

Nowość
EDYCJA 2024

NOWE Zrozumieć fizykę

2 PODRĘCZNIK • LICEUM • TECHNIKUM
ZAKRES ROZSZERZONY

ZMIANY
W PODSTAWACH
2024



podręcznik w pełni
dostosowany



nowa
era

NOWE

Zrozumieć fizykę

2 PODRĘCZNIK • LICEUM • TECHNIKUM

ZAKRES ROZSZERZONY

MARCIN BRAUN

KRZYSZTOF BYCZUK

AGNIESZKA SEWERYN-BYCZUK

ELŻBIETA WÓJTOWICZ

NOWE Zrozumieć fizykę

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania fizyki, na podstawie opinii rzeczoznawców: **prof. dr. hab. Aleksandra Filipa Żarneckiego, dr. Sławomira Brzezowskiego, dr hab. Iwony Benenowskiej.**

Zakres kształcenia: rozszerzony

Etap edukacyjny: III

Typ szkoły: ponadpodstawowa (liceum ogólnokształcące i technikum)

Rok dopuszczenia: 2025

Numer ewidencyjny w wykazie MEN: 1219/2/2025

Podręcznik przygotowano na podstawie *Programu nauczania fizyki w liceum ogólnokształcącym i technikum do zakresu rozszerzonego*. *NOWE Zrozumieć fizykę* autorstwa A. Byczuk, K. Byczuka, S. Suwalda i Z. Suwald.

Podręcznik został opracowany z uwzględnieniem zmian w zasadach polskiej ortografii, uchwalonych przez Radę Języka Polskiego w 2024 r. i obowiązujących od 1.01.2026 r.

Nabyta przez Ciebie publikacja jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy o przestrzeganie praw, jakie im przysługują. Zawartość publikacji możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie umieszczaj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, to nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Możesz skopiować część publikacji jedynie na własny użytek.

Szanujemy cudzą własność i prawo. Więcej na www.legalnakultura.pl

Wykorzystywanie treści niniejszego Utworu, w jakiegokolwiek formie lub w jakimkolwiek procesie, do celów eksploracji tekstu i danych, uczenia maszynowego, rozwoju i/lub szkolenia i/lub wzbogacania sztucznej inteligencji jakiegokolwiek rodzaju jest surowo zabronione.



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o. 2025
ISBN 978-83-267-5268-1

Współpraca autorska: dr Piotr Nieżurawski (zad. 1 s. 141), Teresa Stolecka (zad.: 3 i 4 s. 37, 2 i 3 s. 100, 5 s. 142, 1 i 2 s. 211, 2 s. 249, 1 i 4 s. 276, 1 s. 308). **Opracowanie redakcyjne i redakcja merytoryczna:** dr Agnieszka Grzelińska.
Konsultacje merytoryczne: Jacek Hirsch, Michał Matraszek. **Współpraca redakcyjna:** Dorota Brzozowiec-Dek, Miłosz Budzyński. **Redakcja językowa:** Dorota Rzeszevska. **Korekta:** Aleksandra Hofman. **Fotoedycja:** Katarzyna Iwan-Malawska.
Nadzór artystyczny: Ewa Kaletyn. **Opieka graficzna:** Maciej Galiński, Marcin Oleksak. **Projekt graficzny:** Klaudia Jarocka, Aleksandra Szpunar. **Projekt okładki:** Maciej Galiński. **Opracowanie graficzne:** Zuzanna Sri. **Infografiki:** Małgorzata Burakowska, Enzo Di Giacomo, Aleksandra Gołębiwska (ULTRA), Ewa Kaletyn, Laura Maziewska, Agata Muszalska, Marcin Oleksak, Marcin Ptak, Wojciech Sendal, Zuzanna Sri, Emilia Węgiel. **Ilustratorzy:** Andrzej Dukata, Elżbieta Buczkowska, Rafał Buczkowski, Miłosz Budzyński, Marcin Czajkowski, Zuzanna Dudzic, Wioleta Herczyńska, Klaudia Jarocka, Ewa Kaletyn, Agata Knajdek, Adam Król, Laura Maziewska, Krzysztof Mrawiński, Marcin Oleksak, Nikola Pelcer, Adam Pocziwek, Joanna Ptak, Marcin Ptak, Wojciech Sendal, Ewa Sowulewska, Justyna Studzińska. **Realizacja projektu graficznego:** Adam Pocziwek.

Podręcznik „NOWE Zrozumieć fizykę” cz. 2 został napisany z wykorzystaniem fragmentów podręcznika do fizyki w zakresie rozszerzonym autorstwa S. Bajtlika, A. i K. Byczuków, S. i Z. Suwaldów, E. Wójtowicz.

Nowa Era Sp. z o.o.

Aleje Jerozolimskie 146 D, 02-305 Warszawa

www.nowaera.pl, e-mail: nowaera@nowaera.pl, Centrum Kontaktu tel. 58 721 48 00

Druk i oprawa: Drukarnia Orthdruk

Spis treści

O czym jest podręcznik 4

► 7. Wstęp do zjawisk cieplnych

7.1. Częsteczki i temperatura. 6

7.2. Ciepło 12

7.3. Przemiany fazowe 19

7.4. Bilans cieplny 30

7.5. Rozszerzalność cieplna. 38

Projekt. Jak łatwiej zaobserwować rozszerzalność cieplną. 44

Wiesz, umiesz, zdasz 45

► 8. Termodynamika

8.1. Badanie przemian gazu. 52

8.2. Równanie Clapeyrona 61

8.3. Przemiany gazu doskonałego 68

8.4. Ciepło w przemianach gazowych 76

8.5. Praca a wykresy przemian gazowych 83

8.6. Silniki cieplne 91

8.7. Pompy ciepła 101

8.8. Druga zasada termodynamiki 108

Analiza tekstu. Ciepło i energia. 113

Wiesz, umiesz, zdasz 115

► 9. Bryła sztywna

9.1. Ruch bryły sztywnej 126

9.2. Siły powodujące ruch obrotowy 137

9.3. Moment siły – przypadek ogólny 143

9.4. Siła ciężkości działająca na bryłę 152

9.5. Energia kinetyczna w ruchu obrotowym 161

9.6. Zasady dynamiki w ruchu obrotowym. 168

9.7. Moment pędu 174

Projekt. Analiza ruchu: jo-jo 184

Wiesz, umiesz, zdasz 185

► 10. Ruch drgający

10.1. Badanie ruchu drgającego 192

10.2. Prawo Hooke’a 198

10.3. Drgania harmoniczne 202

10.4. Wahadło sprężynowe 212

10.5. Wahadło matematyczne 225

10.6. Energia w ruchu harmonicznym 236

10.7. Rezonans 244

Projekt. Figury Lissajous 250

Wiesz, umiesz, zdasz 252

► 11. Fale

11.1. Fale mechaniczne 260

11.2. Wielkości opisujące falę 269

11.3. Fale dźwiękowe. 277

11.4. Fale elektromagnetyczne 289

11.5. Rozchodzenie się fal 294

11.6. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe – temat dodatkowy 302

11.7. Efekt Dopplera 309

Analiza tekstu. Infradźwięki informują o katastrofach 320

Wiesz, umiesz, zdasz 323

► 12. Zjawiska falowe

12.1. Odbicie i rozproszenie fali 332

12.2. Załamanie fali 341

12.3. Całkowite wewnętrzne odbicie 348

12.4. Dyfrakcja fal 355

12.5. Interferencja fal 360

12.6. Siatka dyfrakcyjna. 369

Projekt. Plamka Poissona 376

Wiesz, umiesz, zdasz 377

Tabele 382

Spis doświadczeń obowiązkowych 386

Spis dodatków matematycznych 386

Spis infografik 387

Dodatki matematyczne z przykładami 388

Odpowiedzi i wskazówki do wybranych zadań 397

Indeks nazw obcojęzycznych z wymową 404

Indeks 405

Spis działów w pozostałych częściach 407

O czym jest podręcznik

W podręczniku *Zrozumieć fizykę 2* znajdziesz ważne i ciekawe informacje dotyczące termodynamiki, drgań czy fal. Dzięki tym wiadomościom zrozumiesz wiele zjawisk z otaczającego cię świata i sprawnie przejdziesz do kolejnych działów fizyki.



Czemu służą poszczególne elementy podręcznika

Ważne w tej lekcji:

Szybko się zorientujesz, co jest najważniejsze w danej lekcji.

Przykład

Przykłady umożliwią ci prześledzenie toku rozumowania podczas rozwiązywania zadań.

Doświadczenie 1

Doświadczenie obowiązkowe

Czytelnie opisane i zilustrowane doświadczenia ułatwią ci przeprowadzanie i analizowanie eksperymentów.

Przypomnij sobie:

Łatwo sprawdzisz, co powinieneś wiedzieć z wcześniejszej edukacji.

Pytania i zadania

Wykonanie poleceń i zadań na końcu tematu pozwoli ci utrwalić nową wiedzę i nabyte umiejętności.

P

Zadanie analogiczne do przykładu.

$F_1 r_1 = F_2 r_2$

Dzięki czytelnym wyróżnieniom szybko odnajdziesz wzory, definicje i ważne stwierdzenia.

A to ciekawe

Dzięki ciekawostkom poznasz interesujące fakty związane z lekcją.

i

Zadanie do infografiki.

Stan gazu możemy także...

Komentarze ułatwią ci zrozumienie informacji z tekstu głównego.

F Jaką niepewnością jest obarczony...

Treści do decyzji nauczyciela.

Do wykonania doświadczenia lub zadania przyda ci się telefon komórkowy.

Do opracowania wyników pomiarów będzie potrzebny komputer.

7. Wstęp do zjawisk cieplnych

- 1. Cząsteczki i temperatura
- 2. Ciepło
- 3. Przemiany fazowe
- 4. Bilans cieplny
- 5. Rozszerzalność cieplna



Podsumowanie

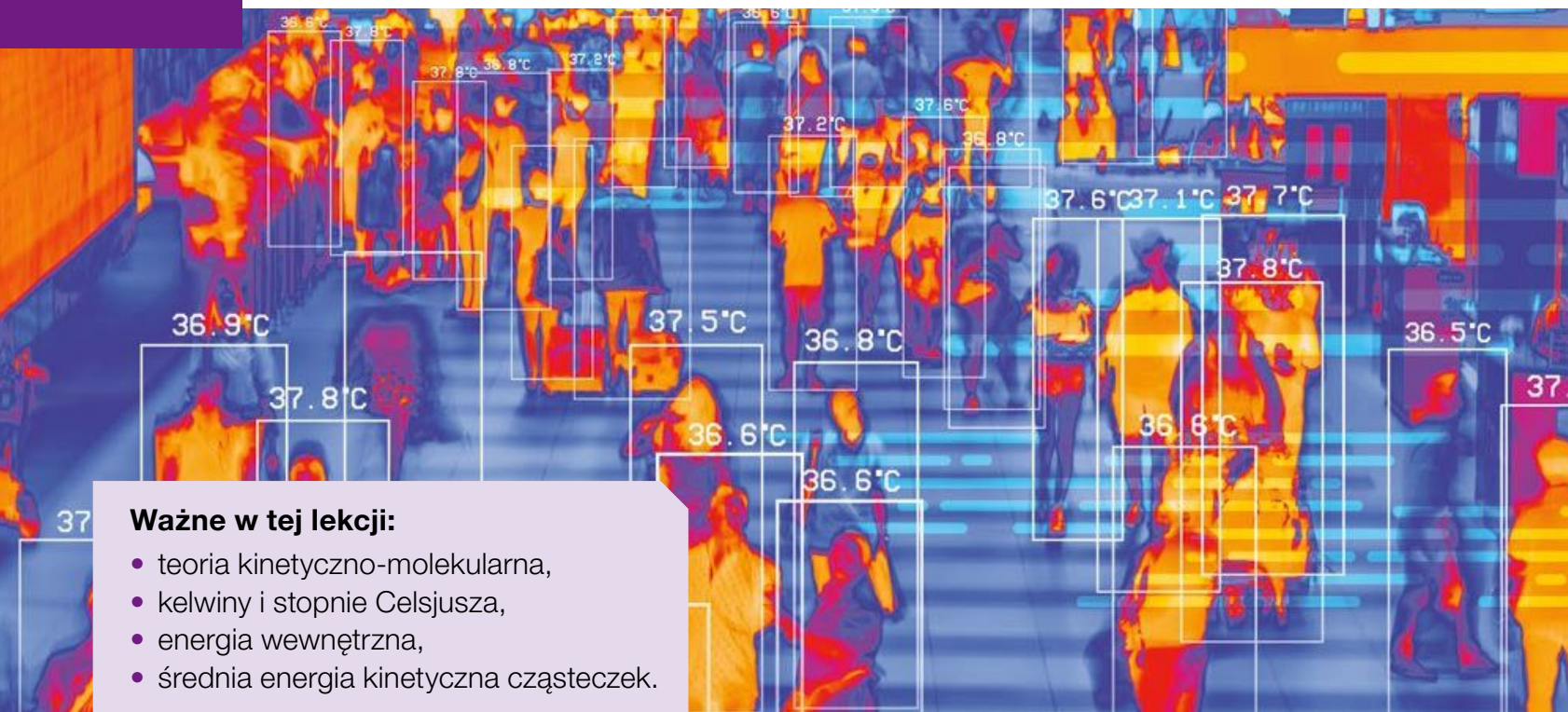
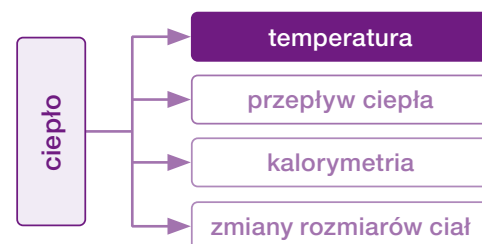
Na tych stronach znajdziesz najważniejsze wiadomości z danego działu.

Sposób na zadanie

Wskazówki i podpowiedzi ułatwią ci rozwiązywanie różnych typów zadań.

Zadania powtórzeniowe

Dzięki tym zadaniom sprawdzisz stopień opanowania umiejętności i wiadomości z danego działu.

**Ważne w tej lekcji:**

- teoria kinetyczno-molekularna,
- kelwiny i stopnie Celsjusza,
- energia wewnętrzna,
- średnia energia kinetyczna cząsteczek.

Przypomnij sobie:

- Substancje mogą występować w trzech stanach skupienia: stałym, ciekłym i gazowym.
- Im wyższa temperatura, tym szybciej poruszają się cząsteczki.
- Energia wewnętrzna ciała to suma energii kinetycznej wszystkich jego cząsteczek i energii potencjalnej oddziaływań między nimi.

Molekuła to inaczej cząsteczka.

Teoria kinetyczno-molekularna

W tym dziale omówimy zjawiska dotyczące temperatury, przepływu ciepła i zmian stanu skupienia. Ludzie znają je od tysięcy lat, ale bardzo długo nie rozumieli ich natury.

Dopiero około stu lat temu stało się możliwe ich wyjaśnienie na podstawie **kinetyczno-molekularnej teorii budowy materii**. Zgodnie z tą teorią wszystkie ciała są zbudowane z atomów lub cząsteczek będących w nieustannym ruchu, a temperatura jest związana z ruchem tych cząsteczek.

Bezwzględna skala temperatury

Ze szkoły podstawowej wiesz, że im wyższa temperatura, tym szybciej poruszają się cząsteczki – i odwrotnie, im niższa temperatura, tym cząsteczki poruszają się wolniej. Wobec tego temperatura nie może być dowolnie niska. Przy pewnej jej wartości cząsteczki w ogóle przestałyby się poruszać. Taką temperaturę nazywamy **zerem bezwzględnym**.

Zero bezwzględne pozwala zdefiniować bezwzględną skalę temperatur, używaną w badaniach naukowych. Zero w tej skali to właśnie zero bezwzględne, dlatego temperatura w skali bezwzględnej jest zawsze nieujemna. Przyjęto, że jednostka tej skali, **kelwin**, odpowiada takiej samej różnicy temperatur jak używany w codziennym życiu jeden stopień Celsjusza. Zero bezwzględne to $-273,15^{\circ}\text{C}$, więc:

$$0\text{ K} = -273,15^{\circ}\text{C} \quad 0^{\circ}\text{C} = 273,15\text{ K}$$

Temperatury w skali bezwzględnej i w skali Celsjusza (rys. 7.1), oznaczone w poniższych wzorach odpowiednio przez T_K i T_C , łączy zatem zależność:

$$T_K = 273,15 + T_C$$

Najczęściej będziemy ją stosować w przybliżeniu:

$$T_K \approx 273 + T_C$$

Temperatura a energia kinetyczna

Zależność między temperaturą a ruchem cząsteczek możemy sformułować następująco:

Temperatura ciała jest proporcjonalna do średniej energii kinetycznej ruchu postępowego pojedynczej cząsteczki tego ciała.

Mówimy o **średniej energii** tego ruchu, ponieważ energia kinetyczna poszczególnych cząsteczek ciała może być bardzo różna, a w przypadku danej cząsteczki zmienia się w czasie.

Związek między energią kinetyczną ruchu postępowego a temperaturą można zapisać jako:

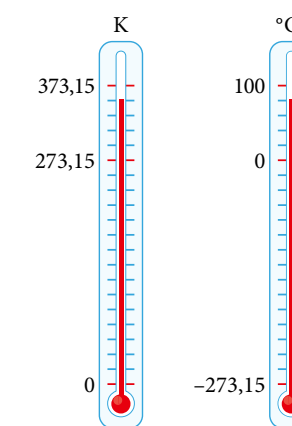
$$E_{k\text{ sr}} = \frac{3}{2}kT$$

Współczynnik proporcjonalności między temperaturą a średnią energią kinetyczną ruchu postępowego cząsteczki wynosi $\frac{3}{2}k$, gdzie:

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

jest uniwersalną stałą przyrody, którą nazywamy **stałą Boltzmanna** (czyt. bolcmana).

Uwaga. W dalszych rozważaniach zamiast pojęcia średniej energii kinetycznej ruchu postępowego cząsteczki będziemy używać krótszego sformułowania: energia kinetyczna cząsteczki. Natomiast przez prędkość cząsteczki będziemy rozumieć jej prędkość w układzie odniesienia, w którym nie porusza się ciało, do którego ona należy.



Rys. 7.1. Porównanie skal temperatur: Kelvina i Celsjusza

Przez **średnią prędkość** rozumiemy tutaj prędkość odpowiadającą średniej energii kinetycznej: $E_{k\text{ sr}} = \frac{1}{2}mv_{\text{sr}}^2$

Kiedy substancja się rozgrzewa, cząsteczki poruszają się coraz szybciej. Warto jednak pamiętać, że w przypadku różnych substancji, czyli cząsteczek o różnej masie, jednakowej temperaturze odpowiada jednakowa **energia kinetyczna** ich ruchu, a nie jednakowa prędkość.



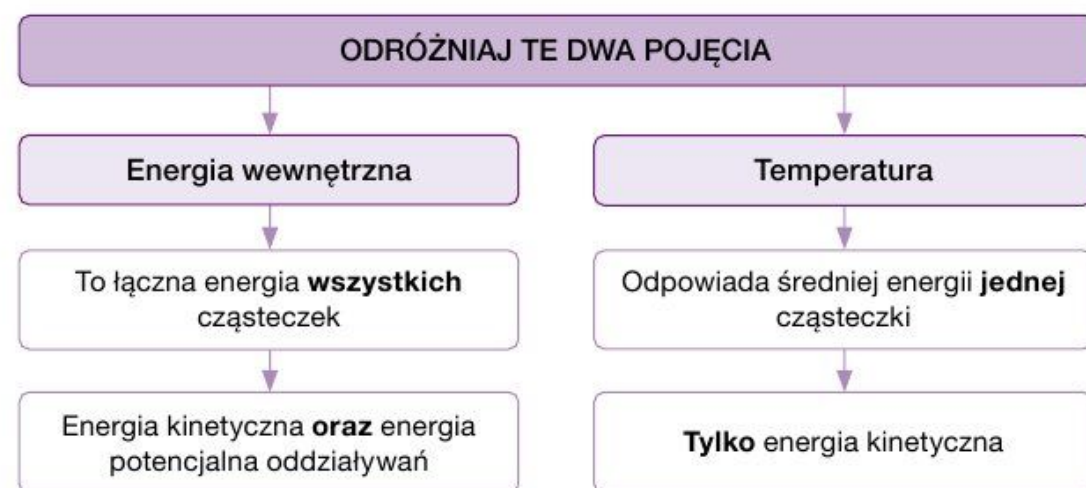
Rys. 7.2. Temperatura wody w szklankach jest taka sama, ale w każdej szklance woda ma inną energię wewnętrzną

■ Energia wewnętrzna

Ze szkoły podstawowej znasz pojęcie energii wewnętrznej ciała, zwanej też jego energią cieplną (lub termiczną). Podczas zwiększania temperatury ciała zwiększa się także jego energia wewnętrzna. Jednak między pojęciami temperatury i energii wewnętrznej zachodzą zasadnicze różnice (rys. 7.2). Przykładem zjawiska, w którym bardzo dobrze widać tę różnicę, jest topnienie lodu:

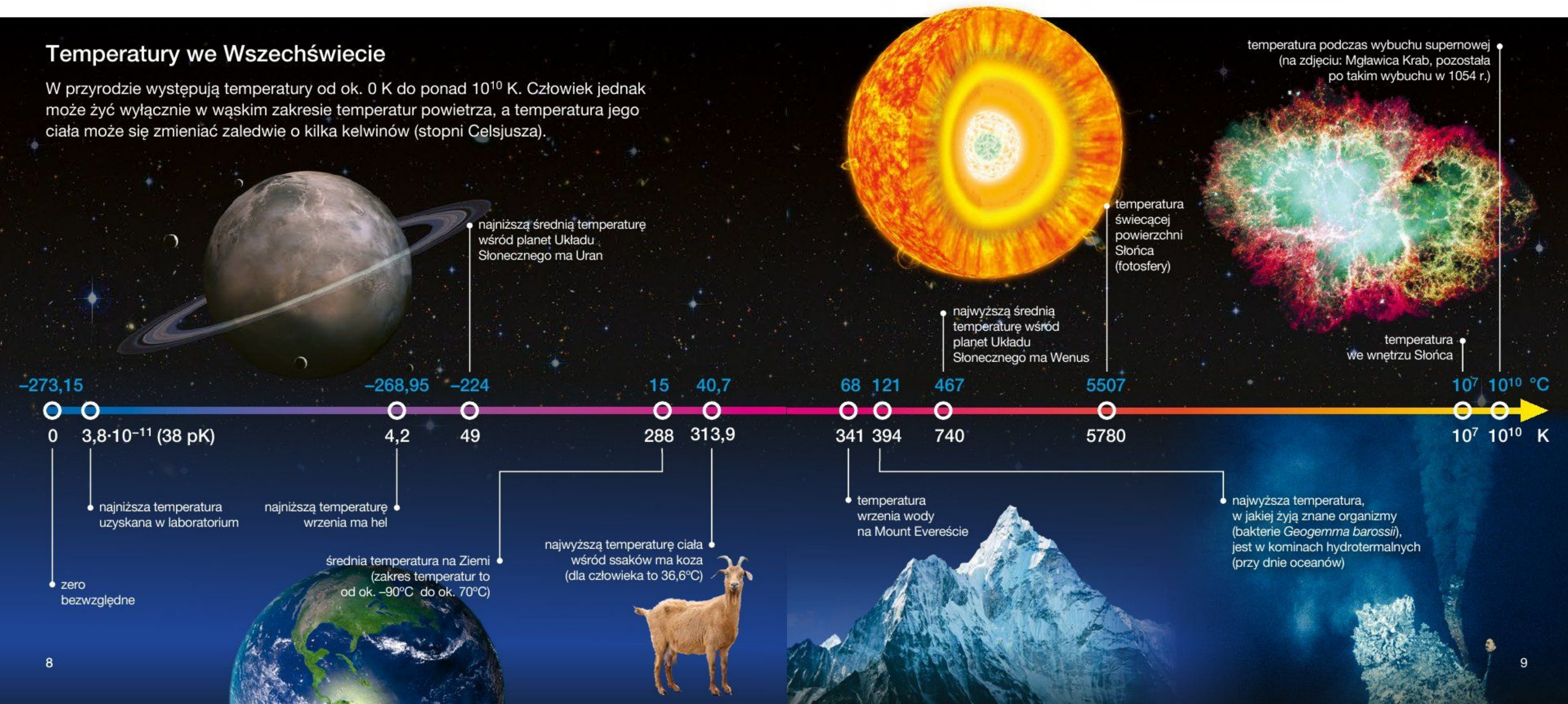
- temperatura powstałej wody jest taka sama jak topniejącego lodu: 0°C ,

- energia wewnętrzna powstałej wody jest większa niż topniejącego lodu, ponieważ cząsteczki są słabiej ze sobą związane.



Temperatury we Wszechświecie

W przyrodzie występują temperatury od ok. 0 K do ponad 10^{10} K. Człowiek jednak może żyć wyłącznie w wąskim zakresie temperatur powietrza, a temperatura jego ciała może się zmieniać zaledwie o kilka kelwinów (stopni Celsjusza).



Uwaga. Pojęcie energii wewnętrznej w różnych źródłach jest używane w różnym znaczeniu.

- W węższym znaczeniu oznacza energię termiczną, tak jak w naszym podręczniku.
- W szerszym znaczeniu oznacza całą energię zgromadzoną wewnątrz ciała, a więc także energię chemiczną oraz jądrową.

Zwykle kontekst jednoznacznie podpowiada, o które znaczenie chodzi.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Myśliwiec F-16 osiąga prędkość $v = 2124 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, w jakiej temperaturze cząsteczki azotu w powietrzu poruszają się z taką prędkością. Wynik podaj w kelwinach i w stopniach Celsjusza. Aby obliczyć masę cząsteczki, skorzystaj z układu okresowego.

Dane: $v = 2124 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ – prędkość samolotu

Szukane: T – temperatura cząsteczki azotu

Rozwiązanie:

Obliczamy masę cząsteczki azotu N_2 .

Z układu okresowego odczytujemy liczbę masową azotu (14) i mnożymy przez 2 (cząsteczka azotu jest dwuatomowa). Otrzymujemy:

$$m = 28 \text{ u}$$

gdzie $1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ jest jednostką masy atomowej. Zatem masa cząsteczki azotu jest równa:

$$m = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

Obliczamy temperaturę.

Skorzystamy ze wzoru wiążącego energię kinetyczną cząstki z temperaturą:

$$E_k = \frac{3}{2} kT$$

z którego wyznaczamy temperaturę:

$$T = \frac{2}{3} \frac{E_k}{k} \quad (1)$$

Energię kinetyczną cząstki możemy też obliczyć z podstawowego wzoru:

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad (2)$$

Aby z niego skorzystać, przeliczmy wartość prędkości na jednostki podstawowe układu SI:

$$v = 2124 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 590 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



➡ Podstawiamy teraz obliczoną masę cząsteczki azotu i prędkość do wzoru (2) i otrzymujemy:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot (590 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \approx 8,1 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

Znamy energię kinetyczną, więc możemy skorzystać ze wzoru (1) (do obliczeń przyjmujemy $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$):

$$T \approx 391 \text{ K}$$

Odpowiedź: Szukana temperatura wynosi ok. 391 K, czyli ok. 118°C.

1. Które z ciał ma większą energię wewnętrzną?

- 1 kg lodu o temperaturze 0°C czy 1 kg wody o temperaturze 0°C,
- 1 kg lodu o temperaturze 0°C czy 1 kg lodu o temperaturze -4°C,
- 1 kg lodu o temperaturze -5°C czy 2 kg lodu o temperaturze -5°C.

2. Dwa główne składniki powietrza: azot i tlen, w bardzo niskich temperaturach są cieciami. Pod ciśnieniem atmosferycznym skroplony azot wrze w temperaturze 77 K, a ciekły tlen w temperaturze 90 K. Przelicz te temperatury na stopnie Celsjusza.

3. Temperatura pokojowa to ok. 20°C. Wyraż ją w kelwinach.

4. Oblicz średnią prędkość cząsteczek tlenu w powietrzu o temperaturze 0°C.

5. **P** Oblicz, w jakiej temperaturze średnia prędkość cząsteczek tlenu wynosi $1400 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

6. **i** Oblicz:

- ile razy temperatura we wnętrzu Słońca jest większa od temperatury jego powierzchni (fotosfery),

b) ile razy średnia energia atomu wodoru we wnętrzu Słońca jest większa od średniej energii takiego atomu przy jego powierzchni,

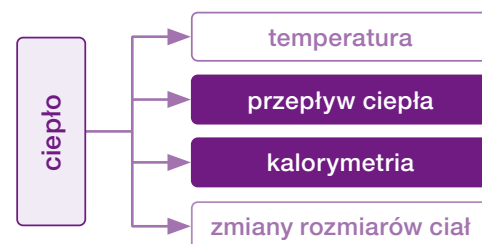
c) ile razy średnia prędkość atomu wodoru we wnętrzu Słońca jest większa od średniej prędkości takiego atomu przy jego powierzchni.

Uwagi.

- Pytanie o to, ile razy jedna temperatura jest większa od drugiej, ma sens tylko w skali bezwzględnej (w kelwinach).
- We wnętrzu Słońca wodór jest zjonizowany (elektron jest oderwany od jądra), jednak brak elektronu zmniejsza masę atomu w minimalnym stopniu, więc możesz pominąć ten efekt.



7.2 Ciepło

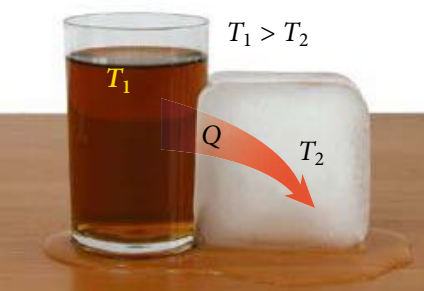


Ważne w tej lekcji:

- przekazywanie ciepła,
- ciepło właściwe.

Przypomnij sobie:

- Przekaz energii wywołany różnicą temperatur nazywamy przepływem ciepła.
- Formy przepływu ciepła to: przewodnictwo cieplne, konwekcja i promieniowanie.



Rys. 7.3. Różnica temperatur powoduje przepływ ciepła Q z napoju do lodu

Wyrównywanie się temperatur

Ze szkoły podstawowej i codziennego doświadczenia wiesz, że ciepło przepływa z ciał o wyższej temperaturze do ciał o niższej temperaturze (rys. 7.3). Zbadajmy teraz to zjawisko doświadczalnie.

Doświadczenie 1 – obowiązkowe

Badanie procesu wyrównywania się temperatury ciał

1. Przygotuj dwa naczynia: garnek oraz metalowy kubek, a także stoper i termometr oraz elektroniczną wagę kuchenną.

Uwaga. Jeśli nie masz termometru laboratoryjnego, możesz ostrożnie zdjąć obudowę z cieczowego termometru zaokiennego, aby zbiorniczek z cieczą znalazł się na wierzchu.

2. Zważ każde z naczyń. Nalej do garnka zimnej wody, a do kubka – cieplejszej (ale nie gorącej) wody. Zważ naczynia z wodą.
3. Wstaw kubek do garnka i zmierz temperaturę wody w każdym z naczyń.
4. Powtarzaj pomiary co minutę albo dwie. W czasie pomiędzy pomiarami przykryj naczynia np. talerzykiem albo kopertą bąbelkową.
5. Wykonaj wykres przedstawiający zmiany temperatury w każdym z naczyń.



Analiza wyników doświadczenia 1.

W naszym doświadczeniu użyliśmy stalowego garnka i aluminiowego kubka. Masy naczyń i wody przedstawia tabela 7.1.

Tabela 7.1. Masy zmierzone w doświadczeniu 1.

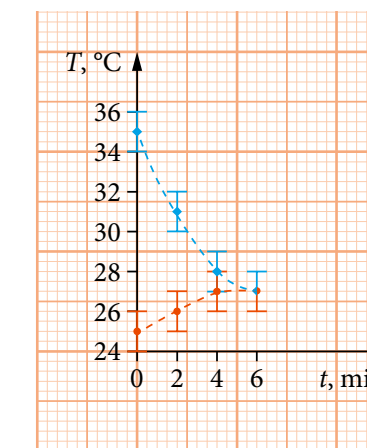
	Pusty garnek	Garnek z wodą	Woda w garnku	Pusty kubek	Kubek z wodą	Woda w kubku
Masa, g	526	1425	899	81	305	224

Temperaturę w obu naczyniach mierzyliśmy co dwie minuty. Wyniki są przedstawione w tabeli 7.2 i jako punkty pomiarowe wraz z niepewnościami zaznaczone na rysunku 7.4.

Tabela 7.2. Wyniki pomiaru temperatury z doświadczenia 1.

Czas, min		0	2	4	6
Temperatura wody, °C	w garnku	25	26	27	27
	w kubku	35	31	28	27

Temperatura wody w kubku spadała, a temperatura wody w garnku rosła, aż do wyrównania się temperatur. Zauważmy, że woda w garnku ogrzała się tylko o 2°C, podczas gdy woda w kubku ochłodziła się aż o 8°C. Zmiana temperatury wody w kubku była więc 4 razy większa. Zauważ, że w garnku znajdowała się woda o 4 razy większej masie. Ta zbieżność okaże się nieprzypadkowa.



Rys. 7.4. Punkty pomiarowe wraz z niepewnością pomiaru temperatury (kubek – znaczniki niebieskie, garnek – czerwone)

$$\frac{899 \text{ g}}{224 \text{ g}} \approx 4, \frac{8^\circ\text{C}}{2^\circ\text{C}} = 4$$

Jak się przekonamy, ciepła pobrane i oddane przez naczynia można pominąć.

Przepływ ciepła

Jak wyjaśnić zjawisko wyrównywania temperatur? Po zetknięciu się dwóch ciał o różnych temperaturach ich cząsteczki zderzają się ze sobą. Ponieważ cząsteczki ciała o wyższej temperaturze poruszają się na ogół szybciej, w większości takich zderzeń energia jest przekazywana z ciała cieplejszego do zimniejszego. Taki sposób przekazywania energii nazywamy **przewodnictwem cieplnym**. Zajmijmy się teraz ogólniej sposobami przekazywania energii między ciałami.

Sposoby przekazywania energii

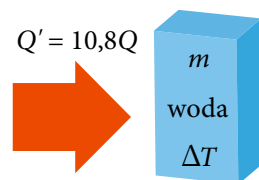
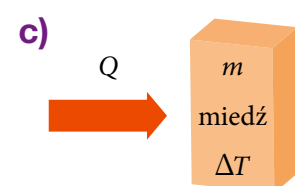
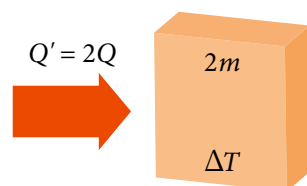
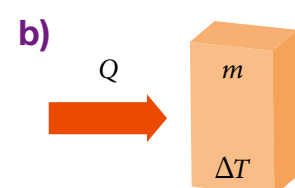
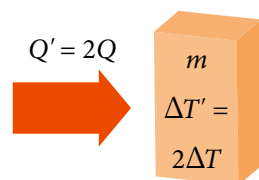
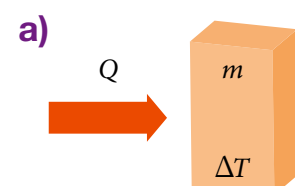
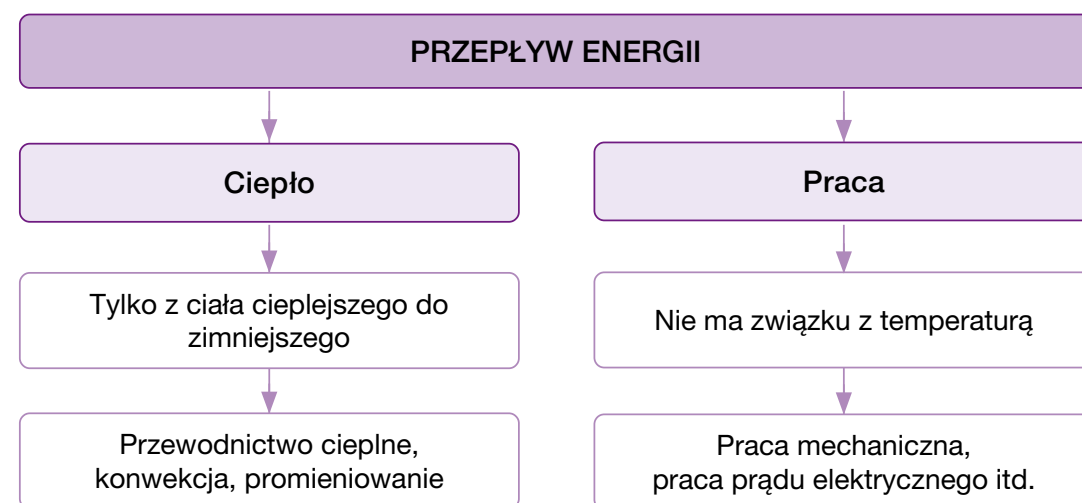
Energię między ciałami można przekazywać w różny sposób. Podstawowy jest tutaj podział na ciepło i pracę. Różnica polega na tym, że przepływ ciepła jest wywołany **różnicą temperatur**, natomiast praca nie ma związku z temperaturą ciała (rys. 7.5).

Ciepło przepływa do chwili, aż temperatury się wyrównają. W tej sytuacji mówimy, że ciała znajdują się w **równowadze termodynamicznej**.



Rys. 7.5. Dłonią o temperaturze 37°C można podnieść zarówno szklankę wrzątku, jak i szklankę wody z lodem

Przepływ ciepła nie musi odbywać się przez przewodnictwo cieplne – dwie inne możliwości to konwekcja i promieniowanie (patrz s. 16).



Rys. 7.6. Ilość ciepła potrzebna do zmiany temperatury zależy od:
a) zmiany temperatury,
b) ilości substancji,
c) jej rodzaju

■ Ciepło jako wielkość fizyczna

Przepływ ciepła to sposób przepływu energii. Przekazywana w ten sposób energia da się mierzyć i wyrażać w dżulach. Nazywamy ją po prostu ciepłem i oznaczamy symbolem Q . Możemy więc powiedzieć na przykład, że z jednego ciała do drugiego przepłynęło 5 J ciepła.

■ Ciepło właściwe

Do wywołania takiego samego przyrostu temperatury może być potrzebna większa lub mniejsza ilość energii (rys. 7.6). Zależy to od:

- masy ciała – im jest ona większa, tym więcej energii trzeba dostarczyć, aby je ogrzać,
- substancji, z jakiej jest wykonane ogrzewane ciało.

Ciepło właściwe c_w substancji to wielkość równa liczbowo energii, jaką trzeba dostarczyć 1 kg tej substancji, aby podgrzać ją o 1 K.

„Liczbowo równe” znaczy „wyrażone tą samą liczbą, ale z inną jednostką”. Jednostką ciepła właściwego jest $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, a nie dżul. Ciepła właściwe dla różnych substancji podano w tabeli 7.3 na s. 17.

Energia potrzebna do zmiany temperatury jest proporcjonalna zarówno do masy ciała m , jak i do zmiany temperatury ΔT :

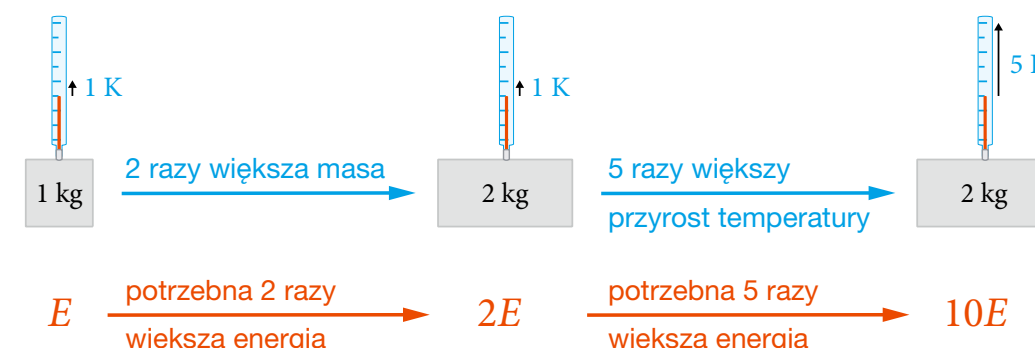
$$E = mc_w \Delta T$$

energia potrzebna do zmiany temperatury ciała o ΔT masa ciała zmiana temperatury ciepło właściwe ciała

Na uzyskaną zmianę temperatury ciała nie ma wpływu to, czy energia została dostarczona przez przepływ ciepła z gorętszego ciała, czy też w postaci pracy (jak np. w czasie rozgrzewania się klocków hamulcowych

na skutek tarcia). W przypadku kiedy energię dostarczamy w postaci ciepła, powyższy wzór zapisujemy: $Q = mc_w \Delta T$.

Zależność ta to ogólny zapis prostego rozumowania: jeśli do podgrzania 1 kg substancji o 1 K potrzebujemy pewnej energii, to do podgrzania 2 kg tej substancji o 5 K potrzebujemy $2 \cdot 5 = 10$ razy więcej energii (rys. 7.7).



Rys. 7.7. Energia potrzebna do ogrzania ciała jest wprost proporcjonalna do jego masy i zmiany temperatury

Jednostką ciepła właściwego jest $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$. Ponieważ różnica 1 K odpowiada różnicy 1°C , jednostkę ciepła właściwego zapisujemy także jako $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.

Zgodnie z zasadą zachowania energii ciało w czasie obniżania temperatury oddaje energię, której ilość można obliczyć z tego samego wzoru.

Uwaga. Przyjmujemy, że przy obliczaniu ΔT zawsze od wyższej temperatury odejmujemy niższą – tak obliczone ΔT jest dodatnie. W innych książkach możesz spotkać konwencję, że ΔT jest ujemne, kiedy ciało stygnie.

■ Wyznaczanie ciepła właściwego cieczy

Wykonajmy doświadczenie pokazujące jeden ze sposobów wyznaczania ciepła właściwego cieczy. Użyjemy do tego celu wody.

Doświadczenie 2

1. Nalej do czajnika elektrycznego odmierzoną ilość zimnej wody, np. 1 litr.
2. Włącz czajnik na ok. 10 s. Wyłącz go i przez chwilę mieszaj wodę.
3. Zmierz temperaturę wody w czajniku.
4. Włącz czajnik na 40 s. Wyłącz go, poczekaj chwilę, zamieszaj wodę termometrem i ponownie odczytaj jej temperaturę.
5. Na podstawie wyników swoich pomiarów oblicz ciepło właściwe wody.

Na dokładność twojego pomiaru miały wpływ:

- różnica między mocą podaną na grzałkę a jej faktyczną mocą,
- straty ciepła – aby otoczenie pochłonęło jak najmniej energii, wyłączaliśmy czajnik przy stosunkowo niskiej temperaturze, a także wstępnie rozgrzewaliśmy jego grzałkę.

Niestety, niewielka różnica temperatur oznacza dużą niepewność względną (patrz ramka na s. 35).



Watomierz (patrz zdjęcie powyżej) pozwoli dokładniej zmierzyć moc grzałki.

Sposoby przekazywania ciepła



Przewodnictwo ciepłe

zachodzi przy bezpośrednim kontakcie ciał.

- Gazy i ciecze: cząsteczki o większej energii kinetycznej oddają jej część cząsteczkom o mniejszej energii kinetycznej podczas zderzeń.
- Ciała stałe: cząsteczki drgające z większą energią oddają jej część sąsiadkom dzięki oddziaływaniom międzycząsteczkowym.

Ciepło przepływa przez różne substancje w różnym tempie. Garnki i kaloryfery wykonujemy z metalu – dobrego przewodnika ciepła. Uchwyty naczyń, ubrania, izolację budynku wykonujemy z substancji bardzo słabo przewodzących ciepło.

Konwekcja

to ruch dużych mas cieczy lub gazu na skutek różnicy gęstości.

Woda podgrzewana przez dno garnka rozszerza się, a więc zmniejsza się jej gęstość. Pod wpływem siły wyporu gorąca woda się unosi, a na jej miejsce opada chłodniejsza.

Podobnie dzieje się np. w jeziorach i morzach, a także w atmosferze, gdzie powietrze rozgrzewa się od gruntu. Konwekcyjny ruch powietrza powoduje powstawanie wiatru.

Konwekcja stwarza więc warunki do przepływu ciepła między substancjami o różnych temperaturach.



Promieniowanie

to przekazywanie ciepła za pomocą fal elektromagnetycznych.

Każde ciało emituje promieniowanie elektromagnetyczne związane ze swoją temperaturą.

- Dla ciał chłodniejszych należy ono do podczerwieni i możemy je obserwować dzięki kamerom termowizyjnym (jak czajnik na zdjęciu).
- Dla ciał bardzo gorących, jak Słońce albo włókno żarówki, część tego promieniowania to światło widzialne.



Tabela 7.3. Ciepło właściwe

Substancja	$c_w, \frac{J}{kg \cdot K}$	Substancja	$c_w, \frac{J}{kg \cdot K}$
Gazy*		Ciała stałe	
Azot	742	Aluminium	903
Powietrze	719	Bazalt	900
Tlen	658	Ciało człowieka	3500
Wodór	10 170	Lód	2100
Ciecze		Miedzionikiel MN25	376
Benzyna	2100	Miedź	385
Olej lniany	1840	Ołów	128
Rtęć	140	Stal	460
Woda	4200	Styropian	1200
		Szko termometryczne	840
		Złoto	129

* ciepło właściwe przy stałej objętości (w zamkniętym zbiorniku)



Rys. 7.8. Dzięki dużemu ciepłu właściwemu wody zmiana temperatury w morzach i oceanach zachodzi powoli, co znacząco wpływa na klimat

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Stalowy garnek o masie 600 g ma temperaturę 90°C. Ile wody o temperaturze 10°C należy do niego wlać, aby ochłodzić go do temperatury 25°C? Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

Dane: $m_g = 600\text{ g} = 0,6\text{ kg}$ – masa garnka,
 $T_g = 90^\circ\text{C}$ – temperatura początkowa garnka,
 $T_w = 10^\circ\text{C}$ – temperatura początkowa wody,
 $T_k = 25^\circ\text{C}$ – temperatura końcowa garnka

Szukane: m_w – masa wody

Rozwiązanie:

Z warunków zadania wynika, że ciepło oddane przez garnek jest równe ciepłu pobranemu przez wodę.

Obliczamy ciepło oddane przez garnek.

Chcemy, aby garnek ochłodził się od 90°C do 25°C, a więc powinien on oddać ciepło:

$$Q = m_g c_g \Delta T_g$$

gdzie: $c_g = 460 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ – ciepło właściwe stali, z której wykonano garnek (odczytane z tablic),

$\Delta T_g = 90^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C} = 65^\circ\text{C}$ – zmiana temperatury garnka.

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$Q = 0,6\text{ kg} \cdot 460 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \cdot 65^\circ\text{C} = 17\,940\text{ J}$$



Wyznaczamy wzór na masę wody.

Takie samo ciepło Q , jakie oddał garnek, ma pobrać woda:

$$Q = m_w c_w \Delta T_w$$

gdzie: $c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ – ciepło właściwe wody, ΔT_w – zmiana temperatury wody.

Stąd otrzymujemy zależność:

$$m_w = \frac{Q}{c_w \Delta T_w}$$

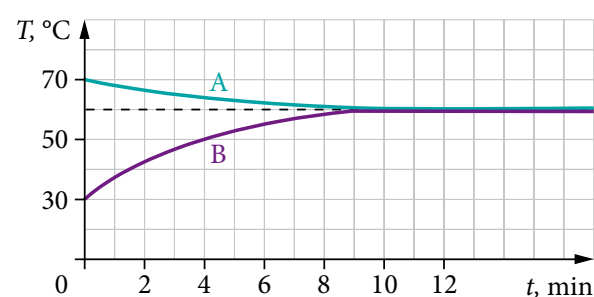
Obliczamy szukaną masę wody.

Zauważmy, że przepływ ciepła ustaje po wyrównaniu temperatur wody i garnka. Zatem końcowa temperatura wody jest taka sama jak końcowa temperatura garnka, czyli wynosi 25°C . Tak więc: $\Delta T_w = 25^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = 15^\circ\text{C}$. Po podstawieniu otrzymujemy:

$$m_w \approx 0,28 \text{ kg} = 280 \text{ g}$$

Odpowiedź: Do garnka należy wlać ok. 280 g wody.

1. Wykres przedstawia wyrównywanie się temperatur dwóch zetkniętych ze sobą ciał o jednakowej masie. Które z tych ciał miało większe ciepło właściwe? Ile razy większe?



2. Do 200 g wody dostarczono 2 kJ ciepła. Taką samą ilość ciepła dostarczono do 200 g żelaza. Oblicz, o ile ogrzeje się każda z wymienionych substancji.
3. Oblicz, ile ciepła należy dostarczyć, aby podgrzać 1 kg wody w miedzianym garnku o masie 0,65 kg od 20°C do temperatury wrzenia.

4. **P** Ile wody o temperaturze 5°C należy wlać do aluminiowego garnka o masie 0,5 kg i temperaturze 95°C , aby ochłodzić go do temperatury 20°C ?

5. **i** Stalowy garnek i ceramiczna miska długo leżały na półce i ich temperatura wyrównała się z temperaturą powietrza. Do każdego z tych naczyń wrzucamy taką samą kostkę lodu. Która kostka szybciej się roztopi? Zapisz swoją odpowiedź wraz z uzasadnieniem, a następnie sprawdź ją doświadczalnie.

6. O ile wzrośnie temperatura stalowego klocka, który przesuwamy ruchem jednostajnym prostoliniowym po poziomej stalowej powierzchni na drodze 1 m? Współczynnik tarcia stali o stal wynosi 0,1. Załóż, że połowa wykonanej pracy powoduje wzrost energii wewnętrznej klocka, a druga połowa – wzrost energii powierzchni, po której się on porusza. Przyjmij: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

7.3 Przemiany fazowe



Ważne w tej lekcji:

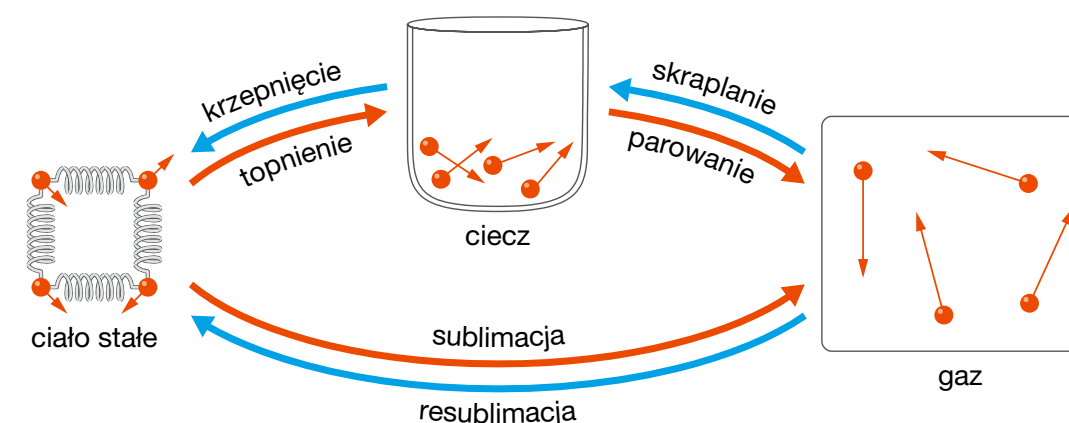
- mechanizm przemian fazowych,
- ciepła parowania i topnienia,
- parowanie a wrzenie.

Przypomnij sobie:

- Substancje mogą występować w różnych stanach skupienia: stałym, ciekłym i gazowym.
- Zmiana stanu skupienia wymaga dostarczenia lub odebrania energii.
- Ciśnienie określa siłę działającą na jednostkę powierzchni.

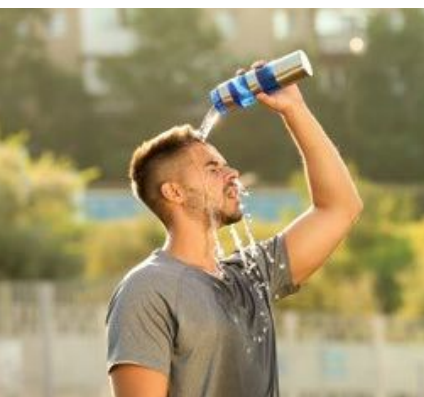
Ze szkoły podstawowej i codziennego życia wiesz, że substancje mogą występować w różnych stanach skupienia. Na rysunku 7.10 przypomniemy nazwy tych stanów oraz ich przemian.

Ponieważ w pewnym uproszczeniu stan skupienia nazywamy także fazą, zmiany stanu skupienia to **przemiany fazowe**.



Rys. 7.9. Dwutlenek węgla w stanie stałym, zwany suchym lodem, nie topnieje, ale sublimuje, czyli zamienia się od razu w gaz

Rys. 7.10. Zmiany stanów skupienia (przemiany fazowe)



Rys. 7.11. Woda paruje i pobiera ciepło z naszego ciała, co powoduje jego ochładzanie

Przemiany fazowe a ciepło

Ze zmianą stanu skupienia jest związany przepływ ciepła, na przykład:

- woda, aby wyparować, musi pobrać ciepło z otoczenia, dlatego właśnie skutecznym sposobem chłodzenia się jest polanie ciała wodą (rys. 7.11),
- kiedy para wodna się skrapla, oddaje dużo ciepła – dlatego właśnie można się nią poważnie oparzyć,
- topniejący лёd także pobiera dużo ciepła, dlatego gdy chcemy ochłodzić napój, wrzucamy do niego kostki lodu.

Badanie topnienia lodu

Zbadajmy teraz przemianę fazową znaną ci z życia codziennego – topnienie lodu.

Doświadczenie 3 – obowiązkowe

Pomiar temperatury podczas przemiany fazowej

1. Przygotuj: kostki lodu (20 sztuk), woreczek foliowy, tłuczek do mięsa, deskę do krojenia, kubek, termometr.
2. Włóż kostki lodu do woreczka i rozbijaj je tłuczkiem na desce, aż лёd stanie się miękką masą.
3. Wrzuć potłuczony лёд do kubka i nalej trochę wody. Wymieszaj.
4. Zanurz termometr i obserwuj jego wskazania w miarę topnienia lodu, czyli dopóki w kubku znajdują się zarówno woda, jak i лёд.

Łatwo zauważyć, że w czasie topnienia temperatura wody z lodem się nie zmienia. Warto podkreślić, że zarówno лёд, jak i woda mają w tym czasie jednakową temperaturę: 0°C . Gdyby kubek był całkowicie izolowany od otoczenia, to ani лёд by nie topniał, ani woda nie zamarzała (czyli nie krzepła).

W temperaturze topnienia dwie fazy tej samej substancji znajdują się w równowadze termodynamicznej. Jeśli ani nie dostarczamy, ani nie odbieramy ciepła, to nie zachodzi przemiana fazowa.

Ponieważ jednak w naszym doświadczeniu do badanego układu dopływało ciepło z otoczenia, лёд topniał. Gdyby doświadczenie odbywało się na dworze w mroźny dzień, ciepło odpływałoby do otoczenia i woda stopniowo by krzepła.

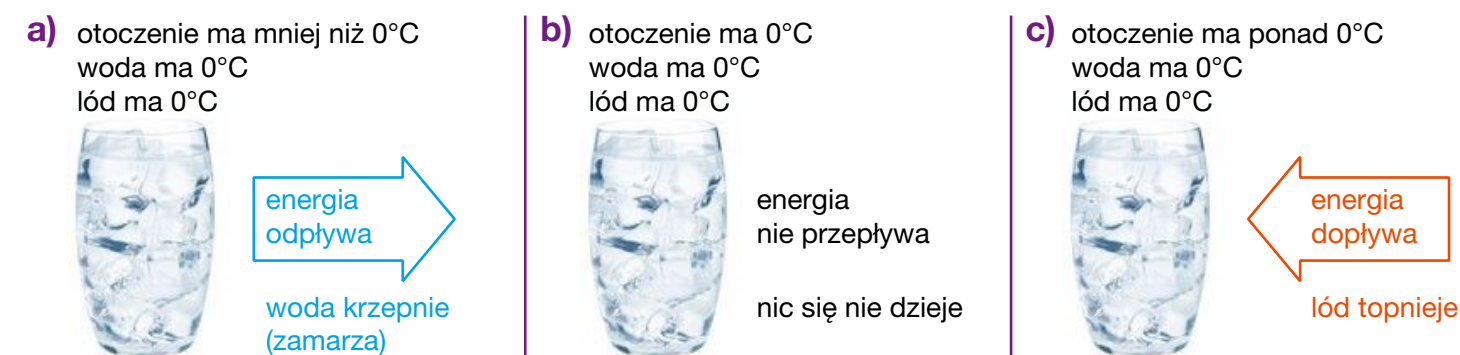
Również w takim przypadku temperatura byłaby stale równa 0°C aż do zamiany całej ciekłej wody w лёд.

Krzepnięcie zachodzi w tej samej temperaturze co topnienie, dlatego tę temperaturę możemy nazywać zarówno temperaturą topnienia, jak i temperaturą krzepnięcia. Inny jest tylko kierunek przepływu energii.



Rys. 7.12. W wiosenny dzień temperatura powietrza jest dodatnia, ale temperatura topniejącego śniegu ciągle wynosi 0°C

Jeśli potocznie mówimy, że woda zamarza wtedy, gdy temperatura jest ujemna, a лёд topnieje – gdy jest ona dodatnia, to chodzi nam o temperaturę **otoczenia**, a nie samej wody czy lodu (rys. 7.13).



Rys. 7.13. Temperatura mieszaniny wody i lodu w każdej z przedstawionych sytuacji wynosi 0°C

Mikroskopowy mechanizm topnienia

Przyjrzyjmy się topnieniu lodu z mikroskopowego punktu widzenia. W ciele stałym cząsteczki znajdują się w określonych położeniach. Im wyższa jest temperatura, tym szybciej cząsteczki drgają wokół swoich położów równowagi. Po osiągnięciu temperatury topnienia zaczynają się odrywać od siatki krystalicznej i лёд topnieje.

Dalsze dostarczanie energii nie powoduje zwiększania temperatury lodu, a jedynie jego topnienie. Stopienie określonej porcji lodu wymaga dostarczenia odpowiedniej energii. Ponieważ jednak nie możemy w krótkim czasie dostarczyć tak dużej energii, aby cały лёд stopniał, topnienie obejmuje stopniowo kolejne cząsteczki. Dopiero gdy cały лёд zamieni się w wodę, jej temperatura zacznie rosnąć.

Ciała krystaliczne a ciała bezpostaciowe

Sposób, w jaki zachodzą przemiany fazowe, zależy od budowy ciał. Do tej pory rozważaliśmy przykład lodu. Podobnie do niego zachowują się wszystkie **krystalły**, czyli ciała stałe, w których atomy lub cząsteczki są ułożone w pewnym porządku geometrycznym.

A to ciekawe

W temperaturze -4°C pod ciśnieniem atmosferycznym woda ma postać ciała stałego – lodu. Ułożenie atomów w lodzie przedstawiono na ilustracji obok. Jeśli zwiększymy ciśnienie kilka tysięcy razy, to uporządkowanie atomów się zmieni. Na Ziemi лёд w takiej postaci nie występuje naturalnie, ale prawdopodobnie można go znaleźć we wnętrzu księżyców lodowych, takich jak satelita Jowisza – Ganimedes.

Łącznie znamy kilkanaście odmian krystalicznych lodu o różnych właściwościach fizycznych. Każda z nich jest uważana za osobną fazę, a przemiana jednej odmiany lodu w drugą jest przemianą fazową, która może wymagać dostarczenia lub odebrania ciepła.

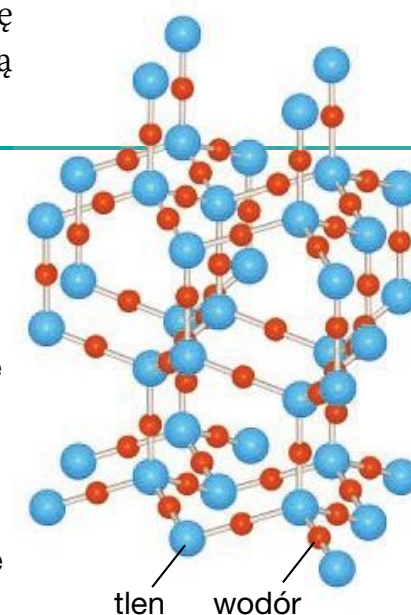
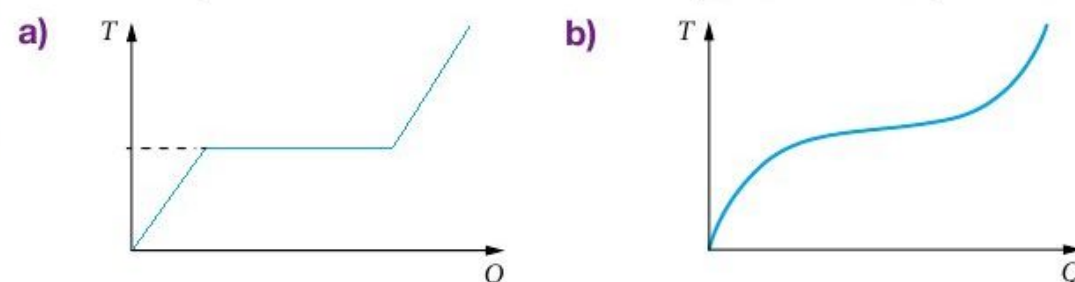


Tabela 7.4. Temperatura topnienia

Substancja	$T_t, ^\circ\text{C}$
Azot	-210
Ołów	327
Rtęć	-39
Tlen	-219
Uran	1135
Woda	0
Złoto	1064

Dla ciał krystalicznych temperatura przemian fazowych jest ściśle określona (rys. 7.14a), np. temperatura topnienia T_t lodu wynosi 0°C (tabela 7.4). W przypadku **ciał bezpostaciowych** (ciał stałych niebędących kryształami) topnienie nie przebiega w określonej temperaturze. Wraz ze wzrostem temperatury takie ciała stopniowo mięknią i trudno stwierdzić, w którym dokładnie momencie zmieniają się w ciecz (rys. 7.14b).



Rys. 7.14. Zmiany temperatury w zależności od dostarczonego ciepła dla: a) kryształu, b) ciała bezpostaciowego

Przykładem ciała bezpostaciowego jest stearyna, z której wyrabia się świece. Innym przykładem jest szkło. Również ono stopniowo mięknie przy podgrzewaniu (rys. 7.15), choć ten proces zaczyna się w znacznie wyższej temperaturze niż w przypadku stearyny.



Rys. 7.15. Podgrzewane szkło robi się miękkie, a nie od razu topnieje, więc można formować z niego różne kształty

■ Ciepło topnienia

Do stopienia 2 kg lodu o temperaturze 0°C potrzeba dwa razy więcej energii niż do stopienia 1 kg lodu w tej samej temperaturze. To oznacza, że aby obliczyć energię potrzebną do stopienia substancji, musimy jej masę m pomnożyć przez wielkość określającą energię potrzebną do stopienia 1 kg tej substancji. Wielkość równą liczbowo takiej porcji energii nazywamy **ciepłem topnienia**.

Ciepło topnienia L_t to wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do stopienia 1 kg substancji w temperaturze topnienia.

Ilość ciepła Q potrzebnego do stopienia ciała możemy zatem obliczyć ze wzoru:

$$Q = mL_t$$

dostarczone ciepło masa substancji ciepło topnienia

Zgodnie z tym wzorem jednostką ciepła topnienia jest $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$. Przykładowe wartości ciepła topnienia podano w tabeli 7.5.

Z zasady zachowania energii wynika, że krzepnąca ciecz oddaje tyle samo energii, ile zostało zużyte do jej stopienia. Dlatego nie mamy osobnych tabel ciepła krzepnięcia – do obliczeń związanych z krzepnięciem używamy ciepła topnienia.

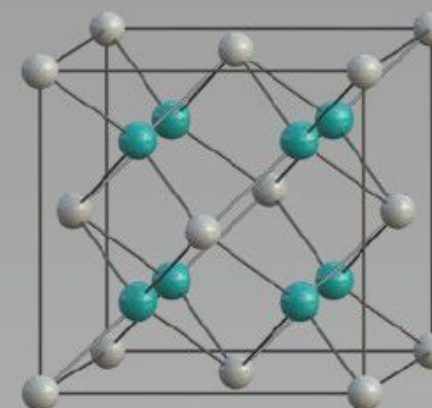
Tabela 7.5. Ciepło topnienia

Substancja	$L_t, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
Lód	334
Ołów	24,5
Rtęć	11,8
Tlen	13,8
Złoto	64,5

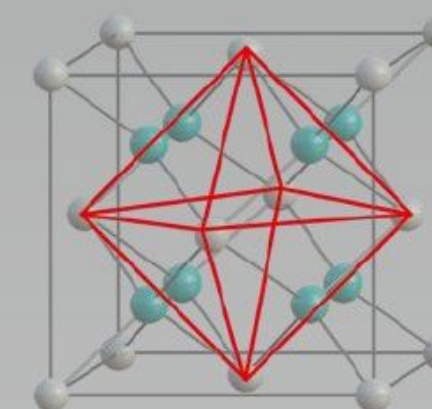
Kryształy

Kryształy to ciała stałe, w których atomy lub cząsteczki tworzą uporządkowany, powtarzający się wzór. Wiele minerałów przy pękaniu przyjmuje kształt, w jaki w tym kryształy układają się atomy.

W siatce krystalicznej **fluorytu (CaF_2)** widzimy, że atomy układają się w sześciiany. I taki też kształt mają fragmenty kryształu na dużym zdjęciu.



W tej samej siatce możemy zobaczyć także ośmiościan foremny (czerwone linie).

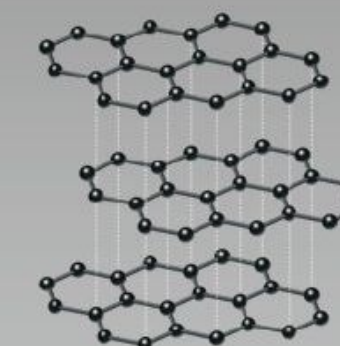


I rzeczywiście, niektóre kryształy fluorytu przybierają taki kształt.

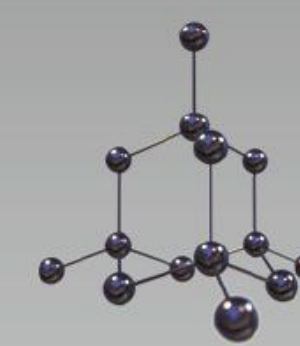


Grafit i diament to dwie odmiany węgla. W obu postaciach substancja składa się z takich samych atomów, inny jest tylko ich układ.

W tym przypadku nie domyślimy się jednak tego układu na podstawie wyglądu zewnętrznego kryształu.



siatka krystaliczna grafitu



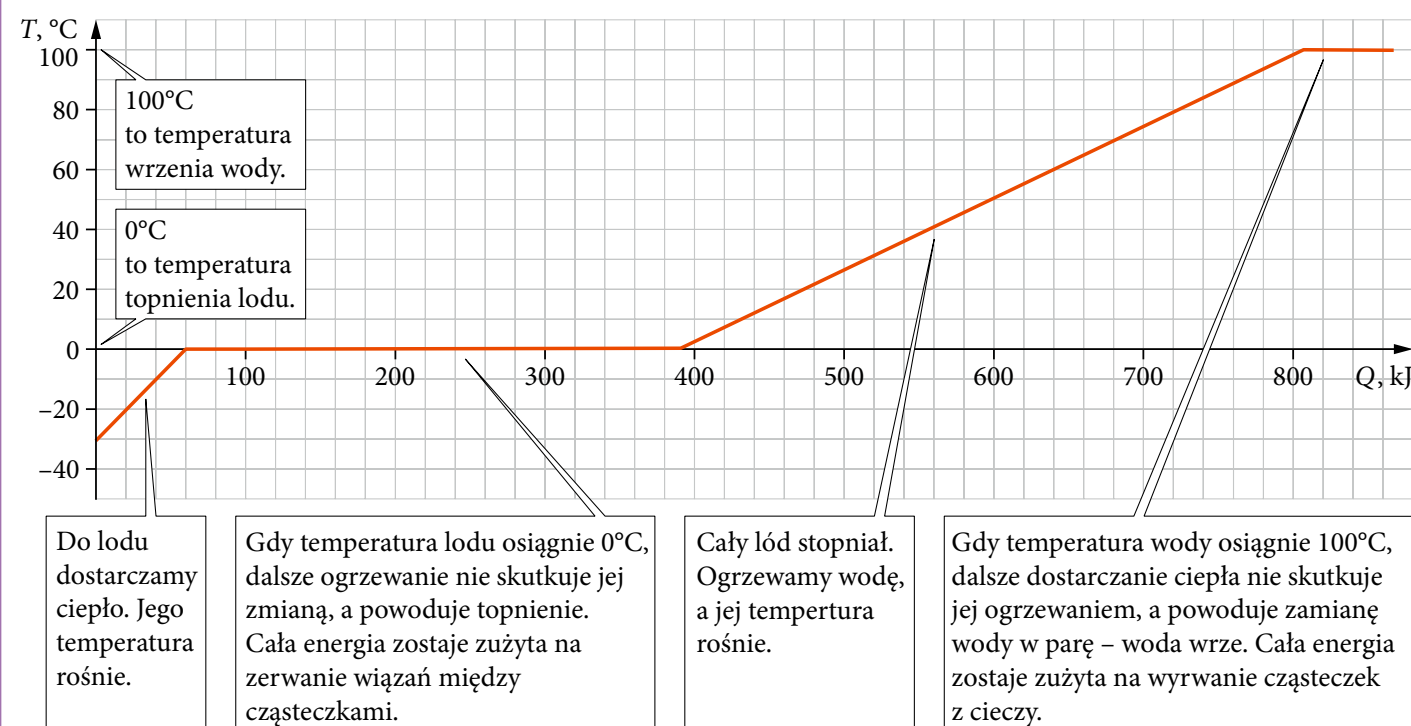
siatka krystaliczna diamentu

Przemiany fazowe

Nie zawsze dostarczanie ciepła powoduje wzrost temperatury ciała. W czasie topnienia oraz wrzenia cała dostarczana energia jest zużywana na zmianę stanu skupienia.

Na wykresie przedstawiono zmiany temperatury 1 kg lodu (a następnie wody) w zależności od dostarczonego ciepła. Dla innych ciał o budowie krystalicznej wykresy mają analogiczny kształt, zmieniają się tylko konkretne wartości temperatur topnienia i wrzenia oraz zużywanego w tych procesach ciepła.

Poniższy rysunek dotyczy przemian pod ciśnieniem atmosferycznym.



Ciepło parowania

Analogicznie do ciepła topnienia możemy zdefiniować **ciepło parowania**.

Ciepło parowania L_p to wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do odparowania 1 kg substancji. Ilość ciepła potrzebna do odparowania substancji wynosi:

$$Q = mL_p$$

dostarczone ciepło masa substancji ciepło parowania

Ciepło parowania **zależy od temperatury**. W wyższej temperaturze energia cząsteczek jest większa, więc aby wyrwać je z cieczy, wystarczy im dostarczyć mniej energii. Tak więc ciepło parowania w wyższej temperaturze jest mniejsze.

Gdy mówimy o cieple parowania, a nie określamy temperatury, to znaczy, że chodzi nam o ciepło parowania dla temperatury wrzenia. Tę wielkość przedstawiono dla kilku substancji w tabeli 7.6.

Tabela 7.6. Ciepło parowania w temperaturze wrzenia

Substancja	L_p , kJ/kg
Ołów	871
Rtęć	272
Tlen	213
Woda	2256
Złoto	1578

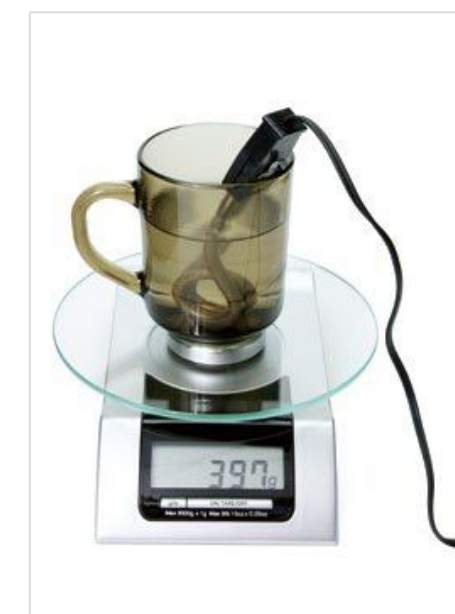
Zgodnie z zasadą zachowania energii substancja w stanie gazowym podczas skraplania oddaje energię pobraną przy parowaniu. Jeśli chcemy obliczyć tę energię, również korzystamy z ciepła parowania.

Zarówno ciepło parowania, jak i ciepło topnienia to przykłady **ciepła przemiany fazowej**. Analogicznie możemy określić ciepło innych przemian fazowych, np. sublimacji.

W celu wyznaczenia ciepła parowania wody wykonaj doświadczenie.

Doświadczenie 4

1. Przygotuj wagę kuchenną o dokładności do 1 g, porcelanowy lub szklany kubek oraz grzałkę elektryczną o znanej mocy (zwykle moc urządzenia jest podawana na obudowie, możesz też skorzystać z watomierza, patrz s. 15).
2. Włóż grzałkę do kubka i nalej do niego tyle wody, aby grzałka była zakryta, ale kubek nie był pełny, a woda nie rozchłapywała się w czasie wrzenia.
3. Postaw kubek z wodą i grzałką na wadze, a następnie włącz grzałkę.
4. Gdy woda zacznie wrzeć, odczytuj co 30 s wskazania wagi. Wyłącz grzałkę, zanim jej spiralna część zacznie wystawać z wody.
5. Zaznacz wyniki swoich pomiarów w układzie współrzędnych, w którym na osi poziomej jest masa odparowanej wody, a na pionowej – dostarczona energia. Wyznacz niepewności pomiarowe i uwzględnij je na wykresie.
6. Dopasuj prostą do punktów pomiarowych i wyznacz jej współczynnik kierunkowy. Jest on równy ciepłu parowania wody.



Parowanie powierzchniowe a wrzenie

Jak wiesz, woda paruje nieustannie, nawet gdy jest zimna. Jednak parowanie **zimnej wody** zachodzi tylko na jej powierzchni. Dlatego głębokie kałuże schną wolniej niż woda rozlana na równym chodniku.

Dlaczego parowanie powierzchniowe zachodzi także w niskiej temperaturze? Jak wiesz, temperatura cieczy odpowiada **średniej** energii cząsteczek. Jednak zawsze znajdują się cząsteczki o większej energii, które są w stanie wyrwać się z jej powierzchni. Im wyższa temperatura cieczy, tym więcej jest takich cząsteczek.

W temperaturze 100°C woda paruje nie tylko na powierzchni, ale w całej swojej objętości. Odparowane cząsteczki, które znajdują się daleko od powierzchni cieczy, zbierają się w pęcherzyki, które unoszą się ku górze – woda wrze.

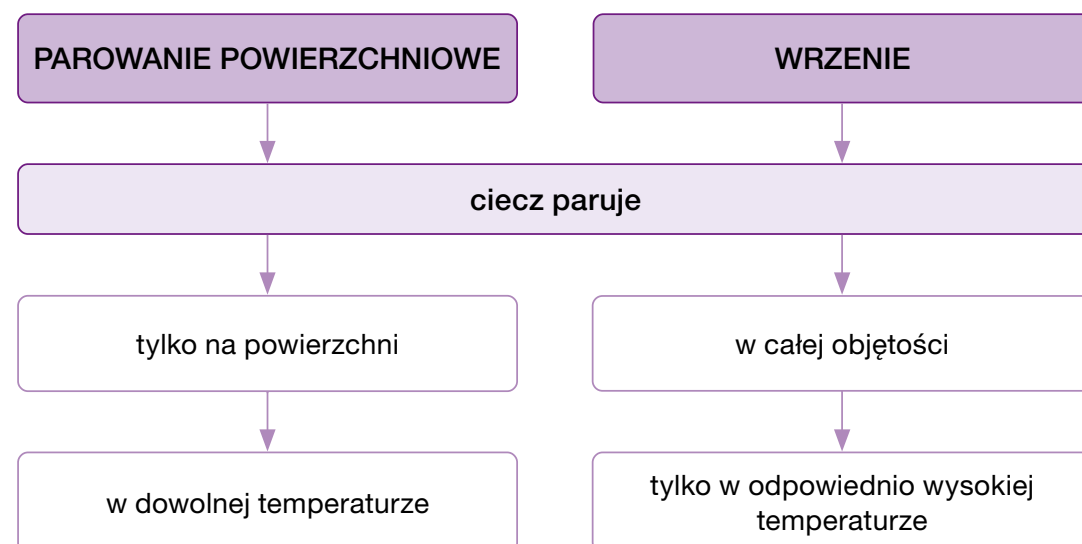
Wrzenie to parowanie cieczy w całej jej objętości. Odbywa się ono w stałej temperaturze.

W czasie wrzenia cała dostarczana energia jest zużywana na zmianę stanu skupienia, dlatego temperatura cieczy już nie rośnie. Dla różnych cieczy wrzenie przebiega podobnie, chociaż ich temperatury wrzenia są różne (patrz tabela 7.7).

Tabela 7.7. Temperatura wrzenia (dla ciśnienia atmosferycznego 1013 hPa)

Substancja	T_w , °C
Azot	-196
Tlen	-183
Woda	100
Rtęć	357
Ołów	1756
Złoto	2800
Uran	3900

Na diagramie porównujemy najważniejsze informacje związane z parowaniem powierzchniowym i wrzeniem.



Rys. 7.16. Para wodna (w obszarze wskazanym strzałką) jest niewidoczna. Obłoczek, zwany potocznie parą, to mgła, czyli drobne kropelki wody



Rys. 7.17. Smugi kondensacyjne za samolotami fizycznie nie różnią się od chmur

■ Gdzie zaczyna się przemiana

Parowanie wody podczas wrzenia zachodzi stopniowo. Dlaczego jednak w parę zmienia się najpierw dana porcja wody, a nie inna? Dlaczego pęcherzyk pary we wrzącej wodzie pojawia się właśnie w tym, a nie jakimś innym miejscu?

Okazuje się, że do zapoczątkowania przemiany jest potrzebna nierówność naczynia, pyłek kurzu albo niejednorodność gęstości samej wody. Analogicznie jest w przypadku innych przemian fazowych, na przykład skraplania. Aby to dokładniej omówić, przypomnijmy sobie najpierw, że pary wodnej nie widać – jest przezroczysta (rys. 7.16). Podobnie jest z chmurami, które są widoczne tylko dzięki kropelkom wody i kryształkom lodu.

Również **smuga kondensacyjna** za przelatującym samolotem (rys. 7.17) składa się z kropel wody i kryształków lodu, powstających na cząstkach zanieczyszczeń znajdujących się w spalinach. Od zwykłej chmury różni się jedynie kształtem i pochodzeniem.

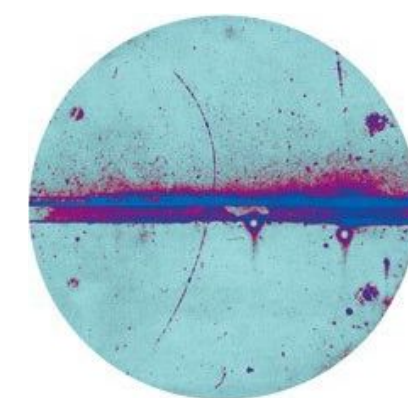
A to ciekawe

Czystą wodę w gładkim garnku można podgrzać nawet o kilkadziesiąt stopni powyżej temperatury wrzenia i wrzenie może jeszcze nie zająć. Mówimy wtedy, że woda jest **przegrzana**. W warunkach domowych przeegrzanie wody może być bardzo niebezpieczne. Nie różni się ona wyglądem od zwykłej, ciepłej wody. Wystarczy jednak trochę drobin obcego ciała, aby zapoczątkować wrzenie. Przemiana nie zachodzi wtedy stopniowo, ponieważ do dyspozycji jest cała energia dostarczona podczas ogrzewania powyżej 100°C. Zostaje ona w ułamku sekundy zużyta na zamianę w parę dużej ilości wody, a słup wody i pary strzela z ogromnym impetem.

Smuga kondensacyjna powstaje wtedy, gdy przelatujący samolot pozostawia za sobą spaliny. Co prawda zawierają one parę wodną, ale większa część smugi powstaje z pary naturalnie występującej w atmosferze.

Na wysokości przelotowej samolotów jest jej zbyt mało, aby zaczęła się samorzutnie skraplać, ale zanieczyszczenia zawarte w spalinach oraz pyły, które już wcześniej znajdowały się w atmosferze, zapoczątkowują ten proces.

Zanim zbudowano samoloty odrzutowe, fizycy wykorzystywali smugi kondensacyjne w mniejszej skali do obserwacji torów cząstek promieniowania (np. elektronów). Taka cząstka, gdy przelatuje przez **komorę mgłową**, powoduje skraplanie pary wodnej, którą jest wypełniona komora – powstaje smuga, obrazująca tor cząstki (rys. 7.18).



Rys. 7.18. Zdjęcie z komory mgłowej z 1932 r. – pierwszy dowód istnienia antymaterii. O antymaterii powiemy więcej w cz. 4 podręcznika

■ Wydzielanie gazu z napoju

Również pęcherzyki CO₂ w napoju gazowanym powstają na nierównościach naczynia (choć nie jest to przemiana fazowa). Jeśli chcemy przyspieszyć ten proces, możemy wsypać do butelki jakiegokolwiek proszku, np. piasek, albo wrzucić porowate ciało, np. pastylkę mentosa. Wówczas gaz zaczyna się wydzielać na nierównościach ich powierzchni. Ponieważ zjawisko zostaje zapoczątkowane w wielu miejscach równocześnie, zachodzi bardzo gwałtownie.

Gejzery

W gejzerze, głęboko pod ziemią, woda znajduje się pod wysokim ciśnieniem, dlatego zaczyna wrzeć w temperaturze znacznie wyższej od 100°C (patrz następna strona). Ale kiedy w końcu osiągnie temperaturę wrzenia, wyrzuca na zewnątrz wodę znajdującą się nad sobą, o niższej temperaturze.

Ciśnienie w gejzerze spada, a wraz z nim spada także temperatura wrzenia wody. Teraz już bez dostarczania ciepła wrze znacznie większa jej porcja.

Strumień gorącej cieczy oraz pary wodnej wzbija się w powietrze i może osiągnąć nawet 70 m wysokości.



Temperatura wrzenia wody a ciśnienie powietrza

Doświadczenie 5

1. Przygotuj strzykawkę o pojemności 20 cm³.
2. Nabierz do strzykawki 1 cm³ wody tak, aby nie było w niej powietrza.
3. Zatkaj teraz wylot strzykawki. Możesz zrobić to palcem, jeśli jednak chcesz uzyskać lepsze efekty, to z zachowaniem zasad bezpieczeństwa przypal zapalką wylot strzykawki, poczekaj chwilę, aż się nadtopi, a następnie rozgnieć go na zakrętce od słoika tak, aby się zakleił, i poczekaj, aż strzykawka ostygnie. Następnie odciągnij tłoczek. Obserwuj, co zachodzi wewnątrz strzykawki.
4. Wsuń tłoczek częściowo z powrotem. Co się dzieje teraz w jej wnętrzu?

Obserwowaliśmy wrzenie chłodnej wody. Jak to możliwe? Otóż znana ci temperatura wrzenia wody równa 100°C dotyczy tylko wody pod ciśnieniem atmosferycznym 1013,25 hPa. W naszym doświadczeniu po odciągnięciu tłoczka ciśnienie w strzykawce było znacznie niższe i woda wrzała już w temperaturze pokojowej. Po częściowym wsunięciu tłoczka ciśnienie rosło, a para częściowo skraplała się na ściankach strzykawki. Aby wyjaśnić zależność temperatury wrzenia od ciśnienia powietrza, przypomnijmy najpierw, że zgodnie z prawem Pascala woda przenosi ciśnienie atmosferyczne w głąb swojej objętości. Tam powoduje ono zgniatanie powstających pęcherzyków pary. Aby pęcherzyki mogły powstać, para musi mieć odpowiednio wysokie ciśnienie, a do tego potrzebna jest wysoka temperatura.

Im wyższe ciśnienie powietrza w otoczeniu, tym silniejszy jest opisany efekt, a więc tym wyższa temperatura wrzenia wody. I na odwrót, gdy jest ono niższe – niższa jest również temperatura wrzenia wody.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Do szklanki zawierającej 200 g wody wrzucono 40 g lodu o temperaturze 0°C. Po dokładnym wymieszaniu zawartości szklanki okazało się, że stopniała połowa lodu i dalej lód nie topnieje. Oblicz początkową temperaturę wody. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

Dane: $m_w = 200 \text{ g}$ – masa wody, $m_l = 40 \text{ g}$ – masa lodu,
 $T_l = 0^\circ\text{C}$ – temperatura początkowa lodu

Szukane: T_0 – temperatura początkowa wody

Rozwiązanie:

Skoro lód przestał topnieć, to znaczy, że woda osiągnęła temperaturę 0°C. Stopniała połowa wrzucanego lodu, czyli taka jego część pobrała ciepło:

$$Q = \frac{1}{2} m_l L_t$$

Ciepło topnienia lodu odczytujemy z tablic, podstawiamy dane i otrzymujemy:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 0,04 \text{ kg} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \approx 6,7 \text{ kJ} = 6700 \text{ J}$$



Woda oddała tyle samo ciepła:

$$Q = m_w c_w \Delta T$$

Wobec tego woda zmieniła swoją temperaturę o:

$$\Delta T = \frac{Q}{m_w c_w}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$\Delta T = 8 \text{ K}$$

Ponieważ obliczamy różnicę temperatur, a nie temperaturę, kelwiny możemy zastąpić stopniami Celsjusza: $\Delta T = 8^\circ\text{C}$. Skoro końcowa temperatura wody wynosiła 0°C, temperatura początkowa była równa:

$$T_0 = 8^\circ\text{C}$$

Odpowiedź: Początkowa temperatura wody wynosiła 8°C.

1. Ile energii potrzeba do rozmrożenia 0,5 kg mrożonki warzywnej i doprowadzenia jej do temperatury 45°C, jeśli jej temperatura początkowa wynosiła -7°C ? Przyjmij, że ciepło topnienia i ciepło właściwe mrożonki odpowiadają wartościom tych wielkości dla lodu, a ciepło właściwe rozmrożonej mrożonki jest równe ciepłu właściwemu wody.
2. **P** Ile gramów lodu o temperaturze 0°C potrzeba do schłodzenia 200 g wody od temperatury pokojowej (20°C) do temperatury 0°C?
3. W czasie powodzi w lipcu 1997 r. ktoś zasugerował, aby nadmiar wody z wezbranej Odry po prostu odparować. W tym czasie Odrą na wysokości Wrocławia płynęło 3600 m³ wody na sekundę, a system przeciwpowodziowy mógł odprowadzać 2400 m³ wody na sekundę. Jaka moc byłaby potrzebna, aby nadmiarową wodę podgrzać od 20°C do temperatury wrzenia i odparowywać? Oblicz ją i porównaj z mocą wszystkich działających wtedy polskich elektrowni, wynoszącą ok. 34 GW.
4. Człowiek przebywający na pustyni musi bardzo dużo pić, aby dzięki parowaniu potu pozbywać się nadmiaru ciepła. Inaczej radzi sobie wielbłąd. Temperatura jego ciała rośnie

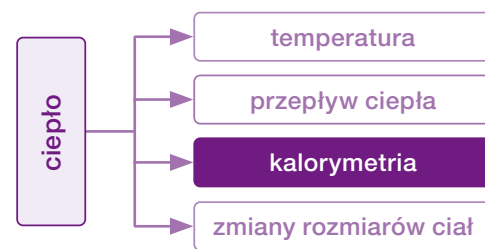
w dzień do 40°C, a w nocy, gdy na pustyni jest zimno, spada do 35°C.

Oblicz, ile wody dziennie musiałby przez parowanie utracić wielbłąd, gdyby chciał utrzymać stałą temperaturę ciała. Przyjmij, że średnie ciepło właściwe ciała wielbłąda stanowi ok. 80% ciepła właściwego wody, masa zwierzęcia to ok. 500 kg, a ciepło parowania wody w temperaturze między 35°C a 40°C wynosi ok. $2,4 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.



5. Jednemu z autorów podręcznika zdarzyła się niebezpieczna sytuacja. Wlał on do garnka trochę wody i ogrzał ją na kuchence. Ciecz nie wrzała. Gdy jednak wylał do niej kieliszek proszku, zaczęła wrzeć tak gwałtownie, że słup wody, pary wodnej i kisielu zalał sufit. Wyjaśnij to zjawisko. **Nie próbuj samodzielnie wykonywać podobnych doświadczeń.**

7.4 Bilans cieplny



Ważne w tej lekcji:

- zadania z bilansem cieplnym,
- opracowywanie wyników pomiarów.

Przypomnij sobie:

- Ciepło właściwe jest liczbowo równe energii, jaką trzeba dostarczyć do 1 kg substancji, aby ogrzać ją o 1 K.
- Ciepło przemiany fazowej jest liczbowo równe energii dostarczonej lub wydzielonej podczas przemiany fazowej 1 kg substancji.

Zajmiemy się teraz sytuacją, w której:

- interesujący nas układ ciał jest izolowany od otoczenia (czyli energia ani nie dopływa do niego, ani z niego nie odpływa),
- energia w układzie jest przekazywana tylko przez przepływ ciepła (czyli nie jest wykonywana praca).

W takim przypadku z zasady zachowania energii wynika równość:

$$\text{ciepło pobrane przez ciała} = \text{ciepło oddane przez inne ciała}$$

Takie zestawienie nazywamy **bilansem cieplnym**.

Bilans cieplny wykorzystywaliśmy już w prostych zadaniach (jedynie nie podawaliśmy jego nazwy), np. gdy obliczaliśmy, ile lodu trzeba wrzucić do wody, aby ją ochłodzić. Przejdźmy teraz do bardziej złożonych przypadków.

