	cos α	$v_0 [\frac{m}{s}]$
1.					
2.					
3.					
4.					

9. Oblicz średnią wartość wyznaczanej prędkości.

10. Oszacuj niepewność maksymalną średniej wartości prędkości za pomocą wzoru:

$$\Delta v = \frac{v_{max} - v_{min}}{2\sqrt{n}}$$

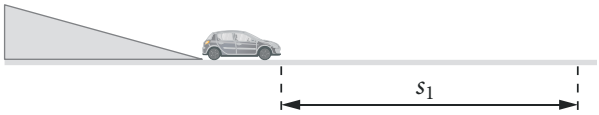
11. Zapisz wynik pomiaru prędkości z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Dziennik laboratoryjny **Zadania doświadczalne**

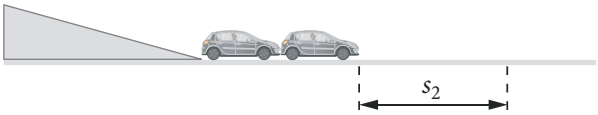
Zadanie 1.

Wykonano doświadczenie w dwóch wariantach. W sytuacji I samochód-zabawka o masie m_1 zjeżdża z równi i zatrzymuje się po przejechaniu drogi s_1. W sytuacji II ten sam samochód zderza się z innym, spoczywającym, o masie m_2. Samochody łączą się i zatrzymują po przebyciu drogi s_2.

Sytuacja I



Sytaucja II



A. Wykonano serię pomiarów dróg s_1 i s_2. Wyniki zapisano w tabeli. **Oblicz** ich wartości średnie i niepewność maksymalną średniej. Wyniki **wpisz** do tabeli.

s_1 [cm]	45	46	47	45	47	$s_{1śr}$ = _____	Δs_1 = _____
s_2 [cm]	21	20	19	18	22	$s_{2śr}$ = _____	Δs_2 = _____

B. W sytuacji II zabawka o masie m_1 uderza z prędkością v_1 w stojący model o masie m_2. **Wyprowadź** wzór na prędkość połączonych zabawek $v_2 = \frac{v_1}{(1+x)}$, gdzie $x = \frac{m_2}{m_1}$.

C. Przebyta droga zależy od prędkości początkowej v zabawki oraz od współczynnika tarcia f (który dla obu zabawek jest praktycznie taki sam) i wyraża się wzorem: $s = \frac{v^2}{2fg}$. Iloraz dróg przebytych w pierwszej i drugiej sytuacji można powiązać z prędkościami, a te ze stosunkiem mas: $x = \frac{m_2}{m_1}$. **Wyprowadź** wzór na x.

D. Wykorzystaj dane zawarte w tabeli i **oblicz** stosunek mas x. **Oszacuj** niepewność Δx.

Zadanie 2.

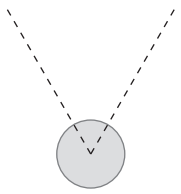
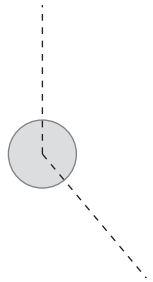
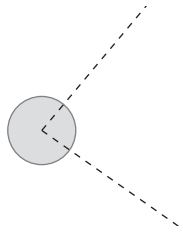
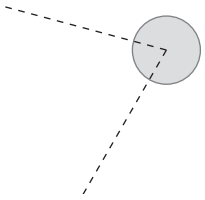
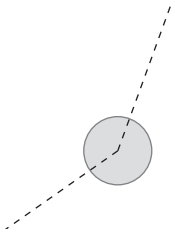
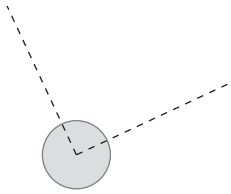
Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z1NZU3

Wykonano doświadczenie polegające na zderzaniu monet (patrz film). Na kartce zaznaczano początkowe położenie nieruchomej monety, w którą uderzała druga moneta. Liniami przerywanymi rysowano kierunki ruchu monet po zderzeniu.

Masy monet: 10 groszy (10) – 2,51 g, 2 złote (200) – 5,21 g, 5 złotych (500) – 6,54 g.

Na rysunkach przedstawiono kilka szkiców wykonanych podczas doświadczenia. Poniżej każdego z nich zapisano jakie monety brały udział w zderzeniu (moneta uderzająca → moneta uderzana).

Spróbuj dorysować kierunek, z którego przybyła moneta uderzająca.

	
Zderzenie: 500 → 10	Zderzenie: 10 → 500
	
Zderzenie: 200 → 200	Zderzenie: 200 → 10
	
Zderzenie: 10 → 500	Zderzenie: 500 → 500

Na podstawie rysunków **sformułuj** wnioski dotyczące badanych zderzeń. **Podkreśl** wybrane słowa lub **uzupełnij** zdania tak, aby były poprawne.

A. Wszystkie badane zderzenia to zderzenia *centralne / niecentralne*.

B. Kierunki ruchu monet po zderzeniu tworzą kąt prosty, jeżeli _____ .

C. Gdy moneta lżejsza uderza w cięższą, to kąt, jaki tworzą kierunki ruchu monet po zderzeniu, jest kątem _____ .

D. Gdyby przeprowadzić doświadczenie, w którym mamy zderzenie 10 → 200, to kierunki ruchu monet po zderzeniu utworzą kąt *ostry / prosty / rozwarty*, który będzie *mniejszy niż / taki sam jak / większy niż* kąt w zderzeniu 10 → 500.

6. Bryła sztywna

Przykład 1 Jajko surowe czy ugotowane

Paweł i Gaweł postanowili upiec ciasto i przyrządzić sałatkę z majonezem. Niestety, jajka surowe pomieszały im się z ugotowanymi.

1.1. **(0–2)** Paweł stwierdził, że jeśli wprawią surowe jajko w ruch obrotowy wokół własnej osi, to będzie się ono obracać szybciej i dłużej niż ugotowane. Gaweł oznajmił, że jest na odwrót: szybciej i dłużej będzie się obracać jajko ugotowane. **Oceń** i **wyjaśnij**, który z nich miał rację.

1.2. **(0–2)** **a) Oblicz**, ile wynosi moment bezwładności jajka, jeśli po działaniu na nie siłą $F = 5$ N przyłożoną prostopadle do najdłuższej osi $d = 6{,}5$ cm obraca się ono z opóźnieniem kątowym $\varepsilon = 0{,}5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.

b) Oblicz energię kinetyczną tego jajka. Prędkość, z jaką obracają się punkty znajdujące się na samych końcach osi d, wynosi $v = 0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Rozwiązanie:

1.1. Surowe jajko nie jest jednorodną bryłą sztywną. Wprawiając je w ruch, chwytamy za skorupkę, i tylko skorupka wykonuje ruch obrotowy. Po ustaniu działania siły płynne wnętrze jajka wyhamowuje lekką skorupkę.

Jajko ugotowane jest jednorodną bryłą sztywną. Wprawione w ruch obrotowy, ma dużo większą energię kinetyczną (obraca się cała masa jajka) i kręci się dłużej niż jajko surowe – dopóki tarcie o podłoże i opór powietrza nie wyhamują jego ruchu.

Odpowiedź: Rację miał Gaweł.

Punktacja:
1 pkt za uzasadnienie, dlaczego jajko surowe obraca się wolniej od ugotowanego,
1 pkt za uzasadnienie, dlaczego jajko ugotowane obraca się dłużej i szybciej

1.2. **Dane:**
$F = 5$ N, $d = 0{,}065$ m
$\varepsilon = 0{,}5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, $v = 0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Szukane:
$I = ?$
$E_k = ?$

Nie rozpatrujemy kształtu jajka ani rozkładu masy w jego wnętrzu. Traktujemy jajko jak punktową masę obracającą się w odległości $\frac{d}{2}$ od osi obrotu.

a) Z drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego: $\varepsilon = \frac{M}{I}$. Wyznaczamy moment bezwładności: $I = \frac{M}{\varepsilon}$. Aby skorzystać z tego wzoru musimy wyznaczyć moment siły: $M = rF\sin\alpha$. Wiemy, że siła została przyłożona prostopadle, czyli $\sin\alpha = 1$, a za promień możemy przyjąć: $r = \frac{1}{2}d$. Otrzymujemy:

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{dF}{2\varepsilon} \Rightarrow I = \frac{0{,}065\,\text{m}\cdot 5\,\text{N}}{2\cdot 0{,}5\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}} = 0{,}325\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

b) Jajko wykonuje tylko ruch obrotowy, więc korzystamy ze wzoru na energię kinetyczną w tym ruchu: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$. Znamy prędkość liniową, więc prędkość kątową wyznaczamy z zależności między nimi: $\omega = \frac{v}{r}$, gdzie zgodnie z treścią zadania: $r = \frac{1}{2}d$. Ostatecznie:

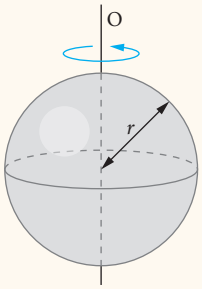
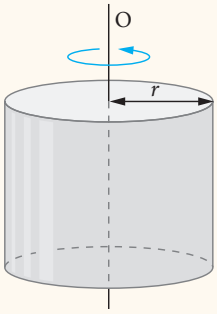
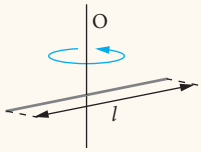
$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{\frac{1}{2}d}\right)^2 = 2I\left(\frac{v}{d}\right)^2 \Rightarrow E_k = 2\cdot 0{,}325\,\text{kg}\cdot\text{m}^2\left(\frac{0{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}065\,\text{m}}\right)^2 \approx 1{,}54\,\text{J}$$

Odpowiedź: Moment bezwładności jajka wynosi $0{,}325\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$, a jego energia kinetyczna to 1,54 J.

Punktacja:
1 pkt za prawidłowe obliczenie momentu bezwładności,
1 pkt za prawidłowe obliczenie energii kinetycznej

Przykład 2 Dynamika ruchu obrotowego

W tabeli zestawiono momenty bezwładności I_0 wybranych brył, liczone względem osi O przechodzącej przez środek masy danej bryły.

	Sfera o promieniu r i masie m	Jednorodny walec o promieniu podstawy r i masie m	Cienki pręt o długości l i masie m
Bryła			
I_0	$I_0 = \frac{2}{3} mr^2$	$I_0 = \frac{1}{2} mr^2$	$I_0 = \frac{1}{12} ml^2$

Zgodnie z twierdzeniem Steinera, jeśli znamy moment bezwładności bryły względem osi przechodzącej przez środek masy bryły, możemy wyznaczyć również moment bezwładności względem dowolnej osi do niej równoległej.

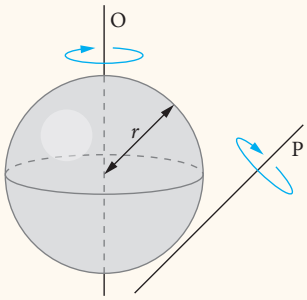
Zauważ, że moment bezwładności ciała zależy nie tylko od jego masy, lecz także od sposobu jej rozmieszczenia wokół osi obrotu.

$$I = I_0 + md^2$$

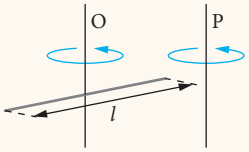
gdzie: I_0 – moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy, I – moment bezwładności względem osi równoległej do pierwszej osi, d – odległość między osiami, m – masa bryły.

2.1. (0–1) Wskaż, w którym z poniższych przypadków nie możemy skorzystać z twierdzenia Steinera, aby wyznaczyć moment bezwładności bryły względem osi P. Odpowiedź **uzasadnij**.

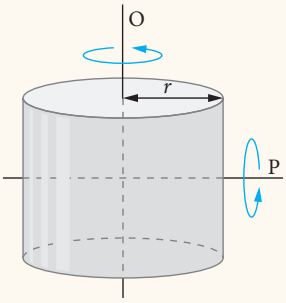
A.



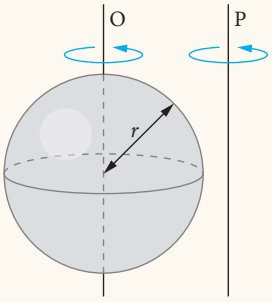
C.



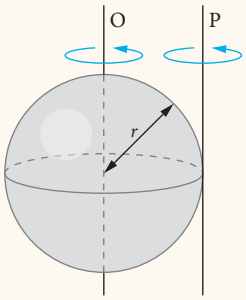
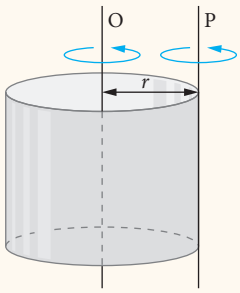
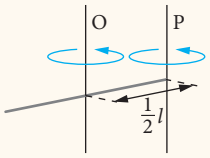
B.



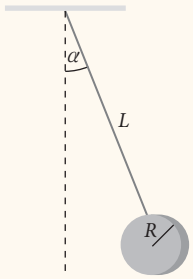
D.



2.2. **(0–2)** Skorzystaj z twierdzenia Steinera, aby uzupełnić poniższą tabelę. **Wpisz** dla każdej z brył wzór na jej moment bezwładności I_P liczony względem osi P.

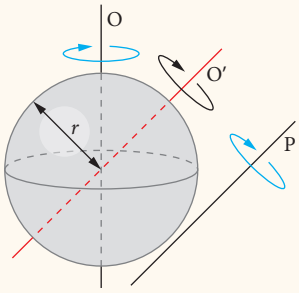
Bryła	Sfera o promieniu r i masie m 	Jednorodny walec o promieniu podstawy r i masie m 	Cienki pręt o długości l i masie m 
I_P	I_P = _____	I_P = _____	I_P = _____

2.3. **(0–3)** Przygotowano wahadło, wieszając na nierozciągliwej nici o zaniedbywalnie małej masie obciążnik w kształcie płaskiego krążka (patrz rysunek). Masa krążka wynosi m, jego promień R, a długość nici L. Obciążnik odchylono od pionu pod kątem α, a następnie puszczono, czyli wprawiono wahadło w ruch. **Wyprowadź** zależność przyspieszenia kątowego ε krążka od kąta wychylenia α. Moment bezwładności nici pomijamy.



Rozwiązanie:

2.1. Analizujemy rysunki ze strony 79 i zauważamy, że przypadki C i D nie budzą żadnych wątpliwości – oś P jest równoległa do osi O przechodzącej przez środek masy bryły. W obu tych przypadkach możemy skorzystać z twierdzenia Steinera, aby wyznaczyć moment bezwładności względem osi P.



Na pierwszy rzut oka wydawać by się mogło, że nie możemy skorzystać z twierdzenia Steinera w przypadku A – osie O i P nie są równoległe. Jednak jeśli weźmiemy pod uwagę fakt, że ze względu na symetrię sfery jej moment bezwładności liczony względem każdej osi przechodzącej przez jej środek masy zawsze wynosi $I_0 = \frac{2}{3}mr^2$, to okazuje się, że również w tym przypadku możemy skorzystać z twierdzenia Steinera. Oś P jest równoległa do jednej z nieskończenie wielu osi przechodzących przez środek masy sfery.

Jedynym przypadkiem, w którym nie możemy skorzystać z twierdzenia Steinera, jest przypadek B. Osie O i P są prostopadłe, a rozumowanie zastosowane do sfery nie stosuje się do walca ze względu na brak odpowiedniej symetrii tej bryły.

Odpowiedź: B

Punktacja: 1 punkt za zaznaczenie prawidłowej odpowiedzi

2.2. Zapisujemy twierdzenie Steinera kolejno dla każdej z brył zgodnie z danymi z rysunku (zauważmy, że dla sfery i walca odległość pomiędzy osią O a osią P wynosi r).

- Dla sfery: $I_P = I_0 + mr^2 = \frac{2}{3}mr^2 + mr^2 = \frac{5}{3}mr^2$
- Dla walca: $I_P = I_0 + mr^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$
- Dla pręta: $I_P = I_0 + mr^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{1}{2}l\right)^2 = \frac{1}{3}ml^2$

Punktacja:

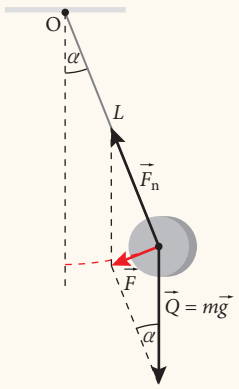
1 pkt za prawidłowe zapisanie twierdzenia Steinera dla wszystkich trzech przypadków,

1 pkt za prawidłowe przekształcenia do postaci końcowej

2.3. Na wahadło odchylone od pionu i puszczone swobodnie działa siła $\vec{F}$, która wprawia je w ruch. Ustalmy, co to za siła.

Do obliczenia momentu bezwładności krążka skorzystaj z twierdzenia Steinera. Wyznacz siłę odpowiedzialną za ruch krążka po łuku, prostopadłą do nici wahadła – ramienia siły.

Na odchylony krążek działa siła ciężkości o wartości $Q = mg$ i siła naciągu nici $\vec{F}_n$. Siła $\vec{F}$ jest wypadkową tych sił, na rysunku zaznaczono ją na czerwono. Za ruch obciążnika po łuku okręgu odpowiedzialna jest więc siła o wartości $F = mg\sin\alpha$, działająca w kierunku prostopadłym do ramienia siły (nici wahadła), które w tym przypadku wynosi $r = R + L$.



Możemy zatem zapisać wyrażenie określające wartość momentu siły działającego na środek masy krążka:

$$M = rF = mg(R + L)\sin\alpha$$

Z drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego możemy zapisać: $M = I\varepsilon$, gdzie ε jest przyspieszeniem kątowym obciążnika, a I – jego momentem bezwładności względem punktu zawieszenia wahadła. Wartość momentu bezwładności krążka wyznaczamy z twierdzenia Steinera:

$$I = mr^2 + I_0, \quad \text{gdzie } r = R + L \quad \text{oraz} \quad I_0 = \frac{1}{2}mR^2$$

Otrzymujemy:

$$I = m(R + L)^2 + \frac{1}{2}mR^2 = m\left[(R + L)^2 + \frac{1}{2}R^2\right]$$

Po porównaniu wyrażeń na moment siły otrzymujemy: $rF = I\varepsilon$. Zatem:

$$\varepsilon = \frac{rF}{I} = \frac{mg(R + L)\sin\alpha}{m\left[(R + L)^2 + \frac{1}{2}R^2\right]} = \frac{2g(R + L)\sin\alpha}{2(R + L)^2 + R^2}$$

Punktacja:

1 pkt za prawidłowe wyznaczenie momentu bezwładności krążka,

1 pkt za poprawne wyznaczenie zależności opisującej moment siły,

1 pkt za prawidłowe wyznaczenie zależności przyspieszenia kątowego od kąta wychylenia

Warto zapamiętać:

- Moment siły uwzględnia nie tylko wartość siły, lecz także miejsce jej przyłożenia.
- W ruchu obrotowym przyspieszenie kątowe bryły jest wprost proporcjonalne do wartości wypadkowego momentu wszystkich sił działających na ciało i odwrotnie proporcjonalne do momentu bezwładności tej bryły. Zarówno moment siły, jak i moment bezwładności są liczone względem tej samej ustalonej osi.
- W ruchu obrotowym rolę analogiczną do siły w ruchu postępowym odgrywa moment siły, a analogiczną do masy – moment bezwładności.

Zadanie 1. (0–1)

Dla ruchu obrotowego, podobnie jak dla ruchu postępowego, można sformułować pierwszą zasadę dynamiki.

Wybierz takie elementy spośród A–C oraz 1–3, aby stwierdzenie w ramce było zgodne z treścią pierwszej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

Jeżeli na bryłę sztywną obracającą się wokół pewnej osi	A.	nie działa żadna siła zewnętrzna lub działające siły się równoważą,	to bryła	1.	nie obraca się lub obraca się ze stałą prędkością kątową.
	B.	działają wyłącznie siły skierowane równolegle do tej osi,		2.	pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.
	C.	działają siły, których wypadkowy moment względem tej osi wynosi zero,		3.	obraca się z pewnym przyspieszeniem kątowym.

Zadanie 2. (0–1)

Tworząca się Droga Mleczna miała kształt zbliżony do kuli. Obecnie przypomina spłaszczony dysk o średnicy kilkakrotnie większej. Podobnie jak inne galaktyki spiralne obraca się wokół osi prostopadłej do płaszczyzny przechodzącej przez środek jej masy.

Wybierz takie uzupełnienia (spośród A–C oraz 1–3), aby zdania w ramce były prawdziwe.

Zmiana kształtu Drogi Mlecznej pociągnęła za sobą zmianę	A.	jej ładunku elektrycznego.	Zgodnie z zasadą zachowania	1.	momentu bezwładności	zmieniła się wówczas również jej prędkość kątowa.
	B.	jej masy.		2.	momentu pędu	
	C.	jej momentu bezwładności.		3.	momentu siły	

Zadanie 3. (0–5)

Kasia znalazła w szufladzie trzy rolki taśmy pakowej. Na każdą rolkę była nawinięta inna ilość taśmy. Masa i wymiary rolek z nawiniętą taśmą są podane w tabeli.

	Masa m **[g]**	**Średnica wewnętrzna** D_{wew} **[cm]**	**Średnica zewnętrzna** D_{zew} **[cm]**
Rolka 1	35	7,6	8,4
Rolka 2	64		9,0
Rolka 3	103		9,4

Kasia chciała zająć czymś młodszego brata. Zrobiła z deski równię pochyłą, położyła rolki na wyższym końcu równi i pozwoliła im się staczać. Poprosiła brata, aby przez chwilę sam się pobawił.

Zadanie 3.1 (0–2)

Uzupełnij tabelę. Wyznacz moment bezwładności każdej z rolek względem osi przechodzącej przez jej środek masy oraz względem osi biegnącej wzdłuż styku rolki z podłożem.

Wskazówka. Moment bezwładności rolki względem osi przechodzącej przez środek masy wyznaczamy jako $I_0 = \frac{1}{8}m\left(D_{wewn}^2 + D_{zewn}^2\right)$, a moment bezwładności względem osi styku z podłożem – z twierdzenia Steinera (patrz przykład 2.).

	Moment bezwładności rolki względem osi przechodzącej przez środek masy I_0 [kg · m^2]	Moment bezwładności rolki względem osi styku rolki z podłożem I [kg · m^2]
Rolka 1		
Rolka 2		
Rolka 3		

Zadanie 3.2 (0–1)

Ola z bratem wykonali proste doświadczenie. Po kolei stawiali każdą z rolek na górnej krawędzi równi i pozwalali jej swobodnie się stoczyć. Jednocześnie mierzyli czas, w jakim rolka pokonywała drogę od górnego do dolnego końca równi. Uzyskane wyniki zapisali w tabeli.

Iloraz wielkości wprost proporcjonalnych jest stały.

	Czas, w jakim rolka pokonała równię t [s]						Wartość średnia uzyskanych wyników $t_{śr}$ [s]	Długość równi s [m]
Rolka 1	5,02	4,59	4,55	5,15	5,18	4,72	4,87	0,8
Rolka 2	4,55	4,60	4,60	4,33	4,85	4,48	4,57	
Rolka 3	4,10	3,94	3,91	4,13	4,05	4,17	4,05	

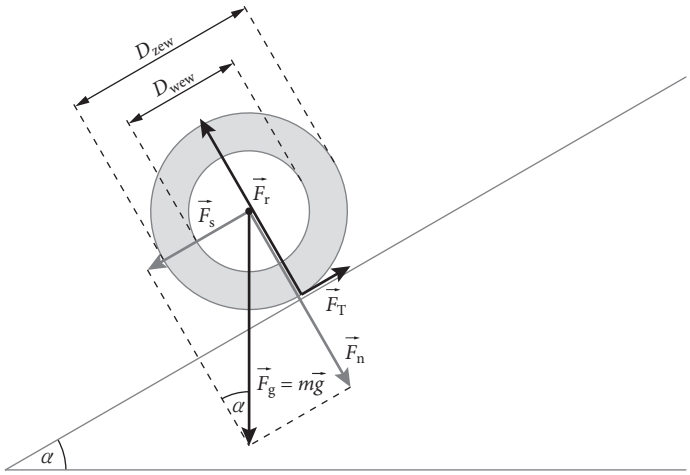
Wstaw znak X przy wniosku w kolumnie *Tak*, jeżeli wniosek możemy sformułować na podstawie wyników zestawionych w tabeli, lub w kolumnie *Nie*, gdy nie możemy.

	Wniosek	Tak	Nie
1.	Pojedynczy pomiar czasu jest mało miarodajny, ponieważ jest obarczony niepewnością pomiarową przekraczającą najmniejszą podziałkę stopera.		
2.	Średni czas potrzebny na to, aby rolka pokonała równię, jest wprost proporcjonalny do masy rolki.		
3.	Gdyby ustawić równię pod większym kątem, rolki pokonywałyby ją w krótszym czasie.		
4.	Moment bezwładności rolki zależy od jej masy.		

Zadanie 3.3 (0–2)

Po kwadransie Kasia zajrzała do pokoju brata. Przez chwilę obserwowała jego zabawę i zauważyła, że rolki staczają się ruchem przyspieszonym. Dziewczyna zaczęła się zastanawiać, od czego zależy przyspieszenie liniowe rolki.

Skorzystaj z II zasady dynamiki dla ruchu postępowego i z II zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.



Przeanalizuj rysunek i wykaż, że przyspieszenie liniowe rolki wyraża się wzorem:

$$a = \frac{g \sin\alpha}{1 + \frac{I}{mr_{zew}^2}}, \quad \text{gdzie } r_{zew} = \frac{D_{zew}}{2}$$

Zadanie 4. (0–2)

Z tej samej wysokości równi pochyłej puszczono bez prędkości początkowej kolejno kulę, walec i pierścień. **Która z brył będzie miała największą prędkość u podstawy równi, jeśli wszystkie mają taką samą masę i taki sam promień? Odpowiedź krótko uzasadnij.**

Zadanie 5. (0–3)

Dziecko bawi się nadmuchiwaną piłką o średnicy $d = 20$ cm. W pewnej chwili położyło piłkę na szczycie pagórka o wysokości $h = 3$ m. Piłka zaczęła się staczać bez poślizgu.

Zadanie 5.1 (0–1)

Wymień wszystkie rodzaje energii mechanicznej piłki, gdy:

leży ona na szczycie pagórka	
stacza się ona po zboczu	
znajduje się ona u podnóża pagórka	

Zadanie 5.2 (0–2)

Oblicz prędkość kątową piłki i prędkość liniową jej środka tuż po stoczeniu się ze zbocza. Pomiń tarcie toczne. Przyjmij $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Tocząca się piłka wykonuje jednocześnie dwa ruchy: postępowy i obrotowy.

Dla sfery obracającej się względem osi przechodzącej przez jej środek masy: $I_0 = \frac{2}{3}mr^2$.

Zadanie 6. (0–2)

Obserwacje pewnej komety okresowej wykazały, że składa się ona z dwóch brył materii krążących wokół wspólnego środka masy.

Skorzystaj z podręcznika s. 238 „Środek masy”

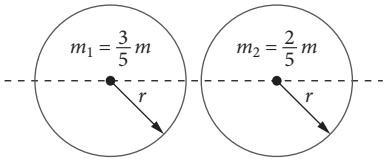
Zadanie 6.1 (0–1)

Wskaż poprawną definicję środka masy komety, wpisując znak X w odpowiedniej kratce.

- ☐ Punkt wewnątrz Słońca, wokół którego kometa krąży po orbicie.
- ☐ Punkt leżący w połowie odległości między środkami geometrycznymi brył tworzących kometę.
- ☐ Punkt, w którym na ciało nie działa żadna siła grawitacji pochodząca od komety lub działające siły się równoważą.
- ☐ Punkt, który porusza się tak, jak poruszałaby się kometa, gdyby cała jej masa była skupiona w tym punkcie.

Zadanie 6.2 (0–1)

Wiemy, że bryły tworzące kometę mają taką samą średnicę. Stosunek ich mas wynosi 3 : 2, a odległość między nimi jest tylko nieznacznie większa od sumy ich promieni (patrz rysunek).



Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Środek masy tego układu znajduje się

A. wewnątrz lżejszej bryły.

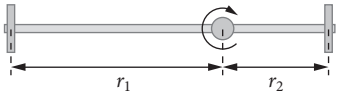
B. wewnątrz cięższej bryły.

C. w środku odcinka łączącego geometryczne środki brył.

D. między bryłami, ale bliżej bryły cięższej.

Zadanie 7. (0–4)

Metalowy pręt zamocowano w ruchomym uchwycie tak, aby się mógł obracać w płaszczyźnie pionowej wyznaczonej przez jego końce. Na obu końcach pręta zaczepiono po jednym ciężarku o masie równej m (patrz rysunek).



Zadanie 7.1 (0–1)

Wybierz elementy spośród A–B i 1–2, aby zdanie było prawdziwe.

Jeżeli zamocujemy pręt poziomo w taki sposób, że $r_1 = 2r_2$, to na ciężarki będą działać	A.	siły o takiej samej wartości ($F_1 = F_2$)	oraz	1.	momenty sił o takiej samej wartości ($M_1 = M_2$).
	B.	siły o różnych wartościach ($F_1 \neq F_2$)		2.	momenty sił o różnych wartościach ($M_1 \neq M_2$).