JEST NA TO SPOSÓB

Bilans cieplny

Do wody o masie $m_w = 1$ kg i temperaturze $t_1 = 20^\circ\text{C}$ wrzucono pewną ilość lodu o temperaturze $t_2 = -10^\circ\text{C}$. Kiedy lód stopniał, a temperatury się wyrównały, temperatura wody wynosiła $t_3 = 5^\circ\text{C}$. Oblicz masę początkową lodu. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROK

Krok 1. Wypisujemy wszystkie zmiany temperatury i stanu skupienia w układzie

Wymieniamy je osobno, nawet jeśli podlegało im to samo ciało. Zapisujemy, czy ciepło było oddawane czy pobierane.

- lód ogrzał się do temperatury 0°C – ciepło POBRANE
- lód stopniał – ciepło POBRANE
- woda, która powstała z lodu, ogrzała się do 5°C – ciepło POBRANE
- woda, do której wrzucono lód, ochłodziła się do 5°C – ciepło ODDANE

Uwaga. Gdy rozwiązujesz zadanie w zeszycie, zostaw miejsce pod opisem każdej przemiany, ponieważ będziemy tam zapisywać informacje związane z przemianą.

Krok 2. Przy każdej z zapisanych przemian zapisujemy istotne informacje

Są to wzory, dane z zadania i tablic fizycznych oraz wielkości szukane.

- lód ogrzał się do temperatury 0°C – ciepło POBRANE
 $Q_1 = m_l \cdot c_l \cdot \Delta T_l$
 $m_l = ?$ – szukana masa lodu
 $c_l = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ – ciepło właściwe lodu (odczytane z tablic)
 $\Delta T_l = 0^\circ\text{C} - (-10^\circ\text{C}) = 10^\circ\text{C}$ – przyrost temperatury lodu
- lód stopniał – ciepło POBRANE
 $Q_2 = m_l \cdot L_t$
 $m_l = ?$ – szukana masa lodu
 $L_t = 334\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ – ciepło topnienia lodu (odczytane z tablic)
- woda, która powstała z lodu, ogrzała się do 5°C – ciepło POBRANE
 $Q_3 = m_l \cdot c_w \cdot \Delta T_{wl}$
 $m_l = ?$ – szukana masa lodu (równa masie powstałej z niego wody)
 $c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ – ciepło właściwe wody (nie ma znaczenia, że woda powstała z lodu, teraz jest cieczą)
 $\Delta T_{wl} = 5^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C} = 5^\circ\text{C}$ – przyrost temperatury wody powstałej z lodu
- woda, do której wrzucono lód, ochłodziła się do 5°C – ciepło ODDANE
 $Q_4 = m_w \cdot c_w \cdot \Delta T_w$

Bilans cieplny

to zestawienie ciepła pobranego i ciepła oddanego w układzie izolowanym.





$$m_w = 1 \text{ kg} \quad - \text{masa wody, do której wrzucono lód}$$

$$c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \quad - \text{ciepło właściwe wody}$$

$$\Delta T_w = 20^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C} = 15^\circ\text{C} \quad - \text{zmiana temperatury wody, do której wrzucono lód}$$

Krok 3. Zapisujemy bilans cieplny

Sprawdzamy, w których przypadkach mieliśmy do czynienia z ciepłem pobranym, a w których z ciepłem oddanym. Następnie zapisujemy równość:

$$\underbrace{Q_1 + Q_2 + Q_3}_{\text{pobrane}} = \underbrace{Q_4}_{\text{oddane}}$$

Podstawiamy zapisane wcześniej wzory:

$$m_l c_l \Delta T_l + m_l L_t + m_l c_w \Delta T_{wl} = m_w c_w \Delta T_w$$

Dla wygody możemy podkreślić szukaną wielkość.

Krok 4. Przekształcamy wzór, podstawiamy dane i zapisujemy odpowiedź

Mam wyznaczyć m_l , więc wyciągamy tę wielkość przed nawias:

$$m_l (c_l \Delta T_l + L_t + c_w \Delta T_{wl}) = m_w c_w \Delta T_w$$

stąd:

$$m_l = \frac{m_w c_w \Delta T_w}{c_l \Delta T_l + L_t + c_w \Delta T_{wl}}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy: $m_l = 0,168 \text{ kg} = 168 \text{ g}$.

Odpowiedź: Masa lodu wynosiła 168 g.

Sprawdź, czy rozumiesz

Uwaga. Zadania dotyczą sytuacji opisanej w przykładzie powyżej. Podczas ich rozwiązywania możesz korzystać z obliczonej masy lodu.

1 Oblicz:

- a) ciepło pobrane przez lód podczas jego ogrzewania do temperatury 0°C ,
- b) ciepło pobrane przez lód podczas jego topnienia,
- c) ciepło pobrane przez wodę powstałą z lodu podczas jej ogrzewania do temperatury 5°C ,
- d) ciepło oddane przez wodę, do której wrzucono lód.

2 Sprawdź, czy dla wartości liczbowych otrzymanych przez ciebie w zadaniu 1. zachodzi równość:

$$\underbrace{Q_1 + Q_2 + Q_3}_{\text{pobrane}} = \underbrace{Q_4}_{\text{oddane}}$$

3 Oblicz, jaki procent całkowitego pobranego ciepła $Q_1 + Q_2 + Q_3$ stanowią jego składniki Q_1 , Q_2 i Q_3 .

Zastosowanie bilansu cieplnego

Umiejętność sporządzania bilansu cieplnego jest przydatna nie tylko przy rozwiązywaniu zadań rachunkowych, lecz także do opracowywania wyników doświadczeń.

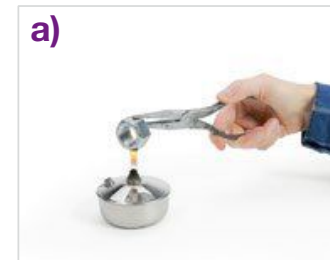


Doświadczenie 6 – obowiązkowe

Wykorzystanie bilansu cieplnego

1. Przygotuj wagę pozwalającą na pomiar masy z dokładnością co najmniej do 0,1 g, porcelanowy lub papierowy kubek, dużą stalową nakrętkę, termometr, szczypce lub kombinerki. Potrzebny będzie także dostęp do palnika lub kuchenki gazowej.
2. Zważ nakrętkę. Nalej do kubka zimną wodę o znanej masie (możesz odmierzyć wodę strzykawką albo zważyć kubek przed nalaniem wody i po nim). Zważ razem: kubek z wodą, nakrętkę (nie wkładaj jej przy tym do kubka) oraz termometr.
3. Zmierz temperaturę wody.
4. Złap nakrętkę szczypcami i z zachowaniem środków ostrożności ogrzewaj ją w płomieniu gazowym przez mniej więcej minutę (rys. a).
5. Wrzuć rozgrzaną nakrętkę do kubka z wodą (rys. b). Zamieszaj wodę termometrem (rys. c) i odczytaj temperaturę wody po podgrzaniu.
6. Zważ ponownie razem: kubek z wodą, nakrętkę oraz termometr. O ile zmniejszyła się masa tego układu? Dlaczego się zmniejszyła?
7. Za pomocą bilansu cieplnego wyznacz temperaturę rozgrzanej nakrętki przed wrzuceniem do wody.

Uwaga. Zwróć uwagę nie tylko na podgrzanie wody, lecz także na jej parowanie. Możesz natomiast pominąć pochłanianie ciepła przez kubek. Jego ciepło właściwe i masa są niewielkie, a przy tym nie zdąży się on nagrzać tak jak woda.



Analiza wyników doświadczenia 6.

Do wykonania doświadczenia użyliśmy wagi elektronicznej o dokładności 0,01 g i termometru o dokładności 1°C . W analizie będziemy się posługiwać niepewnościami maksymalnymi. Za naczynie służył nam papierowy kubek.

Pomiary

Uzyskaliśmy następujące wyniki pomiarów mas:

pusty kubek:	$m_k = 41,85 \text{ g}$
kubek z wodą:	$m_{kw} = 174,41 \text{ g}$
stalowa nakrętka:	$m_n = 28,12 \text{ g}$

kubek z wodą razem z termometrem i nakrętką:

na początku:	$m_{up} = 209,62 \text{ g}$
na końcu (rys. 7.19):	$m_{uk} = 209,45 \text{ g}$

Na początku cały układ (kubek z wodą, termometr i nakrętkę) zważyliśmy bez wkładania nakrętki do wody, aby przy wyjmowaniu nakrętki nie usunąć części wody.



Rys. 7.19. Końcowy pomiar masy z doświadczenia 6.

Po osiągnięciu maksymalnej wartości T_2 temperatura wody zaczęła maleć z powodu strat energii (parowania i ogrzewania powietrza).

Przy poprawnie wykonanym doświadczeniu zmiana masy układu powinna być spowodowana tylko wyparowaniem wody, a nie np. jej pryskaniem przy gwałtownym mieszaniu.

Początkowa temperatura wody wynosiła: $T_1 = 26^\circ\text{C}$
Do wody wrzuciliśmy stalową nakrętkę, rozgrzaną w płomieniu gazowego palnika. Mieszaliśmy delikatnie wodę termometrem. Słupek cieczy w termometrze doszedł do wartości: $T_2 = 32^\circ\text{C}$
Wówczas temperatury wody i nakrętki się wyrównały.

Obliczenia

Na podstawie wyników pomiarów obliczamy następujące wielkości:

- zmiana temperatury wody: $\Delta T_w = T_2 - T_1 = 6^\circ\text{C}$
- masa wody wlanej do kubka:

$$m_w = m_{\text{kW}} - m_k = 174,41 \text{ g} - 41,85 \text{ g} = 132,56 \text{ g}$$

- masa wody, która wyparowała:

$$m_p = m_{\text{up}} - m_{\text{uk}} = 209,62 \text{ g} - 209,45 \text{ g} = 0,17 \text{ g}$$

O tyle zmniejszyła się masa całego układu: kubek, woda, termometr, nakrętka.

W dalszych obliczeniach skorzystamy z bilansu cieplnego: część ciepła oddanego przez nakrętkę posłużyła do ogrzania wody, a część do jej odparowania, a zatem:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

ciepło oddane przez nakrętkę ciepło do ogrzania wody ciepło do odparowania wody

Możemy obliczyć kolejne wielkości:

- ciepło potrzebne do ogrzania wody:

$$Q_1 = m_w c_w \Delta T_w = 0,13256 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 6^\circ\text{C} = 3341 \text{ J}$$

- ciepło potrzebne do odparowania wody:

$$Q_2 = m_p L_p = 0,00017 \text{ kg} \cdot 2\,256\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 384 \text{ J}$$

- całe ciepło oddane przez nakrętkę: $Q = Q_1 + Q_2 = 3725 \text{ J}$
- zmiana temperatury nakrętki:

$$\Delta T_n = \frac{Q}{m_n c_n} = \frac{3725 \text{ J}}{0,02812 \text{ kg} \cdot 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}} = 288^\circ\text{C}$$

I wreszcie:

- początkowa temperatura nakrętki:

$$T = T_2 + \Delta T_n = 32^\circ\text{C} + 288^\circ\text{C} = 320^\circ\text{C}$$

F Wyznaczenie niepewności

Jaką niepewnością jest obarczony wynik naszego pomiaru? Aby to oszacować, powtórzmy nasze obliczenia, ale tym razem sprawdzimy, w jakich granicach mogą się mieścić obliczone wartości ze względu na niepewności pomiarów.

- F • Przyrost temperatury wody zgodnie z naszymi obliczeniami wynosił 6°C , ale z powodu niepewności pomiarów wiemy tylko, że mieści się on między 4°C a 8°C (patrz ramka poniżej).

Podobnie możemy obliczyć, że:

- masa wody wlanej do kubka wynosiła między $132,54 \text{ g}$ a $132,58 \text{ g}$,
- masa wody, która odparowała, wynosiła między $0,15 \text{ g}$ a $0,19 \text{ g}$.

Ciepło Q_1 było równe:

- co najmniej:

$$Q_{1\text{min}} = 0,13254 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 4^\circ\text{C} = 2227 \text{ J}$$

(podstawiliśmy minimalne wartości masy i przyrostu temperatury)

- co najwyżej:

$$Q_{1\text{max}} = 0,13258 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 8^\circ\text{C} = 4455 \text{ J}$$

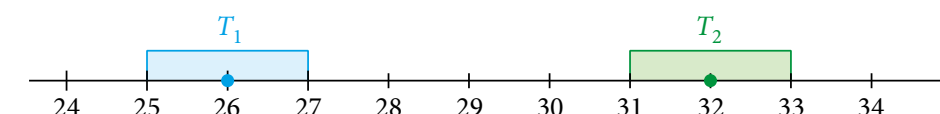
To była główna przyczyna niepewności naszego pomiaru.

Niepewność pomiaru różnicy dwóch wielkości

W naszym doświadczeniu temperatura wody wzrosła:

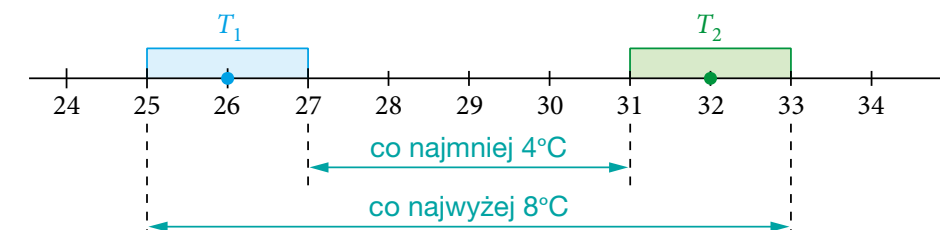
- od $T_1 = 26^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$
- do $T_2 = 32^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$

Przyrost temperatury wyniósł więc 6°C . Musimy jednak określić również jego niepewność. Zaznaczmy T_1 i T_2 na osi liczbowej wraz z ich niepewnościami.



Nie znamy dokładnych wartości temperatur, wiemy tylko, że T_1 mieści się gdzieś w przedziale niebieskim, a T_2 – w zielonym.

Na rysunku poniżej zaznaczono maksymalną i minimalną różnicę między T_1 a T_2 .



Tak więc przyrost temperatury ΔT wynosi co najmniej 4°C , a co najwyżej 8°C (widzimy, że wynik 6°C mieści się w tym przedziale i różni się o 2°C od skrajnych wartości). Możemy zatem zapisać:

$$\Delta T = 6^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$$

Jak widzimy, **niepewność pomiaru różnicy dwóch wielkości stanowi sumę niepewności poszczególnych pomiarów**. Z tego powodu gdy różnica wielkości jest mała, jej niepewność względna może okazać się bardzo duża.

- F Podobnie obliczamy minimalne i maksymalne wartości Q_2 , Q , ΔT i w końcu T . Okazuje się, że:

$$T_{\min} = 229^\circ\text{C} \quad T_{\max} = 411^\circ\text{C}$$

Każda z nich różni się od obliczonej wartości $T = 320^\circ\text{C}$ o 91°C , co zaokrąglamy do 90°C . Po zaokrągleniu możemy zapisać:

$$T = 320^\circ\text{C} \pm 90^\circ\text{C}$$

Niepewność tego wyniku jest duża ze względu na dużą niepewność względną pomiaru zmiany temperatury wody. Jednak przynajmniej mamy orientację co do temperatury nakrętki – w warunkach domowych lub szkolnych trudno byłoby zmierzyć tę wielkość bezpośrednio (taką możliwość dałoby zastosowanie kamery termowizyjnej).

Zaokrąglamy tak, aby mierzona wielkość i niepewność były podane z taką samą dokładnością.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

W dzbanku znajdowały się 2 litry kompotu o temperaturze 50°C . Aby go ochłodzić, wrzuciono do niego kostki lodu o łącznej masie 100 g i o temperaturze 0°C . Jaka była końcowa temperatura kompotu?

Rozwiązanie:

Wypiszmy wszystkie składowe bilansu cieplnego (Jest na to sposób → s. 31–32).

- lód stopniał – ciepło POBRANE

$$Q_1 = m_l \cdot L_t$$

$$m_l = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

– masa lodu

$$L_t = 334\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

– ciepło topnienia lodu (odczytane z tablic)

- woda, która powstała z lodu, się ogrzała – ciepło POBRANE

$$Q_2 = m_l \cdot c_w \cdot (T - T_1)$$

$$m_l = 0,1 \text{ kg}$$

– masa lodu (równa masie powstałej z niego wody)

$$c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

– ciepło właściwe wody

$$T_1 = 0^\circ\text{C}$$

– początkowa temperatura wody powstałej z lodu

$$T = ?$$

– szukana końcowa temperatura

- kompot się ochłodził – ciepło ODDANE

Kompot składa się głównie z wody, możemy więc przyjąć, że miał taką samą gęstość i ciepło właściwe jak woda.

$$Q_3 = m_k \cdot c_w \cdot (T_2 - T)$$

$$m_k = 2 \text{ kg}$$

– masa kompotu

$$c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

– ciepło właściwe wody (a więc i kompotu)

$$T_2 = 50^\circ\text{C}$$

– początkowa temperatura kompotu

$$T = ?$$

– szukana końcowa temperatura

➡ Zapisujemy bilans cieplny:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$m_l L_t + m_l c_w (T - T_1) = m_k c_w (T_2 - T)$$

Z otrzymanego równania wyznaczamy szukaną temperaturę T :

$$m_l L_t + m_l c_w T - m_l c_w T_1 = m_k c_w T_2 - m_k c_w T$$

$$T c_w (m_l + m_k) = m_k c_w T_2 + m_l c_w T_1 - m_l L_t$$

$$T = \frac{m_k c_w T_2 + m_l c_w T_1 - m_l L_t}{c_w (m_l + m_k)}$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy: $T = 44^\circ\text{C}$.

Odpowiedź: Kompot został ochłodzony do 44°C .

Uwaga. Pamiętaj, że 1 ml wody ma masę 1 g, czyli 1 l wody ma masę 1 kg.

1. W styropianowym kubku ze styropianową pokrywką znajdowało się 200 g wody o temperaturze 10°C . Wrzucono do niej stalowy klocek o temperaturze 40°C . Po wyrównaniu temperatur klocek i woda miały temperaturę 25°C . Oblicz masę klocka.

Uwaga. Dla styropianu pomijamy wymianę ciepła z otoczeniem.

2. Do wanienki o masie 15 kg zawierającej 30 l wody o temperaturze 15°C wlewo 20 l wody o temperaturze 90°C . Temperatura układu po wyrównaniu się temperatur to $43,3^\circ\text{C}$.

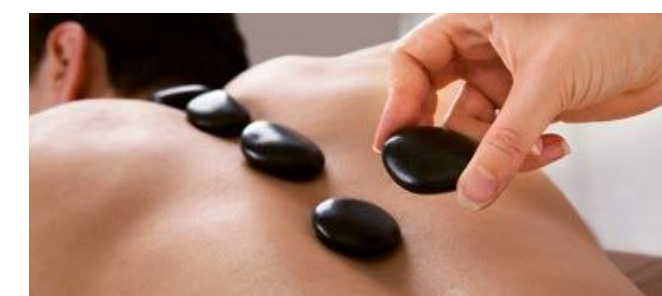
a) Oblicz ciepło właściwe substancji, z której wykonano wanienkę. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

b) Porównaj uzyskany wynik z danymi w tablicach fizycznych i wskaż substancję, z której mogła być wykonana wanienka użyta w doświadczeniu.

3. Do kubka termicznego wrzucono garść kostek lodu o masie 50 g i temperaturze -5°C . Następnie wlewo do niego wodę o temperaturze 40°C . Po pewnym czasie lód się stopił i powstała z niego woda, której temperatura wynosiła 15°C . Oblicz, ile wody

wlewo do kubka. Pomiń wymianę ciepła z otoczeniem.

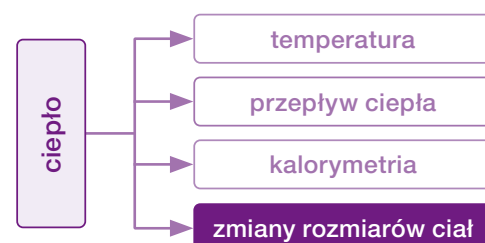
4. Czarne, bazaltowe kamienie używane do masażu relaksacyjnego przed przeprowadzeniem zabiegu podgrzewa się do temperatury 50°C . Przygotowany do masażu kamień o masie 2 kg wpadł do plastikowej miski, w której znajdowało się 1,5 litra wody o temperaturze 18°C . Oblicz temperaturę kamienia i wody po zakończeniu procesu wymiany ciepła. Pomiń straty ciepła i rozgrzewanie się miski.



5. P Do naczynia zawierającego 2 litry wody o temperaturze 70°C wrzucono 0,5 kg lodu w temperaturze 0°C . Czy cały lód stopnieje?

- Jeśli nie cały, to jaka jego część stopnieje?
- Jeśli cały, to jaka będzie temperatura wody po wyrównaniu temperatur?

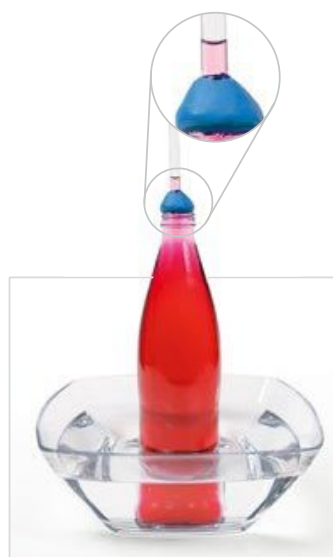
6. Rozwiąż jeszcze raz zadanie 5., ale dla masy lodu wynoszącej 2 kg (pozostałe dane liczbowe pozostają bez zmian).

**Ważne w tej lekcji:**

- opisywanie rozszerzalności ciał stałych, cieczy i gazów,
- nietypowa rozszerzalność wody.

Przypomnij sobie:

- W ciałach stałych cząsteczki drgają wokół położeń równowagi.
- W cieczach cząsteczki poruszają się po całej objętości naczynia, chociaż odległości między nimi są podobne jak w ciele stałym.
- Gaz zawsze wypełnia całe naczynie, w którym się znajduje.
- Temperatura ciała odpowiada średniej energii kinetycznej ruchu postępowego jego cząsteczek.



Butelka także się rozszerza, ale znacznie słabiej niż woda.

Rozszerzalność cieplna cieczy

Badanie rozszerzalności cieplnej zaczniemy od prostego doświadczenia.

Doświadczenie 7

1. Przygotuj pustą szklaną butelkę, szklaną lub plastikową rurkę, plastelinę i miskę. Przydatny może być barwnik, np. atrament lub tusz.
2. Napelnij butelkę prawie do pełna zimną wodą. Możesz zabarwić ją kilkoma kroplami tuszu, aby jej poziom był lepiej widoczny. Zanurz w wodzie rurkę i uszczelnij otwór plasteliną.
3. Do miski nalej gorącej wody z kranu. Wstaw butelkę do miski i obserwuj zmianę poziomu wody w rurce.

W doświadczeniu zaobserwowaliśmy, że poziom wody w rurce się podniósł. Dzieje się tak, ponieważ ciecz **zwiększa** swoją objętość, gdy rośnie jej temperatura. To zjawisko nazywamy **rozszerzalnością cieplną**.

Zwróć uwagę na to, że zbudowaliśmy prosty model termometru cieczowego (rys. 7.20). Gdyby na rurce umieścić podziałkę, poziom cieczy pozwoliłby nam odczytać temperaturę.

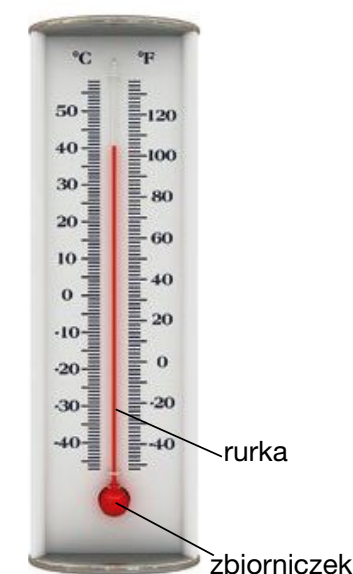
W fabrycznym termometrze zbiorniczek na ciecz jest stosunkowo szeroki, natomiast rurka – wąska. Dzięki temu już niewielka zmiana objętości cieczy powoduje zauważalną zmianę wysokości słupka cieczy.

Rozszerzalność cieplna gazów

Proste doświadczenie, które możesz wykonać w domu (zad. 5. → s. 41), pokazuje, że także gaz **zwiększa** objętość pod wpływem wzrostu temperatury. Co oznacza jednak zwiększanie się objętości gazu, skoro gaz nie ma stałej objętości, ale zajmuje całą objętość naczynia? Trzeba tu rozróżnić dwie sytuacje:

1. Ogrzewamy gaz w stalowej butli. Jego objętość nie może się zmienić, ale za to zwiększa się ciśnienie.
2. Ogrzewamy gaz w strzykawce z zaklejonym dzióbkiem, ale ruchomym tłoczkiem. Jego ciśnienie dostosowuje się do ciśnienia atmosferycznego, ale za to zwiększa się objętość.

O takich zjawiskach powiemy więcej w następnym dziale.



Rys. 7.20. Termometr cieczowy

Rozszerzalność cieplna ciał stałych

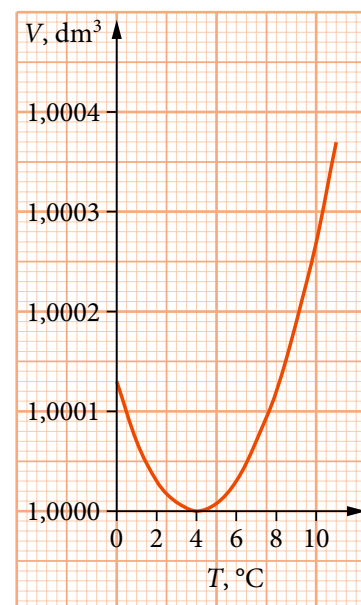
Również ciała stałe powiększają swoje rozmiary, gdy rośnie ich temperatura. Możemy zaobserwować to zjawisko w prostym doświadczeniu.

**Doświadczenie 8 – obowiązkowe****Demonstracja rozszerzalności cieplnej ciała stałego**

1. Przygotuj przewód miedziany o długości ok. 2 m (bez izolacji, ewentualnie emaliowany), ciężką stalową nakrętkę oraz zapalniczkę.
Uwaga. W pobliżu układu doświadczalnego nie mogą się znajdować żadne palne przedmioty.
2. Jeden koniec przewodu przywiąż do statywu umieszczonego na dużej wysokości.
3. Do drugiego końca przewodu przywiąż stalową nakrętkę. Nakrętka powinna znajdować się ok. 1 mm nad podłogą. Jeśli znajduje się wyżej albo jeśli podłoga jest nierówna, możesz podłożyć książki, a na nich gładką deskę do krojenia.
4. Porusz lekko nakrętkę, aby zaczęła się kołysać na przewodzie.
5. Ostrożnie podgrzewaj przewód płomieniem zapalniczki. Przesuwaj zapalniczkę wzdłuż przewodu, ponieważ długotrwałe podgrzewanie go w jednym miejscu może doprowadzić do jego stopienia i przerwania.
Uwaga! Jeśli przewód jest emaliowany, emalia się zapali. Nie jest to gwałtowny płomień, ale należy zachować ostrożność.
6. Po chwili nakrętka zacznie trzeć o podłoże i przestanie się kołysać. To znak, że długość przewodu się zwiększyła.
7. Obserwuj następnie, co będzie się działo po zakończeniu podgrzewania przewodu.



a)



W doświadczeniu zaobserwowaliśmy, że rozszerzalność cieplna ciał stałych jest niewielka: mimo wysokiej temperatury udało nam się wydłużyć 2-metrowy drut zaledwie o ok. 1 mm, czyli o ok. 0,05%. Jednak nawet tak słaby efekt może mieć znaczenie praktyczne (infografika s. 42–43).

Nietypowa rozszerzalność cieplna wody

Stwierdziliśmy, że woda rozszerza się wraz ze wzrostem temperatury. Okazuje się jednak, że dla niewielkiego zakresu temperatury zachowanie wody jest bardziej skomplikowane:

- pomiędzy 0°C a 4°C kurczy się ona przy podgrzewaniu,
- dla 4°C ma minimalną objętość,
- powyżej 4°C rozszerza się przy podgrzewaniu (rys. 7.21a).

Wiemy, że kiedy substancja się kurczy, jej gęstość się zwiększa, a gdy substancja się rozszerza – jej gęstość maleje. Tak więc gęstość wody:

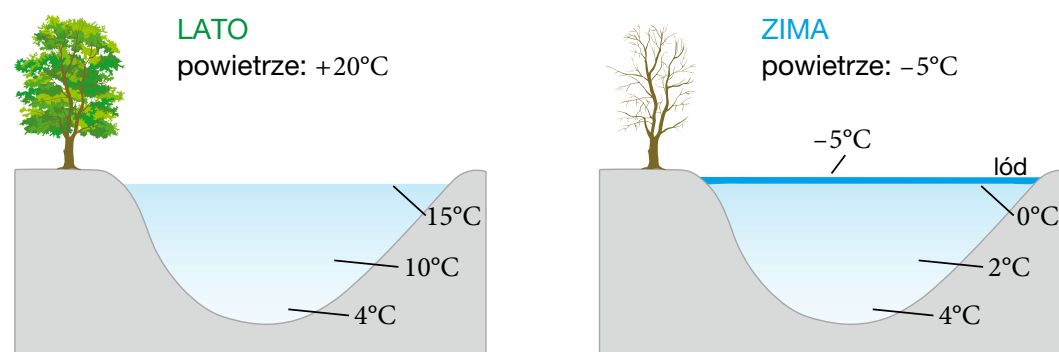
- pomiędzy 0°C a 4°C rośnie,
- dla 4°C jest maksymalna,
- powyżej 4°C zmniejsza się (rys. 7.21b).

Maksimum gęstości oznacza, że jeśli do naczynia wlejemy dwie porcje wody: jedną o temperaturze 4°C, a drugą o innej temperaturze (wyższej lub niższej), to woda o temperaturze 4°C opada na dno. Kiedy już tak się stanie, w naczyniu przestaje zachodzić konwekcja, a więc wyrównywanie temperatur następuje bardzo powoli.

To zjawisko ma zasadnicze znaczenie dla życia na Ziemi. Gdyby w jeziorze przez cały czas zachodziła konwekcja, w zimie zbiornik bardzo szybko wychłodziłby się aż do dna.

Ważna jest także inna właściwość wody: lód jest lżejszy od wody, a więc nie tonie, lecz utrzymuje się na powierzchni. Również pod tym względem woda jest wyjątkiem: na ogół ciała stałe tonie w cieczy powstałej z jego stopienia. Zamrożnięta powierzchnia jeziora stanowi izolację cieplną dla jego wnętrza.

Dzięki obu tym zjawiskom w dostatecznie głębokich jeziorach przy dnie stale panuje temperatura 4°C (rys. 7.22), pozwalająca organizmom wodnym na przeżycie.



Rys. 7.22. W dostatecznie głębokich jeziorach woda przy dnie zawsze ma temperaturę 4°C

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Odpowiedz na pytania.



- Czy minimalna wysokość przewodu linii energetycznej nad ziemią (wielkość h na zdjęciu) jest większa w lecie czy w zimie?
- Dlaczego ogrzana szklanka pęka, gdy wlewamy do niej zimną wodę?
- Gdy ogrzejemy stalową nakrętkę, jej średnica zewnętrzna się zwiększa. A jak zmienia się średnica wewnętrzna?

2. Znajdź w internecie film przedstawiający doświadczenie wyjaśniające działanie bimetalu. Zapisz w kilku zdaniach, czego się dowiedziałeś. Podaj adres strony, na której znajduje się film.

3. Dowiedz się, czym się różnią szczeliny dylatacyjne między szynami od złącz dylatacyjnych przedstawionych na infografice (s. 42–43). Jakie są zalety i wady obu rozwiązań?

4. Określ na podstawie wykresów na s. 40:

- w jakiej temperaturze wyższej niż 4°C woda ma taką samą gęstość jak w temperaturze 0°C?
- o ile litrów zmniejszy się objętość tony wody po ogrzaniu od 0°C do 4°C?

5. Wykonaj doświadczenie pozwalające sprawdzić, że także dla gazów zachodzi zjawisko rozszerzalności cieplnej.

- Przygotuj pustą, suchą w środku plastikową butelkę po wodzie mineralnej i mocno ją zakręć.
- Włóż butelkę na pół godziny do zamrażalnika. Co możesz zaobserwować?
- Ogrzej butelkę pod strumieniem ciepłej wody z kranu. Jak teraz zmienia się objętość powietrza w butelce?

6. Zapoznaj się z informacjami w ramce, wykonaj obliczenia i odpowiedz na pytania.

Przyrost długości (a także pozostałych wymiarów) ciała stałego związany z rozszerzalnością cieplną jest proporcjonalny do początkowej długości ciała i do przyrostu temperatury:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

gdzie: Δl – przyrost długości ciała, l – początkowa długość ciała, ΔT – zmiana temperatury, α – współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej charakterystyczny dla danej substancji.

Dla miedzi $\alpha = 1,62 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$. Zauważ, że interesuje nas tylko **przyrost** temperatury, który jest taki sam w kelwinach i stopniach Celsjusza, więc podany współczynnik możemy zapisać jako $1,62 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}C}$.

- O ile milimetrów wydłuży się miedziany pręt o długości 2 m, jeśli podgrzejemy go o 20°C?
- O ile stopni trzeba podgrzać miedzianą rurę, aby jej długość zwiększyła się o 1%?
- Metalowa figurka stała na dworze w temperaturze -30°C. Gdy przeniesiono ją do pokoju, ogrzała się do 20°C, a jej wysokość zwiększyła się z 12 cm do 12,0072 cm. Jaki jest współczynnik rozszerzalności cieplnej metalu, z którego wykonano figurkę?

ROZSZERZALNOŚĆ CIEPLNA CIAŁ STAŁYCH

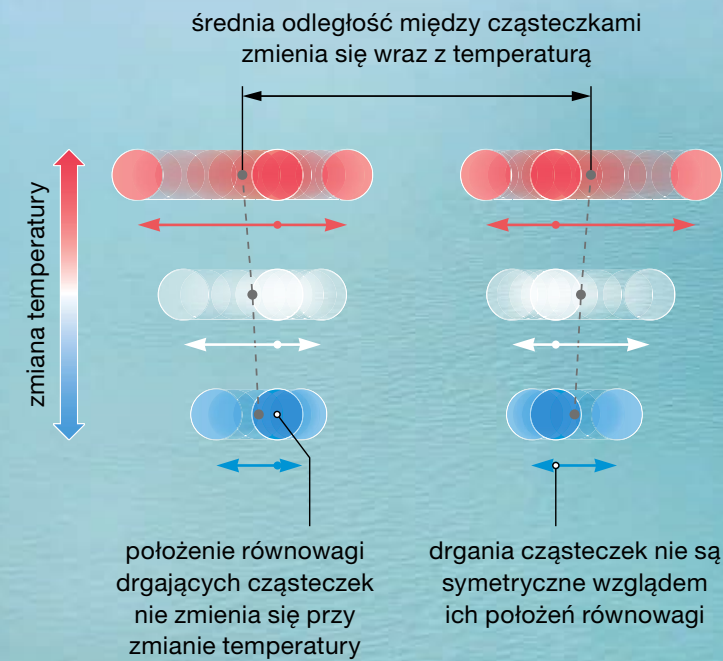
Ciała stałe zmieniają swoje wymiary pod wpływem temperatury. Wpływa to na nasze codzienne życie. Trzeba uwzględnić to zjawisko na przykład przy budowie mostów i kładzeniu szyn.

Wyjaśnienie mikroskopowe

Im wyższa temperatura ciała, tym większa jest amplituda drgań jego cząsteczek. Jednak samo zwiększenie amplitudy nie spowodowałoby wzrostu rozmiarów ciała, gdyby średnia odległość między cząsteczkami się nie zmieniała.

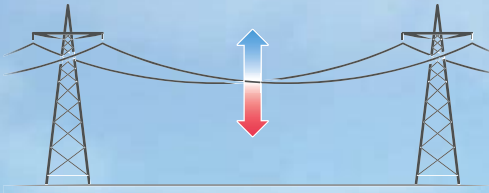
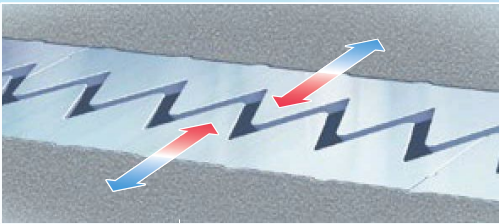
Okazuje się, że w ciałach stałych drgania cząsteczek nie są symetryczne względem położenia równowagi, a w miarę ogrzewania cząsteczki łatwiej się od siebie oddalają niż do siebie zbliżają. W rezultacie średnie odległości między cząsteczkami są coraz większe, a co za tym idzie – wymiary ciała się zwiększają.

Legenda:



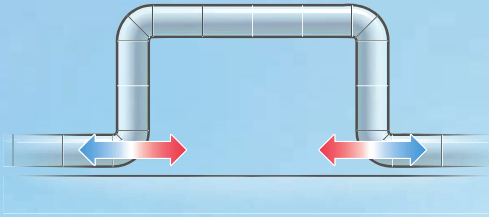
Szczeliny dylatacyjne w jezdni

Jezdnia mostu jest podzielona na odcinki, pomiędzy którymi znajdują się przerwy, zwane szczelinami dylatacyjnymi. Pozwalają one na zmianę długości mostu.



Zwisające przewody

Przewody wysokiego napięcia montuje się tak, aby zwisały luźno i nie ulegały zerwaniu podczas zimy.

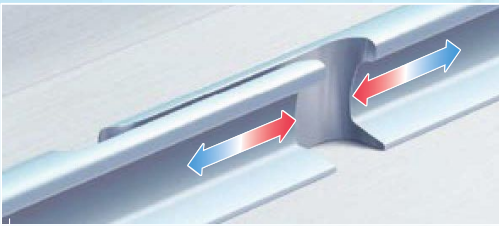


Rury układane w literę U

Rury układa się tak, aby co jakiś czas występowały kolanka w kształcie litery U. Dzięki temu mogą się wydłużać lub skracać wraz ze zmianami temperatury.

Złącze dylatacyjne w szynie

Podczas upałów szyny się wydłużają, a podczas mrozów – skracają, co może powodować ich wyginanie lub pękanie. Aby temu zapobiec, szyn nie łączy się na styk, ale stosuje np. złącza dylatacyjne.



Ruchome przęsło

Przynajmniej jeden koniec przęsła mostu jest ruchomy i oparty na łożyskach tak, aby konstrukcja mogła zmieniać swoją długość w zależności od temperatury.

Dawniej stosowano m.in. łożyska ze stalowymi rolkami. Dziś używa się łożysk wykonanych z elastycznych tworzyw ulegających odkształceniom i/lub zawierających arkusze teflonu, który umożliwia przesuwanie przęsła. Takie nowoczesne łożyska mogą niwelować ruch i naprężenia we wszystkich kierunkach.

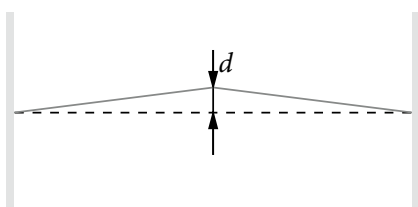
Projekt Jak łatwiej zaobserwować rozszerzalność cieplną

Cel projektu

Rozszerzalność cieplna ciał stałych jest bardzo niewielka. Poznasz jeden ze sposobów pozwalających łatwiej ją obserwować i wykorzystać do szacowania temperatury.

Zadanie teoretyczne

Cienki pręt o długości 10 cm jest zamocowany na końcach. Na skutek rozszerzalności cieplnej jego długość zwiększyła się o 1 mm. Załóżmy dla uproszczenia, że przyjmuje on kształt łamanej złożonej z dwóch równych odcinków (tak jak na rysunku).



Jakie jest odchylenie d ? Spróbuj to odgadnąć, a następnie oblicz z twierdzenia Pitagorasa.

Zadanie doświadczalne

1. Przygotuj opiekacz do grzanek (toster) – taki, do którego kromki wkłada się pionowo i widać rozgrzewające się druty oporowe.
2. Sfotografuj go z góry dwukrotnie: gdy jest zimny i gdy jest włączony (bez chleba).
3. Na podstawie zdjęć oblicz, o jaką część swojej długości wydłużyły się druty.
4. Oblicz temperaturę drutów. Czy wynik jest realistyczny?

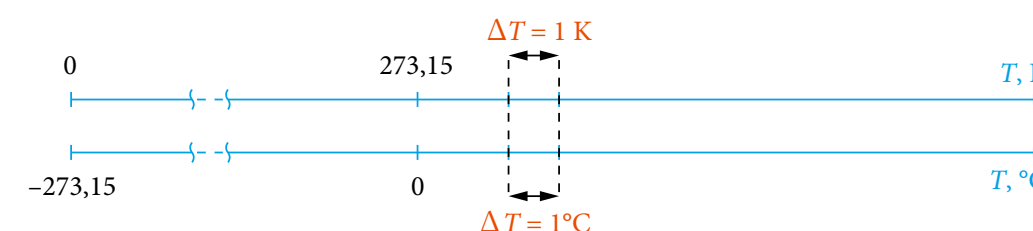
Wskazówka. Przydadzą się wiadomości z zadania 6 → s. 41. Druty zwykle są wykonane ze stopu niklu i chromu o rozszerzalności cieplnej ok. $15 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.

5. Temperaturę drutów można oszacować także na podstawie koloru emitowanego przez nie światła. Znajdź odpowiednie informacje na ten temat i wykonaj takie szacowanie. Porównaj wyniki uzyskane obiema metodami.

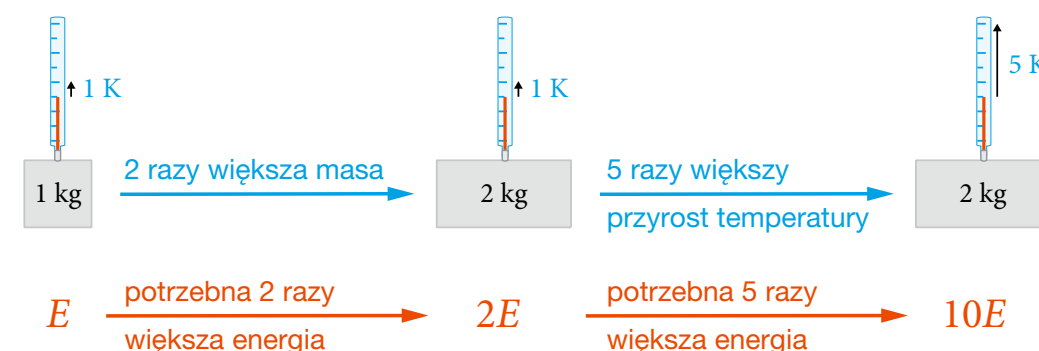


Podsumowanie Wstęp do zjawisk cieplnych

- **Teoria kinetyczno-molekularna budowy materii** zakłada, że wszystkie ciała są zbudowane z cząsteczek będących w ciągłym ruchu. Ruch jest tym szybszy, im wyższa jest temperatura ciała.
- **Temperatura** w skali bezwzględnej (w kelwinach) jest liczona od zera bezwzględnego (temperatury, w jakiej ruch cząsteczek by zamarł).



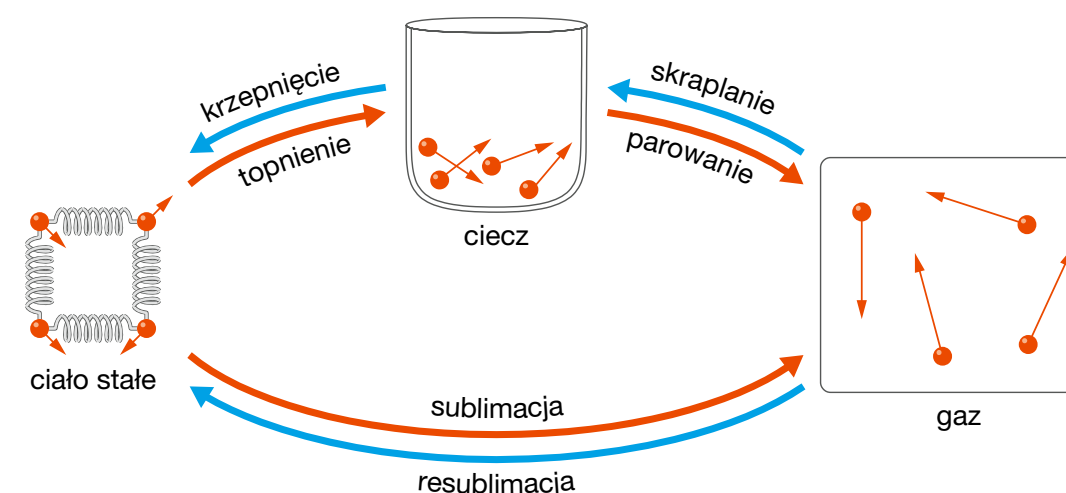
- Aby zwiększyć temperaturę ciała, trzeba mu dostarczyć energii. Energia jest proporcjonalna do masy ciała i do zamierzonego przyrostu temperatury, a także zależy od substancji, z której ciało jest zbudowane.



- **Ciepło właściwe** c substancji to wielkość równa liczbowo energii Q , jaką trzeba dostarczyć $m = 1$ kg tej substancji, aby podgrzać ją o $\Delta T = 1$ K. Energia potrzebna do zmiany temperatury ciała o masie m o ΔT :

$$Q = mc\Delta T$$

- Zmiana **stanu skupienia** jest przykładem **przemiany fazowej**. Ze zmianą stanu skupienia wiąże się przepływ energii. Czerwona strzałka oznacza, że w danej przemianie ciało pobiera energię, a niebieska – że ją oddaje.



Wielkości opisujące przemiany fazowe:

► **ciepło topnienia** L_t – wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do stopienia 1 kg substancji w temperaturze topnienia:

$$Q = mL_t$$

► **ciepło parowania** L_p – wielkość równa liczbowo energii potrzebnej do odparowania 1 kg substancji w określonej temperaturze:

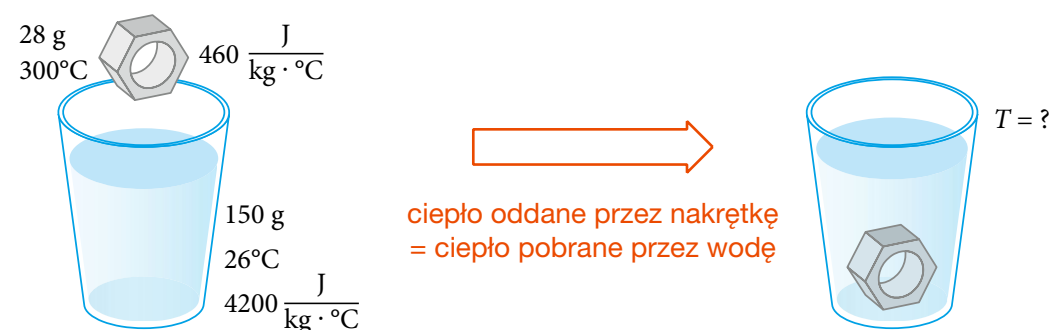
$$Q = mL_p$$

■ Temperatura przemiany fazowej

Ciało o budowie krystalicznej topnieje w ściśle określonej temperaturze, zwanej temperaturą topnienia.

Ciecz paruje w każdej temperaturze, natomiast wrze jedynie w ściśle określonej temperaturze, zwanej temperaturą wrzenia. Temperatura ta zależy od ciśnienia atmosferycznego.

■ **Bilans cieplny** to zestawienie ciepła pobranego i oddanego w układzie izolowanym.



■ Ciała stałe, ciecze i gazy (pod stałym ciśnieniem) zwiększają swoją objętość wraz ze wzrostem temperatury (z wyjątkiem wody w temperaturze poniżej 4°C – patrz niżej).

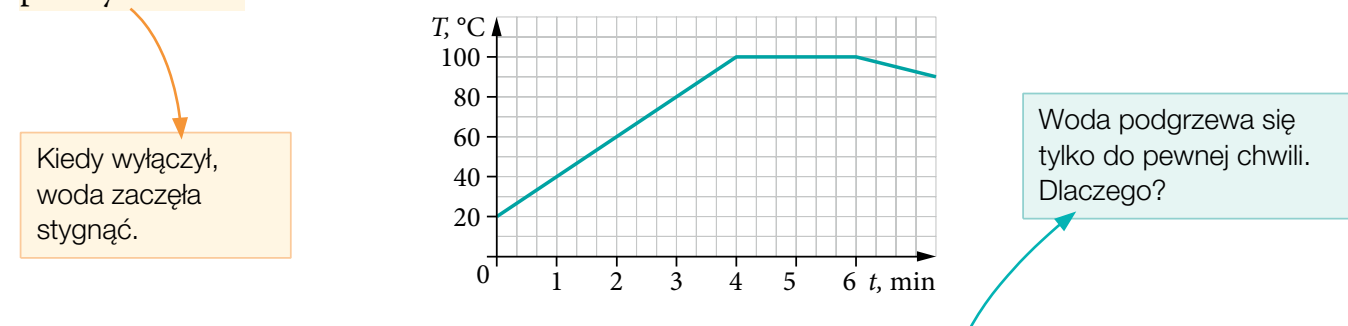
■ Do szczególnych właściwości wody o istotnym znaczeniu dla życia na Ziemi należą:

- nietypowa rozszerzalność cieplna (maksimum gęstości w 4°C),
- bardzo duża wartość ciepła właściwego i ciepła przemian fazowych.

Sposób na zadanie

Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych

Zadanie 1. Turysta ogrzewał wodę w kubku za pomocą grzałki elektrycznej o mocy 300 W. Z powodu nieuwagi nie wyłączył grzałki od razu, gdy tylko woda zaczęła wrzeć, ale dopiero po pewnym czasie.



Wykres przedstawia zależność temperatury wody w kubku od czasu, przez jaki grzałka była włączona. Pomiń straty ciepła, parowanie przed rozpoczęciem wrzenia i rozchłapywanie wody.

Zadanie 1.1 (0–1)

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P jeżeli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Aby ogrzać porcję wody od 20°C do 100°C, potrzeba 2 razy więcej energii niż na to, aby ją zamienić w parę w temperaturze 100°C.	P	F
2.	Grzałka zużyła łącznie 1800 J energii elektrycznej.	P	F
3.	Kiedy woda pobiera energię, zwiększa się jej temperatura.	P	F

Tak rozpoczęte zdanie należy rozumieć „Zawsze, kiedy...” a nie „Czasami, kiedy...”

Rozwiązanie:

Ad 1. W opisanym przypadku ogrzewanie trwało 2 razy dłużej niż wrzenie (odpowiednio 4 min i 2 min). Jednak podane zdanie byłoby prawdziwe tylko wtedy, gdyby do chwili $t = 6$ min cała woda zamieniła się w parę, a tak wcale nie było. Skoro po zakończeniu wrzenia woda stygła, to nie mogła cała wyparować.

Ad 2. Energię zużytą przez grzałkę można obliczyć na podstawie jej mocy:

$$E = Pt = 300 \text{ W} \cdot 6 \text{ min} = 300 \text{ W} \cdot 360 \text{ s} = 108\,000 \text{ J}$$

Odpowiedź P mogłaby wybrać osoba, która nie przeczytała uważnie opisu osi i po prostu pomnożyła 300 przez 6, jakby liczba 6 oznaczała sekundy.

Ad 3. Z wykresu wynika, że to nieprawda. Grzałka jest włączona przez cały czas, stale dostarcza energii, ale w czasie wrzenia temperatura wody jest stała.

Odpowiedź: FFF

Zadanie 1.2 (0–2)

Oblicz, jaka część wody wyparowała ze szklanki.

Rozwiązanie:

Obliczamy, ile wody było w szklance na początku.

Z wykresu możemy odczytać, że kosztem energii:

$$E_1 = 300 \text{ W} \cdot 4 \text{ min} = 300 \text{ W} \cdot 240 \text{ s} = 72\,000 \text{ J}$$

woda została podgrzana o $\Delta T = 80^\circ\text{C}$.

Z zależności:

$$E_1 = mc_w \Delta T$$

gdzie $c_w = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$ jest ciepłem właściwym wody, wyznaczamy masę wody:

$$m = \frac{E_1}{c_w \Delta T} = 0,214 \text{ kg}$$

Obliczamy, ile wody wyparowało.

Kosztem energii:

$$E_2 = 300 \text{ W} \cdot 2 \text{ min} = 300 \text{ W} \cdot 120 \text{ s} = 36\,000 \text{ J}$$

pewna masa m_p wody została odparowana.

Z zależności:

$$E_2 = L_p m_p$$

gdzie $L_p = 2\,256\,000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ jest ciepłem parowania wody w temperaturze wrzenia, wyznaczamy masę wody, która wyparowała:

$$m_p = \frac{E_2}{L_p} = 0,016 \text{ kg}$$

Porównujemy wyniki.

Odparowana woda stanowi:

$$\frac{m_p}{m} = \frac{0,016 \text{ kg}}{0,214 \text{ kg}} \approx 0,075 = 7,5\%$$

Odpowiedź: Wyparowało ok. 7,5% początkowej masy wody.

Uwaga. Zauważ, że zadanie 1.2 można rozwiązać bez znajomości mocy grzałki. Jeżeli zamiast obliczeń cząstkowych wyprowadzisz wzór na iloraz mas, to moc grzałki się skróci.

Warto zapamiętać!

- Podczas wrzenia pod stałym ciśnieniem nie zmienia się temperatura wrzącej cieczy. Cała dostarczana energia jest przeznaczana na zmianę stanu skupienia.
- Ciepło właściwe przydaje się wtedy, gdy mówimy o zmianie temperatury, a ciepło parowania lub topnienia – gdy mówimy o zmianie stanu skupienia.
- Podczas korzystania z wykresu zawsze zwracaj uwagę na jednostki.

Zadanie analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie. W czajniku elektrycznym o mocy 1600 W znajdowała się woda o temperaturze 20°C . Po 8 min 45 s woda zaczęła wrzeć. Minęło jeszcze pół minuty, zanim czajnik automatycznie się wyłączył.

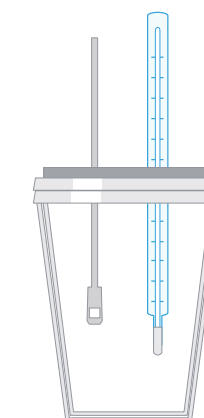
Oblicz, jaka część wody wyparowała podczas wrzenia.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

**Zadanie 1. Doświadczenia z kalorymetrem**

Uczniowie samodzielnie wykonali kalorymetr ze styropianowego kubka z pokrywką wyciętą z korkowej podkładki. Przez otwory w pokrywce włożyli do środka plastikowe mieszadełko i termometr. Aby maksymalnie zniwelować wpływ otoczenia na zjawiska zachodzące wewnątrz kalorymetru, włożyli go do jeszcze jednego styropianowego kubka.



Zadanie 1.1. Do kalorymetru wiano 150 ml wody o temperaturze 15°C , a następnie wrzucono kostkę lodu o temperaturze 0°C . Po pewnym czasie wewnątrz naczynia ustaliła się temperatura 8°C . **Oblicz masę kostki lodu.**

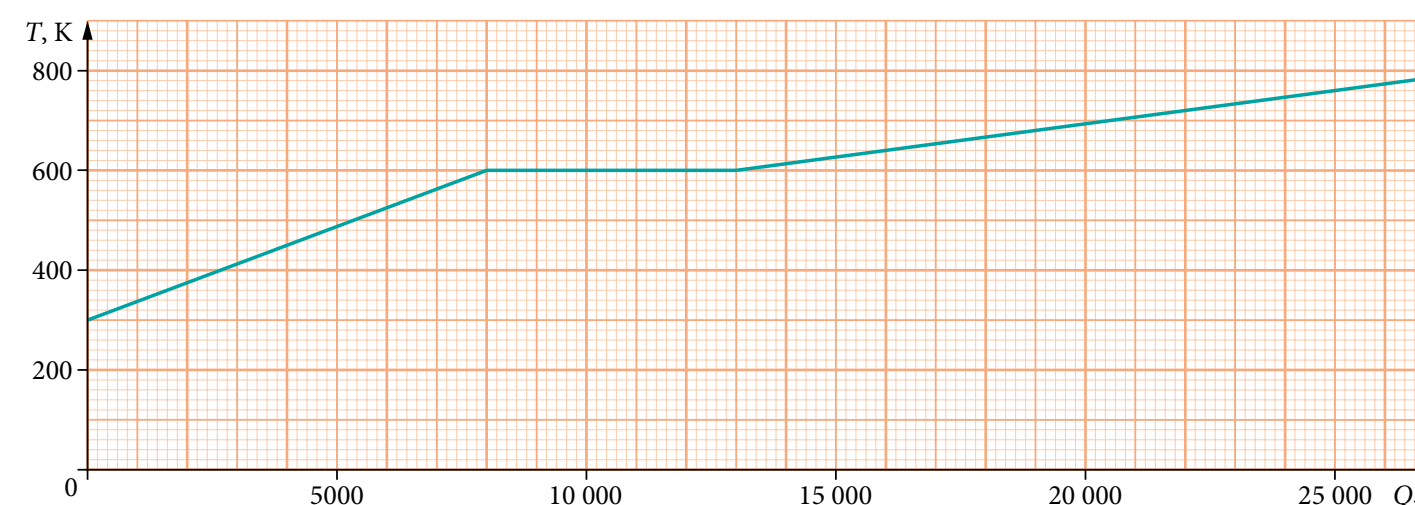
Przyjmij ciepło właściwe wody $c_w = 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, ciepło topnienia lodu $L_t = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Zadanie 1.2. Uczniowie chcieli wyznaczyć ciepło właściwe aluminium. Do kalorymetru zawierającego 100 g wody o temperaturze 80°C wrzucili kawałek aluminiowego drutu o masie 50 g i temperaturze 20°C . Po pewnym czasie temperatura wody się ustaliła i wyniosła 74°C .

Oblicz ciepło właściwe aluminium.

Zadanie 2. Topnienie ciała stałego

Podgrzano próbkę pewnej substancji w kształcie sześcianu i o masie 200 g. Na skutek dostarczania ciepła próbka stopniała, a powstała ciecz dalej się ogrzewała. Wykres przedstawia zależność temperatury próbki od dostarczonego ciepła.



Zadanie 2.1. Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A lub B i jej uzasadnienie spośród 1–3.

Substancja, której próbki użyto do doświadczenia, była ciałem:

A.	krystalicznym,	ponieważ	1.	uległa stopieniu.
			2.	miała kształt bryły foremnej (sześcianu).
B.	bezpostaciowym,		3.	podczas topnienia utrzymywała stałą temperaturę.

Zadanie 2.2. Podaj, jak uzupełnić zdanie.

Temperatura topnienia badanej substancji wynosi  stopni Celsjusza.

Zadanie 2.3. Oznaczmy symbolem c_s ciepło właściwe badanej substancji w stanie stałym, a symbolem c_c jej ciepło właściwe w stanie ciekłym.

Zaznacz właściwą relację A–C i jej uzasadnienie spośród 1–3.

A.	$c_s > c_c$,	ponieważ	1.	skład chemiczny substancji nie zmienia się podczas topnienia.
B.	$c_s = c_c$,		2.	współczynnik kierunkowy części wykresu odpowiadającej podgrzewaniu cieczy jest mniejszy niż części dla ciała stałego.
C.	$c_s < c_c$,		3.	współczynnik kierunkowy części wykresu odpowiadającej podgrzewaniu cieczy jest większy niż części dla ciała stałego.

Zadanie 2.4. Na podstawie wykresu **wyznacz ciepło topnienia użytej substancji.**

Zadanie 2.5. Na podstawie wykresu **wyznacz ciepło właściwe użytej substancji w stanie stałym.**

8. Termodynamika

1. Badanie przemian gazu

2. Równanie Clapeyrona

3. Przemiany gazu doskonałego

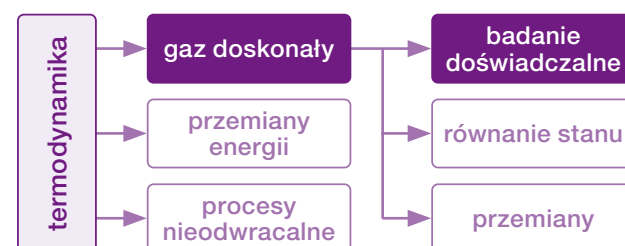
4. Ciepło w przemianach gazowych
5. Praca a wykresy przemian gazowych

6. Silniki cieplne

7. Pompy ciepła

8. Druga zasada termodynamiki



**Ważne w tej lekcji:**

- wielkości opisujące gaz,
- doświadczalne badanie przemian gazu,
- przemiany: izobaryczna, izotermiczna i izochoryczna.

Przypomnij sobie:

- Gaz zawsze wypełnia całe naczynie, w którym się znajduje.
- Gęstość substancji to iloraz jej masy i objętości. Liczbowo gęstość jest równa masie jednostki objętości.
- Ciśnienie to iloraz siły działającej prostopadle do powierzchni i pola tej powierzchni. Liczbowo ciśnienie jest równe sile działającej na jednostkę powierzchni.



Rys. 8.1. Kiedy piłka odbija się od ściany, działa na nią pewną siłą

W tym dziale zajmiemy się przemianami gazów. Przekonasz się, że stosunkowo proste prawa pozwalają wyjaśnić zarówno zjawiska zachodzące w przyrodzie, jak i działanie różnych urządzeń: silników cieplnych, np. spalinowych, oraz pomp ciepła, np. lodówki.

Do opisu gazu będziemy używać następujących czterech wielkości:

- liczba cząsteczek – N ,
- objętość – V ,
- temperatura – T ,
- ciśnienie – p .

■ Przyczyny powstawania ciśnienia

O ciśnieniu mówiliśmy już w części 1. podręcznika, teraz zwrócimy uwagę na przyczynę wytwarzania przez gaz ciśnienia. Jest nią fakt, że jego cząsteczki stale uderzają o ścianki naczynia, w którym się znajdują. A skoro uderzają, to działają na ściankę pewną siłą.

Podobnie piłka tenisowa działa pewną siłą na ścianę, kiedy odbija się od niej podczas treningu (rys. 8.1). Gdyby ścianę zastąpić np. dużym pudłem kartonowym, piłka mogłaby je przesunąć albo przewrócić.

Gdybyśmy dysponowali idealnym siłomierzem, moglibyśmy zarejestrować poszczególne uderzenia cząsteczek o ścianki naczynia. W praktyce jednak cząsteczek jest zbyt dużo i uderzają w ścianki zbyt często, aby taki pomysł można było zrealizować.

Obserwujemy więc stałe ciśnienie odpowiadające średniej sile działającej na jednostkę powierzchni.

Uwaga. Ciśnienie w zamkniętym naczyniu nie wynika z ciężaru gazu. W stacji kosmicznej na orbicie panuje stan nieważkości (rys. 8.2), przedmioty nie wywierają tam ciśnienia na podłogę (trudno nawet stwierdzić, co jest podłogą), ale ciśnienie powietrza jest sztucznie utrzymywane na poziomie ciśnienia atmosferycznego na Ziemi. Dzięki temu astronauta mogą normalnie oddychać.

■ Mol i stała Avogadra

W gazach zazwyczaj mamy do czynienia z bardzo dużą liczbą cząsteczek, co jest niewygodne w przypadku obliczeń. Dlatego wprowadzono pojęcie **mola**. Jest to jednostka ilości substancji w układzie SI.

Mol substancji to $6,02214076 \cdot 10^{23}$ jej elementarnych składników (cząsteczek albo atomów).

Dlaczego jednak wybrano tak dziwną liczbę zamiast jakiejś bardziej okrągłej, np. 10^{23} ? Otóż dobrano ją w ten sposób, że w bardzo dobrym przybliżeniu mol substancji to tyle gramów, ile jednostek masy atomowej ma najmniejszy składnik (atom lub cząsteczka) danej substancji.

Na przykład:

- Węgiel składa się z atomów o masie atomowej 12 niepołączonych w większe cząsteczki, a więc mol węgla to 12 g węgla.
- Tlen w atmosferze występuje w postaci cząsteczek dwuatomowych O_2 , taka cząsteczka ma masę atomową $2 \cdot 16 = 32$, a więc mol tlenu O_2 to 32 g tego gazu (rys. 8.3).
- Cząsteczka wody (H_2O) ma masę cząsteczkową $2 \cdot 1 + 16 = 18$, a więc mol wody to 18 g wody.

Wielkość:

$$N_A = 6,02214076 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \approx 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

nazywamy **stałą Avogadra**. Wielkość tę wyznaczył włoski fizyk Amedeo Avogadro (1776–1856).



Rys. 8.2. Na stacji kosmicznej mimo stanu nieważkości panuje ciśnienie atmosferyczne

Symbolem mola jest po prostu **mol**.

14 6C węgiel 12,011	15 7N azot 14,007	16 8O tlen 15,999	17 9F fluor 18,998
14 14Si krzem 28,085	15 15P fosfor 30,974	16 16S siarka 32,065	17 17Cl chlor 35,453
32 32Ge german 72,63	33 33As arsen 74,922	34 34Se selen 78,96	35 35Br brom 79,904

Rys. 8.3. Tlen w układzie okresowym pierwiastków

Stała Avogadra ma taką jednostkę, że po pomnożeniu przez ilość substancji wyrażoną w molach otrzymujemy liczbę atomów lub cząsteczek (czyli wielkość bez jednostki), np.

$$4 \text{ mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 24,08 \cdot 10^{23} = 2,408 \cdot 10^{24}$$

Badanie przemiany izotermicznej

Przemianami gazu nazywamy procesy, w których zmieniają się jego temperatura, ciśnienie lub objętość. Zbadamy teraz najprostsze przykłady przemian stałej ilości (tj. stałej liczby cząsteczek) gazu.

Doświadczenie 9

1. Przygotuj strzykawkę o pojemności 20 cm³. Zmierz linijką, o ile centymetrów przesuwają się tłoczki między położeniami odpowiadającymi 0 cm³ i 20 cm³. Na tej podstawie oblicz powierzchnię tłoczka. Jeśli masz barometr, odczytaj ciśnienie atmosferyczne. Jeśli nie – przyjmij, że wynosi ono 1000 hPa.
2. Przesuń tłoczek tak, aby w strzykawce znajdowało się 10 cm³ powietrza. Przygotuj strzykawkę zgodnie z opisem doświadczenia 5. pkt 3. na s. 28.
3. Przygotuj wagę kuchenną pozwalającą na pomiar z dokładnością do 1 g. Połóż na niej strzykawkę i wytaruj (wyzeruj) wagę. Jeśli to niemożliwe – zważ strzykawkę i odejmij później jej masę od wskazań wagi.
4. Ustaw strzykawkę wylotem do góry i oprzyj tłoczek o szalkę wagi. Naciśnij strzykawkę tak, aby tłoczek przesunął się do położenia 9 cm³, i zapisz wskazanie wagi. Następnie przesuń tłoczek do położenia 8 cm³, zapisz wskazanie wagi itd. Przesuwaj tłoczek do położenia mniejszego o 1 cm³ tyle razy, na ile pozwoli zakres pomiarowy (nośność) wagi.
5. Dla każdego położenia tłoczka oblicz ciśnienie powietrza w strzykawce. Przykładowe obliczenia przedstawiliśmy poniżej.
6. Zapisz w tabeli objętość i ciśnienie powietrza w strzykawce. Naszkicuj wykresy zależności $p(V)$ oraz $p(\frac{1}{V})$. Wyciągnij wniosek dotyczący zależności między ciśnieniem a objętością.

Poniżej przedstawiliśmy sposób obliczenia ciśnienia w strzykawce użytej w doświadczeniu powyżej.

Siła nacisku

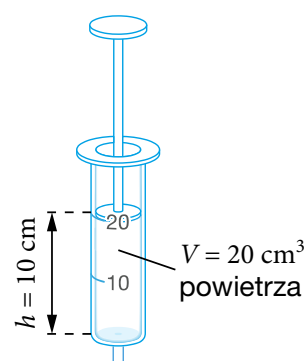
Założmy, że przy pewnej objętości powietrza waga wskazuje 800 g. Oznacza to, że działa na nią siła równa ciężarowi ciała o masie 800 g, czyli siła o wartości:

$$F = 0,8 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7,85 \text{ N}$$

Taką samą siłą waga działa na tłoczek, a tłoczek – na powietrze wewnątrz strzykawki.

Powierzchnia tłoczka

Powierzchnię tłoczka strzykawki użytej w doświadczeniu obliczamy tak, jak pokazano na rysunku obok (rys. 8.4).



$$V = Sh$$

$$S = \frac{V}{h} = \frac{20 \text{ cm}^3}{10 \text{ cm}} = 2 \text{ cm}^2$$

Rys. 8.4. Powietrze w strzykawce zajmuje przestrzeń w kształcie walca, co pozwala obliczyć powierzchnię S tłoczka

Cięśnienie powietrza w strzykawce

Dopóki nie naciskaliśmy tłoczka, przenosił on do wnętrza strzykawki ciśnienie atmosferyczne $p_{\text{atm}} = 1000 \text{ hPa}$. Gdy wcisnęliśmy tłoczek, ciśnienie wywierane przez niego na powietrze zwiększyło się o wartość:

$$\Delta p = \frac{F}{S}$$

czyli po podstawieniu rozważanych w tym przykładzie danych:

$$\Delta p = \frac{7,85 \text{ N}}{0,0002 \text{ m}^2} = 39\,000 \text{ Pa}$$

Tłoczek przesunął się aż do chwili, gdy ciśnienie powietrza wewnątrz strzykawki wyrównało się z tą wielkością. Tak więc ciśnienie to wynosiło:

$$p = p_{\text{atm}} + \Delta p = 139\,000 \text{ Pa}$$

Przemiana izotermiczna

Na podstawie przeprowadzonego doświadczenia i sporządzonych wykresów możemy stwierdzić, że ciśnienie gazu wzrasta, gdy zmniejsza się jego objętość.

Co więcej, zależność między tymi wielkościami jest w przybliżeniu proporcjonalnością odwrotną.

Aby proporcjonalność ta została dokładnie spełniona, temperatura gazu musi być stała. Przemianę gazu w stałej temperaturze nazywamy **przemianą izotermiczną** (od greckiego *isos* – równy, *thermos* – ciepły).

W stałej temperaturze ciśnienie gazu jest odwrotnie proporcjonalne do jego objętości:

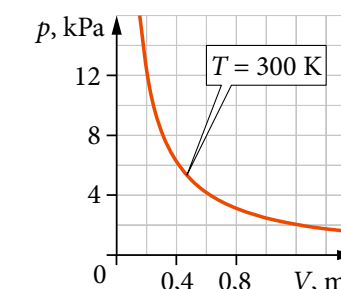
$$\text{jeśli } T = \text{const, to } pV = \text{const}$$

Oczywiście ta zależność jest prawdziwa dla przemiany danej ilości gazu (danej liczby cząsteczek, czyli dla n moli), którą sprężamy do mniejszej objętości (lub rozprężamy do większej), a nie dla różnych porcji gazu zajmujących naczynia różnej wielkości.

Przemiana w doświadczeniu

Zauważmy, że w doświadczeniu 9. przemiana nie była idealnie izotermiczna. Aby sprężyć gaz, wykonywaliśmy pracę, więc zwiększaliśmy energię wewnętrzną gazu, a tym samym – jego temperaturę.

Zmiany temperatury nie były duże i w naszych niezbyt precyzyjnych pomiarach nie miały większego znaczenia. Jednak przy dokładniejszych badaniach sprężanie powinno przebiegać na tyle powoli, aby temperatura gazu zdążyła się wyrównać z temperaturą otoczenia.



Rys. 8.5. Izoterma, wykres wykonano dla 1 mola gazu

Dodatek matematyczny 4
→ s. 391

Przemiana izotermiczna

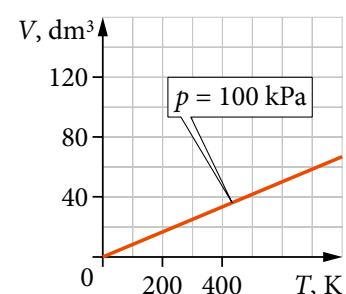
$n = \text{const}$,
 $T = \text{const}$,
 $pV = \text{const}$

Przemiana izobaryczna

Zbadaliśmy przemianę, w której temperatura była stała. Teraz zajmijmy się przemianą gazu, w której inna wielkość fizyczna się nie zmienia.

Doświadczenie 10

1. Przygotuj dwie strzykawki, ustaw ich tłoczki w połowie skali i zamknij wyloty (patrz czynności opisane w punktach 1. i 2. poprzedniego doświadczenia, s. 54).
 2. Dodatkowo przygotuj termometr cieczowy. Możesz wykorzystać zaadaptowany do potrzeb doświadczenia termometr zaokrąglony (patrz dośw. 1. s. 12). Odczytaj i zapisz temperaturę powietrza.
 3. Włóż jedną ze strzykawek do zamrażarki. Obok niej połóż termometr.
 4. Po kilkunastu minutach odczytaj z termometru temperaturę, a ze strzykawki – objętość powietrza (położenie tłoczka).
- Uwaga.** Podczas tego doświadczenia tłoczek powinien się swobodnie poruszać. Jeśli przymarznie do strzykawki, trzeba go lekko poruszyć.
5. Następnie drugą strzykawkę włóż do wody podgrzanej do najwyższej temperatury, którą można zmierzyć twoim termometrem.
 6. Po chwili odczytaj objętość powietrza w strzykawce.
 7. Podgrzewaj wodę w naczyniu do czasu, aż zacznie wrzeć. Ponownie odczytaj objętość powietrza w strzykawce.
 8. Na podstawie wyników swoich pomiarów naszkicuj wykres $V(T)$, gdzie T jest temperaturą w skali Kelvina (na termometrze odczytywałeś ją w skali Celsjusza). Wyciągnij wnioski.



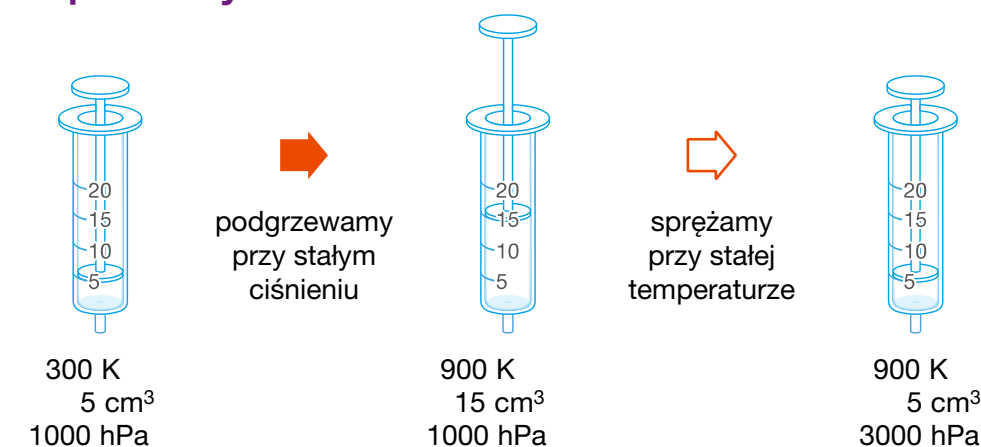
Rys. 8.6. Izobara, wykres wykonano dla jednego mola gazu

Przemiana izobaryczna
 $n = \text{const}$,
 $p = \text{const}$,
 $\frac{V}{T} = \text{const}$

Przemiana izochoryczna

Gdybyśmy w doświadczeniu 10. zablokowali tłoczki strzykawek, gaz zamknięty w strzykawkach podlegałby **przemianie izochorycznej** (gr. *chora* – przestrzeń). W przemianie tej objętość gazu jest stała, a zmieniają się jego temperatura i ciśnienie. Musielibyśmy jednak mierzyć ciśnienie wewnątrz strzykawki, co w warunkach szkolnych jest trudne. Zamiast tego posłużymy się rozumowaniem przedstawionym w ramce na następnej stronie. Pokażemy, że przemianę izochoryczną możemy zastąpić dwiema przemianami: izotermiczną i izobaryczną.

Zmiana temperatury i ciśnienia



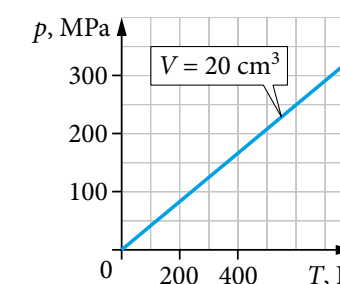
Obie przemiany przedstawione powyżej możemy zastąpić jedną, w której objętość jest stała. Widzimy, że gdy zwiększamy temperaturę gazu, proporcjonalnie zwiększa się jego ciśnienie.

W stałej objętości ciśnienie gazu jest wprost proporcjonalne do jego temperatury:

$$\text{jeśli } V = \text{const, to } \frac{p}{T} = \text{const}$$

Wykres zależności $p(T)$ dla przemiany izochorycznej pokazano obok.

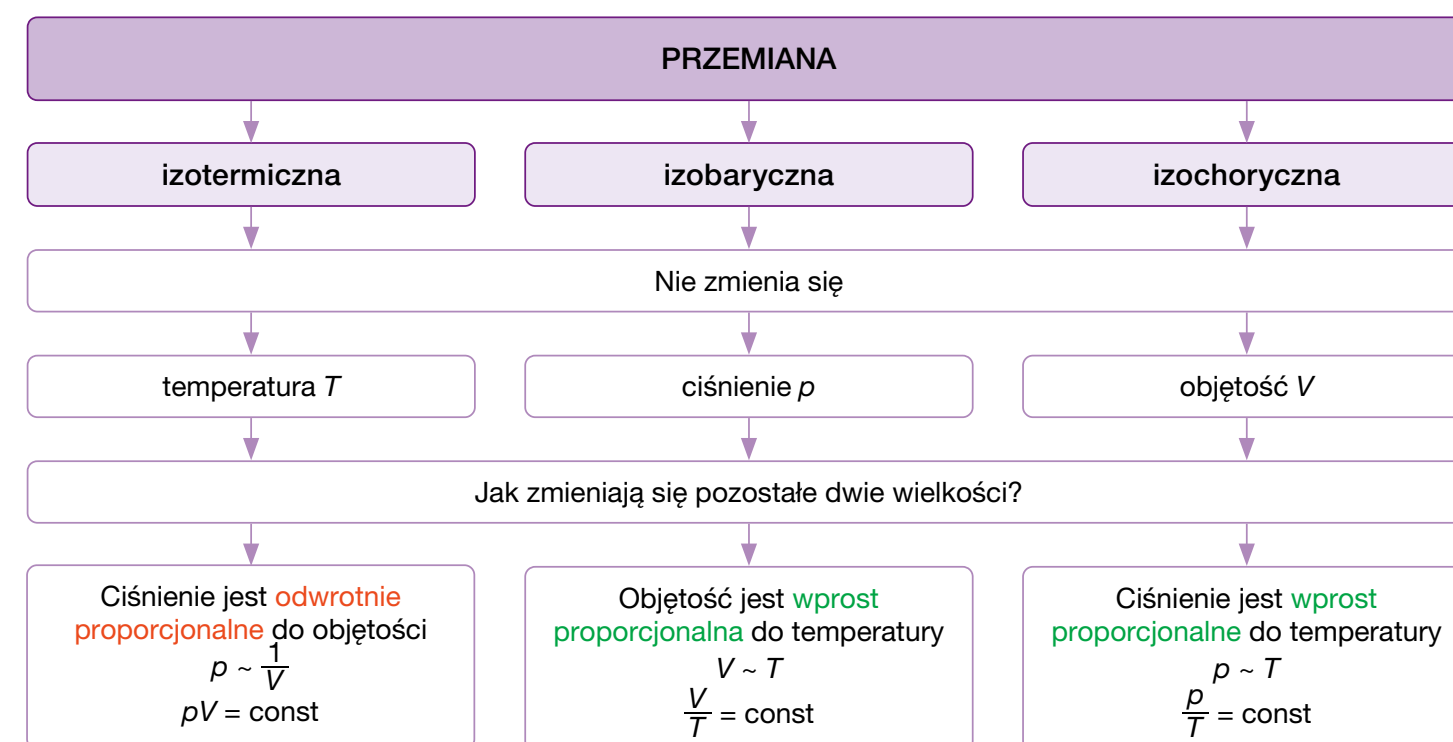
Dodatek matematyczny 3
 → s. 390



Rys. 8.7. Izochora, wykres wykonano dla jednego mola gazu

Porównanie przemian gazu

W każdej z badanych przez nas przemian gazu stałe były: liczba moli (ilość gazu) oraz jedna z pozostałych wielkości (temperatura, ciśnienie albo objętość). Porównajmy te przemiany.



W następnej lekcji zobaczymy, że odkryte przez nas zależności opisujące trzy rodzaje przemian gazowych są szczególnymi przypadkami jednego ogólnego prawa.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Masa powłoki i kosza balonu na ogrzane powietrze wynosi $m = 400$ kg. Powłoka zawiera $V = 3000$ m³ powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym 1013 hPa, rozgrzanego do temperatury $T_2 = 100^\circ\text{C}$. Oblicz łączną masę pasażerów i ładunku, którą może unieść ten balon. Przyjmij, że temperatura na zewnątrz balonu wynosi $T_1 = 20^\circ\text{C}$, a $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Dane: $m = 400$ kg – masa powłoki i kosza balonu,
 $V = 3000$ m³ – objętość powietrza w powłoce,
 $T_2 = 100^\circ\text{C} = 373$ K – temperatura powietrza w powłoce,
 $T_1 = 20^\circ\text{C} = 293$ K – temperatura na zewnątrz balonu

Szukane: $m_{\text{gł}}$ – maksymalna masa, którą może unieść balon

Rozwiązanie:

Analizujemy siły

Przeanalizujmy siły schematycznie przedstawione na rysunku obok. Na balon działają następujące siły zwrócone w dół: ciężar balonu $\vec{F}_{\text{gb}}$, ciężar powietrza w jego powłoce $\vec{F}_{\text{gp}}$ i łączny ciężar pasażerów i ładunku $\vec{F}_{\text{gł}}$. Działa na niego również zwrócona w górę siła wyporu $\vec{F}_{\text{w}}$. Aby balon mógł wznieść się w górę, musi więc zachodzić warunek:

$$F_{\text{w}} \geq F_{\text{gb}} + F_{\text{gp}} + F_{\text{gł}}$$

Aby określić maksymalną masę $m_{\text{gł}}$, potrzebujemy siły $F_{\text{gł}}$. Obliczmy pozostałe siły w powyższym równaniu.

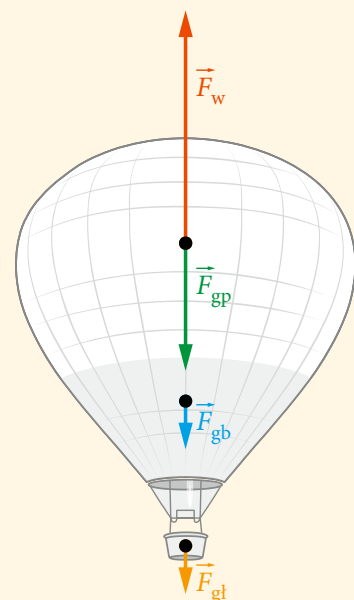
Siła wyporu

Siła wyporu zależy od objętości gazu (lub cieczy), w którym znajduje się wypierane ciało. W tym przykładzie jest nim powietrze. Z tablic fizycznych odczytujemy gęstość powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym w temperaturze $T_1 = 20^\circ\text{C} = 293$ K. Wynosi ona $d_1 = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Balon wypiera taką objętość powietrza, jaką sam zawiera, czyli $V = 3000$ m³. Możemy stąd obliczyć masę powietrza wypartego przez balon:

$$m_1 = d_1 V = 3600 \text{ kg}$$

Na balon działa więc siła wyporu:

$$F_{\text{w}} = m_1 g = 36\,000 \text{ N}$$



➡ Ciężar balonu (bez powietrza)

Balon ma masę 400 kg, a więc jego ciężar wynosi:

$$F_{\text{gb}} = mg = 4000 \text{ N}$$

Ciężar powietrza wewnątrz powłoki balonu

Powłoka balonu ma stałą objętość 3000 m³. Początkowo znajdowało się tam powietrze o temperaturze takiej, jaka panuje na zewnątrz (T_1). Potem powietrze w balonie było podgrzewane do temperatury T_2 . Podgrzewane powietrze zwiększa zajmowaną objętość.

Ponieważ powłoka ma stałą objętość, ale jest otwarta od dołu, więc nadmiar powietrza ucieka do atmosfery. Zatem po podgrzaniu w powłoce balonu znajduje się mniej cząsteczek powietrza niż początkowo, czyli ma ono mniejszą gęstość. Wyznamy ją.

W przemianie izobarycznej kiedy powietrze ogrzewamy $\frac{T_2}{T_1}$ razy, jego objętość rośnie tyle samo razy, a więc tyle samo razy zmniejsza się jego gęstość. Gęstość rozgrzanego powietrza wynosi:

$$d_2 = d_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} = d_1 \frac{T_1}{T_2}$$

Po podstawieniu danych (temperatury podstawiamy w kelwinach) otrzymujemy:

$$d_2 = 0,943 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Znamy gęstość i objętość powietrza w powłoce, więc możemy obliczyć jego masę:

$$m_2 = d_2 V = 2830 \text{ kg}$$

Ciężar powietrza w balonie wynosi więc:

$$F_{\text{gp}} = m_2 g = 28\,300 \text{ N}$$

Znajdujemy ostateczną odpowiedź do zadania

Uzasadnioną wcześniej nierówność:

$$F_{\text{w}} \geq F_{\text{gb}} + F_{\text{gp}} + F_{\text{gł}}$$

możemy przekształcić do postaci:

$$F_{\text{gł}} \leq F_{\text{w}} - F_{\text{gb}} - F_{\text{gp}}$$

Prawą stronę możemy już obliczyć, a więc:

$$F_{\text{gł}} \leq 3700 \text{ N}$$

Taki ciężar ma powietrze o masie:

$$m_{\text{gł}} = \frac{F_{\text{gł}}}{g} \leq 370 \text{ kg}$$

Odpowiedź: Balon udźwignie pasażerów i ładunek o łącznej masie nie większej niż 370 kg.

Pytania i zadania

1. W pompce do roweru mieści się przy maksymalnie wysuniętym tłoku 200 cm^3 powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym, wynoszącym ok. 1000 hPa .
Do jakiego ciśnienia sprężymy powietrze w pompce, jeśli zatkamy wylot powietrza i wciśniemy tłoczek tak, że objętość powietrza zmniejszy się do 150 cm^3 ? Pomiń zmianę temperatury powietrza z powodu pracy przy wciskaniu tłoczka pompki.
2. W strzykawce z zalepionym dzióbkiem znajdowało się 10 cm^3 powietrza o temperaturze 10°C . Tłoczek strzykawki może się swobodnie poruszać, więc ciśnienie w jej wnętrzu się nie zmienia.
Do jakiej temperatury trzeba podgrzać powietrze w strzykawce, aby jego objętość wzrosła do 11 cm^3 ?
3. Szczelne naczynie zawiera powietrze pod ciśnieniem atmosferycznym 1000 hPa i o temperaturze 300 K . Ścianki naczynia ulegną zniszczeniu, gdy różnica ciśnień między wnętrzem i otoczeniem przekroczy 300 hPa .
Do jakiej temperatury można rozgrzać gaz w naczyniu, a do jakiej można go ochłodzić? Załóż, że nawet duże zmiany temperatury nie osłabiają ścianek naczynia.
4. Manometr to urządzenie do pomiaru ciśnienia, m.in. w oponach samochodowych, które wskazuje jego nadwyżkę w stosunku do ciśnienia atmosferycznego. Po długim postoju kierowca odczytał na skali manometru, że w oponach auta panuje ciśnienie $2,5\text{ bara}$. Tego dnia ciśnienie atmosferyczne

wynosiło 1000 hPa , a temperatura powietrza była równa 27°C . Powietrze w oponie ma objętość 40 litrów .

- a) Oblicz, jaką objętość zajęłoby powietrze znajdujące się w oponie, gdyby je rozprężyć do ciśnienia atmosferycznego bez zmiany temperatury.
- b) Oblicz ciśnienie powietrza w oponie, jeśli jego temperatura wzrośnie do 50°C . Załóż, że objętość tego powietrza się nie zmienia.



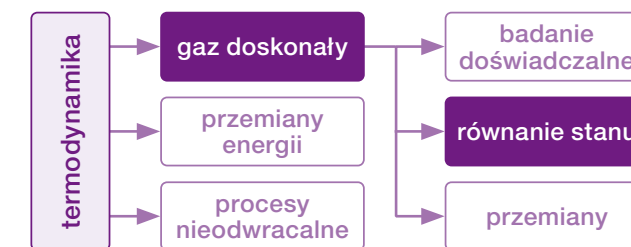
5. Narysuj wykres zależności gęstości powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym od jego temperatury.

Wskazówka. Skorzystaj z części rozwiązania przykładu powyżej.

6. **P** Masa kosza i powłoki balonu na ogrzane powietrze wynosi 300 kg . Pojemność powłoki wynosi $V = 2500\text{ m}^3$.
Oblicz temperaturę, do jakiej trzeba rozgrzać powietrze wewnątrz powłoki, aby balon uniół się w górę wraz z pasażerami o łącznej masie 200 kg . Temperatura na zewnątrz balonu wynosi 300 K . Gęstość powietrza w tej temperaturze to $1,2\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

8.2

Równanie Clapeyrona



Ważne w tej lekcji:

- model gazu doskonałego,
- równanie Clapeyrona,
- prawa przemian gazowych jako jego szczególne przypadki.

Przypomnij sobie:

- Ciśnienie gazu jest skutkiem uderzeń jego cząsteczek o ścianki naczynia.
- Do opisu gazu używamy czterech wielkości: liczby cząsteczek lub liczby moli, objętości, temperatury i ciśnienia.
- Gaz może podlegać przemianom, m.in. izobarycznej, izochorycznej i izotermicznej.