Zadanie 7.2 (0–2)

Oblicz momenty sił działające na obracający się pręt w chwili, kiedy tworzy on z poziomem kąt $\alpha = 45°$. Masa ciężarków $m = 100$ g, a długość pręta $l = 60$ cm. Przyjmij, że pręt jest pozbawiony masy.

Zadanie 7.3 (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe.

Przy $r_1 = 2r_2$ pręt przedstawiony na rysunku znajdzie się w położeniu równowagi, jeśli

A. wisząc w uchwycie, zawiśnie pionowo, a ramię r_1 znajdzie się poniżej punktu zamocowania.

B. wisząc w uchwycie, zawiśnie pionowo, a ramię r_1 znajdzie się powyżej punktu zamocowania.

C. wisząc w uchwycie, ustawi się poziomo.

D. wisząc w uchwycie, ustawi się pod kątem $\alpha = 30°$ do poziomu.

Zadanie 8. (0–2)

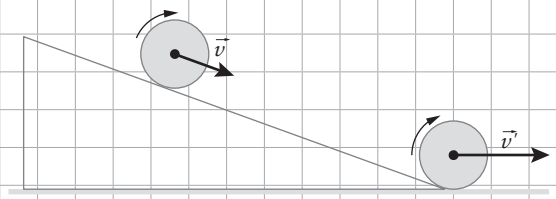
Kula, której prędkość początkowa w ruchu postępowym wynosi $v_0 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, wtacza się bez poślizgu na równię pochyłą o kącie nachylenia $\alpha = 45°$. **Oblicz, na jakiej wysokości zatrzyma się kula.**

Zadanie 9. (0–14)

Beczki o średnicy 0,5 m i wysokości 0,9 m wypełnione smołą o gęstości 1,2 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ trudno zdjąć z wysokiej na 190 cm naczepy samochodu. W celu ułatwienia ich transportu do brzegu naczepy zamocowano szyny o długości 4,2 m. Beczki toczą się po nich bez poślizgu wprost do magazynu. Przyjmij, że beczka to jednorodny walec o momencie bezwładności $I = \frac{1}{2}mr^2$.

Zadanie 9.1 (0–2)

Na poniższym rysunku dorysuj wektory sił działających na beczkę, gdy toczy się ona po szynach i gdy toczy się po podłodze magazynu. Zachowaj właściwe proporcje długości wektorów. Zapisz nazwy tych sił.



Skorzystaj z podręcznika s. 266 „Doświadczenie 41”

Zadanie 9.2 (0–3)

Oblicz prędkość beczki u podstawy pochylni. Załóż, że ruch zachodzi bez poślizgu.

Zadanie 9.3 (0–2)

Oblicz przyspieszenie liniowe toczącej się po szynach beczki.

Skorzystaj z równań ruchu jednostajnie przyspieszonego.

Zadanie 9.4 (0–4)

Oblicz wartość siły tarcia statycznego, dzięki któremu beczka nie zsuwa się po szynach, lecz się po nich toczy.

Wyraź sinus kąta nachylenia równi jako iloraz jej odpowiednich wymiarów.

Zadanie 9.5 (0–3)

Oblicz drogę, jaką pokona beczka po podłodze magazynu. Załóż, że suma wszystkich sił oporu ruchu na płaskim podłożu wynosi 750 N.

Co możesz powiedzieć o prędkości końcowej beczki?

Zadanie 10. (0–3)

Olej kokosowy, wykorzystywany np. w kosmetyce, zmienia stan skupienia w temperaturze około 25°C. Powyżej tej temperatury jest przejrzystą cieczą, a poniżej – białym i twardym tłuszczem.

Zadanie 10.1 (0–1)

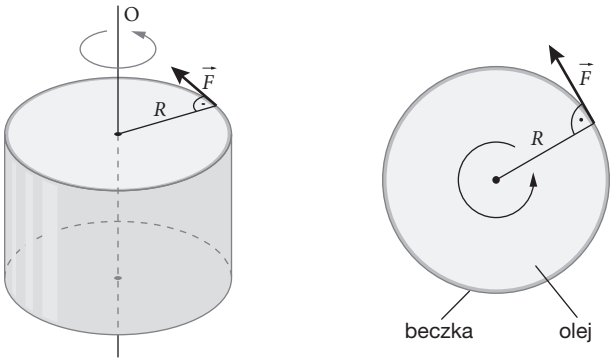
Ustal, w jaki sposób zmiana stanu skupienia oleju wpływa na właściwości tej substancji. **Następnie uzupełnij poniższe zdanie tak, aby było poprawne. Wybierz odpowiedź A lub B i jej uzasadnienie 1 lub 2.**

Patrz przykład 1.

Jako bryłę sztywną traktujemy beczkę wypełnioną olejem w stanie	A.	ciekłym,	ponieważ cząsteczki oleju	1.	mogą przemieszczać się względem beczki oraz względem siebie.
	B.	stałym,		2.	nie mogą przemieszczać się ani względem beczki, ani względem siebie.

Zadanie 10.2 (0–1)

Moment bezwładności pustej beczki w kształcie walca względem osi O przechodzącej przez jej środek masy jest dany wzorem $I_B = mR^2$, a moment bezwładności oleju w stanie stałym – wzorem $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$, gdzie m jest masą beczki, M – masą oleju, R – promieniem beczki.



Wskaż wyrażenie, z którego obliczymy przyspieszenie kątowe beczki napełnionej zestalonym olejem i wprawionej w ruch obrotowy przez siłę $\vec{F}$, jak przedstawiono na rysunku.

A. $\varepsilon = \frac{F}{2mR}$ **B.** $\varepsilon = \frac{F}{2MR}$ **C.** $\varepsilon = \frac{2F}{(2m + M)R}$ **D.** $\varepsilon = \frac{2F}{(m + 2M)R}$

Zadanie 10.3 (0–1)

Beczka wypełniona zestalonym olejem jest wtaczana po pochylni. Jej prędkość kątowa na wysokości h wynosi ω, a prędkość ruchu postępowego jej środka masy równa jest v. Moment bezwładności beczki wraz z olejem liczony względem osi obrotu wynosi I.

Uzupełnij poniższą tabelę, wpisując w drugiej kolumnie nazwy wielkości fizycznych opisywanych podanymi wyrażeniami. Nazwy wielkości fizycznych wybierz spośród propozycji wymienionych pod tabelą.

Wyrażenie	Wielkość fizyczna
$E = \frac{I}{2}\omega^2$	
$E = (m + M)\left(gh + \frac{v^2}{2}\right) + \frac{I}{2}\omega^2$	
$E = (m + M)\frac{v^2}{2}$	

A. energia potencjalna wypełnionej beczki

B. energia kinetyczna ruchu postępowego wypełnionej beczki

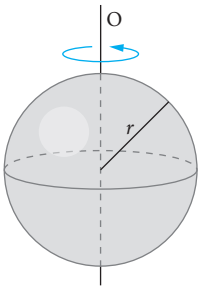
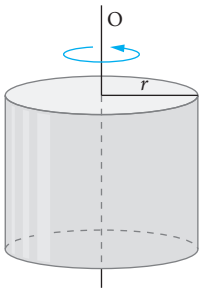
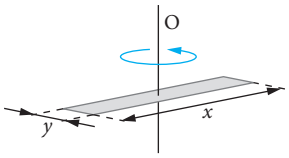
C. energia kinetyczna ruchu obrotowego wypełnionej beczki

D. całkowita energia mechaniczna wypełnionej beczki

Zadanie 11. (0–6)

W tabeli zestawiono momenty bezwładności I_0 wybranych brył, liczone względem osi O przechodzącej przez środek masy danej bryły.

Patrz przykład 2.

Bryła	Jednorodna kula o promieniu r i masie m 	Cienkościenna rura o promieniu podstawy r i masie m 	Cienki pasek o długości x, szerokości y i masie m 
I_0	$I_0 = \frac{2}{5} mr^2$	$I_0 = mr^2$	$I_0 = \frac{1}{12} m(x^2 + y^2)$

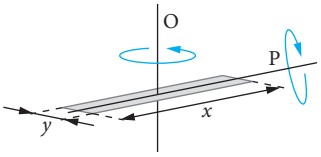
Wskazówka: Zwróć uwagę, że mamy tu inne bryły niż w przykładzie 2. Zamiast sfery jest jednorodna kula, a zamiast walca (pełnego w środku) – cienkościenna rura pusta w środku.

Zadanie 11.1 (0–1)

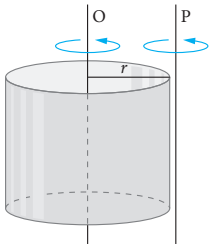
Zgodnie z twierdzeniem Steinera, jeśli znamy moment bezwładności bryły względem osi O, możemy wyznaczyć również moment bezwładności względem dowolnej osi do niej równoległej.

W którym z poniższych przypadków <u>nie możemy</u> skorzystać z twierdzenia Steinera, aby wyznaczyć moment bezwładności bryły względem osi P? Odpowiedź uzasadnij.

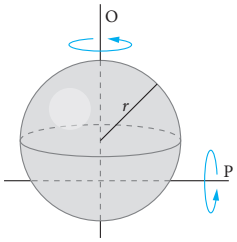
A.



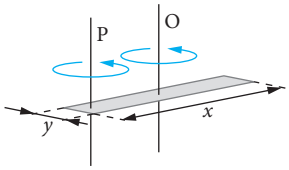
B.



C.

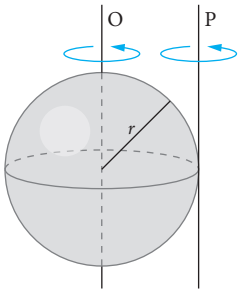
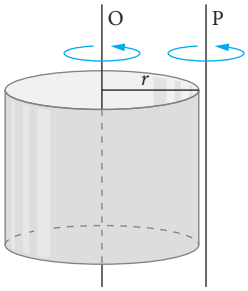
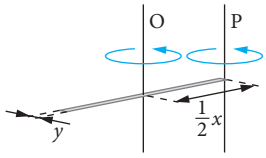


D.



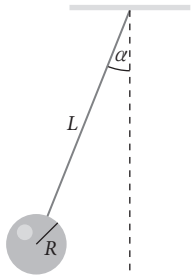
Zadanie 11.2 (0–2)

Skorzystaj z twierdzenia Steinera, aby uzupełnić poniższą tabelę. **Wpisz dla każdej z brył wzór na jej moment bezwładności I_p liczony względem osi P.**

	Jednorodna kula o promieniu r i masie m	Cienkościenna rura o promieniu podstawy r i masie m	Cienki pasek o długości x, szerokości y i masie m
Bryła			
I_P	I_P = _____	I_P = _____	I_P = _____

Zadanie 11.3 (0–3)

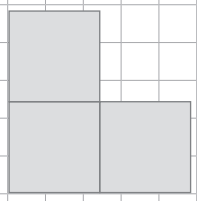
Przygotowano wahadło, wieszając na nierozciągliwej nici o zaniedbywalnie małej masie obciążnik w kształcie jednorodnej kuli. Masa kuli wynosi m, jej promień R, a długość nici L. Obciążnik odchylono od pionu pod kątem α, a następnie puszczono, czyli wprawiono wahadło w ruch. **Znajdź zależność przyspieszenia kątowego ε kuli od kąta wychylenia α.** Moment bezwładności nici pomijamy.



Zadanie 12. (0–2)

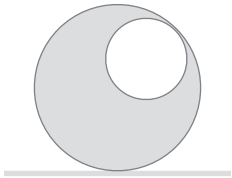
Połączono ze sobą trzy jednakowe płytki, tak jak na rysunku. Każda płytka jest kwadratem o boku a = 12 cm. **Oblicz, a następnie zaznacz położenie środka masy powstałej bryły.** Przyjmij, że płytki są jednorodne, a środki ich masy znajdują się w punkcie przecięcia przekątnych.

Skorzystaj z podręcznika s. 238 „Definicja środka masy”



Zadanie 13. (0–4)

W jednorodnym krążku o promieniu R i masie M wycięto otwór o promieniu $\frac{1}{2}R$ i ustawiono krążek na poziomej powierzchni (patrz rysunek).



Zadanie 13.1 (0–1)

Zaznacz, w którą stronę obróci się krążek.
Przyjmij, że nie obróci się na bok.

W którą stronę, względem środka krążka jest przesunięty środek masy?

Zadanie 13.2 (0–3)

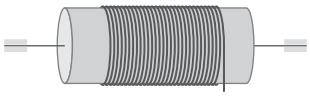
Wyznacz moment bezwładności względem osi krążka dla krążka z otworem. Przyjmij, że moment bezwładności pełnego krążka względem osi był równy $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$.

Zastanów się, ile wynosi moment bezwładności wyciętego krążka, względem osi dużego krążka.

Zadanie 14. (0–5)

Na drewniany walec o promieniu 0,1 m i masie 5 kg nawinięto 10 m ciężkiego łańcucha o gęstości liniowej 1,3 $\frac{\text{kg}}{\text{m}}$. Następnie delikatnie pchnięto walec, który zaczął się obracać. Łańcuch odwijał się z walca bez poślizgu i jego koniec opadał coraz niżej. Opory ruchu można pominąć.

Czy przyspieszenie ruchu obrotowego walca miało stałą wartość?



Zadanie 14.1 (0–2)

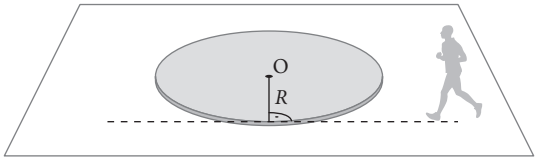
Oblicz moment bezwładności względem osi walca dla bryły składającej się z walca i łańcucha w całości nawiniętego na walec.

Zadanie 14.2 (0–3)

Oblicz wartość prędkości, którą miał łańcuch w chwili, gdy w całości odwinął się z walca.

Zadanie 15. (0–6)

Drewniana obrotowa scena o masie 2500 kg jest walcem o promieniu 3 m i grubości 20 cm (moment bezwładności względem osi sceny $I = \frac{m_s \cdot R^2}{2}$, gdzie m_s to masa sceny). Aktor o masie 80 kg wskoczył na brzeg sceny, biegnąc w kierunku stycznym do brzegu sceny z poziomą prędkością o wartości $5\ \frac{m}{s}$. Po skoku aktor zatrzymał się na scenie, a scena zaczęła się obracać.



Zadanie 15.1 (0–1)

Zaznacz poprawne dokończenie zdania. Wskaż wszystkie możliwości.

W opisanej sytuacji spełniona jest zasada zachowania **A/ B/ C**

A. pędu. **B.** energii mechanicznej. **C.** momentu pędu.

Zadanie 15.2 (0–3)

Oblicz okres obrotu sceny ze stojącym na jej brzegu aktorem. Pomiń wszelkie opory ruchu. Aktora potraktuj jak punkt materialny.