Na poprzedniej lekcji opisaliśmy zależności między ciśnieniem, temperaturą i objętością gazu, przy czym badaliśmy wyłącznie przypadki, gdy jedna z tych wielkości jest stała (rys. 8.8).

Co się jednak dzieje, gdy wszystkie te wielkości zmieniają się jednocześnie? I dlaczego właściwie zachodzą potwierdzone przez nas doświadczalnie zależności?

Aby odpowiedzieć na te pytania, posłużymy się **modelem gazu doskonałego**.

Model gazu doskonałego

W modelach używanych w fizyce, np. w znanym ci już modelu punktu materialnego, pomijamy pewne wielkości. Tak samo robimy w przypadku modelu gazu doskonałego.



Rys. 8.8. Termometr gazowy określa temperaturę na podstawie ciśnienia gazu przy jego stałej objętości

Punkt materialny – model ciała, którego rozmiary pomijamy.



Pełna definicja brzmi:

Gaz doskonały to model gazu traktowanego jako zbiór wielu punktów materialnych zderzających się ze sobą i ze ścianami naczynia.

Jaki gaz jest doskonały?

Pojęcie gazu doskonałego jest modelem, a więc opisem przybliżonym, wyidealizowanym. Jednak dla gazów w zwykłych warunkach jest to bardzo dobre przybliżenie.

Na przykład w powietrzu pod ciśnieniem atmosferycznym i w temperaturze pokojowej:

- same cząsteczki zajmują ok. 0,05% objętości gazu,
- pomiędzy zderzeniami cząsteczka przebywa drogę średnio kilkaset razy większą od swoich rozmiarów.

W wyobrażeniu sobie tych proporcji pomoże ci ramka na dole s. 63. Ten model przestanie poprawnie opisywać rzeczywistość dopiero wtedy, gdy gaz sprężymy albo ochłodzimy przy stałym ciśnieniu na tyle, że odległości między cząsteczkami znacznie się zmniejszą.

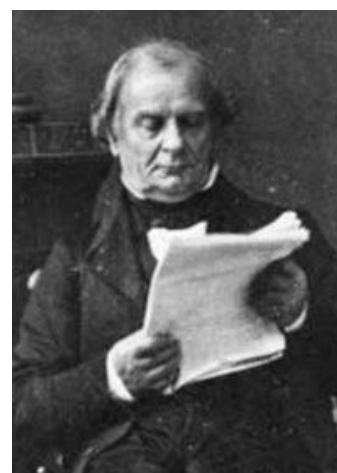
Równanie stanu gazu doskonałego

Model gazu doskonałego pozwala wyprowadzić równanie łączące ze sobą wszystkie wielkości opisujące gaz (ciśnienie, objętość, temperaturę, liczbę moli). Nazywamy je równaniem stanu gazu doskonałego albo równaniem Clapeyrona.

Ma ono postać:

$$pV = nRT$$

objętość ciśnienie stała gazowa temperatura w skali Kelvina liczba moli



Rys. 8.9. Émile Clapeyron (czyt. emil klapejra, 1799–1864) francuski fizyk, twórca podstaw termodynamiki, w tym równania stanu gazu doskonałego

Stała R , zwana **stałą gazową**, jest iloczynem stałej Boltzmanna k i stałej Avogadra N_A :

$$R = kN_A = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

W ramce na następnej stronie przedstawiamy wyprowadzenie równania Clapeyrona.

Równanie Clapeyrona a przemiany gazu

Wystarczą proste przekształcenia równania Clapeyrona $pV = nRT$, aby uzyskać zależności odkrywane przez nas doświadczalnie w lekcji 8.1. Załóżmy, że liczba moli gazu podczas przemiany nie ulega zmianie ($n = \text{const}$). Przekształćmy równanie Clapeyrona tak, aby po jego prawej stronie znalazły się wartości stałe podczas danej przemiany gazowej. Otrzymamy wtedy zależności opisane w tabeli 8.1.

Równanie Clapeyrona pozwoli nam także zbadać, co się dzieje, gdy zmieniają się jednocześnie wszystkie trzy wielkości opisujące gaz. Zajmiemy się tym w następnej lekcji.

Tabela 8.1. Równanie Clapeyrona i wykresy przemian gazowych

Wykresy Przemiany	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
izotermiczna $T = \text{const}$ $pV = nRT = \text{const}$			
izochoryczna $V = \text{const}$ $\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} = \text{const}$			
izobaryczna $p = \text{const}$ $\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{const}$			

A to ciekawe

Porównajmy cząsteczki do piłeczek pingpongowych, a naczynie z gazem – do sali gimnastycznej o wysokości 8 m. Gdyby piłeczki ułożyć w jednej warstwie, zajęłyby tylko 20% powierzchni podłogi. One jednak poruszają się swobodnie po całej objętości sali. Średnia odległość między piłeczkami to prawie pół metra, a średnia droga pomiędzy zderzeniami – ponad 10 m.

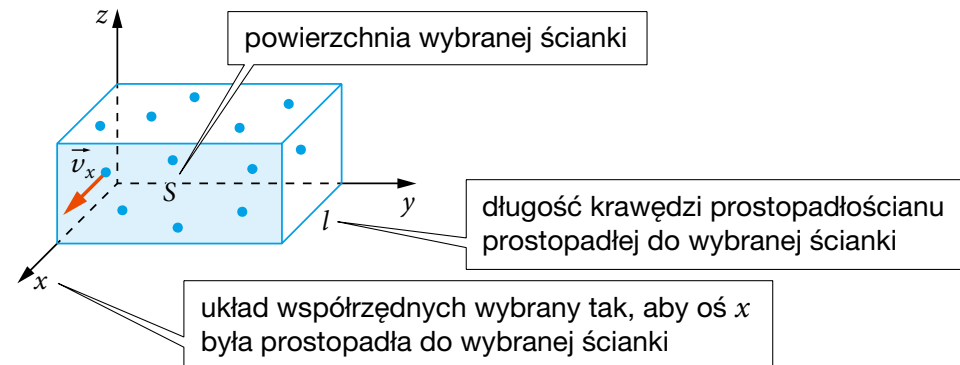


F Wyprowadzenie równania Clapeyrona

Aby określić zależność między wielkościami opisującymi gaz doskonały, musimy sobie przypomnieć, że ciśnienie wywierane przez gaz na ścianki naczynia jest wywołane przez uderzenia o nie cząsteczek gazu. Pomijamy tutaj zderzenia między cząsteczkami.

Krok 1. Wprowadzamy oznaczenia

Wyobraźmy sobie dla uproszczenia prostopadłościenne naczynie i wybierzmy jedną jego ściankę. Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku.



Rozważmy ruch cząsteczki, której energia kinetyczna jest równa średniej energii kinetycznej wszystkich cząsteczek gazu. Cząsteczka porusza się z pewną prędkością $\vec{v}$. Zgodnie z zasadą niezależności ruchów dla uderzenia w wybraną ściankę ma znaczenie tylko składowa $\vec{v}_x$ tej prędkości (→ **Niezależność ruchów**, podręcznik cz. 1 s. 107).

Krok 2. Wyznaczamy czas pomiędzy zderzeniami

Pomiędzy kolejnymi zderzeniami cząsteczka musi dolecieć do przeciwległej ściany i z powrotem, a więc pokonuje wzdłuż osi x drogę $2l$. Zajmuje to czas:

$$\Delta t = \frac{2l}{v_x}$$

Krok 3. Wyznaczamy średnią wartość siły, jaką cząsteczka działa na ściankę

Interesuje nas średnia wartość siły w całym czasie Δt , a nie tylko w czasie samego zderzenia. Dlatego możemy skorzystać z drugiej zasady dynamiki:

$$F\Delta t = \text{zmiana pędu w kierunku } x = 2mv_x$$

(wartość pędu się nie zmienia, ale jego zwrot zmienia się na przeciwny). Stąd:

$$F = \frac{2mv_x}{\Delta t}$$

czyli po podstawieniu wyrażenia na Δt otrzymujemy:

$$F = 2mv_x \cdot \frac{v_x}{2l} = \frac{mv_x^2}{l}$$

Krok 4. Wyznaczamy średnie ciśnienie działające na ściankę

Korzystamy z definicji ciśnienia:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mv_x^2}{Sl}$$

gdzie Sl to objętość pudełka V , więc:

$$p = \frac{mv_x^2}{V}$$

F – siła nacisku, S – pole powierzchni, na którą działa ta siła

➔ Krok 5. Przechodzimy od prędkości do energii

Zapiszmy średnią energię kinetyczną ruchu postępowego cząsteczek za pomocą składowych prędkości (rys. obok). Korzystamy z zależności $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ wynikającej z twierdzenia Pitagorasa:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

Wiemy jednak, że cząsteczki gazu poruszają się bezładnie we wszystkich kierunkach. Skoro więc żaden kierunek nie jest wyróżniony, to średnio $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$, co zapisujemy następująco:

$$E_k = \frac{1}{2}m \cdot 3v_x^2 = \frac{3}{2}mv_x^2$$

Do wyprowadzonego wcześniej wzoru na ciśnienie możemy teraz podstawić $mv_x^2 = \frac{2}{3}E_k$. Otrzymujemy:

$$p = \frac{\frac{2}{3}E_k}{V}$$

Krok 6. Przechodzimy od energii do temperatury

Średnia energia kinetyczna cząsteczek gazu jest proporcjonalna do temperatury:

$$E_k = \frac{3}{2}kT$$

k – stała Boltzmanna

Wobec tego nasz wzór zyskuje postać:

$$p = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}kT}{V} = \frac{kT}{V}$$

czyli:

$$pV = kT$$

Krok 7. Przechodzimy od jednej do wielu cząsteczek

Dotychczas rozważaliśmy ruch pojedynczej cząsteczki. Jednak w gazie cząsteczek jest znacznie więcej – oznaczmy ich liczbę jako N . Wspólnie wywierają one na ścianę naczynia ciśnienie większe N razy, niż pojedyncza cząsteczka:

$$p = N \frac{kT}{V}$$

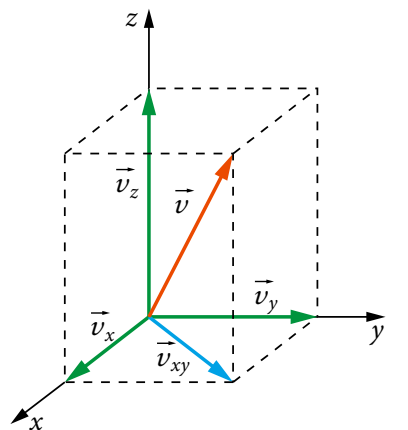
W jednym molu gazu jest N_A cząsteczek, czyli w n molach gazu łączna liczba cząsteczek wynosi $N = nN_A$. Podstawmy tę zależność do naszego równania i pomnożmy je stronami przez V . Otrzymujemy:

$$pV = nN_A kT$$

Dla uproszczenia iloczyn dwóch stałych: N_A i k , zastępujemy jedną stałą $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, zwaną stałą gazową. W ten sposób otrzymaliśmy równanie Clapeyrona:

$$pV = nRT$$

gdzie: p – ciśnienie, V – objętość, T – temperatura w skali Kelvina, n – liczba moli.



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

W pompce rowerowej znajdowało się powietrze pod ciśnieniem atmosferycznym i o temperaturze 10°C . Kiedy Paweł wcisnął tłok, sprężył powietrze do objętości 3 razy mniejszej niż początkowa. Okazało się wtedy, że wentyl dętki jest zatkany i powietrze nie wydostaje się z pompki. Manometr pompki wskazywał wtedy ciśnienie 2,5 bara, co oznaczało, że ciśnienie w pompce jest o 2,5 bara wyższe niż atmosferyczne. Oblicz, jaka była temperatura powietrza w pompce po wciśnięciu tłoczka.

Dane: $T_1 = 10^{\circ}\text{C}$ – temperatura początkowa, $p_2 = 1 \text{ bar} + 2,5 \text{ bar} = 3,5 \text{ bar}$ – ciśnienie końcowe (manometr pokazuje tylko nadwyżkę nad ciśnieniem atmosferycznym)

Szukane: T_2 – temperatura końcowa

Rozwiązanie:

Informację o zmianie objętości możemy zapisać w postaci:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3}$$

Podobnie – informację o ciśnieniu. Ciśnienie 3,5 bara to ok. 3,5 razy więcej niż ciśnienie atmosferyczne, a więc:

$$\frac{p_2}{p_1} \approx 3,5$$

Korzystamy z równania Clapeyrona:

$$pV = nRT$$

Zauważmy, że wielkość:

$$nR = \frac{pV}{T}$$

jest stała – powietrze nie wydostawało się z pompki, więc nie zmieniała się liczba moli n . Zatem dla danych początkowych i końcowych zapisujemy równość:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Przekształcamy ją i obliczamy stosunek temperatur:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{V_2}{V_1} = 3,5 \cdot \frac{1}{3} \approx 1,167$$

Temperaturę początkową przeliczamy na kelwiny:

$$T_1 = 10^{\circ}\text{C} = 283 \text{ K}$$

Tak więc:

$$T_2 = 1,167 \cdot T_1 = 1,167 \cdot 283 \text{ K} = 330 \text{ K}$$

Odpowiedź: Temperatura powietrza wzrosła do 330 K, czyli 57°C .

1 bar = 1000 hPa (czyli w przybliżeniu ciśnienie atmosferyczne)

W równaniu Clapeyrona występuje temperatura w skali bezwzględnej.

1. W zbiorniku o pojemności 2 m^3 znajduje się 100 moli gazu o temperaturze 280 K. Oblicz ciśnienie gazu.

2. Oblicz objętość 1 mola gazu doskonałego w warunkach normalnych (czyli: $t = 0^{\circ}\text{C}$ i $p = 1013,25 \text{ hPa}$), a następnie – długość krawędzi sześcianu o takiej objętości.

Uwaga. Objętość jednego mola gazu jest nazywana objętością molową. Ponieważ właściwości rzeczywistych gazów są zbliżone do właściwości gazu doskonałego, więc objętość molowa dowolnego gazu w podanych warunkach będzie zbliżona do wartości obliczonej w zadaniu.

3. W zbiorniku o pojemności 100 litrów znajduje się azot sprężony do ciśnienia 200 kPa. Jego temperatura wynosi 300 K. Oblicz liczbę moli azotu w zbiorniku, a następnie jego masę

Wskazówka. Azot jest gazem dwuatomowym (tzn. jego cząsteczka składa się z dwóch atomów). Masę atomową azotu znajdziesz w układzie okresowym.

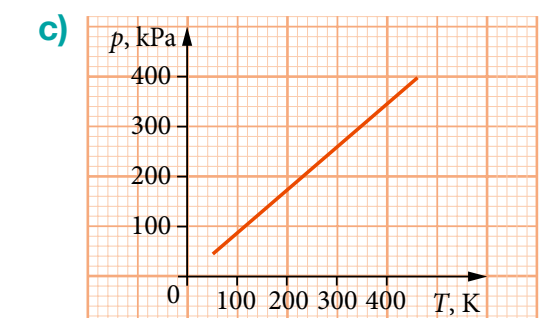
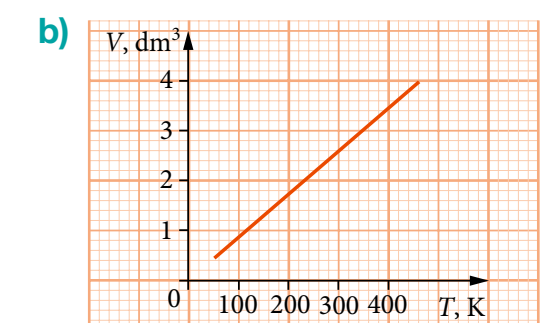
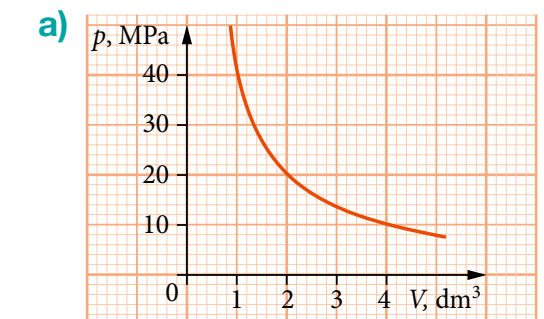
4*. Oszacuj, jak zmieni się siła oddziaływania wiatru na ścianę oranżerii, jeśli jego prędkość wzrośnie dwukrotnie.

Uzasadnij odpowiedź. Wyjaśnij jej związek z wyprowadzeniem równania Clapeyrona.



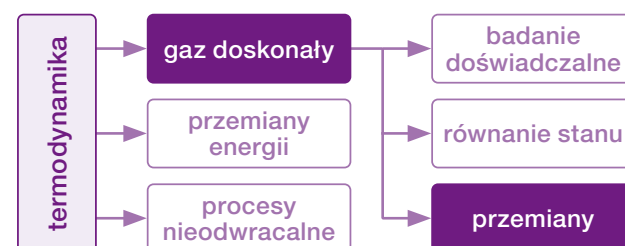
5. P W strzykawce znajdowało się powietrze pod ciśnieniem 1000 hPa i w temperaturze 300 K. Następnie powietrze sprężono do dwukrotnie mniejszej objętości. Na skutek dostarczenia energii podczas wciskania tłoczka powietrze rozgrzało się do temperatury 320 K. Oblicz ciśnienie sprężonego powietrza.

6. Poniżej pokazano wykresy zależności dwóch wielkości podczas różnych przemian 4 moli gazu doskonałego (rys. a–c). Nazwij przemiany zobrazowane na wykresach i określ, która wielkość jest stała w danej przemianie. Oblicz wartość stałej wielkości dla poszczególnych wykresów.



8.3

Przemiany gazu doskonałego



Ważne w tej lekcji:

- wykresy przemian gazowych,
- przemiana adiabatyczna,
- pierwsza zasada termodynamiki.

Przypomnij sobie:

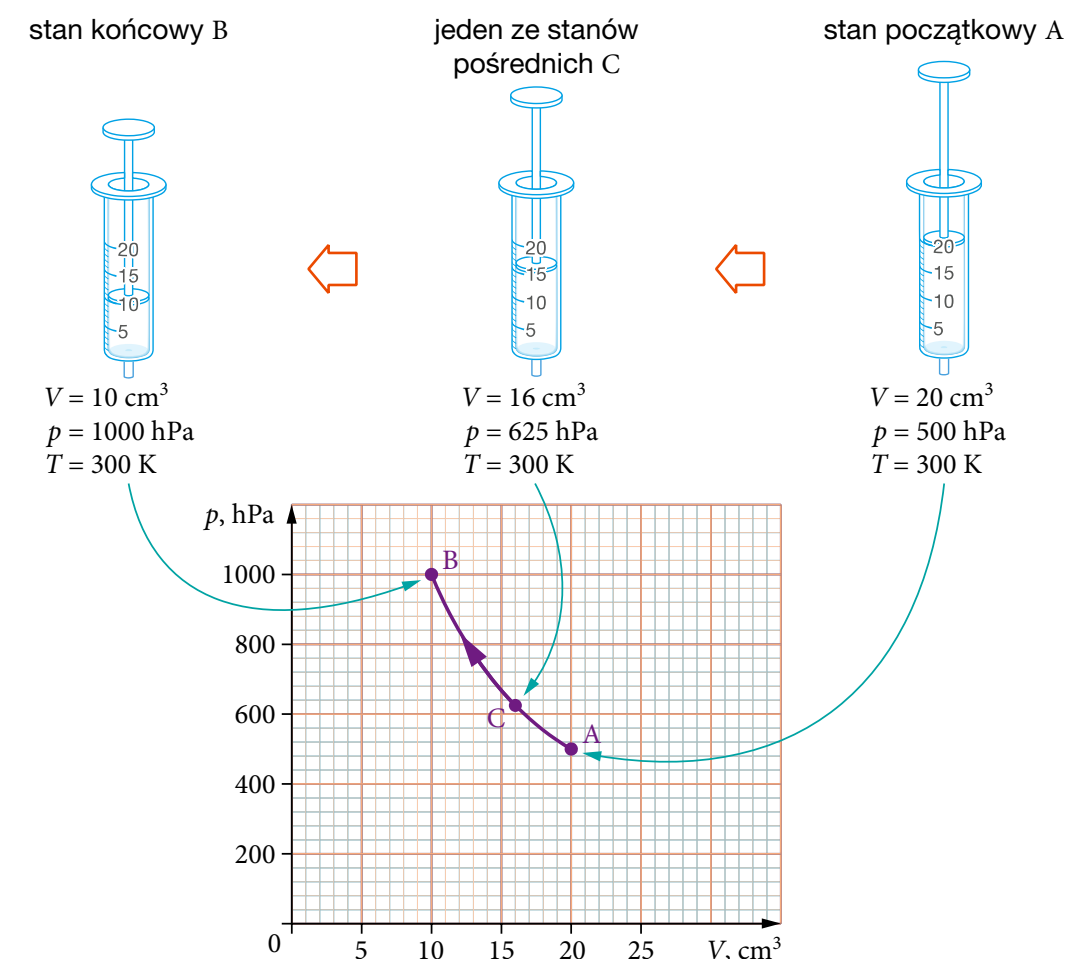
- Wielkości opisujące gaz doskonały spełniają równanie Clapeyrona: $pV = nRT$.
- Gaz może podlegać przemianom, m.in. izobarycznej, izochorycznej i izotermicznej.
- Zgodnie z zasadą zachowania energii całkowita energia układu izolowanego nie zmienia się w czasie.

Wykresy przemian gazowych

W przemianie stałej ilości gazu zmieniają się trzy wielkości: ciśnienie, temperatura i objętość. Mówimy, że te trzy wielkości opisują **stan gazu** w danej chwili. Aby przedstawić stan gazu w układzie współrzędnych na płaszczyźnie, możemy wybrać dwie z tych wielkości, ponieważ trzecią można wtedy wyznaczyć z równania Clapeyrona. My wybierzemy ciśnienie i objętość. Przekonasz się wkrótce, dlaczego taki wybór jest wygodny.

Stan gazu w danej chwili zaznaczamy jako punkt w układzie współrzędnych (V, p) . Punkty odpowiadające kolejnym stanom gazu podczas przemiany tworzą linię w tym układzie współrzędnych.

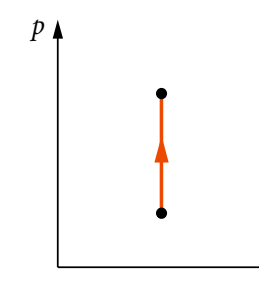
Możemy sobie więc wyobrazić, że punkt opisujący stan gazu porusza się po wykresie przemiany i tworzy odpowiednią linię. Na wykresie na następnej stronie (rys. 8.10) widzisz przykład takiej linii (koloru fioletowego) dla sprężania izotermicznego.



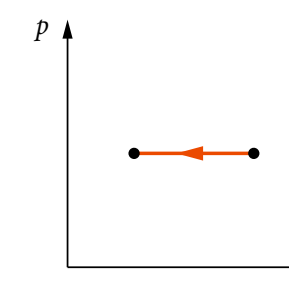
Rys. 8.10. Wykres w układzie (V, p) dla izotermicznego sprężania gazu od $V_A = 20 \text{ cm}^3$ do $V_B = 10 \text{ cm}^3$

Przemiany gazowe w układzie (V, p)

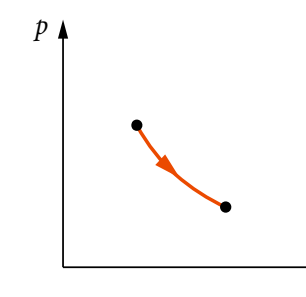
Z wykresu w układzie (V, p) możemy wywnioskować, z jaką przemianą mamy do czynienia. Warto to robić podczas rozwiązywania zadań z wykresami, aby rozumieć, o czym jest mowa. Oto przykłady:



Objętość V się nie zmienia, czyli jest to **przemiana izochoryczna**.
Rośnie ciśnienie. Jak to uzyskać w stałej objętości, a więc bez sprężania gazu? Trzeba go podgrzać.
Zatem jest to **izochoryczne podgrzewanie**.



Ciśnienie p się nie zmienia, czyli jest to **przemiana izobaryczna**.
Maleje objętość. Jak to zrobić bez zwiększania ciśnienia? Trzeba ochłodzić gaz.
Zatem jest to **izobaryczne chłodzenie**.



Rozprężamy gaz, jego ciśnienie maleje. Wykres wygląda na hiperbolę, a więc może to być **przemiana izotermiczna**.
Jest to prawdopodobnie **izotermiczne rozprężanie**.

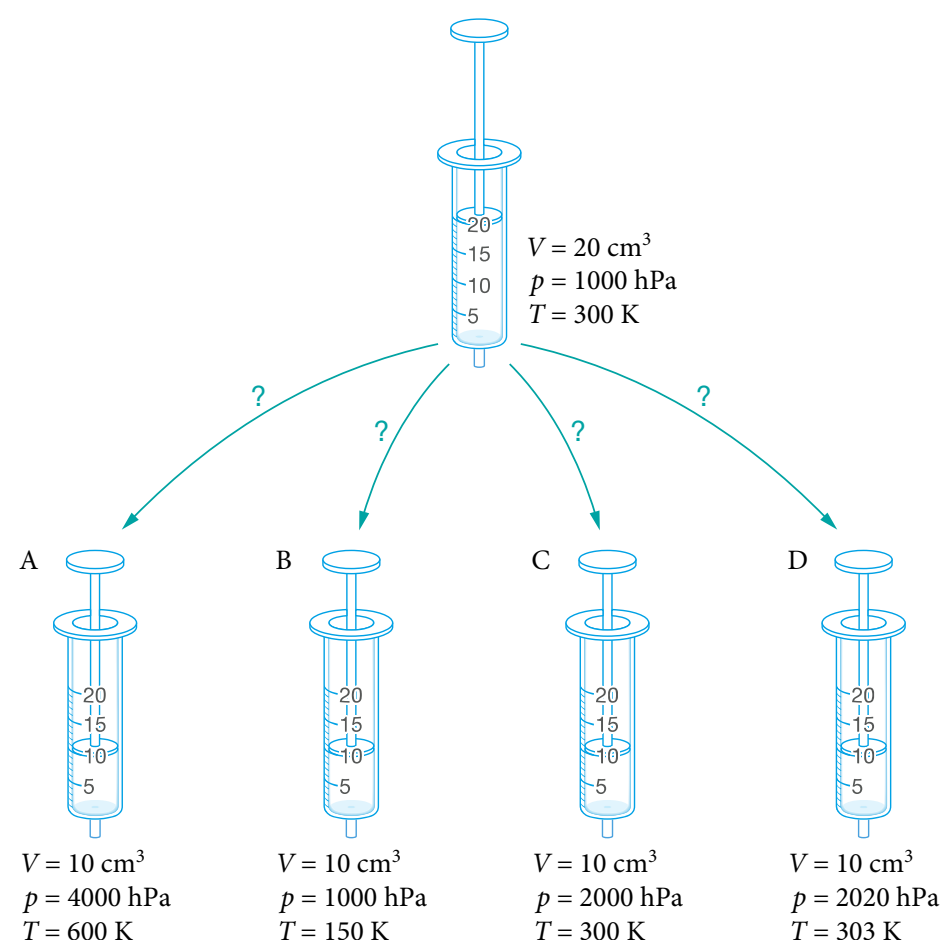
Uwaga. Nie zawsze na oko, czyli kierując się pierwszym wrażeniem, możemy ocenić, że krzywa jest hiperbolą. Podobnie do wykresu przemiany izotermicznej będzie wyglądał wykres przemiany, w której temperatura zmienia się nieznacznie (rys. 8.14 s. 72).

Jaka przemiana zajdzie naprawdę

Wyobraź sobie, że sprężamy powietrze w strzykawkę od 20 cm³ do 10 cm³. Początkowa temperatura powietrza wynosi 300 K, a ciśnienie 1000 hPa. A ile będą wynosić te wielkości na koniec tej przemiany?

Na pewno spełniają one równanie Clapeyrona, ale mamy w nim dwie niewiadome (T i p), więc rozwiązań jest nieskończenie wiele. Cztery z nich przedstawia schemat (rysunek poniżej).

Która z przemian zajdzie naprawdę, gdy wciśniemy tłoczek? Rozróżnienie między tymi możliwościami wymaga przywołania innego prawa fizyki: **zasady zachowania energii**.



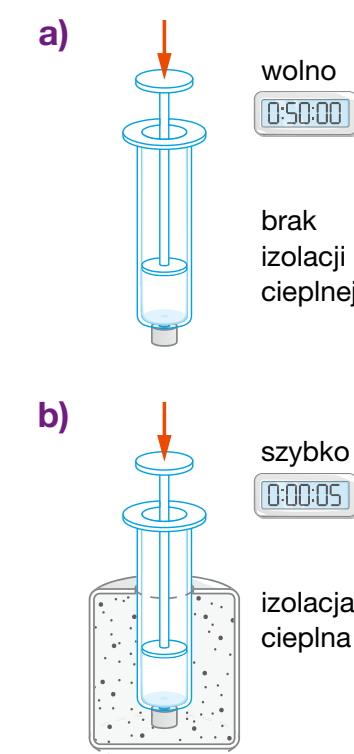
Rys. 8.11. Różne stany końcowe układu początkowego po sprężaniu powietrza od 20 cm³ do 10 cm³. Zakładamy, że używamy strzykawek wytrzymujących ekstremalne temperatury

Sprężanie izotermiczne i sprężanie adiabatyczne

Gdy wciskamy tłoczek, wykonujemy pracę i dostarczamy gazowi energii. Z mikroskopowego punktu widzenia przekazywanie energii ma miejsce podczas zderzeń między cząsteczkami gazu a poruszającym się w ich stronę tłoczkiem. Można to porównać do zderzenia piłki tenisowej z poruszającą się w jej stronę rakietą. Cząsteczki – podobnie jak piłka – rozpędzają się na skutek zderzenia, a tłoczek – podobnie jak rakietka – traci energię. Działająca na tłoczek siła zewnętrzna pozwala jednak odzyskać mu energię i zapobiega jego zatrzymaniu.

Uzyskaną energię wewnętrzną gaz może stracić lub oddać do otoczenia. Są trzy scenariusze:

- Jeśli przemiana zachodzi powoli, a zbiornik gazu nie jest izolowany od otoczenia (rys. 8.12a), to na bieżąco oddaje on część energii, a jego temperatura podczas przemiany pozostaje stała. Mamy wtedy do czynienia z **przemianą izotermiczną**.
- Jeśli zbiornik gazu jest izolowany od otoczenia (rys. 8.12b) lub przemiana zachodzi na tyle szybko, że wymiana ciepła z otoczeniem jest pomijalnie mała, to cała energia włożona w postaci pracy zmienia się w energię wewnętrzną gazu. Taką przemianę nazywamy **adiabatyczną**.
- Przemiany izotermiczna i adiabatyczna to dwa wyidealizowane przypadki. W praktyce podczas sprężania gazu mamy do czynienia z przemianami, w których część (ale nie całość) energii uzyskanej przez gaz trafia do otoczenia. Temperatura gazu rośnie, ale nie tak bardzo jak w przemianie adiabatycznej.



Rys. 8.12. Sprężanie gazu: a) izotermiczne, b) adiabatyczne

Przemiana adiabatyczna – różne możliwości

Oprócz adiabatycznego sprężania możemy mówić także o adiabatycznym rozprężaniu. Ma ono miejsce wtedy, gdy gaz rozpręża się pod wpływem własnego ciśnienia i wykonuje pracę kosztem swojej energii wewnętrznej. Ponieważ nie może pobrać ciepła z otoczenia, więc jego temperatura spada. Ogólnie możemy zatem powiedzieć:

Przemiana adiabatyczna to przemiana, w której nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem.

Przemiana adiabatyczna w przyrodzie i technice

Z przemianą w dobrym przybliżeniu adiabatyczną mamy do czynienia w atmosferze. Ponieważ powietrze jest przezroczyste, w niewielkim stopniu nagrzewa się bezpośrednio od promieni słonecznych, a bardziej – od gruntu. Rozgrzane powietrze ma mniejszą gęstość, więc się unosi. Na większych wysokościach, gdzie ciśnienie jest niższe, powietrze rozpręża się adiabatycznie i na skutek tego – ochładza.

Zmniejszenie temperatury powoduje skraplanie pary wodnej zawartej w powietrzu. Właśnie w ten sposób powstają chmury kłębiaste – cumulusy (rys. 8.13). Są one płaskie od spodu, ponieważ ich dolna granica przypada na wysokość, na której para wodna się skrapla.

Z kolei w technice z przemianami adiabatycznymi mamy do czynienia przede wszystkim w przypadku zjawisk bardzo szybkich, takich jak spalanie mieszanki paliwowej w silniku spalinowym.

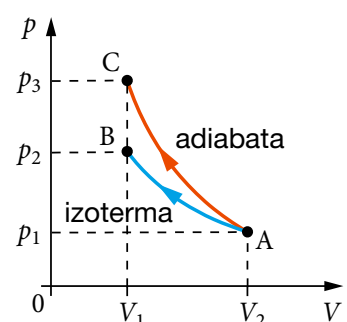


Rys. 8.13. Chmury kłębiaste nad Ślężą



A to ciekawe

Może się wydawać, że wykresy w układzie (p, V) to tylko teoretyczny opis przemiany gazu, a tymczasem z takiego wykresu korzysta się np. przy badaniu silników spalinowych. Czujnik ciśnienia oraz czujnik położenia tłoka w cylindrze (a tym samym – objętości gazów pod tłokiem) podłączamy do oscyloskopu, czyli urządzenia rysującego wykresy zgodnie z podanym sygnałem elektrycznym.



Rys. 8.14. Wykresy przemian: izotermicznej (niebieski) i adiabatycznej (czerwony)

Wykres przemiany adiabatycznej

Wyprowadzenie wzorów opisujących przemianę adiabatyczną wykracza poza szkolny program matematyki. Możemy jednak przedstawić wykres opisujący tę przemianę.

Na pierwszy rzut oka jest on podobny do wykresu przemiany izotermicznej, dlatego oba narysujemy w jednym układzie współrzędnych (rys. 8.14) i przyjrzymy się różnicy między nimi.

Jak widzisz, adiabatą jest bardziej stroma niż izoterma. Oznacza to, że gdy sprężamy gaz do tej samej objętości, w procesie adiabatycznym uzyskamy wyższe ciśnienie niż w izotermicznym. Fizyczna przyczyna tego stanu rzeczy jest łatwa do wyjaśnienia: podczas sprężania adiabatycznego rośnie temperatura gazu, co powoduje dodatkowy wzrost ciśnienia.

Zasada zachowania energii w zjawiskach cieplnych

W zjawiskach cieplnych, tak jak we wszystkich zjawiskach w przyrodzie, jest spełniona zasada zachowania energii.

- Jeśli więc **do układu dostarczamy ciepło**, to **zwiększamy** jego energię wewnętrzną. Gdy **układ oddaje ciepło** – jego energia wewnętrzna się **zmniejsza**.
- Gdy **wykonujemy pracę nad układem**, jego energia wewnętrzna **rośnie**, a gdy to **układ wykonuje pracę** – jego energia wewnętrzna **maleje**.

Opisane zależności można przedstawić w następującej postaci:

Przyrost energii wewnętrznej układu jest równy sumie ciepła dostarczonego do układu oraz pracy wykonanej nad tym układem:

$$\Delta E_{\text{układu}} = Q_{\text{dostarczone}} + W_{\text{nad układem}}$$

Powyższa zależność to **pierwsza zasada termodynamiki**. Ta nazwa pochodzi z czasów, gdy jeszcze nie znano zasady zachowania energii (patrz „A to ciekawe” s. 73). Dziś pierwsza zasada termodynamiki jest po prostu szczególnym przypadkiem zasady zachowania energii.

Plus czy minus?

Równanie opisujące treść pierwszej zasady termodynamiki zwykle zapisuje się krócej w postaci:

$$\Delta E = Q + W$$

Przyjmujemy wtedy umowę, że jeśli Q i W oznaczają utratę energii przez układ, to są liczbami ujemnymi. Na przykład:

- gdy układ oddaje ciepło 100 J, przyjmujemy, że $Q = -100$ J,
- gdy układ wykonuje pracę 100 J, przyjmujemy, że $W = -100$ J.

Niestety, szybko się przekonamy, że ta umowa jest mało wygodna. W kolejnych lekcjach często będziemy mówić o pracy wykonywanej przez rozprężający się gaz, na przykład w silniku spalinowym, a nie o pracy wykonanej nad gazem.

Dlatego w naszej książce przyjmujemy umowę, że ciepło Q i praca W będą zawsze liczbami dodatnimi, a podczas obliczania zmiany energii wewnętrznej gazu będziemy ustalać znak na podstawie fizycznego przebiegu zjawiska.

Przykładowo, jeśli gaz pobrał ciepło $Q = 500$ J, a jednocześnie wykonał pracę $W = 800$ J, to zmianę jego energii wewnętrznej obliczymy jako:

$$\Delta E = +500 \text{ J} - 800 \text{ J} = -300 \text{ J}$$

plus, ponieważ gaz pobiera energię w postaci ciepła minus, ponieważ gaz oddaje energię w postaci pracy minus, a więc energia gazu się zmniejszyła

Jeśli chcemy opisać naszą umowę ogólnym wzorem, to zamiast $\Delta E = Q + W$ możemy napisać:

$$\Delta E = \pm Q \pm W$$

A to ciekawe

Na początku XIX w. powszechnie przyjęto teorię zjawisk cieplnych, według której za te zjawiska odpowiada substancja zwana ciepłikiem. Ciepłik nie mógł powstawać ani znikać, mógł jednak przepływać między ciałami i powodować zmianę ich temperatury albo stanu skupienia. Była to teoria ilościowa – pozwalała na wykonywanie obliczeń, których wyniki z powodzeniem potwierdzano w doświadczeniach i wykorzystywano w teorii silników cieplnych.

Zjawiska rozgrzewania się ciał na skutek wykonania pracy tłumaczono wyciskaniem ciepłika z ciał, a nie zamianą pracy na ciepło. Przecież podobnie poprzez wykonanie pracy możemy wycisnąć wodę z gąbki, a nie oznacza to, że praca zmienia się w wodę. Dopiero odkrycie zjawisk, dzięki którym można było otrzymać dowolnie dużo ciepła kosztem pracy wykonywanej przez dowolnie długi czas, pozwoliło obalić teorię ciepłika. Więcej o tej teorii dowiesz się z artykułu na s. 113–114.



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Pewną ilość azotu poddano przemianie $A \rightarrow B$, a następnie $B \rightarrow C$, tak jak przedstawia diagram. W stanie B gaz miał temperaturę 4000°C .

a) Nazwij przemianę $A \rightarrow B$. Jak fizycznie uzyskać taką przemianę?

b) Oblicz temperaturę w stanie C.

Dane: wykres, $T_B = 4000^\circ\text{C}$ **Szukane:** przemiana $A \rightarrow B$, T_C

Rozwiązanie:

a) W przemianie $A \rightarrow B$ ciśnienie gazu się nie zmieniało. Była to więc przemiana izobaryczna. Zwiększała się objętość gazu, co mogło wynikać tylko ze wzrostu temperatury.

Było to więc **izobaryczne ogrzewanie**. Taką przemianę można przeprowadzić, podgrzewając gaz w naczyniu z ruchomym tłokiem, który pozwala na wyrównywanie ciśnienia gazu z ciśnieniem zewnętrznym.

Odpowiedź: Izobaryczne ogrzewanie.

b) Przy stałej objętości ciśnienie jest proporcjonalne do temperatury. Zatem:

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{p_B}{p_C}$$

Ciśnienie w stanach B i C odczytujemy z wykresu. Otrzymujemy:

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{p_B}{p_C} = \frac{0,8 \text{ MPa}}{0,4 \text{ MPa}} = 2$$

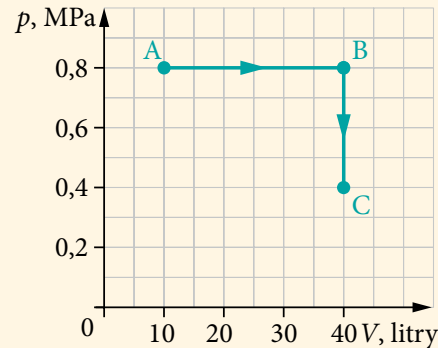
czyli:

$$T_C = \frac{T_B}{2}$$

Ta zależność (podobnie jak równanie Clapeyrona) dotyczy **tylko** temperatury w skali bezwzględnej. Przeliczamy więc temperaturę T_B na kelwiny: $T_B = 4000^\circ\text{C} = 4273 \text{ K}$, czyli:

$$T_C = \frac{4273 \text{ K}}{2} \approx 2137 \text{ K}$$

Odpowiedź: Temperatura w stanie C wynosiła 2137 K (1864°C).



Nie musisz pamiętać właściwości każdej przemiany z osobna – wszystkie wynikają z równania Clapeyrona.

1. **P** Ponownie rozważ przemiany omówione w przykładzie powyżej.

a) Nazwij przemianę $B \rightarrow C$. Jak fizycznie uzyskać taką przemianę?

b) Oblicz temperaturę w stanie A. Podaj wynik w kelwinach i w stopniach Celsjusza.

c) Oblicz liczbę moli gazu.

2. Aby sprężyć gaz, wykonano nad nim pracę 800 J . W tym samym czasie gaz oddał do otoczenia 100 J ciepła. Jak zmieniła się energia wewnętrzna gazu? Przerysuj do zeszytu rysunek 8.14 (s. 72) i naszkicuj na nim wykres opisanej przemiany zaczynający się od punktu A.

Wskazówka. Zastanów się, czy przyrost temperatury gazu jest mniejszy, większy czy taki sam jak w przemianie adiabatycznej.

3. W strzykawce znajdowało się 10 cm^3 powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym, gdy dzióbek strzykawki zaklejono. Następnie strzykawka została zanurzona w głębokim jeziorze.

a) W jaki sposób taką strzykawkę wykorzystać jako głębokościomierz?

b) Jak głęboko zanurzono strzykawkę, jeśli tłoczek wskazuje 7 cm^3 ?

c) Co wskaże tłoczek na głębokości 30 m ?

Uwaga. Dla uproszczenia załóż stałość temperatury wody i gazu w strzykawce.

4. W gaśnicy śniegowej znajduje się skroplony dwutlenek węgla w temperaturze pokojowej, ale pod bardzo wysokim ciśnieniem. Gdy otwieramy zawór, wylatuje z niego dwutlenek węgla w stanie stałym, wyglądający podobnie jak śnieg. Wyjaśnij, dlaczego tak się dzieje.

5. Zestaw doświadczalny do badania przemiany izochorycznej składał się ze strzykawki o pojemności $V_1 = 20 \text{ ml}$, naczynia z wodą, termometru, statywu oraz plastikowego wężyka. Tłoczek w strzykawce ustawiono tak, że powietrze zajmowało objętość $V_2 = 9 \text{ ml}$. Otwór strzykawki połączono z wężykiem, do którego wodę wlało tak, aby do wewnątrz nie dostały się pęcherzyki powietrza. Podgrzewano wodę, w której była zanurzona strzykawka. Powietrze w strzykawce ogrzewało się i jego ciśnienie rosło. Aby zachować stałą objętość powietrza, zmieniano położenie (górze/dół) prawego ramienia wężyka.

Dla kilku temperatur zmierzono różnice poziomów wody w wężyku Δh . Wyniki tych pomiarów zapisano w tabeli poniżej. Wartość ciśnienia atmosferycznego podczas doświadczenia wynosiła:

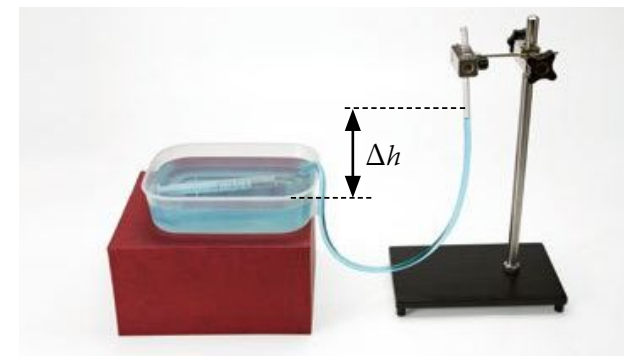
$$p_{\text{at}} = 99\,000 \text{ Pa} = 99 \text{ kPa}$$

a) Przerysuj tabelę do zeszytu i uzupełnij ją, wpisując wyniki odpowiednich obliczeń.

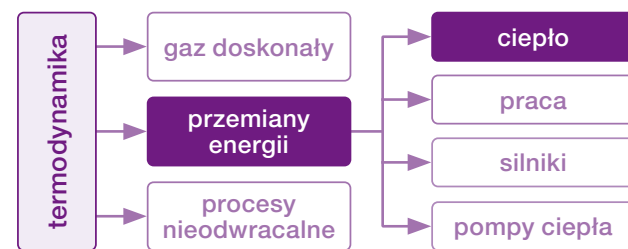
b) Sporządź w zeszycie wykres zależności ciśnienia powietrza panującego w zbiorniczku strzykawki od temperatury wyrażonej w kelwinach. Zaznacz na wykresie niepewności pomiarowe. Przyjmij, że niepewność temperatury jest równa $0,5^\circ\text{C}$, a niepewność wielkości Δh jest równa 2 mm .

c) Na podstawie danych z uzupełnionej tabeli lub wykresu oblicz liczbę moli powietrza znajdującego się w zbiorniczku strzykawki.

Uwaga. Zadanie możesz rozwiązać za pomocą arkusza kalkulacyjnego. W takim wypadku możesz automatycznie dopasować prostą („linię trendu”) do punktów doświadczalnych i na podstawie jej współczynnika kierunkowego obliczyć liczbę moli.



$T, ^\circ\text{C}$	28,5	30,0	33,0	36,0	38,5	42,0
T, K						
$\Delta h, \text{cm}$	14	20	31	40	49	60
Ciśnienie słupa wody $p_h = dg\Delta h, \text{kPa}$						
Ciśnienie powietrza w strzykawce p, kPa						



Ważne w tej lekcji:

- ciepło molowe,
- zależność ciepła molowego od rodzaju gazu i od rodzaju przemiany,
- obliczanie ciepła.

Przypomnij sobie:

- Ciepło właściwe jest liczbowo równe energii, jaką trzeba dostarczyć do 1 kg substancji, aby zwiększyć jej temperaturę o 1 K.
- 1 mol to $6,022 \cdot 10^{23}$ obiektów elementarnych (cząsteczek lub atomów) danej substancji.

Ciepło molowe

Jak pamiętasz, ciepło właściwe substancji określa, ile energii potrzeba do ogrzania 1 kg ciała o 1 K. Jednostką ciepła właściwego jest $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Dla gazów wygodniej jest wyrażać ciepło właściwe w przeliczeniu na 1 mol, dlatego wprowadzimy nową wielkość. Będziemy mówić o mowym cieple właściwym, w skrócie – o **cieple molowym**. Jego jednostką jest $\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

Aby obliczyć ilość ciepła potrzebnego do ogrzania gazu, korzystamy ze wzoru:

$$Q = n C_{\text{molowe}} \Delta T$$

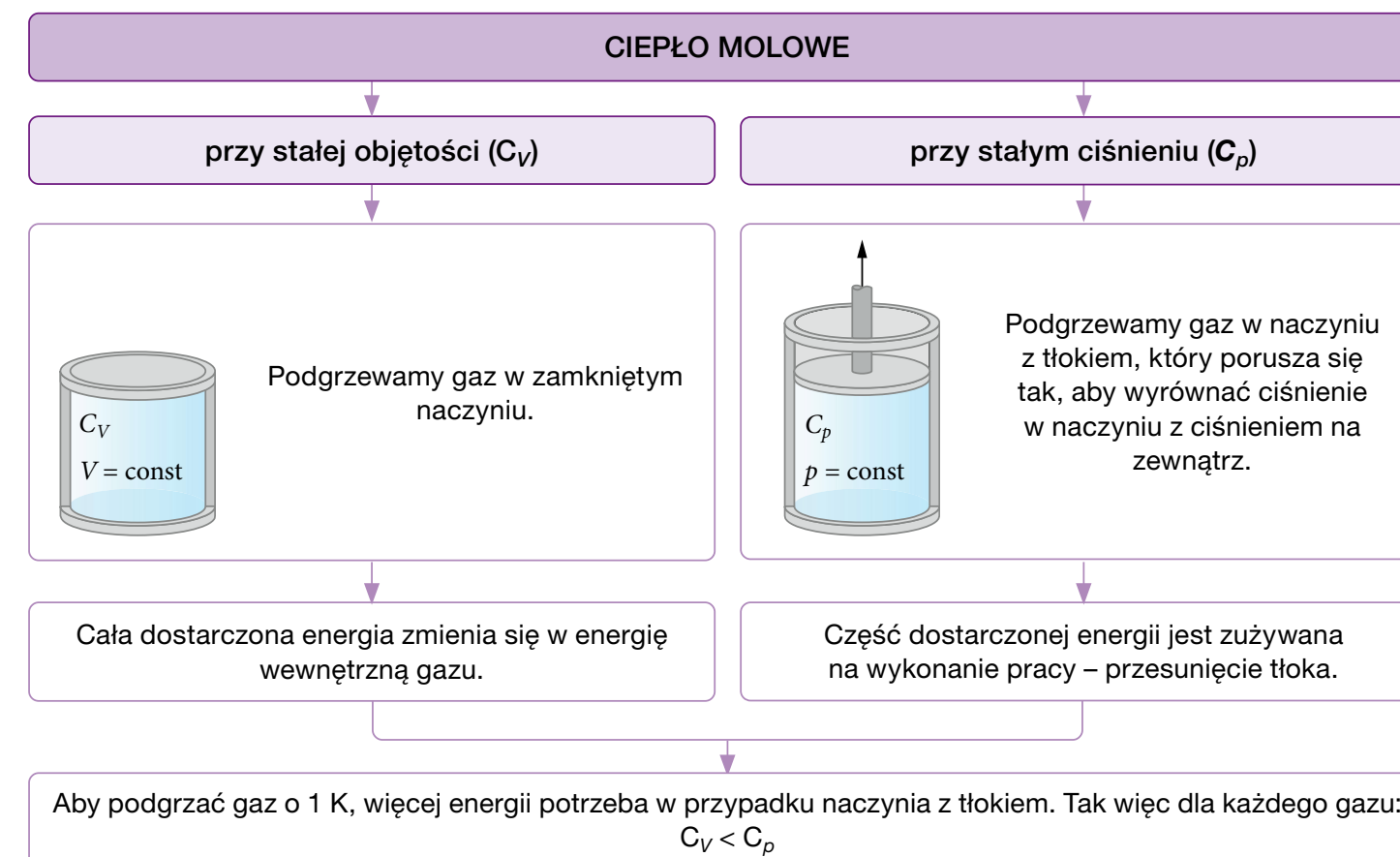
ciepło
liczba moli gazu

ciepło molowe
zmiana temperatury

Zwróć uwagę na to, że ten wzór jest bardzo podobny do znanego ci wzoru $Q = mc\Delta T$.

Ciepło przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości

Okazuje się, że wartość ciepła molowego zależy od tego, w jaki sposób podgrzewamy gaz. Dwie szczególnie ważne możliwości pokazaliśmy na diagramie.

Wartość C_V gazu jednoatomowego

Rozważmy jednoatomowy gaz doskonały, czyli taki, którego cząsteczka składa się z tylko jednego atomu. Jest tak dla gazów szlachetnych (rys. 8.15), ponieważ ich atomy nie łączą się w cząsteczki nawet między sobą.

W przypadku jednoatomowego gazu doskonałego cała energia wewnętrzna to energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczek. Jak wiesz z poprzednich lekcji, średnia energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczki jest związana z temperaturą zależnością: $E_{k \text{ sr}} = \frac{3}{2} kT$. Jeśli mamy n moli gazu, to zawierają one $n \cdot N_A$ cząsteczek. Energia wewnętrzna tego gazu w temperaturze T wynosi zatem:

$$E = n \cdot N_A \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} n k N_A T = \frac{3}{2} n R T$$

Aby więc podgrzać przy stałej objętości 1 mol gazu od temperatury T_1 do T_2 , musimy mu dostarczyć ciepło:

$$Q = \frac{3}{2} n R T_2 - \frac{3}{2} n R T_1 = \frac{3}{2} n R \Delta T = n \cdot \frac{3}{2} R \cdot \Delta T$$

Porównajmy je z oczekiwanym wzorem:

$$Q = n C_{\text{molowe}} \cdot \Delta T$$

15 7N azot 14,007	16 8O tlen 15,999	17 9F fluor 18,998	18 2He hel 4,003
15P fosfor 30,974	16S siarka 32,065	17Cl chlor 35,453	18Ar argon 39,948
33As arsen 74,922	34Se selen 78,96	35Br brom 79,904	36Kr krypton 83,798
51Sb antymon 121,760	52Te tellur 127,60	53I jod 126,904	54Xe ksenon 131,293
83Bi bismut 208,980	84Po polon 208,982	85At astat 209,987	86Rn radon 222,018
115Mc moskow 289	116Lv livermor 292	117Ts tenes 294	118Og oganeson 294

Rys. 8.15. Gazy szlachetne

N_A – stała Avogadra,
liczba cząsteczek
w molu, ok. $6 \cdot 10^{23}$,
 $R = k N_A$ – stała gazowa

Tabela 8.2. Ciepło molowe przy stałej objętości

Substancja	C_V , $\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
Jednoatomowy gaz doskonały	12,47
He	12,47
Ar	12,47
Dwuatomowy gaz doskonały	20,79
N ₂	20,76
O ₂	21,06

Zatem ciepło molowe jest w naszym przypadku równe $\frac{3}{2} R$.

Dla jednoatomowego gazu doskonałego $C_V = \frac{3}{2} R$.

Ciepło molowe C_V jednoatomowych gazów rzeczywistych jest praktycznie takie samo jak jednoatomowego gazu doskonałego (tabela 8.2). Dowodzi to, że model gazu doskonałego nadaje się do opisu takich gazów.

Wartość C_V dla gazów dwuatomowych

Najczęściej jednak mamy do czynienia z gazami dwuatomowymi, np. azotem N₂ i tlenem O₂. W tym przypadku część energii wewnętrznej stanowi energia ruchu obrotowego cząsteczek. Dlatego ciepło molowe takich gazów jest większe niż gazów jednoatomowych.

Można udowodnić, że:

Dla dwuatomowego gazu doskonałego $C_V = \frac{5}{2} R$.

Ciepło molowe gazów o bardziej skomplikowanych cząsteczkach jest jeszcze większe. Można je znaleźć w tablicach fizycznych.

Ciepło molowe przy stałym ciśnieniu

Wyjaśniliśmy już, że różnica między C_p i C_V wynika z faktu, że kiedy podgrzewamy gaz przy stałym ciśnieniu, traci on część energii na wykonanie pracy przy przesuwaniu tłoka. Aby się dowiedzieć, jaka dokładnie jest to różnica, musimy znać sposób obliczania pracy wykonanej przez gaz podnoszący tłok.

Jeżeli gaz podnosi tłok przy stałym ciśnieniu p i zwiększa swoją objętość o ΔV , to wykonuje pracę:

$$\text{praca} \rightarrow W = p \Delta V \leftarrow \begin{matrix} \text{zmiana objętości} \\ \text{ciśnienie} \end{matrix}$$

Ten wzór wyprowadzamy na s. 80. Będziemy do niego wracać. Na razie zastosujemy go do obliczenia ciepła C_p przy danym C_V . Wiemy, że:

$$W = p \Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1$$

Zgodnie z równaniem Clapeyrona:

$$pV_1 = nRT_1 \text{ i } pV_2 = nRT_2$$

Otrzymujemy więc:

$$W = pV_2 - pV_1 = nRT_2 - nRT_1 = nR(T_2 - T_1) = nR\Delta T$$

Gdyby gaz nie mógł się rozprężać, do jego ogrzania potrzebowalibyśmy tylko tyle ciepła, ile w przemianie izochorycznej:

$$Q_V = nC_V \Delta T$$

Ponieważ jednak część dostarczonego ciepła zmieni się w pracę W wykonaną przez tłok, więc zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki łącznie musimy dostarczyć ciepło:

$$Q_p = nC_V \Delta T + W = nC_V \Delta T + nR\Delta T = n(C_V + R)\Delta T$$

Porównajmy to z oczekiwanym wzorem:

$$Q_p = nC_p \Delta T$$

Wynika stąd wniosek:

Dla każdego gazu doskonałego:

$$\text{ciepło molowe przy stałym ciśnieniu} \rightarrow C_p = C_V + R \leftarrow \begin{matrix} \text{ciepło molowe przy stałej objętości} \\ \text{stała gazowa} \end{matrix}$$

Dla **gazów jednoatomowych** $C_p = \frac{5}{2} R$, a dla **dwuatomowych** $C_p = \frac{7}{2} R$.

O pracy przypominamy w ramce „Przypomnij sobie” na następnej stronie.

Przypomnij sobie

PRACA

Z pracą mamy do czynienia, kiedy **działającej sile towarzyszy przemieszczenie ciała**.

Siła działa w tę samą stronę, w którą ciało się przemieszcza:

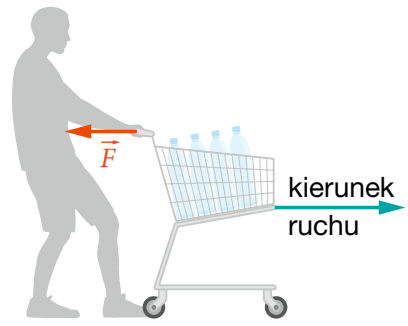
$$W = Fs$$

praca siła droga



Siła działa w przeciwną stronę, niż ciało się przemieszcza:

$$W = -Fs$$



O obliczaniu pracy w innych przypadkach możesz przeczytać w cz. 1. podręcznika.

• Jednostką pracy jest **dżul**: 1 J = 1 N · m.

• **Praca jest sposobem przekazywania energii.**

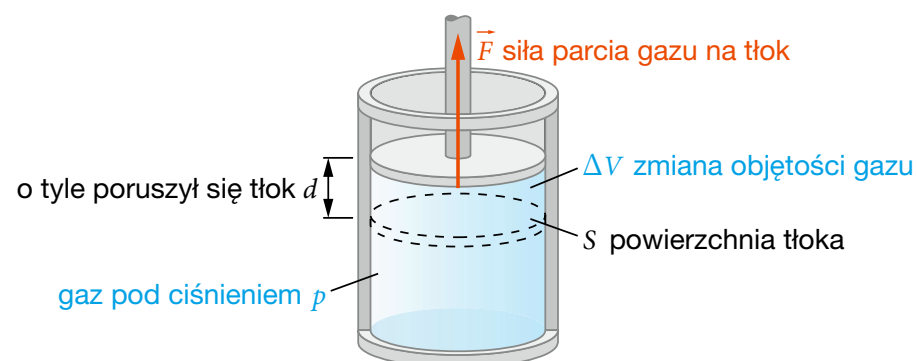
Kiedy wykonujemy dodatnią pracę nad ciałem, tracimy energię, a ciało tę energię zyskuje. Praca jest równa zmianie energii:

$$W = \Delta E$$

Przykładowo, gdy rozpędzamy wózek i wykonujemy pracę 100 J, to my tracimy energię 100 J, ale wózek taką energię zyskuje.

Praca przy rozprężaniu gazu

W cylindrze z ruchomym tłokiem znajduje się gaz. Kiedy go podgrzewamy, tłok porusza się w górę, aby ciśnienie w cylindrze pozostało równe ciśnieniu na zewnątrz.



Przyjmijmy oznaczenia z rysunku. Możemy zapisać zależności:

$$p = \frac{F}{S}$$

definicja ciśnienia

$$W = Fd$$

definicja pracy

$$\Delta V = Sd$$

objętość walca

Stąd:

$$W = Fd = Fd = pSd = p\Delta V$$

czyli ostatecznie:

$$W = p\Delta V$$

Zmiana energii wewnętrznej gazu przy jego podgrzewaniu

Zauważmy, że przy jednakowej zmianie temperatury zmiana energii wewnętrznej w obu przemianach – izochorycznej i izobarycznej – jest taka sama. Jest tak, ponieważ energia wewnętrzna gazu zależy tylko od temperatury:

$$\Delta E_w = nC_V\Delta T$$

Dodatkowa energia w przemianie izobarycznej służy jedynie do wykonania pracy.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZCIE



■ Przykład

Oblicz, ile energii potrzeba do podgrzania $m = 3,5$ g azotu N_2 o $\Delta T = 20$ K w przemianie izobarycznej, a ile – w przemianie izochorycznej. Jak zmieni się energia wewnętrzna gazu i jaką pracę wykona on w każdym z tych przypadków?

Dane: $m = 3,5$ g – masa azotu, $\Delta T = 20$ K – zmiana temperatury (podgrzanie)

Szukane: dla przemiany izochorycznej Q_V , W_V , ΔE_{wV} ,
dla przemiany izobarycznej Q_p , W_p , ΔE_{wp}

Rozwiązanie:

Najpierw obliczamy, jaką część mola azotu N_2 stanowi masa podana w zadaniu. W tym celu sprawdzamy w układzie okresowym masę atomową azotu (14 u), a następnie obliczamy masę cząsteczkową N_2 – wynosi ona:

$$14 \text{ u} \cdot 2 = 28 \text{ u}$$

Skoro 1 mol azotu N_2 ma masę 28 g, to masa azotu podana w zadaniu stanowi:

$$n = \frac{3,5 \text{ g}}{28 \text{ g}} = 0,125 \text{ mol}$$

Szukane energie obliczymy ze wzorów na odpowiednie ciepła molowe gazów dwuatomowych, czyli podstawiając odpowiednio dla przemiany izochorycznej $C_V = \frac{5}{2}R$, a dla przemiany izobarycznej $C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R$. Stąd:

$$Q_V = nC_V\Delta T = 0,125 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ K} = 52 \text{ J}$$

$$Q_p = nC_p\Delta T = 0,125 \text{ mol} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 20 \text{ K} = 73 \text{ J}$$

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki zmiana energii wewnętrznej ΔE_w jest równa sumie dostarczonego ciepła Q i pracy W wykonanej nad ciałem.

W przypadku **przemiany izochorycznej** cała dostarczona energia zmienia się w energię wewnętrzną gazu – nie jest wykonywana praca, co oznacza, że energia wewnętrzna rośnie o:

$$\Delta E_{wV} = Q_V = 52 \text{ J}$$

W przypadku **przemiany izobarycznej** wzrost energii wewnętrznej gazu jest taki sam jak w przemianie izochorycznej, ponieważ energia wewnętrzna ustalonej ilości gazu zależy wyłącznie od temperatury:

$$\Delta E_{wV} = \Delta E_{wp}$$

Różnica w ilości dostarczonej energii wynika z tego, że w przemianie izobarycznej gaz traci część dostarczonej energii na wykonanie pracy:

$$\Delta E_{wp} = Q_p - W_p$$

(napisaliśmy znak minus przy W_p , ponieważ pracę wykonuje gaz).

Praca ta jest więc równa:

$$W_p = 73 \text{ J} - 52 \text{ J} = 21 \text{ J}$$

Odpowiedź: W przemianie izochorycznej należy dostarczyć 52 J energii, a w izobarycznej 73 J. W obu przypadkach energia wewnętrzna gazu zwiększy się o 52 J. W przemianie izobarycznej gaz wykonuje pracę równą 21 J, a w izochorycznej – nie wykonuje pracy.

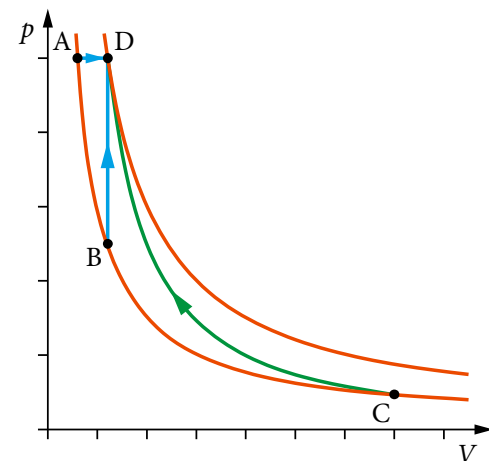
Pytania i zadania

- W zamkniętej butelce znajdował się 1 l powietrza o temperaturze 20°C i pod ciśnieniem atmosferycznym. Gdy temperatura otoczenia spadła do 0°C, powietrze stopniowo oddawało ciepło, aż jego temperatura wyrównała się z temperaturą otoczenia.
 - Oblicz ciepło oddane przez powietrze w przypadkach: gdy butelka była szklana oraz gdy butelka była plastikowa.
 - Oblicz pracę wykonaną przez powietrze atmosferyczne podczas zgniatania butelki plastikowej.

Wskazówka. Butelka plastikowa ulega zgnieceniu, ponieważ nie jest w stanie wytrzymać działających na nią sił, które powodują wyrównywanie ciśnienia wewnątrz butelki i ciśnienia atmosferycznego.
- W stalowej butli o pojemności 20 l znajdował się azot pod ciśnieniem 100 kPa o temperaturze 300 K. Pod wpływem ogrzewania butli przez promienie słoneczne ciśnienie wewnątrz niej wzrosło do 110 kPa. Oblicz:
 - liczbę moli gazu znajdującego się w butli,
 - temperaturę gazu po ogrzaniu,
 - ciepło dostarczone do gazu podczas ogrzewania.
- W baloniku znajdowało się 0,8 g helu. Podczas imprezy temperatura powietrza wzrosła od 20°C do 25°C. Załóżmy, że ciśnienie gazu się nie zmieniało. Oblicz:
 - ile ciepła pobrał hel w baloniku,
 - jaką pracę wykonał gaz przy rozciąganiu balonika,
 - jak się zmieniła energia wewnętrzna tego gazu.

- W czterolitrowej stalowej butli znajdował się hel o temperaturze 10°C i pod ciśnieniem 1000 hPa. Oblicz, ile ciepła potrzeba, aby ogrzać go o 50°C.
- W wyniku dostarczenia 760 J ciepła, porcja argonu pod stałym ciśnieniem wynoszącym 1520 hPa zwiększyła swoją objętość. Oblicz przyrost objętości.

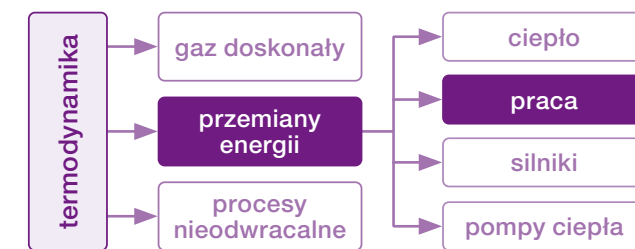
Uwaga. Na podstawie danych tego zadania nie da się wyznaczyć ani objętości początkowej, ani końcowej. Okazuje się jednak, że niezależnie od tego, ile wynosi objętość przed przemianą, rośnie ona o tyle samo.
- Na wykresie przedstawiono trzy różne przemiany prowadzące z różnych stanów A, B i C do tego samego stanu D. Czerwone linie to izotermy, a zielona to adiabata.



- W której z przemian zmiana energii wewnętrznej gazu była największa, a w której – najmniejsza?
- W której z przemian dostarczone do gazu ciepło było największe, a w której – najmniejsze?
- W której z przemian pracę wykonywał gaz, a w której to nad gazem wykonano pracę?
- * Która z tych prac była większa (co do wartości bezwzględnej)?

8.5

Praca a wykresy przemian gazowych



Ważne w tej lekcji:

- jak gaz wykonuje pracę,
- praca jako pole pod wykresem,
- praca dodatnia i ujemna.

Przypomnij sobie:

- Gdy w przemianie gazowej zmienia się objętość gazu, wykonywana jest praca.
- Gaz może podlegać przemianom, m.in.: izobarycznej, izochorycznej, izotermicznej i adiabatycznej.

Zajmiemy się teraz pracą wykonaną przez rozprężający się gaz. To sformułowanie może brzmieć abstrakcyjnie, jednak mówimy o zjawisku mającym duże znaczenie praktyczne. Właśnie dzięki niemu działa silnik spalinowy.

W wyniku spalania paliwa w cylindrze powstaje gorący gaz, który rozpręża się i popycha tłok napędzający pojazd lub maszynę. Przekrój takiego silnika z kilkoma cylindrami przedstawia zdjęcie na górze strony.

Obliczanie pracy

W poprzedniej lekcji uzasadniliśmy, że gdy gaz rozpręża się przy stałym ciśnieniu, wykonuje pracę:

$$\text{praca} \rightarrow W = p \Delta V \leftarrow \begin{matrix} \text{zmiana objętości} \\ \text{ciśnienie gazu} \end{matrix}$$

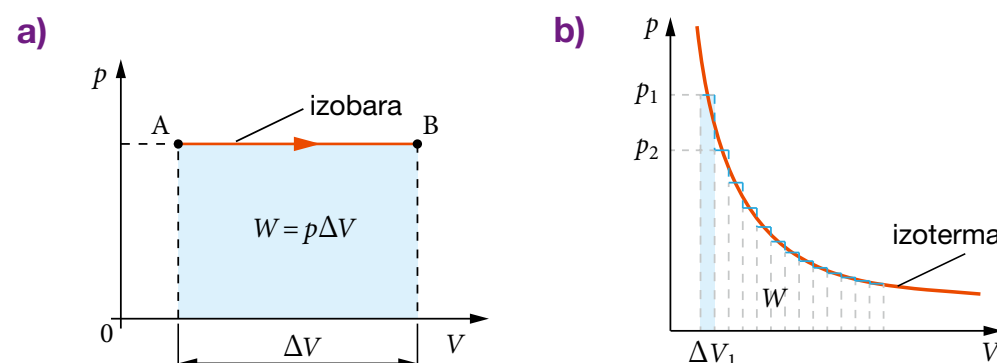
Gdy przypomnimy sobie postać wykresu dla przemiany izobarycznej, zauważymy, że wykonana praca jest liczbowo równa polu pod tym wykresem (rys. 8.16a na następnej stronie).

Podobnie obliczaliśmy drogę jako pole pod wykresem prędkości od czasu, podręcznik cz. 1. → s. 83

A jak jest dla innych przemian gazowych? W tym przypadku możemy przybliżyć wykres linią schodkową. Wtedy:

- pole pod wykresem to w przybliżeniu suma pól pod schodkami,
- im węższe schodki, tym lepsze jest to przybliżenie,
- dla każdego schodka z osobna ciśnienie praktycznie się nie zmienia, więc możemy stosować wzór $W = p \Delta V$.

Dlatego sposób obliczania pracy jako pola pod wykresem można stosować także do innych przemian (na rys. 8.16b przedstawiono jedną z możliwości – przemianę izotermiczną).



Rys. 8.16. Wykres w układzie (p, V) dla przemiany a) izobarycznej, b) izotermicznej (można go przybliżyć wykresem słupkowym)

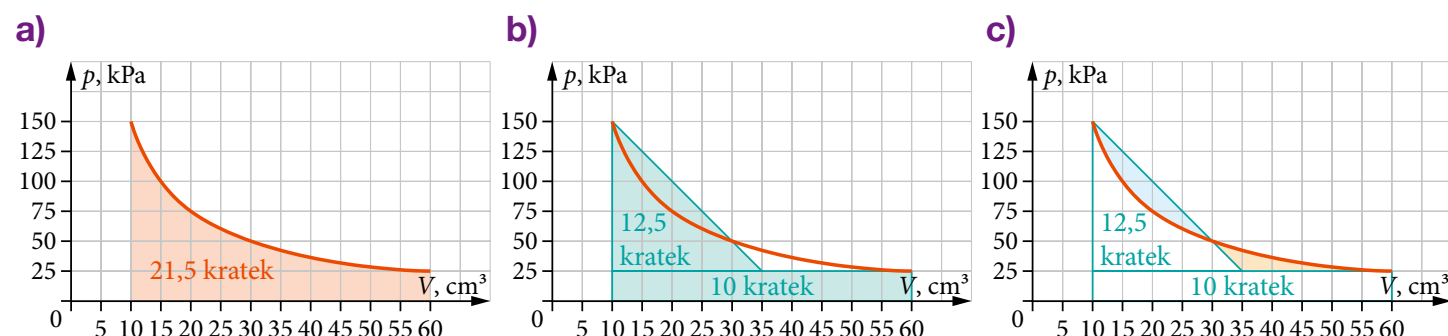
Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz w dowolnej przemianie jest liczbowo równa polu pod wykresem przemiany w układzie (V, p) .

Spójrz na rysunek 8.17. Na rysunku 8.17b przybliżyliśmy obszar pod hiperbolą za pomocą trójkąta i prostokąta, które mają razem 22,5 kratki. Jedna kratka to:

$$25 \text{ kPa} \cdot 5 \text{ cm}^3 = 25 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 125 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} = 0,125 \text{ J}$$

a więc szacowana praca wynosi: $W_{\text{szac}} = 22,5 \cdot 0,125 \text{ J} = 2,8 \text{ J}$.

Tymczasem praca obliczona na podstawie dokładnej wartości pola pod wykresem to $W = 2,7 \text{ J}$ (rys. 8.17a). Tak więc mimo bardzo zgrubnego szacowania różnica jest niewielka. Ważne jednak, aby obszar pominięty (żółty na rys. 8.17c) był zbliżony do policzonego dodatkowo (niebieskiego).

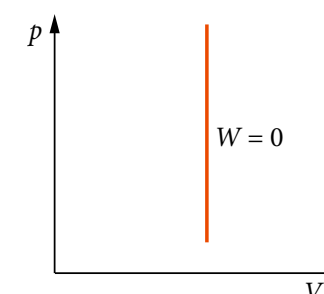


Rys. 8.17. Szacowanie pola pod hiperbolą – wykresem przemiany izotermicznej

Praca w przemianach gazowych

Przyjrzyjmy się wykresom podstawowych przemian gazowych i ich związkowi z pracą wykonaną przez gaz.

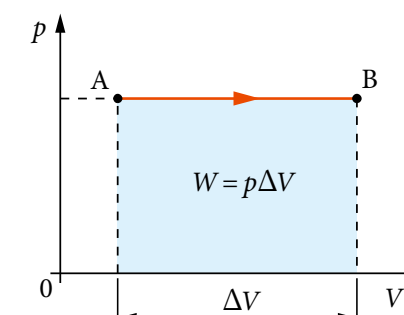
I Przemiana izochoryczna



Wykres ma postać pionowej linii, a więc pole pod nim jest równe zero.

I rzeczywiście, praca w czasie takiej przemiany wynosi zero: nie zmienia się objętość gazu, a więc nie dochodzi do żadnego przemieszczenia. A jak wiesz, praca jest wykonywana tylko wtedy, gdy działaniu siły towarzyszy przemieszczenie.

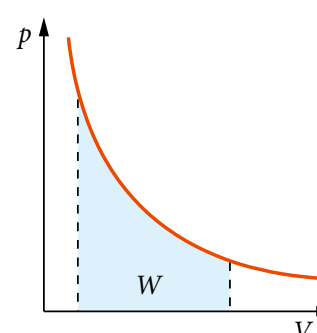
II Przemiana izobaryczna



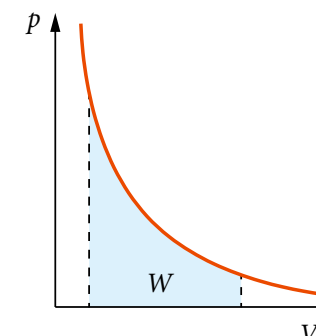
To przykład, od którego zaczęliśmy rozważania.

Powierzchnia pod wykresem ma kształt prostokąta, a więc praca jest równa iloczynowi długości jego boków.

III Przemiana izotermiczna



IV Przemiana adiabatyczna



W przypadku tych przemian dokładne obliczenie pola pod wykresem wymaga działania na funkcjach zwanego całkowaniem, którego nie omawia się w szkole średniej.

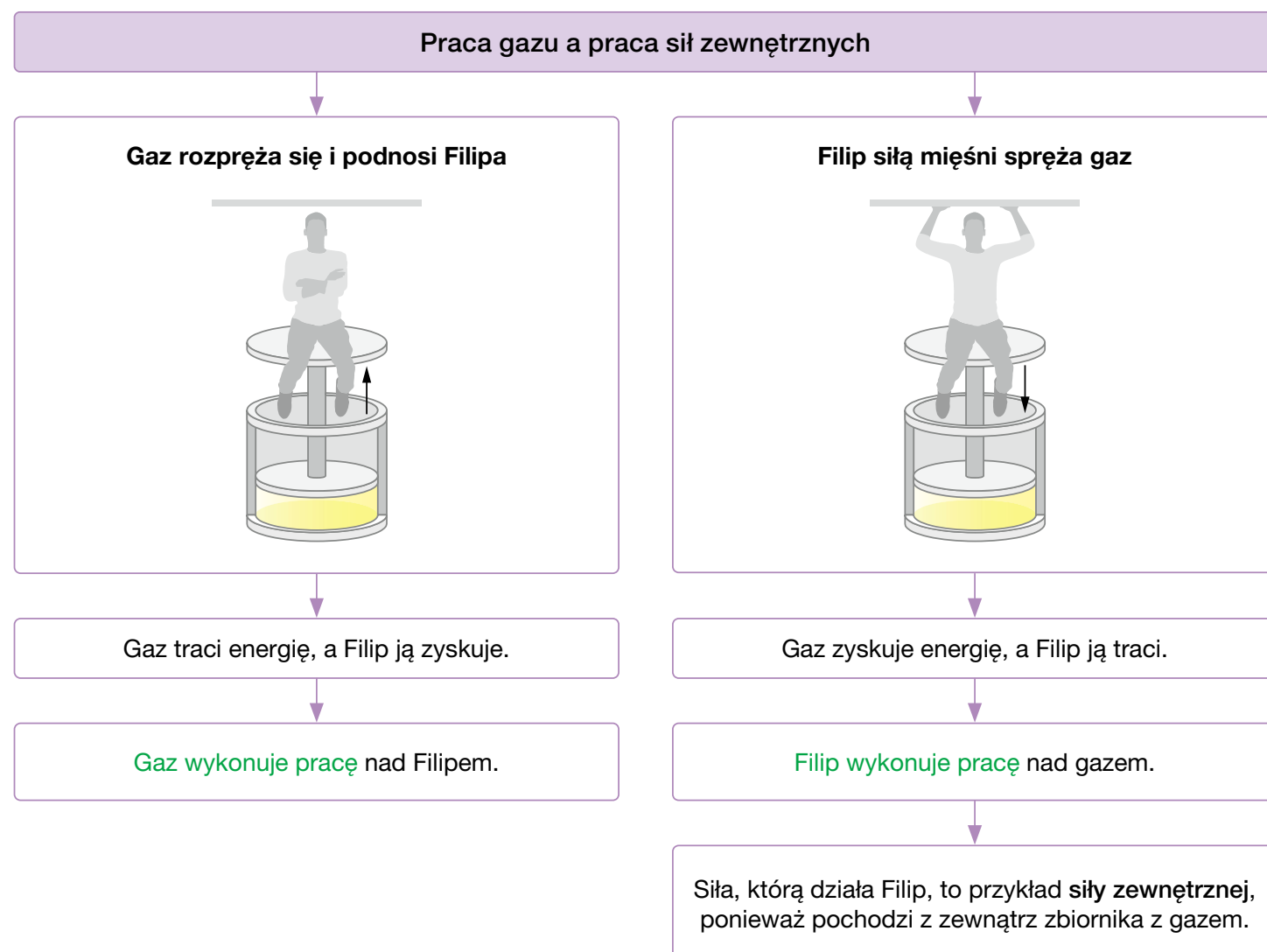
Pole można jednak oszacować, licząc kratki – patrz omówienie rysunku 8.17 na poprzedniej stronie.

Uwaga. Używamy także sformułowań:

- „praca wykonana przez siłę parcia gazu na tłok” zamiast „praca wykonana przez gaz”,
- „praca wykonana przeciwko sile parcia gazu na tłok” zamiast „praca wykonana nad gazem”.

Praca nad gazem czy wykonana przez gaz?

Skoro znamy wartość bezwzględną pracy, to interesuje nas jeszcze, czy chodzi o pracę, którą wykonuje gaz, czy też o pracę, którą wykonują siły zewnętrzne nad gazem.



Czy gaz może sam się sprężyć?

Na pierwszy rzut oka może się wydawać, że gdy chłodzimy gaz w naczyniu, zmniejsza on objętość samorzutnie, bez wykonania pracy przez siły zewnętrzne.

W rzeczywistości na tłok działają wtedy siły, o których łatwo zapomnieć: nacisk powietrza na zewnętrzną stronę tłoka, wynikający z ciśnienia atmosferycznego, oraz ciężar tłoka.

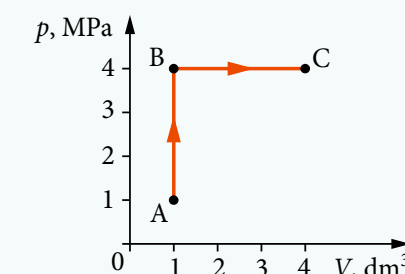
Gdyby cylinder z gazem umieścić w próżni i w stanie nieważkości, nawet bardzo małe ciśnienie wystarczyłoby, żeby wypchnąć tłok.

Tak więc zawsze wtedy, gdy gaz zostaje sprężony, pracę wykonują siły zewnętrzne.

JEST NA TO SPOSÓB

Jak wykorzystać wykresy przemian do obliczania pracy i ciepła

Jeden mol azotu poddano kolejno dwóm przemianom przedstawionym na diagramie.



a) Określ, czy podczas tych przemian gaz wykonał pracę, czy też praca została wykonana nad gazem. Oblicz tę pracę.

b) Określ, czy podczas tych przemian gaz pobierał ciepło, czy też je oddawał. Oblicz to ciepło.

Uwaga. Zadanie można rozwiązać także bez informacji o liczbie moli gazu, w sposób opisany w przykładzie na końcu lekcji.

PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Określamy, jak przebiegają przemiany przedstawione na diagramie

■ W przemianie $A \rightarrow B$ ciśnienie gazu rośnie. Nie zmienia się jednak jego objętość, a więc wzrost ciśnienia nie jest skutkiem sprężania. W takim razie wynika ono ze wzrostu temperatury.

Wniosek: przemiana $A \rightarrow B$ to **izochoryczne ogrzewanie**.

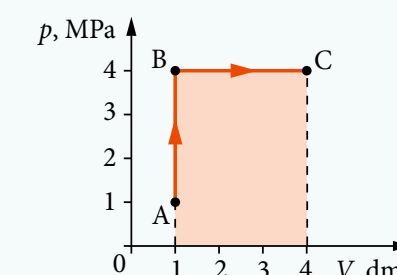
■ W przemianie $B \rightarrow C$ zwiększa się objętość gazu, a jednak jego ciśnienie nie spada. To znaczy, że wzrasta temperatura.

Wniosek: przemiana $B \rightarrow C$ to **izobaryczne ogrzewanie**.

Krok 2. Obliczamy pracę

W przemianie $A \rightarrow B$ nie zmieniała się objętość gazu, a zatem nie była wykonywana praca.

W przemianie $B \rightarrow C$ gaz się rozszerzał, a więc wykonywał pracę. Jej wartość obliczymy jako pole pod wykresem:



$$W = p\Delta V = 4 \text{ MPa} \cdot 3 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 12 \cdot 10^3 \text{ J} = 12 \text{ kJ}$$

$$[W] = \text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Krok 3. Określamy kierunek przepływu ciepła

W obu przemianach temperatura gazu rosła. Nie wynikało to z wykonywania pracy nad gazem, ponieważ w przemianie $A \rightarrow B$ praca była równa zero, a w przemianie $B \rightarrow C$ to gaz wykonywał pracę. Tak więc w obu przemianach dostarczano ciepło.



Krok 4. Obliczamy temperatury

Aby obliczyć pobrane ciepło, najpierw obliczmy temperatury w stanach A, B i C. Skorzystamy z równania Clapeyrona: $pV = nRT$, które możemy przekształcić do postaci:

$$T = \frac{pV}{nR}$$

Dla stanu A podstawiamy do równania dane odczytane z wykresu, liczbę moli podaną w treści zadania ($n = 1$) oraz stałą gazową z tablic ($R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$).

$$T_A = \frac{1 \text{ MPa} \cdot 1 \text{ dm}^3}{1 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = \frac{10^6 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 120 \text{ K}$$

$$[T_A] = \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{J}}{\text{K}}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{J}} \cdot \text{K} = \frac{\text{J}}{\text{J}} \cdot \text{K} = \text{K}$$

Temperatury w stanach B i C można obliczyć w ten sam sposób, ale prościej jest zauważyć, że skoro temperatura jest proporcjonalna do iloczynu ciśnienia i objętości gazu, to:

$$T_B = 4T_A = 480 \text{ K} \quad T_C = 4T_B = 1920 \text{ K}$$

Krok 5. Obliczamy ciepło

Przemiana A $\rightarrow$ B jest izochoryczna, więc dostarczone ciepło obliczymy z wykorzystaniem ciepła molowego C_V . Azot jest gazem dwuatomowym, czyli $C_V = \frac{5}{2}R$. Tak więc:

$$Q_{AB} = nC_V \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (480 \text{ K} - 120 \text{ K}) = 7,5 \text{ kJ}$$

Z kolei przemiana B $\rightarrow$ C jest izobaryczna, więc skorzystamy z $C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R$:

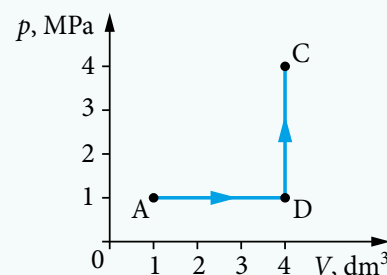
$$Q_{BC} = nC_p \Delta T = 1 \text{ mol} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (1920 \text{ K} - 480 \text{ K}) = 42 \text{ kJ}$$

Odpowiedź: a) W przemianie A $\rightarrow$ B nie była wykonywana praca, w przemianie B $\rightarrow$ C gaz wykonał pracę 12 kJ.

b) O obu przemianach gaz pobierał ciepło, w przemianie A $\rightarrow$ B było ono równe 7,5 kJ, a w przemianie B $\rightarrow$ C było równe 42 kJ.

Sprawdź, czy rozumiesz

Tym razem rozważmy inne dwie przemiany jednego mola azotu. Stany A i C są takie same jak poprzednio, ale stanem pośrednim jest stan D, tak jak zaznaczono na diagramie.



1 Określ, czy podczas tych przemian gaz wykonał pracę, czy też praca została wykonana nad gazem. Oblicz tę pracę.

2 Określ, czy podczas tych przemian gaz pobierał czy oddawał ciepło. Oblicz je.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Pewną ilość azotu podgrzewano przy stałym ciśnieniu $p = 100 \text{ kPa}$. Na skutek podgrzewania gaz zwiększył objętość z 200 cm^3 do 300 cm^3 . Oblicz pracę wykonaną przez gaz, dostarczone ciepło oraz zmianę energii wewnętrznej gazu.

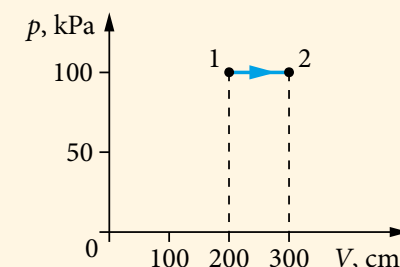
Dane: $p = 100 \text{ kPa}$ – ciśnienie gazu, $V_1 = 200 \text{ cm}^3$ – objętość początkowa gazu, $V_2 = 300 \text{ cm}^3$ – objętość końcowa gazu

Szukane: W – praca wykonana przez gaz, Q_p – dostarczone ciepło, ΔE_w – zmiana energii wewnętrznej

Rozwiązanie:

Ilustrujemy przemianę na diagramie (V, p)

Ciśnienie w trakcie przemiany jest stałe, czyli wykres jest prostopadły do osi pionowej, a objętość gazu zmienia się od 200 cm^3 do 300 cm^3 . Zaznaczyliśmy punkt początkowy (1) i końcowy (2) przemiany (patrz rys. obok).



Obliczamy pracę

Gaz rozprężał się i podnosił tłok, więc wykonał pracę, którą można obliczyć jako pole pod wykresem (patrz rys. obok).

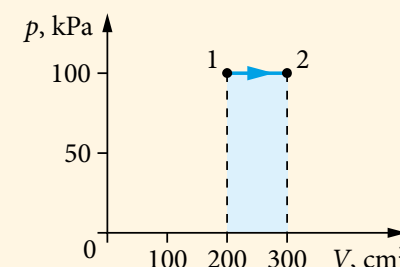
$$W = p\Delta V$$

gdzie: $\Delta V = 300 \text{ cm}^3 - 200 \text{ cm}^3 = 100 \text{ cm}^3$.

Podstawiamy dane i otrzymujemy:

$$W = 100 \text{ kPa} \cdot 100 \text{ cm}^3 = 10^5 \text{ Pa} \cdot 100 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 10 \text{ J}$$

$$[W] = \text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$



Zapisujemy wzór na ciepło

Ponieważ przemiana jest izobaryczna (stałe ciśnienie), skorzystamy ze wzoru na ciepło w takiej przemianie:

$$Q_p = nC_p \Delta T$$

W zadaniu podano, że gazem jest azot, a więc gaz dwuatomowy, czyli:

$$C_p = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$Q_p = \frac{7}{2}nR\Delta T$$

Korzystamy z równania Clapeyrona

Nie znamy jednak ani liczby moli, ani temperatur. Co więcej, na podstawie danych z zadania nie da się ich obliczyć. Na szczęście nie jest to konieczne, ponieważ wystarczy nam iloczyn $nR\Delta T$, a ten możemy rozpisać jako:

$$nR\Delta T = nR(T_2 - T_1) = nRT_2 - nRT_1$$

gdzie T_1 jest temperaturą początkową, a T_2 końcową.



➡ Iloczyny nRT_1 i nRT_2 możemy wyznaczyć z równania Clapeyrona:

$$nRT_1 = pV_1 \quad \text{oraz} \quad nRT_2 = pV_2$$

Stąd wzór na ciepło przyjmuje postać:

$$Q_p = \frac{7}{2} nR\Delta T = \frac{7}{2} (nRT_2 - nRT_1) = \frac{7}{2} (pV_2 - pV_1) = \frac{7}{2} p(V_2 - V_1)$$

Obliczamy ciepło

Podstawiamy dane liczbowe i otrzymujemy:

$$Q_p = \frac{7}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (200 - 100) \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = \frac{7}{2} \cdot 10 \text{ J} = 35 \text{ J}$$

Zmiana energii wewnętrznej

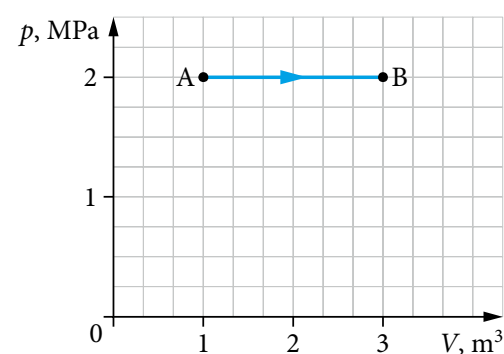
$$\Delta E_w = \pm Q \pm W$$

W naszym przypadku do gazu dostarczono ciepło i wykonał on pracę, czyli:

$$\Delta E_w = Q_p - W = 35 \text{ J} - 10 \text{ J} = 25 \text{ J}$$

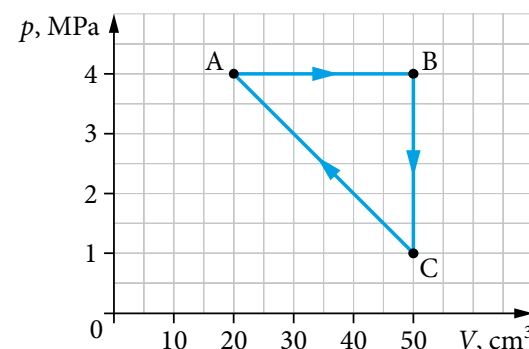
Odpowiedź: Do gazu dostarczono ciepło 35 J i wykonał on pracę 10 J. Jego energia wewnętrzna zwiększyła się o 25 J.

1. **P** Oblicz pracę wykonaną przez siłę parcia azotu na tłok, ciepło pobrane przez ten gaz oraz zmianę jego energii wewnętrznej w przemianie przedstawionej na diagramie.



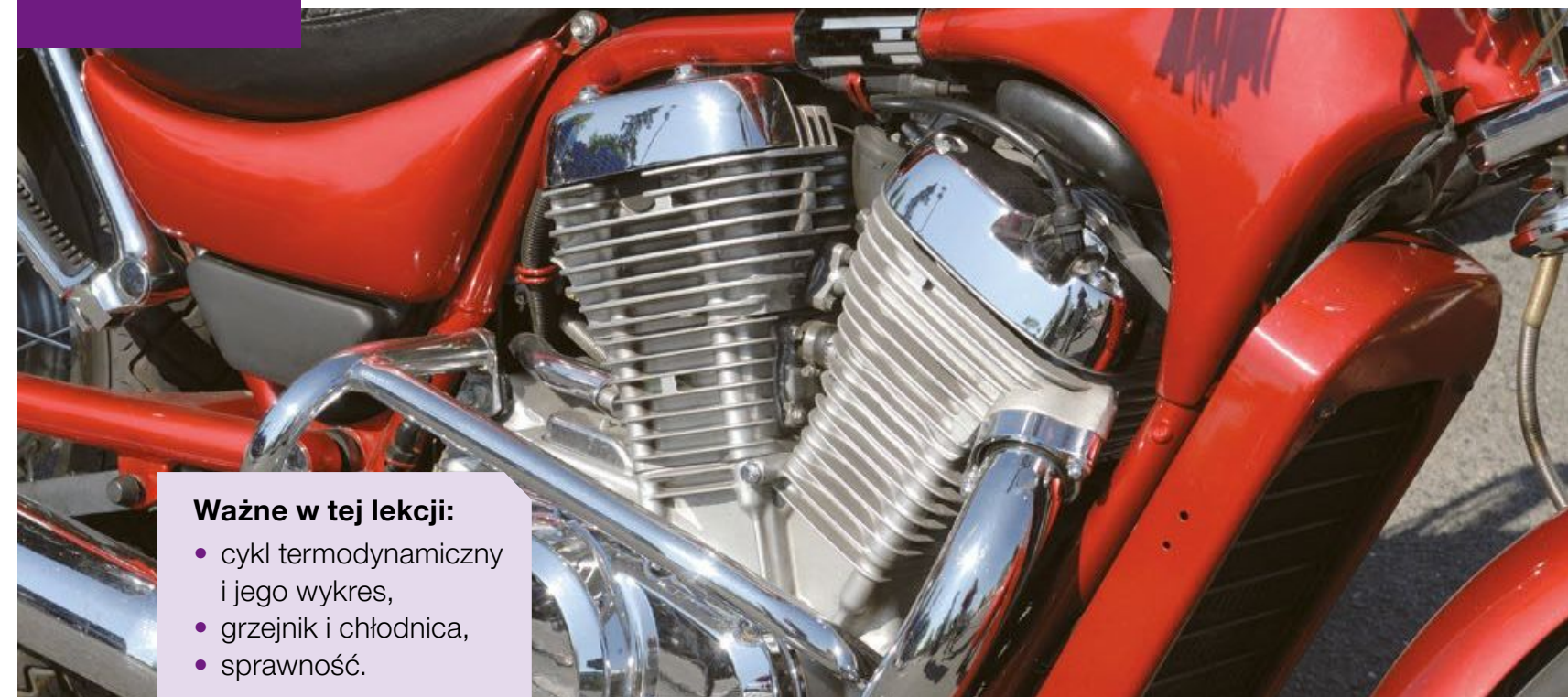
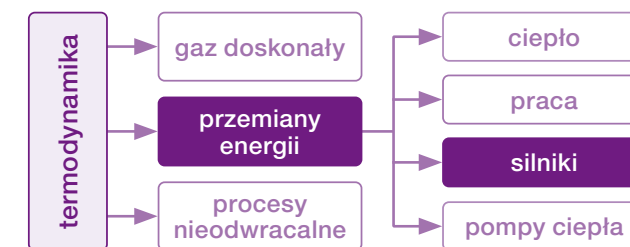
2. Narysuj diagram przemiany, w której gaz zostaje sprężony od objętości 20 m³ do 5 m³ pod stałym ciśnieniem 200 kPa. Czy w tej przemianie gaz wykonuje pracę, czy też siły zewnętrzne wykonują pracę nad gazem? Oblicz tę pracę.
3. Diagram przedstawia przemiany, którym poddano pewną stałą ilość gazu. Dla każdej z przemian: $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, $C \rightarrow A$ określ, czy pracę wykonywały siły parcia gazu,

czy też siły zewnętrzne nad gazem. Oblicz tę pracę.



4. Hel (gaz jednoatomowy) chłodził się w zamkniętym pojemniku o pojemności 5 litrów. Jego ciśnienie w czasie chłodzenia spadło od 1200 hPa do 1000 hPa. Oblicz ciepło oddane przez gaz.
- Wskazówka.** Nie obliczysz liczby moli ani zmiany temperatury, ale możesz sobie z tym poradzić w podobny sposób jak w przykładzie.
5. Rozwiąż przykład z ramki „Jest na to sposób” (s. 87–88) bez wykorzystania danej o liczbie moli gazu. Co się zmieni w rozwiązaniu?

8.6 Silniki cieplne



Ważne w tej lekcji:

- cykl termodynamiczny i jego wykres,
- grzejnik i chłodnica,
- sprawność.

Przypomnij sobie:

- Pracę wykonaną w czasie przemiany gazowej można obliczyć jako pole pod wykresem przemiany w układzie współrzędnych (V, p) .
- Sprawność urządzenia to iloraz energii użytecznej oraz całkowitej energii pobranej przez to urządzenie. Sprawność zwykle wyrażamy w procentach.

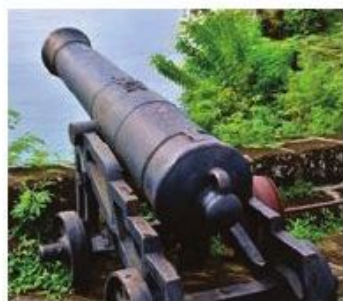
Przeważającą część energii wykorzystywanej w gospodarce uzyskujemy dzięki silnikom cieplnym. W transporcie korzystamy z silników spalinowych, a w elektrowniach – z turbin parowych (działających jak gigantyczne wiatraki poruszane siłą pary).

Mowa tutaj nie tylko o elektrowniach węglowych, lecz także o jądrowych, które różnią się jedynie sposobem podgrzewania wody. Jeśli uda się zbudować elektrownie termojądrowe, również one będą działać dzięki turbinom parowym.

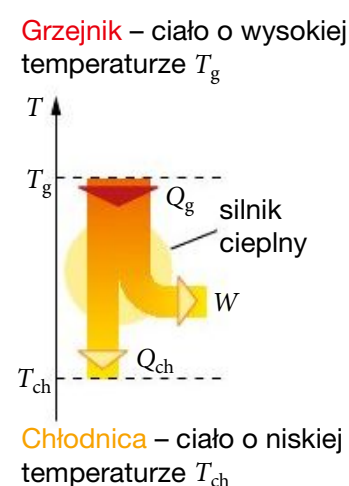
Pierwsze silniki

Pierwsze maszyny parowe zaczęto wykorzystywać pod koniec XVIII w. Miały one bardzo niską sprawność – tylko kilka procent ciepła uzyskanego ze spalania węgla zmieniało się w pracę użyteczną. Dopiero odkrycie praw termodynamiki pozwoliło stopniowo zwiększyć ich sprawność

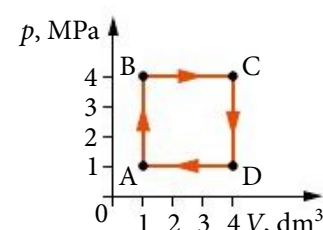
Już w I w. n.e. Heron z Aleksandrii zbudował maszynę parową, ale nie miała ona praktycznego zastosowania, ponieważ praca niewolników była tańsza niż opał.



Rys. 8.18. Armata zamienia ciepło ze spalania prochu na pracę – rozpędzenie pocisku. Nie jest jednak silnikiem cieplnym, ponieważ nie działa cyklicznie



Rys. 8.19. Przepływ energii w silniku cieplnym



Rys. 8.20. Cykl termodynamiczny

Dane liczbowe zostały dobrane tak, aby łatwo wykonywało się na nich obliczenia, dlatego różnią się od typowych wartości spotykanych w technice.

aż do ponad 50% w dzisiejszych elektrowniach cieplnych. Poznano także fizyczne ograniczenia sprawności, których żadna maszyna nie może przekroczyć.

Jednym z głównych twórców teorii silników cieplnych, zwanych wtedy „maszynami ogniowymi”, był XIX-wieczny francuski naukowiec Sadi Carnot (1796–1832). Odkryte przez niego prawa stosują się do wszystkich takich maszyn, także tych wynalezionych wiele lat później.

Definicja silnika cieplnego

Zastanówmy się, jakie cechy ma urządzenie, które nazywamy silnikiem cieplnym.

- Przede wszystkim musi zamieniać ciepło w pracę (czyli energię wewnętrzną w energię kinetyczną).
- Niestety, tylko część dostarczonego ciepła można zamienić na pracę. Reszta ciepła odpływa do otoczenia.
- Silnik powinien działać cyklicznie, ponieważ to pozwala mu na pracę przez dłuższy czas. Na przykład tłok w cylindrze porusza się w tę i z powrotem – i ten cykl powtarza się wielokrotnie.

Podsumujmy:

Silnik cieplny to urządzenie, które pracuje cyklicznie i zamienia część dostarczonego ciepła na pracę.

Silnik musi więc być wyposażony:

- w grzejnik – ciało o wysokiej temperaturze, z którego dopływa ciepło,
- w chłodnicę – ciało o niskiej temperaturze, do którego odpływa część ciepła niezamieniona w pracę (rys. 8.19).

Na ogół chłodnicę stanowi otoczenie. W technice chłodnicą nazywa się także urządzenie, które odprowadza ciepło do otoczenia.

Cykl termodynamiczny

Zajmiemy się teraz prostym przykładem silnika cieplnego. Dzięki temu zobaczysz, jak wiedza na temat przemian gazowych pozwala opisać silniki cieplne.

Spójrz na rysunek 8.20. Przedstawia on pewien cykl przemian 1 mola azotu. Nasz silnik działa dzięki kolejnym przemianom gazu ze stanu A do B, potem do C, do D i z powrotem do A. Jak można fizycznie zrealizować te przemiany, przedstawiamy w ramce na s. 94.

Przemiany zachodzą cyklicznie, dlatego mówimy o **cyklu termodynamicznym**.

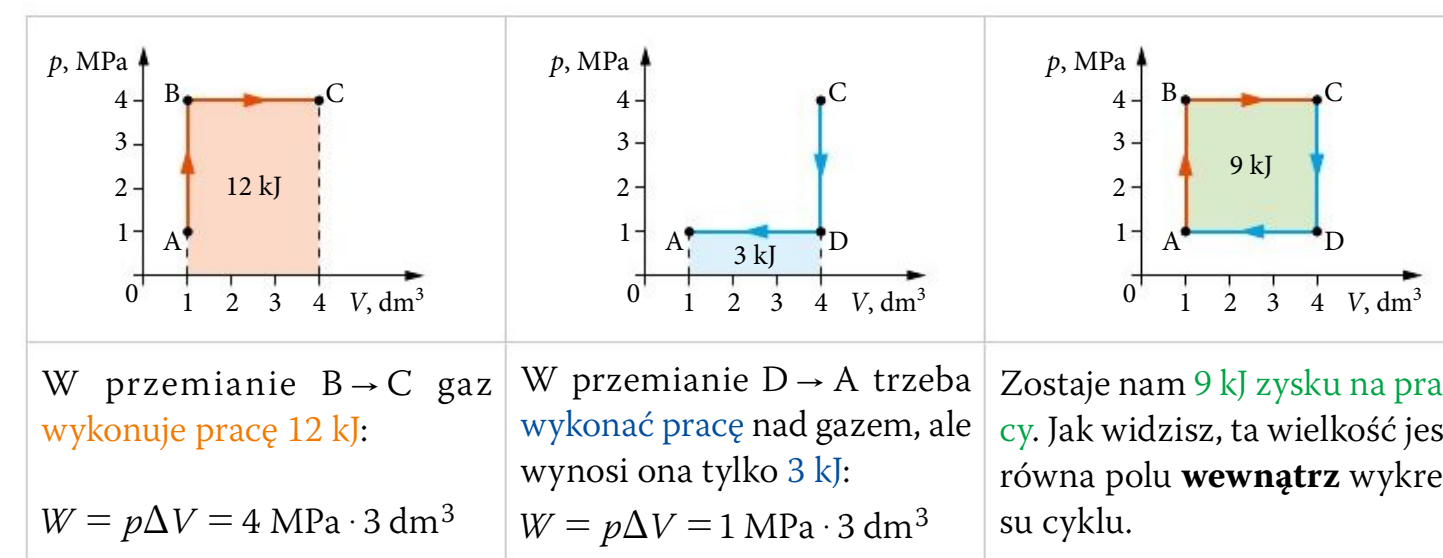
A to ciekawe

W większości silników cieplnych chłodnicą jest otoczenie, a grzejnik ma znacznie wyższą temperaturę. Ale może być na odwrót: otoczenie można wykorzystać jako grzejnik, jeśli dysponujemy chłodnicą o niższej temperaturze. Taka okazja zdarza się wiosną, gdy powietrze jest już ciepłe, a śnieg jeszcze nie stopniał. Zdjęcie, przedstawiające drogę w korytarzu ze śniegu, wykonano w Japonii, gdzie testuje się obecnie (2024 r.) takie urządzenia.



Praca wykonana przez silnik

Obliczmy, jaką pracę wykonuje nasz silnik. Po pierwsze zauważmy, że praca jest wykonywana tylko w dwóch przemianach: B → C i D → A.



Również z rysunku w ramce na następnej stronie (s. 94) wynika, że silnik wykonał pracę użyteczną – podniósł ładunek o masie 75 kg.

Ciepło pobrane i oddane przez gaz w silniku

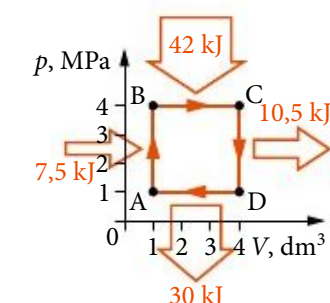
W ramce „Jest na to sposób” w poprzedniej lekcji (s. 87–88) obliczyliśmy, że:

- w przemianie A → B gaz pobrał ciepło 7,5 kJ,
- w przemianie B → C gaz pobrał ciepło 42 kJ.

Później samodzielnie obliczyłeś (zadanie 2. s. 88 – ściślej mówiąc, badałeś pobieranie ciepła w odwrotnej przemianie, ale jego wartość jest taka sama), że:

- w przemianie C → D gaz oddał ciepło 10,5 kJ,
- w przemianie D → A gaz oddał ciepło 30 kJ.

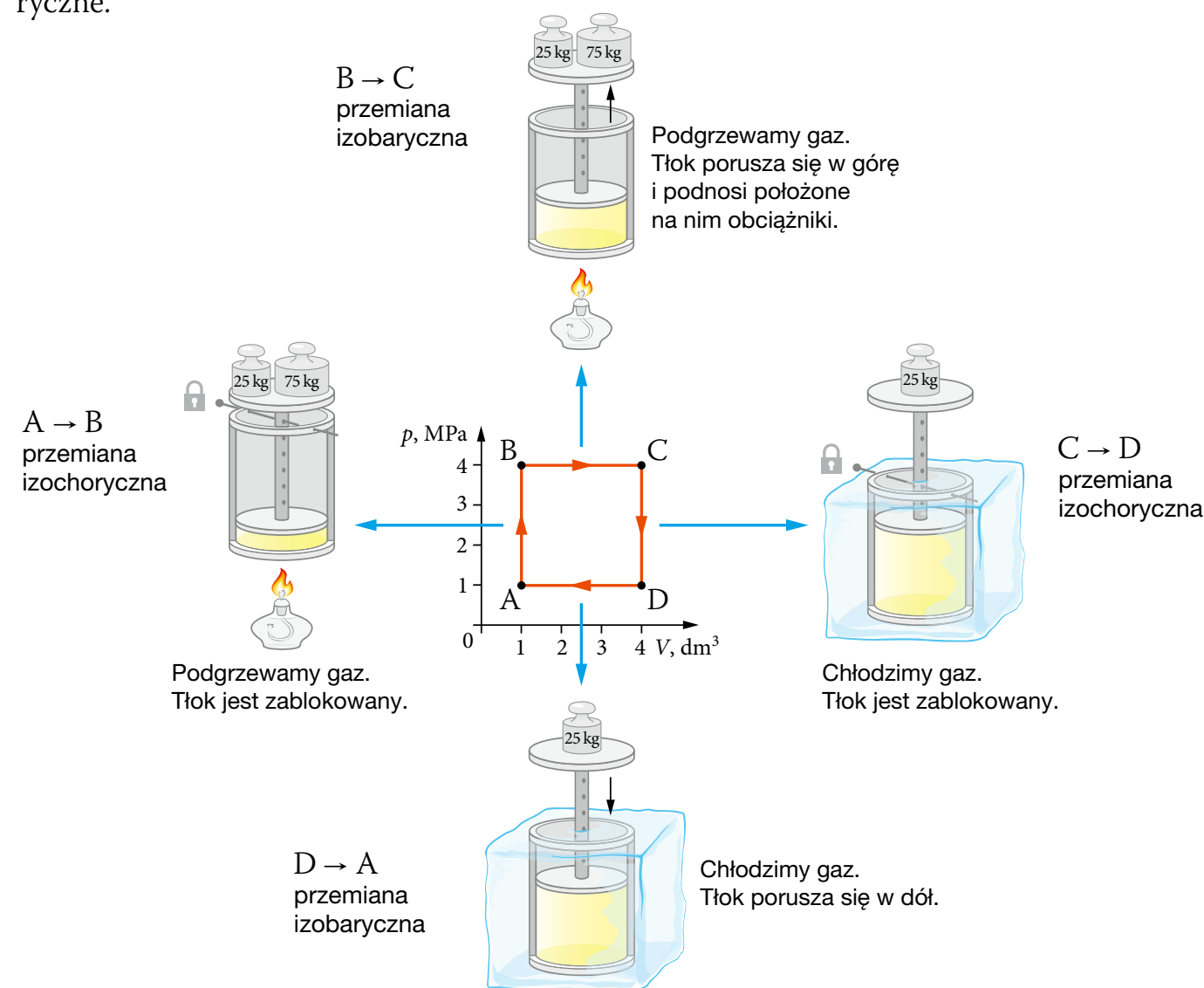
Tak więc gaz łącznie pobrał ciepło $Q_{\text{pob}} = 49,5 \text{ kJ}$, a oddał $Q_{\text{odd}} = 40,5 \text{ kJ}$. Pozostałe $Q_{\text{pob}} - Q_{\text{odd}} = 9 \text{ kJ}$ zamieniło się w pracę – a więc wszystko się zgadza (rys. 8.21).



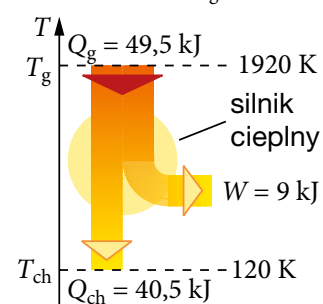
Rys. 8.21. Ciepło pobrane i oddane przez gaz w ciągu całego cyklu

Cykl termodynamiczny

W przedstawionym cyklu występują dwie przemiany izobaryczne i dwie przemiany izochoryczne.



Grzejnik – ciało o wysokiej temperaturze T_g



Chłodnica – ciało o niskiej temperaturze T_{ch}

Rys. 8.22. Przepływ energii w silniku cieplnym, wpisane wartości dla naszego przykładowego cyklu

Sprawność

Jak już wiesz, sprawność określa, jaka część włożonej energii zmienia się w użyteczną pracę. W przypadku silnika cieplnego przez włożoną energię rozumiemy ciepło dostarczone z grzejnika:

$$\text{sprawność} \rightarrow \eta = \frac{W}{Q_g}$$

praca użyteczna
dostarczone ciepło

Możemy więc łatwo obliczyć sprawność naszego przykładowego silnika cieplnego:

$$\eta = \frac{9 \text{ kJ}}{49,5 \text{ kJ}} = 0,18 = 18\%$$

To niewiele, zwłaszcza przy tak ogromnej różnicy temperatur między grzejnikiem a chłodnicą.

Sprawność silnika – jaka praca i jakie ciepło?

Przy obliczaniu sprawności bierzemy pod uwagę:

- **pracę netto** – praca wykonana przez gaz **MINUS** praca wykonana nad gazem,
- **ciepło brutto** – ciepło dostarczone do silnika, od którego **NIE ODEJMUJEMY** ciepła oddanego do chłodnicy.

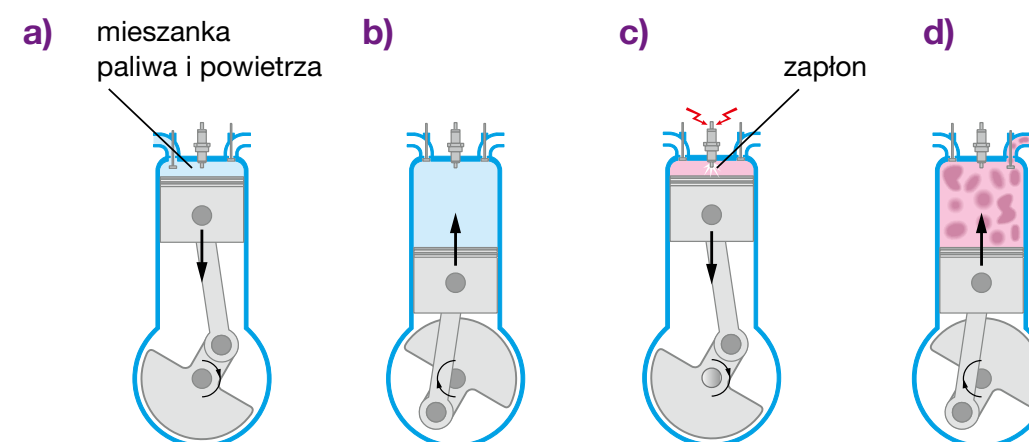
Robimy tak, ponieważ:

- Praca wykonana nad gazem to dla nas strata energii. Silnik wykonuje ją kosztem energii, którą w innym przypadku moglibyśmy wykorzystać.
- Ciepła oddanego do chłodnicy nie możemy już zamienić na pracę.

Czasami znajdujemy dla niego zastosowanie poza silnikiem, np. elektrociepłownie dostarczają miastu ciepłą wodę – ale nawet wtedy nie mamy do czynienia z pracą, którą uzyskujemy dzięki silnikowi.

Silniki spalinowe

Omawiany wcześniej przykład cyklu termodynamicznego (rys. 8.20) miał jedynie w prosty sposób pokazać zastosowanie termodynamiki do opisu silników. W praktyce używa się innych silników, trudniejszych w opisie, ale łatwiejszych w budowie i o większej sprawności. Dwa najczęściej używane to silniki spalinowe – czterosuwowy silnik benzynowy oraz silnik Diesla. Schemat działania silnika czterosuwowego przedstawiono na rysunku 8.23.



Rys. 8.23. Działanie silnika czterosuwowego: a) ssanie – do cylindra jest zasysana mieszanka powietrza i paliwa, b) sprężanie – mieszanka zostaje sprężona w cylindrze, c) praca – po zapaleniu mieszanki przez iskrę elektryczną gorące gazy spalinowe popychają tłok, d) wydech – z cylindra są usuwane spaliny

A to ciekawe

W motorowerach, kosiarkach czy piłach spalinowych używa się silników dwusuwowych. Są mniejsze i lżejsze, ale mają mniejszą sprawność. Dawniej stosowano je także w samochodach – nie tylko w ówczesnym bloku wschodnim (Syrena, Trabant), lecz także w Japonii (Suzuki) i Szwecji (Saab – na zdjęciu).

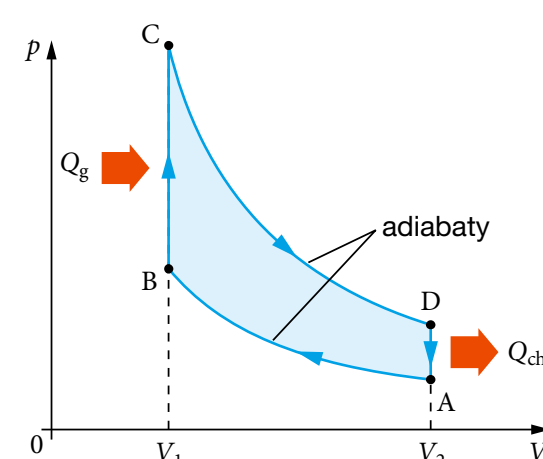


Cykl pracy silnika benzynowego na wykresie

Czy działanie silnika spalinowego można opisać na diagramie w układzie współrzędnych (V, p) , skoro taki diagram opisuje przemiany **określonej porcji** gazu, a silnik w każdym cyklu pobiera nowe powietrze i paliwo oraz pozbywa się spalin? Okazuje się, że jest to możliwe, gdy **przyjmiemy pewne uproszczenia**:

- spalanie traktujemy jako podgrzewanie gazu,
- pomijamy różnicę liczby moli gazu przed spalaniem i po nim (największą część powietrza stanowi azot, który w spalaniu nie bierze udziału),
- wydech i ssanie traktujemy łącznie jako chłodzenie gazu.

Taki uproszczony cykl przedstawiamy na rysunku 8.24.



Mieszanka – drobne kropelki paliwa rozpylone w powietrzu.

Opis przemian:

A → B – suw sprężania (przemiana adiabatyczna),
 B → C – spalanie mieszanki (zachodzi ono tak szybko, że tłok nie zdąży się poruszyć, dlatego traktujemy je jako przemianę izochoryczną),
 C → D – suw pracy (przemiana adiabatyczna),
 D → A – wydech i ssanie (ponieważ przy wydechu i ssaniu objętość wraca do początkowej wartości, traktujemy je łącznie jako izochoryczne chłodzenie)

Rys. 8.24. Cykl pracy silnika benzynowego

Ze schematu jasno wynika, że gdy uda się uzyskać wyższe ciśnienie podczas sprężania (punkt B), odpowiednio wyższe będzie także maksymalne ciśnienie osiągnięte podczas spalania mieszanki (punkt C), a wtedy silnik wykona większą pracę.

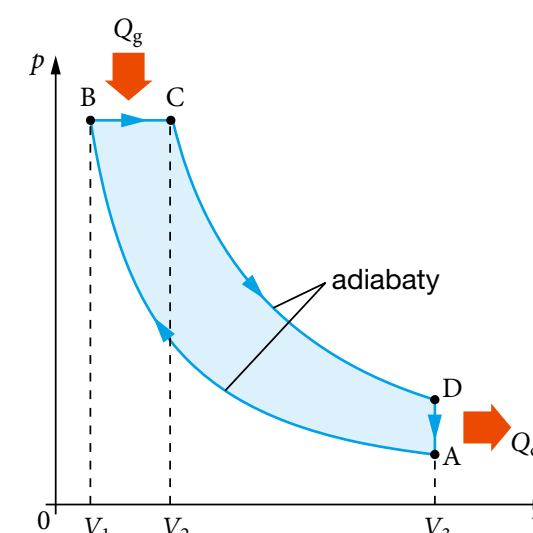
Ograniczeniem jest fakt, że przy zbyt wysokim ciśnieniu mieszanka sama się zapala.

Silnik Diesla

Ten problem ominięto w silniku Diesla, w którym jest sprężane tylko powietrze, a paliwo wtryskuje się dopiero do sprężonego powietrza. W czasie spalania do cylindra są dostarczane dalsze porcje paliwa, co pozwala podtrzymać wysokie ciśnienie mieszaniny, mimo że tłok już przesuwa się w dół (odcinek B–C na rys. 8.25 na następnej stronie).

Paliwem do silników Diesla nie jest benzyna, ale olej napędowy.

Silnik Diesla ma większą sprawność niż silnik benzynowy, czyli do wykonania takiej samej pracy potrzebuje mniej paliwa. To oznacza, że napędzany nim pojazd spala mniej paliwa na 100 km.



Opis przemian:

A → B – suw sprężania,
 B → C – początek pracy (paliwo dostarczane w miarę spalania),
 C → D – dalsza praca,
 D → A – wydech i ssanie zastępujemy chłodzeniem izochorycznym

Rys. 8.25. Cykl w silniku Diesla

Od czego zależy sprawność silników cieplnych

Dzięki odkryciom Carnota wiemy, że sprawność silnika cieplnego – niezależnie od jego konstrukcji – nie może przekroczyć pewnej granicznej wartości, zależnej jedynie od temperatury grzejnika i temperatury chłodnicy:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_{\text{ch}}}{T_{\text{g}}}$$

maksymalna sprawność temperatura chłodnicy temperatura grzejnika

Choć powyższy wzór opisuje tylko teoretyczną górną granicę, której rzeczywisty silnik nie może osiągnąć, jednak można z tej zależności wyciągnąć kilka ważnych wniosków:

- Przy ustalonej temperaturze chłodnicy sprawność jest tym większa, im wyższa jest temperatura grzejnika. Z tego powodu w nowoczesnych elektrowniach para jest rozgrzewana do temperatury 600°C, podczas gdy w pierwszych maszynach parowych miała ona temperaturę zaledwie ok. 140°C.
- Przy ustalonej temperaturze grzejnika sprawność jest tym większa, im niższa jest temperatura chłodnicy.
- Sprawność silnika cieplnego nie może wynosić 100%. Wymagałoby to osiągnięcia temperatury chłodnicy $T_{\text{ch}} = 0 \text{ K}$, co jest niemożliwe.

Sprawność silnika zależy od:

- wybranego cyklu przemian,
- temperatury chłodnicy,
- temperatury grzejnika,
- oporów mechanicznych,
- czynników zewnętrznych.

Sprawność silników spalinowych

Jaka jest rzeczywista sprawność silników spalinowych?

- Ze wzoru Carnota na $\eta_{\max}$ dla temperatur typowych dla takiego silnika (patrz ramka obok) otrzymalibyśmy aż 88%,
 - jeśli weźmiemy pod uwagę cykl termodynamiczny, według którego działa taki silnik, otrzymamy najwyżej 60%,
 - jednak rzeczywiste silniki mają sprawność zaledwie ok. 30%.
- Sprawność samochodu jest jeszcze mniejsza niż sprawność jego silnika ze względu na opory ruchu.

$T_g = 2500 \text{ K}$
(temperatura paliwa podczas spalania),
 $T_{ch} = 300 \text{ K}$
(temperatura otoczenia)

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Idealny silnik Diesla pracuje zgodnie z cyklem przedstawionym na diagramie. Zaznaczono na nim przykładowe (ale realistyczne dla tego rodzaju silników) wartości objętości i ciśnienia. Przyjmij, że gaz roboczy jest dwuatomowy. Oblicz sprawność tego silnika.

Dane: odczytujemy z wykresu (V, p)

Szukane: η

Rozwiązanie:

W czasie przemian adiabatycznych nie następuje przepływ ciepła – wynika to z definicji tej przemiany. Obliczmy więc ciepło przekazywane podczas pozostałych przemian.

Ciepło w przemianie D → A

W tej przemianie:

- Objętość się nie zmienia, a więc tłok się nie porusza (w praktyce – porusza się tak mało, że to pomijamy), czyli gaz **nie wykonuje pracy**.
- Zmniejsza się temperatura, a zatem także – energia wewnętrzna gazu. Skoro gaz nie wykonuje pracy, to **oddaje energię w postaci ciepła**. Jest ono usuwane do chłodnicy.

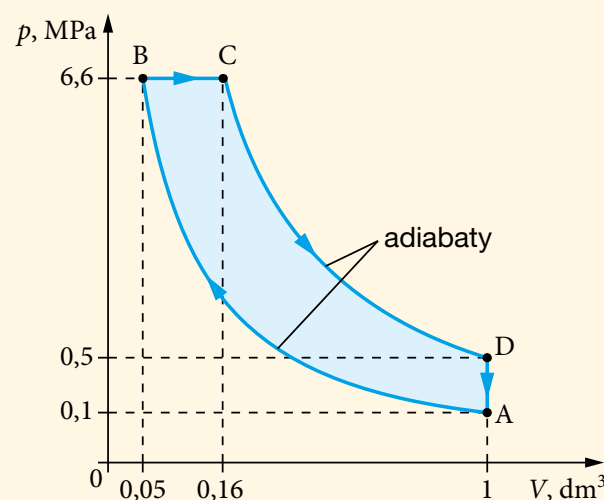
Przemiana D → A jest przemianą izochoryczną, a gaz jest dwuatomowy, więc skorzystamy z ciepła molowego:

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

Nie możemy obliczyć temperatur w stanie D i A, możemy jednak obliczyć iloczyn nRT dla każdego z nich:

$$nRT_A = p_A V_A = 0,1 \text{ MPa} \cdot 1 \text{ dm}^3 = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 100 \text{ J}$$

$$nRT_D = p_D V_D = 0,5 \text{ MPa} \cdot 1 \text{ dm}^3 = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 500 \text{ J}$$



➡ Stąd:

$$Q_{DA} = nC_V \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} nR (T_D - T_A) = \frac{5}{2} (nRT_D - nRT_A)$$

$$Q_{DA} = \frac{5}{2} (500 \text{ J} - 100 \text{ J}) = 1000 \text{ J}$$

Ciepło w przemianie B → C

W tej przemianie:

- Objętość gazu się zwiększa, a więc tłok się przesuwa i wykonuje przy tym pracę.
- Zwiększa się temperatura, a tym samym także – energia wewnętrzna gazu. Skoro gaz traci energię na wykonanie pracy, to znaczy, że **do gazu jest dostarczane ciepło**. Pochodzi ono ze spalania paliwa i wystarcza na podgrzanie gazu i na wykonanie pracy.

Przemiana B → C w naszym uproszczonym modelu jest przemianą izobaryczną, a gaz jest dwuatomowy, więc skorzystamy z ciepła molowego:

$$C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R$$

Podobnie jak dla przemiany D → A, obliczymy iloczyny nRT dla stanów B i C:

$$nRT_B = p_B V_B = 6,6 \text{ MPa} \cdot 0,05 \text{ dm}^3 = 6,6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 330 \text{ J}$$

$$nRT_C = p_C V_C = 6,6 \text{ MPa} \cdot 0,16 \text{ dm}^3 = 6,6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1056 \text{ J}$$

Stąd:

$$Q_{BC} = nC_p \Delta T = \frac{7}{2} nR \Delta T = \frac{7}{2} nR (T_C - T_B) = \frac{7}{2} (nRT_C - nRT_B)$$

$$Q_{BC} = \frac{7}{2} (1056 \text{ J} - 330 \text{ J}) = 2541 \text{ J}$$

Praca wykonana przez silnik

Pracę zawsze możemy obliczyć jako pole wewnątrz wykresu cyklu. Jednak znacznie łatwiej skorzystać z pierwszej zasady termodynamiki. Ciepło dostarczone do gazu jest większe od ciepła, jakie gaz oddał do chłodnicy, a różnica między nimi to właśnie ciepło zamienione w pracę:

$$W = Q_{BC} - Q_{DA} = 2541 \text{ J} - 1000 \text{ J} = 1541 \text{ J}$$

Sprawność

Znamy już zarówno uzyskaną pracę, jak i dostarczone ciepło, możemy obliczyć sprawność:

$$\eta = \frac{1541 \text{ J}}{2541 \text{ J}} = 0,61 = 61\%$$

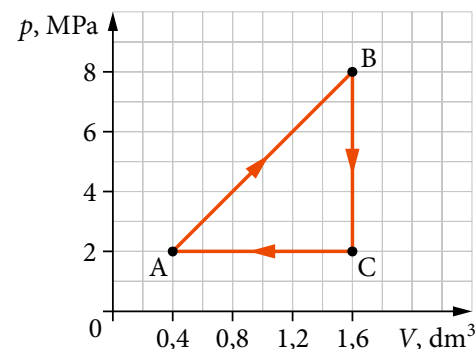
Odpowiedź: Sprawność tego silnika wynosi 61%.

Uwaga. Zamiast obliczać iloczyn nRT , możemy także podstawić wyrażenie na T wyznaczone z równania Clapeyrona do wzoru na ciepło. Na przykład obliczanie Q_{DA} możemy zapisać jako:

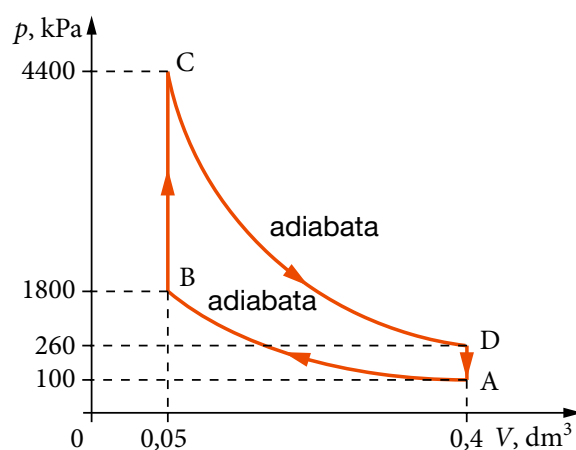
$$Q_{DA} = \frac{5}{2} nR (T_D - T_A) = \frac{5}{2} nR \left(\frac{p_D V_D}{nR} - \frac{p_A V_A}{nR} \right) = \frac{5}{2} (p_D V_D - p_A V_A)$$

Pytania i zadania

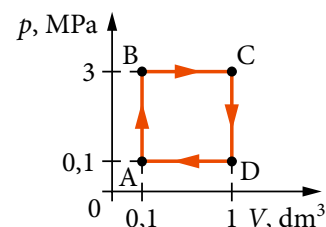
1. Silnik parowy kosztem spalania 100 kg węgla, którego 1 kg dostarcza 26 MJ ciepła, pozwala wyprodukować 40 kWh energii elektrycznej. Oblicz sprawność silnika. Pomiń straty energii w prądnicy napędzanej przez silnik (są one znacznie mniejsze niż straty energii w samym silniku).
2. Na wykresie przedstawiono teoretyczny cykl pracy silnika cieplnego. Gazem roboczym w tym silniku jest jednoatomowy gaz doskonały. Na podstawie danych zamieszczonych na wykresie oblicz pracę uzyskaną podczas jednego cyklu pracy tego silnika i sprawność silnika.



3. **P** Załóżmy, że silnik benzynowy samochodu osobowego pracuje w cyklu przedstawionym na diagramie poniżej. Powietrze i spaliny wypełniające cylinder silnika potraktuj jak dwuatomowy gaz doskonały. Odczytaj odpowiednie dane z diagramu (V, p) i oblicz ciepło pobrane, ciepło oddane oraz sprawność cyklu tego silnika.



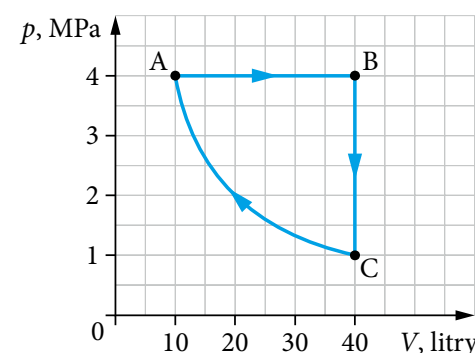
4. Rozważmy silnik cieplny, którego diagram ma kształt prostokąta, podobnie jak silnik omawiany w toku lekcji.



Przyjmijmy jednak dane liczbowe zbliżone do tych, z którymi mamy do czynienia w silnikach benzynowych. Gaz jest dwuatomowy.

Oblicz, jaka jest sprawność silnika dla tych danych.

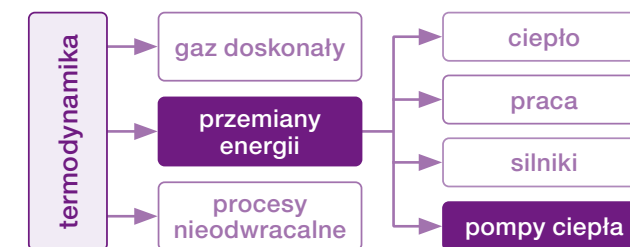
5. Rozważmy silnik cieplny, którego cykl składa się z izochory, izobary i izotermy (patrz diagram). Gaz jest dwuatomowy. Oblicz jego sprawność.



Wskazówka. Fakt, że w czasie przemiany izotermicznej nie zmienia się temperatura, nie oznacza braku przepływu ciepła. Dlaczego?

Jeśli odpowiesz sobie na to pytanie, to bez trudu obliczysz ciepło oddane lub pobrane w takiej przemianie.

8.7 Pompy ciepła



Ważne w tej lekcji:

- pojęcie pompy ciepła w fizyce,
- przykłady zastosowań pomp,
- efektywność.

Przypomnij sobie:

- Ciepło przepływa samorzutnie tylko z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze.
- W silniku cieplnym część ciepła dostarczonego z grzejnika zmienia się w pracę, a część jest oddawana do chłodnicy.

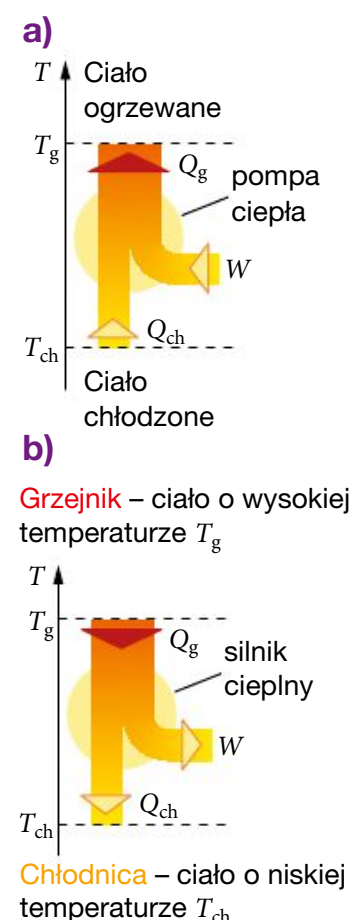
Urządzeniem w pewnym sensie odwrotnym do silnika cieplnego jest **pompa ciepła**. Na co dzień pompą ciepła nazywamy tylko urządzenie do ogrzewania domów. W fizyce to pojęcie jest szersze: obejmuje również lodówki, zamrażarki i klimatyzatory. Dlatego nasze rozważania rozpoczniemy od doświadczenia wykorzystującego lodówkę.

Doświadczenie 11

1. Na czas wykonywania doświadczenia wyłącz lodówkę z prądu.
2. Ostrożnie dotknij różnych elementów lodówki znajdujących się z tyłu urządzenia. Porównaj ich temperaturę z temperaturą otoczenia.
3. Spróbuj wyjaśnić wyniki swoich obserwacji.
4. Podłącz lodówkę do prądu.



Tylna część lodówki jest ciepła, ponieważ tamtędy wydostaje się wypompowane z niej ciepło.



Rys. 8.26. Pompa ciepła (a) działa odwrotnie niż silnik cieplny (b)

Lodówka jest przeciwieństwem silnika cieplnego:

- W silniku cieplnym **uzyskujemy pracę na skutek przepływu ciepła** między ciałami **od wyższej temperatury do niższej**.
- W lodówce **dzięki wykonanej pracy ciepło przepływa** między ciałami **od niższej temperatury (wnętrze lodówki) do wyższej** (powietrze na zewnątrz pomieszczenia).

Urządzenie powodujące przepływ ciepła z ciała chłodniejszego do cieplejszego kosztem wykonanej pracy nazywamy **pompą ciepła**.

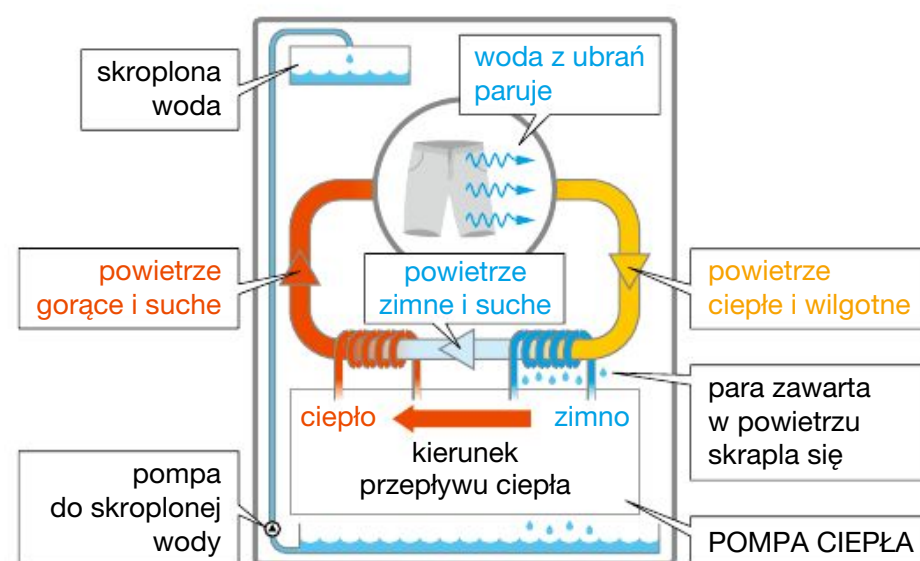
Wykonanie pracy jest konieczne, ponieważ ciepło nie może przepływać samorzutnie z ciała zimniejszego do cieplejszego.

Jak duża musi być ta praca? Zależy to oczywiście od typu i jakości pompy, ale także od różnicy temperatur obszarów, między którymi przepompujemy ciepło. To kolejna analogia z silnikiem cieplnym. Przy tej samej ilości pochłoniętego ciepła:

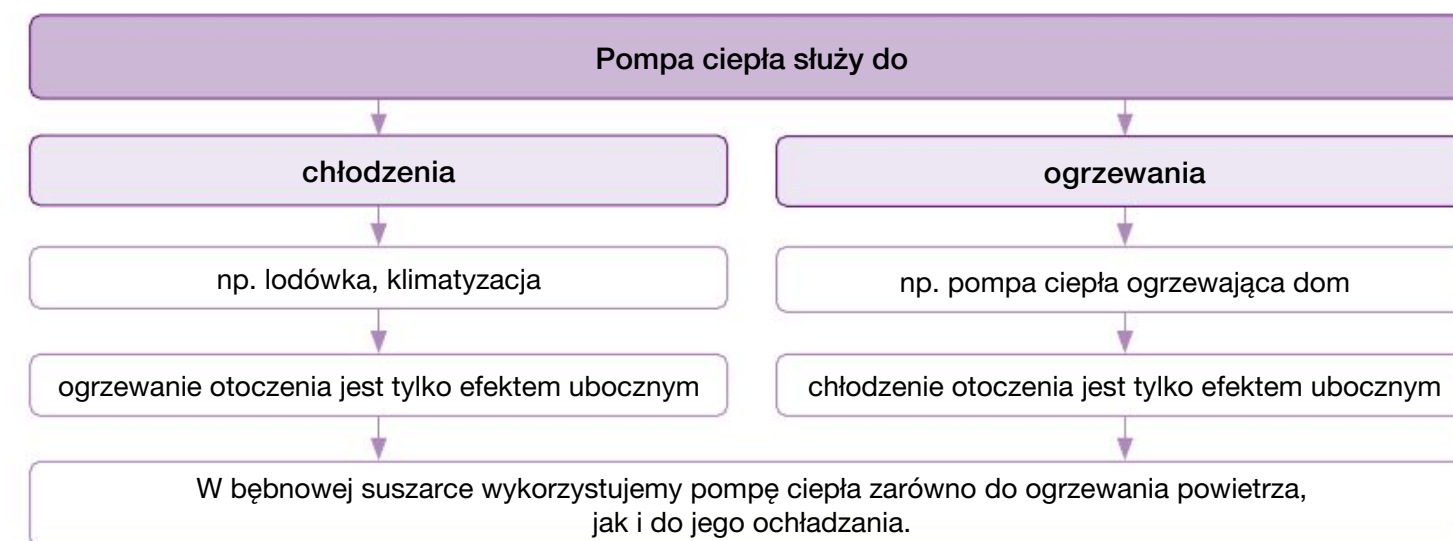
- im większa różnica temperatur, tym większą pracę może wykonać silnik cieplny,
- im większa różnica temperatur, tym większa praca jest potrzebna, aby napędzać pompę ciepła.

■ Do czego służą pompy ciepła?

Pompa ciepła służy do przenoszenia ciepła z ciała chłodniejszego do cieplejszego. W zależności od potrzeb może nam zależeć na obniżaniu temperatury ciała chłodniejszego (tak działa lodówka lub klimatyzator) lub na podwyższaniu temperatury ciała cieplejszego (tak działa pompa ciepła ogrzewająca dom). Bywa też tak, że w jednym urządzeniu wykorzystuje się zarówno chłodzenie, jak i ogrzewanie (np. w bębnowej suszarce do prania – patrz rys. 8.27).



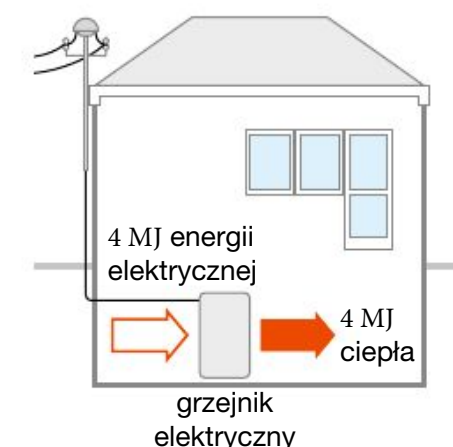
Rys. 8.27. Schemat suszarki bębnowej



■ Zalety ogrzewania za pomocą pompy ciepła

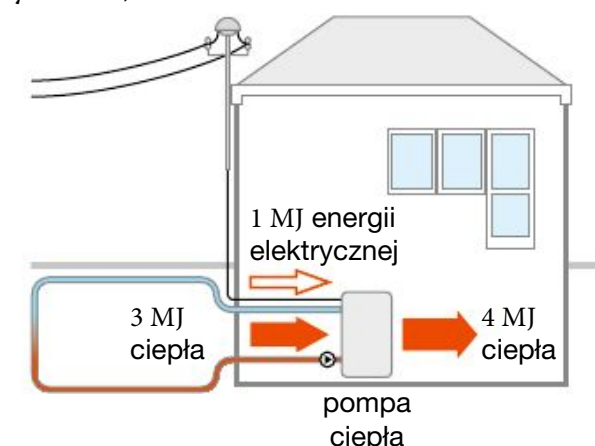
Działanie pompy ciepła ogrzewającej dom wymaga wykonania pracy kosztem dostarczonej energii elektrycznej. Ostatecznie jednak ta energia i tak służy do podgrzania domu, więc nie jest zmarnowana. Tymczasem całe ciepło przepompowane z zewnątrz to nasz zysk – dodatkowa energia do ogrzania wnętrza. Porównajmy:

- Jeśli grzejnik elektryczny ma dostarczyć do domu 4 MJ ciepła, to musi zużyć 4 MJ energii elektrycznej (rys. 8.28).



Rys. 8.28. Wykorzystanie energii elektrycznej, kiedy do ogrzewania domu wykorzystujemy grzejniki elektryczne

- Pompa ciepła zużywa w tym celu np. 1 MJ energii elektrycznej, a pozostałe 3 MJ to ciepło przepompowane z otoczenia, zatem otrzymane za darmo (rys. 8.29).

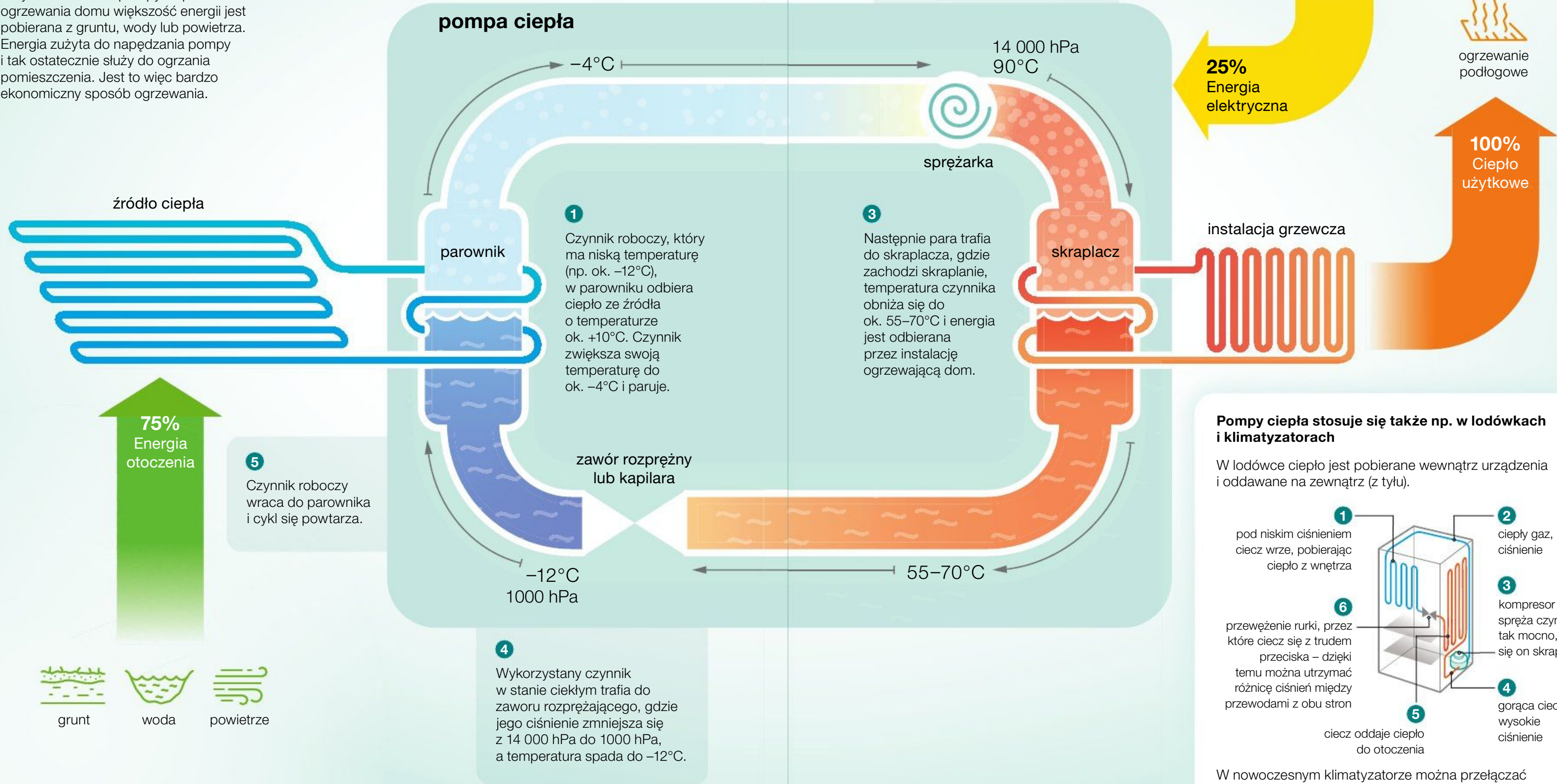
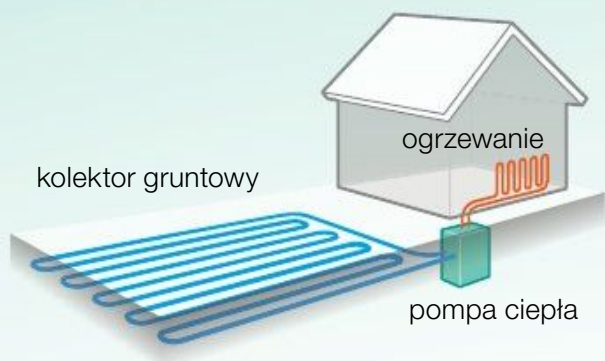


Rys. 8.29. Wykorzystanie energii elektrycznej, kiedy do ogrzewania domu wykorzystujemy pompę ciepła

POMPY CIEPŁA

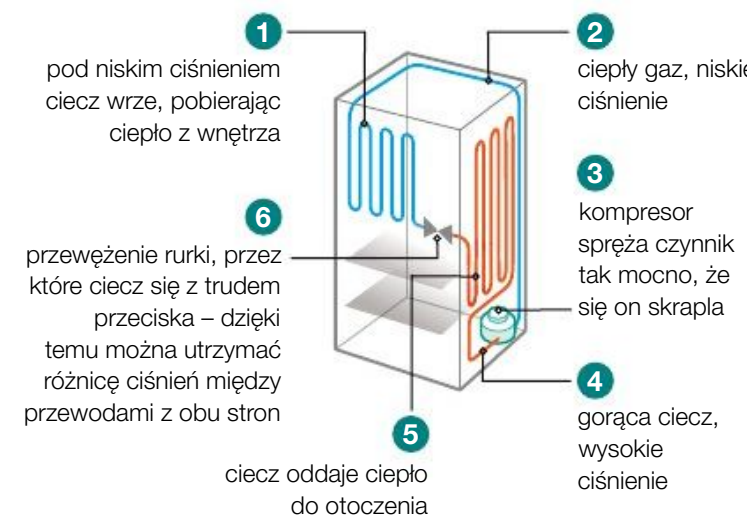
Pompa ciepła służy do przenoszenia ciepła z obszaru chłodniejszego do cieplejszego. Odbywa się to z udziałem czynnika roboczego, czyli substancji pośredniczącej w wymianie energii.

Przy zastosowaniu pompy ciepła do ogrzewania domu większość energii jest pobierana z gruntu, wody lub powietrza. Energia zużyta do napędzania pompy i tak ostatecznie służy do ogrzania pomieszczenia. Jest to więc bardzo ekonomiczny sposób ogrzewania.



Pompy ciepła stosuje się także np. w lodówkach i klimatyzatorach

W lodówce ciepło jest pobierane wewnątrz urządzenia i oddawane na zewnątrz (z tyłu).



W nowoczesnym klimatyzatorze można przełączać kierunek przepływu ciepła. Takie urządzenie chłodzi w lecie i grzeje w zimie.

■ Efektywność pompy ciepła

Gdy omawialiśmy silniki cieplne, mówiliśmy o ich sprawności. W przypadku pompy ciepła podobnym pojęciem jest współczynnik efektywności, oznaczany skrótem COP (ang. *coefficient of performance*). Istnieją dwie podobne wielkości odgrywające tę rolę: COP_C oraz COP_H . Indeksy C i H są skrótami od ang. *cooling* (chłodzenie) i *heating* (ogrzewanie). W przypadku **chłodzenia** za pomocą lodówki lub klimatyzatora interesuje nas zwykle, ile ciepła urządzenie usuwa z chłodzonej przestrzeni w stosunku do zużytej energii elektrycznej – i tak też wyznaczamy współczynnik efektywności dla tych urządzeń:

$$COP_C = \frac{Q_C}{W}$$

współczynnik efektywności

ciepło pobrane z obszaru chłodniejszego

praca prądu elektrycznego (energia elektryczna zużyta przez urządzenie)

Jeśli natomiast interesuje nas **ogrzewanie** pomieszczenia za pomocą pompy ciepła, to bardziej przydatny jest współczynnik określony nieco inaczej:

$$COP_H = \frac{Q_H}{W}$$

współczynnik efektywności

ciepło dostarczone do ogrzewanego obszaru

praca prądu elektrycznego (energia elektryczna zużyta przez urządzenie)

Ponieważ zgodnie z zasadą zachowania energii zachodzi równość:

$$Q_H = Q_C + W$$

więc COP_H jest zawsze o 1 większe od COP_C :

$$COP_H = \frac{Q_H}{W} = \frac{Q_C + W}{W} = \frac{Q_C}{W} + \frac{W}{W} = COP_C + 1$$

O odróżnianiu obu współczynników trzeba pamiętać nie tylko w czasie rozwiązywania zadań, lecz także podczas zakupu pompy ciepła do domu – współczynnik COP jest istotnym kryterium wyboru konkretnego modelu.

To bardzo ważne, aby porównywać tylko współczynniki określone w tych samych warunkach, ponieważ współczynnik COP zależy w znacznym stopniu od różnicy temperatur pomiędzy obszarem chłodzonym a ogrzewanym. Im większa różnica, tym trudniej pompować ciepło, a więc tym mniejszy COP .

Zatem może się okazać, że jedna pompa ma większy współczynnik efektywności, kiedy służy do podgrzewania wody do kaloryferów, ale do zasilania ogrzewania podłogowego, wymagającego niższej temperatury, lepiej nadaje się inna pompa.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



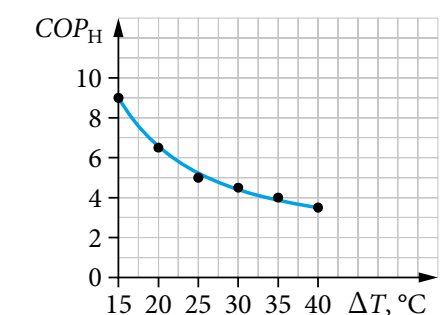
1. W odizolowanym od otoczenia pomieszczeniu pracuje lodówka z otwartymi drzwiami. Jak po długim czasie zmieni się temperatura w tym pomieszczeniu?



2. Aby z wnętrza lodówki usunąć 1 J ciepła, kompresor musi wykonać pracę 0,5 J. W lodówce zepsuł się przycisk wyłączający oświetlenie i lampka o mocy 10 W świeci w niej przez cały czas. Ile zapłacimy dodatkowo w ciągu miesiąca za zużytą energię elektryczną, licząc po 1,20 zł za 1 kWh?
3. Oblicz współczynnik COP_C dla klimatyzatora pobierającego energię elektryczną o mocy 1,25 kW, który w ciągu godziny usuwa z pomieszczenia 18 MJ ciepła.
4. Pompy ciepła do ogrzewania domów dzielimy na powietrzne i gruntowe. Jak sama nazwa wskazuje, pompy powietrzne czerpią energię z powietrza na zewnątrz budynku, a gruntowe – z gruntu.

Wyjaśnij, dlaczego pompa gruntowa zużywa mniej energii elektrycznej. Dowiedz się, jakie zalety ma z kolei pompa powietrzna.

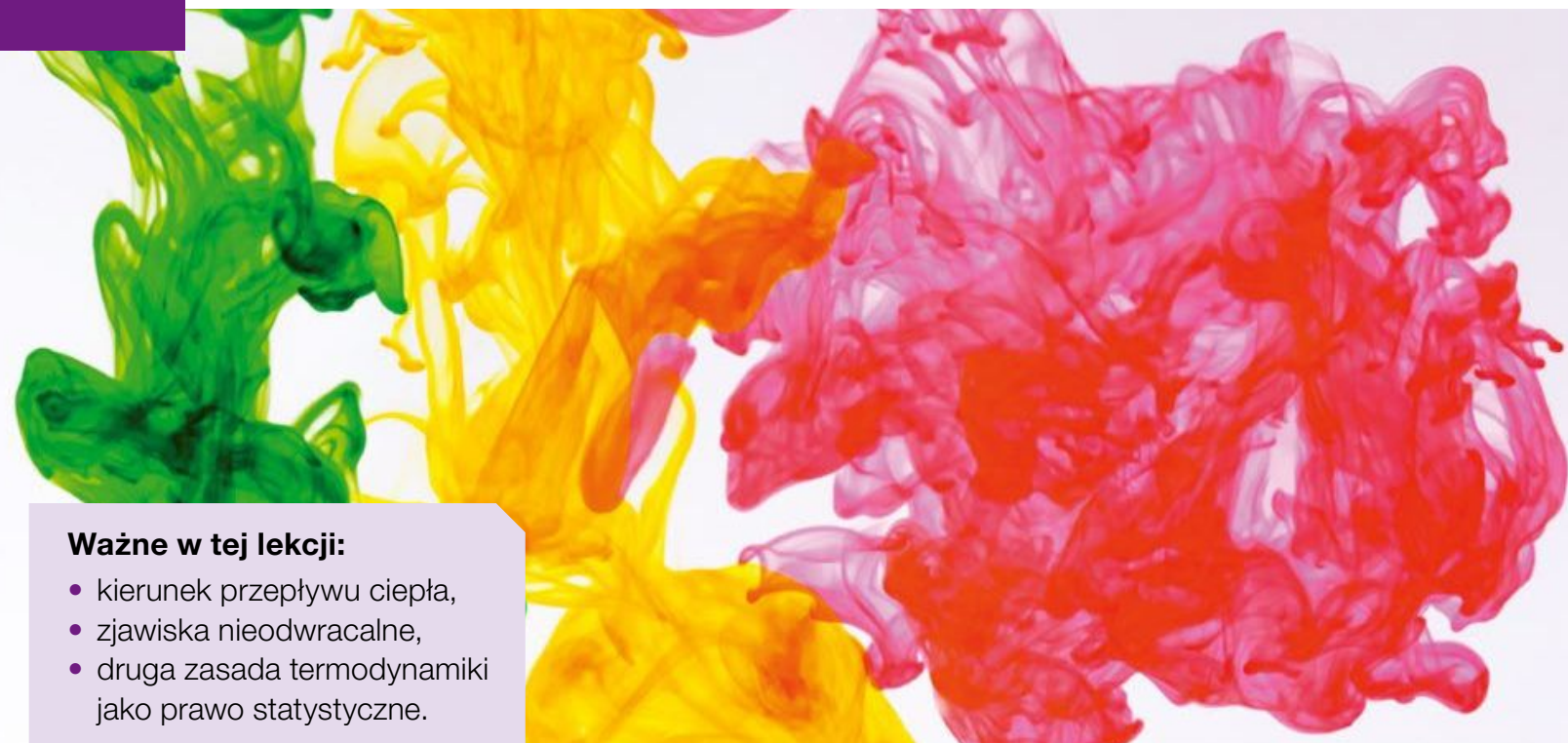
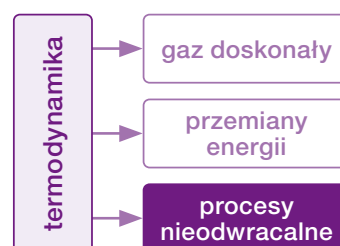
5. Niewielki dom ogrzewano zimą poprzez włączanie co noc na 6 godzin akumulacyjnych pieców elektrycznych o łącznej mocy 8 kW. Następnie zamieniono je na gruntową pompę ciepła, pracującą w tym samym trybie czasowym. Pompa pobiera ciepło z gruntu o temperaturze 5°C i oddaje je do domu, w którym temperatura powietrza wynosi 20°C. Zależność współczynnika COP_H od różnicy temperatur dla tej pompy przedstawia wykres.



- a) Oblicz moc prądu elektrycznego potrzebnego do zasilania pompy.
- b) Oblicz miesięczną oszczędność na opłatach za energię elektryczną po zamianie grzejników na pompę ciepła. Przyjmij, że właściciel domu wybrał taryfę, w której cena zależy od pory dnia – za energię w nocy płaci 50 gr za 1 kWh.

8.8

Druga zasada termodynamiki

**Ważne w tej lekcji:**

- kierunek przepływu ciepła,
- zjawiska nieodwracalne,
- druga zasada termodynamiki jako prawo statystyczne.

Przypomnij sobie:

- Przepływem ciepła nazywamy przekaz energii wywołany różnicą temperatur.
- Ciepło przepływa od ciała cieplejszego do chłodniejszego.
- Prawa rządzące przemianami gazowymi można wyprowadzić z zasad dynamiki.

■ Kierunek przepływu ciepła

Jak wiesz, ciepło spontanicznie może przepływać tylko w jedną stronę: z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze. Ten fakt to jedno ze sformułowań drugiej zasady termodynamiki. Brzmi ono następująco:

Ciepło przepływa samorzutnie z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze, a nigdy w przeciwną stronę.

Dlatego też nie można zbudować urządzenia, które bez dopływu energii z zewnątrz ogrzewałoby piekarnik kosztem chłodzenia wnętrza lodówki, choć działanie takiego urządzenia nie byłoby sprzeczne z zasadą zachowania energii.

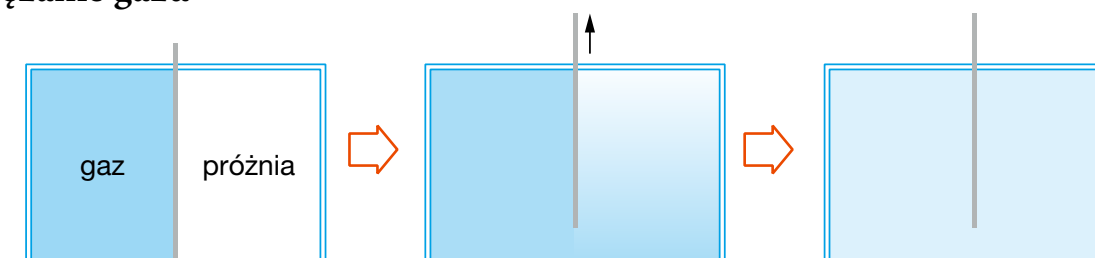
Zanim przejdziemy do innych, równoważnych sformułowań drugiej zasady termodynamiki, najpierw powiemy, co to są **procesy nieodwracalne** (patrz ramka na następnej stronie).

Procesy nieodwracalne

W przyrodzie jest wiele zjawisk, które zachodzą tylko w jedną stronę, dlatego nazywamy je procesami nieodwracalnymi. Oto kilka przykładów.

• Mieszanie substancji

- Kilka kropli soku wlanych do wody stopniowo rozcieńcza się w całej objętości.
- Nie obserwujemy natomiast, aby sok zmieszany z wodą zbierał się w niej samorzutnie w jednym miejscu.

• Rozprężanie gazu

- W połowie naczynia jest gaz, a w połowie próżnia. Gdy otworzymy przegrodę, gaz się rozpręży i jego ciśnienie wyrówna się w obu częściach naczynia.
- Nigdy się nie zdarza, aby gaz samorzutnie sprężył się w jednej części naczynia.

• Zamiana energii kinetycznej w energię wewnętrzną na skutek tarcia

- Popchnięte po podłodze pudełko zatrzymuje się, a temperatura pudełka i otoczenia nieco się zwiększa.
- Nigdy natomiast się nie zdarza, aby jakieś ciało spontanicznie zaczęło się poruszać kosztem chłodzenia otoczenia.

• Rozbicie przedmiotu na kawałki

- Żarówka uderzająca o podłogę rozbija się na kawałki.
- Zdarzenie odwrotne nie może mieć miejsca.



■ Inna postać drugiej zasady termodynamiki

Oto inne sformułowanie drugiej zasady termodynamiki równoważne do tego, które podaliśmy na początku lekcji:

Nie można zbudować urządzenia, które zamienia całe dostarczone ciepło w pracę.

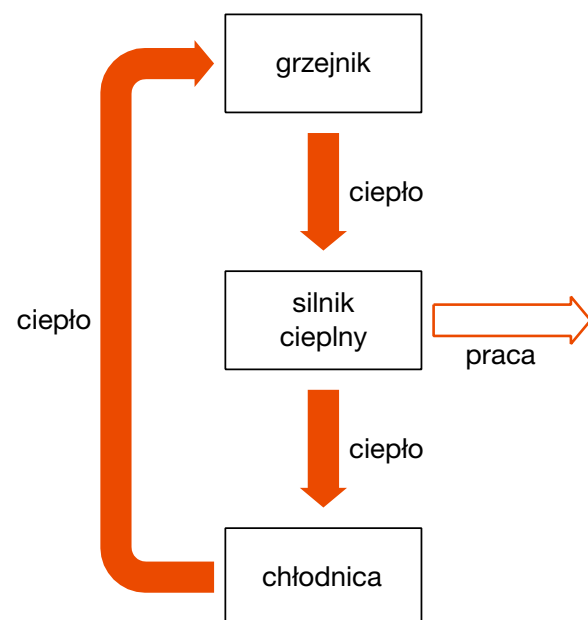
Dlaczego oba podane sformułowania drugiej zasady termodynamiki są równoważne? Wyjaśniamy to w ramce poniżej.

Jest jeszcze wiele innych równoważnych sformułowań drugiej zasady termodynamiki.

Wszystkie nieodwracalne zjawiska, w których uczestniczą ciała złożone z wielu cząstek, są nieodwracalne właśnie ze względu na drugą zasadę termodynamiki.

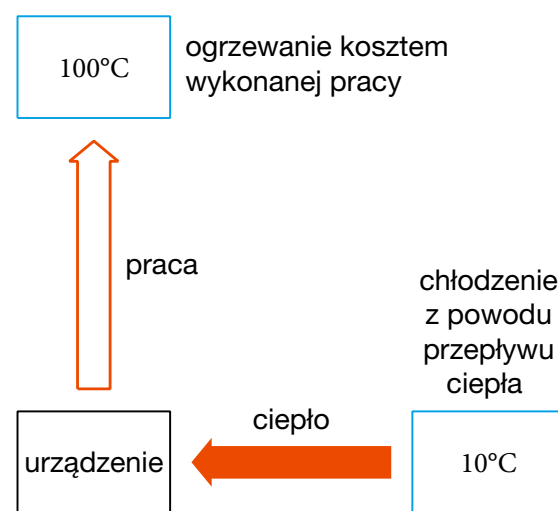
Druga zasada termodynamiki i silniki cieplne

Gdyby ciepło mogło przepływać z ciała chłodniejszego do cieplejszego, moglibyśmy je skierować z chłodnicy z powrotem do grzejnika.



W ten sposób wyeliminowalibyśmy straty ciepła w chłodnicy.

Gdyby można było zbudować urządzenie zamieniające całe dostarczone ciepło na pracę, moglibyśmy zasilać je ciepłem pobranym z ciała o niskiej temperaturze, a otrzymaną pracę wykorzystać do podgrzewania ciała o wyższej temperaturze.



W ten sposób bez zewnętrznego zasilania przenosilibyśmy ciepło z ciała chłodniejszego do cieplejszego.

■ Zjawiska nieodwracalne a prawa dynamiki

Proste zjawiska, takie jak zderzenie kul bilardowych czy ruch podzruczonej piłki, możemy obserwować na filmie puszczonej od końca. W większości takich przypadków nie zorientujemy, że coś jest nie w porządku. Pomyślimy najwyżej, że kule poruszały się w drugą stronę, a piłka spadała.

Mówimy, że rządzące tymi zjawiskami prawa dynamiki Newtona są odwracalne w czasie.

Jednak zjawiska dotyczące ciał zbudowanych z wielu cząsteczek są często nieodwracalne (patrz ramka s. 109), chociaż ruchem i oddziaływaniami poszczególnych cząsteczek rządzą przecież odwracalne prawa dynamiki Newtona.

Skąd w takim razie bierze się nieodwracalność zjawisk?

■ Model rozprężania gazu

Aby odpowiedzieć na to pytanie, możemy wykonać doświadczenie i rozwiązać prosty model.

Doświadczenie 12

1. Podziel kartkę na dwie równe części (symbolizujące połowy naczynia).
2. Podrzucić 10 monet. Te, na których wypadł orzeł, połóż na pierwszej części kartki, a te, na których wypadła reszka – na drugiej.
3. Zapisz, ile monet znalazło się w pierwszej części kartki.
4. Wykonaj czynności opisane w punktach 2. i 3. jeszcze cztery razy. Co obserwujesz?



Prawdopodobieństwo, że wszystkich dziesięć monet upadnie na tę samą stronę, wynosi:

$$\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{512}$$

Oznacza to, że jeśli to doświadczenie wykona kilka tysięcy uczniów, to kilkudziesięcioro z nich przynajmniej raz spotka się z sytuacją, w której wszystkie monety zgromadzili na jednej połowce kartki. Nieco częściej się zdarzy, że w jednej z części znajdzie się tylko jedna moneta lub dwie.

Gdybyśmy jednak wzięli 100 monet, prawdopodobieństwo upadku wszystkich na tę samą stronę zmalałoby do:

$$\frac{1}{2^{100}} + \frac{1}{2^{100}} = \frac{2}{2^{100}} \approx \frac{2}{10^{30}}$$

Jest to prawdopodobieństwo podobne do prawdopodobieństwa trafienia szóstek w czterech kolejnych losowaniach totolotka.

Gdyby każdy człowiek na Ziemi wykonywał takie doświadczenie sto razy dziennie, na ułożenie wszystkich stu monet na jednej połowie kartki średnio musielibyśmy czekać dłużej, niż istnieje Wszechświat.

$\frac{1}{2^{10}}$, że to będzie lewa strona, oraz $\frac{1}{2^{10}}$, że to będzie prawa strona.

Przydatny sposób szacowania:
 $2^{10} = 1024 \approx 1000 = 10^3$
 więc
 $2^{100} = (2^{10})^{10} \approx (10^3)^{10} = 10^{30}$



Rys. 8.30. Czy małpa może przypadkiem napisać *Hamleta*? W zasadzie tak, ale jest to bardzo mało prawdopodobne

Tymczasem cząsteczek gazu w 1 molu jest nie 100, nie 10 000, ale $6 \cdot 10^{23}$. W tej sytuacji prawdopodobieństwo samorzutnego zebrania się ich wszystkich – albo choćby zauważalnej większości – w jednej połowie naczynia jest pomijalnie małe.

Interpretacja statystyczna

Stwierdziliśmy, że samorzutne zebranie się gazu w jednej połowie naczynia jest teoretycznie możliwe, ale bardzo mało prawdopodobne. Analogicznie jest z innymi omawianymi wyżej zjawiskami nieodwracalnymi. Przepływ ciepła z ciała zimniejszego do cieplejszego jest w zasadzie możliwy, ale niesłychanie mało prawdopodobny. Dlatego mówimy, że druga zasada termodynamiki ma charakter statystyczny: określa, jakie zjawiska zachodzą z prawdopodobieństwem pozwalającym na ich obserwację (rys. 8.30).

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



- Wskaż, które z opisanych zjawisk są w przybliżeniu odwracalne, a które – nieodwracalne.
 - stłuczenie szklanki
 - ruch wahadła od najwyższego położenia do położenia równowagi
 - ogrzewanie powietrza przez świecącą żarówkę
- Urządzenie produkujące energię z niczego jest nazywane perpetuum mobile pierwszego rodzaju, natomiast urządzenie zamieniające całe pobrane ciepło na pracę jest nazywane perpetuum mobile drugiego rodzaju.
 - Wyjaśnij, dlaczego żadnego z takich urządzeń nie można zbudować. Z jakich praw fizyki to wynika?
 - Wyobraź sobie, że istnieje perpetuum mobile drugiego rodzaju, produkujące energię elektryczną kosztem obniżania temperatury wody morskiej. Oblicz, o ile obniżyłaby się w ciągu roku temperatura wody w Bałtyku, gdyby z jej energii wewnętrznej produkować energię elektryczną w takiej ilości, jak to ma miejsce obecnie w Polsce. Samodzielnie znajdź potrzebne dane liczbowe. Zapisz, z jakich źródeł je zaczerpnąłeś.
 - Gdyby gaz mógł się samorzutnie skupiać w jednej połowie naczynia, moglibyśmy zbudować perpetuum mobile drugiego rodzaju (patrz opis w zadaniu 2). Opisz, jak mogłaby wtedy wyglądać taka maszyna.

Analiza tekstu

Ciepło i energia

Chyba w żadnym innym dziale fizyki nie uzyskano tak doniosłych wyników opartych na błędnym wyobrażeniu o naturze świata jak przy badaniu zjawisk cieplnych. W pierwszych dekadach XIX w. powszechnie uznawano istnienie nieważkiego, przenikającego wszystko fluidu, zwanego cieplikiem (łac. *caloricum*) [...]. Zwiększanie się ilości cieplika miało prowadzić do rozszerzania ciał i zmian ich stanu skupienia (topnienie i wrzenie), a wrażenia zmysłowe ciepła i zimna miały być przejawem przepływów tego fluidu.

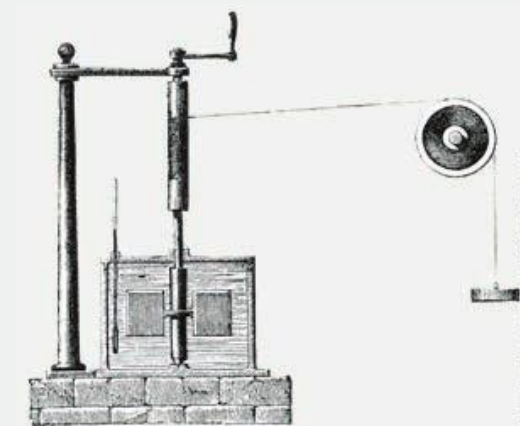
Argumenty teoretyczne na rzecz istnienia cieplika były eleganckie i przekonujące. Używając tego pojęcia, Siméon Denis Poisson wykazał w 1818 roku, że związek między zmianą ilości ciepła ΔQ danej ilości gazu oraz zmianami jego objętości ΔV i ciśnienia Δp wyraża się wzorem

$$R \cdot \Delta Q = C_V \cdot V \cdot \Delta p + C_p \cdot p \cdot \Delta V$$

gdzie R jest stałą gazową, a C_V i C_p ciepłami właściwymi odpowiednio przy stałej objętości i stałym ciśnieniu. [...]

Pierre Simon Laplace [...] dla $\frac{C_p}{C_V} = 1,4$ uzyskał zależność ciepła właściwego powietrza od ciśnienia, która doskonale zgadzała się z uzyskanymi w 1813 roku pomiarami [...]. Laplace stwierdził także, że można poprawić klasyczne rozumowanie Newtona, który

W 1819 roku Alexis Petit i Pierre Dulong stwierdzili na podstawie swoich eksperymentów, że iloczyn ciepła właściwego ciała stałego i jego ciężaru cząsteczkowego jest w przybliżeniu taki sam dla wszystkich ciał stałych. Wyjaśnienie tego empirycznego prawa było jednym z pierwszych wielkich sukcesów mechaniki kwantowej.



Ilustracja przedstawia przyrząd służący Joule'owi do wyznaczania mechanicznego równoważnika ciepła

w *Principiach* obliczył prędkość dźwięku, zakładając, że zaburzone cząstki powietrza doznają działania siły zależnej od wychylenia z położenia równowagi, ale uzyskane w ten sposób przewidywania były systematycznie mniejsze od mierzonej wielkości. Laplace dostrzegł, że właśnie uwzględnienie $\frac{C_p}{C_V} = 1,4$ pozwala uzyskać zgodność z doświadczeniem.

Skonstruowanie i udoskonalanie maszyn parowych niewątpliwie stanowiło inspirację dla dwudziestoosmioletniego podporucznika saperów, Sadi Carnota, który w 1824 r. sformułował – posługując się oczywiście pojęciem cieplika – teorię maszyn cieplnych i udowodnił, że silnik termodynamiczny działa w sposób najbardziej efektywny, gdy przemiany cieplne zachodzą w nim w sposób odwracalny.

Pierwsze poglądy na naturę cieplika zakładały, że jest to fluid niezniszczalny, jednak później przekonanie to zaczęło słabnąć. Wielu uczonych wyrażało przekonanie o zachowaniu w przyrodzie pewnej ogólnej wielkości, której ciepło jest zaledwie jednym z przejawów. Sadi Carnot próbował wyznaczyć przebieg ciepła na pracę mechaniczną, ale na zadowalająco dokładny wynik trzeba było jeszcze czekać kilkanaście lat.

W 1843 roku James Joule podał ten uniwersalny przelicznik, a w roku 1847 ukazała się rozprawa Hermanna Helmholtza, w której jasno sformułował on zasadę zachowania energii i udokumentował jej słusność w wielu działach fizyki. Gwoli ścisłości, należy wspomnieć, że mechaniczny równoważnik ciepła i sformułowanie zasady zachowania energii podał w 1842 roku, a więc przed Joulem i Helmholtzem, Robert Mayer. Jako lekarz miał jednak trudności w zapisaniu swoich wyników w sposób zrozumiały dla fizyków i jego praca pozostawała przez wiele lat niedostrzeżona.

James Joule był właścicielem browaru; pokazane dochody, jakie stąd czerpał, pozwalały mu na poświęcanie wiele czasu swemu hobby – doświadczeniom fizycznym. Pochodzący z niezamożnej rodziny Helmholtz z wykształcenia był lekarzem, gdyż w Prusach studia medyczne były bezpłatne dla najlepszych studentów pod warunkiem przepracowania pięciu lat na stanowisku lekarza wojskowego.

Od tych pierwszych kroków dzieli nas ponad półtora stulecia. Jednym z najważniejszych późniejszych osiągnięć w próbach coraz to lepszego wyrażenia zasady zachowania energii było udowodnione w 1915 roku przez Emmy Noether twierdzenie o związku symetrii układów fizycznych z prawami zachowania. Przy założeniu, że prawa fizyki są niezmiennicze względem przesunięć w czasie, z twierdzenia tego wynika zachowanie wielkości, którą można utożsamić właśnie z energią. Wyjawszy może krótki epizod z lat 30. XX wieku [...] nikt już na serio nie wątpił w zachowanie energii we wszystkich układach, dla których można ją w sposób sensowny określić.

Krzysztof Turzyński, *Ciepło i energia*, „Delta” 2016, nr 09.

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



- Które zdania są prawdziwe w świetle informacji podanych w artykule, a które – fałszywe? W których przypadkach na podstawie artykułu nie można ocenić prawdziwości zdań?
 - Z błędnych założeń można dojść tylko do błędnych wniosków.
 - Teoria cieplika wyjaśniała rozszerzalność cieplną ciał większą ilością ciepła w rozgrzanym ciele.
 - Teoria cieplika pozwalała precyzyjnie przewidywać wyniki wielu doświadczeń.
 - Sadi Carnot opisał, jak zbudować maszynę parową o większej sprawności niż znane wcześniej.
- Znajdź w tekście informacje o zależności odkrytej przez Alexisa Petita i Pierre’a Dulonga. Sprawdź ją dla trzech wybranych pierwiastków w stanie stałym.
- Oblicz stosunek $\frac{C_p}{C_v}$ dla powietrza. Załóż, że składa się ono tylko z gazów dwuatomowych (stanowią one prawie 99% jego masy). Czy twój wynik jest taki jak Laplace’a?
- Znajdź w tekście wzór opisujący związek między zmianą ilości ciepła ΔQ danej ilości gazu oraz zmianami jego objętości ΔV i ciśnienia Δp . Uzasadnij ten wzór w dwóch szczególnych przypadkach: dla przemiany izobarycznej i dla przemiany izochorycznej.
- Pewien słynny uczony żyjący w Polsce utrzymywał się z działalności w tej samej branży co James Joule. Co to był za uczony i jaką dziedziną nauki się zajmował?



Podsumowanie Termodynamika

- Liczbę obiektów elementarnych w jednym molu substancji, $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$, nazywamy **liczbą Avogadra**.

Model gazu doskonałego

Opiera się on na następujących założeniach: gaz składa się z punktów materialnych, rozmiary cząsteczek i oddziaływania międzycząsteczkowe można pominąć.

Do opisu gazu służą następujące wielkości: n – liczba moli gazu, p – ciśnienie, T – temperatura (w skali Kelvina), V – objętość.

- Z praw dynamiki możemy wyprowadzić **równanie Clapeyrona**:

$$pV = nRT$$

gdzie $R = k \cdot N_A = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ to stała gazowa.

Przemiany gazowe

Wykresy Przemiany	$p(V)$	$p(T)$	$V(T)$
izotermiczna $T = \text{const}$ $pV = nRT = \text{const}$			
izochoryczna $V = \text{const}$ $\frac{p}{T} = \frac{nR}{V} = \text{const}$			
izobaryczna $p = \text{const}$ $\frac{V}{T} = \frac{nR}{p} = \text{const}$			

- W przemianie **adiabaticznej** ciepło nie przepływa między gazem a otoczeniem.

- Pierwsza zasada termodynamiki** jest szczególnym przypadkiem zasady zachowania energii. Zmiana energii wewnętrznej układu jest równa sumie ciepła dostarczonego do układu oraz wykonanej nad nim pracy.

$$\Delta E_w = Q + W$$

- Ciepło molowe** to ciepło właściwe w przeliczeniu na 1 mol. Rozróżniamy ciepło molowe w przemianie izobarycznej (C_p) i ciepło molowe w przemianie izochorycznej (C_v).