Skorzystaj z podręcznika s. 270 „Moment pędu bryły”

Zadanie 15.3 (0–2)

Wybierz to, co można by zrobić, aby okres obrotu sceny z aktorem był krótszy. Załóż, że zmieniamy tylko to, co zostało wymienione w danej propozycji, a pozostałe parametry pozostają bez zmian.

Oceń prawdziwość zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Aktor powinien skoczyć z większą prędkością.	P	F
2.	Scena powinna mieć mniejszą masę.	P	F
3.	Aktor powinien wskoczyć na scenę bliżej jej osi.	P	F
4.	Aktor powinien mieć mniejszą masę.	P	F

Dziennik laboratoryjny Zasada zachowania momentu pędu

Cel: badanie zasady zachowania momentu pędu.

Potrzebne będą: sznurek, metalowa nakrętka, linijka, telefon / aparat cyfrowy / kamera, rurka z długopisu, program do analizy filmu.

Obejrzyj film
docwiczenia.pl
Kod: Z194AG

Przebieg doświadczenia:

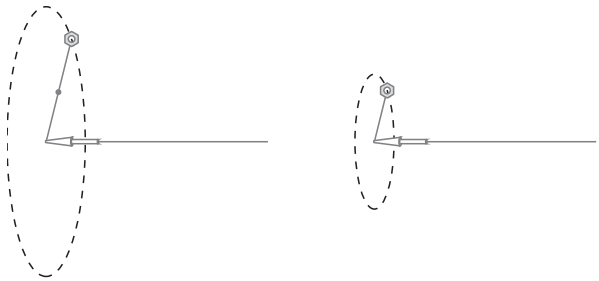
1. Przywiąż koniec sznurka do nakrętki.

2. Około 20 cm od nakrętki zrób duży węzeł, nasuń rurkę z długopisu i zrób drugi węzeł około 40–50 cm od nakrętki.

3. Zmierz dokładnie odległość środka nakrętki od węzłów, gdyż są to promienie okręgów, po których będzie poruszać się nakrętka. Wyniki zapisz w tabeli jako promienie r_1 (dłuższy) i r_2 (krótszy).

4. Trzymaj za rurkę zablokowaną na węźle położonym dalej od nakrętki i poruszaj dłonią tak, aby uzyskać ruch nakrętki w płaszczyźnie pionowej ze stałym okresem obiegu. Uważaj na inne osoby i przedmioty w otoczeniu.

5. Następnie przećwicz szybkie pociągnięcie końca sznurka drugą ręką aż do zablokowania się rurki na drugim węźle (położonym bliżej nakrętki). Cały czas zachowaj taką samą płaszczyznę, w której wiruje nakrętka. Promień okręgu, po którym porusza się nakrętka, zmniejszy się, a częstotliwość obiegu nakrętki wzrośnie.



6. Sfilmuj kilka obiegów nakrętki na długim sznurku i kilka obiegów po skróceniu sznurka. Sprawdź w programie do analizy plików wideo, ile klatek filmu potrzeba, aby nakrętka wykonała jeden obieg przy początkowym promieniu okręgu, a także po skróceniu tego promienia. Weź pod uwagę ostatni obieg przed skróceniem promienia i pierwszy po skróceniu. Wyniki zapisz w tabeli jako n_1 i n_2.

Lp.	r_1 [cm]	r_2 [cm]	n_1	n_2
1.				
2.				
3.				

7. Zmień położenie węzłów i powtórz opisane wcześniej czynności.

8. Nakrętkę traktujemy jak punkt materialny i chcemy sprawdzić, czy jej moment pędu został zachowany, tzn. czy $L = m \cdot v \cdot r = \text{const}$. Zacznij o udowodnienia, że ogólny wzór na moment pędu można dla nakrętki poruszającej się po okręgu o promieniu r zapisać wzorem $L = A \cdot \frac{r^2}{n}$, gdzie $A = \text{const}$ oraz n – liczba klatek filmu w czasie jednego obiegu.

9. Oblicz $\frac{r_1^2}{n_1}$ i $\frac{r_2^2}{n_2}$ dla kolejnych pomiarów. Wyniki zapisz w tabeli.

Lp.	$\frac{r_1^2}{n_1}$	$\frac{r_2^2}{n_2}$
1.		
2.		
3.		

10. Oszacuj niepewność względną wielkości $L = A \cdot \frac{r^2}{n}$ dla jednego wybranego pomiaru. Zapisz przyjęte Δr i Δn. Skorzystaj ze wzoru $\frac{\Delta l}{l} = 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta n}{n}$. Wynik podaj w %.

Przyjmujemy, że stałą A wyznaczyliśmy dokładnie.

11. Sformułuj wniosek dotyczący zasady zachowania momentu pędu w wykonanym doświadczeniu. Weź pod uwagę niepewności pomiarowe.

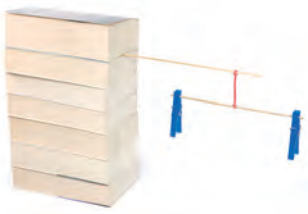
Dziennik laboratoryjny Zadania doświadczalne

Zadanie 1.

Do końców patyczka do szaszłyków przyczepiono dwie klamerki. Całość została zawieszona na gumce zamocowanej drugim końcem do drugiego, nieruchomego patyczka (patrz zdjęcie 1). Po skręceniu gumki (4 obroty) puszczono patyczek z klamerkami i zmierzono czas wykonania 3 obrotów (t_1). Czynności te powtórzono po przesunięciu klamerek do połowy poprzedniej odległości od środka patyczka (t_2, zdjęcie 2). Dla każdego zamocowania klamerek wykonano cztery pomiary, a wyniki zapisano w tabeli.

Lp.	t_1 [s]	t_2 [s]
1.	4,22	2,12
2.	4,25	2,14
3.	4,15	2,08
4.	4,18	2,06

1.



2.

A. Przez I_1 i I_2 oznaczono momenty bezwładności układu klamerek względem pionowej osi obrotu przechodzącej przez środek patyczka odpowiednio w dwóch badanych sytuacjach. Załóż, że średni moment siły był podczas obu pomiarów taki sam, i **wyprowadź** wzór $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$.

B. Wyraź wzorem momenty bezwładności I_1 i I_2. Przyjmij, że masa klamerki jest równa m, a długość patyczka l. Klamerki potraktuj jak punkty materialne i pomiń moment bezwładności patyczka. **Oblicz** iloraz $\frac{I_1}{I_2}$.

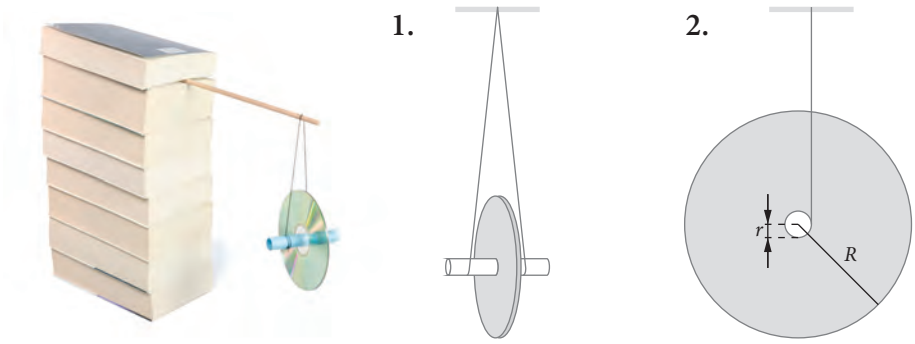
C. Oblicz średnie wartości czasów t_1 i t_2 i sprawdź, czy związek $\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$ jest spełniony. Skrajne wartości ilorazu $\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2$ wyznacz jako $\left(\frac{t_{1\min}}{t_{2\max}}\right)^2$ oraz $\left(\frac{t_{1\max}}{t_{2\min}}\right)^2$.

D. Podkreśl wybrane słowa tak, aby zdanie było poprawne.

Wniosek z pomiarów: przyspieszenie kątowe bryły uzyskane przy danym momencie siły jest *wprost proporcjonalne/ odwrotnie proporcjonalne* do momentu bezwładności bryły.

Zadanie 2.

W celu wyznaczenia współczynnika k ze wzoru na moment bezwładności płyty kompaktowej $I = k \cdot mR^2$ zamocowano dwie płyty CD na papierowej tulejce, na którą nawinięto nić.



A. Na rysunku 1 **narysuj** wektory sił działających na bryłę: siłę ciężkości $\vec{F}_g$ i siłę naciągu nitek $\vec{F}_N$.

B. Zapisz równania opisujące ruch obrotowy i postępowy bryły. Z tych równań oraz związku $\varepsilon = \frac{a}{r}$ **wyprowadź** wzór na moment bezwładności bryły. Dane są a, g, m, r.

C. Porównaj wyprowadzony w punkcie B wzór ze wzorem $I = k \cdot mR^2$ i **wyznacz**: k. Oblicz k dla $a = (0{,}25 \pm 0{,}05)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Płyta CD ma średnicę 120 mm, a $r = 7$ mm.

Oblicz także k_{min} i k_{max}.

D. Obliczone k jest zbliżone do 0,5. **Wyjaśnij**, czy moment bezwładności płyty CD można dokładnie wyrazić wzorem $I = 0{,}5\ mR^2$.

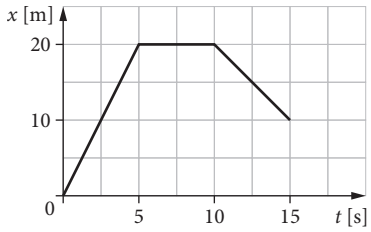
Ruch prostoliniowy. Ruch krzywoliniowy. Ruch i siły. Energia i pęd. Bryła sztywna

Zadanie 1. (0–2)

Przyjmuje się, że minimalny bezpieczny odstęp pomiędzy jadącymi samochodami powinien być określony przez „regułę dwóch sekund". Tyle czasu powinien zajmować dojazd do punktu, w którym aktualnie znajduje się pojazd przed nami. **Oblicz minimalną bezpieczną odległość od poprzedzającego pojazdu podczas jazdy z prędkością o wartości 140 $\frac{km}{h}$.** Wynik podaj z dokładnością do 1 m.

Zadanie 2. (0–4)

Punkt materialny porusza się wzdłuż osi x. Zależność $x(t)$ przedstawiono na wykresie.



Zadanie 2.1 (0–2)

Wskaż przedział czasu, w którym punkt poruszał się z prędkością o największej wartości. Oblicz tę wartość.

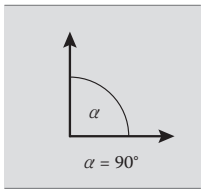
Zadanie 2.2 (0–2)

Oblicz drogę i przemieszczenie punktu materialnego w czasie 15 s ruchu.

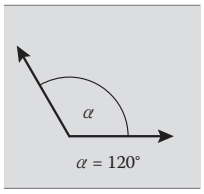
Zadanie 3. (0–3)

Motorówka płynie po rzece z prędkością o wartości takiej samej względem rzeki jak prędkość prądu rzeki względem brzegu. Na rysunkach przedstawiono trzy różne sytuacje A, B, C.

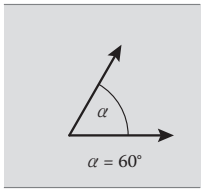
A.



B.



C.



Uzupełnij poniższe zdania, wpisując na końcu odpowiednią literę lub litery.

1. Motorówka przepłynie na drugi brzeg w najkrótszym czasie w sytuacji _____.
2. Prędkość motorówki względem brzegu ma największą wartość w sytuacji _____.
3. Prędkość prądu rzeki względem brzegu ma taką samą wartość jak prędkość motorówki względem brzegu w sytuacji _____.

Zadanie 4. (0–6)

Wings for Life World Run to jedyny bieg, w którym meta goni zawodników. Odbywa się jednocześnie w wielu miejscach na całym świecie. Jest skierowany do wszystkich, którzy chcą wspomóc działania organizacji zbierającej fundusze na badania nad rdzeniem kręgowym. W 2017 r. w Polsce bieg był zorganizowany w Poznaniu. Zawodnicy wyruszyli o godzinie 11:00 UTC (uniwersalny czas koordynowany), a samochód pościgowy pół godziny później. Jego prędkość w czasie jazdy zwiększała się – patrz tabela.

11:00 UTC	**Start biegu**	**Prędkość**
11:30 UTC	start samochodu, prędkość	$15\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
12:30 UTC	wzrost prędkości do	$16\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
13:30 UTC	wzrost prędkości do	$17\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
14:30 UTC	wzrost prędkości do	$20\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$
16:30 UTC	wzrost prędkości do	$35\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Źródło: https://www.wingsforlifeworldrun.com/pl/pl/faq/

Zadanie 4.1 (0–1)

Zawodnik został dogoniony przez samochód pościgowy po 2 godzinach od rozpoczęcia biegu. **Oblicz drogę przebytą przez zawodnika.**

Zadanie 4.2 (0–2)

W Poznaniu w 2017 r. rekordowy dystans 85,14 km przebiegł Tomasz Walerowicz. **Oblicz, jak długo samochód pościgowy gonił zwycięzcę.**

Zadanie 4.3 (0–3)

Pewien biegacz postawił sobie za cel przebiegnięcie w *Wings for Life World Run* dystansu 50 km. Załóż, że biegł ze stałą prędkością. **Oblicz czas, w którym powinien pokonywać każdy kilometr biegu, aby osiągnąć swój cel.** Wynik podaj w minutach i sekundach z dokładnością do 1 sekundy.

Zadanie 5. (0–8)

Dwa stojące obok siebie samochody ruszyły jednocześnie w tę samą stronę z przyspieszeniami $a_1 = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ i $a_2 = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Po czterech sekundach ruchu kierowca pierwszego samochodu zredukował gwałtownie przyspieszenie do zera. Samochody potraktuj jak punkty materialne.

Zadanie 5.1 (0–3)

Narysuj (w jednym układzie współrzędnych) wykresy $v(t)$ dla obu samochodów w czasie pierwszych 8 s ruchu. Oznacz wykresy.

Zadanie 5.2 (0–2)

Oblicz odległość między samochodami w chwili, gdy miały taką samą wartość prędkości.

Zadanie 5.3 (0–3)

Oblicz czas, po jakim pierwszy samochód zostanie dogoniony przez drugi samochód.

Zadanie 6. (0–3)

Kamień rzucono poziomo z wysokości h z prędkością o takiej wartości, jaką uzyskałby kamień spadający swobodnie z tej wysokości.

Zadanie 6.1 (0–2)

Pomiń opór powietrza i **oblicz zasięg tego rzutu**.