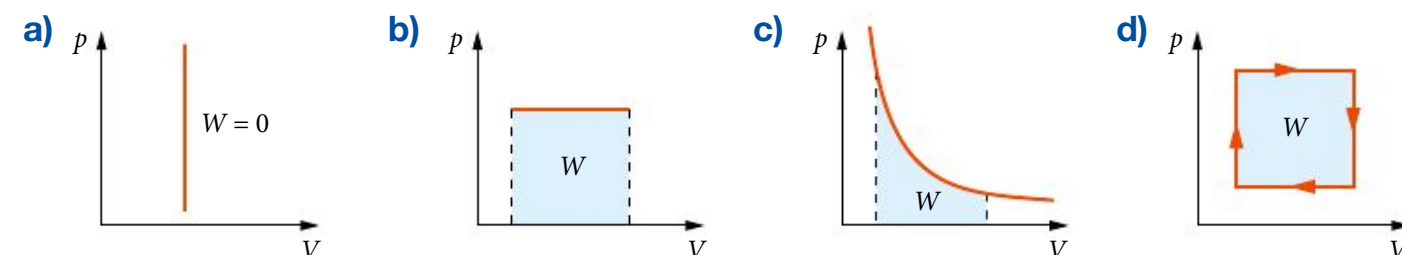
Gaz doskonały \ Ciepło molowe	C_V	C_p
jednoatomowy	$\frac{3}{2} R$	$\frac{5}{2} R$
dwuatomowy	$\frac{5}{2} R$	$\frac{7}{2} R$

gdzie R to stała gazowa.

Praca i silniki

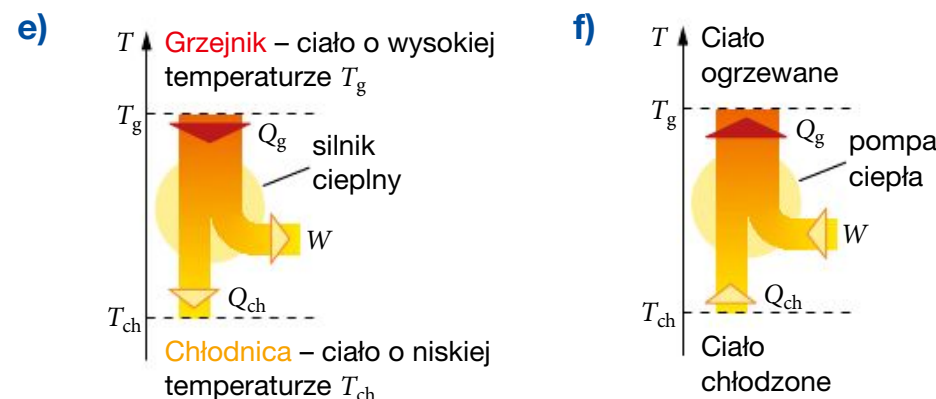
Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz jest liczbowo równa polu pod wykresem przemiany w układzie współrzędnych (V, p) – patrz rysunki poniżej: przemiana a) izochoryczna, b) izobaryczna, c) izotermiczna.

W przypadku przemiany cyklicznej praca netto przypadająca na jeden cykl jest równa polu wewnątrz wykresu (rys. d).



► **Silnik cieplny** to urządzenie, które pracuje cyklicznie i zamienia część dostarczonego ciepła na pracę (rys. e).

► **Pompa ciepła** to urządzenie, które dzięki wykonaniu pracy pobiera ciepło z ciała chłodniejszego i oddaje je do cieplejszego (rys. f).



Druga zasada termodynamiki

Można ją sformułować na kilka równoważnych sposobów, m.in.:

► Ciepło przepływa samorzutnie z ciała o wyższej temperaturze do ciała o niższej temperaturze, a nigdy w przeciwną stronę.

► Nie jest możliwe zbudowanie urządzenia, które w całości zamieniałoby ciepło na pracę, co oznacza, że sprawność każdego silnika cieplnego jest mniejsza niż 100%.

Druga zasada termodynamiki ma **charakter statystyczny**, co oznacza, że sprzeczne z nią zjawiska są teoretycznie możliwe, ale niesłychanie mało prawdopodobne.

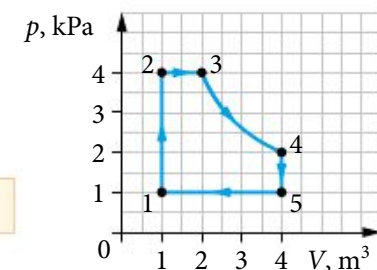
Sposób na zadanie

Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk

Zadanie 1.

Na wykresie przedstawiono zamknięty cykl przemian termodynamicznych stałej ilości dwuatomowego gazu doskonałego. Krzywa 3–4 spełnia warunek $pV = \text{const}$.

To ma wpływ na ciepło molowe.



Zadanie 1.1 (0–2)

Uszereguj temperatury w stanach 1, 2, 3, 4, 5 od najniższej do najwyższej.

Aby porównać dwie wielkości, niekoniecznie trzeba obliczać ich dokładne wartości.

Rozwiązanie:

Z równania Clapeyrona $pV = nRT$ wyznaczamy temperaturę:

$$T = \frac{pV}{nR}$$

W powyższym równaniu mamy dwie stałe: R jest stałą gazową, natomiast ilość gazu, czyli liczba moli n , nie ulega zmianie w opisanym zjawisku. Tak więc temperatura zależy tylko od ciśnienia p i objętości V , a dokładniej – jest proporcjonalna do ich iloczynu.

Z wykresu wiemy od razu, że najniższa temperatura odpowiada punktowi 1, ponieważ zarówno ciśnienie, jak i objętość są tam najmniejsze.

Z kolei w punktach 3 i 4 temperatura jest na pewno wyższa niż w punktach 2 i 5. Dodatkowo z warunku, że krzywa 3–4 spełnia równanie $pV = \text{const}$, wynika, że punktom 3 i 4 odpowiada ta sama temperatura (jest to warunek dla przemiany izotermicznej).

Pozostało nam porównać punkty 2 i 5. Łatwo sprawdzić, że dla nich także jest spełniona zależność $pV = \text{const}$, gdyż $1 \text{ m}^3 \cdot 4 \text{ kPa} = 4 \text{ m}^3 \cdot 1 \text{ kPa}$.

Podsumujmy: najniższa temperatura jest w punkcie 1, wyższa w punktach 2 i 5, a najwyższa w punktach 3 i 4. Gdy to samo zapiszemy za pomocą symboli, otrzymamy:

$$T_1 < T_2 = T_5 < T_3 = T_4$$

Zadanie 1.2 (0–2)

Wymień przemiany między stanami 1, 2, 3, 4, 5, podczas których gaz oddawał ciepło.

Rozwiązanie:

Rozważmy kolejne przemiany gazu:

1 → 2 Gaz zwiększa ciśnienie, choć nie zmienia się jego objętość. Aby to uzyskać, gaz trzeba podgrzać, czyli dostarczyć mu ciepło.

A więc nie naciskamy tłoka.

2 → 3 Gaz zajmuje coraz większą objętość, ale jego ciśnienie jest stałe. Aby to uzyskać, trzeba dostarczyć ciepło.

3 → 4 Skoro w tej przemianie $pV = \text{const}$, to także $T = \text{const}$. Gaz rozpręża się, a więc wykonuje pracę, na co traci energię. Jednak jego temperatura się nie zmienia. Utrata energii musi być zatem równoważona przez dostarczanie ciepła.

To nie znaczy, że nie ma przepływu ciepła, ale że dostarczanie i pobieranie energii się równoważą.

Praca jest związana z przemieszczeniem, a jeśli objętość gazu się nie zmienia, to także nic się nie przemieszcza.

4 → 5 Objętość gazu się nie zmienia. To oznacza, że ani nad gazem nie jest wykonywana praca, ani gaz nie wykonuje pracy. Jednak obniża się jego temperatura (patrz rozwiązanie zadania 1.1), a co za tym idzie – zmniejsza jego energia wewnętrzna. Co się może dziać z tą energią? Widocznie **gaz oddaje ciepło**.

Jakaś siła musi wciskać tłoczek.

5 → 1 Skoro objętość gazu się zmniejsza, to znaczy, że **nad gazem wykonujemy pracę**. Jednak temperatura gazu spada, a więc zmniejsza się także jego energia wewnętrzna. W takim razie **gaz oddaje ciepło**. I to dużo ciepła: tyle, o ile zmniejsza się energia wewnętrzna, i dodatkowo tyle, ile energii mu dostarczamy, wykonując pracę.

Odpowiedź: Gaz oddawał ciepło w przemianach 4 → 5 oraz 5 → 1.

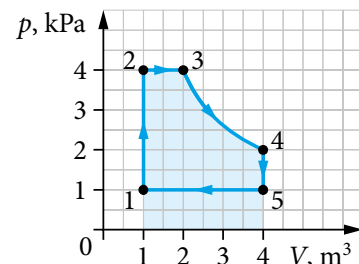
Zadanie 1.3 (0–1)

Czy cykl przemian przedstawiony na wykresie opisuje działanie silnika cieplnego czy pompy cieplnej (lodówki)?

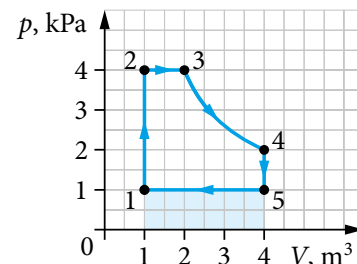
Rozwiązanie:

Z opisu przemian w rozwiązaniu zadania 1.2 wiemy, że gaz wykonuje pracę w przemianach 2 → 3 oraz 3 → 4, a praca jest wykonywana nad gazem w przemianie 5 → 1. Praca jest równa polu pod wykresem $p(V)$.

Praca wykonana przez gaz:



Praca wykonana nad gazem:



Jak widać na wykresach, praca wykonana przez gaz jest większa niż ta wykonana nad gazem. Mamy więc do czynienia z **silnikiem cieplnym**.

Zadanie 1.4 (0–2)

To częściowa odpowiedź do zadania 1.2.

Oblicz ciepło oddane przez gaz podczas przemiany między stanami 5 i 1.

Rozwiązanie:

Z wykresu widzimy, że ta przemiana to izobaryczne chłodzenie gazu, a więc ciepło oddane przez gaz obliczymy ze wzoru:

$$Q = nC_p \Delta T$$

Gaz jest dwuatomowy $C_p = \frac{5}{2}R + R = \frac{7}{2}R$, więc:

$$Q = \frac{7}{2}nR\Delta T$$

Nie tylko nie znamy, ale nawet nie możemy obliczyć temperatury ani w stanie 1, ani w stanie 5, ponieważ w równaniu Clapeyrona $pV = nRT$ nie znamy nie tylko temperatury, lecz także liczby moli. Jednak nie są nam potrzebne temperatura i liczba moli – wystarczy tylko iloczyn $nR\Delta T$.

Ten możemy wyznaczyć z równania Clapeyrona:

$$pV = nRT$$

Zapisujemy zatem:

$$Q = \frac{7}{2}nR\Delta T = \frac{7}{2}nR(T_5 - T_1) = \frac{7}{2}nRT_5 - \frac{7}{2}nRT_1 = \frac{7}{2}p_5 V_5 - \frac{7}{2}p_1 V_1$$

Podstawiamy dane odczytane z wykresu:

$$Q = \frac{7}{2} \cdot 1000 \text{ Pa} \cdot 4 \text{ m}^3 - \frac{7}{2} \cdot 1000 \text{ Pa} \cdot 1 \text{ m}^3 = 10\,500 \text{ J}$$

$\text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \text{J}$, a więc obie strony równania Clapeyrona są wyrażone w dżulach.

$$[Q] = \text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Odpowiedź: Ciepło oddawane między stanami 5 i 1 wynosi 10,5 kJ.

Warto zapamiętać!

- Aby się zorientować, czy to gaz wykonał pracę, czy praca została wykonana nad gazem, najlepiej wyobrazić sobie, że gaz znajduje się w naczyniu przykrytym tłokiem:
 - jeśli gaz zwiększa swoją objętość, to musi przesuwac tłok, więc wykonuje pracę,
 - jeśli gaz zmniejsza swoją objętość, to musiała nad nim zostać wykonana praca, a więc jakaś siła wepchnęła tłok do naczynia – nawet gdy się wydaje, że podczas chłodzenia tłok sam opada, w rzeczywistości pracę wykonuje ciśnienie atmosferyczne.
- Aby na podstawie wykresu obliczyć ciepło pobrane lub oddane przez gaz, nie musimy znać temperatury na początku i na końcu przemiany. Wystarczy znajomość iloczynu nRT (możemy też podstawiać wyrażenie $\frac{pV}{nR}$ zamiast temperatury do wzoru na ciepło).

Zadanie 2. (0–3)

Wykres przedstawia izotermiczne sprężanie gazu.

Czy w tej przemianie następował przepływ ciepła? Jeśli tak, to określ, czy ciepło przepływało z gazu do otoczenia czy z otoczenia do gazu. Oblicz to ciepło.

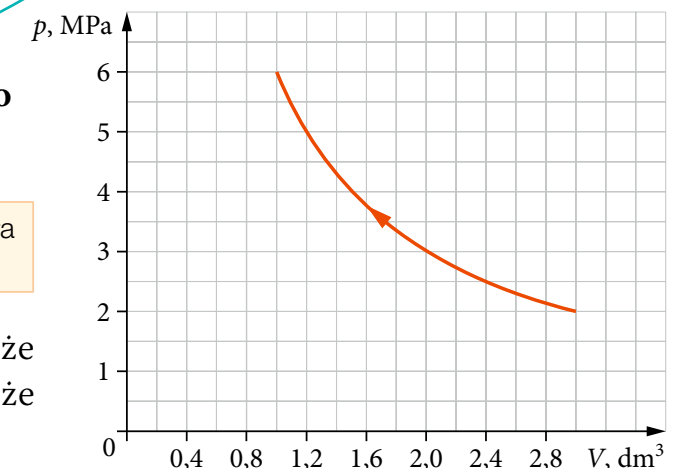
Przykładowo, kiedy pompujesz koła roweru, to się męczysz.

Rozwiązanie:

Aby sprężyć gaz, **wykonujemy pracę**. Oznacza to, że zwiększamy energię wewnętrzną gazu, a więc także jego temperaturę.

Zauważ, że pompka rozgrzewa się w czasie pompowania koła roweru.

Przepływ ciepła (energii) to coś innego niż zmiana temperatury.



Jak więc to możliwe, aby temperatura sprężanego gazu się nie zmieniała? Widocznie w miarę dostarczania energii w postaci pracy gaz traci ją na zasadzie przepływu ciepła.

Mamy więc już część odpowiedzi: w opisanej przemianie gaz oddawał ciepło do otoczenia.

Pierwsza zasada termodynamiki.

Z dotychczasowych rozważań możemy wywnioskować, że oddane ciepło jest równe pracy wykonanej nad gazem. Wystarczy więc obliczyć tę pracę jako pole pod wykresem, a uzyskany wynik będzie równy oddanemu ciepłu.

Nie znasz innej metody, aby je obliczyć.

Pozostaje zatem obliczyć pole pod wykresem. Przybliżamy je przez trzy trapezy o pionowych podstawach.

Zauważ, że trapez raz wystaje ponad krzywą, a raz jest pod krzywą – dzięki temu niedokładność się zmniejsza.

Suma ich pól to:

$$W = \frac{1}{2}(6 \text{ MPa} + 3,5 \text{ MPa}) \cdot 0,6 \text{ dm}^3 + \frac{1}{2}(3,5 \text{ MPa} + 2,5 \text{ MPa}) \cdot 0,8 \text{ dm}^3 + \frac{1}{2}(2,5 \text{ MPa} + 2 \text{ MPa}) \cdot 0,6 \text{ dm}^3$$

$$W = 6,6 \text{ MPa} \cdot \text{dm}^3 = 6,6 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 6,6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m} = 6600 \text{ J}$$

Odpowiedź: Gaz oddał do otoczenia 6600 J ciepła.

Warto zapamiętać!

- Przepływ ciepła nie zawsze oznacza zmianę temperatury.
- Sprężając gaz, wykonujemy nad nim pracę.
- Pracę gazu i pracę wykonaną nad gazem możemy obliczać jako pole pod wykresem w układzie (V, p) .

Zadanie 3. (0–3)

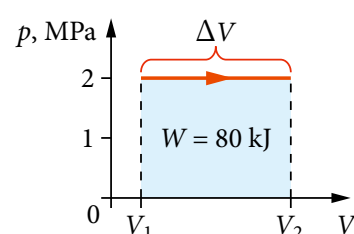
Gaz jednoatomowy podgrzewano przy stałym ciśnieniu $p = 2 \text{ MPa}$. Podczas tej przemiany siła parcia gazu na tłok wykonała pracę $W = 80 \text{ kJ}$.

Oblicz ciepło pobrane przez gaz oraz zmianę energii wewnętrznej gazu.

Rozwiązanie:

Dla przemian gazowych zawsze warto narysować wykres w układzie (V, p) .

Naszukujemy diagram przedstawiający omawianą przemianę. Zaznaczamy na nim obszar pod wykresem, ponieważ wiemy, że jego pole jest równe wykonanej pracy.



Występuje ona wśród danych zadania.

Z rysunku wynika, że łatwo możemy obliczyć zmianę objętości:

$$W = p\Delta V, \text{ więc } \Delta V = \frac{W}{p}$$

Widać też, że na podstawie danych nie można obliczyć wartości V_1 i V_2 – jeśli cały prostokąt przesuniemy w lewo lub prawo, to jego pole się nie zmieni.

Ciepło w przemianie izobarycznej obliczamy ze wzoru:

$$Q = nC_p\Delta T$$

Z tych wielkości znamy tylko $C_p = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$, ponieważ w zadaniu podano, że gaz jest jednoatomowy. Tak więc:

$$Q = \frac{5}{2}nR\Delta T \quad (1)$$

Wyrażenie $nR\Delta T$ przypomina nam iloczyn nRT występujący w równaniu Clapeyrona. Zapiszmy więc to równanie dla stanu początkowego i końcowego:

$$pV_1 = nRT_1 \quad pV_2 = nRT_2$$

Gdy odejmiemy je stronami (pierwsze od drugiego), uzyskamy:

$$pV_2 - pV_1 = nRT_2 - nRT_1$$

$$p(V_2 - V_1) = nR(T_2 - T_1)$$

czyli:

$$p\Delta V = nR\Delta T$$

Lewa strona tego równania to praca W , więc otrzymujemy równanie:

$$W = nR\Delta T$$

Do tego samego wniosku doszliśmy już wcześniej → s. 78.

Gdy porównamy je z równaniem (1), otrzymamy:

$$Q = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}W$$

Tak więc gaz pobrał ciepło:

$$Q = \frac{5}{2}W = \frac{5}{2} \cdot 80 \text{ kJ} = 200 \text{ kJ}$$

Korzystamy z pierwszej zasady termodynamiki.

Z tego 80 kJ zostało zużyte na wykonanie pracy, a pozostałe 120 kJ – zmagazynowane w gazie jako jego energia wewnętrzna.

Odpowiedź: Do gazu dostarczono 200 kJ ciepła. Jego energia wewnętrzna wzrosła o 120 kJ.

Warto zapamiętać!

- Gdy interesuje nas porównanie dwóch stanów i zmiana wielkości dla przemiany gazu, często warto odjąć stronami równania Clapeyrona opisujące te dwa stany. W ten sposób otrzymamy równania wiążące ze sobą zmiany wielkości.
- Warto przedstawić przemianę na diagramie (V, p) , nawet jeśli nie ma takiego polecenia. Ilustracja może nam bardzo pomóc w zrozumieniu zjawiska.

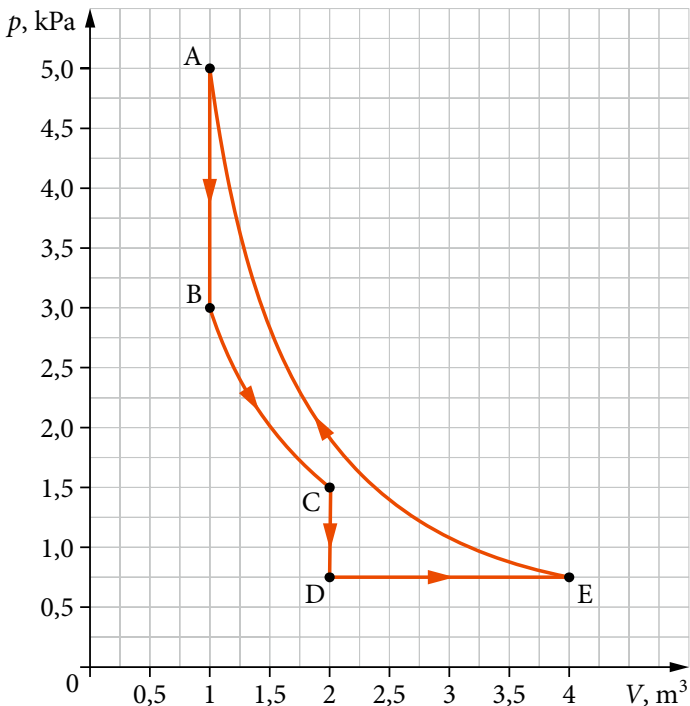
Zadania analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

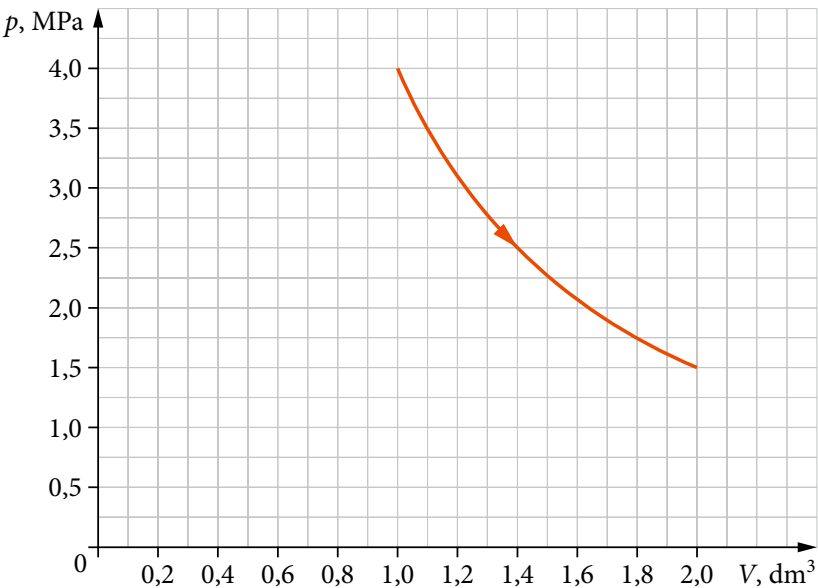


Zadanie 1. Na wykresie przedstawiono zamknięty cykl przemian gazu doskonałego, z których jedna jest przemianą izotermiczną i jedna – adiabatyczną.
Dla każdej z przemian określ:

- a) czy następował przepływ ciepła, a jeśli tak – to czy gaz je pobierał czy oddawał,
- b) czy była wykonywana praca, a jeśli tak – to co ją wykonywało: gaz czy siły zewnętrzne nad gazem,
- c) czy zmieniała się energia wewnętrzna gazu, a jeśli tak – to rosła czy malała.



Zadanie 2. Wykres przedstawia adiabatyczne rozprężanie gazu.
Jak zmieniła się energia wewnętrzna gazu podczas tej przemiany? Określ, czy zmniejszyła się czy zwiększyła i o ile dżuli.



Zadanie 3. Gaz dwuatomowy ochłodzono przy stałym ciśnieniu. W czasie tej przemiany energia wewnętrzna gazu zmniejszyła się o 250 kJ. **Oblicz ciepło oddane przez gaz.**

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Pompa ciepła

Zasilana elektrycznie gruntowa pompa ciepła o efektywności $COP_H = 3,3$ dostarcza do domu A ciepło z mocą 7,8 kW. Pompa pobiera ciepło w temperaturze 3°C, a oddaje ciepło w temperaturze 22°C.

Zadanie 1.1. Oblicz moc prądu elektrycznego, którym jest zasilana pompa.

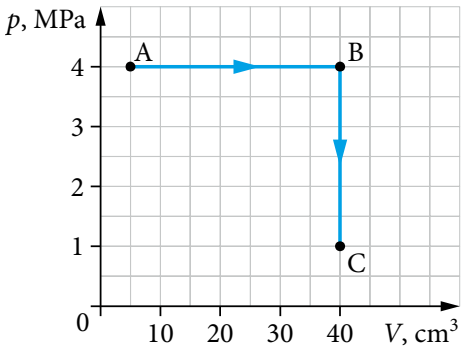
Zadanie 1.2. Oblicz moc, z jaką pompa pobiera ciepło z gruntu.

Zadanie 1.3. Inna pompa dostarcza ciepło do domu B również z mocą 7,8 kW. Tak samo pobiera ciepło w temperaturze 3°C i oddaje w temperaturze 22°C, ale tę pompę wystarczy zasilać z mocą 1,8 kW, czyli mniejszą niż w domu A. **Zaproponuj hipotezę wyjaśniającą tę różnicę.**

Zadanie 2. Gaz dwuatomowy

Pewną ilość gazu dwuatomowego poddano dwóm kolejnym przemianom $A \rightarrow B$ oraz $B \rightarrow C$.

Zadanie 2.1. Wskaż właściwą relację I, II lub III oraz jej uzasadnienie 1, 2 lub 3. Symbole T_A i T_C oznaczają temperaturę odpowiednio w stanie A i C.



I	$T_A = T_C$,	ponieważ	1.	$T_A < T_B$ oraz $T_C < T_B$.
II	$T_A > T_C$,		2.	$4 \cdot 5 < 1 \cdot 40$.
III	$T_A < T_C$,		3.	linia AB jest na wykresie dłuższa niż BC.

Zadanie 2.2. Oblicz pracę dla przemiany $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$. Zapisz, czy gaz wykonuje pracę, czy też praca jest wykonywana nad gazem.

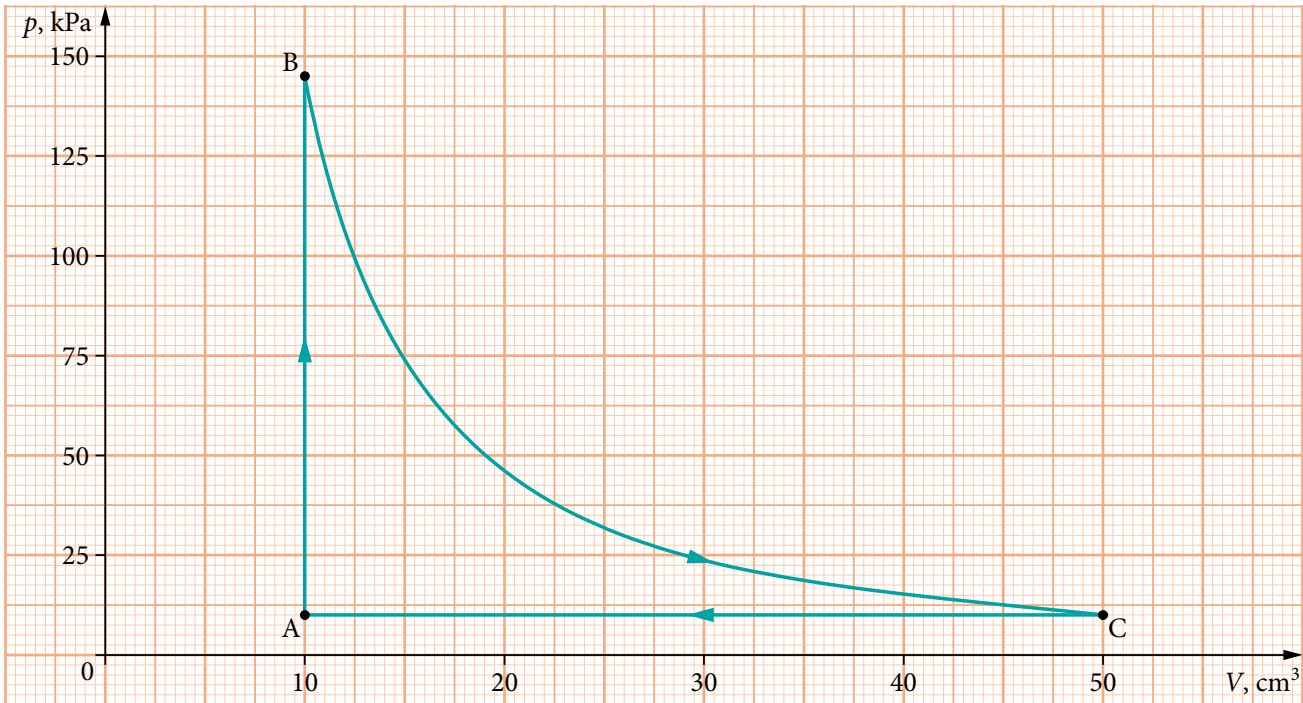
Zadanie 2.3. Oblicz ciepło oddane lub pobrane przez gaz podczas przemiany $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$. Zapisz, czy gaz ciepło pobiera czy je oddaje.

Zadanie 2.4. Oblicz zmianę energii wewnętrznej gazu dla każdej z przemian $A \rightarrow B$ i $B \rightarrow C$.

Zadanie 3. Silnik cieplny

Czynnikiem roboczym w pewnym silniku cieplnym jest argon. Podlega on przemianom przedstawionym na wykresie, przy czym przemiana $B \rightarrow C$ jest adiabatyczna.

Oblicz sprawność silnika.



Zadanie 4. Dwutlenek węgla

Oblicz gęstość dwutlenku węgla w temperaturze 20°C pod ciśnieniem atmosferycznym (1000 hPa).

Wskazówka. Skorzystaj z układu okresowego, aby obliczyć masę 1 mola CO_2 .

Zadanie 5. Nurkowanie

Nurek planuje zejście pod wodę w zbiorniku słonowodnym na głębokość 21 m. Na tej głębokości temperatura wody wynosi 20°C . Nurek zabiera pod wodę 15-litrową butlę napełnioną powietrzem o ciśnieniu 186 atm i temperaturze 20°C . Zgodnie z zasadami bezpieczeństwa musi rozpocząć wynurzenie najpóźniej wtedy, gdy ciśnienie w butli wyniesie 50 atm. Przyjmij, że powietrze jest gazem doskonałym, stała gazowa $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$, gęstość słonej wody $d = 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, ciśnienie atmosferyczne $p_{\text{at}} = 1 \text{ atm} = 1013,25 \text{ hPa}$.



Zadanie 5.1. Oblicz masę powietrza zabieranego przez nurka pod wodę oraz masę powietrza w butli w momencie rozpoczęcia wynurzenia zgodnie z opisaną wyżej zasadą bezpieczeństwa. Przyjmij, że masa molowa powietrza w butli jest równa $29 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

Zadanie 5.2. Po wynurzeniu się z wody nurek pozostawił butlę na pokładzie statku, którym wracał do portu. W butli znajdowało się powietrze pod ciśnieniem 50 atm. Rozgrzała się ona do temperatury 50°C . Oblicz ciśnienie powietrza w tej temperaturze.

Zadanie 5.3. Aby nurek mógł swobodnie oddychać, ciśnienie powietrza w płucach musi być takie samo jak ciśnienie zewnętrzne.

Oblicz ciśnienie powietrza w płucach nurka na głębokości 21 m.

Zadanie 6. Ciśnienie hydrostatyczne

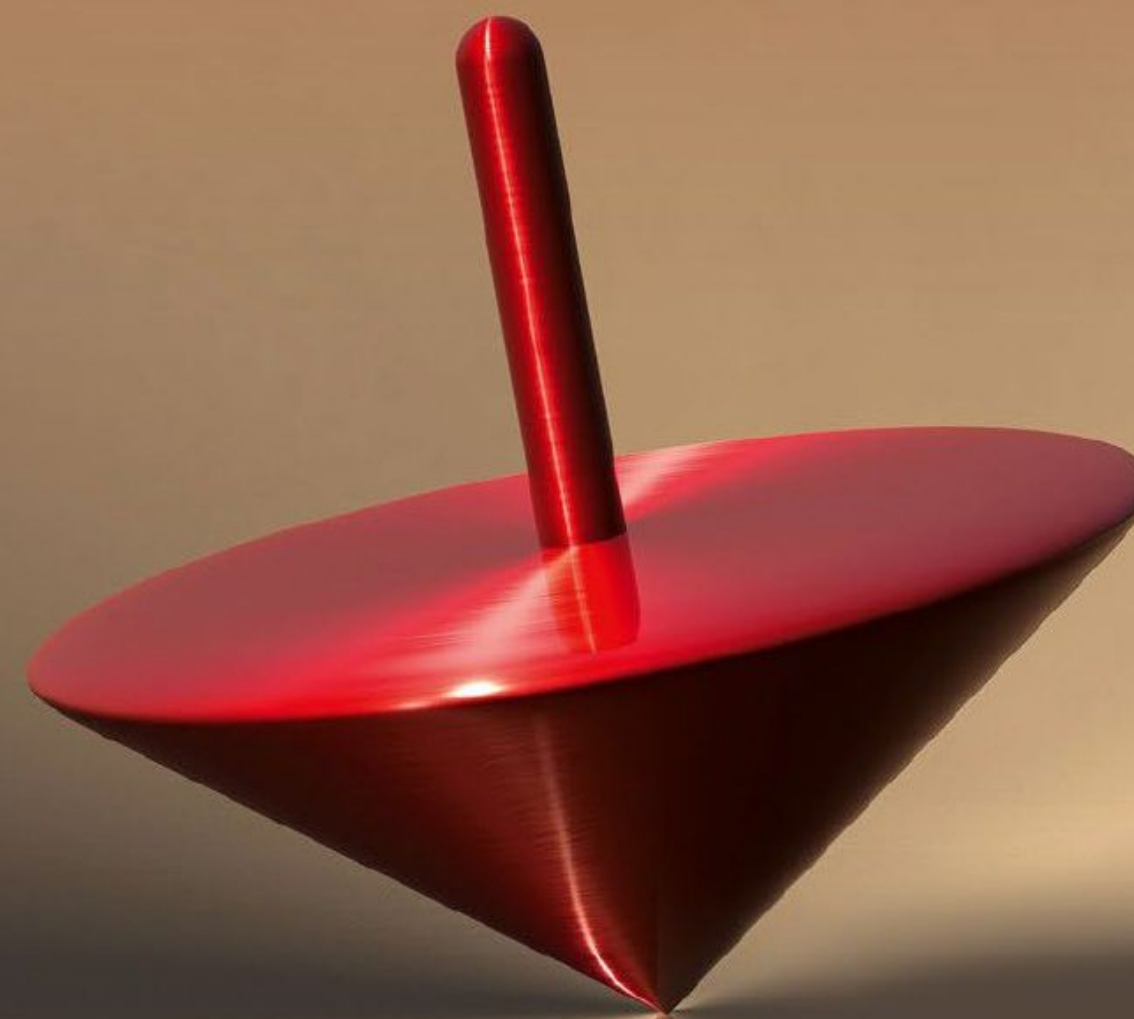
Pionowa rura o długości 13 m jest od dołu zamknięta korkiem, a od góry – szczelnie dopasowaną lekką piłką (patrz rys.), poruszającą się w rurze bez tarcia. W porównaniu z długością średnica rury jest mała. Początkowo ciśnienie powietrza w rurze jest równe ciśnieniu atmosferycznemu i wynosi 1000 hPa. Na piłkę powoli lejemy wodę, co powoduje obniżanie się piłki w rurze. Temperatura zamkniętego w naczyniu powietrza się nie zmienia. Przyjmij gęstość wody $d = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Oblicz maksymalną głębokość, na jaką można w ten sposób wcisnąć piłkę do rury.

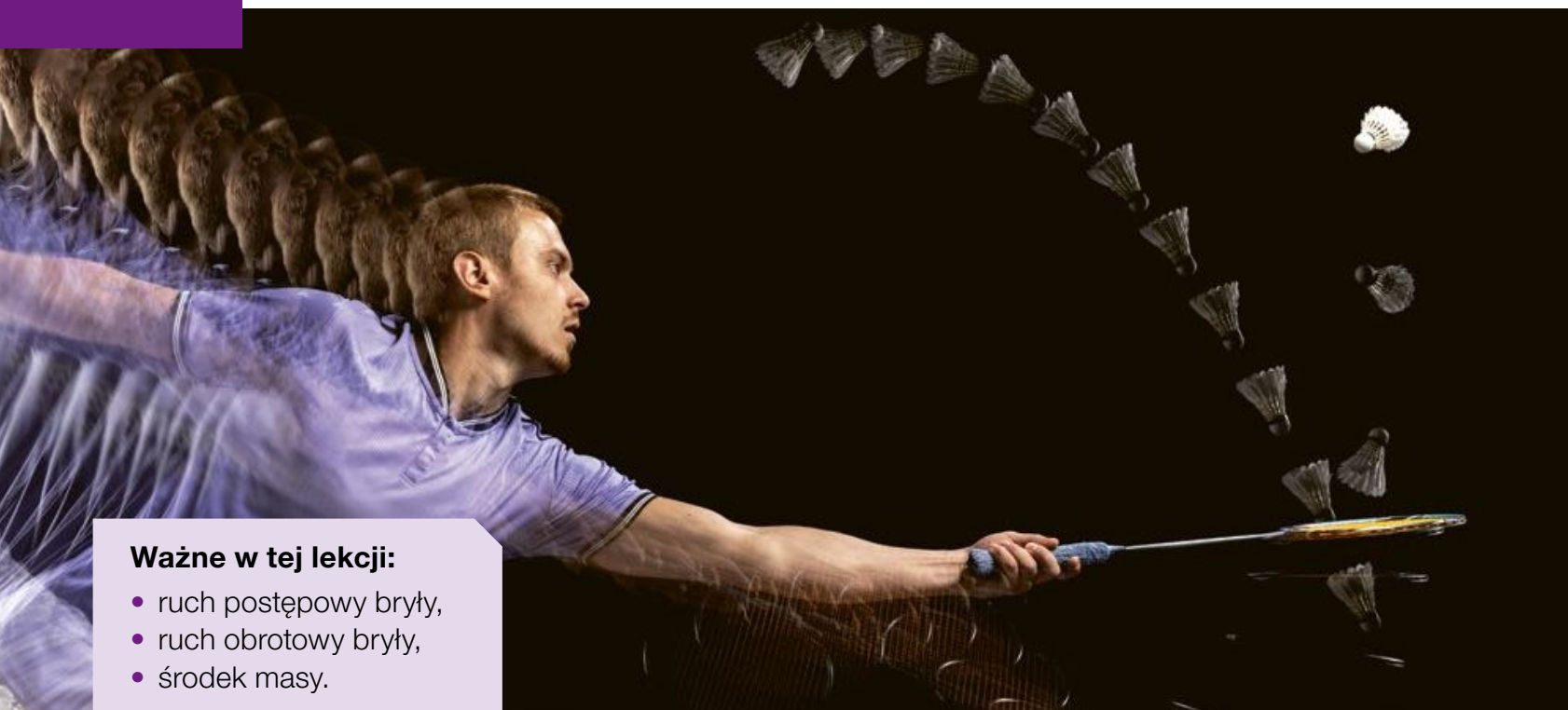
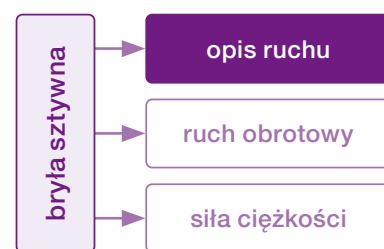


9. Bryła sztywna

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1. Ruch bryły sztywnej | 5. Energia kinetyczna w ruchu obrotowym |
| 2. Siły powodujące ruch obrotowy | 6. Zasady dynamiki w ruchu obrotowym |
| 3. Moment siły – przypadek ogólny | 7. Moment pędu |
| 4. Siła ciężkości działająca na bryłę | |



9.1 Ruch bryły sztywnej



Ważne w tej lekcji:

- ruch postępowy bryły,
- ruch obrotowy bryły,
- środek masy.

Przypomnij sobie:

- Punkt materialny to model ciała, którego rozmiary pomijamy, ale przypisujemy mu określoną masę.
- Średnią prędkość kątową w ruchu po okręgu definiujemy jako iloraz kąta φ , zakreślonego przez promień okręgu, i czasu t , w jakim ten kąt został zakreślony.
- Między prędkością kątową ω i prędkością liniową v zachodzi związek: $\omega = \frac{v}{r}$, gdzie r jest promieniem okręgu, po którym porusza się ciało.

■ Punkt materialny a bryła sztywna

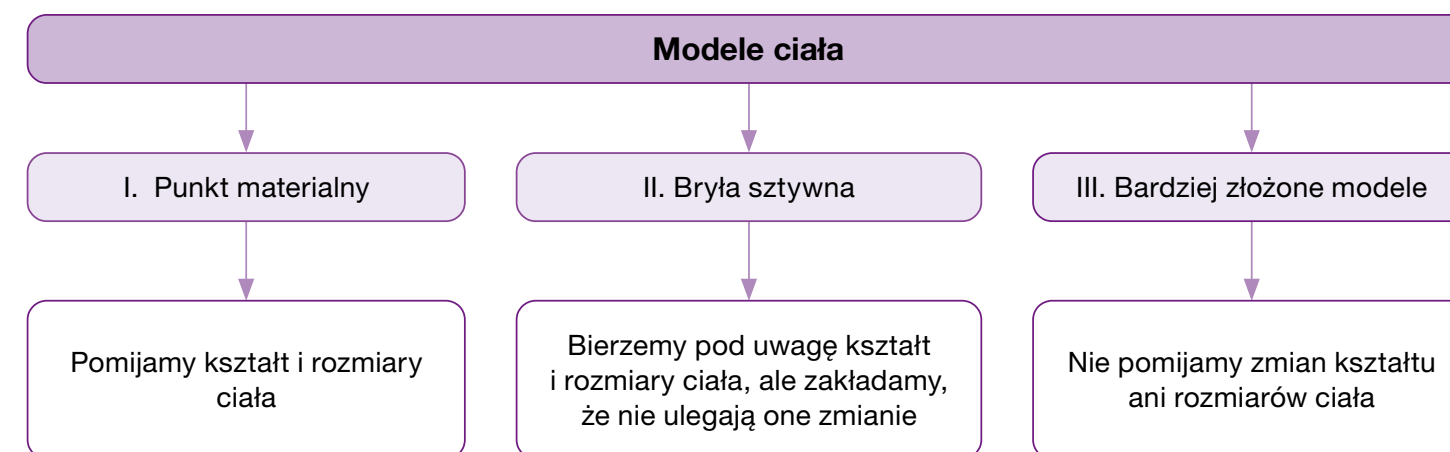
Do tej pory badaliśmy ruch punktu materialnego, co oznacza, że pomijaliśmy kształt i wymiary poruszającego się ciała. Jednak w wielu przypadkach takie przybliżenie się nie sprawdza.

Na rysunku 9.1 widzisz samolot akrobacyjny, wykonujący w powietrzu korkociąg. Samolot obraca się wokół własnej osi podczas lotu pionowo w dół. Zastosowanie w tej sytuacji modelu punktu materialnego pozwoliłoby zbadać jedynie ruch samolotu po spirali w dół, ale z pominięciem obrotu. Dlatego przyjmujemy model uwzględniający rozmiary i kształt ciała. Aby jednak nadmiernie nie komplikować sytuacji, zakładamy, że kształt samolotu się nie zmienia. Model taki nazywamy **bryłą sztywną**.

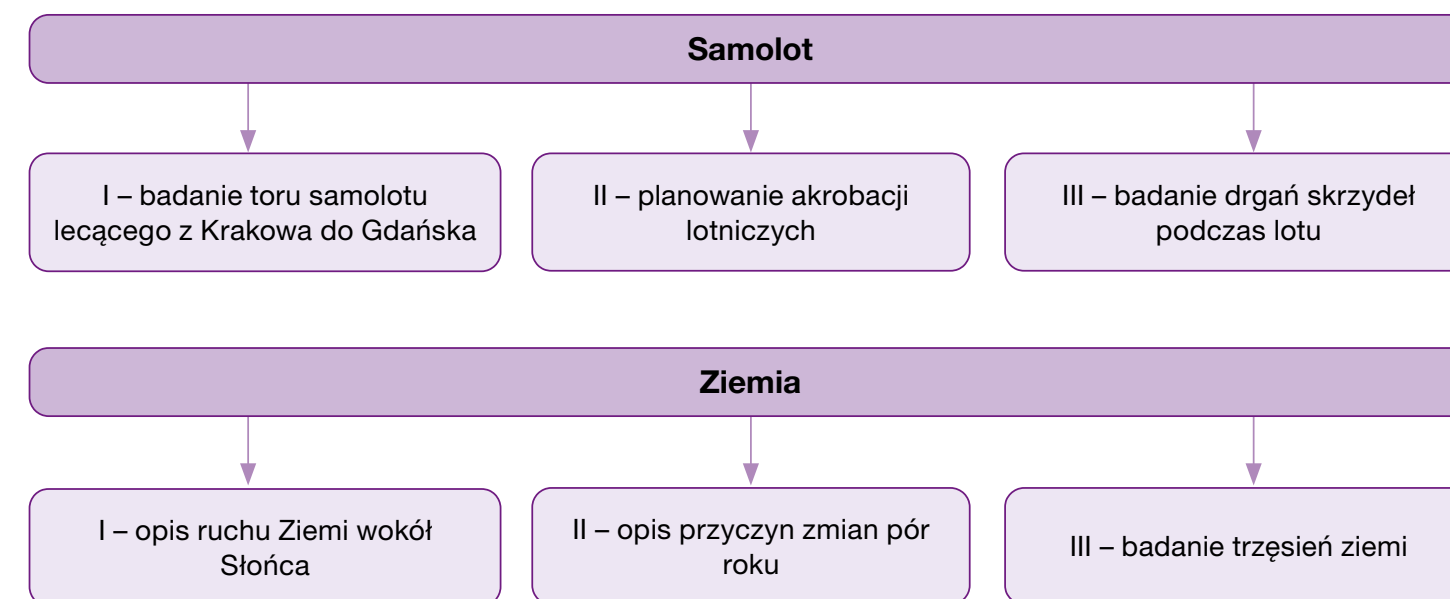
Bryła sztywna to model ciała fizycznego, w którym odległości poszczególnych punktów względem siebie nie zmieniają się nawet wtedy, gdy na ciało działają siły zewnętrzne.

Rys. 9.1. Zapalone świece dymne obrazują tor ruchu samolotu

Zauważmy, że gdybyśmy chcieli badać drgania skrzydeł samolotu względem kadłuba podczas wykonywania korkociągu, model bryły sztywnej okazałby się nieprzydatny, podobnie jak model punktu materialnego.



Prześledźmy dwa przykłady, które pozwolą nam zrozumieć, kiedy stosujemy określony model z trzech powyższych.



Każdy model ma swój **zakres stosowalności** i określone ograniczenia. Aby wybrany model pozwolił nam zapoznać się z badanym zjawiskiem, nie może być ani zbyt uproszczony, ani zbyt rozbudowany.

■ Bryła sztywna jako zbiór punktów materialnych

Bryłę sztywną będziemy traktować jako zbiór punktów materialnych. Na ogół określimy tym terminem ciało o określonym kształcie, np. walca, kuli, sześciangu lub innej, mniej foremnej bryły. Będziemy wtedy mogli przyjąć, że punktami materialnymi są atomy. Nie będzie nam przeszkadzało, że ich liczba jest bardzo duża, a często nieznana.



Przypomnij sobie

RUCH PO OKRĘGU

Prędkość kątowna i przyspieszenie kątowne w ruchu po okręgu

Kiedy punkt porusza się po okręgu, może nas interesować:

- jaką **drogę** s przebywa punkt w określonym czasie – o tym informuje **prędkość liniowa** $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$,
- jaką część okręgu przebywa punkt w określonym czasie, czyli o jaki **kąt** φ obróci się w tym czasie **wektor wodzący** $\vec{r}$ – o tym informuje **prędkość kątowna** ω .

Kąt φ mierzymy w radianach, więc jednostką prędkości kątownej jest radian na sekundę, czyli po prostu $\frac{1}{s}$, ponieważ radian to jednostka, którą możemy pomijać w zapisie.

Kiedy prędkość kątowna się zmienia, możemy rozważać przyspieszenie kątowne:

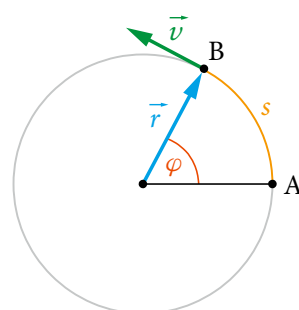
$$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{rad}}{s^2} = \frac{1}{s^2}$$

Zależności między wielkościami liniowymi i kątowymi:

$$v = \omega r \quad a = \varepsilon r$$

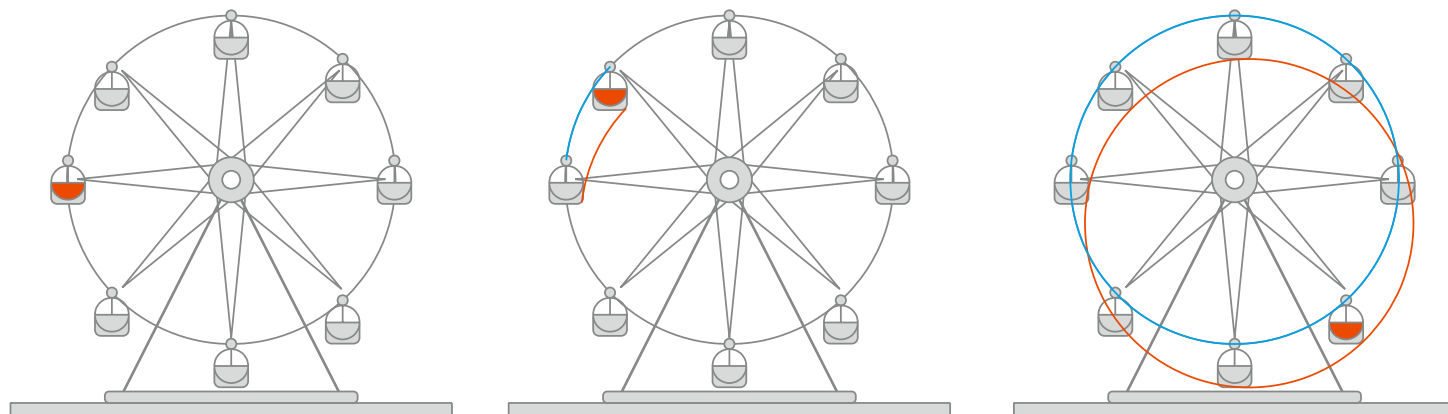
a – przyspieszenie liniowe



Ruch postępowy i obrotowy

Bryła sztywna może wykonywać ruch w taki sposób, że każdy składający się na nią wyobrażony punkt materialny pokonuje identyczny tor (w tym samym czasie pokonuje taką samą drogę). Taki ruch nazywamy **postępowym**.

Wykonuje go na przykład pojedyncza kabina w diabelskim młynie (rys. 9.2). Zwróć uwagę na to, że chociaż przemieszcza się ona po okręgu, to stale jest ustawiona pionowo. Na środkowym rysunku narysowaliśmy tory dwóch punktów kabiny – łuki mają taką samą długość. Z kolei kiedy koło wykona pełny obrót, tory ruchu obu punktów kabiny będą takimi samymi okręgami, chociaż o różnych środkach.



Rys. 9.2. Kabina diabelskiego młyna porusza się ruchem postępowym

Dopiero gdyby kabina się zacięła i pozostała nieruchoma względem obrotu, na której jest zawieszona, jej fragment położony bliżej środka diabelskiego młyna pokonywałoby podczas jednego obrotu krótszą drogę niż fragment położony bardziej na zewnątrz.

Mielibyśmy wtedy do czynienia z **ruchem obrotowym wokół pewnej osi**. W tego typu ruchu każdy z punktów bryły także porusza się po okręgu, ale wszystkie środki tych okręgów znajdują się na tej samej osi. W ten sposób porusza się na przykład wirnik wiatraka na rysunku 9.3.

Okres i prędkość kątowna w ruchu obrotowym

Dla różnych punktów bryły promienie wspomnianych wyżej okręgów i prędkości liniowe mogą być różne (rys. 9.3). Wraz ze wzrostem odległości punktu od osi obrotu rośnie jego prędkość liniowa. Bryła sztywna obraca się jednak jako całość, więc wszystkie punkty tworzące bryłę nieleżące na osi obiegają oś w takim samym czasie, czyli okres obiegu tych punktów wokół osi jest jednakowy. Nazywamy go okresem obrotu bryły i oznaczamy T .

Także **prędkość kątowna jest jednakowa** dla ruchu wszystkich punktów bryły nieleżących na osi obrotu. Wielkość ta opisuje, o jaki kąt obraca się cała bryła w jednostce czasu. Nazywamy ją prędkością kątowną obrotu bryły i oznaczamy ω .

Zależność między prędkościami liniowymi i promieniami (odległościami od osi obrotu) możemy ująć następująco:

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n}$$

Wróćmy jeszcze do rysunku 9.3. Każdy z zaznaczonych punktów znajduje się w innej odległości od osi i porusza się z inną prędkością liniową. Natomiast prędkość kątowna jest dla nich jednakowa.

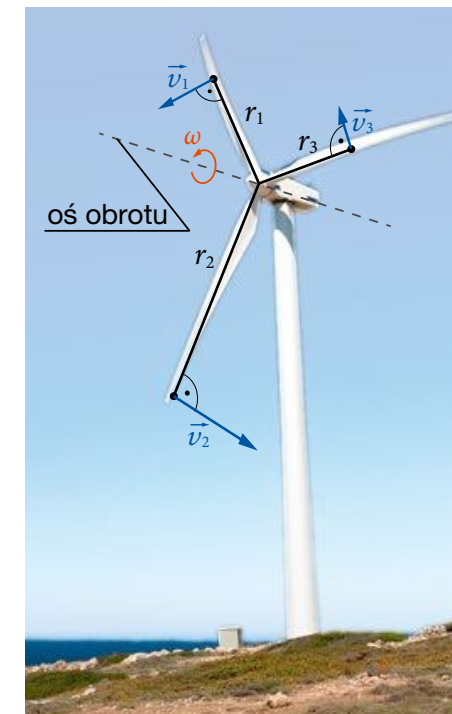
Zauważmy też, że gdy bryła obraca się ze stałą prędkością kątowną, możemy korzystać z zależności $\omega = \frac{2\pi}{T}$ oraz z pojęcia częstotliwości ruchu obrotowego: $f = \frac{1}{T}$.

Przyspieszenie kątowne bryły

Nawet jeśli prędkość kątowna bryły się zmienia, to w każdej chwili z osobna jest jednakowa dla wszystkich punktów bryły. Dlatego zmiany tej prędkości w czasie także są jednakowe. Możemy więc mówić o **przyspieszeniu kątownym** bryły:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

Aby badać ruch obrotowy bryły sztywnej, wystarczy ograniczyć się do wybranego punktu tej bryły nieleżącego na jej osi obrotu.



Rys. 9.3. Ruch obrotowy wirnika

Ruch obrotowy bryły sztywnej:

f – częstotliwość obrotu,

T – okres obrotu,

ω – prędkość kątowna,

v – prędkość liniowa,

ε – przyspieszenie kątowne

Z pojęć T i f korzystamy

tylko wtedy, gdy

prędkość kątowna jest

stała.

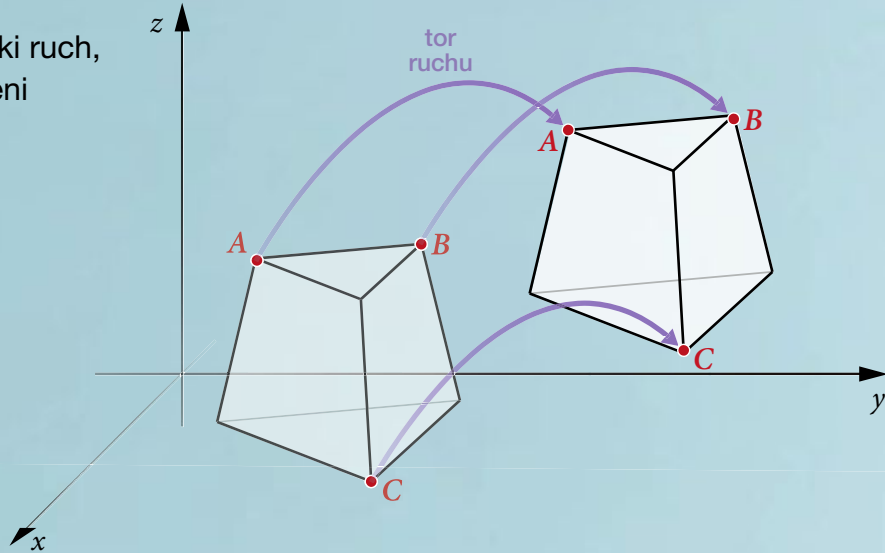
Ruch złożony (postępowy i obrotowy) bryły sztywnej

Dowolny, nawet najbardziej skomplikowany ruch bryły można opisać jako złożenie ruchu postępowego wzdłuż trzech prostopadłych do siebie kierunków przestrzeni i ruchu obrotowego względem trzech prostopadłych do siebie osi obrotu.

Ruch postępowy

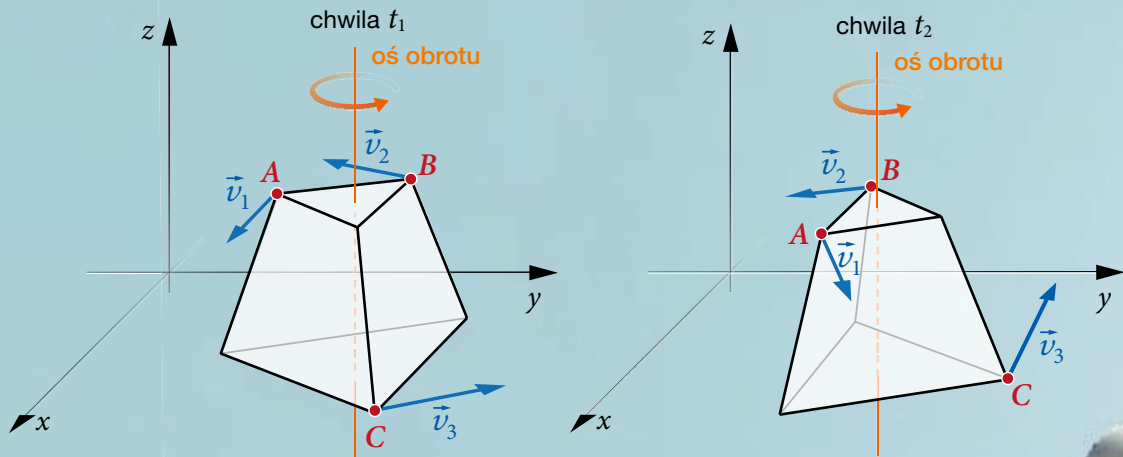
Ruch postępowy bryły sztywnej to taki ruch, w którym orientacja bryły w przestrzeni nie ulega zmianie.

- Tor ruchu bryły w ruchu postępowym może być krzywoliniowy.
- Każdy punkt bryły porusza się po takim samym torze.
- Wszystkie punkty bryły mają w danej chwili takie same prędkości i przyspieszenia.



Ruch obrotowy

Ruch obrotowy bryły sztywnej to taki ruch, w którym punkty bryły poruszają się po okręgach prostopadłych do osi obrotu.



Bryła sztywna obraca się jako całość, więc wielkości opisujące ruch obrotowy wszystkich punktów tworzących bryłę nieleżących na osi obrotu są takie same:

okres obrotu bryły $T = T_1 = T_2 = \dots = T_n$

częstotliwość obrotu $f = \frac{1}{T}$

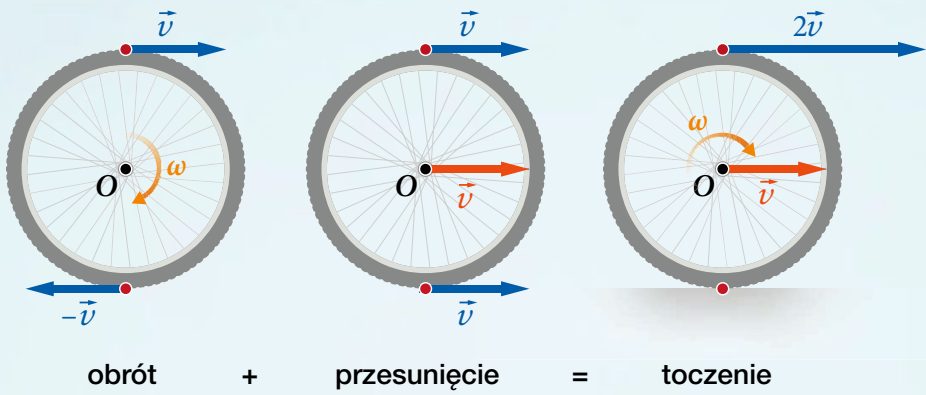
prędkość kątowa $\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n}$

przyspieszenie kątowe $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

Nieruchoma i ruchoma oś obrotu bryły

Oś obracającej się bryły również może się poruszać (ruchem postępowym, obrotowym, a także złożonym).

Sytuacją, gdy oś obrotu porusza się ruchem postępowym, jest np. toczenie się koła.



Przykładem obrotu osi jest ruch bączka.



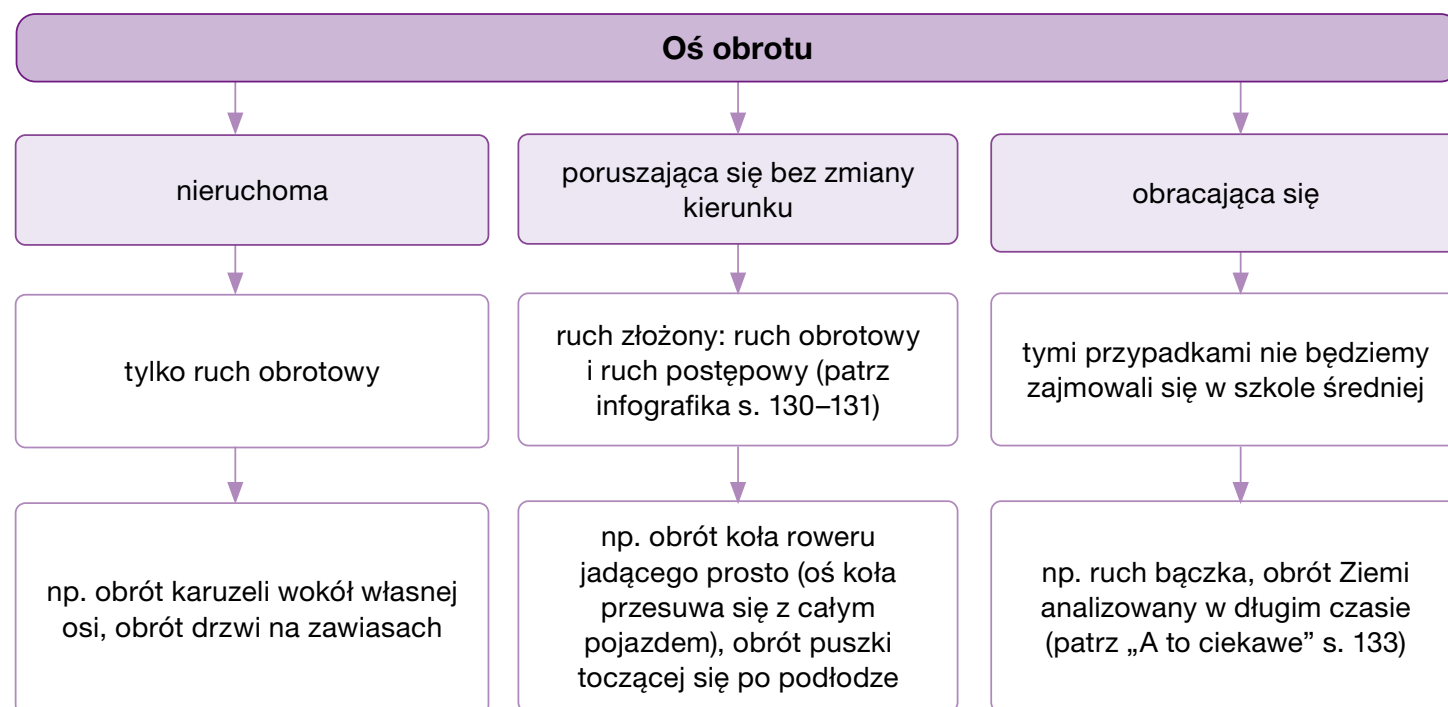
Bączek wiruje wokół osi, ale oś też zatacza okręgi (znacznie wolniej niż sam bączek). Taki ruch nazywamy **precesją**.

Każdy ruch bryły sztywnej można złożyć z ruchu postępowego i ruchu obrotowego.



Ruch wokół ruchomej i nieruchomej osi

Rozważmy trzy możliwości ruchu wokół osi obrotu bryły sztywnej. Dla wygody rozpisaliśmy je w diagramie.



Środek masy bryły

Zobaczmy, jak poruszają się różne punkty bryły sztywnej w rzucie poziomym.

Doświadczenie 13

1. Podłużny przedmiot, np. flamaster, chwyć za jeden z końców.
2. Rzuć flamastrem w kierunku poziomym przed siebie, jednocześnie wprawiając go pionowo w ruch obrotowy. Obserwuj ruch przedmiotu.
3. Przyklej do flamastra skrawek papieru w kontrastowym kolorze i rzuć flamaster w opisany wyżej sposób.
4. Naszkicuj tor ruchu punktu zaznaczonego papierkiem na flamastrze.
5. Przeklej skrawek papieru w inne miejsce na flamastrze. Rzuć flamastrem w sposób opisany w punkcie 2.
6. Kilkakrotnie powtórz czynności opisane w punktach 3–5.
7. Porównaj szkice przedstawiające tory ruchu punktu zaznaczonego na flamastrze.
8. Odpowiedz, w którym wypadku tor ruchu był najmniej skomplikowany.

Tor ciała w rzucie poziomym, podręcznik cz. 1 → s. 109

W pierwszej części podręcznika badaliśmy rzut poziomy punktu materialnego. Jego tor ma kształt fragmentu paraboli. Wykonane przez nas doświadczenie pokazuje, że w przypadku rzutu poziomego bryły sztywnej różne punkty bryły poruszają się po różnych torach.

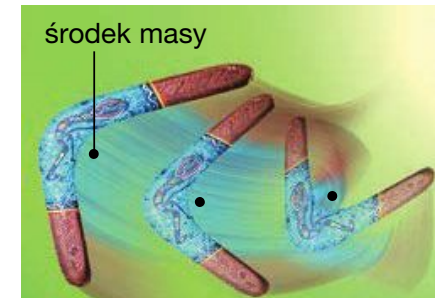
Można jednak wskazać jeden punkt, którego tor ruchu w czasie rzutu zawsze przyjmie kształt paraboli. Punkt ten nazywamy **środkiem masy**.

Okazuje się, że także w przypadku ruchów innych niż rzut środek masy porusza się tak, jak poruszałby się punkt materialny skupiający całą masę bryły.

W przypadku ciała złożonego ze skończonej liczby n punktów materialnych **wektor położenia środka masy** możemy obliczyć ze wzoru:

$$\vec{r}_{SM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

wektor położenia środka masy wektory położenia punktów materialnych
masy punktów materialnych, z których jest zbudowana bryła



Rys. 9.4. Bumerang – przykład bryły, której środek masy znajduje się poza nią

Można udowodnić, że jeśli jednorodna bryła ma **środek symetrii**, jest on jednocześnie jej środkiem masy.

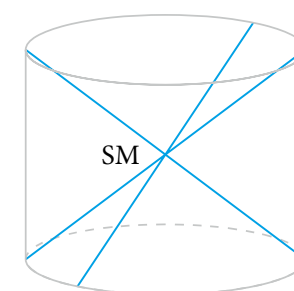
Zatem środek masy kuli, walca czy prostopadłościanu to po prostu środek symetrii tej bryły.

Środek masy bryły może się też znajdować poza bryłą. Tak właśnie jest w przypadku bumerangu (rys. 9.4).

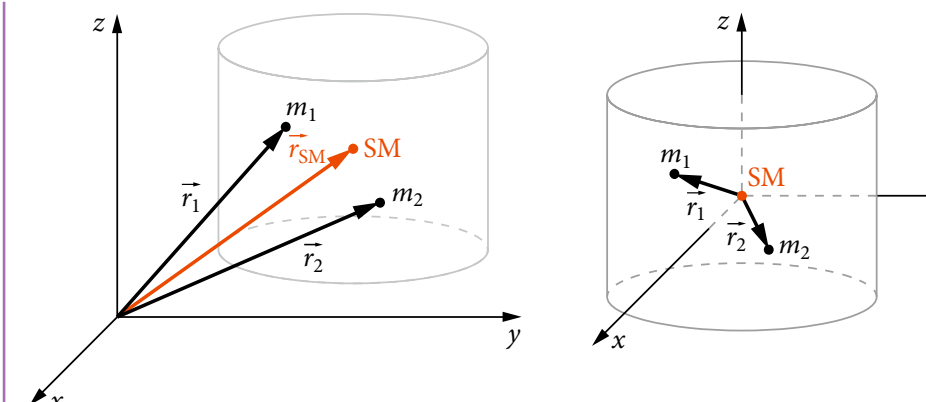
Jednorodna bryła

to bryła wykonana z substancji o stałej gęstości.

Środek masy i wektor jego położenia



Jeśli jednorodna bryła ma środek symetrii, to znajduje się on w tym samym punkcie co środek masy.



Układ współrzędnych, względem którego opisujemy wektory położenia, możemy wybrać dowolnie. Jeśli umieścimy jego początek w środku masy, to wektor $\vec{r}_{SM} = \vec{0}$.

A to ciekawe

Ruch bączka jest przykładem obrotu wokół osi, która sama się obraca, choć znacznie wolniej niż sam bączek. Taki ruch nazywamy precesją (rys. na s. 131). Podobnie obraca się Ziemia. Wokół własnej osi obraca się ona raz na dobę, natomiast okres precesji jej osi trwa aż 26 000 lat. Skutkiem jej precesji jest zmiana pozornego ruchu nieba widzianego z Ziemi. Za 11 000 lat nasza planeta ustawi się biegunem północnym w stronę Węgi zamiast Gwiazdy Polarnej. Wtedy będzie można wykorzystywać Węgę do wyznaczania północy.





A to ciekawe

Powieść Rudolfa Ericha Raspego *Niezwykłe przygody Barona Münchhausena* (czyt. minchaizena) z 1785 roku zawiera opisy mnóstwa nieprawdopodobnych zdarzeń, między innymi historię, jak tytułowy bohater utknął w bagnie i sam siebie wyciągnął za warkocz, który nosił zgodnie z ówczesną męską modą. Intuicja nam podpowiada, że taka przygoda nie mogła mieć miejsca, jednak aby to uzasadnić, musimy powołać się na omówione w tej lekcji prawo. Siła wewnętrzna układu ciał, nawet o ogromnej wartości, nie spowoduje ruchu środka masy układu ani nie zmieni jego prędkości.

Środek masy układu ciał

Środek masy można zdefiniować także dla układu ciał nietworzących jednej bryły sztywnej. Na przykład gdy Ziemia i Księżyc krążą wokół Słońca, w rzeczywistości wokół naszej gwiazdy krąży środek masy układu Ziemia–Księżyc (znajduje się on wewnątrz Ziemi).

Jeszcze lepszym przykładem takiego układu ciał są Pluton i jego księżyc Charon (rys. 9.5). Pluton ma masę zaledwie osiem razy większą od swojego największego satelity. Dlatego środek masy układu, który tworzą te ciała niebieskie, znajduje się poza powierzchnią planety. Wokół Słońca krąży więc środek masy układu Pluton–Charon, a wokół tego środka masy krążą planeta karłowata i jej księżyc.

Siły zewnętrzne i ruch środka masy

Połączmy teraz dwa fakty, które już znasz:

- Środek masy bryły to punkt, który porusza się tak, jak poruszałby się punkt materialny skupiający całą masę bryły.
- Aby poruszyć punkt materialny albo zmienić jego prędkość, potrzebna jest siła.

Wynika stąd, że:

Aby poruszyć środek masy układu ciał lub zmienić jego prędkość, potrzebna jest siła zewnętrzna.

Przez siłę zewnętrzną rozumiemy siłę oddziaływania z ciałami spoza rozpatrywanego układu. Ciała należące do układu mogą oddziaływać na siebie wzajemnie, ale te siły nie poruszają środka masy układu.

Na przykład astronauta spoczywający w przestrzeni kosmicznej sam nie może się rozpędzić. Gdyby użył ciężkiego przedmiotu, którym rzuci, aby uzyskać prędkość o przeciwnym zwrocie, to środek masy układu astronauta–przedmiot pozostałby w spoczynku.

Rys. 9.5. Środek masy układu Pluton–Charon

Porównajmy: stosunek mas Plutona i Charona wynosi 8:1, stosunek masy Ziemi i Księżyca to 81:1.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYTE



■ Przykład

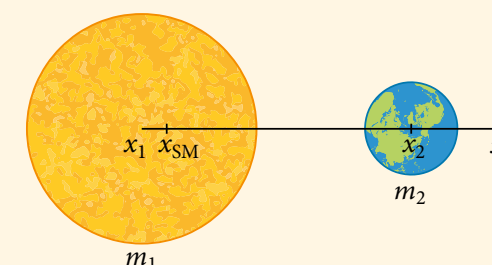
Słońce i Ziemia krążą wokół wspólnego środka masy. Wyznacz jego położenie za pomocą obliczeń. Przyjmij masę Słońca $m_1 = 2 \cdot 10^{30}$ kg, masę Ziemi $m_2 = 6 \cdot 10^{24}$ kg, a odległość między tymi ciałami 150 mln km.

Dane: $m_1 = 2 \cdot 10^{30}$ kg – masa Słońca, $m_2 = 6 \cdot 10^{24}$ kg – masa Ziemi,
 $r = 1,5 \cdot 10^8$ km – odległość Ziemi od Słońca

Szukane: położenie środka masy układu Ziemia–Słońca

Rozwiązanie:

Aby rozwiązać to zadanie, najwygodniej przyjąć układ współrzędnych, którego początek znajduje się w środku Słońca, a oś x jest skierowana w stronę Ziemi (na rysunku nie zachowano proporcji).



Interesujący nas układ składa się z dwóch ciał, które traktujemy jako punkty materialne (ich rozmiary są znacznie mniejsze niż dzieląca je odległość, a ruch obrotowy nie odgrywa znaczącej roli w omawianym zagadnieniu). Wzór na wektor położenia środka masy przyjmuje więc postać:

$$\vec{r}_{SM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

Oba ciała znajdują się na osi x , więc także środek masy układu znajdzie się na tej osi. Zapisanej wyżej zależności między wektorami położenia odpowiada zależność między ich współrzędnymi:

$$x_{SM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Skoro początek układu współrzędnych przyjęliśmy w środku Słońca, to $x_1 = 0$ km, a współrzędna dla Ziemi to odległość Ziemia–Słońce, czyli $x_2 = 1,5 \cdot 10^8$ km.

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$x_{SM} = \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}}{2 \cdot 10^{30} \text{ kg} + 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}} = 450 \text{ km}$$

Odpowiedź: Środek masy układu Ziemia–Słońce znajduje się 450 km od środka Słońca.

Uwaga. Promień Słońca wynosi ok. 700 000 km, więc środek masy układu Ziemia–Słońce znajduje się we wnętrzu naszej gwiazdy, i to bardzo blisko jej środka. Dlatego możemy mówić, że to Ziemia krąży wokół Słońca.

Pytania i zadania

1. **P** Odszukaj w tablicach astronomicznych potrzebne dane i za pomocą obliczeń wyznacz położenie środka masy układu Pluton–Charon.



Uwaga. Zdjęcie przedstawia Plutona i Charona we właściwej proporcji wielkości, ale odległość między nimi została znacznie zmniejszona, aby oba ciała niebieskie zmieściły się na jednej ilustracji.

2. Płyta winylowa o średnicy 30 cm obraca się ze stałą częstotliwością równą 33 obroty na minutę.
- a) Oblicz jej prędkość kątową.
- b) Oblicz prędkość liniową punktu na obwodzie płyty i punktu w połowie odległości między środkiem a obwodem płyty.

3. Ścieżki na płycie CD znajdują się w odległości między 2 cm a 5,5 cm od jej środka. Podczas odczytywania płyty jej prędkość kątowa zmienia się tak, że prędkość liniowa głowicy względem odczytywanej ścieżki jest stale równa $1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Odtwarzanie całej płyty trwa 80 minut.

Oblicz, w jakich granicach zmienia się prędkość kątowa płyty, a następnie oblicz jej średnie przyspieszenie kątowe.

4. Po przejechaniu 280 km samochód wpadł na zakręcie drogi w poślizg, dwukrotnie obrócił się wokół pionowej osi, uderzył w barierkę i uległ zniszczeniu. Ekipa dochodzeniowa musi sporządzić raport ze zdarzenia.

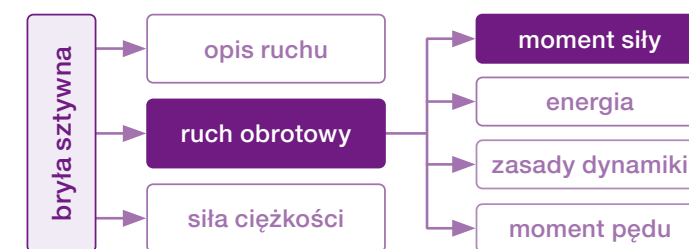
Kiedy można traktować samochód jako punkt materialny, a kiedy należy przyjąć, że jest bryłą sztywną? W jakiej sytuacji w odniesieniu do samochodu nie można zastosować żadnego z wymienionych modeli?

5. Ruch toczącego się walca jest złożeniem ruchu postępowego i obrotowego (wokół osi symetrii walca).

- a) Jaki warunek muszą spełniać prędkość ruchu postępowego i okres obrotu, aby ruch zachodził bez poślizgu?
- b) Rower jedzie z prędkością $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jego koła o średnicy 85 cm toczą się bez poślizgu. Jaki jest okres obrotu koła? Jaką drogę przejeżdża koło w czasie jednego obrotu?

9.2

Siły powodujące ruch obrotowy



Ważne w tej lekcji:

- kiedy ciało się obraca,
- warunki równowagi dźwigni,
- moment siły.

Przypomnij sobie:

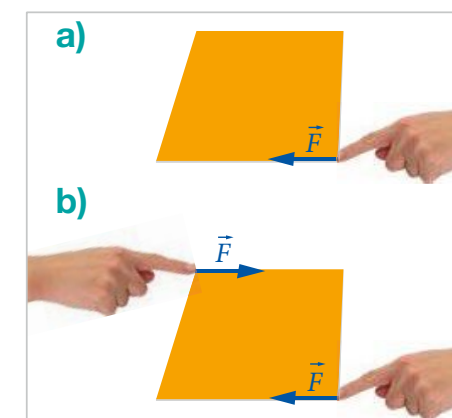
- Jeśli siła wypadkowa działająca na ciało jest równa zero, to pozostaje ono w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym po linii prostej (pierwsza zasada dynamiki).
- Jeśli siła wypadkowa działająca na ciało nie jest równa zero, to porusza się ono z przyspieszeniem skierowanym tak jak ta siła (druga zasada dynamiki).

Siła wywołująca ruch obrotowy

Wiesz już, że niezerównoważona siła wprawia ciało w ruch. Teraz odpowiedzmy sobie na pytanie, kiedy może ona powodować ruch obrotowy.

Doświadczenie 14

1. Połóż grubą tekturę na gładkim stole.
2. Popchnij palcem bok tektury (patrz zdjęcie a) i obserwuj, jakim ruchem się porusza. Powtórz tę czynność kilkakrotnie, ale za każdym razem przykładaj palec w innym punkcie wzdłuż tego samego boku tektury.
3. Kiedy tektura porusza się ruchem obrotowym? Kiedy jej środek masy się porusza?
4. Następnie popchnij tekturę z dwóch stron (patrz zdjęcie b) tak, aby się obracała, ale nie poruszała ruchem postępowym. Co możesz powiedzieć o siłach, którymi działają palce?



Z działu 4. (podręcznik cz. 1) wiesz, że siła przyłożona do punktu materialnego powoduje jego ruch przyspieszony (druga zasada dynamiki). W przypadku bryły sztywnej siła powoduje przyspieszony ruch



Rys. 9.6. Uderzenie piłki wzdłuż kierunku, jaki chcemy jej nadać, nie spowoduje jej ruchu obrotowego. Aby podkręcić piłkę, należy w trakcie uderzenia dodatkowo poruszyć raketą prostopadłe do kierunku ruchu piłki (stycznie do niej)

postępowy środka masy, niezależnie od tego, w którym miejscu bryły została przyłożona. Jej punkt przyłożenia ma natomiast znaczenie dla wprawiania bryły w ruch obrotowy.

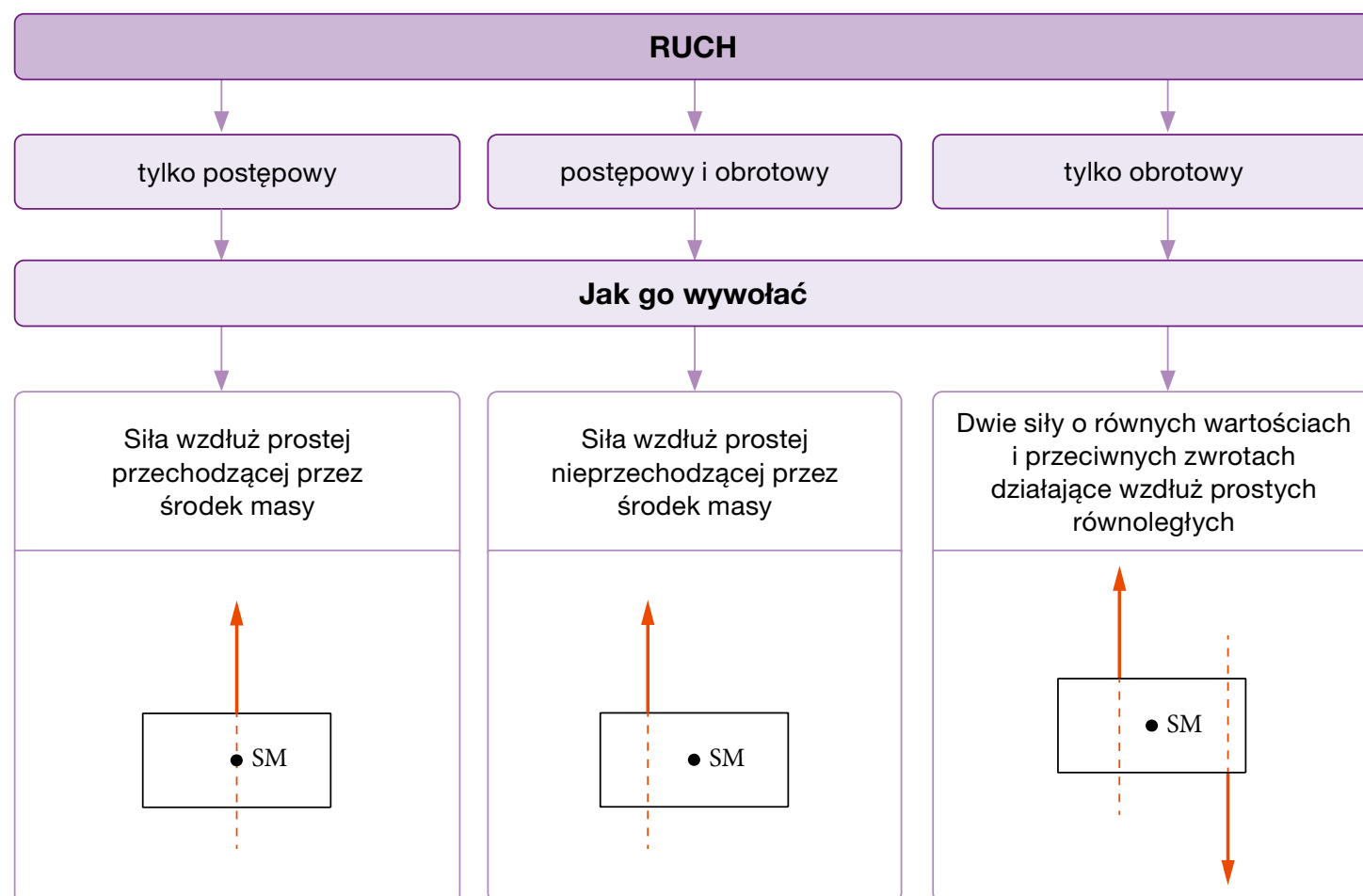
Przyłożona siła nie powoduje ruchu obrotowego ciała tylko wtedy, kiedy jej wektor leży na prostej przechodzącej przez środek masy tego ciała.

Para sił wywołujących tylko obrót

Jak wprawić ciało w ruch obrotowy tak, aby jednocześnie nie wykonywało ruchu postępowego? Nie wystarczy działać na ciało jedną siłą. Trzeba do niego w dwóch różnych punktach przyłożyć dwie siły o jednakowych wartościach, przeciwnych zwrotach i działające nie wzdłuż jednej prostej, ale wzdłuż prostych równoległych – tak jak zrobiliśmy w doświadczeniu 14. w punkcie 4. Suma tych sił jest wtedy równa zeru i nie powoduje ruchu postępowego ciała. Wprawia je natomiast w ruch obrotowy. Zauważ, że dla tych dwóch sił nie da się znaleźć siły wypadkowej.

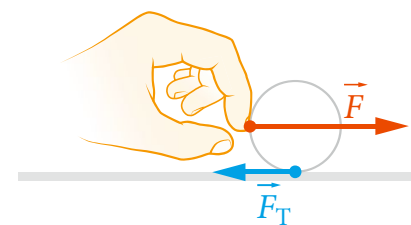
Skutki działania sił

Podsumujmy zatem, jakie są możliwe ruchy bryły sztywnej i jakie siły je wywołują.

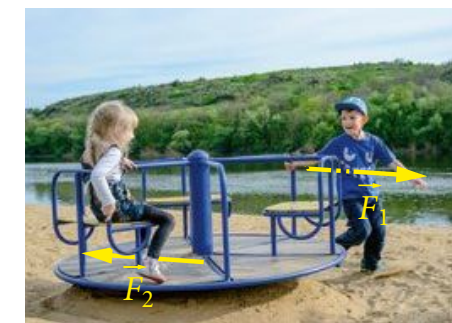


Siła tarcia a toczenie

- Piłka leżąca na stole pchnięta na wysokości środka poziomą siłą $\vec{F}$ zacznie się toczyć, czyli poruszać zarówno ruchem postępowym, jak i obrotowym.
- Obrót piłki powoduje nie siła $\vec{F}$, której wektor przechodzi przez środek masy piłki, ale siła tarcia statycznego $\vec{F}_T$ piłki o stół (patrz rysunek).
- Gdyby nie tarcie między piłką a stołem, piłka przesuwałaby się po nim bez obracania.



Pamiętaj, że należy rozpatrywać wszystkie siły działające na dane ciało. Kiedy siłą nieprzechodzącą przez środek masy karuzeli ciągniemy jedno z jej krzesełek, powodujemy obrót karuzeli. Karuzela nie przesuwa się tylko dlatego, że oprócz naszej siły na karuzelę działa siła ze strony podłoża (rys. 9.7). Gdyby karuzela mogła się przesuwać po podłożu, wprawilibyśmy ją także w ruch postępowy.



Rys. 9.7. Na karuzelę oprócz siły $\vec{F}_1$, którą działa dziecko, działa siła $\vec{F}_2$ ze strony podłoża

Dźwignie

Jedną z sytuacji, w których zasadnicze znaczenie ma punkt przyłożenia siły, jest działanie **dźwigni**. Dźwignia to podłużne ciało, które może się obracać wokół osi do siebie prostopadłej (patrz infografika s. 146–147).

Wykonamy teraz doświadczenie, w którym dźwignią będzie linijka oparta o zapalniczkę. Linijka może się obracać wokół osi wyznaczonej przez zapalniczkę tylko o niewielki kąt.

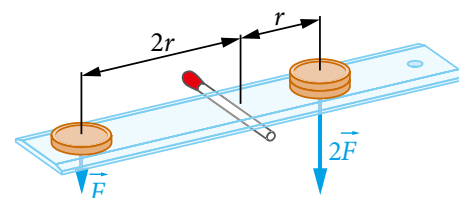
Doświadczenie 15

1. Przygotuj 20-centymetrową linijkę, zapalniczkę i kilka monet 1 zł.
2. Połóż linijkę na zapalce tak, jak to przedstawiono na zdjęciu. Gdy podeprzesz linijkę w połowie jej długości, nie powinna przechylać się w żadną stronę. Jeśli się przechyla, możesz obciążyć ją kawałkiem plasteliny lub taśmy klejącej.
3. Połóż dwie monety jedna na drugiej w odległości 3 cm od środka linijki (czyli tak, aby środek masy monet znajdował się w podanej odległości).
4. Jak sądzisz, gdzie należy położyć trzecią monetę, aby zrównoważyła pierwsze dwie? Spróbuj to przewidzieć, a następnie sprawdź doświadczalnie.
5. Poeksperymentuj z innymi liczbami monet, np. sprawdź, w jakich odległościach powinny się znajdować stosiki po dwie i trzy monety, aby linijka była w równowadze, w jaki sposób jedna moneta może zrównoważyć trzy itp. Spróbuj sformułować ogólny wniosek.



Niezależnie od tego, jak układamy monety, linijka nie wykonuje ruchu postępowego, ponieważ nacisk monet na linijkę oraz ciężar samej linijki są równoważone przez nacisk zapalki od dołu na linijkę (czyli reakcję podłoża).

Jednak gdy rozpatrujemy ruch obrotowy, sprawa jest bardziej skomplikowana. Na przykład ciężar dwóch monet może zrównoważyć jedna moneta (rys. 9.8) położona dwa razy dalej po drugiej stronie zapalki (osi obrotu).

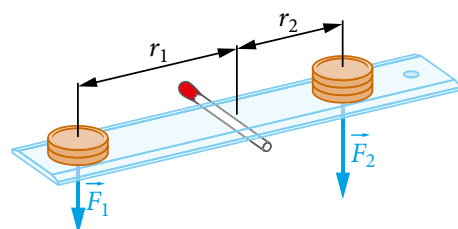


Rys. 9.8. Przykład równowagi dźwigni

Dwie monety w odległości 3 cm od zapalki mogą zostać zrównoważone przez trzy monety w odległości 2 cm od zapalki po jej drugiej stronie. We wszystkich tych przypadkach zachodzi pewna prawidłowość: iloczyn siły i odległości jej punktu przyłożenia od osi dźwigni dla lewej strony dźwigni jest taki sam jak dla prawej (np. dla rys. 9.8 zachodzi równość: $2F \cdot r = F \cdot 2r$).

Warunek równowagi dźwigni (rys. 9.9) można więc zapisać w postaci:

$$F_1 r_1 = F_2 r_2$$



Rys. 9.9. Dźwignia będzie w stanie równowagi, jeżeli siły F_1 i F_2 oraz odległości r_1 i r_2 spełnią odpowiedni warunek

■ Moment siły działającej na dźwignię

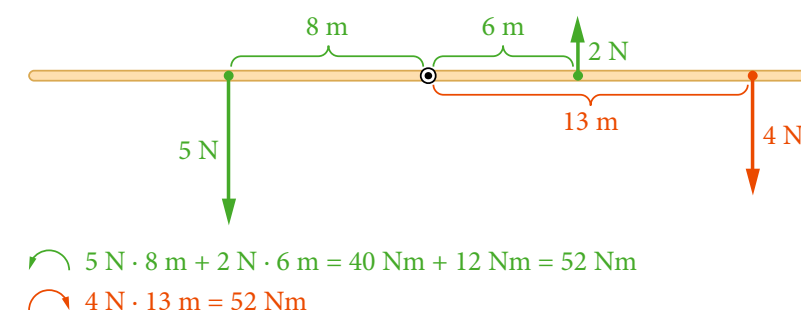
Iloczyn Fr ma swoją nazwę: **moment siły**. Na razie definiujemy go tylko dla dźwigni i tylko w przypadku, gdy działające siły są prostopadłe do dźwigni. W następnej lekcji zajmiemy się jego ogólną definicją. Powiemy też, jak można opisać moment siły jako wektor.

Moment siły działającej na dźwignię prostopadle do jej kierunku ma wartość $M = Fr$, gdzie F jest wartością siły, a r odległością punktu przyłożenia siły od osi obrotu.

Jak wynika ze wzoru, jednostką momentu siły jest $1 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Dżul, jednostka energii, to także $1 \text{ N} \cdot \text{m}$, ale gdy mowa o momencie siły, nie używamy nazwy „dżul”, ponieważ **błędnie** sugerowałoby to związek momentu siły z energią.

Dźwignia **nie obraca się**, gdy siły działają na nią tak, aby obrócić ją jednocześnie w przeciwne strony, a momenty tych sił mają jednakowe wartości. Podobnie jest wtedy, gdy na dźwignię działa kilka sił (rys. 9.10).



Rys. 9.10. Siły zaznaczone na zielono działają tak, aby obrócić dźwignię w lewo, a siły zaznaczone na czerwono – w prawo. Momenty sił obracających dźwignię w obie strony mają równe wartości, więc dźwignia pozostanie w równowadze

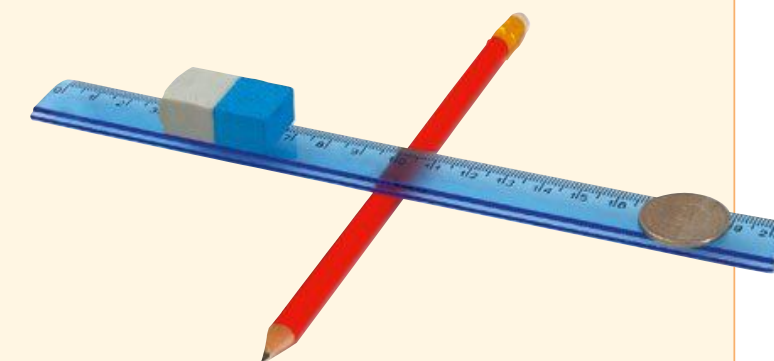
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Uczniowie postanowili zważyć kilka niewielkich przedmiotów. W tym celu zbudowali wagę z linijki. Okazało się, że linijka jest w równowadze, kiedy środek gumki do ścierania znajduje się w odległości 4,5 cm od osi obrotu wagi, a środek monety 1 zł w odległości 8 cm od tej osi. Masa monety 1 zł wynosi 5 g. Oblicz masę gumki.



Dane: $r_1 = 4,5 \text{ cm}$ – odległość środka gumki od osi obrotu,
 $r_2 = 8 \text{ cm}$ – odległość środka monety 1 zł od osi obrotu,
 $m_2 = 5 \text{ g}$ – masa monety 1 zł

Szukane: m_1 – masa gumki

Rozwiązanie:

Linijka, podparta w połowie długości, stanowi dźwignię dwustronną. Gumka działa na nią momentem siły o wartości:

$$M_1 = r_1 m_1 g$$

Moneta działa natomiast momentem siły zwróconym przeciwnie o wartości:

$$M_2 = r_2 m_2 g$$

Moment ciężaru lewej połowy linijki i moment ciężaru prawej połowy linijki się równoważą, możemy je więc pominąć.

Ciężar gumki to $m_1 g$, a monety $m_2 g$.

Skoro dźwignia (linijka) jest w równowadze, to:

$$r_1 m_1 g = r_2 m_2 g$$

Stąd szukana masa gumki:

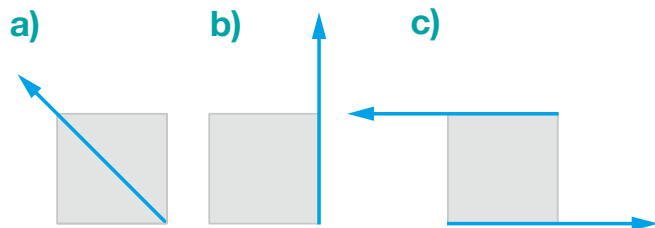
$$m_1 = \frac{r_2 m_2}{r_1}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

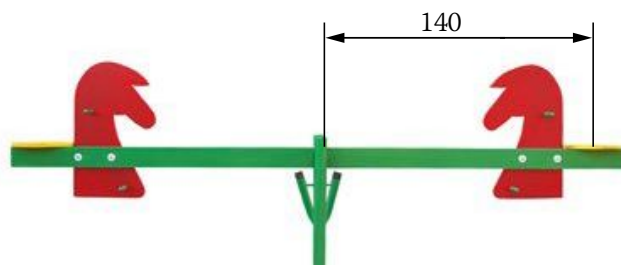
$$m_1 = \frac{8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ g}}{4,5 \text{ cm}} \approx 8,9 \text{ g}$$

Odpowiedź: Gumka ma masę ok. 9 g.

1. Czy w sytuacji przedstawionej na rysunku ciało się obróci? Czy zacznie się poruszać ruchem postępowym? Środek masy ciała znajduje się w jego środku geometrycznym. Rysunek przedstawia ciało widziane z góry, a tarcie o podłoże pomijamy.



2. Wojtek waży 32 kg, a jego młodszy brat Paweł 20 kg. Paweł usiadł na siodełku huśtawki podobnej do tej na zdjęciu. W jakiej odległości od osi obrotu powinien usiąść Wojtek, aby huśtawka była w równowadze?



3. Na wadze z linijki (takiej jak w przykładzie) zważono obręczkę. Linijka była w równowadze wtedy, gdy środek obręczki znajdował się 6 cm od osi obrotu dźwigni, a moneta 1 zł była 3,5 cm od tej osi. Jaką masę miała obręczka?

4. Wykonaj wagę z linijki tak, jak opisano w przykładzie, i zważ za jej pomocą kilka niewielkich przedmiotów.

5. Wykonaj doświadczenie.

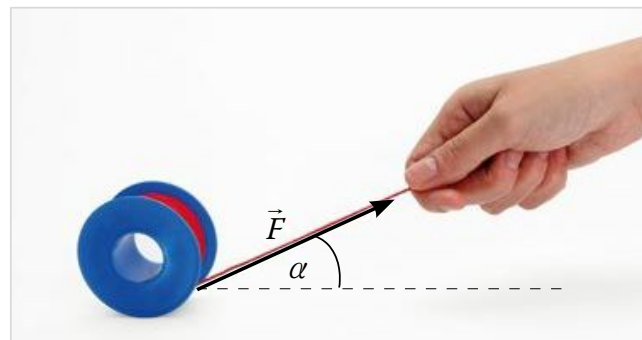
- a) Przygotuj szpulkę (np. po plastrze) przypominającą kształtem tę ze zdjęcia. Jeśli nie możesz znaleźć takiej szpulki, wykonaj ją samodzielnie.

- b) Szpulkę z nawiniętą nitką ustaw tak jak na zdjęciu (nitka powinna wychodzić z dołu szpulki).

- c) Spróbuj przewidzieć, w którą stronę poruszy się szpulka, gdy będziesz ciągnąć nitkę poziomo ($\alpha = 0$), a także czy kierunek ruchu zmieni się przy większych wartościach kąta α .

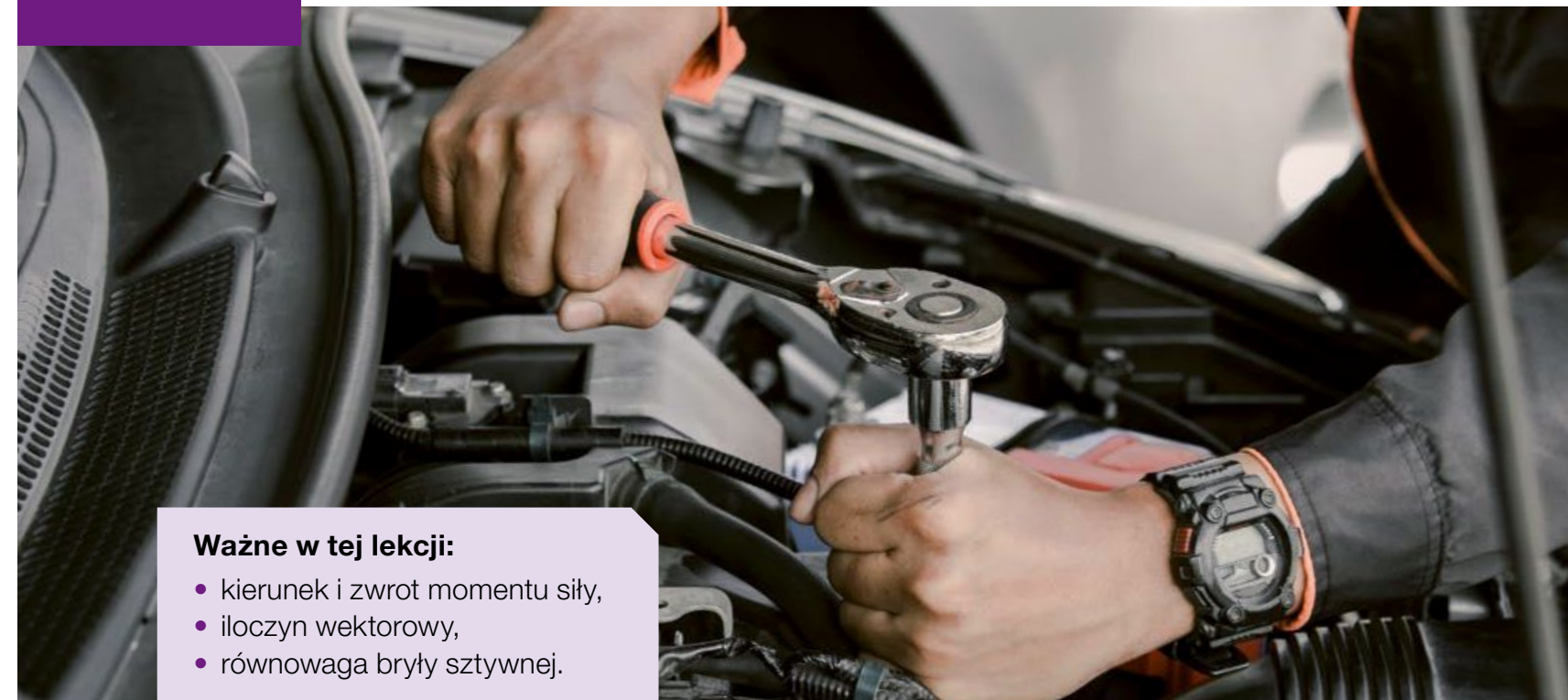
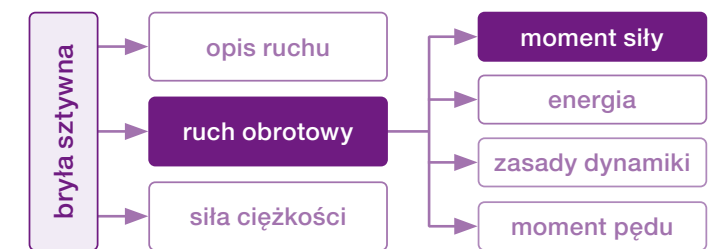
- d) Następnie sprawdź swoje przewidywania doświadczalnie.

Uwaga. Nitkę ciągnij ostrożnie, aby szpulka się nie ślizgała.



9.3

Moment siły – przypadek ogólny



Ważne w tej lekcji:

- kierunek i zwrot momentu siły,
- iloczyn wektorowy,
- równowaga bryły sztywnej.

Przypomnij sobie:

- Przyłożona siła nie powoduje ruchu obrotowego ciała, jeżeli jej wektor leży na prostej przechodzącej przez środek masy tego ciała.
- Moment siły działającej na dźwignię prostopadle do jej kierunku i do osi obrotu to iloczyn wartości tej siły i odległości punktu jej przyłożenia od osi obrotu dźwigni.

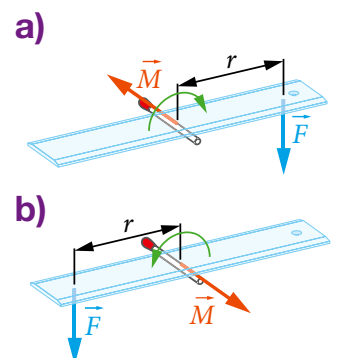
Dotychczas mówiliśmy tylko o wartości momentu siły. Kiedy chcieliśmy zaznaczyć, w którą stronę dźwignia obróciłaby się pod działaniem momentu siły – rysowaliśmy zakrzywioną strzałkę.

■ Moment siły działającej na dźwignię

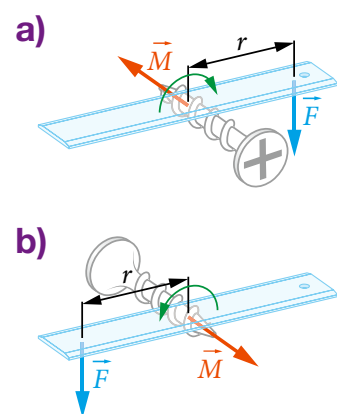
Jednak, jak wiesz, nie istnieje pojęcie „zakrzywionych wektorów”. Dlatego moment siły opisujemy za pomocą zwykłego wektora o umownie wybranym kierunku i zwrocie.

Kierunek wektora momentu siły działającej na dźwignię to kierunek prostej poprowadzonej wzdłuż osi obrotu.

Z kolei zwrot tego wektora opisuje, czy powodowany obrót zachodzi zgodnie z ruchem wskazówek zegara (rys. 9.11a) czy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (rys. 9.11b).



Rys. 9.11. Kierunek i zwrot wektora momentu siły działającej na dźwignię



Rys. 9.12. Zwrot wektora momentu siły wyznaczony regułą śruby prawoskrętnej

Reguła śruby prawoskrętnej dla dźwigni

Jak rozpoznać, który zwrot odpowiada obrotowi w którą stronę? Możemy wykorzystać regułę śruby prawoskrętnej.

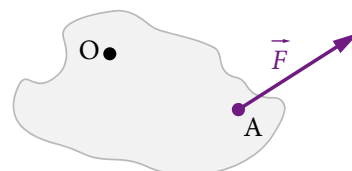
Wyobrażamy sobie, że wzdłuż osi obrotu dźwigni chcemy wkręcić śrubę prawoskrętną. Jeśli obraca się ona tak jak dźwignia, to jej czubek wskazuje zwrot wektora momentu siły (rys. 9.12).

Definicja momentu siły

W ogólnym przypadku moment siły definiujemy względem wybranego punktu. Aby lepiej to zobrazować, rozłożymy definicję momentu siły na kilka kroków.

Krok 1. Oznaczenia

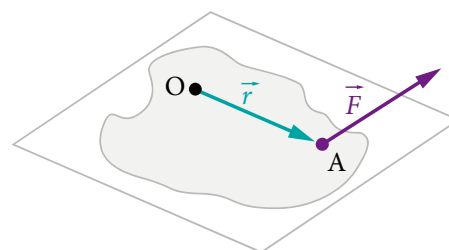
Dany jest **wektor siły** $\vec{F}$ działającej na pewne ciało i dowolny punkt O (niekoniecznie w obrębie tego ciała). Punkt przyłożenia siły $\vec{F}$ oznaczamy jako A (rys. 9.13).



Rys. 9.13. Siła $\vec{F}$ jest przyłożona w punkcie A

Krok 2. Promień wodzący

Prowadzimy wektor od punktu O do punktu A i oznaczamy go $\vec{r}$ – ten wektor to **promień wodzący punktu przyłożenia siły** (rys. 9.14).



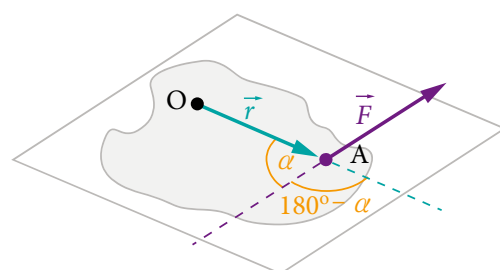
Rys. 9.14. Zaznaczamy promień wodzący dla przyłożonego wektora $\vec{F}$

Krok 3. Wartość momentu siły

Wyznaczamy **kąt** α między kierunkami wektorów $\vec{r}$ i $\vec{F}$ (rys. 9.15).

Wartość momentu siły wynosi:

$$M = rF \sin \alpha$$



Rys. 9.15. Zaznaczamy kąty między promieniem wodzącym i siłą

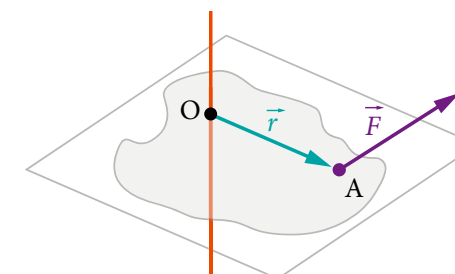
W poprzedniej lekcji rozważaliśmy sytuację, gdy $\alpha = 90^\circ$, czyli $\sin \alpha = 1$.

Uwaga. Nie ma znaczenia, który z kątów między kierunkami tych wektorów weźmiemy pod uwagę: kąt α czy kąt $180^\circ - \alpha$. Interesująca nas wartość funkcji sinus pozostanie taka sama, ponieważ $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$.

Krok 4. Kierunek momentu siły

Punkty O i A oraz wektor $\vec{F}$ wyznaczają pewną płaszczyznę, ponieważ istnieje tylko jedna płaszczyzna zawierająca te dwa punkty oraz prostą przechodzącą przez punkt A, wzdłuż której działa wektor $\vec{F}$.

Wektor momentu siły ma kierunek taki jak **prosta** prostopadła do tej płaszczyzny (rys. 9.16).



Rys. 9.16. Płaszczyzna opisana w kroku 4.

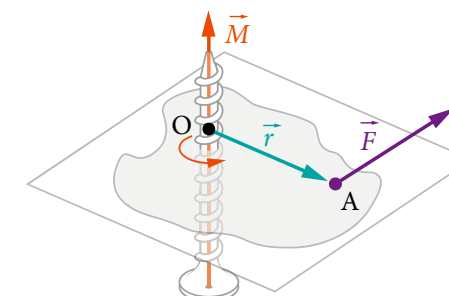
Uwaga. Wyjątkiem jest sytuacja, kiedy te wektory są równoległe (czyli wektor siły leży na prostej OA). Wtedy $\sin \alpha = \sin 0^\circ = 0$, więc $M = 0$, a dla wektora o wartości zero nie wyznaczamy kierunku ani zwrotu.

Krok 5. Zwrot momentu siły

Wektor momentu siły leży na **prostej wyznaczonej w poprzednim kroku**, znamy więc jego kierunek. Wyobrażmy sobie teraz, że siła powoduje obrót ciała wokół tej **prostej**. Na podstawie kierunku obrotu ciała możemy określić także zwrot wektora momentu siły.

- Jeśli ciało obraca się przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, to wektor jest zwrócony **nad płaszczyznę** zawierającą wektory $\vec{r}$ i $\vec{F}$.
- Jeśli ciało obraca się zgodnie z ruchem wskazówek zegara, to wektor jest zwrócony **pod płaszczyznę** zawierającą wektory $\vec{r}$ i $\vec{F}$.

Dla ułatwienia możemy zastosować regułę śruby prawoskrętnej, podobnie jak w przypadku dźwigni. W sytuacji z naszego rysunku wierzchołek śruby musi być skierowany w górę, a więc moment siły także jest zwrócony w górę (rys. 9.17).



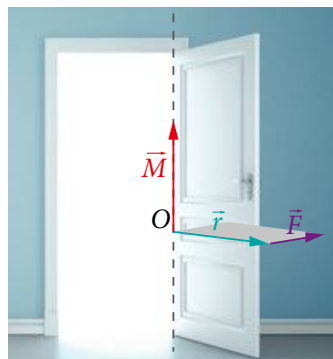
Rys. 9.17. Obracająca się śruba prawoskrętna wyznacza zwrot momentu siły

Dodatek matematyczny 8
→ s. 395

Jeśli punkt O jest środkiem masy ciała, a siła działa wzdłuż prostej przechodzącej przez ten punkt, to moment siły względem środka masy wynosi 0. I rzeczywiście, taka siła nie powoduje obrotu.

Jeśli nie masz wprawy we wkręcaniu śrub, poćwicz tę czynność – pomoże ci to wyznaczać zwrot wektorów.

Wektor momentu siły można zdefiniować za pomocą iloczynu wektorowego (dodatek matematyczny 5 → s. 392): $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$.



Rys. 9.18. Przykładem bryły, która może się obracać wyłącznie wokół jednej osi, są drzwi

Przypadki szczególne

Jak pokazaliśmy wcześniej, moment siły definiujemy względem punktu. Ten punkt można wybrać dowolnie, przy czym moment siły zależy od tego wyboru. Jednak w praktyce najczęściej występują dwie możliwości.

- Określamy moment siły względem środka masy ciała. Tak było w doświadczeniu 15. (s. 139).
- Kiedy ciało może się obracać tylko wokół jednej osi, a siła jest do niej prostopadła, interesuje nas moment siły względem tej osi. Ściślej mówiąc, jest to moment siły względem punktu O leżącego na osi obrotu najbliżej punktu przyłożenia siły (rys. 9.18).

Wypadkowy moment siły

Jeśli na ciało działają różne siły, to momenty tych sił względem ustalonego punktu możemy dodawać zgodnie z zasadami dodawania wektorów. Przykładem zastosowania dodawania momentów sił jest dźwignia.

Moment siły obracającej dźwignię zgodnie z ruchem wskazówek zegara i moment siły obracającej dźwignię w drugą stronę mają przeciwne zwroty.

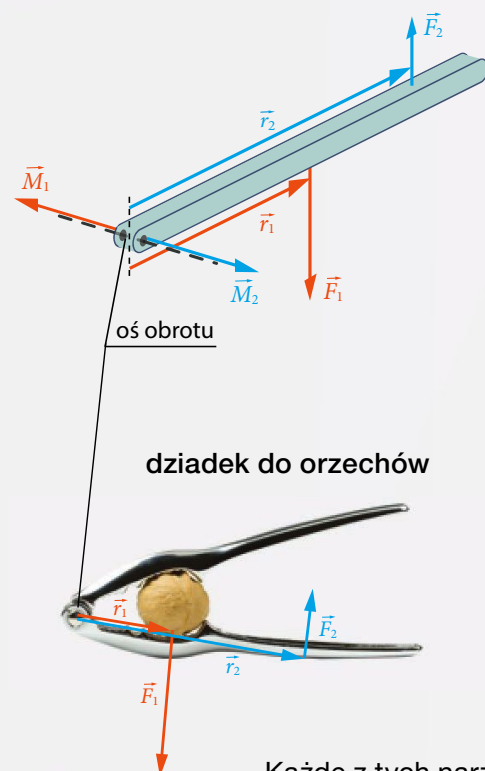
Jeśli momenty te mają jednakowe wartości, to ich suma jest równa zero. Pamiętaj jednak, że możemy badać dowolną liczbę momentów sił, a także rozpatrywać siły działające pod dowolnym kątem.

Równowaga dźwigni
→ s. 140

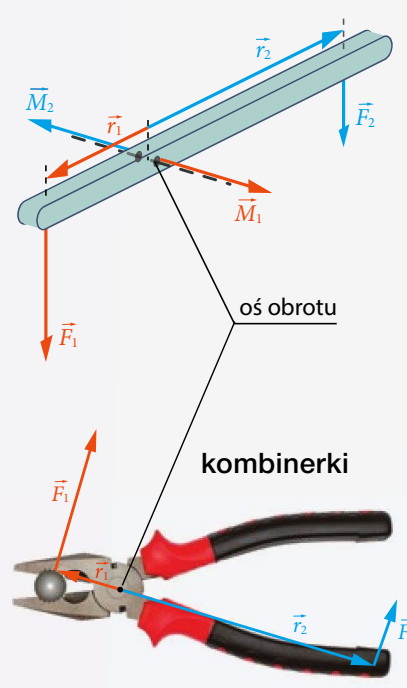
Dźwignie wokół nas i w nas

Zasada działania dźwigni jest wykorzystywana w wielu przedmiotach codziennego użytku. Dzięki dźwigniom można wykonywać różne czynności, działając większą siłą niż siła naszych mięśni. Okazuje się, że dźwignie znajdują się również w naszych ciałach.

Dźwignia jednostronna: siły przyłożone są po tej samej stronie osi obrotu



Dźwignia dwustronna: siły przyłożone są po dwóch stronach osi obrotu



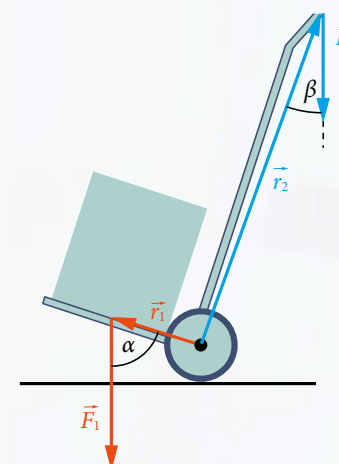
Każde z tych narzędzi to dwie dźwignie o wspólnej osi obrotu.

Warunek równowagi dla wszystkich rodzajów dźwigni jest taki sam – suma momentów działających sił musi wynosić zero

Jeżeli siła $\vec{F}_1$ i promień wodzący $\vec{r}_1$ nie są do siebie prostopadłe, we wzorze na moment siły trzeba uwzględnić czynnik „sin α ”.

$$M_1 = M_2$$

$$M_1 = r_1 F_1 \sin \alpha \quad M_2 = r_2 F_2 \sin \beta$$



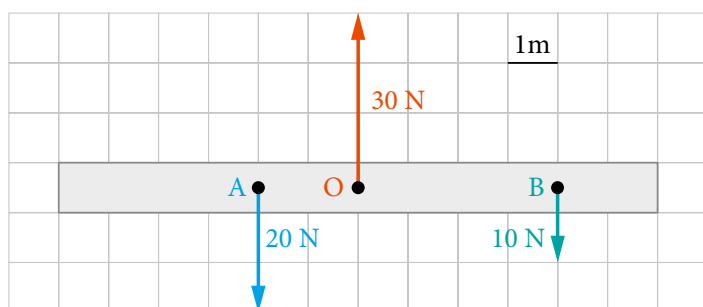
Kiedy podnosimy ciężki przedmiot w wyciągniętej dłoni, mięsień zginający rękę w łokciu musi działać siłą większą niż ciężar tego ciała. Jednak dzięki temu, gdy mięsień kurczy się o 1 cm, dłoń przebywa dużo dłuższą drogę. Zatem dzięki tej dźwigni nasze kończyny poruszają się szybciej, a zasięg ich ruchu jest większy.



Momenty sił – ale jakie?

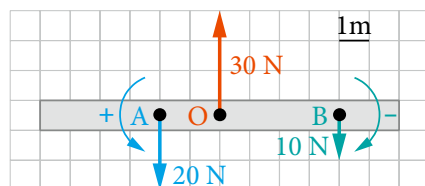
Moment siły zależy od tego, względem którego punktu go wyznaczamy. Zatem jaki punkt najlepiej wybrać, gdy badamy równowagę bryły sztywnej? Okazuje się, że dowolny – ważne jest tylko to, aby wszystkie momenty sił obliczać względem tego samego punktu.

Rozważmy przykład dźwigni, która może się obracać wokół pionowej osi przechodzącej przez punkt O (płaszczyzna rysunku jest pozioma). Na tę dźwignię działamy dwiema poziomymi siłami przyłożonymi w punktach A i B. Kolorem czerwonym zaznaczyliśmy trzecią siłę działającą na dźwignię – siłę reakcji dźwigni. Pominęliśmy natomiast siły działające pionowo (czyli prostopadle do rysunku) – siłę ciężkości i siłę, która ją równoważy.

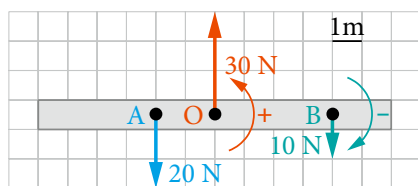


Wyznamy momenty działających sił. Na każdym z poniższych rysunków zaznaczono, w którą stronę dana siła stara się obrócić dźwignię względem danego punktu (obróć w lewo oznaczamy dodatkowo znakiem „+”, a w prawo znakiem „-”).

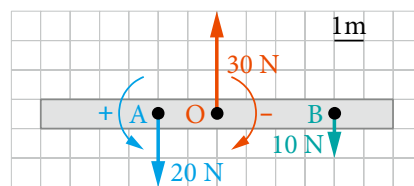
Moment sił względem punktu O



Moment siły względem punktu A



Moment siły względem punktu B



$$\begin{aligned}
 20 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} + 30 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} - 10 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} &= 20 \text{ N} \cdot 0 + 30 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} - 10 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} = 20 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} - 30 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} + 10 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = \\
 &= 40 \text{ Nm} + 0 \text{ Nm} - 40 \text{ Nm} = 0 \quad = 0 \text{ Nm} + 60 \text{ Nm} - 60 \text{ Nm} = 0 \quad = 120 \text{ Nm} - 120 \text{ Nm} + 0 \text{ Nm} = 0
 \end{aligned}$$

Warunek równowagi bryły sztywnej

Jak wiesz, aby ciało nie poruszało się ruchem postępowym, działające na nie siły muszą się równoważyć. Podobnie jest w przypadku ruchu obrotowego: w tym przypadku równoważyć muszą się momenty sił.

Warunek konieczny równowagi bryły sztywnej:

Aby bryła sztywna pozostawała w spoczynku (nie poruszała się ani ruchem obrotowym, ani postępowym), muszą się równoważyć zarówno działające na nią siły, jak i momenty tych sił.

Zwróćmy uwagę na to, że podany warunek nie jest wystarczający. Może się zdarzyć tak, że siły działające na ciało się równoważą, a ono się porusza – mamy wtedy do czynienia z ruchem jednostajnym. Również

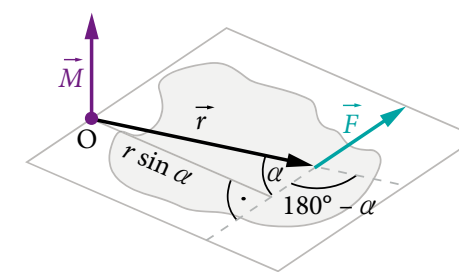
momenty działających sił mogą się równoważyć, choć to ciało się obraca – w takim przypadku jego prędkość kątowa jest stała. Więcej na ten temat powiemy w lekcji 9.6.

Ramię siły

Na koniec wprowadzimy użyteczne pojęcie. Zauważ, że wzór na wartość momentu siły możemy zapisać w nieco innej postaci:

$$M = rF \sin \alpha = F \cdot r \sin \alpha$$

Wyrażenie $r \sin \alpha$ oznacza odległość punktu O od prostej, wzdłuż której działa siła $\vec{F}$. Tę odległość nazywamy ramię siły (rys. 9.19).



Ziemia obraca się od miliardów lat bez powodującej to siły, tylko ze względu na swoją bezwładność.

Odległość punktu od prostej zawsze mierzymy po najkrótszej drodze, czyli prostopadle do tej prostej.

Rys. 9.19. Ramię siły to odległość punktu O od prostej, na której leży wektor $\vec{F}$

Z ostatniego wzoru wynika natychmiast, że przesuwanie siły $\vec{F}$ wzdłuż jej kierunku nie zmienia momentu siły. Kiedy $\alpha = 90^\circ$, ramię jest równe po prostu długości wektora r . Tak się dzieje np. w rozważanym wcześniej przypadku sił działających prostopadle na dźwignię.

Dźwignia → s. 141

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZCIE



Przykład

Na rysunku widzisz siły, jakimi dwoje dzieci ciągnie linki przywiązane do karuzeli. Każda z sił, jakimi działają, ma wartość 100 N, a każdy z kątów między siłą a promieniem wodzącym wynosi $\alpha = 50^\circ$.

- Wyznacz wypadkowy moment sił działających na karuzelę.
- Jak zmieniłby się ten moment, gdyby kąt α był większy?

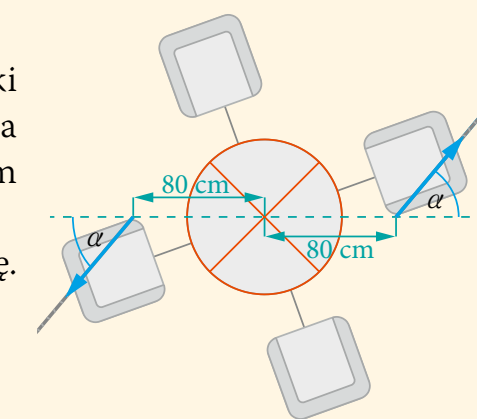
Dane: $F = 100 \text{ N}$ – wartość siły,
 $\alpha = 50^\circ$ – kąt między siłą a promieniem wodzącym

Szukane: $\vec{M}$ – wypadkowy moment siły

Rozwiązanie:

- Sytuacja jest symetryczna, więc każda z sił ma taki sam moment o wartości:

$$M = rF \sin \alpha$$



Polecenie „wyznacz wektor” obejmuje także określenie kierunku i zwrotu wektora, a nie tylko jego wartości.

➡ Łączny moment sił wynosi zatem:

$$M_c = 2M = 2rF \sin \alpha$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$M_c = 2 \cdot 0,8 \text{ m} \cdot 100 \text{ N} \cdot \sin 50^\circ \approx 123 \text{ Nm}$$

Moment sił jest skierowany wzdłuż osi obrotu. Jak wynika z rysunku, siły powodują ruch karuzeli przeciwnie do ruchu wskazówek zegara, a więc zgodnie z regułą śruby prawoskrętnej moment siły jest zwrócony w górę.

Odpowiedź: Wartość momentu siły wynosi ok. 123 Nm, jego kierunek jest prostopadły do rysunku, a zwrot – w górę (na rysunku oznacza to zwrot w kierunku patrzącego).

b) We wzorze na moment siły mamy sinus kąta.

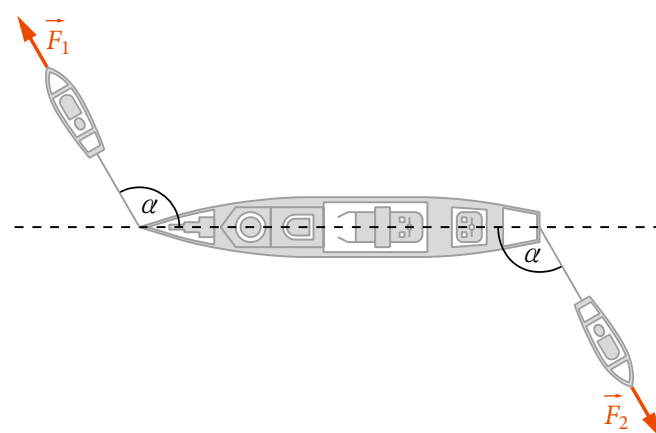
- Dla kątów ostrych jego wartość rośnie wraz ze zwiększaniem się kąta. To oznacza, że moment siły będzie się zwiększał wraz ze wzrostem kąta.
- Dla $\alpha = 90^\circ$ wartość momentu siły osiągnie maksymalną wartość $2rF$.
- Jeżeli dalej będziemy zwiększać kąt α (cały czas bierzemy pod uwagę kąt zaznaczony na rysunku przy treści zadania), to wartość momentu siły będzie się zmniejszała aż do zera dla $\alpha = 180^\circ$.

- 1.** Zgodnie z instrukcją obsługi pewnego samochodu śruby mocujące koła powinny być przykręcone siłą, której moment wynosi 110 Nm.

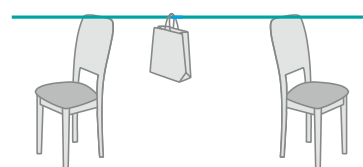
a) Dlaczego w instrukcji podano moment siły, a nie siłę?

b) Jaką wartość powinna mieć siła, którą trzeba działać prostopadłe na koniec klucza o długości 30 cm, aby odpowiednio dokręcić śruby?

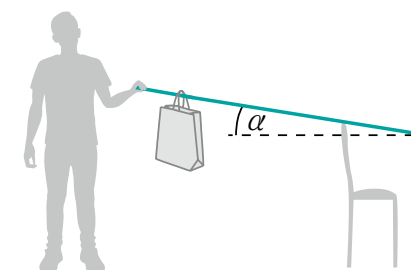
- 2. P** Dwa holowniki obracają okręt o długości 100 m wokół osi pionowej przechodzącej dokładnie przez jego środek. Siły, jakimi działają holowniki, są równe co do wartości $5 \cdot 10^5 \text{ N}$ każda i są skierowane pod kątem $\alpha = 120^\circ$ do osi podłużnej okrętu, tak jak to przedstawiono na rysunku. Wyznacz wypadkowy moment siły działający na okręt względem jego środka.



- 3.** Na oparciach dwóch krzeseł położono kij od szczotki, a na nim zawieszono ciężką torbę. Znajduje się ona bliżej lewego krzesła niż prawego. Na które z krzeseł kij działa większą siłą?



- 4.** Tym razem kij od szczotki został oparty tylko na jednym krześle. Drugi koniec trzyma w ręku Karol. Kij jest nachylony do poziomu pod pewnym kątem $\alpha \leq 20^\circ$. Dzięki sile tarcia ciężka siatka nie ześlizguje się wzdłuż kija. Kij jest znacznie lżejszy od siatki, więc możemy pominąć jego ciężar.

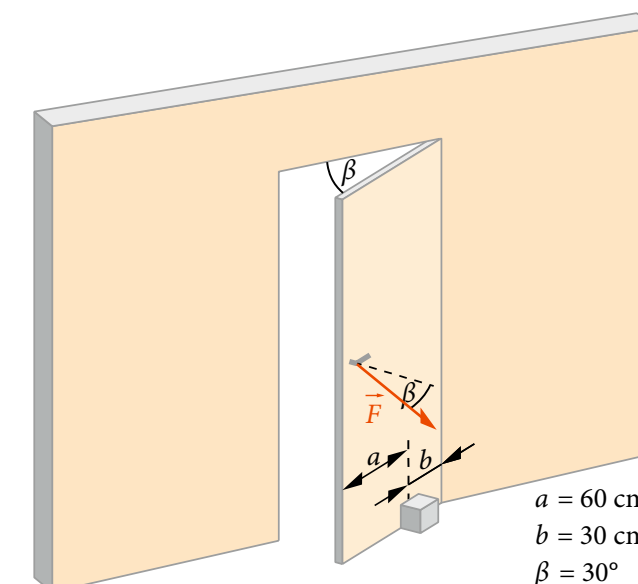


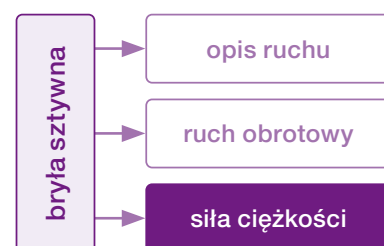
a) Kiedy Karol działa większą siłą: kiedy jest ona prostopadła do kija czy kiedy ma kierunek pionowy? Zakładamy, że kąt α w obu przypadkach jest taki sam i różny od zera.

b) Karol trzyma kij pod kątem $\alpha = 10^\circ$ i działa siłą do niego prostopadłą. Czy ta siła się zwiększy, zmniejszy czy pozostanie taka sama, gdy uczeń zwiększy kąt α do 20° ?

c) Karol trzyma kij pod kątem $\alpha = 10^\circ$ i działa na niego siłą w kierunku pionowym. Czy ta siła się zwiększy, zmniejszy czy pozostanie taka sama, gdy uczeń zwiększy kąt α do 20° ?

- 5.** Pracownik, który remontował mieszkanie, nie mógł otworzyć drzwi, ponieważ jego kolega postawił przy nich skrzynkę z narzędziami. Oblicz siłę, jaką należy działać na drzwi prostopadłe do płaszczyzny ściany (a nie do drzwi!), aby je poruszyć. Masa skrzynki wynosi 4 kg, a jej współczynnik tarcia statycznego o podłogę jest równy 0,4. Pozostałe potrzebne dane odczytaj z rysunku.



**Ważne w tej lekcji:**

- punkt przyłożenia siły ciężkości,
- stabilność ciała,
- energia potencjalna bryły.

Przypomnij sobie:

- Środek masy to punkt, który porusza się tak, jak poruszałby się punkt materialny o masie całego ciała pod wpływem sumy sił zewnętrznych działających na to ciało.
- Ramię siły $\vec{F}$ względem punktu O to odległość tego punktu od prostej równoległej do kierunku działania siły i zawierającej punkt jej przyłożenia.
- Energia potencjalna grawitacji zależy od tego, na jakiej wysokości nad poziomem odniesienia znajduje się ciało.

■ Gdzie przyłożona jest siła ciężkości

Nasze rozważania rozpoczniemy od prostego doświadczenia.

Doświadczenie 16

1. Weź niewielką prostokątną tekturę i połóż ją na wyciągniętym w górę palcu tak, aby nie spadała.
2. Zaznacz miejsce, w którym podpierałeś tekturę.

Zauważysz, że aby tektura nie spadała, musisz ją podeprzeć w środku symetrii, czyli w środku masy (patrz s. 133).

Skoro tektura nie obraca się i nie spada, to suma momentów działających na nią sił obliczanych względem punktu podparcia w środku masy jest równa zero. Jest to ogólna cecha środka masy. W naszym przykładzie każdemu małemu fragmentowi tektury odpowiada drugi fragment,

leżący po drugiej stronie środka masy – w tej samej od niego odległości. Momenty działających na te fragmenty sił ciężkości obliczane względem środka masy kasują się wzajemnie (rys. 9.21).

■ Środek masy a podpieranie ciała

Siła reakcji, jaką palec działa na tekturę, równoważy łączną siłę ciężkości. Zatem tektura zachowuje się tak, jakby cała siła ciężkości była przyłożona w środku masy. Z tego wynika, że także moment tej siły względem środka masy wynosi zero.

Możemy zatem sformułować bardziej ogólną zasadę. Jak widzisz na rysunku 9.22a, gdy punkt podparcia ciała leży na pionowej prostej przechodzącej przez środek masy, wypadkowy moment sił działających na ciało obliczany względem tego punktu wynosi zero.

Podparcie w jakimkolwiek innym punkcie (rys. 9.22b) powoduje pojawienie się momentu siły i obrót ciała.

Uwaga. Rozważamy sytuację, w której rozmiary ciała są tak małe w stosunku do promienia Ziemi, że siły ciężkości działające na jego poszczególne fragmenty możemy uznać za niezależne od odległości od powierzchni planety i dokładnie równoległe (możemy pominąć zakrzywienie powierzchni Ziemi). Z takimi właśnie sytuacjami mamy do czynienia na co dzień.

■ Środek masy a warunek równowagi bryły sztywnej

W wielu sytuacjach interesują nas warunki, jakie muszą zaistnieć, aby bryła sztywna pozostała w równowadze, czyli nie poruszała się ani ruchem postępowym, ani obrotowym. Przypomnijmy, że dzieje się to wtedy, gdy:

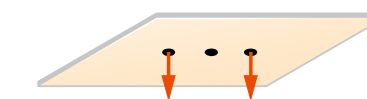
- równoważą się wszystkie działające na nią siły,
- równoważą się momenty wszystkich działających na nią sił.

Aby wyznaczyć momenty sił, trzeba znać ich punkty przyłożenia. Teraz już wiemy, jak postępować z siłą ciężkości.

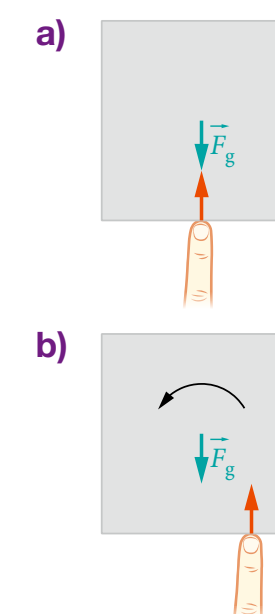
Gdy jedną z działających sił jest siła ciężkości, za punkt jej przyłożenia możemy przyjąć środek masy.

Przykład znajdziesz w ramce „Jest na to sposób” na następnej stronie.

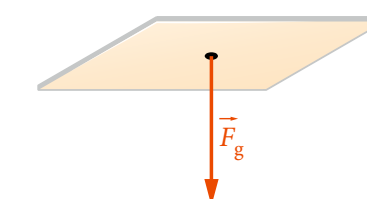
Uwaga. Być może spotkałeś się z tradycyjną nazwą „środek ciężkości”. Przy naszych zastrzeżeniach o sile ciężkości (uwaga powyżej) oznacza ona to samo co środek masy i jest używana wtedy, gdy badamy wpływ siły ciężkości na ruch obrotowy bryły.



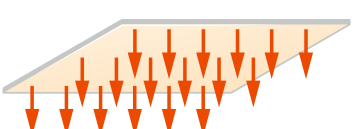
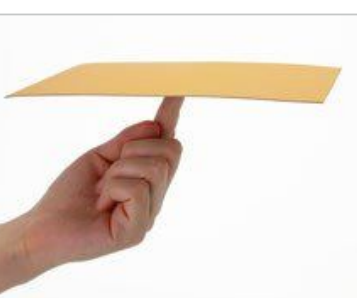
Rys. 9.21. Momenty siły ciężkości względem środka masy dla zaznaczonych punktów się równoważą



Rys. 9.22. Ciało podparte a) pod środkiem masy, b) w innym punkcie



Rys. 9.23. Można przyjąć, że siła ciężkości jest zaczepiona w środku masy

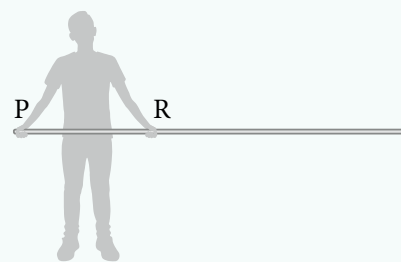


Rys. 9.20. Siła ciężkości działa na wszystkie cząsteczki ciała

JEST NA TO SPOSÓB

Jak uwzględnić ciężar przy badaniu równowagi

Chłopak trzyma dwiema rękami jednorodną listwę, tak jak to pokazano na rysunku. Jedną ręką trzyma listwę za koniec P, a drugą – w punkcie R, położonym o 1 m od końca P. Masa listwy wynosi 2 kg, a jej długość jest równa 3 m. Listwa pozostaje nieruchoma. Wyznacz siły, jakimi chłopak trzyma listwę. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

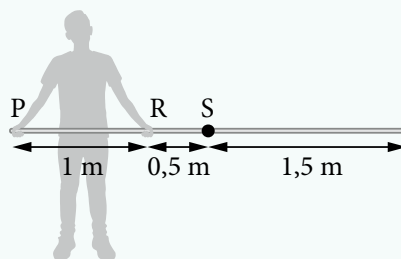


PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Sporządzamy rysunek

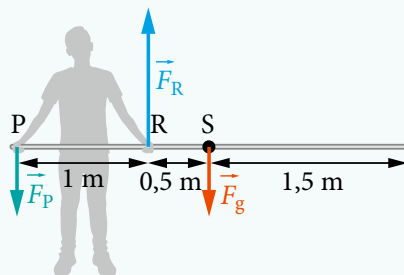
Schematyczny rysunek znajdujemy w treści zadania, ale uzupełnijmy go.

- Zaznaczmy środek listwy S.
- Zapiszmy długości odcinków zgodnie z treścią zadania.



Krok 2. Rysujemy wektory sił działających na listwę

Jedną z sił jest ciężar $F_g = mg$, przyłożony w środku masy. Ponieważ listwa jest jednorodna, więc środek masy znajduje się w jej środku geometrycznym, czyli w punkcie S.



Pozostałe dwie siły są przyłożone w punktach P i R (oznaczmy je jako $\vec{F}_P$ i $\vec{F}_R$) i mają kierunek pionowy. Musimy określić ich zwroty.

- Gdyby chłopak puścił listwę w punkcie P, obróciłaby się ona zgodnie z ruchem wskazówek zegara. A skoro siła $\vec{F}_P$ zapobiega temu obrotowi, to znaczy, że działa w dół.
- Analogicznie przekonujemy się, że siła $\vec{F}_R$ działa w górę.

Wektor siły $\vec{F}_R$ narysowaliśmy jako większy od wektora siły $\vec{F}_P$, ponieważ siła $\vec{F}_R$ musi zrównoważyć nie tylko siłę $\vec{F}_P$, ale dodatkowo ciężar listwy. Jednak nawet gdybyśmy nie byli tego pewni, właściwe wartości otrzymamy z obliczeń.

Krok 3. Zapisujemy warunek równowagi sił i momentów siły

Listwa nie porusza się ruchem postępowym, ponieważ siły na nią działające się równoważą:

$$F_P + F_g = F_R$$

Momenty sił działających na listwę możemy obliczyć względem dowolnego punktu (ważne, aby był to ten sam punkt dla wszystkich trzech sił – patrz ramka na s. 148). Wybraliśmy punkt R:

$$F_P \cdot 1 \text{ m} = F_g \cdot 0,5 \text{ m}$$



Krok 4. Wykonujemy obliczenia

Obliczmy najpierw wartość siły $\vec{F}_g$:

$$F_g = mg = 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \text{ N}$$

Z warunku równowagi momentów sił możemy obliczyć wartość siły $\vec{F}_P$:

$$F_P \cdot 1 \text{ m} = F_g \cdot 0,5 \text{ m}$$

$$F_P = 0,5 F_g = 0,5 \cdot 20 \text{ N} = 10 \text{ N}$$

Teraz wystarczy skorzystać z warunku równowagi sił:

$$F_P + F_g = F_R$$

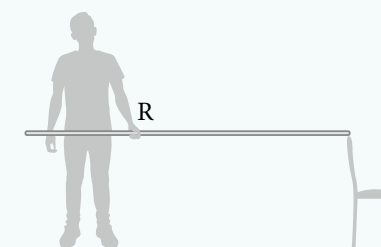
$$F_R = 20 \text{ N} + 10 \text{ N} = 30 \text{ N}$$

Odpowiedź: Siła przyłożona w punkcie P ma wartość 10 N i jest zwrócona w dół, a siła przyłożona w punkcie R ma wartość 30 N i jest zwrócona w górę.

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Oblicz momenty sił działających na listwę z powyższego zadania, ale tym razem względem punktu S. Czy momenty się równoważą?
- 2 Chłopak z powyższego zadania puścił listwę w punkcie P, ale za to jej przeciwny koniec oparł na krześle (rys. a). Jaką siłą działa teraz na listwę w punkcie R? Jaką siłą na listwę działa krzesło?

a)



b)



- 3 Pozioma belka o masie 4 kg jest podparta wspornikiem w odległości $\frac{1}{8}$ długości od lewego końca (rys. b). Na prawym końcu belki zawieszono ciężarek o masie 10 kg. Oblicz, jaką siłą działającą w dół należy przyłożyć do drugiego końca belki, aby znalazła się ona w równowadze.

Środek masy a energia potencjalna

Wiesz już, że energia potencjalna grawitacji punktu materialnego o masie m znajdującego się na wysokości h nad poziomem odniesienia wyraża się wzorem:

$$E_p = mgh$$

W przypadku ciał, których rozmiarów nie można pominąć, korzystamy z tego samego wzoru – pamiętamy tylko, aby za h przyjmować **wysokość, na jakiej znajduje się środek masy ciała**.

Energia potencjalna grawitacji, podręcznik cz. 1 → s. 209

Równowaga bryły sztywnej

Równowaga bryły sztywnej ma bardzo duże znaczenie praktyczne. Od niej zależy m.in. stabilność budowli czy urządzeń, co przekłada się na bezpieczeństwo zdrowia i życia.

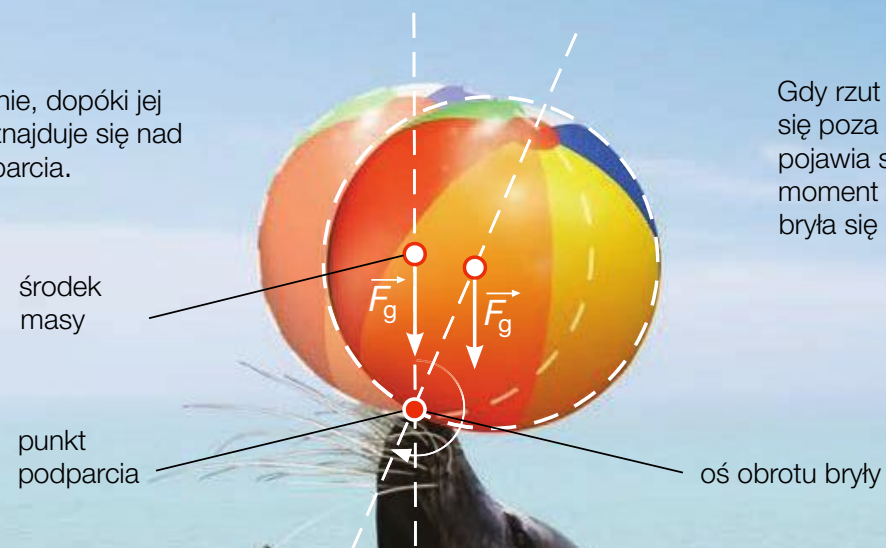
Warunki równowagi bryły sztywnej

Ogólne warunki równowagi bryły są dwa:

- 1** wypadkowa siła działająca na bryłę wynosi zero, czyli równoważą się wszystkie siły działające na bryłę,
- 2** wypadkowy moment siły działający na bryłę wynosi zero, czyli równoważą się wszystkie momenty sił.

To, czy bryła pozostanie nieruchoma, zależy od położenia środka masy względem powierzchni wyznaczonej przez punkty podparcia.

Piłka nie spadnie, dopóki jej środek masy znajduje się nad punktem podparcia.



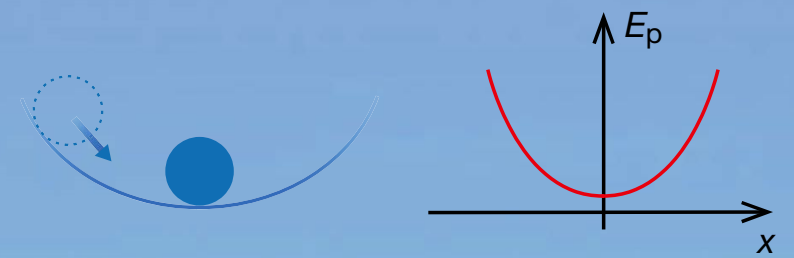
Gdy rzut środka masy znajduje się poza obszarem podparcia, pojawia się niezrównoważony moment siły, w wyniku którego bryła się obraca.

Foka nie przewróci się, dopóki jej środek masy nie wychyli się poza powierzchnię płetwy.

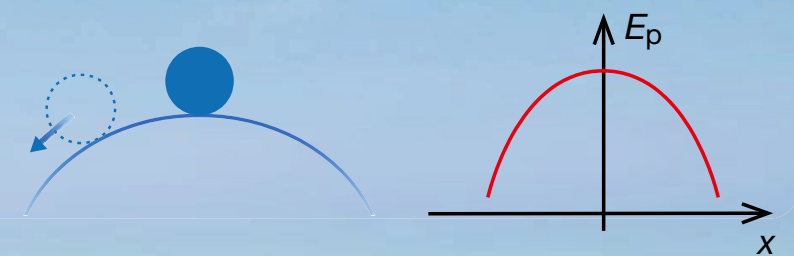
Rodzaje równowagi bryły sztywnej

Wszystkie pokazane obok sytuacje przedstawiają stan równowagi. W każdym przypadku siły wypadkowe wynoszą zero, podobnie jak momenty sił. Jednak stabilność kuli w każdej sytuacji jest inna. Wyróżniamy cztery stany równowagi zależne od położenia środka masy bryły.

- 1 Równowaga trwała (stabilna)** – ma miejsce wtedy, gdy ciało z niej wytrącone samoczynnie do niej powraca. Środek masy bryły znajduje się w najniższym możliwym położeniu.



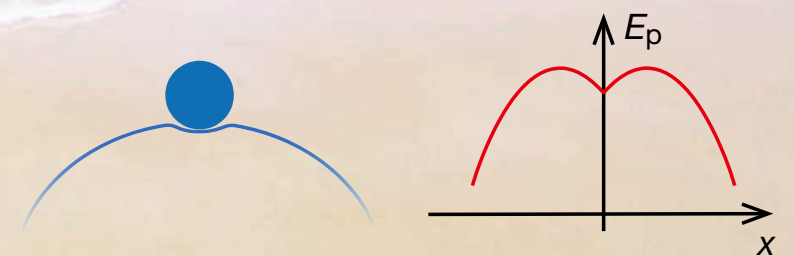
- 2 Równowaga chwiejna (niestabilna)** – ma miejsce wtedy, gdy ciało wytrącone z tego stanu przyjmuje nowe położenie, w którym jego energia potencjalna jest mniejsza (położenie środka masy się obniża).



- 3 Równowaga obojętna** – wytrącenie ciała z położenia równowagi nie powoduje zmiany jego energii potencjalnej. Środek masy znajduje się na stałej wysokości.



- 4 Równowaga metastabilna** – bryła jest w takim położeniu, że jej energia potencjalna znajduje się w lokalnym minimum. Ciało wytrącone z tego stanu niewielką siłą powraca do swojego początkowego położenia, a ciało wytrącone większą siłą znajduje nowe położenie równowagi.



Opisane zjawiska wynikają z ogólnej zasady przyrody, zgodnie z którą ciała dążą do stanu, w którym mają jak najmniejszą energię potencjalną – w tym przypadku energię potencjalną grawitacji.



Rys. 9.24. Dźwig z wysuniętymi bocznymi podporami

■ Obniżanie środka masy

Im niżej znajduje się środek masy, tym trudniej jest przechylić ciało tak, aby znalazł się on poza jego podstawą (infografika → s. 156–157). Co za tym idzie – tym trudniej je przewrócić. W wielu sytuacjach staramy się przenieść środek masy ciała jak najniżej, przykładowo:

- Lampy stołowe mają ciężkie podstawy.
- Dolna część dźwigu samochodowego (rys. 9.24) jest mocno obciążona, a powierzchnia podstawy jest zwiększona dzięki bocznym podporom.

■ Środek masy zawieszonego ciała

Do tej pory rozważaliśmy sytuację, gdy ciało było podparte od dołu, a więc gdy siła równoważąca jego ciężar była przyłożona w punkcie znajdującym się niżej niż środek masy.

Inaczej jest, gdy ciało zostaje zawieszone. Poznamy teraz sposób wyznaczania środka masy takiego ciała.

Doświadczenie 17

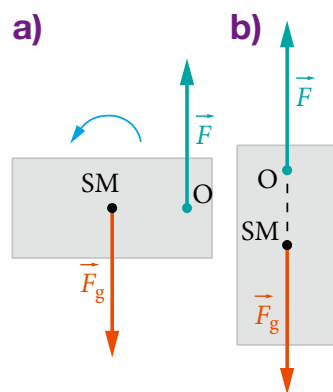
1. Weź nitkę i na jednym z jej końców przymocuj ciężarek (np. spinacz biurowy, nakrętkę od śruby, kulkę plasteliny), a drugi koniec przywiąż do szpilki.
2. Wbij szpilkę w kawałek tektury o nieregularnym kształcie tak, aby mógł się on obracać z niewielkim tarcie.
3. Poczekaj, aż tektura i nitka z ciężarkiem się ustabilizują, a następnie odrysuj na tekturze ułożenie nitki.
4. Powtórz doświadczenie kilka razy. Za każdym razem wbijaj szpilkę w inne miejsce. Co zauważasz?

Jeśli starannie wykonałeś doświadczenie, wszystkie odrysowane na tekturze linie przecięły się w jednym punkcie. Możesz sprawdzić metodą znaną ci z doświadczenia 16. (s. 152), że ten punkt to środek masy. Dlaczego tak jest? Na zawieszoną tekturę działają dwie siły: **siła ciężkości** $\vec{F}_g$ oraz **siła** $\vec{F}$, którą podtrzymuje ją szpilka (rys. 9.25). Moment siły $\vec{F}$ względem punktu zawieszenia O jest zawsze równy zeru. Rozważmy teraz dwie możliwości:

- środek masy SM nie znajduje się pod punktem zawieszenia O – moment siły ciężkości $\vec{F}_g$ powoduje obrót ciała (rys. 9.25a),
- środek masy SM znajdzie się pod punktem zawieszenia O – moment siły ciężkości będzie równy zeru, więc w tym położeniu ciało może wisieć bez ruchu (rys. 9.25b).

Ciało swobodnie puszczane może przez chwilę się wahać, ale z powodu tarcia zatrzyma się w końcu w położeniu z rysunku 9.25b.

Teoretycznie możliwa jest jeszcze sytuacja, gdy środek masy znajdzie się **ponad** punktem zawieszenia. Ciało może w tym położeniu spoczywać, ponieważ obie działające na nie siły mają zerowy moment. Jednak nawet bardzo małe wychylenie z tego położenia spowoduje, że ciało obróci się do położenia z rysunku 9.25b. Jest to więc równowaga chwiejna.



Rys. 9.25. Siła ciężkości powoduje obrót ciała (a) do momentu, aż środek masy znajdzie się pod punktem zawieszenia (b)

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

W latach trzydziestych XX w. londyńskie piętrowe autobusy musiały przejść specjalny test: nie mogły się przewrócić mimo odchylenia o 28° względem poziomu. Aby test bardziej przypominał rzeczywiste warunki, na fotelach umieszczano worki z piaskiem o masie równej przeciętnej masie pasażera. Rozstaw kół autobusu wynosił 2,5 m. Na jakiej wysokości mógł się znajdować środek masy tak obciążonego pojazdu? Jaka to część wysokości autobusu, wynoszącej 4,8 m?

Dane: $\alpha = 28^\circ$ – kąt wychylenia autobusu,
 $d = 2,5 \text{ m}$ – rozstaw kół autobusu,
 $H = 4,8 \text{ m}$ – wysokość autobusu

Szukane:
 h – wysokość środka masy

Rozwiązanie:

Skoro autobus się nie przewracał, to znaczy, że środek masy nie wystawał poza podstawę, czyli obszar ograniczony kołami. W przypadku granicznym znajdowałby się nad zewnętrznym brzegiem koła (czyli na zielonej prostej na rysunku).

Zakładamy, że autobus jest symetrycznie obciążony z lewej i prawej strony, a więc środek masy znajduje się także na niebieskiej linii.

Otrzymaliśmy trójkąt prostokątny o kącie ostrym $\alpha = 28^\circ$ oraz przyprostokątnych h i $\frac{d}{2}$. Znamy d , natomiast wielkością szukaną jest h . Są to dwie przyprostokątne, więc skorzystamy z funkcji trygonometrycznej tangens:

$$\operatorname{tg} 28^\circ = \frac{\frac{1}{2}d}{h} \rightarrow h = \frac{\frac{1}{2}d}{\operatorname{tg} 28^\circ}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

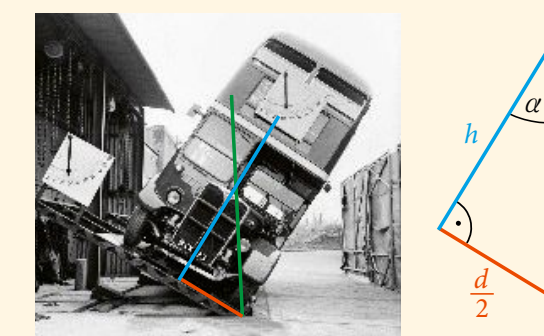
$$h \approx \frac{1,25 \text{ m}}{0,53} \approx 2,35 \text{ m}$$

Obliczyliśmy wysokość w przypadku granicznym. Oznacza to, że środek masy mógł się znajdować też niżej (i prawdopodobnie tak właśnie było).

Obliczmy, jaką częścią wysokości autobusu jest graniczna wysokość środka masy:

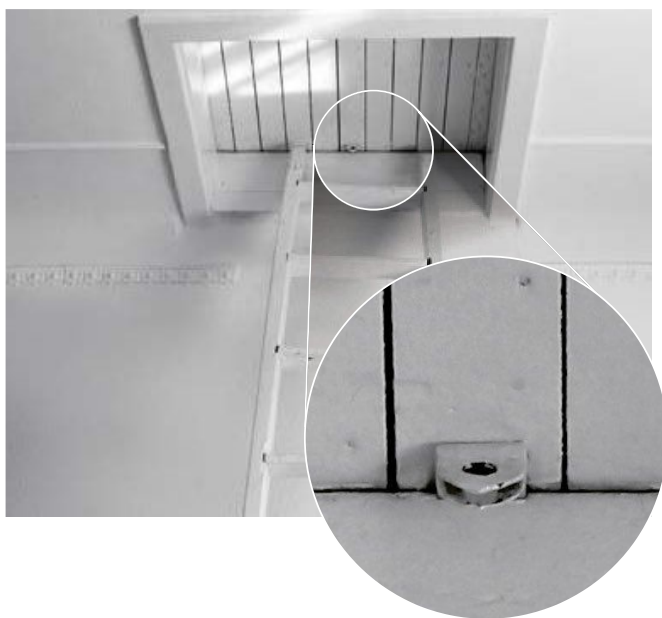
$$\frac{h}{H} = \frac{2,35}{4,8} \approx 0,49 = 49\%$$

Odpowiedź: Środek masy może znajdować się maksymalnie na wysokości 2,35 m, stanowiącej nieco mniej niż połowę wysokości pojazdu.



Pytania i zadania

1. Dwóch turystów przechodziło po kładce przez potok. Obaj byli tego samego wzrostu, mieli takie same plecaki i spakowali do nich taki sam bagaż. Jednak jeden z nich ciężkie przedmioty spakował na dnie plecaka, a drugi w klapie na górze. Któremu łatwiej zachować równowagę? Dlaczego?
2. **P** Szerokość czołgu wynosi 4 m. Jego środek masy znajduje się 0,8 m nad podłożem. Przy jakim maksymalnym kącie nachylenia wzgórze czołg może bezpiecznie jechać po jego zboczach w poprzek stoku?
3. Zaprojektuj i przeprowadź doświadczenie pozwalające na wyznaczenie masy linijki z wykorzystaniem stołu i monety jednozłotowej (masa takiej monety to 5 g).
4. Wejście na strych jest zamknięte klapą o masie 5 kg. Jaką siłą trzeba działać na uchwyt, aby ją otworzyć? Czy ta siła zmienia się w miarę otwierania klapy? Od czego to zależy?

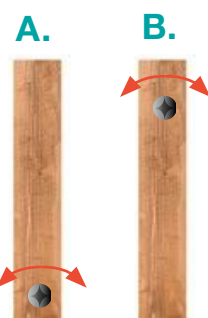


5. Jednorodny klocek drewniany ma wymiary 20 cm × 20 cm × 40 cm i masę 8 kg. Klocek najpierw leżał na jednej z większych ścian, a potem postawiono go na jednej z mniejszych. Jak zmieniła się energia potencjalna

klocka? Odpowiedz, czy wzrosła czy zmalała, i o ile dżuli.

6. **i** Deseczka została przebita gwoździem i może się wokół niego obracać.

Równowaga jest możliwa w dwóch położeniach: gdy środek masy znajduje się pionowo nad gwoździem (rys. A) lub pionowo pod nim (rys. B). Z jakiego rodzaju równowagą mamy do czynienia w każdej z tych sytuacji?



7. Szybkie motocykle, tzw. ścigacze, rozwijają na prostych odcinkach prędkość do 250 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Podczas wchodzenia motocyklisty w zakręt prędkość pojazdu powinna być znacznie mniejsza.

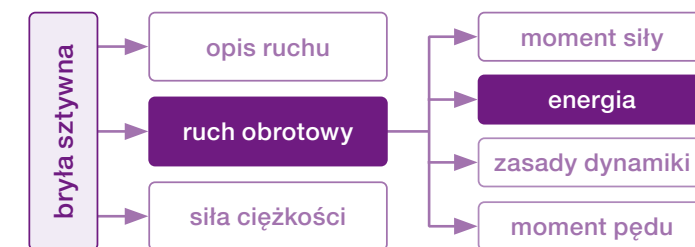
- a) Oblicz maksymalną możliwą wartość prędkości, z jaką może jechać motocyklista na zakręcie toru wyścigowego po łuku o promieniu 23 m, jeśli współczynnik tarcia statycznego kół o nawierzchnię wynosi 0,9.

- b) Oblicz kąt nachylenia motocykla względem pionu, gdy jedzie on po opisanym łuku z prędkością 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Załóż, że środek masy porusza się po łuku o takim samym promieniu, mimo że motocyklista jest przechylony.



9.5

Energia kinetyczna w ruchu obrotowym



Ważne w tej lekcji:

- moment bezwładności,
- energia kinetyczna.

Przypomnij sobie:

- Energię kinetyczną ciała o masie m poruszającego się z prędkością v można obliczyć ze wzoru $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.
- Prędkość liniową v i prędkość kątową ω w ruchu po okręgu łączy zależność $v = \omega r$.

■ Bezwładność bryły

Wiemy, że w ruchu postępowym jedyną wielkością opisującą bezwładność ciała jest jego masa. Wykonajmy proste doświadczenie i sprawdźmy, czy tak samo jest w przypadku ruchu obrotowego.



Doświadczenie 18 – obowiązkowe

Badanie ruchu ciał o różnych momentach bezwładności

1. Przygotuj dwie takie same nici o długości ok. 30 cm.
2. Do jednego z końców każdej z nich przywiąż zapalniczkę tak, aby węzeł znajdował się w połowie długości zapalniczki.
3. Przymocuj wolne końce nici do drążka lub krawędzi stołu np. taśmą klejącą tak, aby zapalniczki znalazły się na takiej samej wysokości.
4. Do każdej z zapalniczek przyczep po dwie klamki do bielizny. Do jednej z zapalniczek przypnij klamki pionowo, a do drugiej – poziomo.
5. Obróć każdą z zapalniczek z klamkami 10 razy wokół osi wyznaczonej przez nitkę. Puść jednocześnie obie zapalniczki i obserwuj ruch klamek.



Wiemy, że każdy z układów (zapalniczka i klamki) ma taką samą masę. Jednak przeprowadzone doświadczenie pokazuje, że pod wpływem tego

samego momentu siły (pochodzącego od identycznie skręconej nici) wirowały one w innym tempie.

Widzimy więc, że znajomość masy ciała nie wystarczy do określenia jego bezwładności w ruchu obrotowym. Aby to zrobić, musimy także znać **położenie masy** względem osi obrotu.

Wielkością uwzględniającą rozkład masy bryły jest **moment bezwładności**. Aby go zdefiniować, wyznaczmy najpierw energię kinetyczną wirującego ciała.

■ Energia kinetyczna w ruchu obrotowym

Wprawienie ciała w ruch obrotowy wymaga wykonania pewnej pracy, a więc także z tym rodzajem ruchu jest związana energia kinetyczna. Wzór na nią wyprowadzimy w kilku etapach.

Etap 1. Punkt materialny

Zajmijmy się pojedynczym punktem materialnym o masie m poruszającym się z prędkością v po okręgu o promieniu r (rys. 9.26). Jak wiemy, jego energia kinetyczna wyraża się wzorem: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

Skorzystamy z zależności między prędkością liniową a kątową $v = \omega r$ i przekształcimy wzór na energię do postaci:

$$E_k = \frac{1}{2}m(\omega r)^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2$$

Etap 2. Bryła sztywna

Dowolną bryłę sztywną możemy traktować jako zbiór n punktów materialnych o masach $m_1, m_2, \dots, m_n$, położonych odpowiednio w odległościach $r_1, r_2, \dots, r_n$ od osi obrotu (rys. 9.27).

Energię każdego z tych punktów materialnych obliczamy z wyprowadzonego wcześniej wzoru. Po zsumowaniu energii wszystkich punktów otrzymamy całkowitą energię kinetyczną bryły:

$$E_k = \frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2\omega^2 + \dots + \frac{1}{2}m_nr_n^2\omega^2$$

Po uporządkowaniu wzoru otrzymujemy:

$$E_k = \frac{1}{2}(m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots + m_nr_n^2)\omega^2$$

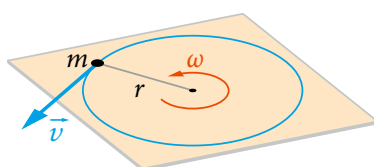
Etap 3. Moment bezwładności

Wyrażenie w nawiasie nazywamy **momentem bezwładności bryły** i oznaczamy symbolem I :

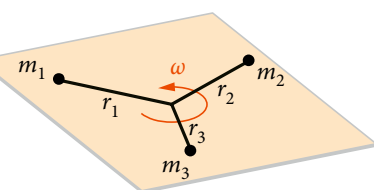
$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots + m_nr_n^2$$

Jednostką momentu bezwładności jest $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

Moment bezwładności ciała względem zadanej osi obrotu jest więc tym większy, im większa jest masa ciała i im dalej od osi jest rozłożona.



Rys. 9.26. Punkt poruszający się po okręgu



Rys. 9.27. Punkty materialne położone w różnej odległości od osi obrotu poruszają się z tą samą prędkością kątową

I – moment bezwładności bryły,
 $m_1, m_2, \dots, m_n$ – masy punktów materialnych,
 $r_1, r_2, \dots, r_n$ – odległości tych punktów od osi obrotu

Etap 4. Energia a moment bezwładności

Wzór na **energię kinetyczną ruchu obrotowego** bryły przyjmuje zatem postać:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

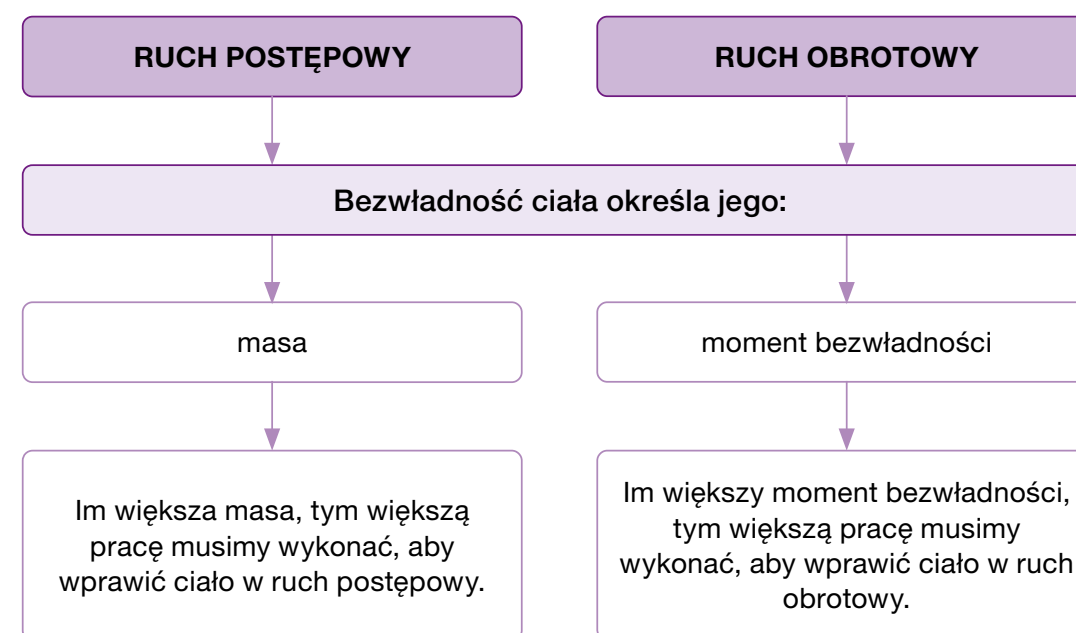
energia kinetyczna ruchu obrotowego moment bezwładności prędkość kątowa bryły

■ Masa a moment bezwładności

W czasie wyprowadzania wzoru na energię kinetyczną ruchu postępowego zauważyliśmy, że zależy ona od wielkości, którą nazwaliśmy momentem bezwładności.

W ruchu obrotowym miarą bezwładności ciała jest moment bezwładności.

Porównajmy wielkości określające bezwładność ciała.



Wzory na energię kinetyczną w ruchu postępowym i w ruchu obrotowym mają podobną postać.

Ruch postępowy:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Ruch obrotowy:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

wielkość opisująca bezwładność prędkość (liniowa v lub kątowa ω)

Ważną różnicę dostrzegamy w wielkości opisującej bezwładność. Ciało ma taką samą masę niezależnie od tego, w którą stronę się porusza, natomiast moment bezwładności zależy od osi obrotu (patrz ramka na następnej stronie).

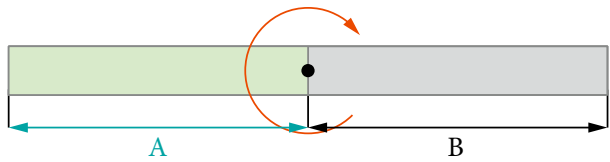


Rys. 9.28. Tyczka linokoczka jest długa, ma więc duży moment bezwładności mimo niewielkiej masy. To ułatwia zachowanie równowagi

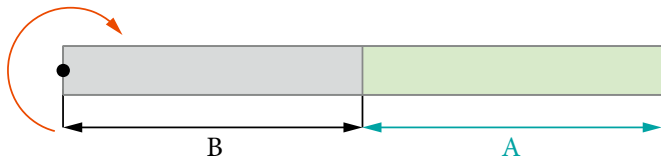
Moment bezwładności zależy od osi obrotu

Wyobraź sobie pręt obracający się wokół osi do niego prostopadłej i przechodzącej przez jego środek.

Moment bezwładności pręta to suma momentów bezwładności jego części A i B.



Przełożmy teraz część A na drugi koniec pręta bez zmiany położenia osi obrotu (znajduje się ona ciągle na lewym skraju części B).



Moment bezwładności części B pozostał bez zmian, ale moment bezwładności części A się zwiększył, ponieważ oddaliła się ona od osi obrotu.

Oznacza to, że moment bezwładności pręta w drugim przypadku jest większy.

Moment bezwładności różnych brył

Wyznaczanie momentu bezwładności brył o różnych kształtach za pomocą obliczeń wykracza poza zakres matematyki omawiany w szkole średniej. W tabeli 9.1 (s. 165) podajemy kilka przykładowych wzorów na moment bezwładności dla brył o jednorodnej gęstości i wybranych kształtach.

Gdy przyjrzymy się tym wzorom, zauważymy zależności dotyczące momentów bezwładności poszczególnych brył:

1. Pierwszy wzór wynika wprost z definicji momentu bezwładności: wszystkie punkty rury są w takiej samej odległości od jej osi.
2. Czy jeśli wydrążymy walec i otrzymamy rurę, to moment bezwładności wzrośnie? Nie, ponieważ w tym przypadku zmniejszy się znacznie masa tego ciała. Rura ma większy moment bezwładności od walca, ale przy jednakowych masach i promieniach.
3. Dla kuli wartość I jest mniejsza niż dla walca o takiej samej masie i takim samym promieniu, ponieważ w przypadku kuli większa część masy znajduje się bliżej osi obrotu.
4. Dwa ostatnie wzory są zgodne z rozważaniami z ramki powyżej. Stwierdziliśmy w nich, że w drugim przypadku moment bezwładności jest większy, a teraz dodatkowo widzimy – ile razy.

Rura może mieć taki sam promień i masę jak pełny walec, jeśli jest dłuższa albo wykonana z substancji o większej gęstości.

Tabela 9.1. Momenty bezwładności dla kilku brył

Rodzaj bryły	Oś obrotu	Moment bezwładności	Rysunek*
Cienkościenna obręcz lub rura o promieniu r	oś symetrii prostopadła do podstawy	mr^2	
Kula o promieniu r	oś symetrii	$\frac{2}{5}mr^2$	
Pełny walec o promieniu r	oś walca	$\frac{1}{2}mr^2$	
Cienki pręt o długości l	prostopadła do pręta przechodząca przez jego środek	$\frac{1}{12}ml^2$	
Cienki pręt o długości l	prostopadła do pręta przechodząca przez jego koniec	$\frac{1}{3}ml^2$	

* Na rysunku linia przerywana to oś obrotu.

Energia kinetyczna w ruchu złożonym

Kiedy ciało porusza się ruchem złożonym, czyli jednocześnie ruchem postępowym i obrotowym, jego całkowita energia kinetyczna jest równa sumie energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół środka masy:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Diagram explaining the formula:
 - E_k is labeled "energia kinetyczna w ruchu złożonym"
 - m is labeled "masa ciała"
 - v is labeled "prędkość środka masy"
 - I is labeled "moment bezwładności"
 - ω is labeled "prędkość kątowna"

Uwaga. Będziemy rozważali tylko sytuację, kiedy oś obrotu przechodzi przez środek masy. Pamiętaj, aby w obliczeniach skorzystać z momentu bezwładności wokół odpowiedniej osi.

A to ciekawe

Wirujące koło o dużym momencie bezwładności, czyli koło zamachowe, może przez pewien czas magazynować energię mechaniczną. Właściwość tę wykorzystywano już w czasach prehistorycznych. Masywne wirujące koła były używane przez garncarzy do wyrobu ceramiki. Obecnie koła zamachowe stosuje się m.in. w silnikach spalinowych do zapewnienia ich równomiernej pracy.



Rys. 9.29. Energia kinetyczna ruchu obrotowego Ziemi wynosi ok. $2 \cdot 10^{29}$ J, a jej ruchu postępowego wokół Słońca $2,7 \cdot 10^{33}$ J, zatem energia ruchu postępowego to praktycznie cała energia kinetyczna naszej planety



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Walec stacza się bez poślizgu z równi pochyłej o wysokości $h = 20 \text{ cm}$. Do jakiej prędkości się rozpędzi? Pomiń tarcie toczne.

Dane: $h = 20 \text{ cm}$ – wysokość równi

Szukane: v – prędkość toczącego się walca na dole równi

Rozwiązanie:

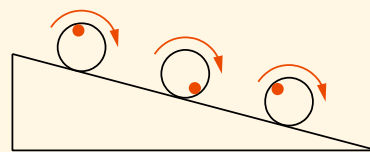
Analizujemy sytuację

Zastanówmy się przede wszystkim, jaką funkcję może spełniać tarcie w ruchu walca na równi.

Jeśli walec toczy się bez poślizgu, to jego obrót jest wywołany przez tarcie statyczne między walcem a równią.

Tarcie między walcem a równią jest statyczne, ponieważ punkt styku walca z równią nie porusza się względem równi. Nie ma znaczenia, że cały walec się porusza.

Tarcie statyczne nie powoduje strat energii (tylko tarcie toczne powodowałoby straty energii, ale ten rodzaj tarcia pomijamy).



Na dole równi walec osiągnie największą prędkość.

Wybieramy metodę rozwiązania zadania

Można je rozwiązać z wykorzystaniem:

1. zasad dynamiki,
 2. zasady zachowania energii, ponieważ nie mamy strat energii.
- Skorzystamy z tej drugiej metody.

Zapisujemy równania wynikające z zasady zachowania energii

Początkowo energia potencjalna walca wynosiła:

$$E_p = mgh \quad (1)$$

Dla **toczącego** się walca możemy przyjąć, że początkowa energia potencjalna walca (1) zmienia się w jego energię kinetyczną (ruchu postępowego i obrotowego):

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (2)$$

Prędkość kątowa nie została podana w treści zadania, ale wiemy, że prędkość liniowa i kątowa są ze sobą związane zależnością:

$$v = \omega r \rightarrow \omega = \frac{v}{r} \quad (3)$$

We wzorze (2) oprócz szukanej prędkości v nie znamy także momentu bezwładności. Jednak dla walca możemy go odczytać z tabeli 9.1 na s. 165:

$$I = \frac{1}{2}mr^2 \quad (4)$$

Rozważamy sytuację na początku i na końcu ruchu – to zazwyczaj sprzyja obliczeniom związanym z energią.

Związek między prędkością liniową i kątową → s. 128

➡ Wyznaczamy prędkość v walca

Podstawiamy do równania (2) wzory (3) i (4):

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\frac{v^2}{r^2} \quad | : \frac{m}{2}$$

$$2gh = v^2 + \frac{1}{2}v^2$$

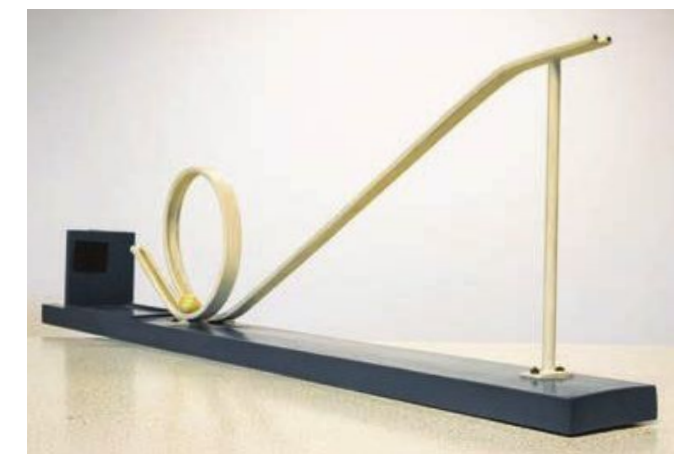
$$2gh = \frac{3}{2}v^2 \rightarrow v^2 = \frac{4}{3}gh \rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy: $v = 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Odpowiedź: Walec osiągnie prędkość $1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Uwaga. Zauważ, że obliczona prędkość nie zależy ani od masy, ani od wymiarów walca.

1. Dwie kulki mają taką samą masę i taki sam promień, ale jedna jest jednorodną kulką ze stali, a druga to kulka ołowiana pusta w środku. Która z nich ma większy moment bezwładności? Uzasadnij swoją odpowiedź.
2. **P** Kula stacza się bez poślizgu z równi pochyłej o wysokości 20 cm . Do jakiej prędkości się rozpędzi? Pomiń tarcie toczne.
3. Do jakiej prędkości rozpędziłby się walec omawiany w przykładzie, gdyby zsuwał się z równi bez tarcia, a więc i bez obrotu?
4. Ile razy większa jest energia kinetyczna ruchu postępowego od energii kinetycznej ruchu obrotowego jednorodnej kuli toczącej się bez poślizgu?
5. Każde z kół poruszającego się samochodu o masie 1400 kg ma masę 14 kg . Przyjmijmy dla uproszczenia, że moment bezwładności koła samochodowego można obliczyć ze wzoru $I = \frac{1}{2}mr^2$. Oblicz stosunek energii kinetycznej ruchu obrotowego kół do energii kinetycznej ruchu postępowego pojazdu.
6. Na zdjęciu widzisz model cyrkowego toru dla motocykli – pomoc dydaktyczną do nauczania mechaniki. Z górnego końca toru puszcza się kulkę. Podczas ruchu przez pewien czas nie ma ona pod sobą podłoża, a jednak nie spada. Jaka powinna być wysokość punktu startowego w stosunku do średnicy okręgu?



**Ważne w tej lekcji:**

- przyspieszenie kątowe,
- zasady dynamiki.

Przypomnij sobie:

- Moment siły to wektor będący iloczynem wektorowym promienia wodzącego i siły.
- Wielkością opisującą bezwładność ciała w ruchu obrotowym jest moment bezwładności.
- Przyspieszenie kątowe ε definiujemy jako iloraz zmiany prędkości kątowej i czasu, w jakim ta zmiana nastąpiła: $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$.

Zasady dynamiki dla ruchu postępowego bryły

Znasz już zasady dynamiki rządzące ruchem punktu materialnego. Okazuje się, że takie same zasady dynamiki obowiązują także w **ruchu postępowym bryły sztywnej** dla ruchu środka masy.

Zatem przyspieszenie środka masy możemy wyznaczyć ze wzoru $a = \frac{F}{m}$. Gdy bryła porusza się ruchem złożonym (postępowym i obrotowym), jej punkty inne niż środek masy mogą się poruszać zupełnie inaczej. Tak było w przypadku mazaka w doświadczeniu 13. (s. 132).

Pierwsza zasada dynamiki dla ruchu obrotowego

Pierwsza zasada dynamiki dla ruchu obrotowego bryły sztywnej brzmi:

Jeśli na bryłę sztywną działają siły, których wypadkowy moment jest równy zeru, to bryła się nie obraca albo obraca się ze stałą prędkością kątową.

W tak sformułowanej zasadzie widzimy analogię do pierwszej zasady dynamiki dla ruchu postępowego. A jak jest z drugą zasadą dynamiki?

Druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego

Jak wiesz, zgodnie z drugą zasadą dynamiki dla ruchu postępowego przyspieszenie ciała jest wprost proporcjonalne do działającej siły, a odwrotnie proporcjonalne do masy:

$$a = \frac{F}{m}$$

Z naszych dotychczasowych rozważań wynika, że rolę analogiczną do siły w ruchu postępowym odgrywa w ruchu obrotowym moment siły, a analogiczną do masy – moment bezwładności.

Okazuje się, że **druga zasada dynamiki** dla ruchu postępowego również ma swój odpowiednik **w ruchu obrotowym**:

Jeśli na bryłę sztywną działa wypadkowy moment siły M równoległy do osi obrotu, to bryła obraca się z przyspieszeniem kątowym ε wprost proporcjonalnym do wartości działającego na nią momentu siły i odwrotnie proporcjonalnym do momentu bezwładności I tej bryły:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}$$

przyspieszenie kątowe moment siły
moment bezwładności

Uwaga. Przypomnijmy, że rozważamy wyłącznie ruch obrotowy wokół stałej, zadanej osi i przy założeniu, że działająca siła leży w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu.

Przypomnijmy doświadczenie z poprzedniej lekcji (s. 161). Na oba układy złożone z zapałki i klamerek działały siły o takim samym momencie. Jednak układ z klamerkami przyczepionymi równolegle do nitki miał mniejszy moment bezwładności, więc jak wynika z drugiej zasady dynamiki, uzyskał większe przyspieszenie kątowe ε (obracał się szybciej).

Trzecia zasada dynamiki dla ruchu obrotowego

W trzeciej zasadzie dynamiki dla ruchu postępowego mówimy o siłach wzajemnego oddziaływania. Są one równe co do wartości, ale przeciwne zwrócone i działają wzdłuż tej samej prostej. Ponieważ siły te działają wzdłuż tej samej prostej, to ich momenty względem wybranego (ale tego samego!) punktu również są równe co do wartości, ale przeciwne zwrócone (rys. 9.30).

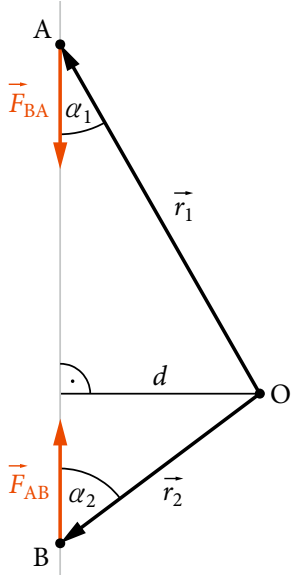
Trzecia zasada dynamiki dla ruchu obrotowego mówi więc o równości momentów sił wzajemnego oddziaływania.

Druga zasada dynamiki, podręcznik cz. 1 → s. 154

Sprawdzenie jednostek:

$$[\varepsilon] = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$[\varepsilon] = \frac{1}{\text{s}^2}$$



$$F_{AB} = F_{BA}$$

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

$$M_1 = F_{BA} r_1 \sin \alpha_1 = F_{BA} d$$

$$M_2 = F_{AB} r_2 \sin \alpha_2 = F_{BA} d$$

$$\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$$

Rys. 9.30. Łączny moment sił oddziałujących na układ ciał wynosi zero

JEST NA TO SPOSÓB

Jak opisać przyspieszony ruch obrotowy

W skansenie znajduje się stara studnia. Jej kołowrót składa się z belki drewnianej o masie $m_b = 30$ kg oraz ze stalowej korby. Gdy ze studni wyciągano wiadro z wodą o łącznej masie $m_w = 12$ kg, w pewnym momencie spróchniała belka puściła i zaczęła się swobodnie obracać na korbie. Oblicz przyspieszenie kątowe belki obracającej się pod wpływem ciężaru wiadra. Pomiń opory ruchu oraz masę łańcucha.



PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Zastanawiamy się, jakie części wygodnie wyróżnić w układzie

Narzuca się wyróżnienie wiadra z wodą, belki i łańcucha.

- Wiadro porusza się tylko ruchem postępowym.
- Belka porusza się tylko ruchem obrotowym.

Łańcuch przenosi siłę między wiadrem i belką, ale jego masę pomijamy, więc nie musimy się zajmować siłą potrzebną do nadania mu przyspieszenia.

Krok 2. Analizujemy siły działające na wiadro

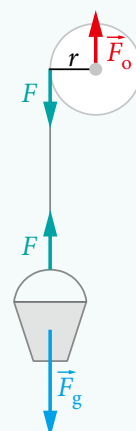
Na wiadro działają dwie siły:

1. siła grawitacji $F_g = m_w g$ – skierowana w dół,
2. siła naprężenia łańcucha F – skierowana w górę.

Siła grawitacji przeważa, więc siła wypadkowa $F_w = F_g - F$ powoduje ruch wiadra w dół z przyspieszeniem zgodnym z drugą zasadą dynamiki:

$$F_w = m_w a$$

$$a = \frac{F_w}{m_w} = \frac{m_w g - F}{m_w} = g - \frac{F}{m_w} \quad (1)$$



Krok 3. Analizujemy siły działające na belkę

Na belkę działa siła naprężenia łańcucha F , skierowana w dół. Jest ona równoważona przez siłę F_o , którą metalowa oś podtrzymuje belkę, więc belka nie porusza się ruchem postępowym. Za to porusza się ruchem obrotowym pod wpływem momentu siły F z przyspieszeniem kątowym wynikającym z drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego:

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{Fr}{I} \quad (2)$$

Siła F_o , przyłożona w środku masy, nie ma wpływu na ruch obrotowy belki.

Krok 4. Łączymy opisy ruchu wiadra i belki

Jedną z zależności łączących ruch wiadra i belki już uwzględniliśmy: wiadro ciągnie belkę taką samą siłą, jaką belka ciągnie wiadro, dlatego wartości obu sił oznaczyliśmy F .



Druga zależność łączy przyspieszenie liniowe wiadra i przyspieszenie kątowe belki.

Prędkość wiadra jest w każdej chwili równa prędkości liniowej punktu na obwodzie obracającej się belki: $v = \omega r$. Wobec tego analogiczna zależność zachodzi między przyspieszeniem liniowym i kątowym:

$$a = \varepsilon r \quad (3)$$

Krok 5. Wyznaczamy ostateczny wzór i podstawiamy dane

Mamy teraz trzy niewiadome (F , a , ε) i trzy równania, więc możemy wyznaczyć każdą z niewiadomych, w tym szukane w zadaniu przyspieszenie a .

Ze wzoru (2) wyznaczamy siłę F :

$$F = \frac{\varepsilon I}{r}$$

Podstawiamy to wyrażenie do wzoru (1):

$$a = g - \frac{F}{m_w} = g - \frac{\varepsilon I}{r m_w}$$

Teraz podstawiamy wyrażenie $\varepsilon = \frac{a}{r}$, wyznaczone ze wzoru (3):

$$a = g - \frac{a I}{r^2 m_w}$$

Przekształcamy je:

$$a + \frac{a I}{r^2 m_w} = g \rightarrow a \left(1 + \frac{I}{r^2 m_w} \right) = g \rightarrow a = \frac{g}{1 + \frac{I}{r^2 m_w}}$$

Belka ma kształt walca, więc jej moment bezwładności wynosi (patrz tabela 9.1 → s. 165):

$$I = \frac{1}{2} m_b r^2$$

Po podstawieniu tego wzoru do wyznaczonego wyrażenia i po uproszczeniu otrzymujemy:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{m_b}{2 m_w}}$$

Podstawiamy dane liczbowe:

$$a = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 + \frac{30 \text{ kg}}{2 \cdot 12 \text{ kg}}} \approx 4,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Wiadro będzie opuszczać się z przyspieszeniem ok. $4,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Dlaczego w przykładzie siła F nie jest równa iloczynowi ma ?
- 2 Oblicz wartość siły F .
- 3 Rozwiąż powyższe zadanie drugim sposobem:
 - Skorzystaj z faktu, że energia potencjalna wiadra zmienia się w energię ruchu postępowego wiadra i energię ruchu obrotowego belki.
 - Wyznacz wzór na prędkość liniową wiadra w chwili, gdy łańcuch rozwinął się o długość s , a więc wiadro przebyło taką drogę.
 - Na tej podstawie wyznacz przyspieszenie.

■ Analogie między ruchem postępowym a obrotowym

Podsumujmy analogie między zasadami dynamiki w obu rodzajach ruchu. Zasady dynamiki przypominamy tutaj tylko w skrócie.

Ruch postępowy	Ruch obrotowy
Pierwsza zasada dynamiki	
Gdy nie działa siła, ciało albo się nie porusza, albo nie zmienia prędkości	Gdy nie działa moment siły, ciało albo się nie obraca, albo nie zmienia prędkości kątowej
Druga zasada dynamiki	
Przyspieszenie jest: • wprost proporcjonalne do siły • odwrotnie proporcjonalne do masy	Przyspieszenie kątowe jest: • wprost proporcjonalne do momentu siły • odwrotnie proporcjonalne do momentu bezwładności
Wzór na obliczanie przyspieszenia: $a = \frac{F}{m}$	Wzór na obliczanie przyspieszenia kątowego: $\varepsilon = \frac{M}{I}$
Trzecia zasada dynamiki	
Siły wzajemnego oddziaływania mają tę samą wartość, ale są przeciwnie zwrócone	Momenty sił wzajemnego oddziaływania mają tę samą wartość, ale są przeciwnie zwrócone

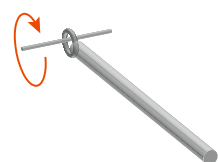
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

1. Drewniane koło o promieniu 50 cm i momencie bezwładności $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ może obracać się na osi bez tarcia. Początkowo koło spoczywało, a następnie było przez pewien czas t rozpędzane przez moment siły $0,5 \text{ N} \cdot \text{m}$. Następnie obracało się ze stałą prędkością kątową i wykonywało jeden obrót na sekundę. Oblicz czas t .
2. Sztywny pręt o długości $l = 24 \text{ cm}$, zamocowany w ten sposób, że może się swobodnie obracać wokół osi poziomej

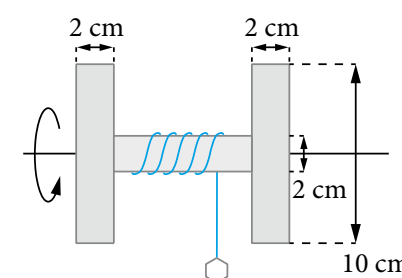
przechodzącej przez jego koniec, ustawiono poziomo.

- a) Oblicz przyspieszenie kątowe, z jakim będzie się poruszał pręt w chwili, gdy puścimy jego swobodny koniec.
- b) Oceń, czy przyspieszenie to będzie rosło czy malało w trakcie ruchu pręta.

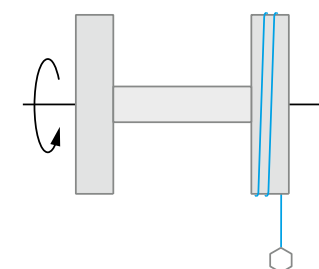


- 3*. Drewniana szpulka o rozmiarach przedstawionych na rysunku jest umocowana tak, że może się kręcić wokół poziomej osi. Na szpulkę nawinięto sznurek, na którym zawieszono stalową nakrętkę o masie 30 g. Oblicz, z jakim przyspieszeniem będzie się opuszczać nakrętka.

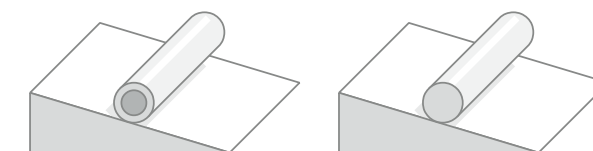
Przyjmij, że szersze części szpulki są pełnymi wałcami, i pomin moment bezwładności węższej części szpulki. Szpulka jest wykonana z drewna o gęstości $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.



4. Rozważmy jeszcze raz szpulkę z poprzedniego zadania. Wyobraźmy sobie teraz, że sznurek nawinięto na szerszą część szpulki. Czy nakrętka będzie się poruszać z większym czy mniejszym przyspieszeniem niż w sytuacji z zadania 3.?

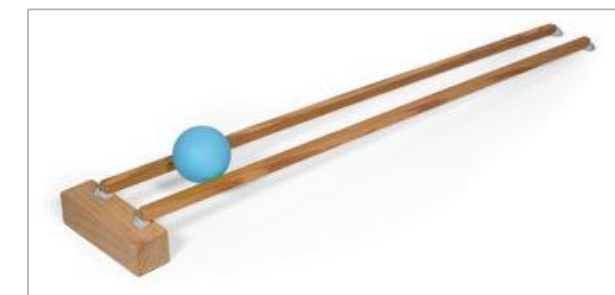


5. Dwa stalowe walce o jednakowych wymiarach, jeden pusty w środku, a drugi pełny, staczają się z równi. Który walec stoczy się szybciej?

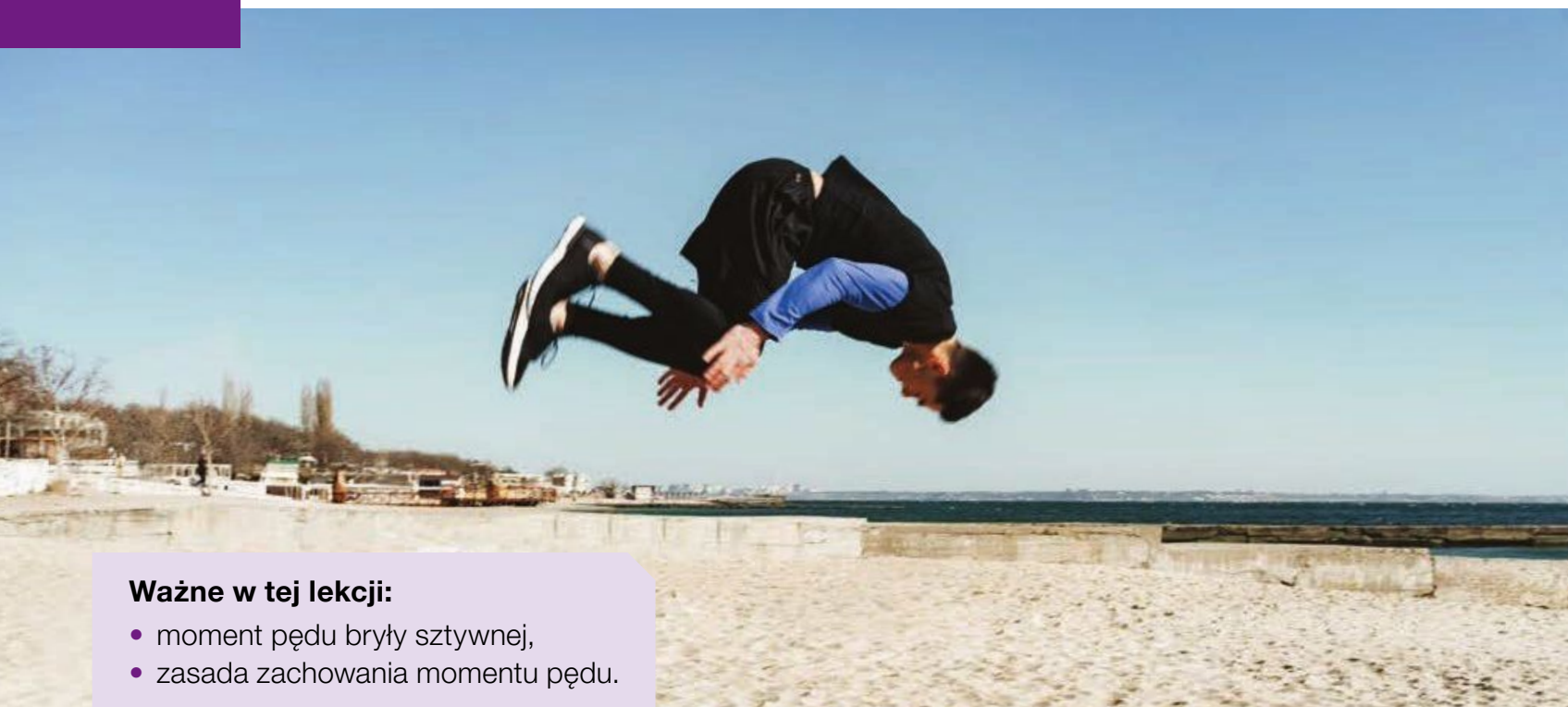


6. Małą piłkę stawiamy na dwóch pochyłych szynach, między którymi odstęp jest mniejszy od jej średnicy (patrz zdjęcie). Czy przyspieszenie piłki na szynach będzie większe czy mniejsze, gdy odstęp między szynami będzie mniejszy?

- a) Zapisz swoje przewidywania wraz z uzasadnieniem.
- b) Sprawdź swoje przewidywania doświadczalnie. Szyny możesz zbudować z klocków albo wykorzystać np. dwie linijki. Nie musisz wyznaczyć wartości przyspieszenia – wystarczy, że zmierzysz czas ruchu po torze o określonej długości.



9.7 Moment pędu



Ważne w tej lekcji:

- moment pędu bryły sztywnej,
- zasada zachowania momentu pędu.

Przypomnij sobie:

- Pęd to iloczyn masy i prędkości: $\vec{p} = m\vec{v}$.
- Jeśli wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ ciał jest równa zeru, to całkowity pęd układu (suma pędów ciał wchodzących w jego skład) nie zmienia się (zasada zachowania pędu).
- Moment bezwładności jest wielkością opisującą bezwładność ciała w ruchu obrotowym.

■ Moment pędu w ruchu po okręgu

Pokazywaliśmy już analogie pomiędzy wielkościami opisującymi ruch postępowy i ruch obrotowy, np. masą i momentem bezwładności (s. 163). Pęd również ma swój odpowiednik w ruchu obrotowym. Jest nim **moment pędu**. Z najprostszą sytuacją mamy do czynienia w przypadku ruchu punktu materialnego po okręgu.

Jeśli punkt materialny o masie m porusza się po okręgu o promieniu r z prędkością liniową v , to jego moment pędu względem środka okręgu ma wartość:

$$L = r \cdot p = mrv$$

Diagram illustrating the formula $L = r \cdot p = mrv$. Arrows point from the terms to their meanings: L is 'moment pędu', r is 'promień okręgu', p is 'pęd ciała', m is 'masa ciała', and v is 'prędkość liniowa'.

Jednostką momentu pędu jest więc: $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

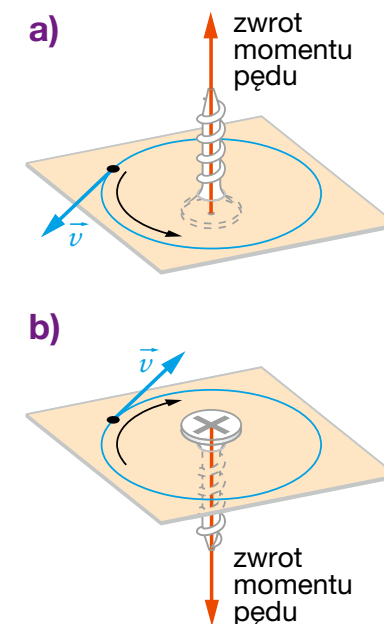
W powyższy sposób zdefiniowaliśmy tylko **wartość** momentu pędu. A co z jego kierunkiem i zwrotem?

Moment pędu jest czasami oznaczany literą J .

■ Kierunek i zwrot wektora momentu pędu

Kierunek wektora momentu pędu zdefiniowanego względem środka wspomnianego okręgu jest taki jak kierunek osi obrotu, a zwrot można wyznaczyć za pomocą reguły śruby prawoskrętnej.

Gdy wyobrazimy sobie śrubę wkręcaną w tę samą stronę, w którą następuje ruch po okręgu, jej czubek pokaże nam, jaki jest zwrot wektora momentu pędu (rys. 9.31). Ta umowa przyda nam się za chwilę, kiedy zdefiniujemy moment pędu bryły względem osi obrotu. Dzięki takiej umowie jeśli moment siły $\vec{M}$ wprowadzi bryłę w ruch obrotowy, to uzyskany przez nią moment pędu $\vec{L}$ będzie miał ten sam kierunek i taki sam zwrot jak $\vec{M}$. Znowu widzimy podobieństwo między ruchem postępowym i obrotowym. Gdy siła wprowadza w ruch postępowy ciało, które początkowo spoczywa, nadaje mu ona pęd zwrócony w stronę, w którą działa.

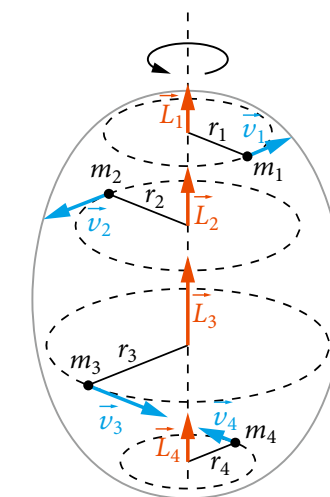


Rys. 9.31. Zwrot momentu pędu w ruchu po okręgu jest wskazywany przez czubek śruby wkręcaną w tę samą stronę, w którą następuje ruch ciała

■ Definicja momentu pędu bryły względem zadanej osi obrotu

Zajmijmy się teraz obrotem bryły sztywnej wokół nieruchomej osi. Moment pędu bryły zdefiniujemy nie względem jednego punktu, ale względem osi obrotu. Zwróć uwagę na to, że każdy z punktów materialnych m_i składających się na bryłę, jeśli tylko nie leży na osi obrotu, to porusza się po okręgu wokół pewnego punktu na osi. Możemy więc mówić o jego momencie pędu $\vec{L}_i$ względem tego punktu. Moment pędu bryły sztywnej względem osi obrotu to suma tych momentów pędu $\vec{L}_i$.

Uwaga. Na razie zdefiniowaliśmy moment pędu dla punktu poruszającego się po okręgu i dla bryły sztywnej. W cz. 3 podręcznika uogólnimy to pojęcie tak, że będzie obejmowało ruch dowolnego punktu po dowolnym torze. Okaze się to przydatne w opisie ruchu planet wokół Słońca.



Rys. 9.32. Moment pędu bryły sztywnej zależy od rozkładu masy względem osi obrotu

■ Wzór na moment pędu bryły

W rozważanej sytuacji momenty pędu poszczególnych punktów materialnych mają jednakowy kierunek (są skierowane wzdłuż osi obrotu) i taki sam zwrot, a różnią się co najwyżej wartością (rys. 9.32). Dodawaniu takich wektorów odpowiada dodawanie ich wartości, co oznacza, że **wartość momentu pędu całej bryły** wynosi:

$$L = m_1 r_1 v_1 + m_2 r_2 v_2 + \dots + m_n r_n v_n$$

Stąd z zależności między prędkością liniową i kątową mamy:

$$L = m_1 r_1 \omega r_1 + m_2 r_2 \omega r_2 + \dots + m_n r_n \omega r_n$$

$$L = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2) \omega$$

Suma w nawiasie to moment bezwładności bryły, więc ostatecznie:

$$L = I \omega$$

Diagram illustrating the formula $L = I \omega$. Arrows point from the terms to their meanings: L is 'moment pędu', I is 'moment bezwładności', and ω is 'prędkość kątowa'.

Wzory na pęd i na moment pędu – porównanie

Jeżeli zestawimy ze sobą wzory na wartość pędu w ruchu postępowym i wartość momentu pędu w ruchu obrotowym, zobaczymy, że mają analogiczną postać.

$$\begin{array}{ll} \text{Ruch postępowy:} & p = m v \\ \text{Ruch obrotowy:} & L = I \omega \end{array}$$

wielkość opisująca
bezwładność prędkość
(liniowa v lub kąтова ω)

Zauważ, że podczas wyprowadzania wzoru na moment pędu w ruchu obrotowym nie korzystaliśmy z faktu, że bryła jest sztywna, ale opieraliśmy się na tym, że wszystkie części układu poruszają się wokół ustalonej osi z jednakową prędkością kątową. Dlatego moment pędu można zastosować także do wyjaśnienia doświadczenia, które za chwilę opiszemy.

Zasada zachowania momentu pędu

Wykonajmy proste doświadczenie. Będziemy mogli w nim zaobserwować kolejną zasadę zachowania – tym razem momentu pędu.

Doświadczenie 19 – obowiązkowe

Demonstrowanie zasady zachowania momentu pędu

1. Weź w dłonie hantle (można je zastąpić dużymi butelkami pełnymi wody).
2. Usiądź na krześle obrotowym (patrz zdjęcie) i zacznij się obracać.
3. Bez dotykania nogami podłogi wyciągnij ręce, a potem z powrotem przyciągnij je do ciała.
4. Zaobserwuj, jak zmienia się prędkość kątowna twojego ruchu. Opisz zmianę momentu bezwładności układu złożonego z ciebie, hantli i krzesła.



Zauważ, że w tym doświadczeniu występowała zmiana momentu bezwładności układu ciał, złożonego z ciebie, hantli i krzesła. Im dalej od osi obrotu znajdowały się hantle, tym większy był moment bezwładności układu i mniejsza prędkość kątowna.

Dokładniejsze pomiary pokazałyby, że prędkość kątowna zmniejszała się tyle samo razy, ile razy wzrastał moment bezwładności. To oznacza, że

nie zmieniał się iloczyn prędkości kątowej i momentu bezwładności, czyli moment pędu $L = I\omega$. Sytuacja przedstawiona w doświadczeniu obrazuje **zasadę zachowania momentu pędu**, która brzmi następująco:

Jeśli wypadkowy moment sił działających na układ wynosi zero, to całkowity moment pędu układu się nie zmienia.

Przez „całkowity moment pędu” rozumiemy tutaj sumę momentów pędu poszczególnych ciał wchodzących w skład układu.

Z czego wynika zasada zachowania momentu pędu

Wyjaśnijmy, z czego wynika ta zasada. Przypomnijmy, że jeśli ciała A i B oddziałują między sobą, to siły oddziaływania $\vec{F}_{AB}$ i $\vec{F}_{BA}$ nie tylko mają równe wartości i przeciwne zwroty, lecz także **działają wzdłuż jednej prostej** (rys. 9.30 s. 169). Wynika stąd trzecia zasada dynamiki dla ruchu obrotowego, która mówi, że: momenty sił wzajemnego oddziaływania ciał są równe co do wartości, ale mają przeciwne zwroty. Załóżmy, że na układ nie działa zewnętrzny moment siły. Ciała w obrębie układu mogą na siebie oddziaływać (np. siła mięśni przesuwająca hantle, silnik helikoptera obraca jego wirnik). Momenty tych sił są jednak przeciwne i ich łączny wpływ na obrót układu jest zerowy.

Trzecia zasada dynamiki dla ruchu obrotowego
→ s. 169

Efekt żyroskopowy

Doświadczenie 20

1. Usiądź na krześle.
2. W rękach wyciągniętych przed siebie trzymaj koło rowerowe w taki sposób, aby jego oś obrotu była ułożona poziomo (jak na zdjęciu). Aby ułatwić sobie zadanie, do osi koła możesz zamocować dodatkowe uchwyty.
3. Poproś kogoś, aby mocno rozkręcił trzymane przez ciebie koło.
4. Gdy koło będzie wirować, spróbuj zmienić kierunek jego osi.
5. Co możesz zaobserwować w tym doświadczeniu?

Wektorowy charakter momentu pędu ma duże znaczenie praktyczne. Zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu stałe pozostają nie tylko wartość, lecz także kierunek i zwrot momentu pędu, a zatem – oś obrotu bryły. Właśnie dlatego trudno jest zmienić oś obrotu szybko kręcącego się koła. Z tego samego powodu bączek utrzymuje swoje pionowe położenie (ewentualnie podlega precesji) tylko wtedy, gdy wiruje, ale po zatrzymaniu – natychmiast się przewraca.

Tendencję ciała do zachowywania osi obrotu nazywamy **efektem żyroskopowym**, a przyrząd, w którym to zjawisko wykorzystujemy – żyroskopem (rys. 9.33). W żyroskopie znajduje się ciało, które szybko się obraca i jest zawieszone w sposób umożliwiający zachowanie osi obrotu.



Rys. 9.33. Żyroskop

Zasada zachowania momentu pędu

Wartość momentu pędu L zależy od momentu bezwładności I oraz prędkości kątowej: $L = I\omega$. Moment bezwładności z kolei zależy od masy i jej rozmieszczenia względem osi obrotu.

Masa **akrobaty** w trakcie skoku się nie zmienia, ale w wyniku skupienia jej bliżej osi obrotu maleje moment bezwładności sportowca. Aby moment pędu sportowca pozostał stały, musi wzrastać prędkość kątowa.

2 Początkowo obrót sportowca jest powolny.

1 Podczas odbicia sportowiec zyskuje nie tylko pęd skierowany w górę, lecz także moment pędu – jego ciało zaczyna się obracać.

oś obrotu
3 Sportowiec zwiija ciało bliżej środka masy. Jego moment bezwładności maleje, a prędkość kątowa rośnie.

4 oś obrotu
W najwyższym punkcie lotu moment bezwładności jest najmniejszy, a prędkość kątowa największa.

5 oś obrotu
Rozprostowanie ciała powoduje spowolnienie ruchu obrotowego i umożliwia stabilne lądowanie.



Jeśli **łyżwiarka** rozłoży ręce, będzie się obracać wolniej. Jeżeli przyciągnie je do osi obrotu, ponownie zwiększy prędkość wirowania.



Gwintowanie **lufy** wprowadza wylatujący pocisk w ruch obrotowy, dzięki czemu jego lot jest stabilniejszy (trudniej zmienić jego kierunek ruchu), ponieważ zachowane są zarówno wartość, jak i kierunek momentu pędu.



Gdyby nie śmigło na ogonie **helikoptera** obrót wirnika powodowałby obracanie się całej maszyny w przeciwną stronę, tak aby całkowity moment pędu śmigłowca i wirnika wynosił zero.



Układ Słoneczny powstał z wolno obracającego się obłoku gazu, który zapadając się grawitacyjnie, zwiększał swoją prędkość obrotu. Prawie wszystkie planety układu obracają się wokół Słońca w tym samym kierunku co ten pierwotny obłok.

Zastosowania żyroskopu

Żyroskop jest przyrządem, w którym wykorzystuje się tendencję ciała do zachowania osi obrotu. Jego działanie opiera się więc na zasadzie zachowania momentu pędu.

Ważnym zastosowaniem żyroskopu jest **sztuczny horyzont** – urządzenie wskazujące pilotowi położenie samolotu względem poziomu, niezbędne w czasie lotu przy słabej widoczności (zdjęcie a).

a)



Żyrokompas, czyli kompas wykorzystujący właściwości żyroskopu, wskazuje północ geograficzną (zdjęcie b). Stalowe elementy okrętu nie zakłócają działania żyroskopu.

b)



Czujniki ruchu wykorzystywane w konsolach do gier oraz niektórych telefonach komórkowych także są nazywane żyroskopami (zdjęcie c), jednak działają na innej zasadzie: w ich przypadku zachowana zostaje przez ciało płaszczyzna ruchu drgającego, a nie obrotowego.

c)



Taki czujnik dostarcza telefonowi informacji o jego ustawieniu względem powierzchni Ziemi, a odbiornik GPS – o położeniu geograficznym. Dzięki temu urządzenie może wyświetlać obraz nieba widocznego za telefonem (zdjęcie d). Aby się dowiedzieć, jaką gwiazdę czy gwiazdozbiór się widzi, wystarczy po zainstalowaniu odpowiedniego oprogramowania wyciągnąć rękę z telefonem w odpowiednią stronę.

d)



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Dziecko o masie 40 kg stało na karuzeli takiego typu jak przedstawiona na zdjęciu obok, w odległości 80 cm od osi obrotu. Karuzela wykonywała wtedy jeden obrót na 4 sekundy. Kiedy dziecko przesunęło się w stronę środka karuzeli i znalazło w odległości 30 cm od osi obrotu, karuzela przyspieszyła do jednego obrotu na 3 sekundy. Wyznacz moment bezwładności pustej karuzeli. W obliczeniach załóż, że cała masa dziecka znajduje się w podanej odległości od osi obrotu.



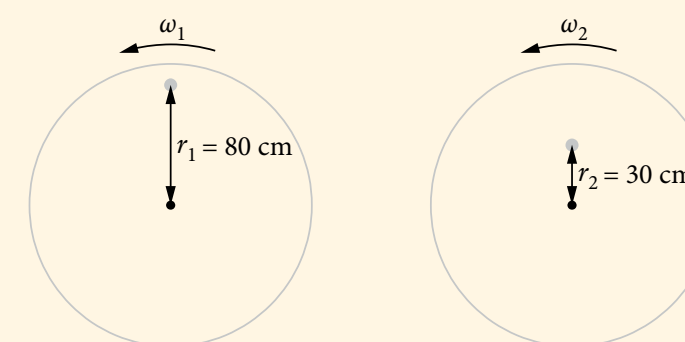
Dane: $m = 40 \text{ kg}$ – masa dziecka, $r_1 = 80 \text{ cm} = 0,8 \text{ m}$ – początkowa odległość od osi obrotu, $T_1 = 4 \text{ s}$ – początkowy okres obrotu karuzeli, $r_2 = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$ – końcowa odległość od osi obrotu, $T_2 = 3 \text{ s}$ – końcowy okres obrotu karuzeli

Szukane: I – moment bezwładności pustej karuzeli

Rozwiązanie:

Ilustracja

Przedstawiamy na schematycznych rysunkach sytuację początkową i końcową.



Wzory na moment bezwładności

Zapisujemy wzory na moment bezwładności karuzeli razem z dzieckiem. W każdym z przypadków jest to suma szukanego momentu bezwładności pustej karuzeli I oraz momentu bezwładności dziecka względem osi obrotu karuzeli:

- $I_1 = I + mr_1^2$
- $I_2 = I + mr_2^2$

Zakładamy, że cała masa dziecka znajduje się w odległości r od osi obrotu. Jego moment bezwładności to mr^2 .

Zasada zachowania pędu

Moment pędu jest zachowany, więc mamy równość:

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

Obliczenia

Podstawiamy zapisane wyżej wzory na momenty bezwładności:

$$(I + mr_1^2)\omega_1 = (I + mr_2^2)\omega_2$$

i wyznaczamy szukany moment bezwładności pustej karuzeli (zauważ, że szukana wielkość występuje po obu stronach równania):

$$I\omega_1 + mr_1^2\omega_1 = I\omega_2 + mr_2^2\omega_2$$

$$I\omega_1 - I\omega_2 = mr_2^2\omega_2 - mr_1^2\omega_1$$

$$I = \frac{m(r_2^2\omega_2 - r_1^2\omega_1)}{\omega_1 - \omega_2}$$

Znamy okresy obrotu karuzeli – na tej podstawie możemy obliczyć jej prędkości kątowe:

$$\bullet \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi}{4} \frac{1}{s} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{s} \quad \bullet \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{3} \frac{1}{s}$$

Podstawiamy dane liczbowe do wzoru na moment bezwładności:

$$I = \frac{40 \text{ kg} \cdot \left((0,3 \text{ m})^2 \cdot \frac{2\pi}{3} \frac{1}{s} - (0,8 \text{ m})^2 \cdot \frac{\pi}{2} \frac{1}{s} \right)}{\frac{\pi}{2} \frac{1}{s} - \frac{2\pi}{3} \frac{1}{s}}$$

$$[I] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{1}{s}}{\frac{1}{s}} = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

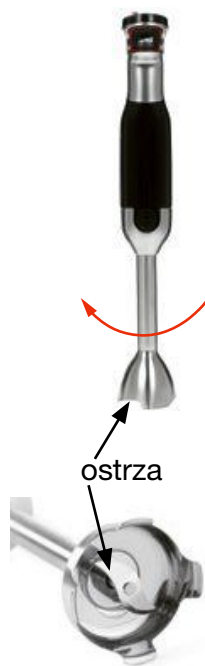
Ostatecznie moment bezwładności wynosi:

$$I = 62,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Odpowiedź: Moment bezwładności pustej karuzeli wynosi $62,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

1. Witka chce zmielić ziarna ciecierzycy za pomocą blendera (patrz zdjęcie).

W ręczce tego urządzenia znajduje się silnik elektryczny, napędzający ostrza ukryte za osłonką. Chłopak zaobserwował, że po uruchomieniu sprzętu czuje wyraźne szarpnięcie, więc gdyby nie trzymał go mocno, maszyna zaczęłaby się obracać wokół własnej osi (jak pokazuje czerwona strzałka).



- a) Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.
b) W którą stronę obracają się ostrza: tak, jak pokazuje strzałka, czy przeciwnie?

- c) Jeśli masz w domu blender, sprawdź, czy potwierdzisz obserwację Witka.

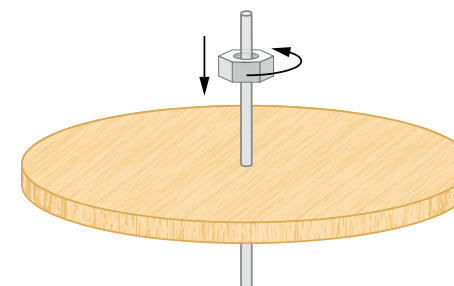
Uwaga. Pamiętaj o zasadach bezpieczeństwa – ostrza blendera mogą poważnie zranić.

2. Płyta winylowa ma 2,5 razy większą średnicę niż płyta kompaktowa (CD) i 9 razy większą od niej masę. Za to CD obraca się ze średnio 10 razy większą prędkością kątową. Wykonaj obliczenia i odpowiedz na pytania. Możesz pominąć fakt, że każda z płyt ma otwór pośrodku.

- a) Która z płyt ma podczas obrotu większy moment pędu? Ile razy większy?
b) Która z płyt ma podczas obrotu większą energię kinetyczną ruchu obrotowego? Ile razy większą?

3. **P** Karuzela takiego samego typu jak w przykładzie kręciła się bez żadnego obciążenia i wykonywała 1 obrót na sekundę. Kiedy dziecko o masie 30 kg weszło na nią i stanęło 80 cm od osi obrotu, karuzela zwolniła i teraz jeden jej obrót trwa 1,32 s. Oblicz moment bezwładności pustej karuzeli.

4. Okrągła płyta drewniana o średnicy 10 cm, grubości 3 mm i gęstości $0,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ była zamocowana na pionowej osi, wokół której mogła się obracać bez tarcia. Z góry spadła na nią stalowa nakrętka o momencie bezwładności $I_n = 30 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ obracająca się z częstotliwością 5 razy na sekundę. Kiedy nakrętka upadła na płytę, z powodu tarcia zatrzymała się względem płyty, ale cały układ (płyta z nakrętką) zaczął się obracać. Oblicz częstotliwość tego obrotu.



Wskazówka. Wzór na objętość walca znajdziesz w dodatku matematycznym 2 → s. 389. Moment bezwładności płyty wygodniej obliczyć w $\text{g} \cdot \text{cm}^2$, ale jeśli chcesz, możesz używać jednostek podstawowych

(kg i m) – w takim przypadku skorzystaj z wartości I_n w odpowiedniej jednostce.

5. Sprawdź, że w sytuacji opisanej w przykładzie całkowita energia kinetyczna ruchu obrotowego karuzeli i dziecka nie była zachowana, ale zwiększyła się w momencie, gdy dziecko przysunęło się do osi obrotu. Skąd wzięła się ta dodatkowa energia?

Wskazówka. Możesz znaleźć taką karuzelę na placu zabaw i sprawdzić, jak przyspiesza, gdy przesuwasz się do jej środka. Uważna obserwacja przebiegu tego zjawiska pomoże ci znaleźć odpowiedź.

6. Wykonaj doświadczenie.

- a) Weź nitkę i nawlecz na nią nakrętkę śruby, pierścionek lub podobny przedmiot.
b) Trzymaj dwa końce luźnej nitki w dłoniach i wpraw ją w ruch tak, jak pokazano na zdjęciu.



- c) Pociągnij nitkę dłońmi, aby się wyprostowała.
d) Jak zachowuje się pierścionek?
e) Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.

Projekt Analiza ruchu: jo-jo

Cel projektu

Nauczysz się stosować w praktyce prawa fizyki dotyczące bryły sztywnej.

Zadania

1. Przygotuj jo-jo. Możesz kupić je w sklepie z zabawkami. Wybierz najprostszy model, złożony tylko z dwóch pierścieni połączonych osią, na którą nawija się nić.



2. Pobaw się chwilę zabawką, aby przypomnieć sobie, jak działa. Jakie przemiany energii zachodzą w trakcie jej ruchu?
3. Łatwo zauważyć, że jo-jo puszczone na sznurku porusza się z przyspieszeniem znacznie mniejszym od ziemskiego. Ale ile razy mniejszym? Spróbuj najpierw obliczyć to teoretycznie, na podstawie znanych ci praw fizyki, a potem zmierz doświadczalnie i oceń poprawność swoich przewidywań.
4. Kiedy całkowicie rozwinięte jo-jo zawiesimy na siłomierzu, przyrząd wskaże jego ciężar. A jaką siłę wskaże siłomierz, gdy jo-jo będzie poruszać się na sznurku w dół? A gdy będzie poruszać się w górę?

Odpowiedzi na te pytania uzyskasz za pomocą odpowiednich obliczeń. Postaraj się sprawdzić je doświadczalnie.

5. Nawet bez siłomierza można zaobserwować, że siła naciągu nici jest bardzo duża, gdy jo-jo znajduje się w najniższym punkcie w czasie ruchu. Wyjaśnij to zjawisko.

Wskazówki:

- Może cię zainspirować przykład ze s. 166–167, w którym mówiliśmy o walcu staczającym się po równi pochyłej.
- Jo-jo ma dość skomplikowany kształt, dlatego w obliczeniach możesz przyjąć uproszony model.
- Średnicę osi, na którą nawija się sznurek, możesz zmierzyć suwmiarką albo wyznaczyć na podstawie długości sznurka.
- Jeśli założymy, że ruch jest jednostajnie przyspieszony, to wystarczy, że zmierzmy drogę przebytą przez jo-jo w określonym czasie, aby wyznaczyć przyspieszenie. Aby pomiar czasu był dokładny, możesz sfilmować zjawisko (patrz podręcznik cz. 1 → s. 67–68).

Podsumowanie Bryła sztywna

- **Bryła sztywna** to model ciała fizycznego, w którym mimo działania sił zewnętrznych nie zmieniają się odległości między punktami.
- Bryła może wykonywać ruch **postępowy** i **obrotowy**.
 - ▶ W ruchu **postępowym** nie zmienia się ustawienie bryły w przestrzeni.
 - ▶ W ruchu **obrotowym** punkty bryły poruszają się po okręgach o środkach leżących na jednej prostej, zwanej osią obrotu, dlatego ich prędkość kątowa jest jednakowa.
- Środek masy ciała to punkt, który porusza się tak, jak poruszałby się punkt materialny o masie całego ciała pod wpływem sumy sił zewnętrznych działających na to ciało. Położenie środka masy można obliczyć ze wzoru:

$$\vec{r}_{SM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

gdzie: $m_1, m_2, \dots, m_n$ – masy punktów materialnych, z których zbudowana jest bryła, $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$ – wektory położenia tych mas.

- ▶ Jeśli jednorodna (wykonana z materiału o stałej gęstości) bryła ma środek symetrii, to jest on środkiem masy bryły.

- ▶ Aby poruszyć środek masy lub zmienić jego prędkość, potrzebna jest siła zewnętrzna.

- ▶ Przyłożona siła nie powoduje ruchu obrotowego ciała, jeśli prosta równoległa do działającej siły zawierająca punkt przyłożenia tej siły przechodzi przez środek masy.

- Kiedy badamy zachowanie bryły pod wpływem działających sił, siłę ciężkości można sobie wyobrażać jako przyłożoną w środku masy.

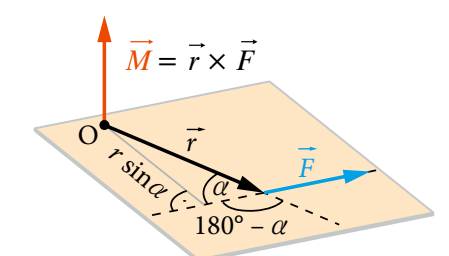
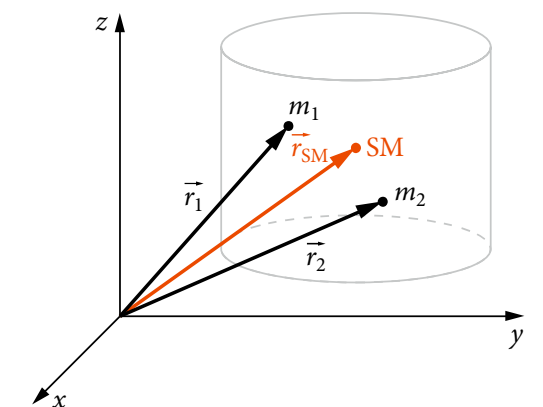
- ▶ Energia potencjalna grawitacji bryły sztywnej zależy od położenia środka masy bryły ponad wybranym poziomem odniesienia.

- **Moment siły** $\vec{M}$ względem wybranego punktu O przedstawiono na rysunku.

- ▶ Wartość momentu siły można obliczyć ze wzoru:

$$M = Fr \sin \alpha \text{ (wg oznaczeń na rysunku)}$$

- ▶ Iloczyn $r \sin \alpha$ nazywamy **ramieniem siły** $\vec{r} \times \vec{F}$ – jest to odległość punktu O od prostej zawierającej punkt przyłożenia siły i równoległej do kierunku jej działania (patrz rysunek obok).



- Porównanie wielkości opisujących ruch postępowy oraz ruch obrotowy wokół ustalonej osi.

Ruch			
postępowy		obrotowy wokół ustalonej osi	
przeszyczenie	$\vec{r}$	kąt, o jaki obróciło się ciało	φ
prędkość liniowa	$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	prędkość kątowna	$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$
przyspieszenie liniowe	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	przyspieszenie kątowne	$\varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
siła	$\vec{F}$	moment siły	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
masa	m	moment bezwładności	$I = m_1 r_1^2 + \dots + m_n r_n^2$
pęd	$\vec{p} = m\vec{v}$	wartość momentu pędu	$L = I\omega$
energia kinetyczna	$E = \frac{1}{2}mv^2$	energia kinetyczna	$E = \frac{1}{2}I\omega^2$

Zasady dynamiki dla ruchu obrotowego

Pierwsza zasada dynamiki

Jeśli momenty sił działających na bryłę się równoważą, to bryła się nie obraca albo obraca się ze stałą prędkością kątowną.

Druga zasada dynamiki

Jeśli momenty sił działających na bryłę się nie równoważą, to bryła obraca się z przyspieszeniem kątownym o wartości $\varepsilon = \frac{M}{I}$.

Trzecia zasada dynamiki

Momenty sił wzajemnego oddziaływania ciał są równe co do wartości, ale mają przeciwne zwroty.

- Jeżeli ciało porusza się **ruchem złożonym**, czyli jednocześnie ruchem postępowym i ruchem obrotowym wokół środka masy, to **energia kinetyczna** tego ciała wynosi:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

■ Zasada zachowania momentu pędu

Jeśli momenty sił zewnętrznych działających na układ ciał się równoważą, to całkowity moment pędu układu nie ulega zmianie.

- ▶ Jeśli ciało obraca się swobodnie wokół ustalonej osi, to ze wzrostem momentu bezwładności ciała maleje jego prędkość kątowna i na odwrót.
- ▶ Zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu stałe pozostają nie tylko wartość, lecz także kierunek i zwrot wektora momentu pędu.

Sposób na zadanie

Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk

Zadanie 1. (0–3)

Z równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu $\alpha = 10^\circ$ stacza się bez poślizgu pełny jednorodny walec. Pomijamy straty energii. **Oblicz przyspieszenie liniowe walca.**

Tarcie, które powoduje obrót bez strat energii, to tarcie statyczne.

To oznacza przyspieszenie jego środka masy.

Rozkładanie sił ciężkości, podręcznik cz. 1. → s. 146–147

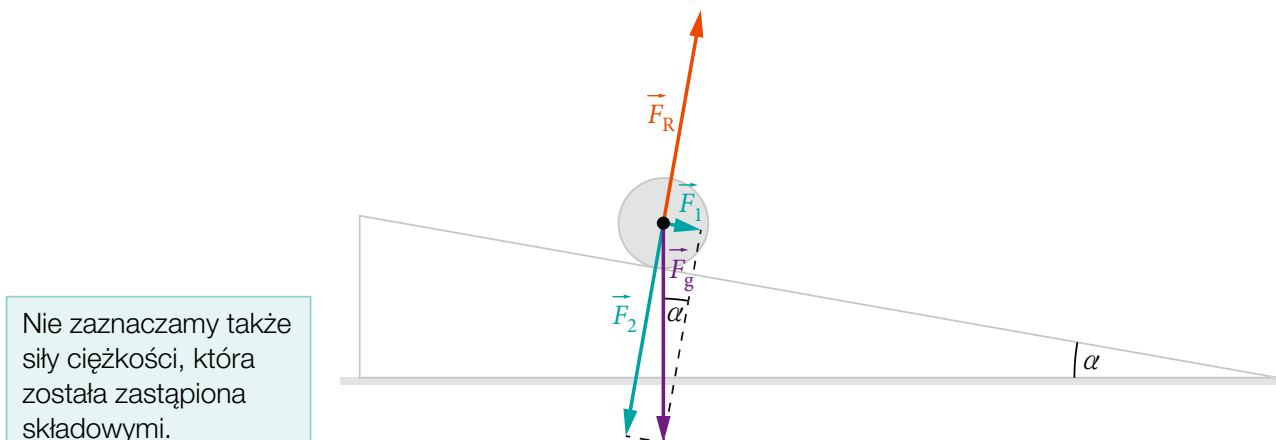
Rozwiązanie:

Najpierw rysujemy siły działające na walec toczący się po równi pochyłej.

- Na równi pochyłej **siłę ciężkości $\vec{F}_g$ działającą** na walec można rozłożyć na składowe: prostopadłą do równi $\vec{F}_2$ i równoległą do równi $\vec{F}_1$. Pierwsza z nich jest równoważona przez **siłę reakcji równi $\vec{F}_R$** , a druga powoduje ruch przyspieszony w dół.

Z definicji funkcji sinus wynika, że:

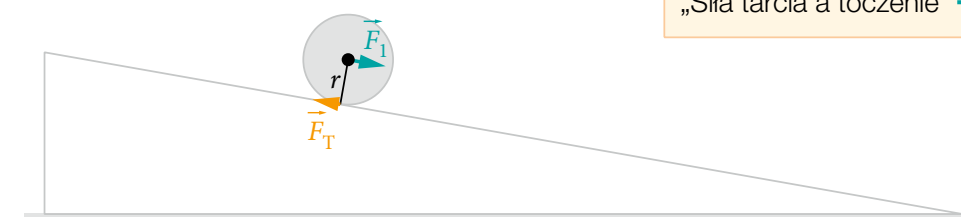
$$F_1 = F_g \sin \alpha = mg \sin \alpha$$



Nie zaznaczamy także siły ciężkości, która została zastąpiona składowymi.

- Na kolejnym rysunku **nie zaznaczamy sił** działających prostopadłe do równi, ponieważ one się równoważą. Oprócz siły $\vec{F}_1$ zaznaczamy natomiast **siłę tarcia $\vec{F}_T$** . Ma ona mniejszą wartość niż $\vec{F}_1$, skoro walec się stacza.

Przypomnij sobie informacje z ramki „Siła tarcia a toczenie” → s. 139



Korzystamy z drugiej zasady dynamiki:

- w ruchu postępowym

Siła wypadkowa o wartości $F_1 - F_T$ nadaje walcowi przyspieszenie liniowe a o wartości:

$$a = \frac{F_1 - F_T}{m} \quad (1)$$

- w ruchu obrotowym

Siła $\vec{F}_1$ jest przyłożona w środku masy, więc jej moment względem osi symetrii walca jest równy zeru.

Siła $\vec{F}_T$ ma względem środka masy moment $F_T r$, który powoduje obrót walca z przyspieszeniem kątowym:

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{F_T r}{I} = \frac{F_T r}{\frac{1}{2} m r^2} = \frac{2 F_T}{m r} \quad (2)$$

gdzie za moment bezwładności podstawiliśmy $I = \frac{1}{2} m r^2$ – moment bezwładności walca.

Gdy walec toczy się bez poślizgu, w każdej chwili jego prędkości liniowa i kątowa spełniają warunek $v = \omega r$. Wobec tego analogiczny związek dotyczy przyspieszenia liniowego i kąowego:

Patrz → s. 129

$$a = \varepsilon r \quad (3)$$

Równania (1), (2), (3) możemy przekształcić odpowiednio do postaci:

$$F_1 - F_T = m a \quad (1')$$

$$F_T = \frac{1}{2} m r \varepsilon \quad (2')$$

$$\varepsilon = \frac{a}{r} \quad (3')$$

Do równania (2') podstawiamy (3') i otrzymujemy:

$$F_T = \frac{1}{2} \frac{m r a}{r} = \frac{1}{2} m a$$

Podstawiamy tę zależność do równania (1'):

$$F_1 - \frac{1}{2} m a = m a \rightarrow F_1 = \frac{3}{2} m a$$

Wyznaczamy szukane przyspieszenie, podstawiamy $F_1 = m g \sin \alpha$ i otrzymujemy:

$$a = \frac{2 F_1}{3 m} = \frac{2 m g \sin \alpha}{3 m} = \frac{2}{3} g \sin \alpha$$

Po podstawieniu danych liczbowych dostajemy:

$$a = \frac{2}{3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 10^\circ = 1,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Walec stacza się z przyspieszeniem liniowym $1,14 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Warto zapamiętać!

- Toczenie się ciała powoduje siła tarcia. Gdy ciało toczy się bez poślizgu, jest to tarcie statyczne, a zatem nie ma strat energii.
- Kiedy ciało toczy się bez poślizgu, między wielkościami opisującymi ruch postępowy i ruch obrotowy obowiązują zależności $v = \omega r$, $a = \varepsilon r$.
- W opisie ruchu przyspieszonego bryły sztywnej możemy korzystać z drugiej zasady dynamiki zarówno dla ruchu postępowego, jak i dla ruchu obrotowego.



Zadanie analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie. Jednorodna kula stacza się bez poślizgu z równi pochyłej o kącie nachylenia do poziomu $\alpha = 10^\circ$.

Wyznacz przyspieszenie liniowe kuli.

Zadania powtórzeniowe

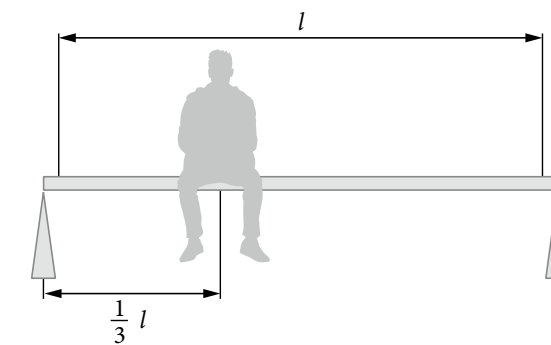
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Siły i momenty sił

Stalowa szyna o masie 100 kg i długości 12 m jest podparta na obu końcach. W jednej trzeciej długości usiadł na niej człowiek o masie 75 kg.

Oblicz siły działające na szynę w obu punktach podparcia. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Zadanie 2. Środek masy

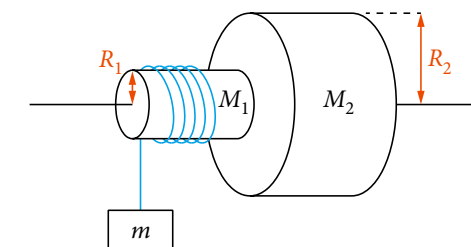
Rozstaw kół samochodu wynosi 170 cm, a jego środek masy znajduje się na wysokości 100 cm nad powierzchnią poziomej drogi. Samochód skręca na poziomej jezdni po zakręcie o promieniu krzywizny 50 m.

Oblicz, przy jakiej prędkości pojazd przewróci się na bok. Przyjmij, że nie wpadnie w poślizg.

Zadanie 3. Złączone walce

Walec o masie $M_1 = 1 \text{ kg}$ i promieniu $R_1 = 20 \text{ cm}$ oraz walec o masie $M_2 = 4 \text{ kg}$ i promieniu $R_2 = 40 \text{ cm}$ są sklejone i umieszczone na wspólnej osi, wokół której mogą się obracać. Na mniejszy walec nawinięto sznurek i powieszono na nim obciążnik o masie $m = 200 \text{ g}$.

Oblicz przyspieszenie, z jakim ciężarek będzie się opuszczał.



Zadanie 4. Równia pochyła

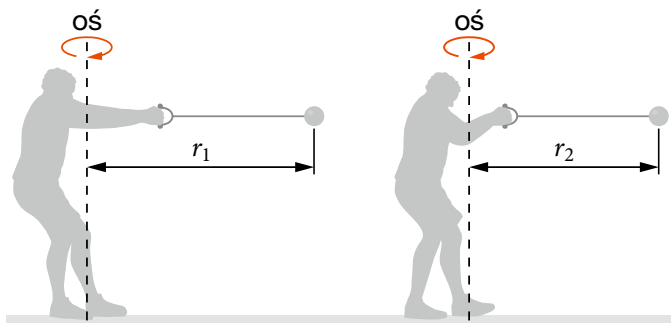
Równia pochyła jest nachylona do poziomu pod kątem 10° . Z równi stacza się walec.

Jaki warunek musi spełniać współczynnik tarcia statycznego między walcem a równią, aby walec staczał się bez poślizgu?

Zadanie 5. Rzut młotem

Rzut młotem polega na wyrzuceniu metalowej kuli przymocowanej do stalowej linki z uchwytem. W fazie poprzedzającej wyrzut młota zawodnik z wyprostowanymi w łokciach ramionami wykonuje wraz z nim trzy lub cztery obroty ciała wokół ustalonej osi pionowej.

Zadanie 5.1. Na treningu miotacz doskonalił technikę krążenia wraz z młotem w płaszczyźnie poziomej oraz technikę zwiększania prędkości kuli przed wyrzutem. Używał kuli o masie $m = 4\text{ kg}$ i linki o długości $l = 0,7\text{ m}$. W początkowej fazie prędkość kątowa kuli wynosiła $\omega_1 = 4\frac{\text{rad}}{\text{s}}$, a odległość od osi obrotu $r_1 = 1\text{ m}$. Zmniejszenie odległości kuli od osi obrotu w sposób pokazany na rysunku powoduje zwiększenie prędkości kątowej. Przyjmij, że moment bezwładności miotacza nie zmienia się w czasie przyciągania kuli i wynosi $I_m = 1,1\text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Pomiń siłę ciężkości oraz opory ruchu wynikające z oddziaływania stóp miotacza z ziemią w czasie przyciągania kuli.



- a) Zastosowana przez zawodnika technika zwiększenia prędkości kątowej podlega pewnej fizycznej zasadzie zachowania. **Podaj jej nazwę.**
- b) Kula przyciągnięta przez zawodnika krąży po okręgu o promieniu $r_2 = r_1 - x$. Literą x oznaczono odległość, o jaką krążąca kula zbliżyła się do osi obrotu.

Wyznacz zależność prędkości liniowej kuli od promienia okręgu, który zatacza. Przerysuj tabelkę do zeszytu i uzupełnij ją o brakujące wartości.

x – zmiana odległości, m	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$r_2 = r_1 - x$, m						
v , $\frac{\text{m}}{\text{s}}$						

- c) Na podstawie danych z uzupełnionej tabeli **sporządź w zeszycie wykres zależności $v(r_2)$.**

Zadanie 5.2. Zawodnik wykonuje pracę, przyciągając krążącą po okręgu kulę młota do osi obrotu z odległości r_1 na odległość r_2 .

Oblicz tę pracę dla $r_1 = 1\text{ m}$ i $r_2 = 0,5\text{ m}$.

10. Ruch drgający

1. Badanie ruchu drgającego

2. Prawo Hooke’a

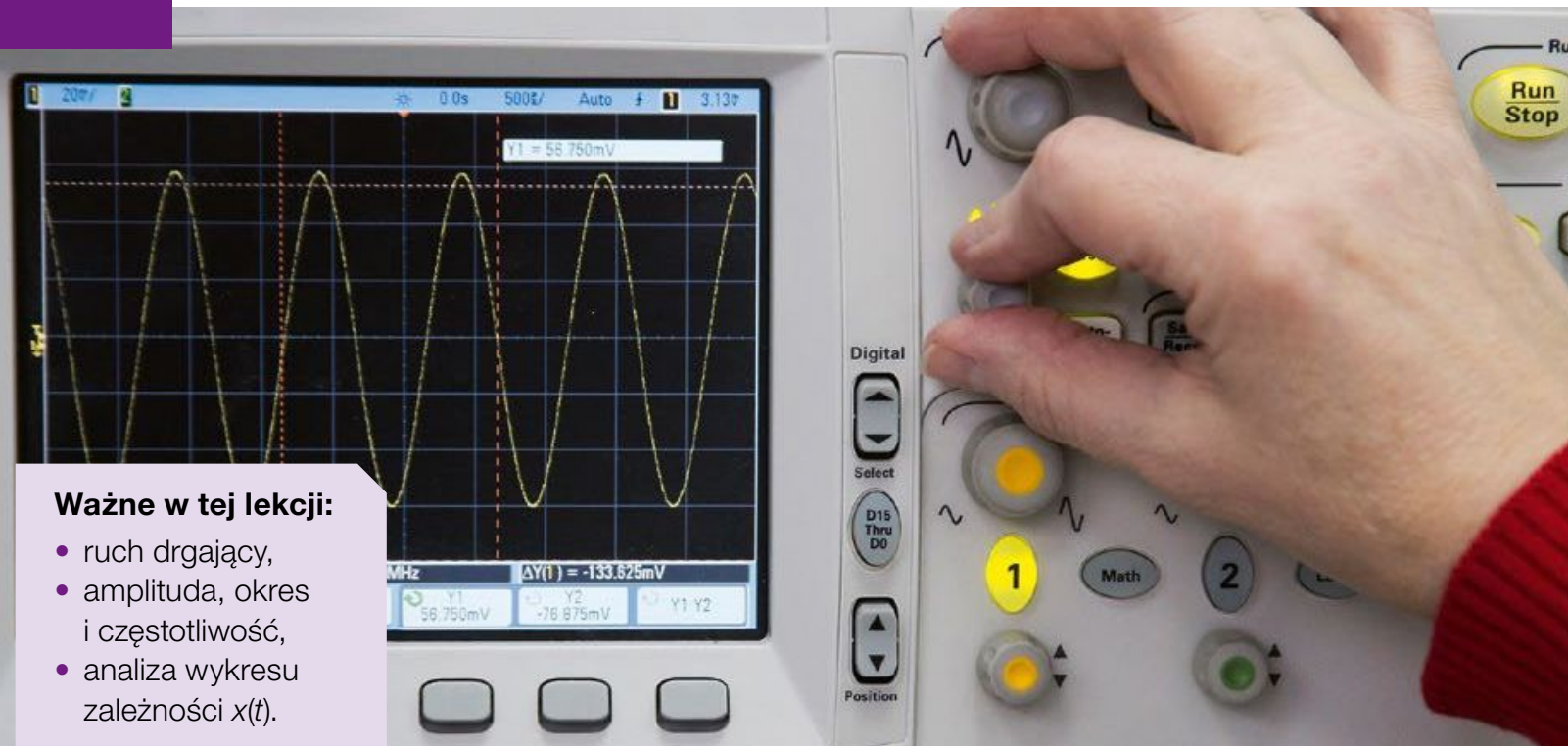
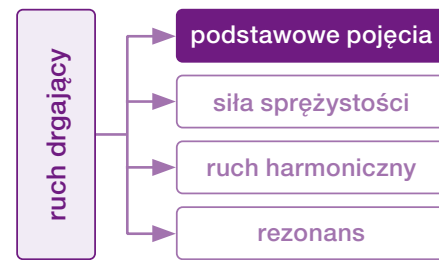
3. Drgania harmoniczne

4. Wahadło sprężynowe
5. Wahadło matematyczne

6. Energia w ruchu harmonicznym

7. Rezonans

10.1 Badanie ruchu drgającego



Ważne w tej lekcji:

- ruch drgający,
- amplituda, okres i częstotliwość,
- analiza wykresu zależności $x(t)$.

Przypomnij sobie:

- Ruch drgający to ruch, w którym ciało cyklicznie przemieszcza się tam i z powrotem po tym samym torze.
- Okres w ruchu po okręgu to czas potrzebny na przebycie tego okręgu.
- Częstotliwość to odwrotność okresu, czyli liczba okresów na sekundę.

Drgania

W tym dziale zajmiemy się badaniem ruchu drgającego, o którym była już mowa w szkole podstawowej.

Drgania występują powszechnie wokół nas. Drgają struny instrumentów muzycznych (rys. 10.1), struny głosowe, membrany głośników, atomy w kryształach.

Wahadło starego zegara ściennego porusza się tam i z powrotem, podobnie huśtawka. To także, zgodnie z definicją, są przykłady ruchu drgającego.

Badanie ruchu ciężarka na sprężynie

Badanie ruchu drgającego zaczniemy od przykładu, do którego będziemy jeszcze wracali: wahadła sprężynowego, czyli ciężarka zawieszonego na sprężynie.



Rys. 10.1. Poszczególne punkty szarpniętej struny poruszają się ruchem drgającym

Doświadczenie 21

1. Zawieś na statywie sprężynę, a na niej ciężarek.
2. Przygotuj miarkę z zerem pośrodku.
3. Zatrzymaj ewentualne drgania ciężarka. Przymocuj miarkę równolegle do statywu tak, aby zero znalazło się na wysokości wybranego przez ciebie punktu na ciężarku albo na wysokości przyczepionej wskazówki, a liczby dodatnie – powyżej (patrz zdjęcie).
4. Sprawdź, czy ciężarek może spoczywać tylko na jednej wysokości, czy może ma kilka takich położań.
5. Przesuń ciężarek nieco w dół od miejsca, gdzie spoczywa. Puść go. Jak się zachowuje?
6. Co się dzieje, gdy ustawiasz ciężarek nieco powyżej położenia, w którym spoczywał, a następnie puszczasz?
7. Odczytaj z podziałki, jak daleko ciężarek oddala się od położenia, w którym spoczywał. Czy można tę wielkość zmienić?
8. Zmierz, jak długo trwa jeden pełny cykl drgań, czyli np. czas od chwili, gdy ciężarek znajduje się w najwyższym położeniu, do następnej takiej chwili. Co zrobić, aby taki pomiar był dokładniejszy?

Uwaga. Nie rozbieraj układu doświadczalnego. Wykorzystamy go do następnego doświadczenia.



Pojęcia opisujące ruch drgający

Wyniki doświadczenia pozwalają nam przypomnieć pojęcia opisujące ruch drgający, które poznałeś w szkole podstawowej.

Położenie równowagi

Ciężarek może spoczywać tylko w jednym położeniu. Skoro spoczywa, to znaczy, że działające na niego siły się równoważą. Dlatego to położenie nazywamy **położeniem równowagi**.

Gdy ciężarek wychylimy z położenia równowagi w górę, zacznie się poruszać w dół, a gdy wychylimy go w dół – poruszy się w górę. W obu tych przypadkach można powiedzieć, że wychylony ciężarek zaczyna się poruszać w stronę położenia równowagi.

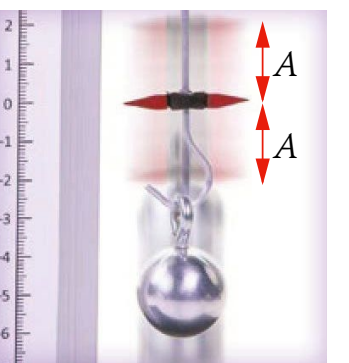
Wychylenie

Jest to położenie ciężarka względem położenia równowagi. W naszym doświadczeniu miarkę ustawiliśmy tak, aby odczytywać z niej bezpośrednio wychylenie ciężarka.

Wychylenie wyrażamy w jednostkach długości. U nas zwykle będą to centymetry.

Amplituda

Maksymalne wychylenie ciężarka względem położenia równowagi nazywamy amplitudą i oznaczamy A (rys. 10.2). W zależności od tego, jak mocno wychyliliśmy ciężarek na początku, amplituda może być większa lub mniejsza. Ją również wyrażamy w jednostkach długości.



Rys. 10.2. Amplituda drgań to maksymalne wychylenie z położenia równowagi

W niektórych dziedzinach nauki amplitudę rozumiemy inaczej, np. dobową amplitudę temperatury to różnica między wartościami maksymalną i minimalną.

Aby uzyskać dokładniejszy wynik, warto zmierzyć np. 20 okresów drgań i podzielić wynik przez 20. Niepewność będzie mniejsza niż przy pojedynczym pomiarze.

Okres i częstotliwość

Czas jednego pełnego cyklu drgań nazywamy okresem drgań i oznaczamy T . Można go zmierzyć za pomocą stopera.

Często, zwłaszcza w przypadku szybkiego ruchu drgającego, interesuje nas to, ile okresów przypada na jedną sekundę. Informuje o tym **częstotliwość** – wielkość równa odwrotności okresu.

Zależność między okresem a częstotliwością można opisać wzorem:

$$\text{częstotliwość} \rightarrow f = \frac{1}{T} \leftarrow \text{okres drgań}$$

Jednostką częstotliwości jest **herc**: $1 \text{ Hz} = \frac{1}{\text{s}}$.

Oto przykłady:

- gdy ciało wykonuje 4 drgania na sekundę, wtedy okres drgań wynosi $\frac{1}{4} \text{ s}$, a częstotliwość 4 Hz,
- gdy ciało wykonuje 1 drganie na 4 sekundy, wtedy okres drgań wynosi 4 s, a częstotliwość $\frac{1}{4} \text{ Hz}$.

Wykres opisujący ruch drgający

Kiedy badaliśmy ruchy jednostajny i jednostajnie zmienny, filmowaliśmy je i na tej podstawie badaliśmy ich własności. Podobnie postąpimy z ruchem drgającym.

Doświadczenie 22

1. Wykorzystamy układ zbudowany do poprzedniego doświadczenia. Dodatkowo będzie nam potrzebna kamera, np. w telefonie.
2. Umocuj kamerę w sposób umożliwiający rejestrowanie ruchu ciężarka i ją włącz.
3. Pociągnij ciężarek lekko w dół i puść.
4. Sporządź wykres zależności położenia ciężarka (odczytanego z miarki) od czasu. Możesz skorzystać z programu Tracker (patrz podręcznik cz. 1 → s. 133) albo obejrzeć film klatka po klatce i samemu wpisać kolejne położenia ciężarka do arkusza kalkulacyjnego.

Uwaga. Zachowaj opracowany plik – będzie jeszcze potrzebny.

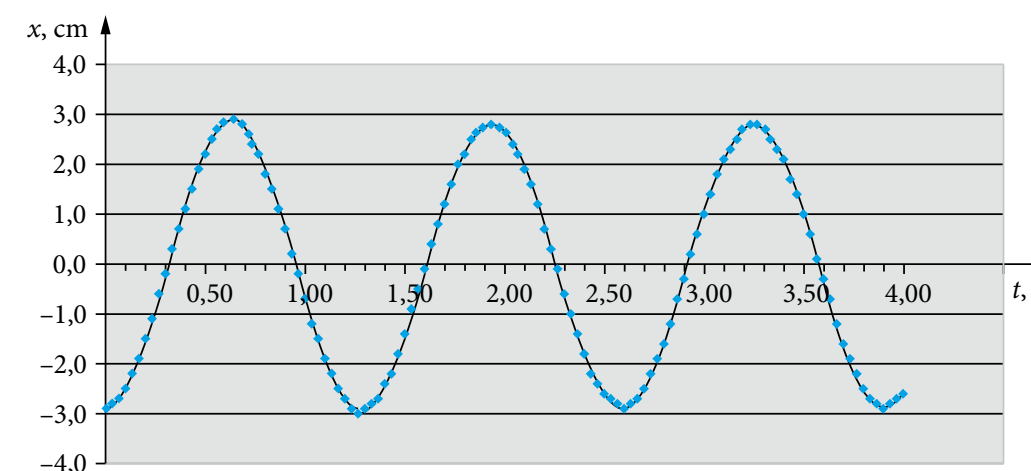
Wykres zależności położenia (wychylenia ciężarka) od czasu sporządzony na podstawie naszych pomiarów przedstawiono na następnej stronie na rysunku 10.3.

Twój wykres z pewnością wygląda podobnie. Ma on kształt krzywej zwanej **sinusoidą** (jej związek z funkcją sinus wkrótce się wyjaśni).

Przyjrzyjmy się wykresowi.

- Analizę ułatwia fakt, że oś x jest na nim skierowana tak samo jak w rzeczywistości w czasie pomiaru – w górę. Tak więc wznoszenie się wykresu odpowiada ruchowi ciała w górę, a opadanie wykresu – ruchowi w dół.

- Wykres składa się z jednakowych części – kiedy ciało powraca do najniższego położenia, cały ruch zaczyna się od nowa i przebiega dokładnie tak samo jak wcześniej.



Rys. 10.3. Wykres zależności $x(t)$ dla ciężarka na sprężynie – wyniki doświadczenia 22.

- Z wykresu łatwo możemy odczytać **amplitudę** drgań (patrz zielona strzałka na rysunku 10.4). Wynosi ona $A = 3 \text{ cm}$.

Gdy przypatrzysz się wykresowi bardzo uważnie, możesz zauważyć, że amplituda stopniowo się zmniejsza. Dzieje się tak na skutek oporów ruchu. Jednak te zmiany są minimalne i nie będziemy się nimi zajmować.

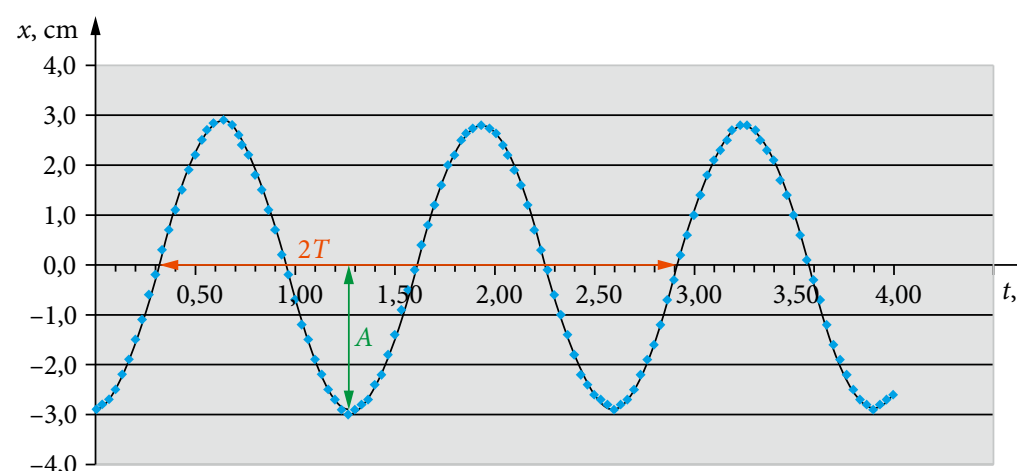
- Łatwo także odczytać **okres** drgań. Dla zwiększenia dokładności możemy odczytać czas trwania kilku okresów i podzielić go przez ich liczbę, podobnie jak przy bezpośrednich pomiarach.

W naszym przypadku odczytujemy czas trwania dwóch okresów – patrz czerwona strzałka na rysunku 10.4:

$$2T = 2,9 \text{ s} - 0,3 \text{ s} = 2,6 \text{ s}$$

Zatem okres wynosi: $T = 1,3 \text{ s}$. Stąd możemy obliczyć **częstotliwość** drgań ciężarka:

$$f = \frac{1}{1,3} \frac{1}{\text{s}} \approx 0,77 \text{ Hz}$$



Rys. 10.4. Wykres drgań z zaznaczonymi amplitudą i okresem drgań

Łatwiej odczytać punkt przecięcia z osią czasu niż maksymalne wychylenie.

Zjawiska okresowe w przyrodzie

W przyrodzie wiele zjawisk zachodzi w sposób okresowy, to znaczy powtarza się wielokrotnie w ten sam sposób. Zmiany te niekoniecznie muszą dotyczyć położenia. Okresowym zmianom mogą podlegać również inne wielkości fizyczne, jak np. jasność lub temperatura.



Gwiazda Polarna

Cefeidy to gwiazdy, których jasność mocno się zmienia w sposób okresowy. Pulsacje cefeid wiążą się ze zmianami ich wielkości oraz temperatury ich powierzchni. Przykładem cefeidy jest Gwiazda Polarna.

Pulsar to wirująca gwiazda neutronowa, która emituje wiązkę promieniowania elektromagnetycznego. Gdy taka wiązka omiata Ziemię, możemy ją obserwować w postaci regularnych impulsów, podobnie jak światło latarni morskiej.

Temperatura ciała wielbłądów zmienia się w cyklu dobowym od ok. 35°C w nocy do ok. 40°C w dzień. Dzięki temu zwierzę nie musi ochładzać ciała przez pocenie i tracić w ten sposób cennej na pustyni wody. W nocy zgromadzone ciepło jest uwalniane do otoczenia.



Pływy morskie

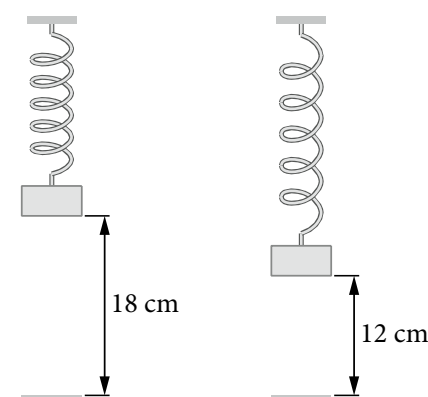
Przyprawy i odpływy wynikają z oddziaływania grawitacyjnego Księżyca, i w mniejszym stopniu Słońca, na morza i oceany. Poziom mórz i oceanów zmienia się regularnie co mniej więcej 12 godzin. Rekordowe zmiany poziomu wody zachodzą w Zatoce Fundy u wybrzeży Kanady i mogą wynosić nawet 16 m.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Ciężarek drga na sprężynie. Na rysunkach pokazano go w najwyższym i najniższym położeniu. Jaka jest amplituda drgań ciężarka?

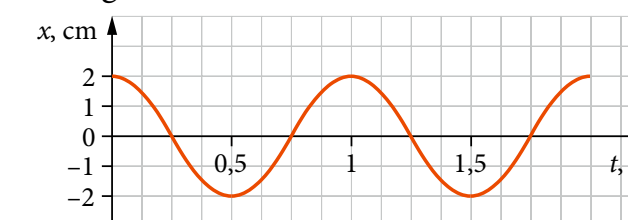


2. Wahadło w paryskim Panteonie (patrz zdjęcie) potrzebuje 8 s na pokonanie drogi od jednego skrajnego wychylenia do przeciwnego, a następnie kolejnych 8 s, aby wrócić do punktu wyjścia. Jaki jest okres drgań wahadła? Jaka jest częstotliwość?

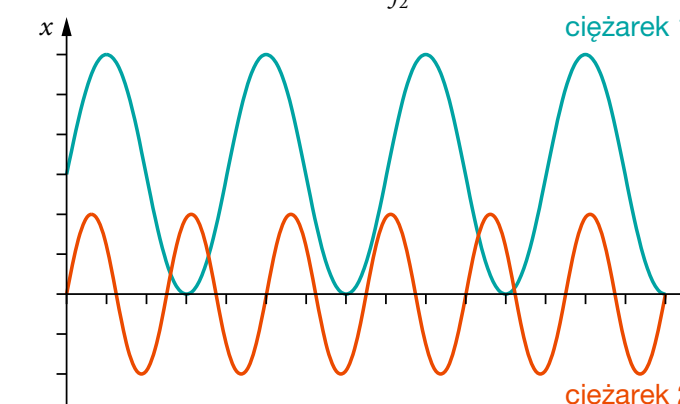


3. Na rysunku pokazano wykres zależności wychylenia drgającego ciężarka od czasu. Za chwilę początkową $t_0 = 0$ s przyjęto

moment, w którym ciężarek był maksymalnie wychylony w górę z położenia równowagi.



- a) Odczytaj z wykresu amplitudę i okres drgań ciężarka.
 - b) Oblicz liczbę pełnych drgań wykonywanych przez ciężarek w czasie 1 min.
4. Okres drgań wahadła wynosi 12 s. O godzinie 12:00:00 wahadło przechodziło przez położenie równowagi. Wypisz cztery najbliższe chwile, w których wahadło było maksymalnie wychylone (o dowolnej, w którą stronę).
 5. W jednym układzie współrzędnych naszkicowano zależność położenia od czasu dla dwóch ciężarków powieszonych na sprężynach i wprawionych w ruch drgający. Osie układu współrzędnych nie są wyskalowane. Oblicz stosunek amplitud $\frac{A_1}{A_2}$ i stosunek częstotliwości drgań $\frac{f_1}{f_2}$ tych ciężarków.



10.2 Prawo Hooke'a



Ważne w tej lekcji:

- siła sprężystości,
- prawo Hooke'a,
- współczynnik sprężystości.

Przypomnij sobie:

- Ciężarek powieszony na sprężynie porusza się ruchem drgającym.
- Siła, którą rozciągnięta sprężyna działa na przymocowane do niej ciało, nazywa się siłą sprężystości.

Rozciąganie sprężyny

Ważnym przykładem badanego przez nas ruchu drgającego jest ruch ciężarka na sprężynie. Na poprzedniej lekcji na podstawie tego ruchu przypomnieliśmy pojęcia opisujące ruch drgający.

W tej lekcji zajmiemy się samą zmianą długości sprężyny zachodzącą podczas tego ruchu.

Na początek wykonamy doświadczenie i zbadamy dokładniej siłę sprężystości, którą sprężyna działa na ciężarek.

Doświadczenie 23

1. Na statywie zawieś sprężynę. Obok zamocuj linijkę (patrz zdjęcie).
2. Odczytaj położenie dolnego końca sprężyny.
3. Sprężynę obciąż ciężarkiem i ponownie odczytaj położenie jej końca.
4. Dokładaj kolejne ciężarki o takiej samej masie i notuj w zeszycie położenia końca sprężyny.
5. Przedstaw w tabeli i na wykresie zależność wydłużenia sprężyny (zmiany jej długości) od liczby ciężarków.



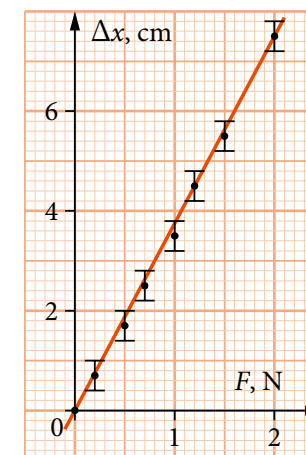
Prawo Hooke'a

Wykonaliśmy pomiary dla siedmiu ciężarków. Wykres zależności wydłużenia sprężyny Δx od wartości siły F dla naszych pomiarów przedstawia rysunek 10.5.

Widać z niego, że w granicach niepewności pomiarowej punkty pomiarowe układają się na prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych. To znaczy, że siła potrzebna do rozciągnięcia sprężyny jest proporcjonalna do jej wydłużenia:

$$F = k \Delta x$$

siła $\rightarrow$ $F = k \Delta x$ $\leftarrow$ wydłużenie
stała opisująca sprężynę



Rys. 10.5. Wykres zależności wydłużenia sprężyny od ciężaru obciążenia

Zależność ta nosi nazwę **prawa Hooke'a** (czyt. huka) od nazwiska Roberta Hooke'a (1635–1703), angielskiego przyrodnika, który je odkrył. Stała k nosi nazwę **współczynnika sprężystości** i opisuje, jak trudno jest rozciągnąć sprężynę (patrz ramka poniżej).

Współczynnik sprężystości

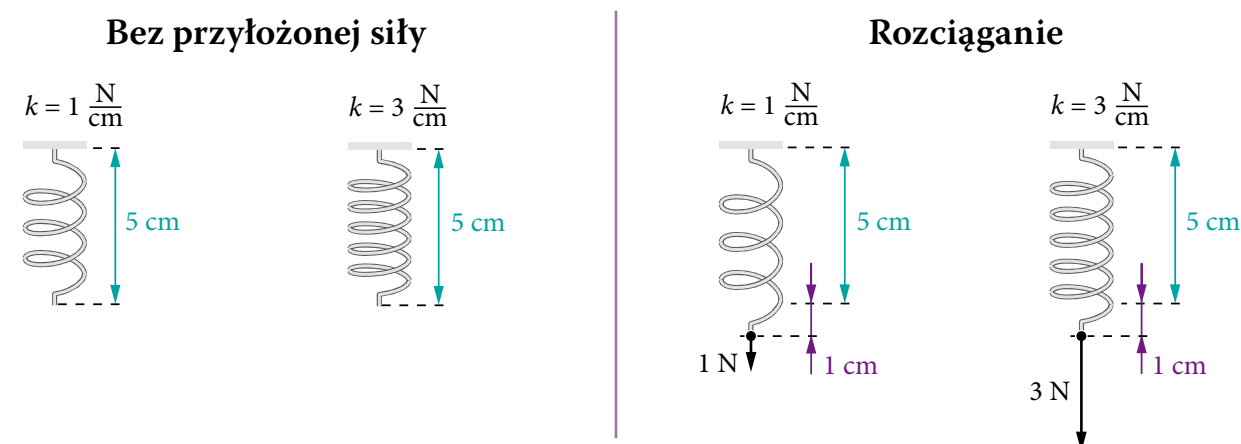
Stała k we wzorze opisującym prawo Hooke'a to **współczynnik sprężystości**. Mówi ona, jaka siła jest potrzebna do rozciągnięcia sprężyny o jednostkę długości.

Przykładowo: współczynnik sprężystości $k = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ oznacza, że do rozciągnięcia sprężyny o 1 m potrzebna jest siła 300 N. Oczywiście może się okazać, że sprężyny w ogóle nie da się rozciągnąć o cały metr, ale tę samą wielkość możemy zapisać jako:

$$k = 300 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 3 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

a więc do rozciągnięcia sprężyny o 1 cm potrzebna jest siła 3 N.

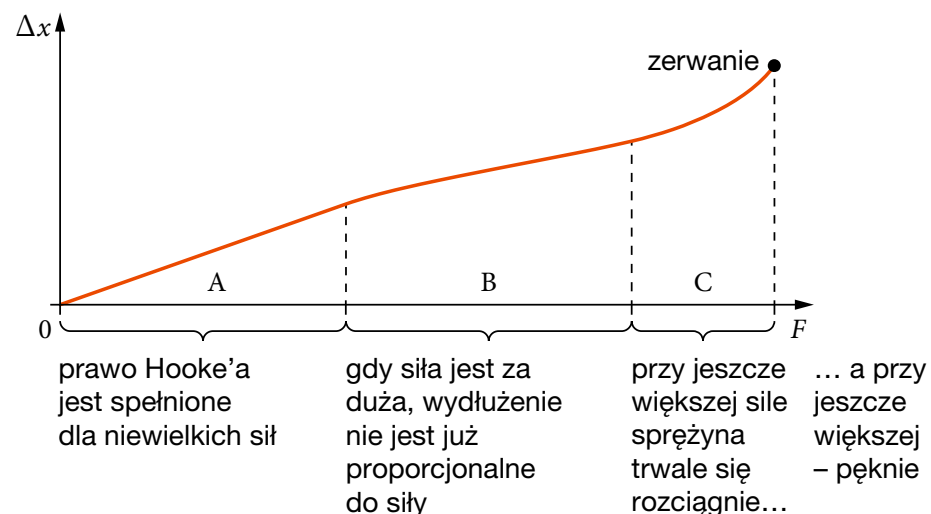
Porównajmy dwie sprężyny o różnych współczynnikach sprężystości. Chcemy każdą z nich rozciągnąć o 1 cm.



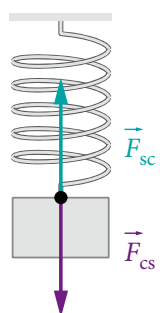
Do rozciągnięcia sprężyny o większym współczynniku sprężystości jest potrzebna większa siła. Taką sprężynę trudniej więc rozciągać – mówimy, że jest twardsza.

Zakres stosowalności prawa Hooke'a

Prawo Hooke'a nie jest podstawowym, bezwzględnie obowiązującym prawem przyrody, takim jak np. zasada zachowania energii. Obowiązuje ono w przybliżeniu i tylko dla pewnego zakresu przyłożonych sił (rys. 10.6).



Rys. 10.6. Zachowanie sprężyny w zależności od przyłożonej siły



Rys. 10.7. Wzajemne oddziaływanie ciężarka i sprężyny

Trzecia zasada dynamiki, podręcznik cz. 1 → s. 158

Uwaga. Odtąd będziemy badać tylko sytuacje, w których siła działająca na sprężynę jest na tyle niewielka, że obowiązuje prawo Hooke'a.

Siła działająca na sprężynę a siła sprężystości

Powiedzieliśmy, że zbadamy siłę sprężystości, którą sprężyna działa na zawieszone na niej ciało. Badaliśmy natomiast siłę działającą na sprężynę. Te dwie siły przedstawia rysunek 10.7:

- ciężarek ciągnie sprężynę w dół siłą $\vec{F}_{cs}$ i powoduje jej rozciągnięcie,
- sprężyna ciągnie ciężarek w górę siłą $\vec{F}_{sc}$ i zapobiega jego upadkowi (równoważy jego ciężar).

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki te dwie siły mają równe wartości. Dlatego wzoru $F = k\Delta x$ możemy używać także przy obliczaniu wartości siły sprężystości.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Przykład

Na podstawie wykresu przedstawionego na rysunku 10.5 oblicz współczynnik sprężystości sprężyny użytej w doświadczeniu 23.