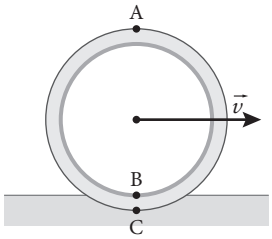
Zadanie 6.2 (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	W chwili uderzenia kamienia o ziemię wektor jego prędkości tworzył z poziomem kąt 45°.	**P**	**F**
2.	Prędkość końcowa kamienia miała wartość dwa razy większą od prędkości początkowej.	**P**	**F**
3.	Podczas ruchu kamienia składowa przyspieszenia styczna do toru miała stałą wartość.	**P**	**F**

Zadanie 7. (0–2)

Koło wagonu toczy się po szynie bez poślizgu. Oś koła ma prędkość o wartości v względem szyny. Koło styka się z szyną w punkcie B.



Zadanie 7.1 (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Punkt A koła ma większą prędkość względem szyny niż oś koła.	**P**	**F**
2.	Prędkość punktu B koła względem szyny jest równa zero.	**P**	**F**
3.	Wektor prędkości punktu C koła względem szyny jest zwrócony w prawo.	**P**	**F**

Zadanie 7.2 (0–1)

Wskaż poprawne dokończenie zdania.

Koło wykonuje 150 obrotów na minutę. Okres obrotu koła jest równy:

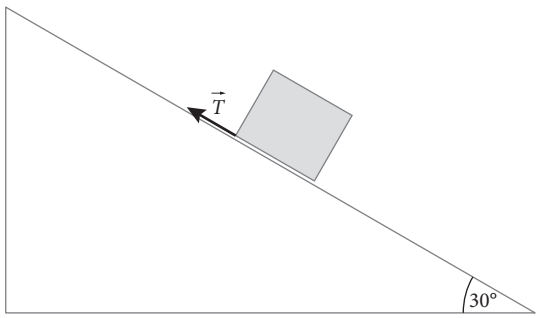
A. 150 s. **B.** 60 s. **C.** 2,5 s. **D.** 0,4 s.

Zadanie 8. (0–3)

Piłkę o masie $m = 0{,}8$ kg, toczącą się wzdłuż osi x z prędkością o wartości $v_0 = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, kopnięto poziomo, prostopadłe do kierunku ruchu. Czas działania siły był równy $\Delta t = 0{,}1$ s, a jej wartość $F = 32$ N. **Oblicz wartość prędkości piłki po kopnięciu.**

Zadanie 9. (0–6)

Klocek zsuwa się po równi pochyłej o kącie nachylenia 30° z przyspieszeniem $3\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ pomimo działania siły tarcia o wartości 1 N.



Zadanie 9.1 (0–2)

Dorysuj pozostałe siły działające na klocek w tej sytuacji.

Zadanie 9.2 (0–2)

Oblicz masę klocka.

Zadanie 9.3 (0–2)

Oblicz współczynnik tarcia kinetycznego klocka o równię. Przyjmij masę klocka 0,5 kg.

Zadanie 10. (0–1)

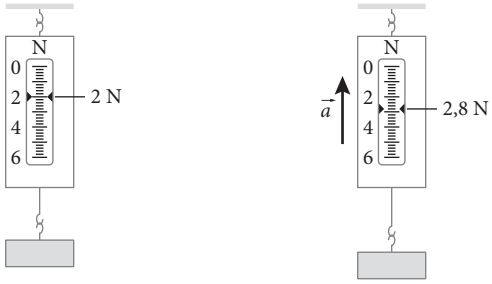
Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1–3.

Klocek położony na równi pochyłej pozostał w spoczynku. Aby przesunąć ten klocek w dół lub w górę równi, należy działać siłą

A.	większą, gdy chcemy przesunąć klocek w górę równi pochyłej,	ponieważ	1.	wartość siły tarcia będzie taka sama.
B.	taką samą, niezależnie od zwrotu przesunięcia,		2.	siła tarcia będzie mieć zwrot zgodny ze składową siły ciężkości równoległą do równi.
C.	większą, gdy chcemy przesunąć klocek w dół równi pochyłej,		3.	siła tarcia zwrócona jest w górę równi.

Zadanie 11. (0–2)

Na rysunkach pokazano wskazania siłomierza z odważnikiem, gdy przyrząd jest w spoczynku i gdy porusza się z przyspieszeniem $\vec{a}$ zwróconym w górę. **Oblicz iloraz $\frac{a}{g}$.**



Zadanie 12. (0–1)

Stos paczek ułożony na platformie ciężarówki przewrócił się na tył platformy.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Możliwe, że ciężarówka zahamowała podczas jazdy do tyłu.	**P**	**F**
2.	Możliwe, że ciężarówka gwałtownie skręciła w lewo podczas jazdy do przodu.	**P**	**F**
3.	Możliwe, że ciężarówka przyspieszyła podczas jazdy do przodu.	**P**	**F**

Zadanie 13. (0–5)

W tabeli zapisano wartości prędkości i moc silnika modelu samochodu w zależności od czasu ruchu.

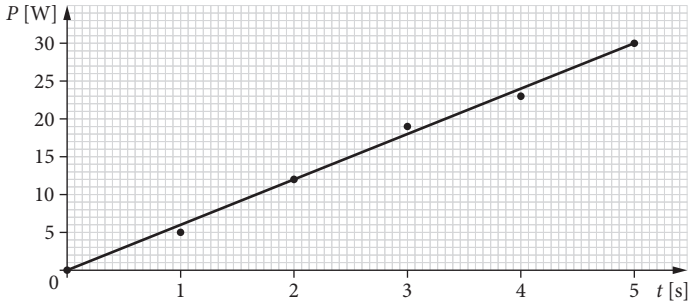
t [s]	$v\left[\frac{m}{s}\right]$	P [W]
0	0	0
1	1,2	5
2	2,4	12
3	3,6	19
4	4,8	23
5	6,0	30

Zadanie 13.1 (0–4)

Narysuj wykres zależności $P(v)$. Dopasuj prostą do punktów na wykresie, oblicz nachylenie tej prostej i wyznacz wartość siły wytwarzanej przez silnik modelu.

Zadanie 13.2 (0–1)

Na podstawie wykresu *P*(*t*) oszacuj pracę wykonaną przez silnik w czasie trzech pierwszych sekund jego działania.



Zadanie 14. (0–1)

Na bocznicy kolejowej pusty wagon zderza się ze stojącym tam wagonem z węglem. Wagony się łączą i poruszają dalej z prędkością $\vec{v}_1$. Na innym torze taki sam wagon załadowany węglem uderza w pusty stojący wagon i połączone wagony poruszają się z prędkością $\vec{v}_2$. W obu przypadkach prędkości wagonów przed zderzeniem były takie same.

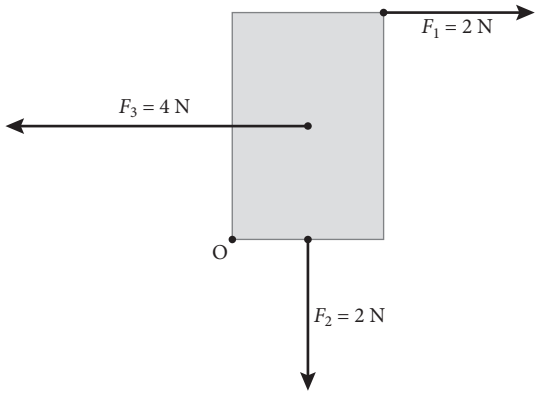
Zaznacz właściwe dokończenie zdania wybrane spośród A–C oraz jego poprawne uzasadnienie wybrane spośród 1–3.

Po zderzeniu

A.	$v_2 > v_1$,	ponieważ	1.	łączna masa wagonów była w obu przypadkach taka sama.
B.	$v_2 = v_1$,		2.	zderzenie było niesprężyste i nastąpiła strata energii kinetycznej.
C.	$v_1 > v_2$,		3.	w drugim przypadku początkowy pęd wagonu w ruchu był większy niż w pierwszym przypadku.

Zadanie 15. (0–3)

Na deskę w kształcie prostokąta o wymiarach 2 m × 3 m działają trzy siły jak na rysunku. Siła $\vec{F}_3$ jest przyłożona w środku prostokąta, siła $\vec{F}_2$ w środku jego boku, a siła $\vec{F}_1$ do jego krawędzi. Deska i wektory sił leżą w płaszczyźnie rysunku.



Zadanie 15.1 (0–1)

Moment siły $\vec{F}_3$ względem punktu O jest zwrócony:

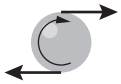
A. w lewo ← **B.** w prawo → **C.** w górę od kartki ⊙ **D.** w dół do kartki ⊗

Zadanie 15.2 (0–2)

Gdzie i jaką czwartą siłę należy przyłożyć do deski, aby nie obróciła się ona wokół osi przechodzącej przez punkt O i prostopadłej do deski. **Oblicz wartość tej siły i narysuj na rysunku na poprzedniej stronie wektor siły z zaznaczonym punktem przyłożenia. Podaj jego odległość od punktu O.** Zauważ, że to zadanie ma wiele rozwiązań. Wybierz jedno z nich.

Zadanie 16. (0–2)

Trzy identyczne kule poruszają się na różne sposoby.

1.		Tylko ruch postępowy. Energia E_1.
2.		Toczenie bez poślizgu. Energia E_2.
3.		Tylko ruch obrotowy. Energia E_3.

Wartości prędkości punktów na powierzchni kuli w ruchu obrotowym są takie same jak środka kuli w ruchu postępowym i podczas toczenia. Moment bezwładności kuli względem osi przechodzącej przez jej środek wyraża się wzorem $I = \frac{2}{5}mR^2$.

Zadanie 16.1 (0–1)

Uszereguj energie kinetyczne kul E_1, E_2, E_3 od najmniejszej do największej, wpisując poniżej odpowiednie oznaczenia energii.

_____ < _____ < _____

Zadanie 16.2 (0–1)

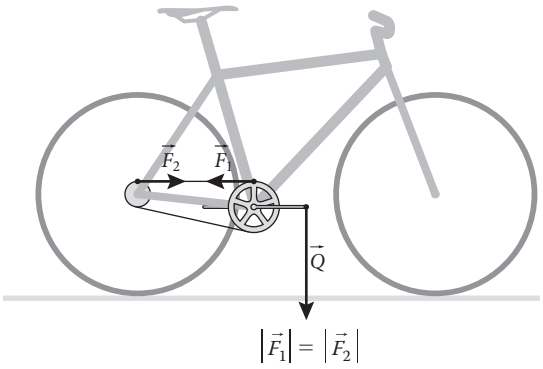
Oblicz energię kinetyczną kuli 3. Przyjmij: $m = 2$ kg, $R = 5$ cm, $\omega = 2\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Zadanie 17. (0–8)

Promień tylnego koła roweru R_k jest dwa razy większy od długości ramienia pedału R_p. Przednia zębatka R_1 ma promień dwa razy większy od promienia tylnej zębatki R_2. W pewnym momencie kolarz naciska na pedał pionowo w dół całym swoim ciężarem $\vec{Q}$. Ruch roweru jest jednostajny, ponieważ na rower i rowerzystę działają siły oporu ruchu. Tylne koło nie ślizga się po ziemi.

Zadanie 17.1 (0–2)

Narysuj pochodzącą z zewnątrz siłę napędową $\vec{F}$ przyłożoną w odpowiednim punkcie do tylnego koła, dzięki której rower porusza się do przodu względem ziemi. Zapisz nazwę siły, która pełni funkcję siły napędowej. Wektory sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ oraz $\vec{Q}$ na rysunku nie zachowują skali.



Zadanie 17.2 (0–3)

Oblicz wartość siły napędowej $\vec{F}$ w opisanej sytuacji. Przyjmij ciężar $Q = 500$ N.

Zadanie 17.3 (0–3)

Stopa kolarza znajdująca się w odległości R_p od osi dużej zębatki ma prędkość liniową w ruchu obrotowym $v_s = 1\,\frac{m}{s}$. **Oblicz wartość prędkości roweru.**

Zadanie 1.

Źródło: CKE, 2017 (PR)

Podczas prób testowych kierowca samochodu, jadący po poziomym prostym torze z prędkością 50 $\frac{km}{h}$, rozpoczął hamowanie bez poślizgu ze stałym opóźnieniem i zatrzymał się po przebyciu 12 m. Czas reakcji kierowcy pomijamy, a ponadto przyjmujemy, że współczynnik tarcia statycznego opon o jezdnię jest większy od analogicznego współczynnika tarcia kinetycznego.

Zadanie 1.1. (0–2)

Oblicz czas hamowania samochodu. Wynik podaj w sekundach.

Zadanie 1.2. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Współczynnik tarcia zależy od rodzaju nawierzchni jezdni.	**P**	**F**
2.	Przy ustalonej prędkości początkowej minimalna droga hamowania zależy od współczynnika tarcia opon o jezdnię.	**P**	**F**
3.	Przy ustalonej prędkości początkowej droga hamowania z poślizgiem jest dłuższa od minimalnej drogi hamowania bez poślizgu.	**P**	**F**

Zadanie 1.3. (0–3)

W kolejnej próbie samochód, jadący z prędkością początkową 60 $\frac{km}{h}$, rozpoczął hamowanie z opóźnieniem takim samym jak poprzednio i po przejechaniu 12 m uderzył w przeszkodę.

Oblicz, z jaką prędkością samochód uderzył w przeszkodę.

Zadanie 13. (0–1)

Źródło: CKE, 2017 (PR)

Na poniższych rysunkach kropką zaznaczono trzy różne osie prostopadłe do płaszczyzny rysunku, wokół których może się obracać spinacz biurowy.

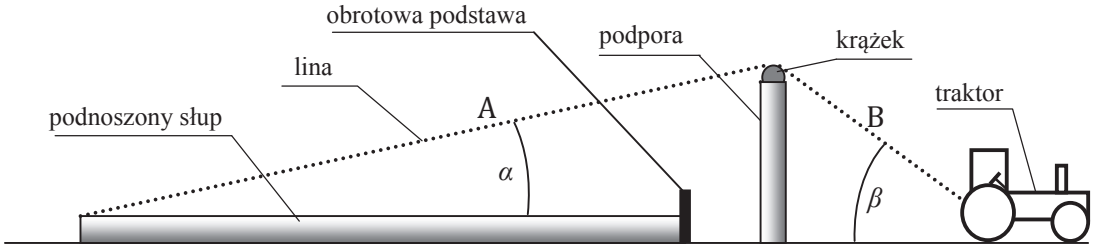
A. B. C.

Zaznacz rysunek, na którym spinacz ma największy moment bezwładności względem danej osi.

Zadanie 3.

Źródło: CKE, 2015 (PR)

Słupy energetyczne linii przesyłowych wysokiego napięcia można składać z części na powierzchni ziemi, a następnie podnosić je do pozycji pionowej za pomocą liny, podpory z obrotowym krążkiem i na przykład traktora. Do wierzchołka leżącego słupa przyczepia się jeden z końców liny i przerzuca ją przez podporę, natomiast drugi koniec liny jest ciągnięty przez traktor. Drugi koniec słupa opiera się o zakotwiczoną w ziemi obrotową podstawę (rysunek poniżej). Zakładamy, że krążek na podporze obraca się bez tarcia.



Zadanie 3.1. (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli zdanie jest fałszywe.

1.	Podczas powolnego podnoszenia słupa siła naciągu liny w części A ma inną wartość niż siła naciągu liny w części B.	**P**	**F**
2.	W początkowej fazie podnoszenia słupa kąt β między liną a poziomem maleje.	**P**	**F**
3.	Przy niezmiennej wysokości podpory i niezmiennym położeniu obrotowej podstawy siła naciągu liny konieczna do uniesienia słupa z pozycji poziomej zależy od wysokości (długości) słupa.	**P**	**F**

Zadanie 3.2. (0–4)

Masa słupa wynosi 2000 kg, a kąt α jest równy 15°. Przyjmujemy, że środek masy słupa znajduje się w połowie jego długości.

Oblicz minimalną wartość siły naciągu liny konieczną do uniesienia leżącego słupa.

Zadanie 3.3. (0–3)

Słup o długości 12 m był podnoszony bardzo powoli. Gdy był on już w położeniu prawie pionowym, lina odczepiła się od niego. W wyniku tej awarii słup się przewrócił.

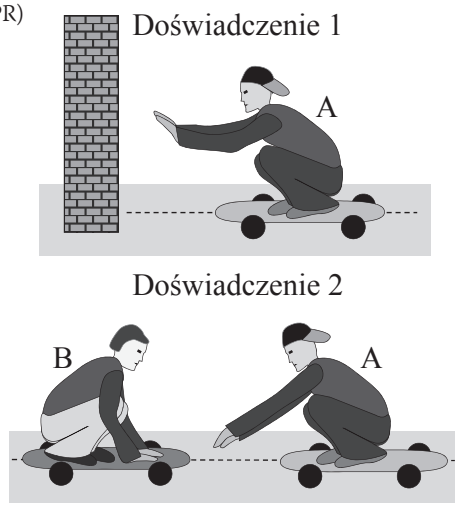
Oblicz wartość prędkości liniowej końca słupa w chwili uderzenia o powierzchnię ziemi.

Przyjmij, że słup można potraktować jako cienki jednorodny pręt. Moment bezwładności takiego pręta względem osi prostopadłej do niego i przechodzącej przez jego koniec jest równy $I = \frac{1}{3} m \cdot l^2$, gdzie m jest masą pręta, a l – jego długością.

Zadanie 7.

Źródło: CKE, 2018 (PR)

Dwaj chłopcy przeprowadzili doświadczenia. W pierwszym doświadczeniu chłopiec A usiadł na deskorolce stojącej w pobliżu ściany i w pewnej chwili odepchnął się od tej ściany (zobacz rysunek obok). Tuż po odepchnięciu chłopiec uzyskał względem podłoża prędkość w kierunku poziomym, o wartości $4\ \frac{m}{s}$. Następnie chłopiec A wykonał drugie doświadczenie. Tym razem odepchnął się od drugiej, identycznej deskorolki z nieruchomo siedzącym na niej chłopcem B. Masy obu chłopców były jednakowe, a deskorolki początkowo spoczywały względem podłoża i ustawione były tak, że mogły poruszać się w przeciwne strony wzdłuż linii prostej (zobacz rysunek obok).



Przyjmij, że w każdym z doświadczeń, na skutek odepchnięcia się chłopca A (w pierwszym – od ściany, w drugim – od deskorolki) została wykonana jednakowa praca przez siły wprawiające układy w ruch. Przyjmij także, że w obu doświadczeniach – podczas odepchnięcia, a także tuż po nim – pomijamy skutki działania sił oporów ruchu (z wyjątkiem tarcia statycznego). Załóż ponadto, że masy kółek deskorolki są pomijalnie małe.

Zadanie 7.1. (0–1)

Oceń prawdziwość każdego dokończenia poniższego zdania. Zaznacz P, jeśli dokończenie zdania jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Po przeanalizowaniu ruchu chłopców siedzących na deskorolkach w drugim doświadczeniu można stwierdzić, że

1.	pęd całkowity układu (obu chłopców wraz z deskorolkami) jest taki sam przed odepchnięciem i po odepchnięciu.	**P**	**F**
2.	tuż po odepchnięciu deskorolka wraz z chłopcem A ma większą wartość pędu niż deskorolka z chłopcem B.	**P**	**F**
3.	chłopiec A, po odepchnięciu się od deskorolki z kolegą, uzyskał taką samą energię kinetyczną, jak po odepchnięciu się od ściany.	**P**	**F**

Zadanie 7.2. (0–3)

Oblicz wartość prędkości, którą uzyskał chłopiec A tuż po odepchnięciu się od drugiej deskorolki.

Odpowiedzi do wybranych zadań obliczeniowych

2. RUCH PROSTOLINIOWY

Zadanie 3.1. $d_{śr} = 1{,}11$ m

Zadanie 3.2. $\Delta d = 0{,}32$ m; $\frac{\Delta d}{d} = 0{,}29 = 29\%$

Zadanie 4.2. $a = 0{,}01\ \frac{m}{s^2}$

Zadanie 4.3. $s = 225$ m

Zadanie 7.1. $s = v_0 \cdot t_r + \frac{v_0^2}{2 \cdot a}$

Zadanie 7.2. $t_r \approx 0{,}9$ s, $a = \frac{v_0^2}{2s} \approx 6{,}3\ \frac{m}{s^2}$

Zadanie 7.3. $t = 1{,}25$ s

Zadanie 8. $v = 17\ \frac{m}{s}$, $a_{śr} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx 5{,}7\ \frac{m}{s^2}$

Zadanie 10.1. $v_{wz} \approx 108\ \frac{km}{h}$

3. RUCH KRZYWOLINIOWY

Zadanie 1.1. $t = \frac{3\pi r}{4\sqrt{2g(h_1 - h_2)}} \approx 0{,}33$ s

Zadanie 1.2. $a_A = a_B = a_C = \frac{2g\,(h_1 - h_2)}{r} =$
$= 100\ \frac{m}{s^2}$

Zadanie 2.1. $v_{max} = \sqrt{2g(h - r)} \approx 17{,}3\ \frac{m}{s}$

Zadanie 3.2. $a_{BC} = 2a_{CD}$

Zadanie 3.3. $s \approx 3{,}14$ m; $t = \frac{s}{v} \approx 5{,}23$ s

Zadanie 5.3. $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx 6\ \frac{m}{s}$

Zadanie 6.1. $R = \frac{vt}{2\alpha} \approx 3{,}2$ m

Zadanie 6.2. $a_d = \frac{v^2}{r} \approx 1{,}3\ \frac{m}{s^2}$

Zadanie 7.1. $v_0 \approx 21{,}4\ \frac{m}{s}$

Zadanie 7.2. $v_{śr} \approx 26{,}1\ \frac{m}{s}$; $\Delta v = 0{,}9\ \frac{m}{s}$;

$\frac{\Delta v}{v'_{śr}} \approx 0{,}04$

Zadanie 8. $l = 900$ m; $v = 1\ \frac{m}{s}$

Zadanie 9.2. $v \approx 57\ \frac{km}{h}$

4. RUCH I SIŁY

Zadanie 6.2. $W = 2{,}3 \cdot 10^6$ J $= 2{,}3$ MJ

Zadanie 9.2. $\frac{R_{IV}}{R_I} = 2$

Zadanie 11.3. $F_w = 285$ N

5. ENERGIA I PĘD

Zadanie 2.3. $W = 500$ J

Zadanie 3.1. $W = 60$ J

Zadanie 5.2. $v_{teor} = \sqrt{2gh}$

Zadanie 10.1. $f_s \geqslant 0{,}65$ (dla $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$)

Zadanie 10.2. $v = \sqrt{\frac{k}{m}}\Delta L = 0{,}5\ \frac{m}{s}$

Zadanie 10.3. $W = 14{,}4$ J

Zadanie 11.2. $v = \sqrt{2gH} = 3\ \frac{m}{s}$, $p = 0{,}15\ \text{kg} \cdot \frac{m}{s}$

Zadanie 12.2. a) $v_2 = \frac{m}{m + M} v_1$, b) $M = 600$ g

Zadanie 13.1. $P = 3$ kW

zadanie 13.2. $\eta = 0{,}3$ lub 30%

Zadanie 14.1. $h_{max} = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 = 1{,}95$ m

Zadanie 14.2. $F = \frac{mv_2^2}{2x_1} = 2{,}44$ N

Zadanie 15.1. $m = \frac{E_0}{g \cdot x_{max}} = 0{,}5$ kg

Zadanie 15.2. $k = \frac{2E_0}{x_{max}^2} = 40\ \frac{N}{m}$

Zadanie 15.3.
$E_{kin} = E_0 - E_{ciężkości} - E_{sprężystości} = 0{,}3$ J

6. BRYŁA SZTYWNA

Zadanie 5.2. $v = \sqrt{\frac{6}{5}gh} = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $\omega = 60\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

Zadanie 7.2. $M_1 = 0{,}28$ Nm, $M_2 = 0{,}14\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$

Zadanie 8. $h = \frac{7v_0^2}{10g} = 7\,\mathrm{m}$

Zadanie 9.2. $v = \sqrt{\frac{4}{3}gh} = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Zadanie 9.3. $a = \frac{v^2}{2l} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Zadanie 9.4. $T \approx 320$ N

Zadanie 9.5. $s = \frac{3mv^4}{4T} \approx 5{,}4\,\mathrm{m}$

Zadanie 11.2.

Dla kuli: $I_\mathrm{p} = \frac{7}{5}mr^2$

Dla cienkościennej rury: $I_\mathrm{p} = 2mr^2$

Dla cienkiego paska: $I_\mathrm{p} = \frac{1}{3}mx^2 + \frac{1}{12}my^2$

Zadanie 11.3. $\varepsilon = \frac{rF}{I} = \frac{5g(R+L)\sin\alpha}{5(R+L)^2+2R^2}$

Zadanie 12. $x = 10$ cm, $y = 10$ cm (dla układu współrzędnych z początkiem w lewym dolnym rogu układu płytek)

Zadanie 13.2. $I = \frac{13}{32}MR^2$

Zadanie 14.1.
$I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2 = 0{,}155\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$

Zadanie 14.2. $v = \sqrt{\frac{mgl}{\frac{1}{2}M+m}} \approx 9{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Zadanie 15.2. $T \approx 63$ s

To było na maturze!

Zadanie 1.1. $t = \frac{2s}{v_0} \approx 1{,}7$ s, $v_0 = 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

Zadanie 1.2. 1. P, 2. P, 3. P

Zadanie 1.3. $v_{\mathrm{k}2} = \sqrt{v_{02}^2 - v_{01}^2} \approx 33{,}2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$,

$v_{02} = 60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, $v_{01} = 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

Zadanie 13. C

Zadanie 3.1. 1. F, 2. P, 3. P

Zadanie 3.2. $N = \frac{mg}{2\sin\alpha} \approx 37{,}9$ kN

Zadanie 3.3. $v = \sqrt{3gl} \approx 18{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Zadanie 7.1. 1. P, 2. F, 3. F

Zadanie 7.2. $v_{\mathrm{A}2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_{\mathrm{A}1} = 2\sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,
$v_{\mathrm{A}1} = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Odpowiedzi do zestawu zadań maturalnych z propozycją punktowania

Podstawa programowa
docwiczenia.pl
Kod: Z1TLFX

Zadanie 1. (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)
Rozwiązanie	
Zamieniamy jednostkę prędkości $140\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 38{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i obliczamy drogę przebytą przez samochód w czasie 2 sekund: $s = vt = 38{,}9\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s} = 77{,}8\ \text{m} \approx 78\ \text{m}$. Wynik zapisujemy z dokładnością do 1 m. **Odpowiedź**: Minimalna bezpieczna odległość od poprzedzającego samochodu podczas jazdy z prędkością $140\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ wynosi około 78 m.	
Schemat punktowania	
obliczenie odległości i poprawne zaokrąglenie wyniku $s = 78$ m	2 p.
zamiana jednostek prędkości, obliczenie odległości, lecz brak wymaganej dokładności lub błąd rachunkowy w obliczeniach	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 2.1 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 5), II. 6)
Rozwiązanie	
Przedział czasu z największą wartością prędkości można wybrać bez obliczeń, na podstawie analizy nachylenia wykresu. Największa prędkość jest w przedziale 0–5 s. Wartość prędkości $v = \frac{20\ \text{m}}{5\ \text{s}} = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.	
Schemat punktowania	
wskazanie przedziału 0–5 s i obliczenie wartości $v = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$	2 p.
tylko wskazanie przedziału 0–5 s	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 2.2 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 2), II. 4)
Rozwiązanie	
Obliczamy drogę $\Delta s = 20\ \text{m} + 10\ \text{m} = 30\ \text{m}$ oraz przemieszczenie $\Delta x = 20\ \text{m} - 10\ \text{m} = 10\ \text{m}$.	
Schemat punktowania	
obliczenie drogi 30 m oraz przemieszczenia 10 m	2 p.
obliczenie drogi 30 m lub przemieszczenia 10 m	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 3. (0–3)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 1), II. 3)
Rozwiązanie	
1. A. Prostopadła do brzegu składowa prędkości łódki ma największą wartość. 2. C. Prędkość motorówki względem brzegu jest wektorową sumą prędkości motorówki względem wody i prędkości prądu rzeki względem brzegu. W sytuacji C jest to wektor najdłuższy. 3. B. Prędkość motorówki względem brzegu jest wektorową sumą prędkości motorówki względem wody i prędkości prądu rzeki względem brzegu. W sytuacji B, dla kąta 120°, wszystkie te wektory mają równe długości.	
Schemat punktowania	
poprawne 3 wpisy	3 p.
poprawne 2 wpisy	2 p.
poprawny 1 wpis	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 4.1 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)
Rozwiązanie	
Samochód wyruszył 0,5 h po zawodniku, więc jechał przez 1,5 h. Z tabeli odczytujemy prędkości samochodu w kolejnych godzinach i obliczamy przebytą drogę: $s = 15\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1\text{ h} + 16\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0{,}5\text{ h} = 15\text{ km} + 8\text{ km} = 23\text{ km}$ **Odpowiedź**: Droga przebyta przez zawodnika jest równa 23 km.	
Schemat punktowania	
obliczenie drogi 23 km	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 4.2 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)
Rozwiązanie	
Sumujemy drogi przebyte przez samochód pościgowy w kolejnych godzinach czas — droga 1 h — 15 km 2 h — 15 km + 16 km = 31 km 3 h — 31 km + 17 km = 48 km 4 h — 48 km + 20 km = 68 km 5 h — 68 km + 20 km = 88 km Wynika stąd, że samochód dogonił zawodnika w piątej godzinie jazdy po przejechaniu w tej godzinie drogi $s = 85{,}14\text{ km} - 68\text{ km} = 17{,}14\text{ km}$. Obliczamy czas jazdy w piątej godzinie $t = \frac{17{,}14\text{ km}}{20\frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx 0{,}86\text{ h}$ oraz łączny czas jazdy samochodu: $t \approx 4\text{ h} + 0{,}86\text{ h} \approx 4{,}86\text{ h}$. Jest to około 4 h i 52 minuty **Odpowiedź**: Samochód pościgowy gonił zwycięzcę 4,86 h.	

Schemat punktowania	
obliczenie czasu 4,86 h (wynik może być podany w min lub s)	2 p.
poprawna metoda obliczeń z wykorzystaniem danych z tabeli, ale występują błędy rachunkowe	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 4.3 (0–3)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)

Rozwiązanie

Samochód pościgowy przejeżdża 48 km w trzy godziny, a kolejne 2 km w czasie 0,1 h.
Czas jazdy samochodu jest równy 3,1 h, czyli zawodnik uczestniczy w biegu przez 3,6 h.
Obliczamy czas, w którym zawodnik przebiega 1 km:

$$t = \frac{3{,}6\,\text{h}}{50} = 0{,}072\,\text{h} = 4{,}32\,\text{min} = 4\,\text{min}\,19\,\text{s}$$

Czas podajemy w minutach i sekundach z dokładnością do 1 sekundy.

Odpowiedź: Biegacz powinien pokonywać dystans 1 km w czasie 4 min 19 s.

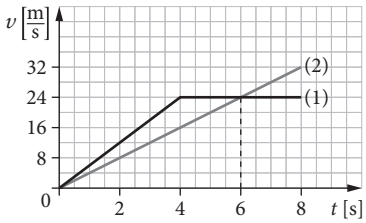
Schemat punktowania	
obliczenie czasu i zapisanie wyniku z podaną dokładnością 4 min 19 s	3 p.
obliczenie czasu 0,072 h lub 4,32 min	2 p.
poprawna metoda rozwiązania, ale występują błędy rachunkowe	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 5.1 (0–3)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)

Rozwiązanie

Narysowanie wykresów:



Schemat punktowania	
opisanie i wyskalowanie osi oraz narysowanie poprawnego wykresu dla dwóch samochodów	3 p.
opisanie i wyskalowanie osi oraz narysowanie poprawnego wykresu dla jednego samochodu	2 p.
opisanie i wyskalowanie osi	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 5.2 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)

Rozwiązanie

Można skorzystać ze wzorów na drogę lub z narysowanego wcześniej wykresu, aby obliczyć drogę jako sumę pól pod wykresem:

$s_1 = \frac{1}{2} \cdot 24\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\ \text{s} + 24\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\ \text{s} = 96\ \text{m}$, $\quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot 24\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6\ \text{s} = 72\ \text{m}$

Odległość między samochodami jest równa $\Delta s = 96\ \text{m} - 72\ \text{m} = 24\ \text{m}$.

Odpowiedź: Odległość między samochodami w chwili, gdy miały taką samą wartość prędkości jest równa 24 m.

Schemat punktowania

obliczenie odległości pomiędzy samochodami 24 m	2 p.
poprawne obliczenie drogi dla jednego samochodu np. 96 m lub 72 m	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 5.3 (0–3)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 4)

Rozwiązanie

Sposób 1.

Można obliczyć wartości prędkości $v_1 = 24\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i $v_2 = 16\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ oraz odległość między samochodami $\Delta s = 16\ \text{m}$ w chwili $t = 4\ \text{s}$. Od tej chwili do chwili spotkania samochód pierwszy przebędzie drogę $s_1 = v_1 t$ ruchem jednostajnym, a samochód drugi drogę $s_2 = v_2 t + \frac{1}{2} a_2 t^2$ ruchem jednostajnie przyspieszonym.
Przebyte drogi łączy związek: $s_1 + \Delta s = s_2$, skąd otrzymujemy równanie:

$$24t + 16 = 16t + \frac{1}{2} \cdot 4t^2, \text{ czyli } t^2 - 4t - 8 = 0, \text{ dla którego } \Delta = 48$$

Otrzymujemy dwa rozwiązania $t_1 \approx -1{,}46\ \text{s}$ i $t_2 \approx 5{,}46\ \text{s}$. Rozwiązanie pierwsze jako ujemne należy odrzucić. Czas, po którym pierwszy samochód zostanie dogoniony przez drugi samochód, jest więc równy $t \approx 4\ \text{s} + 5{,}46\ \text{s} \approx 9{,}46\ \text{s}$.

Sposób 2.

Można też zapisać równanie $s_1 + \Delta s = s_2$ (gdzie $\Delta s = 24\ \text{m}$ zostało policzone w zadaniu 5.2) dla dróg przebytych od chwili $t = 6\ \text{s}$, które będzie miało postać:

$$24t + 24 = 24t + \frac{1}{2} \cdot 4t^2$$

Po przekształceniu otrzymujemy proste równanie $t^2 = 12$ i rozwiązanie $t = 3{,}46\ \text{s}$.
Czas, po którym pierwszy samochód zostanie dogoniony przez drugi samochód, jest równy:

$$t = 6\ \text{s} + 3{,}46\ \text{s} = 9{,}46\ \text{s}$$

Odpowiedź: Pierwszy samochód zostanie dogoniony przez drugi samochód, po 9,46 s.

Schemat punktowania

obliczenie czasu $t = 9{,}46\ \text{s}$	3 p.
poprawne ustalenie prędkości samochodów i początkowej odległości między nimi w wybranej chwili oraz zapisanie związku pomiędzy drogami $s_1 + \Delta s = s_2$	2 p.
zapisanie związku pomiędzy drogami $s_1 + \Delta s = s_2$	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 6.1 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 7)
Rozwiązanie	
Z równań spadku swobodnego (lub zasady zachowania energii) $h = \frac{g \cdot t^2}{2}$ i $v = g \cdot t$ wyznaczamy prędkość końcową $v = \sqrt{2gh}$ w spadku z wysokości h która jest prędkością początkową w rzucie poziomym kamienia. Wyznaczamy wzór na czas spadania $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ i obliczamy zasięg rzutu poziomego: $$s = v \cdot t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2 \cdot h$$ **Odpowiedź**: Zasięg tego rzutu jest równy podwojonej wysokości.	
Schemat punktowania	
wyznaczenie zasięgu rzutu $s = 2h$	2 p.
wyznaczenie prędkości początkowej rzutu	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 6.2 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 3)
Rozwiązanie	
1. P, 2. F, 3. F. 1. Prawda. Prędkość pozioma się nie zmienia, a zgodnie z warunkami zadania jest taka jak końcowa w spadku swobodnym z wysokości h. W chwili uderzenia o ziemię składowe pozioma i pionowa prędkości mają takie same wartości, co oznacza, że prędkość wypadkowa tworzy kąt 45° z poziomem. 2. Fałsz. Prędkość końcowa ma wartość $v\sqrt{2}$. 3. Fałsz. Stałą wartość ma przyspieszenie ziemskie, którego kierunek jest pionowy. Tor ruchu kamienia jest parabolą i składowa przyspieszenia styczna do toru rośnie.	
Schemat punktowania	
poprawne wszystkie trzy zaznaczenia P, F, F	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 7.1 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 8)
Rozwiązanie	
1. P, 2. P, 3. F. 1. Prawda. Prędkość punktu A względem szyny jest wektorową sumą jego prędkości liniowej w ruchu po okręgu wokół osi koła i prędkości osi koła względem szyny. W punkcie A wektory tych prędkości mają zgodny zwrot i dlatego prędkość punktu A jest większa od prędkości osi koła względem szyny. 2. Prawda. Prędkość punktu B względem szyny jest wektorową sumą jego prędkości liniowej w ruchu po okręgu wokół osi koła i prędkości osi koła względem szyny. W punkcie B wektory tych prędkości mają przeciwne zwroty. Ponieważ nie występuje poślizg, to wartości tych prędkości też są jednakowe, co powoduje, że wypadkowa prędkość punktu B względem szyny jest równa zero.	

3. Fałsz. Wektor prędkości punktu C w ruchu po okręgu wokół osi koła ma przeciwny zwrot i większą wartość od prędkości osi koła względem szyny. Wypadkowa prędkość punktu C względem szyny jest więc zwrócona w lewo.	
Schemat punktowania	
poprawne wszystkie trzy zaznaczenia P, P, F	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 7.2 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 8)
Rozwiązanie	
D Obliczamy okres $T = \frac{1\,\text{min}}{150} = \frac{60\,\text{s}}{150} = 0{,}4\,\text{s}$.	
Schemat punktowania	
zaznaczenie D	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 8. (0–3)

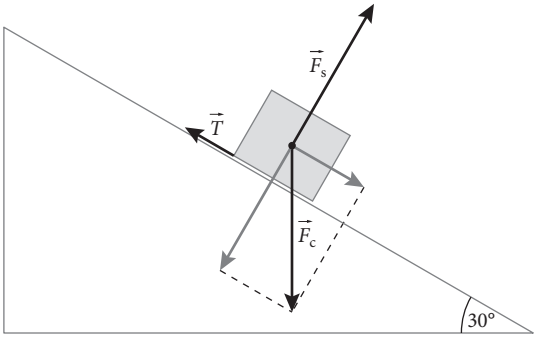
Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 14)
Rozwiązanie	
Z II zasady dynamiki obliczamy zmianę pędu piłki w czasie działania siły $\Delta p = F \cdot \Delta t = 32\,\text{N} \cdot 0{,}1\,\text{s} = 3{,}2\,\text{N} \cdot \text{s}$. Obliczamy wartość zmiany prędkości piłki: $$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{3{,}2\,\text{N}\cdot\text{s}}{0{,}8\,\text{kg}} = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ Siła działała prostopadle do prędkości piłki i taki jest też kierunek wektora $\Delta\vec{v}$. Wektor prędkości końcowej znajdujemy, dodając graficznie wektory $\vec{v} = \vec{v}_0 + \Delta\vec{v}$, które tworzą trójkąt prostokątny (wektory $\vec{v}_0$ i $\Delta\vec{v}$ są prostopadłe). Wartość wektora prędkości $\vec{v}$ obliczamy z twierdzenia Pitagorasa: $$v = \sqrt{(v_0)^2 + (\Delta v)^2} = \sqrt{(3\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (4\,\frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ **Odpowiedź:** Wartość prędkości piłki po kopnięciu jest równa $5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.	
Schemat punktowania	
obliczenie wartości prędkości końcowej $5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	3 p.
obliczenie wartości zmiany prędkości i zastosowanie geometrycznego dodawania wektorów $\vec{v} = \vec{v}_0 + \Delta\vec{v}$	2 p.
obliczenie wartości zmiany pędu lub zmiany prędkości	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 9.1 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 12), II. 13)

Rozwiązanie

Narysowanie siły ciężkości $\vec{F}_c$ i siły sprężystości podłoża $\vec{F}_s$.



Muszą być także narysowane składowe siły ciężkości – równoległa do równi ($mg\sin\alpha$) i prostopadła do niej ($mg\cos\alpha$).
Z rysunku ma wynikać, że długość składowej siły ciężkości równoległej do równi jest większa niż długość siły tarcia, a składowa siły ciężkości prostopadła do równi ma tę samą długość i kierunek co siła sprężystości podłoża.

Schemat punktowania

narysowanie wektorów siły ciężkości i siły sprężystości podłoża z zachowaniem odpowiednich proporcji, tzn. z rysunku musi wynikać, że długość składowej siły ciężkości równoległej do równi jest większa niż długość siły tarcia, a składowa siły ciężkości prostopadła do równi ma tę samą długość i kierunek co siła sprężystości podłoża	2 p.
narysowanie wektorów siły ciężkości i siły sprężystości podłoża	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 9.2 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 13)

Rozwiązanie

Przyspieszenie nadaje wypadkowa siły zsuwającej i siły tarcia. Zapisujemy II zasadę dynamiki $m \cdot a = m \cdot g\sin\alpha - T$, skąd otrzymujemy:

$$m = \frac{T}{g\sin\alpha - a} = \frac{1\,\mathrm{N}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}5 - 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \approx 0{,}52\,\mathrm{kg}$$

Odpowiedź: Masa klocka wynosi około 0,52 kg.

Schemat punktowania

obliczenie masy około 0,52 kg (poprawne też jest otrzymanie masy 0,5 kg, gdy za przyspieszenie ziemskie podstawiamy 10 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$)	2 p.
poprawne określenie siły wypadkowej i zastosowanie II zasady dynamiki Newtona	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 9.3 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 17)
Rozwiązanie	
Korzystamy z definicji współczynnika tarcia: $$f = \frac{T}{F_N} = \frac{T}{m \cdot g \cdot \cos\alpha} = \frac{1\,\text{N}}{0{,}5\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 30^\circ} \approx 0{,}2$$ **Odpowiedź:** Współczynnik tarcia kinetycznego wynosił około 0,2.	
Schemat punktowania	
obliczenie współczynnika tarcia 0,2	2 p.
zastosowanie definicji współczynnika tarcia lub zapisanie, że siła nacisku klocka na równię wyraża się wzorem $F_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 17)
Rozwiązanie	
A–2 Gdy klocek początkowo spoczywa na równi pochyłej, siła tarcia działająca na niego jest zwrócona w górę równi. Jeżeli będziemy działać na klocek siłą o coraz większej wartości i zwróconą w górę równi, to siła tarcia w końcu zmieni zwrot, i aby poruszyć klocek, trzeba będzie działać siłą o wartości większej od sumy siły tarcia i składowej siły ciężkości równoległej do równi.	
Schemat punktowania	
zaznaczenie A–2	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 11. (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 18)
Rozwiązanie	
W pierwszym przypadku siłomierz wskazuje wartość siły ciężkości $F_1 = F_c = m \cdot g$, a w drugim – wartość sumy siły ciężkości i siły bezwładności $F_2 = F_c + m \cdot a$. Z tych dwóch wzorów na siły możemy wyznaczyć: $m \cdot a = F_2 - F_1$. $$\frac{a}{g} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{F_2 - F_1}{F_1} = \frac{2{,}8\,\text{N} - 2\,\text{N}}{2\,\text{N}} = 0{,}4$$ **Odpowiedź:** Iloraz $\frac{a}{g}$ jest równy 0,4.	
Schemat punktowania	
obliczenie $\frac{a}{g} = 0{,}4$	2 p.
uwzględnienie siły bezwładności działającej na ciężarek w drugim przypadku	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 18)

Rozwiązanie

1. P, 2. F, 3. P.

1. Prawda. Gdy ciężarówka hamuje, jadąc do tyłu, jej przyspieszenie jest zwrócone przeciwnie do prędkości ciężarówki, czyli do przodu. W takiej sytuacji siła bezwładności działająca na paczki jest zwrócona przeciwnie do przyspieszenia ciężarówki, czyli do tyłu platformy.
2. Fałsz. Gdy ciężarówka gwałtownie skręca w lewo, siła bezwładności działa na paczki przeciwnie do przyspieszenia dośrodkowego ciężarówki, czyli w prawo.
3. Prawda. Gdy ciężarówka przyspiesza, jadąc do przodu, jej przyspieszenie zwrócone jest zgodnie z prędkością ciężarówki, czyli do przodu. W takiej sytuacji siła bezwładności działająca na paczki jest zwrócona przeciwnie do przyspieszenia ciężarówki, czyli do tyłu platformy.

Schemat punktowania

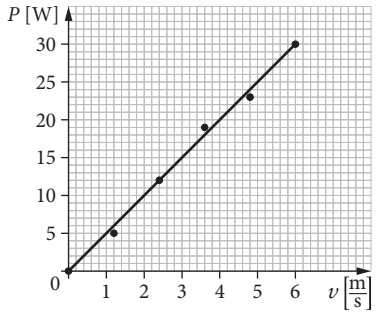
poprawne wszystkie trzy zaznaczenia P, F, P	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 13.1 (0–4)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 20)

Rozwiązanie

Narysowanie wykresu, opisanie osi, dopasowanie prostej.



Należy zauważyć, że przedstawiona na wykresie zależność mocy chwilowej od prędkości wyraża się wzorem $P = F \cdot v$, co można wyprowadzić następująco: $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$.

Jest to funkcja liniowa postaci $y = a \cdot x$, ponieważ wartość siły w ruchu jednostajnie przyspieszonym jest stała.

Współczynnik $a = F = \frac{P}{v}$ obliczamy jako tangens kąta nachylenia prostej wykresu do osi poziomej, np. $F \approx \frac{15\,\text{W}}{3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5\,\text{N}$.

Odpowiedź: Wartość siły wytwarzanej przez silnik modelu wynosi około 5 N.

Schemat punktowania

narysowanie poprawnego wykresu oraz wyznaczenie z niego siły $F \approx 5$ N	4 p.
wyskalowanie i opisanie osi, zaznaczenie punktów na wykresie, narysowanie najlepiej dopasowanej prostej lub wyskalowanie i opisanie osi, zaznaczenie punktów na wykresie i zastosowanie wzoru $P = F \cdot v$ (wyprowadzenie nie jest konieczne) do obliczenia siły na podstawie danych z tabeli	3 p.

wyskalowanie i opisanie osi oraz zaznaczenie punktów na wykresie	2 p.
wyskalowanie i opisanie osi	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 13.2 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 20)
Rozwiązanie	
Oszacowanie pracy wykonanej w czasie trzech sekund jako pola figury (trójkąta) pod wykresem: $W \approx \frac{1}{2} \cdot 18\,\mathrm{W} \cdot 3\,\mathrm{s} = 27\,\mathrm{J}$ **Odpowiedź:** Praca w przybliżeniu wynosi 27 J.	
Schemat punktowania	
oszacowanie pracy na około 27 J; do obliczenia pracy uczeń musi przyjąć wartość mocy w chwili t = 3 s odczytaną z narysowanej prostej, a nie z zaznaczonego na wykresie punktu	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 16)
Rozwiązanie	
A, 3 W zderzeniu spełniona jest zasada zachowania pędu. W drugim przypadku pęd przed zderzeniem był większy (większa masa poruszającego się wagonu), zatem będzie większy także po zderzeniu. W obu przypadkach masy połączonych wagonów są takie same, zatem w drugim przypadku ich prędkość musi być większa.	
Schemat punktowania	
zaznaczenie A, 3	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 15.1 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: III. 3)
Rozwiązanie	
C Moment siły $\vec{F}_3$ względem punktu O wyznaczamy z definicji iloczynu wektorowego lub z reguły prawej ręki (śruby prawoskrętnej).	
Schemat punktowania	
zaznaczenie C	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 15.2 (0–2)

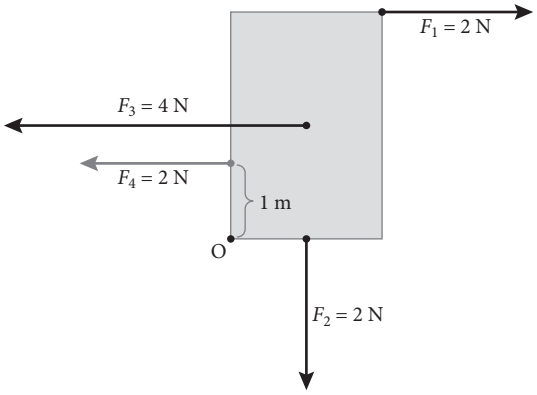
Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: III. 3)

Rozwiązanie

Wypadkowy moment siły obliczamy, uwzględniając zwrot momentów sił przyłożonych do deski:

$$M = F_1 \cdot 3\ \text{m} + F_2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{m} - F_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\ \text{m} = 2\ \text{N} \cdot 3\ \text{m} + 2\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} - 4\ \text{N} \cdot 1{,}5\ \text{m} = 2\ \text{N} \cdot \text{m}$$

Wypadkowy moment sił spowoduje obrót deski w prawo. Aby deska się nie obracała, należy przyłożyć do niej siłę, której moment względem punktu O ma wartość i zwrot przeciwny do momentu sił, które działają na deskę.
Może to być np. siła przyłożona do deski w punkcie jak na rysunku poniżej (uwaga – jest wiele innych możliwych rozwiązań).



Schemat punktowania

narysowanie działającej na deskę siły, której moment jest równy 2 N · m i może spowodować obrót deski w lewo, co oznacza, że momenty wszystkich czterech sił działających na deskę równoważą się i deska nie będzie się obracać	2 p.
obliczenie wypadkowego momentu sił działających na deskę 2 N · m	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 16.1 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe; III. 5)

Rozwiązanie

Zapisujemy wzór na energię **kinetyczną** w każdym z trzech przypadków.

1. Tylko ruch postępowy: $E_1 = \frac{mv^2}{2} = \frac{5}{10}mv^2$.
2. Ruch postępowy i obrotowy (bez poślizgu), energia jest sumą energii kinetycznej ruchu postępowego i obrotowego: $E_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{\frac{2}{5}m \cdot R^2 \cdot \frac{v^2}{R^2}}{2} = \frac{7}{10}mv^2$.
3. Tylko ruch obrotowy: $E_3 = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{\frac{2}{5}m \cdot R^2 \frac{v^2}{R^2}}{2} = \frac{2}{10}mv^2$.

Po porównaniu otrzymanych wyrażeń możemy zapisać, że $\boxed{E_3} < \boxed{E_1} < \boxed{E_2}$
Uwaga. Uczeń nie musi zapisywać żadnych wzorów.

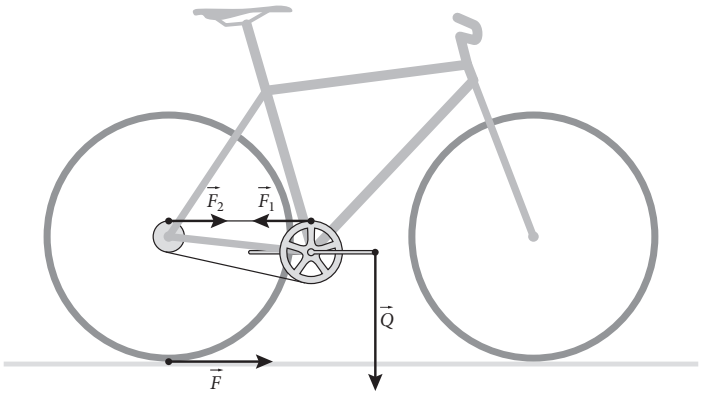
Schemat punktowania

poprawne wpisanie symboli E_1, E_2, E_3	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 16.2 (0–1)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: III. 5)
Rozwiązanie	
Kula posiada tylko energię kinetyczną ruchu obrotowego: $$E_3 = \frac{\frac{2}{5}m \cdot R^2 \cdot \omega^2}{2} = \frac{1}{5} \cdot 2\,\text{kg} \cdot 0{,}05^2\,\text{m}^2 \cdot 2^2\,\frac{1}{\text{s}^2} = 0{,}004\,\text{J}$$ **Odpowiedź**: Energia kinetyczna ruchu obrotowego jest równa 0,004 J.	
Schemat punktowania	
obliczenie energii kinetycznej ruchu obrotowego 0,004 J	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 17.1 (0–2)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 13)
Rozwiązanie	
Narysowanie odpowiednio zwróconej siły przyłożonej do koła w punkcie styczności koła z ziemią. Nazwanie siły: siła tarcia. 	
Schemat punktowania	
narysowanie wektora oraz nazwanie siły	2 p.
narysowanie wektora lub nazwanie siły	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 17.2 (0–3)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: III.3
Rozwiązanie	
Momenty sił działających na przednią zębatkę się równoważą: $F_1 \cdot R_1 = Q \cdot R_p$. Momenty sił działających na tylne koło się równoważą: $F_2 \cdot R_2 = F \cdot R_k$. Łańcuch działa jednakową siłą na obie zębatki: $F_1 = F_2$. Z zapisanych równań otrzymujemy: $$F = Q \cdot \frac{R_p}{R_k} \cdot \frac{R_2}{R_1} = Q \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}Q = 125\,\text{N}$$ **Odpowiedź:** Wartość siły napędowej w opisanej sytuacji jest równa 125 N.	

Schemat punktowania	
wyznaczenie siły i obliczenie jej wartości $F = \frac{1}{4} Q = 125$ N	3 p.
zastosowanie dwóch warunków równowagi momentów sił	2 p.
zastosowanie przynajmniej jednego warunku równowagi momentów sił	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Zadanie 17.3 (0–3)

Wymagania ogólne: I, II	Wymagania szczegółowe: II. 9)

Rozwiązanie

Prędkość kątowa stopy kolarza i dużej zębatki jest taka sama. Jeżeli jest prędkością liniową na obwodzie dużej zębatki, to spełniony jest związek:

$$\frac{v_s}{R_p} = \frac{v_1}{R_1}, \text{ skąd } v_1 = \frac{v_s}{R_p} \cdot R_1$$

Prędkość liniowa na obwodzie małej zębatki jest taka sama jak na obwodzie dużej, ponieważ są one połączone łańcuchem.
Prędkość kątowa małej zębatki i koła jest taka sama, dlatego:

$$\frac{v}{R_k} = \frac{v_1}{R_2}, \text{ skąd } v_1 = \frac{v}{R_k} \cdot R_2$$

Otrzymujemy równanie: $\frac{v_s}{R_p} \cdot R_1 = \frac{v}{R_k} \cdot R_2$, pozwalające wyliczyć:

$$v = \frac{R_k}{R_p} \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot v_s = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Wartość prędkości roweru jest równa $4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Schemat punktowania	
wyznaczenie prędkości roweru $v = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$	3 p.
zastosowanie wzoru $\omega = \frac{v}{R}$ dla dużej zębatki oraz dla tylnego koła, zauważenie, że prędkość roweru ma taką wartość jak prędkość liniowa punktów na obwodzie koła (brak poślizgu)	2 p.
zastosowanie wzoru $\omega = \frac{v}{R}$ dla dużej zębatki lub tylnego koła lub zauważenie, że prędkość liniowa punktów na obwodzie obu zębatek jest taka sama	1 p.
brak spełnienia powyższego kryterium	0 p.

Karta wybranych wzorów i stałych fizycznych

Kinematyka

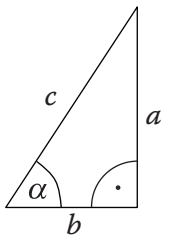
Kinematyka	
prędkość	$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$
przyspieszenie	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$
prędkość kątowa	$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$
prędkość w ruchu po okręgu	$v = \omega \cdot r$
przyspieszenie dośrodkowe	$a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r$
przyspieszenie kątowe	$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
przyspieszenie styczne	$a_{st} = \varepsilon \cdot r$
prędkość w prostoliniowym ruchu jednostajnie zmiennym	$v = v_0 + a \cdot t$
droga w prostoliniowym ruchu jednostajnie zmiennym	$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Dynamika

Dynamika	
pęd	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$
II zasada dynamiki	$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$; $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
moment siły	$M = F \cdot r \cdot \sin \sphericalangle(\vec{r}; \vec{F})$
moment bezwładności	$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots + m_n r_n^2$
moment pędu punktu materialnego	$J = m \cdot v \cdot r \cdot \sin \sphericalangle(\vec{r}; \vec{v})$
moment pędu bryły sztywnej	$J = I \cdot \omega$
II zasada dynamiki ruchu obrotowego	$\frac{\Delta J}{\Delta t} = M$; $\varepsilon = \frac{M}{I}$
praca	$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \sphericalangle(\vec{F}; \Delta \vec{x})$
moc	$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$
energia kinetyczna	$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
energia kinetyczna ruchu obrotowego bryły sztywnej	$E_{kin} = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$

Siła ciężkości, siła sprężystości i siła tarcia

Siła ciężkości, siła sprężystości i siła tarcia	
zmiana energii potencjalnej grawitacji na małych wysokościach	$\Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$
siła sprężystości	$\vec{F}_s = -k \cdot \vec{x}$
energia potencjalna sprężystości	$E_{pot} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$
siła tarcia kinetycznego	$T_k = \mu_k \cdot F_N$
siła tarcia statycznego	$T_s \leqslant \mu_s \cdot F_N$



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$

$\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

Przedrostki

mnożnik	10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
przedrostek	tera	giga	mega	kilo	hekto	deka	decy	centy	mili	mikro	nano	piko
oznaczenie	T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p

Wartości funkcji trygonometrycznych dla najczęściej spotykanych kątów

α	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\mathrm{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Równanie kwadratowe

Równanie kwadratowe $ax^2 + bx + c = 0$, gdzie $a \neq 0$, ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste wtedy i tylko wtedy, gdy $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Rozwiązania te wyrażają się wzorami:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Wartości funkcji trygonometrycznych

α	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
$\sin\alpha$ $\cos\beta$	0,0000	0,0872	0,1736	0,2588	0,3420	0,4226	0,5000	0,5736	0,6428	0,7071	0,7660	0,8192	0,8660	0,9063	0,9397	0,9659	0,9848	0,9962	1,000
β	90°	85°	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°	5°	0°