Rozwiązanie:

Znajdujemy na wykresie punkt, którego współrzędne łatwo odczytać. Może to być na przykład punkt pomiarowy dla największej siły. Jego współrzędne to:

$$F = 2 \text{ N}, \Delta x = 7,5 \text{ cm}$$

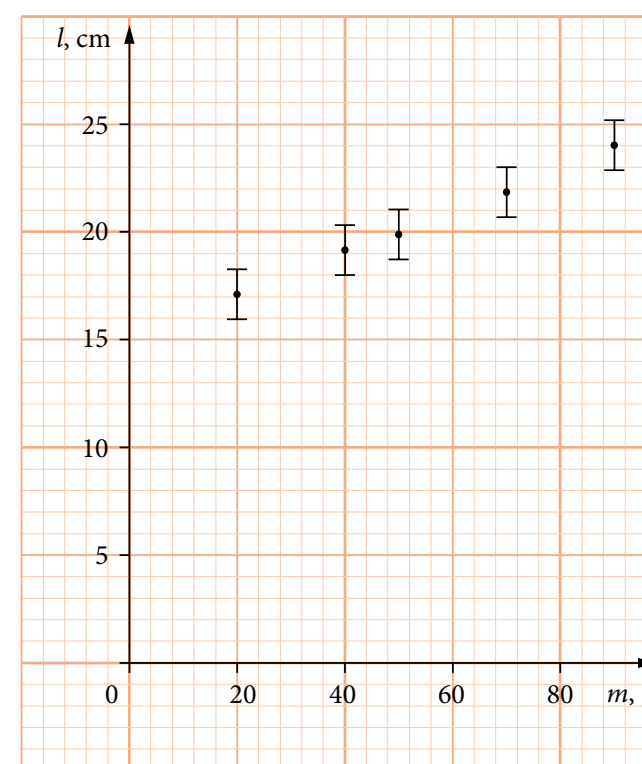
Ze wzoru $F = k\Delta x$ wyznaczamy współczynnik sprężystości:

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{2 \text{ N}}{7,5 \text{ cm}} = \frac{2 \text{ N}}{0,075 \text{ m}} \approx 27 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Odpowiedź: Współczynnik sprężystości sprężyny użytej w doświadczeniu 23. wynosi $27 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

- Sprężyna miała długość 25 cm. Kiedy powieszono na niej ciężarek o masie 50 g, rozciągnęła się do 28 cm. Jaką długość osiągnie, kiedy zamiast tego ciężarka powiesimy inny, o masie 75 g?
- Współczynnik sprężystości pewnej sprężyny wynosi $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Jaka siła spowoduje rozciągnięcie tej sprężyny o 2 cm?
- P** Uczniowie wieszali na sprężynie obciążniki o różnej masie. W układzie współrzędnych zaznaczyli wyniki pomiarów: długość sprężyny i masę obciążnika. Na podstawie wykresu wyznacz współczynnik sprężystości tej sprężyny.

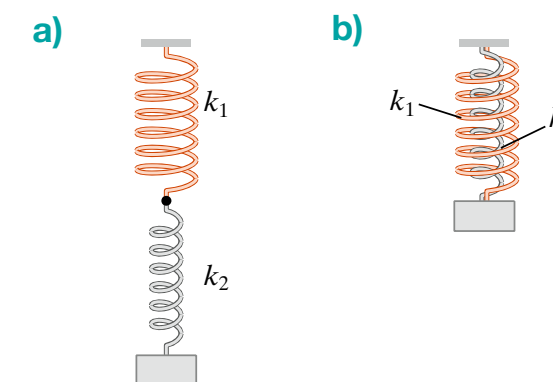
Wskazówka. Podkreślenia w treści zadania zwracają uwagę na różnice między tym wykresem a wykresem rozważanym w doświadczeniu 23. (rys. 10.5 s. 199).



- Powiększony na zdjęciu fragment wagi sprężynowej wyskalowanej w gramach przedstawiono w skali 1 : 3,5. Wyznacz stałą sprężystości sprężyny tego przyrządu.



- Dwie sprężyny o różnych współczynnikach sprężystości łączymy tak jak na rysunkach (a, b). Po połączeniu sprężyn możemy je traktować jak jedną sprężynę. Jaki jest jej współczynnik sprężystości w każdym z przypadków?



10.3 Drgania harmoniczne



Ważne w tej lekcji:

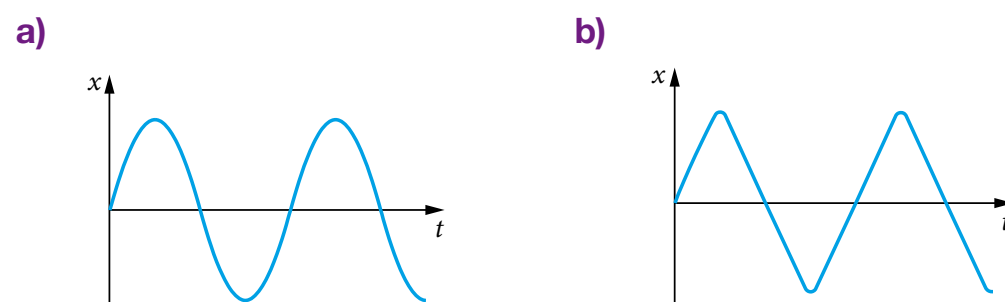
- zależności $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$,
- siła powodująca ruch harmoniczny,
- związek z ruchem po okręgu,
- maksymalne wartości prędkości i przyspieszenia.

Przypomnij sobie:

- Siła sprężystości ma wartość wprost proporcjonalną do wychylenia z położenia równowagi.
- Amplituda ruchu drgającego to maksymalne wychylenie z położenia równowagi.
- Okres ruchu drgającego to czas trwania pełnego cyklu drgań.

Drgania mogą być różne

Kiedy badaliśmy ruch ciężarka na sprężynie, stwierdziliśmy, że wykres zależności jego położenia od czasu ma kształt sinusoidy (rys. 10.9a). Można jednak wyobrazić sobie ciało poruszające się wielokrotnie w tę i z powrotem po określonym torze, a jednak wykonujące zupełnie inny ruch. Przykładem może być piłka, która toczy się po podłodze, odbija od ściany, zawraca, odbija się od przeciwległej ściany itd. (rys. 10.9b). Pomiędzy chwilami zderzeń piłka porusza się ruchem jednostajnym, w odróżnieniu od wahadła, którego prędkość nieustannie się zmienia.



Rys. 10.9. a) drgania harmoniczne, b) ruch nieharmoniczny



Rys. 10.8. Podskakiwanie na drążku pogo to przykład ruchu drgającego, który nie jest ruchem harmonicznym

Drgania harmoniczne

Okazuje się, że drgania, których wykresem jest sinusoida – nazywane **drganiami harmonicznymi** – mają szczególne znaczenie w fizyce. Jest tak z kilku powodów:

- wywołuje je siła o wartości proporcjonalnej do wychylenia, a więc na przykład siła sprężystości,
- są stosunkowo proste w opisie matematycznym,
- mają zastosowanie przy badaniu fal, między innymi dźwięku i światła,
- są podstawą opisu bardziej skomplikowanych drgań,
- wiążą się w ciekawy sposób z ruchem po okręgu.

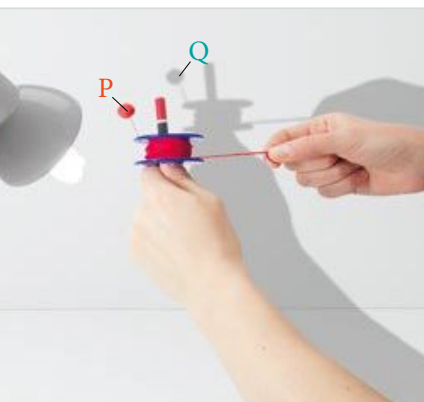
Dźwięk o czystym tonie i światło o jednej barwie to fale, w których opisie korzystamy z drgań harmoniczných.

Drgania harmoniczne a ruch po okręgu

Właśnie ich związek z ruchem po okręgu pozwoli nam ściśle opisać ten rodzaj drgań. Zaczniemy od prostego doświadczenia.

Doświadczenie 24

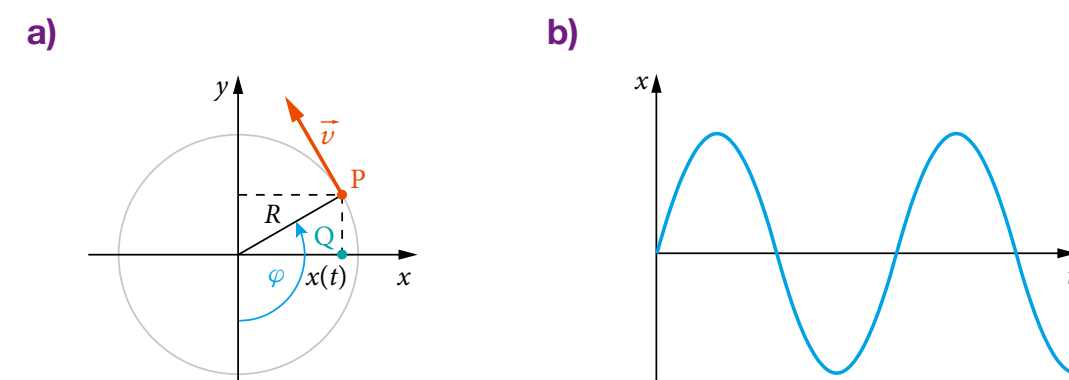
1. Przygotuj: lampkę biurkową, plastikową szpulkę po plastrze, gwóźdź, plastelinę, nić i ołówek.
2. Nawiń nić na szpulkę.
3. Przyczep plasteliną gwóźdź do brzegu szpulki. Do jego główki przyklej dość dużą kulkę z plasteliny, tak jak na zdjęciu (kulka jest oznaczona P).
4. Nałóż szpulkę na ołówek. Weź ołówek ze szpulką do ręki.
5. Włącz lampkę i ustaw ją tak, aby gwóźdź rzucał wyraźny cień na ścianę.
6. Ciągnij jednostajnie nić i obserwuj ruch cienia gwoździa.



Aby wyjaśnić wynik doświadczenia, rozważmy, jak poruszają się koniec gwoździa (punkt P) i jego cień (punkt Q).

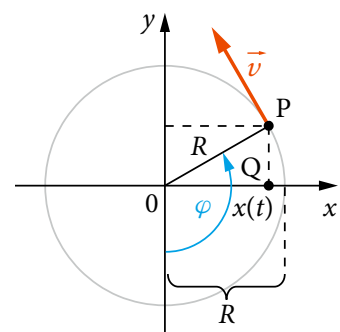
- Punkt P porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, którego środek znajduje się w początku układu współrzędnych (rys. 10.10a).
- Punkt Q, który jest rzutem punktu P na oś x , porusza się ruchem drgającym (rys. 10.10b).

Ruch jednostajny po okręgu, podręcznik cz. 1 → s. 123–125



Rys. 10.10. a) punkt P porusza się po okręgu, a jego rzut Q porusza się po osi x ruchem drgającym, b) wykresem ruchu punktu Q w funkcji czasu jest sinusoida

Częstotliwość to w obu przypadkach odwrotność okresu (a więc liczba okresów na sekundę).



Rys. 10.11. Punkt Q porusza się po osi x ruchem drgającym opisanym wzorem $x(t) = R \sin \varphi(t)$, gdzie R – promień okręgu

Wielkości opisujące ruch punktów P i Q są ze sobą powiązane:

- okres ruchu punkt P po okręgu (czas obiegu okręgu) $T_P = T_Q$ okres drgań punktu Q (czas jednego cyklu drgań)
- $f_P = f_Q$
- promień okręgu, po którym porusza się punkt P $R = A$ amplituda drgań punktu Q

Opis matematyczny ruchu harmonicznego

Ruch punktu Q (rys. 10.11) wzdłuż osi x możemy opisać za pomocą funkcji trygonometrycznej:

$$x(t) = R \sin \varphi(t)$$

Jeśli ruch po okręgu odbywa się ze stałą prędkością kątową ω , którą obliczamy ze wzoru $\omega = \frac{\varphi}{t}$, a czas zaczynamy mierzyć w chwili, gdy punkt P znajduje się najdalej od ściany, co odpowiada najniższemu położeniu na rysunku 10.11, to możemy zapisać:

$$\varphi(t) = \omega t$$

Zatem:

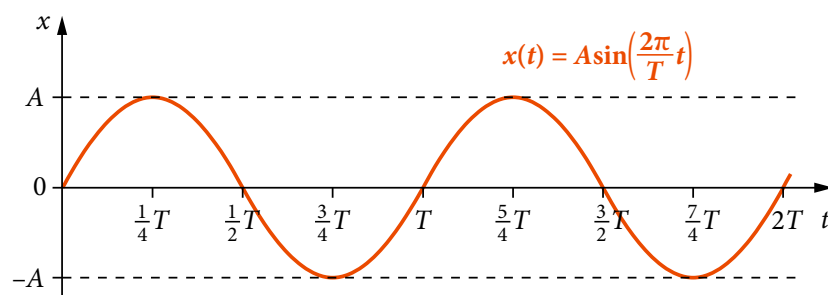
$$x(t) = R \sin(\omega t)$$

Amplituda drgań jest równa promieniowi okręgu: $A = R$, natomiast prędkość kątową ruchu po okręgu – zwana także **częstotliwością kołową drgań** – jest związana z okresem zależnością $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Pozwoli nam to wyprowadzić wzór opisujący **położenie ciała w ruchu harmonicznym**:

Dodatek matematyczny 6
→ s. 393

$$\text{położenie ciała w chwili } t \quad x(t) = A \sin(\omega t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \quad \begin{array}{l} \text{amplituda drgań} \\ \text{częstotliwość kołowa drgań} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{okres drgań} \end{array}$$



Rys. 10.12. Wykres zależności $x(t)$ dla ruchu harmonicznego jest sinusoidą

Ruch drgający, w którym zależność położenia od czasu jest opisana za pomocą funkcji sinus, nazywamy ruchem harmonicznym.

Jak powiedzieliśmy, czas zaczynamy mierzyć w chwili, gdy punkt P znajduje się najdalej od ściany. Wtedy punkt Q znajduje się w punkcie $x = 0$ (w położeniu równowagi) i porusza się w prawo.

Wkrótce zajmiemy się sytuacją, gdy czas zaczynamy mierzyć w dowolnym innym momencie.

Prędkość w ruchu harmonicznym

W pierwszej części podręcznika w temacie poświęconym rzutowi poziomemu omówiliśmy zasadę niezależności ruchów. Mówi ona, że ruch krzywoliniowy można badać osobno dla kierunków poziomego i pionowego. Z tej własności skorzystamy także przy opisie ruchu harmonicznego.

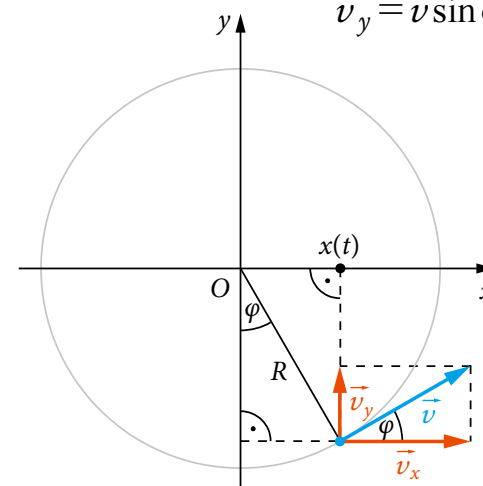
Prędkość punktu poruszającego się po okręgu możemy rozłożyć na składowe równoległe do osi x i y . Jak wiesz, prędkość jest stale skierowana stycznie do toru, czyli prostopadle do promienia (rys. 10.13a). Składowa pozioma prędkości wynosi:

$$v_x = v \cos \varphi = R\omega \cos \varphi = R\omega \cos(\omega t) = A\omega \cos(\omega t)$$

$v = R\omega$ $\varphi = \omega t$ $A = R$
 zawsze w ruchu $\text{ponieważ } \omega = \frac{\varphi}{t}$ $\text{widać to na rysunku 10.13a}$

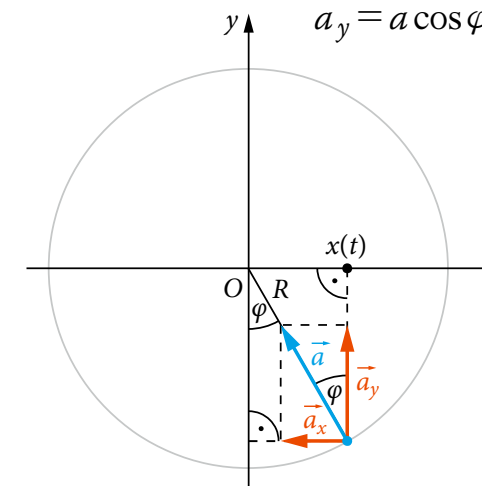
a)

$$\begin{array}{l} v_x = v \cos \varphi \\ v_y = v \sin \varphi \end{array}$$



b)

$$\begin{array}{l} a_x = -a \sin \varphi \\ a_y = a \cos \varphi \end{array}$$



Rys. 10.13. Rozkład wektorów: prędkości liniowej (a) i przyspieszenia dośrodkowego (b) w ruchu po okręgu na składowe: równoległą do osi x i równoległą do osi y

Przeszliśmy do opisu ruchu wzdłuż jednej prostej, więc zgodnie z umową z cz. 1 podręcznika stosujemy oznaczenia v i a zamiast v_x i a_x . Możemy zatem zapisać wzór:

$$v = A\omega \cos(\omega t)$$

prędkość $\swarrow$ $\nwarrow$ częstotliwość kołowa drgań
 amplituda drgań $\nearrow$ $\searrow$ czas

Przyspieszenie w ruchu harmonicznym

Wzór na przyspieszenie możemy znaleźć w analogiczny sposób. Tym razem rozkładamy na składowe wektor przyspieszenia (rys. 10.13b).

W ruchu jednostajnym po okręgu jest ono skierowane do środka okręgu, stąd pochodzi jego nazwa – przyspieszenie dośrodkowe. Przypomnijmy, że wzór na jego wartość ma postać:

$$a = \omega^2 R$$

Niezależność ruchów,
podręcznik cz. 1 → s. 107

Prędkość w ruchu po okręgu,
podręcznik cz. 1 → s. 125

Przyspieszenie dośrodkowe,
podręcznik cz. 1 → s. 132

Zgodnie z rysunkiem 10.13b na poprzedniej stronie:

$$a_x = -a \sin \varphi = -\omega^2 R \sin \varphi = -\omega^2 A \sin(\omega t)$$

Tak więc:

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t)$$

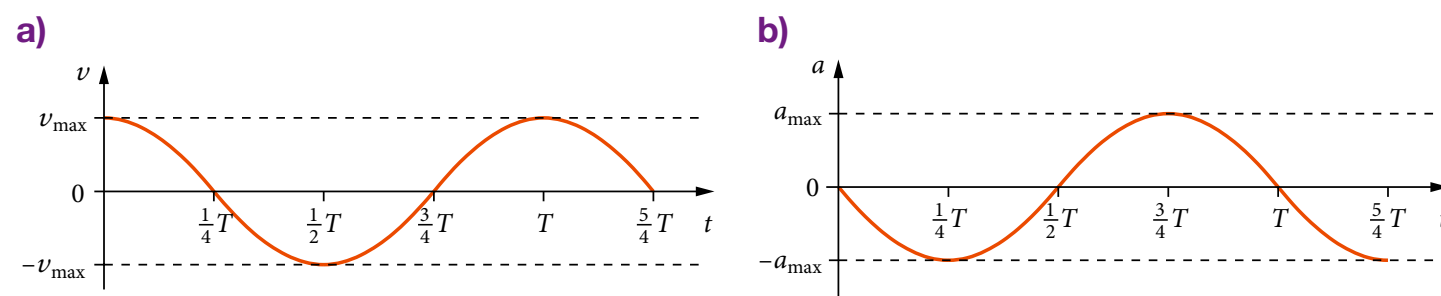
przyspieszenie
amplituda drgań

częstość kołowa drgań
czas

■ Maksymalne wartości prędkości i przyspieszenia

Ze wzorów na prędkość i przyspieszenie wypływa ważny wniosek: ponieważ największą wartością funkcji sinus i cosinus jest 1, więc maksymalna prędkość ruchu harmonicznego i maksymalne przyspieszenie w tym ruchu można opisać prostymi wzorami:

$$v_{\max} = A\omega \quad a_{\max} = A\omega^2$$



Rys. 10.14. Wykresy zależności: a) prędkości, b) przyspieszenia, od czasu dla ruchu drgającego

■ Siła w ruchu harmonicznym

Udowodnimy ważną zależność, która umożliwi nam ustalenie, jaka siła powoduje ruch harmoniczny. Porównajmy wzory na położenie i przyspieszenie ciała w ruchu harmonicznym:

$$x = A \sin(\omega t) \quad a = -\omega^2 A \sin(\omega t)$$

Różnią się one wyłącznie współczynnikiem $-\omega^2$, więc możemy zapisać:

$$a = -\omega^2 x$$

Przyspieszenie jest wywołane przez siłę wypadkową F . Zgodnie z drugą zasadą dynamiki $F = ma$, czyli:

$$F = -m\omega^2 x$$

minus, więc siła ma przeciwny zwrot

stała razy x , więc jest to proporcjonalność prosta

Udowodniliśmy więc ważną właściwość ruchu harmonicznego.

Ruch harmoniczny wywołuje siła proporcjonalna do wychylenia ciała z położenia równowagi, ale zwrócona przeciwnie do niego.

Na wcześniejszej lekcji (10.2) poznałeś już jedną siłę o tej właściwości – jest to siła sprężystości.

Dla przyspieszenia jest bez minusa, ponieważ mowa o wartości.

Równanie $a = -\omega^2 x$ nosi nazwę **równania oscylatora harmonicznego**.

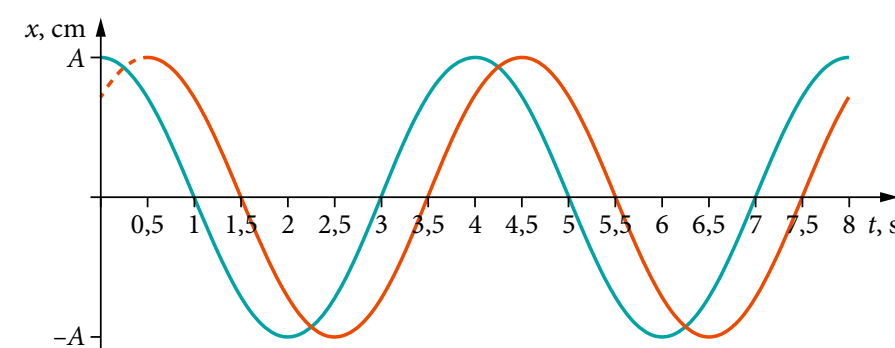
■ Faza w ruchu harmonicznym

Spójrz na zielony wykres na rysunku 10.15. Przedstawia on ruch harmoniczny ciężarka na sprężynie wychylonego i puszczonego w chwili $t = 0$ s. Okres jego drgań wynosi 4 s.

Gdybyśmy drugi, identyczny ciężarek na identycznej sprężynie puścili w tym samym momencie, oba ciężarki poruszałyby się dokładnie tak samo, a wykresy ich ruchu by się pokryły.

Ciężarki jednocześnie przechodziłyby przez położenie równowagi oraz jednocześnie znajdowały się w położeniach najwyższym i najniższym. Mówimy w takim przypadku, że drgania ciężarków są **zgodne w fazie**.

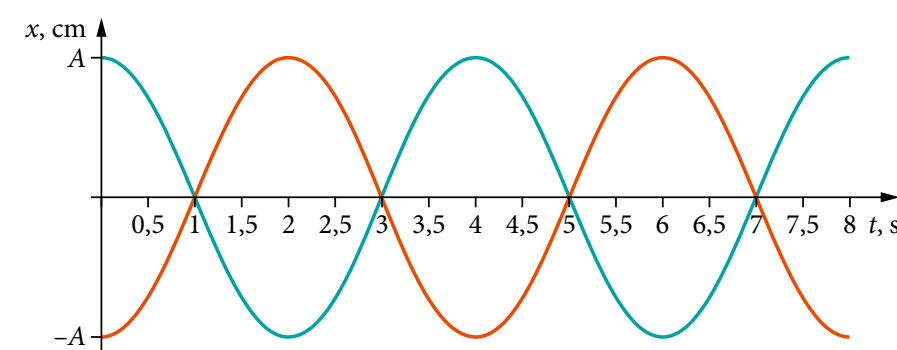
Jeśli jednak drugi ciężarek puścimy pół sekundy później, wykres przedstawiający jego ruch będzie przesunięty – jest to czerwony wykres na rysunku 10.15.



Rys. 10.15. Wykresy ruchów o jednakowym okresie, ale przesuniętych w fazie

Drugi ciężarek powtarza ruch pierwszego, ale z takim opóźnieniem, z jakim został puszczonego: o pół sekundy później osiąga położenie równowagi i skrajne położenia. W takiej sytuacji mówimy, że drgania **ciężarków są przesunięte w fazie**.

Skrajnym przypadkiem takiego przesunięcia jest **ruch w przeciwnej fazie** (inaczej: w przeciwfazie). Polega on na tym, że gdy jeden z ciężarków znajduje się w najniższym położeniu, wtedy drugi ciężarek jest w najwyższym – i na odwrót (rys. 10.16).



Rys. 10.16. Drgania w przeciwfazie

Zauważ, że tym razem zaczęliśmy wykres od maksimum, a nie jak poprzednio od położenia równowagi, ponieważ naszą analizę zaczynamy od chwili, gdy puściliśmy wychylony ciężarek

Poniżej widzisz przykłady ruchu o fazie zgodnej i o fazie przeciwnej.

a)



b)

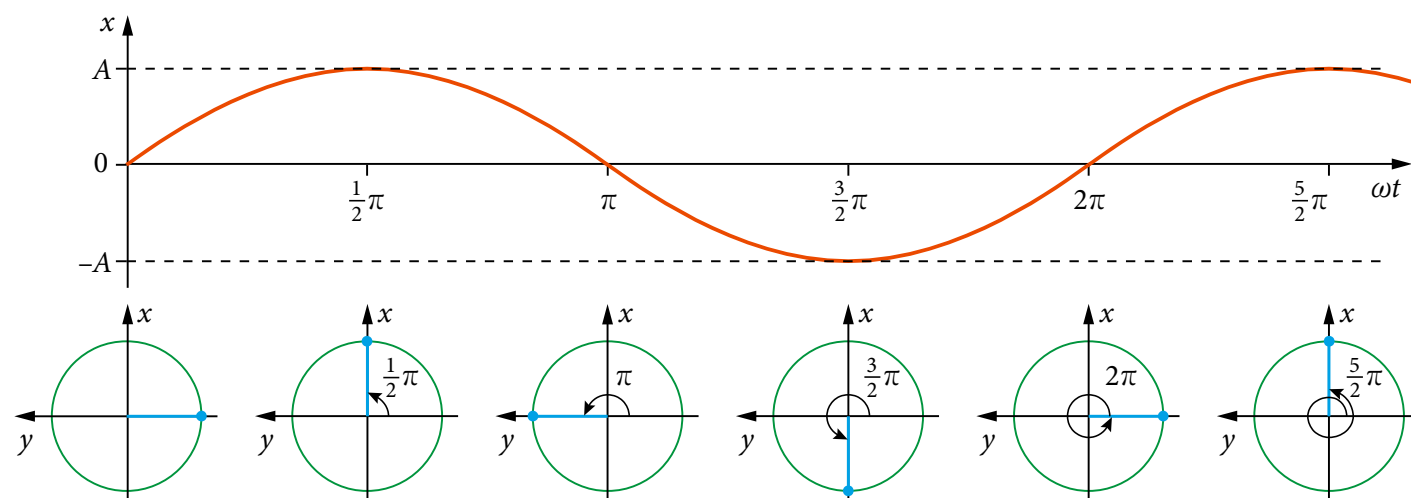


Rys. 10.17. a) czirliderki, które w zgodnej fazie machają pomponami, b) dzieci huśtają się z tą samą częstotliwością, ale w przeciwfazie

Faza jako wielkość fizyczna

Na rysunku 10.18 porównujemy wykres opisujący ruch harmoniczny z rysunkami ruchu po okręgu.

Na osi poziomej tego wykresu zaznaczyliśmy nie czas, ale wielkość $\varphi = \omega t$, zwaną **fazą**. Dzięki temu skala na osi poziomej dotyczy dowolnego ruchu harmonicznego, niezależnie od tego, jaki jest jego okres. Jak widać na rysunku, faza jest równa kątowi, jaki został zatoczony przez punkt na okręgu od początku ruchu.



Rys. 10.18. Ruch punktu po okręgu a zmiany położenia jego rzutu. Układ współrzędnych, w którym narysowaliśmy okrąg, został obrócony tak, aby oś x była ustawiona pionowo, tak jak na wykresie powyżej

Dzięki pojęciu fazy drgań łatwiej jest opisać ruch harmoniczny, zwłaszcza wtedy, gdy rozważamy drgania ogólnie, a nie dla konkretnego okresu. Zamiast mówić: „upłynął czas równy $\frac{1}{6}$ okresu od chwili, gdy ciało poruszające się zgodnie ze zwrotem osi x minęło położenie równowagi”, mówimy krótko: „faza ruchu ciała wynosi $\frac{\pi}{3}$ ”, ponieważ $\frac{\pi}{3}$ to $\frac{1}{6}$ kąta pełnego (2π).

Analogicznie, zamiast mówić: „ruch jednego z ciał jest opóźniony względem ruchu drugiego ciała o $\frac{1}{8}$ okresu drgań”, mówimy: „fazy ruchu ciał różnią się o $\frac{\pi}{4}$ ”, ponieważ:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{8} \cdot 2\pi$$

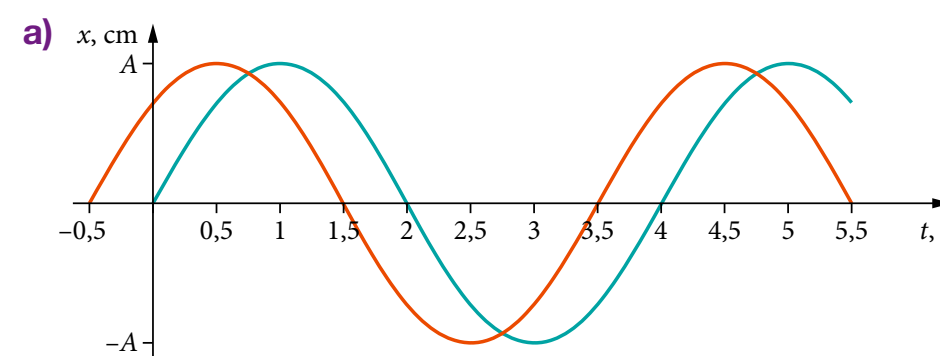
Przesunięcie fazowe

Z równania opisującego położenie ciała w ruchu harmonicznym:

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

oraz z przedstawiającego je wykresu (rys. 10.19) wynika, że powyższe równanie opisuje sytuację, w której czas mierzymy od momentu, gdy drgające ciało przechodziło przez położenie równowagi i poruszało się zgodnie ze zwrotem osi x .

Bywa jednak tak, że wygodniej mierzyć czas od innego momentu (patrz drgania w przeciwfazie rys. 10.16). W takim przypadku **wykres ruchu ciała** jest przesunięty w poziomie (czyli wzdłuż osi czasu) względem **wykresu sporządzonego według równania** $x(t) = A \sin(\omega t)$ (rys. 10.19).



Rys. 10.19. a) wykresy $x(t)$ dla dwóch ciał poruszających się ruchem harmonicznym przesuniętych w fazie o $\frac{1}{8}$ okresu (czyli o $\frac{\pi}{4}$), b) interpretacja tej sytuacji jako ruchu dwóch punktów po okręgu

Jak wiesz z lekcji matematyki, przesunięciu wykresu w poziomie odpowiada dodanie lub odjęcie stałej od argumentu. Tak więc czerwony wykres opisujemy wzorem:

$$x(t) = A \sin(\omega(t + t_0))$$

gdzie t_0 (w naszym wypadku 0,5 s) jest opóźnieniem ciała **zielonego** względem **czerwonego**.

Przekształćmy ten wzór:

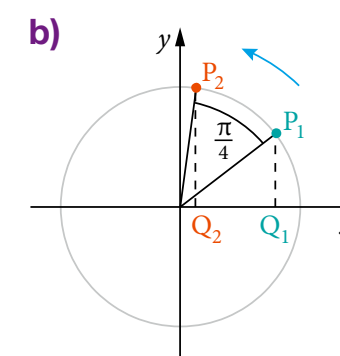
$$x(t) = A \sin(\omega(t + t_0)) = A \sin(\omega t + \omega t_0) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Zauważ, że $\varphi_0 = \omega t_0$ jest fazą ruchu **czerwonego** ciała w chwili $t = 0$ s, co najłatwiej zaobserwować, gdy popatrzymy na jego ruch przed chwilą zerową. Dlatego też tę wielkość nazywamy **fazą początkową** albo **przesunięciem fazowym**.

W tym przypadku fazę definiujemy ogólniej:

$$\text{faza ruchu harmonicznego } \varphi = \omega t + \varphi_0$$

Wzór $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ pozwala opisać ruch harmoniczny niezależnie od tego, w którym momencie zaczęliśmy mierzyć czas.



Na przykład wykres funkcji $f(x-2)$ otrzymamy, gdy przesuniemy wykres funkcji $f(x)$ o 2 jednostki **w prawo**.

Analogicznie zmieniają się wzory na prędkość i przyspieszenie. Otrzymujemy więc:

$$\begin{aligned}x(t) &= A \sin(\omega t + \varphi_0) \\v(t) &= A \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \\a(t) &= -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)\end{aligned}$$

Gdy drgania dwóch ciał są względem siebie przesunięte w fazie, możemy łatwo stwierdzić, ile wynosi to przesunięcie. Wystarczy obliczyć, o ile różni się φ_0 dla jednego ciała od φ_0 dla drugiego ciała.

Na przykład ruch w przeciwfazie odpowiada przesunięciu fazowemu o π .

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Ciężarek o masie 100 g powieszono na sprężynie i wprawiono w ruch. Porusza się on teraz ruchem drgającym z okresem 0,8 s i amplitudą 3 cm. Oblicz:

- z jaką prędkością ciężarek przechodzi przez położenie równowagi,
- jaka siła wypadkowa działa na ciężarek przy maksymalnym wychyleniu.

Dane:

$m = 100 \text{ g}$ – masa ciężarka,
 $T = 0,8 \text{ s}$ – okres drgań,
 $A = 3 \text{ cm}$ – amplituda drgań

Szukane:

$v_{\max}$ – prędkość w położeniu równowagi,
 F_{wyp} – siła wypadkowa w maksymalnym wychyleniu

Rozwiązanie:

Obliczmy najpierw częstość kołową ruchu ciężarka:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Po podstawieniu danych mamy:

$$\omega = \frac{2\pi}{0,8 \text{ s}} \approx 7,85 \frac{1}{\text{s}}$$

- W położeniu równowagi prędkość ciężarka jest maksymalna. Możemy ją obliczyć ze wzoru:

$$v_{\max} = A\omega$$

Wszystkie wielkości już znamy, więc otrzymujemy:

$$v_{\max} = 0,03 \text{ m} \cdot 7,85 \frac{1}{\text{s}} = 0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Przy maksymalnym wychyleniu przyspieszenie ciężarka, a więc również działająca na nie siła wypadkowa są maksymalne. Na podstawie drugiej zasady dynamiki:

$$F_{\text{wyp}} = ma_{\max}$$

➡ Maksymalną wartość przyspieszenia możemy obliczyć ze wzoru:

$$a_{\max} = A\omega^2$$

czyli wzór na maksymalną wartość siły wypadkowej przyjmuje postać:

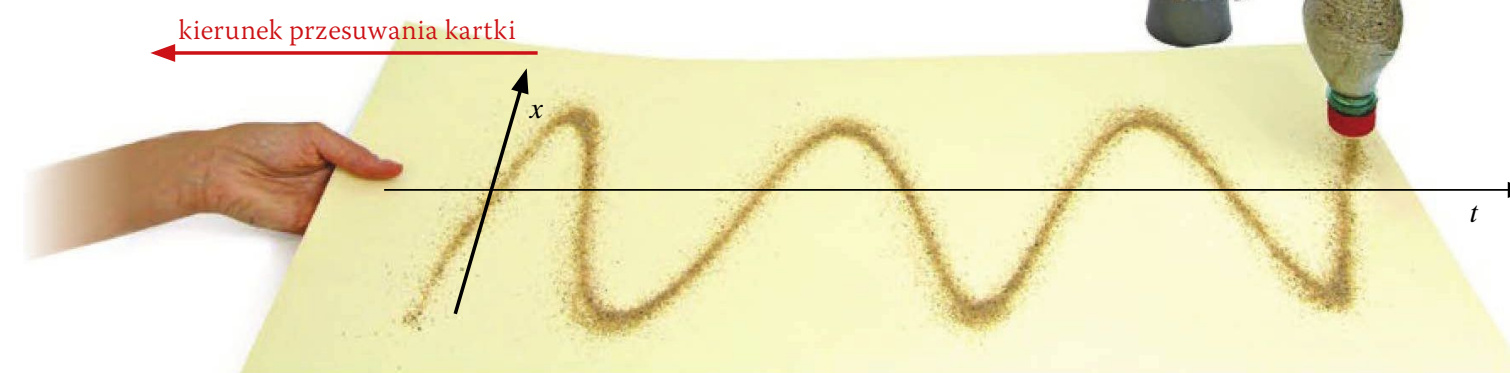
$$F_{\text{wyp}} = ma_{\max} = mA\omega^2$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$F_{\text{wyp}} = 0,1 \text{ kg} \cdot 0,03 \text{ m} \cdot \left(7,85 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = 0,18 \text{ N}$$

Odpowiedź: Przy przechodzeniu przez położenie równowagi ciężarek osiąga prędkość $0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a siła działająca na niego w maksymalnym wychyleniu wynosi 0,18 N.

- P** Boja morska swobodnie unosząca się na wodzie wykonuje pionowe drgania harmoniczne o amplitudzie 40 cm i częstotliwości 0,25 Hz.
 - Oblicz prędkość boi w chwili przejścia przez położenie równowagi.
 - Jaka maksymalna siła wypadkowa działa na boję w czasie drgań, jeżeli masa boi wynosi 45 kg?
- Chłopiec wskoczył na łóżko z materacem sprężynowym. Powierzchnia materaca zaczęła drgać ruchem harmonicznym z częstotliwością $\frac{1}{2} \text{ Hz}$. Oblicz przyspieszenie chłopca na drgającym materacu w chwili, gdy powierzchnia materaca ugina się 4 cm względem położenia równowagi.
- Wykonaj doświadczenie przedstawione na zdjęciu poniżej. Porównaj otrzymany wykres z wykresem funkcji sinus wygenerowanym za pomocą programu komputerowego.



10.4 Wahadło sprężynowe



Ważne w tej lekcji:

- siły działające na ciało na sprężynie,
- okres drgań wahadła sprężynowego,
- wielkości wpływające na ten okres.

Przypomnij sobie:

- Ciężarek zawieszony na sprężynie porusza się ruchem drgającym.
- Aby odkształcić sprężynę, należy działać na nią siłą o wartości proporcjonalnej do pożądanego wydłużenia.
- Pod wpływem siły proporcjonalnej do wychylenia, ale przeciwnie skierowanej, ciało porusza się ruchem harmonicznym.

Siła powodująca ruch ciała – drgania w poziomie

Na początek przeanalizujemy poziomy ruch wózka na sprężynie. Na ten ruch wpływa **tylko** siła sprężystości. Następnie wrócimy do wahadła sprężynowego, czyli ciężarka zawieszonoego na sprężynie (dośw. 22. s. 194), które porusza się pod wpływem siły sprężystości i siły ciężkości. Przypomnijmy, że siła sprężystości nie tylko działa w stronę przeciwną do wychylenia x ciała, lecz także ma wartość wprost proporcjonalną do tego wychylenia. Tę zależność możemy zapisać w postaci:

k – **współczynnik sprężystości**, $[k] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$$F = -kx$$

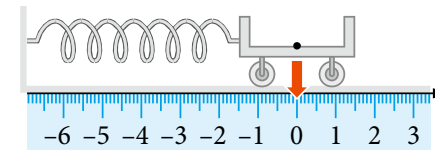
siła sprężystości współczynnik sprężystości
wychylenie ciała

gdzie F jest współrzędną siły, a więc znak minus oznacza zwrot przeciwny do wychylenia. Jak wiemy, ruch ciała pod wpływem siły o tej właściwości jest ruchem harmonicznym.

Drgania w poziomie

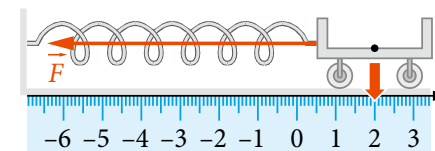
Przeanalizujemy poziomy ruch wózka na sprężynie na podstawie sytuacji przedstawionych na kolejnych rysunkach.

1



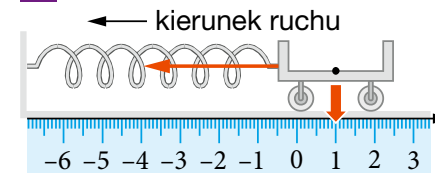
Wózek spoczywa w **położeniu równowagi** ($x = 0$). Wypadkowa działających na niego sił jest równa zero, więc wózek sam się nie poruszy.

2



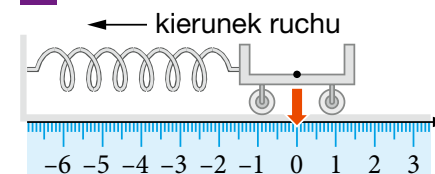
Wózek zostaje przesunięty poza położenie równowagi ($x = 2$) i puszczony. Działająca na niego siła sprężystości powoduje ruch w stronę położenia równowagi.

3



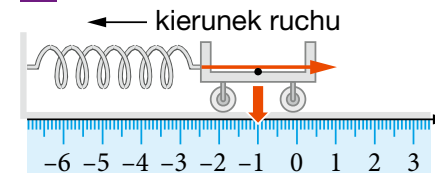
W miarę jak wózek zbliża się do położenia równowagi ($x = 1$), siła sprężystości maleje, ale nadal działa w stronę położenia równowagi.

4



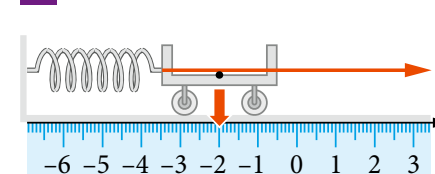
W położeniu równowagi ($x = 0$) wypadkowa sił jest równa zero. Wózek porusza się dalej z powodu swojej bezwładności.

5



Gdy wózek oddala się od położenia równowagi ($x = -1$), sprężyna jest ściskana do długości mniejszej niż zwykle, więc siła sprężystości działa tak, aby ją wyprostować. Zauważ, że ta siła hamuje wózek.

6



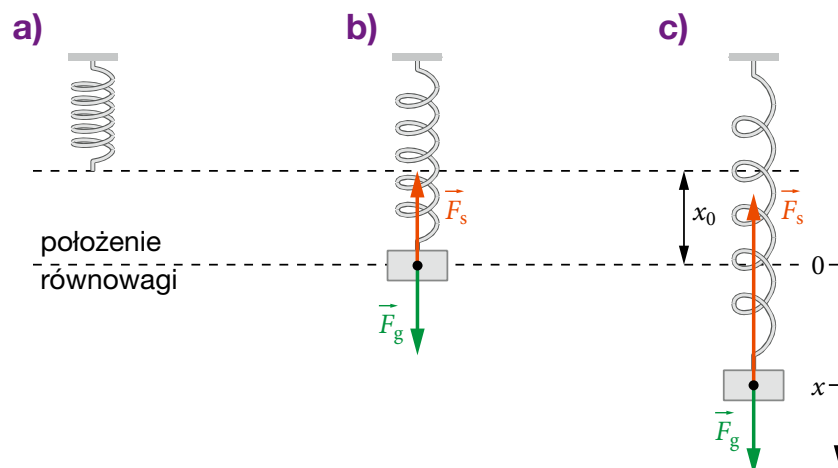
Jeśli pominąć tarcie, wózek zatrzyma się w takiej samej odległości od położenia równowagi, z jakiej został puszczony, tylko że po drugiej stronie ($x = -2$). Od tego momentu wózek zaczyna się poruszać w prawo, aż do położenia z rysunku 2. – wtedy zaczyna się następny cykl drgań.

Siła powodująca ruch ciała – drgania w pionie

Rozważmy teraz ciało zawieszone na sprężynie. W tym przypadku oprócz siły sprężystości trzeba uwzględnić także ciężar ciała.

W położeniu równowagi (rys. 10.20b) sprężyna jest dłuższa niż wtedy, gdy jest nieobciążona (rys. 10.20a), a siła sprężystości $\vec{F}_s$ równoważy ciężar $\vec{F}_g$ zawieszonego ciała:

$$-kx_0 + F_g = 0 \rightarrow F_g = kx_0$$



Rys. 10.20. Siły działające na ciało zawieszone na sprężynie

Gdy ciało wychylimy o x z położenia równowagi (rys. 10.20c), jego ruch będzie spowodowany przez wypadkową $\vec{F}$ tych dwóch sił:

$$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_g$$

Tutaj i wszędzie dalej będziemy dla uproszczenia zakładać, że wychylenie jest na tyle małe, aby sprężyna nigdy nie stawała się krótsza niż wtedy, gdy wisi nieobciążona. W takiej sytuacji siła sprężystości zawsze działa w górę.

W przypadku większości sprężyn w szkolnej pracowni, które będziemy wykorzystywać w doświadczeniach, zwoje nieobciążonej sprężyny przylegają do siebie, więc nawet nie da się jej bardziej skrócić.

Całkowite wydłużenie sprężyny jest równe: $x + x_0$, czyli siła sprężystości wynosi $F_s = -k(x + x_0)$. Ponieważ wektory sił są równoległe, możemy zapisać:

$$F = -k(x + x_0) + F_g = -kx - kx_0 + F_g$$

Wiemy jednak, że $F_g = kx_0$, co oznacza, że:

$$F = -kx - kx_0 + kx_0 = -kx$$

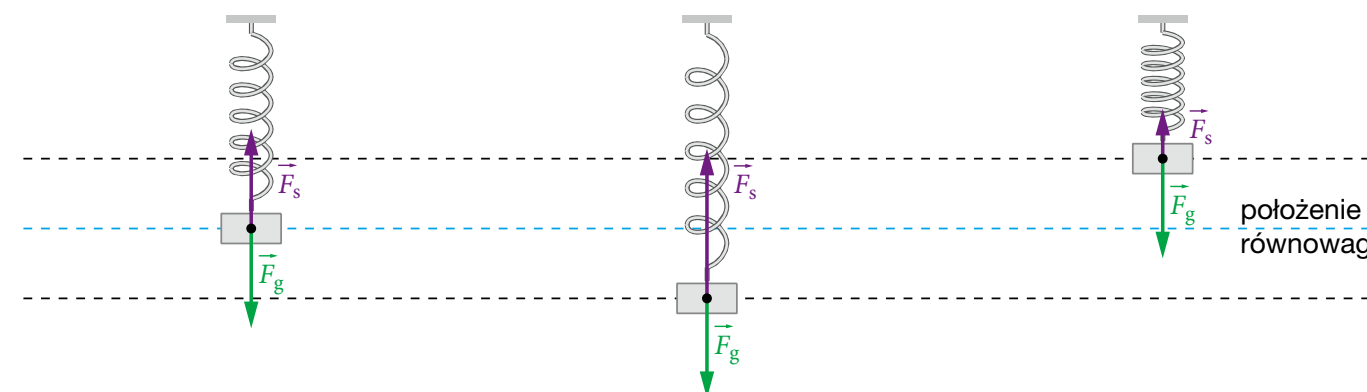
Wzór opisujący siłę działającą na ciało wiszące na sprężynie jest taki sam jak dla ciała na sprężynie drgającego w poziomie.

A skoro także w tym przypadku siła spełnia warunek $F = -kx$, to również wahadło sprężynowe porusza się ruchem harmonicznym.

Siły działające na wahadło sprężynowe

Na ciężarek na sprężynie działają:

- siła ciężkości $\vec{F}_g$ skierowana w dół, o stałej wartości,
- siła sprężystości $\vec{F}_s$ skierowana w górę, o wartości tym większej, im niżej jest ciężarek.

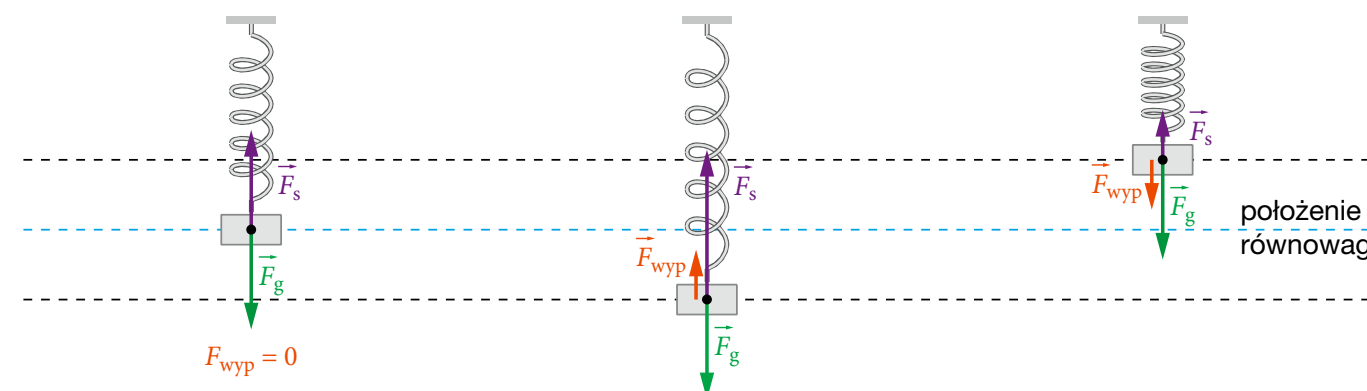


Ich wypadkowa jest tym większa, im dalej od położenia równowagi znajduje się ciężarek. Jeżeli ciężarek znajduje się:

w położeniu równowagi,
to $F_{wyp} = 0$

poniżej położenia
równowagi, to $\vec{F}_{wyp}$ jest
skierowana w górę

powyżej położenia
równowagi, to $\vec{F}_{wyp}$ jest
skierowana w dół



Opis matematyczny a wyniki doświadczenia 22.

Po wykonaniu doświadczenia 22. ze s. 194 dysponujemy danymi dość precyzyjnie opisującymi ruch wahadła sprężynowego. Wiemy już, że to wahadło powinno wykonywać drgania harmoniczne, które umiemy opisać za pomocą odpowiedniego wzoru. Porównajmy więc wyniki pomiarów z tym wzorem.

Przypomnijmy, że otrzymaliśmy: $A = 2,9$ cm, $T = 1,3$ s. W doświadczeniu mierzyliśmy czas nie od momentu, gdy ciężarek przechodził przez położenie równowagi ($x = 0$), ale od chwili o $\frac{T}{4}$ wcześniejszej. Musimy zatem uwzględnić przesunięcie fazowe $\varphi_0 = -\frac{2\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$.

Początkowo amplituda wynosiła 3 cm, ale potem stopniowo malała.

Tabela 10.1. Wyniki doświadczenia 22.

t, s	x zm., cm	x obl., cm
0,00	-3,0	-2,90
0,03	-2,9	-2,86
0,07	-2,8	-2,75
0,10	-2,6	-2,56
0,13	-2,3	-2,31
0,17	-2,0	-2,00
0,20	-1,6	-1,63
0,23	-1,2	-1,22
0,27	-0,7	-0,78
0,30	-0,3	-0,32
0,33	0,2	0,15
0,37	0,6	0,61
0,40	1,0	1,06
0,43	1,4	1,49
0,47	1,8	1,87
0,50	2,1	2,20
0,53	2,4	2,48
0,57	2,6	2,69
0,60	2,7	2,83
0,63	2,8	2,89
0,67	2,7	2,88
0,70	2,5	2,80
0,73	2,3	2,64

Sporządzamy tabelę, w której kolumnach zawieramy odpowiednio:

- w pierwszej – czas t ,
- w drugiej – wychylenie wahadła zmierzone w doświadczeniu,
- w trzeciej – wychylenie wahadła obliczone na podstawie wzoru:

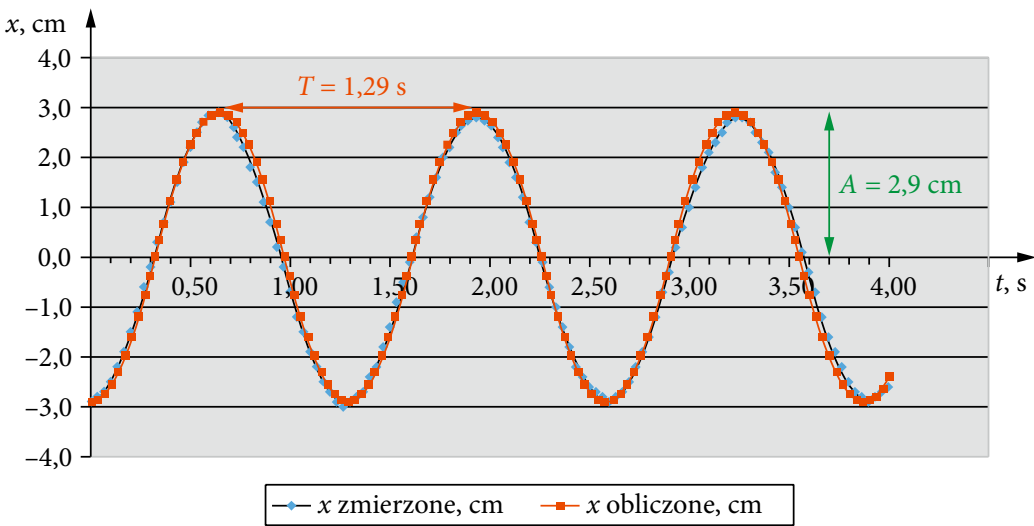
$$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right)$$

czyli w naszym przypadku:

$$x(t) = 2,9 \sin\left(\frac{2\pi}{1,3} \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

gdzie t jest wyrażone w sekundach, x w centymetrach (fragment tej tabeli zamieszczono obok – tabela 10.1).

Na podstawie danych z tabeli tworzymy wykresy zależności wychylenia wahadła od czasu $x(t)$ (rys. 10.21): jeden dla wychylenia zmierzonego w doświadczeniu (wykres niebieski), a drugi dla obliczonego wychylenia (wykres czerwony).



Rys. 10.21. Wykresy zależności wychylenia wahadła od czasu $x(t)$ sporządzone na podstawie danych doświadczalnych (wykres niebieski) oraz wzoru opisującego ruch harmoniczny (wykres czerwony)

Jak widzisz, na wykresie punkty odpowiadające wynikom pomiarów leżą bardzo blisko sinusoidy narysowanej na podstawie wzoru. Zatem opis matematyczny zgadza się bardzo dokładnie z danymi doświadczalnymi.

Badanie okresu drgań wahadła sprężynowego

Amplitudę ruchu ciężarka na sprężynie możemy dobrać, wychylając ciężarek w mniejszym lub większym stopniu. Natomiast okresu drgań nie możemy bezpośrednio wybrać. Od czego on zależy? Zbadamy to w następnym doświadczeniu.

Doświadczenie 25 – obowiązkowe

Badanie okresu drgań wahadła sprężynowego

Doświadczenie jest pracochłonne, więc warto podzielić pomiary pomiędzy kilka osób, np. niech każdy uczeń wykona pomiary dla jednej sprężyny.

1. Zawieś sprężynę na statywie i zmierz jej długość.
2. Zmierz, o ile zmieniła się długość sprężyny dla kilku różnych obciążeń, i na tej podstawie wyznacz jej współczynnik sprężystości.
3. Powieś na sprężynie obciążnik i wyznacz okres jego drgań.

Uwaga. Aby dokładniej wyznaczyć okres, zmierz łączny czas wielu drgań i podziel go przez liczbę okresów.

4. Wykonaj swoje pomiary dla kilku różnych amplitud. Czy okres zależy od amplitudy drgań? A jeśli zależy, to czy ta zależność jest rosnąca czy malejąca?
5. Wykonaj pomiary dla obciążników o kilku różnych masach. Czy okres zależy od masy ciężarka? A jeśli zależy, to czy ta zależność jest rosnąca czy malejąca?
6. Porównajcie wyniki pomiarów dla jednakowych obciążników zawieszonych na sprężynach o różnych współczynnikach sprężystości. Czy okres zależy od stałej sprężystości? A jeśli zależy, to czy ta zależność jest rosnąca czy malejąca?

Przedstawimy teraz wyniki naszego doświadczenia. W podobny sposób przeanalizuj własne rezultaty.

Wyniki doświadczenia

Wyznaczanie współczynnika sprężystości

Współczynnik sprężystości dla każdej ze sprężyn wyznaczamy w sposób opisany w przykładzie na s. 200–201. Dla naszych pomiarów otrzymaliśmy wyniki: $5,4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $17 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $26 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Zależność okresu drgań od amplitudy

Na jednej ze sprężyn (wybraliśmy sprężynę o $k = 17 \frac{\text{N}}{\text{m}}$) zawiesiliśmy obciążnik o masie 50 g. Zmierzyliśmy czas trwania 40 okresów dla amplitud: 0,5 cm, 1 cm, 2 cm, 3 cm. Otrzymaliśmy wyniki: 15 s, 14 s, 14 s, 14 s (tabela 10.2), co oznacza, że w granicach niepewności pomiarowej są one jednakowe. Z tego wynika, że **okres drgań wahadła nie zależy od amplitudy drgań**.

Zależność okresu drgań od masy

Porównaliśmy okres drgań różnych obciążników na sprężynie użytej do poprzedniej części doświadczenia (czyli o współczynniku $k = 17 \frac{\text{N}}{\text{m}}$). Wyniki zebraliśmy w tabeli 10.3.

Jak wynika z tabeli, zależność jest rosnąca, czyli **ze wzrostem masy obciążnika wydłuża się okres jego drgań**.



Tabela 10.2. Wyniki dla pkt 3. i 4. doświadczenia 25.

A, cm	40T, s
0,5	15
1	14
2	14
3	14

Tabela 10.3. Wyniki dla pkt 5. doświadczenia 25.

m, g	T, s
20	0,275
50	0,35
70	0,4
100	0,48
120	0,53

Tabela 10.4. Wyniki dla pkt 6. doświadczenia 25.

$k, \frac{\text{N}}{\text{m}}$	T, s
5,4	0,67
17	0,35
26	0,29

Zależność okresu drgań od współczynnika sprężystości

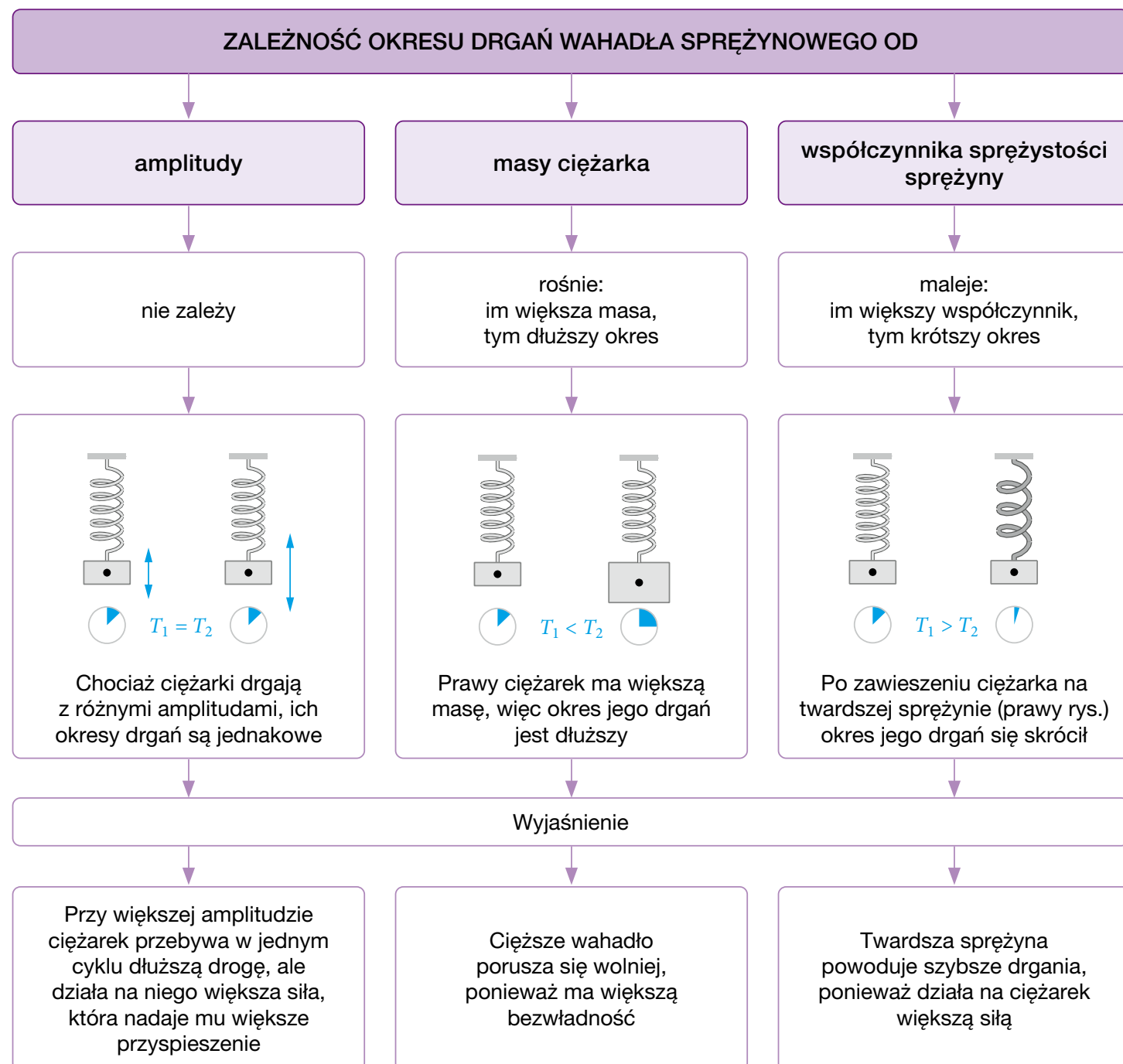
Posługiwaliśmy się trzema sprężynami, których współczynniki sprężystości zebraliśmy w tabeli 10.4. Na każdej sprężynie zawiesiliśmy ten sam ciężarek (o masie 50 g) i zmierzaliśmy okres jego drgań.

Tym razem zależność jest malejąca, czyli dla sprężyn o coraz większych współczynnikach sprężystości okres drgań wahadła się skracał.

Podsumowanie wniosków z doświadczenia

Na diagramie podsumowujemy wnioski z doświadczenia i wyjaśnimy zaobserwowane zależności.

Zauważ, że wtedy, gdy badamy wpływ jednego z czynników na okres drgań wahadła, pozostałe czynniki utrzymujemy niezmiennic.

**Wzór na okres drgań wahadła sprężynowego**

Wyprowadzimy teraz wzór na okres drgań wahadła sprężynowego, który będziemy mogli porównać z wynikami naszego doświadczenia.

W poprzedniej lekcji udowodniliśmy, że siłę powodującą ruch harmoniczny można obliczyć ze wzoru:

$$F = -m\omega^2 x$$

W przypadku wahadła sprężynowego tą siłą jest siła wypadkowa sił grawitacji i sprężystości:

$$F = -kx$$

Po porównaniu tych wzorów widzimy, jak można obliczać częstość kołową drgań:

$$m\omega^2 = k$$

Stąd $\omega^2 = \frac{k}{m}$, a więc:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Jednak prędkość kątową można także obliczyć ze wzoru $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Gdy porównamy te wzory, otrzymamy:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Stąd wynika **wzór na okres drgań wahadła sprężynowego**:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

okres drgań masa ciała współczynnik sprężystości sprężyny

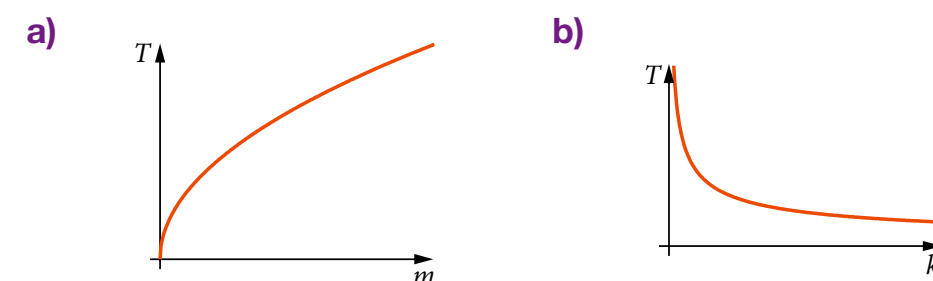
Zauważmy, że zgadza się on z wnioskami z doświadczenia 25.:

- okres nie zależy od amplitudy – we wzorze w ogóle nie występuje amplituda,
- okres rośnie wraz z masą – pierwiastek z masy znajduje się w liczniku ułamka,
- okres maleje ze współczynnikiem sprężystości – pierwiastek z tego współczynnika znajduje się w mianowniku ułamka.

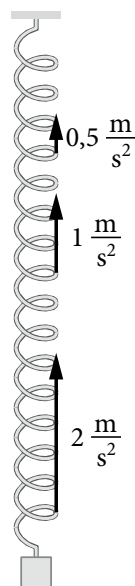
Zauważ, że okres drgań:

- nie jest proporcjonalny do masy, ale do pierwiastka z niej,
- nie jest odwrotnie proporcjonalny do współczynnika sprężystości, ale do pierwiastka z niego.

Te zależności są przedstawione za pomocą wykresów na rysunku 10.22.



Rys. 10.22. Zależność okresu drgań a) od masy obciążnika przy danym k , b) od współczynnika sprężystości przy danym m



Rys. 10.23. Różne zwoje sprężyny poruszają się z różnymi przyspieszeniami

■ Przyjęte przybliżenie

W przyjętym przez nas modelu pominęliśmy fakt, że sama sprężyna też ma masę, a wobec tego część siły sprężystości „marnuje się” na nadanie przyspieszenia poszczególnym zwojom sprężyny. Co gorsza, poszczególne zwoje poruszają się w różny sposób (mają różne przyspieszenia, patrz rys. 10.23).

Dlatego wyprowadzony przez nas wzór odpowiada sytuacji, gdy masa obciążnika jest dużo większa od masy sprężyny.

Niestety w warunkach szkolnych zastosowanie takiego obciążnika mogłoby spowodować zniszczenie sprężyny.

Właśnie dlatego w doświadczeniu obowiązkowym badaliśmy tylko, czy zależność okresu od m i k jest rosnąca czy malejąca, a nie – jaka to dokładnie zależność.

Możesz sprawdzić, że okres T obliczony ze wzoru znacznie się różni od wyznaczonego w doświadczeniu.

Zależność okresu drgań od ułamka $\frac{m}{k}$

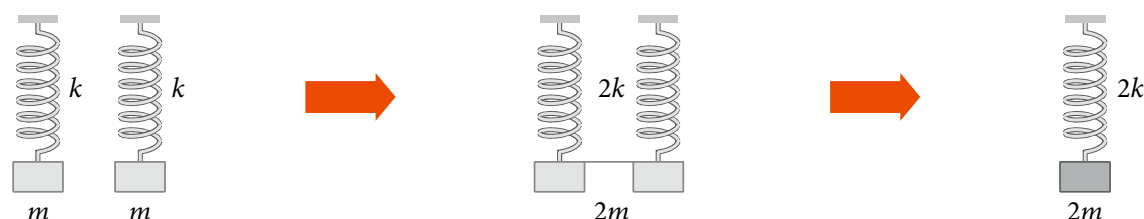
Zwróćmy jeszcze uwagę na jedną własność wzoru opisującego okres drgań wahadła sprężynowego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Okres zależy tylko od ułamka $\frac{m}{k}$. Oznacza to, że jeśli zmienimy obciążnik na dwa razy cięższy: $m \rightarrow 2m$, a sprężynę na dwa razy twardszą, czyli o dwa razy większym współczynniku sprężystości: $k \rightarrow 2k$, to okres drgań się nie zmienia:

$$\frac{2m}{2k} = \frac{m}{k}$$

Fizyczną interpretację tej zależności przedstawiono na poniższym rysunku.



Dwa ciężarki o równych masach m na jednakowych sprężynach o stałej sprężystości k mają taki sam okres drgań, więc możemy je wprowadzić w ruch w taki sposób, aby drgały w zgodnej fazie.

Będzie to łatwiejsze do wykonania, gdy połączymy je lekką listewką, której masę będziemy mogli pominąć.

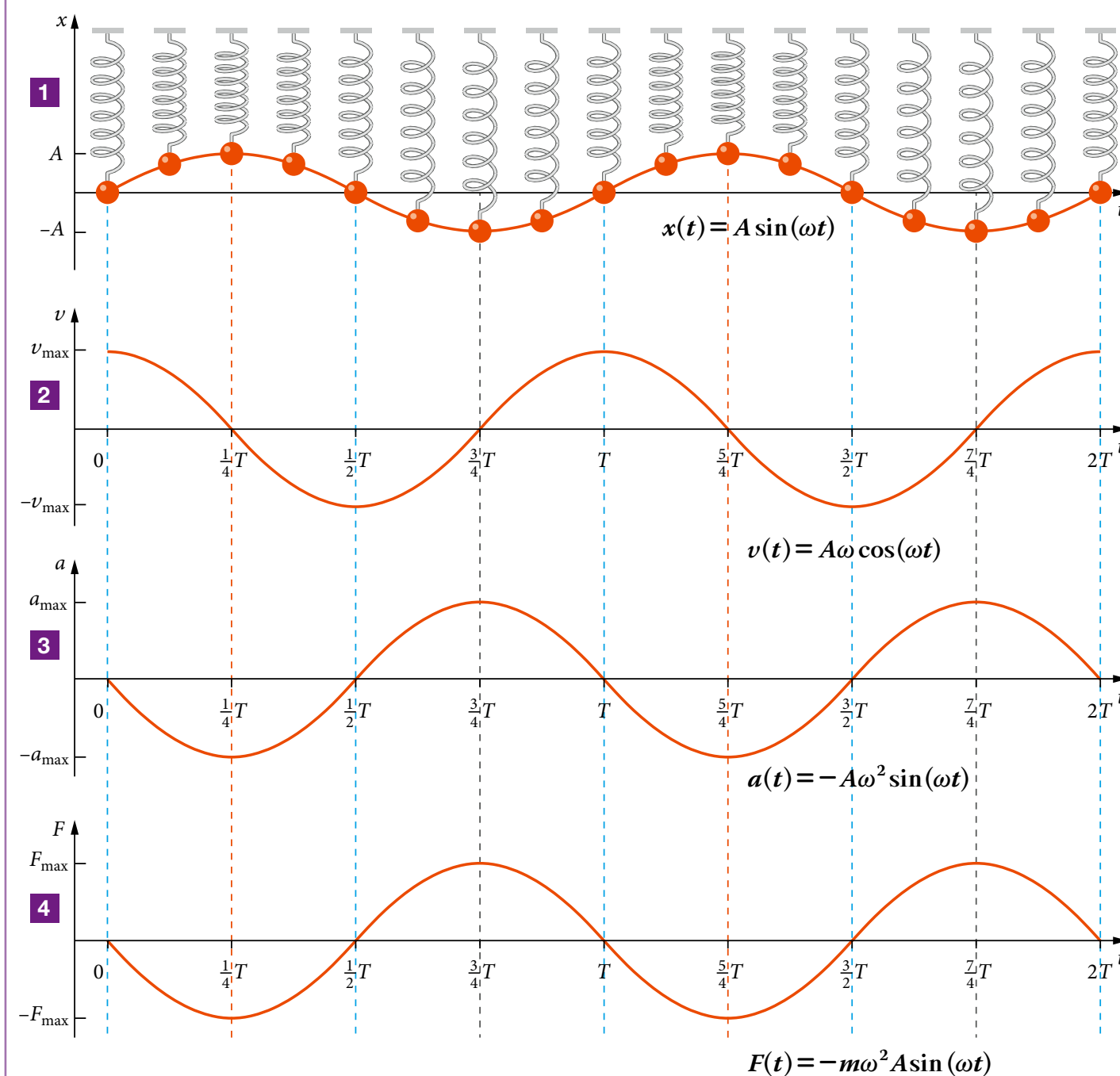
Teraz dwa obciążniki połączone listewką można traktować jako jedno ciało o masie $2m$, a dwie równolegle połączone sprężyny zachowują się tak jak jedna sprężyna o stałej sprężystości $2k$.

Wykresy opisujące ruch harmoniczny obciążnika zawieszonego na sprężynie

Poniżej przedstawiono wykresy: **1** wychyleń, **2** prędkości, **3** przyspieszenia, **4** siły, od czasu w ruchu harmonicznym.

W położeniu równowagi (dla $t = 0, t = \frac{1}{2}T, t = T, t = \frac{3}{2}T, t = 2T$; niebieskie linie pomocnicze) wartość bezwzględna prędkości jest maksymalna. Siła wypadkowa działająca na obciążnik, a co za tym idzie, również jego przyspieszenie – są zerowe.

W chwilach **maksymalnego wychylecia w górę** (dla $t = \frac{1}{4}T, t = \frac{5}{4}T$; czerwone linie pomocnicze) lub **w dół** (dla $t = \frac{3}{4}T, t = \frac{7}{4}T$; czarne linie pomocnicze) prędkość jest równa zero, a siła i przyspieszenie osiągają największą wartość bezwzględną.



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Na sprężynie o współczynniku sprężystości $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ zawieszono ciężarek. Gdy wychylono go o $A = 1 \text{ cm}$ i puszczono, zaczął drgać z częstotliwością $f = 2 \text{ Hz}$.

Oblicz:

- a) masę ciężarka,
- b) maksymalną prędkość jego ruchu,
- c) maksymalną wartość siły sprężystości.

Dane:

$k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ – współczynnik sprężystości,

$A = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$ – amplituda drgań,

$f = 2 \text{ Hz}$ – częstotliwość drgań

Szukane:

m – masa ciężarka,

v_{max} – maksymalna prędkość,

$F_{s \text{ max}}$ – maksymalna wartość siły sprężystości

Rozwiązanie:

- a) Aby obliczyć masę ciężarka, skorzystamy ze wzoru na okres drgań:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Wyznaczamy z niego masę ciężarka:

$$m = \frac{T^2 \cdot k}{4\pi^2}$$

gdzie: $T = \frac{1}{f}$, czyli:

$$m = \frac{k}{4\pi^2 f^2}$$

$$[m] = \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}}}{\frac{1}{\text{s}^2}} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \cancel{\text{m}} \cdot \cancel{\text{s}^2}}{\cancel{\text{m}}} = \text{kg}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$m = \frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{4\pi^2 (2 \text{ Hz})^2} \approx 0,63 \text{ kg}$$

- b) Maksymalna prędkość ciężarka wynosi:

$$v_{\text{max}} = A\omega = \frac{2\pi A}{T}$$

$$v_{\text{max}} = 2\pi A f$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$v_{\text{max}} = 2\pi \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ Hz} \approx 12,6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$



- c) Siła sprężystości jest maksymalna przy maksymalnym wydłużeniu sprężyny. Możemy ją obliczyć dwoma sposobami.

Sposób I.

Najpierw obliczamy maksymalne wydłużenie sprężyny

W położeniu równowagi ciężarek działa na sprężynę siłą ciężkości $F_g = mg$, a sprężyna równoważy ten ciężar siłą sprężystości o wartości $F_s = kx_0$. Wobec tego:

$$mg = kx_0 \rightarrow x_0 = \frac{mg}{k}$$

Maksymalne wydłużenie jest większe od x_0 , a różnica między nimi to amplituda, więc:

$$x_{\text{max}} = x_0 + A = \frac{mg}{k} + A$$

Teraz łatwo obliczymy maksymalną wartość siły sprężystości:

$$F_{s \text{ max}} = kx_{\text{max}} = k\left(\frac{mg}{k} + A\right) = mg + kA$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$F_{s \text{ max}} = 0,63 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,01 \text{ m} = 7,2 \text{ N}$$

Sposób II.

Najpierw obliczamy maksymalną wartość siły wypadkowej

W najniższym położeniu ciężarka siła ciężkości $\vec{F}_g$ i siła sprężystości $\vec{F}_{s \text{ max}}$ mają przeciwne zwroty, więc wartość ich wypadkowej $\vec{F}_{w \text{ max}}$ możemy obliczyć jako:

$$F_{w \text{ max}} = F_{s \text{ max}} - F_g$$

Stąd:

$$F_{s \text{ max}} = F_{w \text{ max}} + F_g$$

Maksymalną siłę wypadkową możemy wyznaczyć z drugiej zasady dynamiki i wzoru na maksymalne przyspieszenie w ruchu harmonicznym:

$$F_{w \text{ max}} = ma_{\text{max}} = mA\omega^2$$

Jak stwierdziliśmy wcześniej, $\omega^2 = \frac{k}{m}$, zatem nasz wzór można przekształcić do postaci:

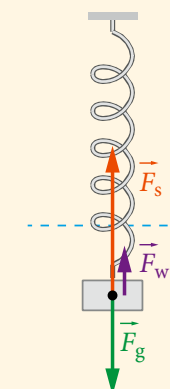
$$F_{w \text{ max}} = mA \frac{k}{m} = kA$$

Wobec tego:

$$F_{s \text{ max}} = kA + mg$$

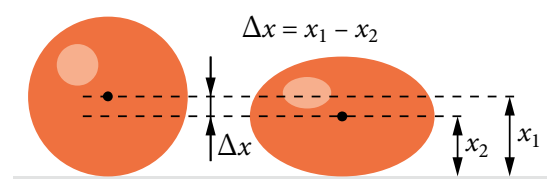
Otrzymaliśmy ten sam wzór co w sposobie I, a więc także wynik liczbowy jest ten sam.

Odpowiedź: Masa ciężarka wynosi 0,63 kg, jego maksymalna prędkość to $12,6 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, a maksymalna wartość siły sprężystości to 7,2 N.



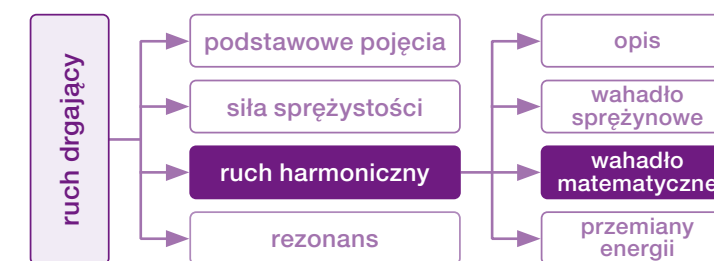
Pytania i zadania

1. Ciężarek powieszony na sprężynie o współczynniku sprężystości $30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ porusza się ruchem drgającym o okresie $0,5 \text{ s}$ i amplitudzie 3 cm . Oblicz masę ciężarka, jego maksymalną prędkość i maksymalne przyspieszenie.
2. Po zawieszeniu obciążnika długość sprężyny zwiększyła się o $0,5 \text{ cm}$. Układ wprowadzono w ruch drgający. Oblicz okres i częstotliwość drgań tego układu.
3. Określ, czy w opisanej sytuacji okres drgań wahadła sprężynowego zmniejszy się, czy zwiększy. Ile razy? A może się nie zmieni?
 - a) Zmniejszamy amplitudę 9 razy.
 - b) Zamieniamy ciężarek na inny, o 9 razy mniejszej masie.
 - c) Zamieniamy sprężynę na inną, o 9 razy mniejszym współczynniku sprężystości.
4. W laboratorium na Ziemi zawieszono na statywie sprężynę o długości 20 cm . Kiedy zawieszono na niej obciążnik, jej długość zwiększyła się do 23 cm . Po wprowadzeniu obciążnika w drgania okazało się, że ich okres wynosi $1,2 \text{ s}$. Jak by się zmieniły wyniki tego doświadczenia (początkowe wydłużenie sprężyny i okres drgań), gdyby wykonać je na Księżycu, gdzie przyciąganie grawitacyjne jest 6 razy mniejsze niż na Ziemi?
5. Kiedy na sprężynie o długości 10 cm zawieszono ciężarek o masie 100 g , długość sprężyny zwiększyła się do $10,5 \text{ cm}$. Następnie ciężarek zamieniono na inny, o masie 200 g . Oblicz:
 - a) współczynnik sprężystości sprężyny,
 - b) długość sprężyny po zamianie ciężarka,
 - c) okres drgań wahadła sprężynowego po zamianie ciężarka,
 - d) maksymalną prędkość drugiego obciążnika w czasie ruchu o amplitudzie 2 cm ,
 - e) maksymalne przyspieszenie drugiego obciążnika w czasie ruchu o amplitudzie 2 cm .
6. Czas odbicia piłeczki kauczukowej od twardego podłoża jest na tyle krótki, że bardzo trudno byłoby go zmierzyć bezpośrednio. Ponieważ jednak siła sprężystości piłeczki jest w dobrym przybliżeniu proporcjonalna do jej odkształcenia Δx (patrz rysunek), zderzenie przebiega jak ruch harmoniczny. Samodzielnie zaplanuj i wykonaj doświadczenie, na podstawie którego oszacujesz czas odbicia piłeczki od twardego podłoża.



10.5

Wahadło matematyczne



Ważne w tej lekcji:

- siły działające na wahadło,
- przybliżenie dla małych drgań,
- okres drgań wahadła,
- wyznaczanie g .

Przypomnij sobie:

- Fizyka zajmuje się analizą zjawisk za pomocą modeli matematycznych.
- Ruch drgający spowodowany działaniem siły proporcjonalnej do wychylenia, ale przeciwnie skierowanej, nazywamy ruchem harmonicznym.
- Położenie ciała w ruchu harmonicznym można opisać za pomocą funkcji sinus.

Wahadło zegara (rys. 10.24), serce dzwonu oraz sam dzwon, a także huśtawka to przykłady wahadeł, które znasz z codziennego życia. Badanie ruchu tych wahadeł może być dość skomplikowane, dlatego zajmiemy się tylko wyidealizowanym modelem – **wahadłem matematycznym**.

Wahadło matematyczne to punkt materialny o masie m zawieszony na nieważkiej, nierozciągliwej nici o długości l .

W definicji wahadła mowa o punkcie materialnym, a więc o ciele pozbawionym wymiarów. W praktyce oznacza to, że wymiary ciała są znacznie mniejsze od długości nici.

Długość wahadła mierzymy zawsze od punktu przymocowania górnego końca nici do środka masy zawieszonego ciała.

Dobrym przybliżeniem wahadła matematycznego jest mały ciężarek zawieszony na długiej nici. Nici nie powinna być rozciągliwa – pozwoli to przyjąć założenie, że jej długość się nie zmienia.



Rys. 10.24. Wahadło zegara porusza się ruchem drgającym

Lepiej użyć bawełnianej nici niż plastikowej żyłki.

Analiza ruchu wahadła matematycznego

Zbadajmy teraz doświadczalnie, od jakich wielkości zależy okres drgań wahadła matematycznego.

Doświadczenie 26 – obowiązkowe

Badanie okresu drgań wahadła matematycznego

- 1. Przygotuj wahadło: przywiąż stalową nakrętkę do bawełnianej nici o długości ponad 1 m, a następnie przymocuj nić tak, aby zwisała swobodnie i mogła się poruszać.
- 2. Wpraw wahadło w drgania o niewielkiej amplitudzie. Wyznacz ich okres. Najlepiej zmierz łączny czas, np. 25 cykli drgań, i podziel wynik przez 25.
- 3. Powtarzaj czynności opisane w punkcie 2., zmieniając kolejno:
 - a) amplitudę (odchylenie od pionu nie powinno przekroczyć 20°),
 - b) masę wahadła,
 - c) długość wahadła.
- 4. Czy okres drgań wahadła w poszczególnych przypadkach się zmienia? Jeżeli tak, to czy zwiększa się czy zmniejsza?

Uwaga. Pamiętaj o niepewności pomiaru.

Analiza wyników doświadczenia

Wykonaliśmy wahadło z nakrętki o masie 28 g zawieszanej na grubej nici. Długość wahadła wynosiła $l = 160$ cm.

Okres a amplituda

Zmierzyliśmy czas 25 wahaniec dla różnych amplitud drgań. Amplitudę mierzyliśmy jako odchylenie wahadła w poziomie, a następnie przeliczyliśmy tę wielkość na stopnie (kąt θ – czyt. theta, rys. 10.25). Na przykład dla amplitudy 10 cm, mamy:

$$\sin \theta = \frac{10}{160} \rightarrow \theta = 3,6^\circ$$

Wyniki pomiarów przedstawia tabela 10.5.

Tabela 10.5. Wyniki pomiaru okresu drgań dla różnych amplitud

Amplituda, cm	Amplituda, °	25T, s	T, s
3	1,1	63	2,52
5	1,8	63	2,52
10	3,6	62	2,48
50	18,2	64	2,56

Niepewność pomiaru 25 okresów wynosiła 1 s, czyli różnice poszczególnych wyników były mniejsze od niepewności pomiarów. Wykazaliśmy więc **niezależność okresu drgań od amplitudy**.

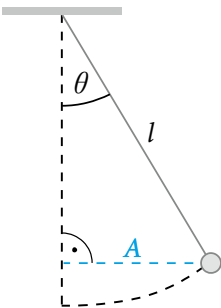
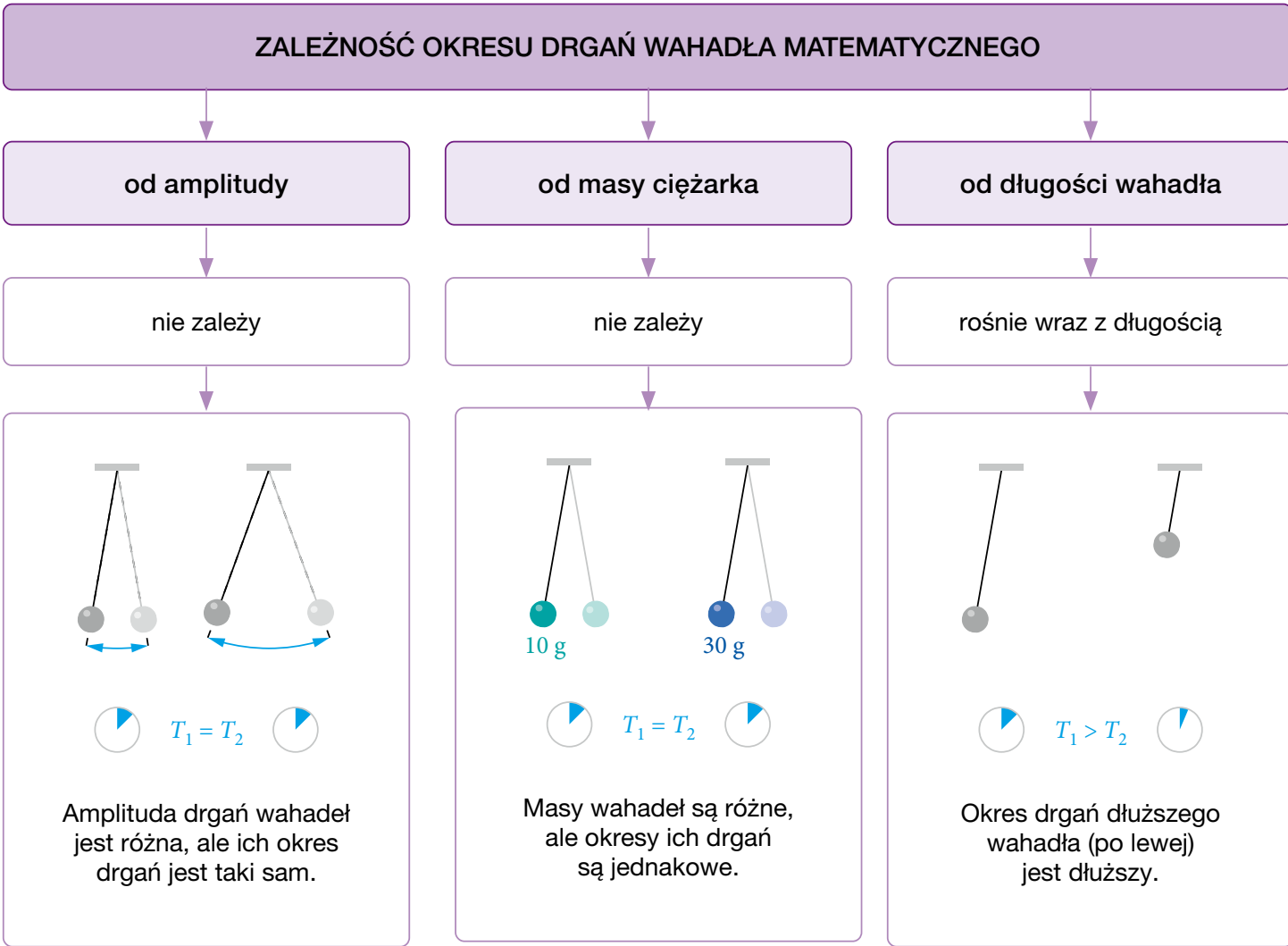
Okres a masa

W drugiej części doświadczenia amplituda była stała – wynosiła 3 cm. Zmieniała się za to masa wahadła. Do kolejnych pomiarów używaliśmy trzech i pięciu nakrętek. Nie wpłynęło to na zmianę okresu. Wykazaliśmy więc **niezależność okresu drgań wahadła matematycznego od masy** – to inny wynik niż dla wahadła sprężynowego (doświadczenie 25.).

Okres a długość wahadła

Do trzeciej części doświadczenia wykonaliśmy wahadło czterokrotnie krótsze, ale o takiej samej masie. Kiedy zmierzaliśmy czas 25 okresów jego drgań, otrzymaliśmy wynik 32 s, więc jeden okres wyniósł ok. 1,28 s. Taki wynik oznacza, że **okres drgań wahadła zależy od jego długości** – dłuższe wahadło ma dłuższy okres drgań. Nie jest to jednak proporcjonalność prosta, ponieważ 4 razy dłuższe wahadło ma okres drgań w przybliżeniu tylko 2 razy dłuższy ($\frac{2,52}{1,28} \approx 2$).

Pod koniec lekcji wrócimy jeszcze do doświadczalnego badania zależności okresu drgań od długości wahadła, ponieważ posłuży nam ona do wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego. Tymczasem podsumujmy opisane zależności na diagramie.



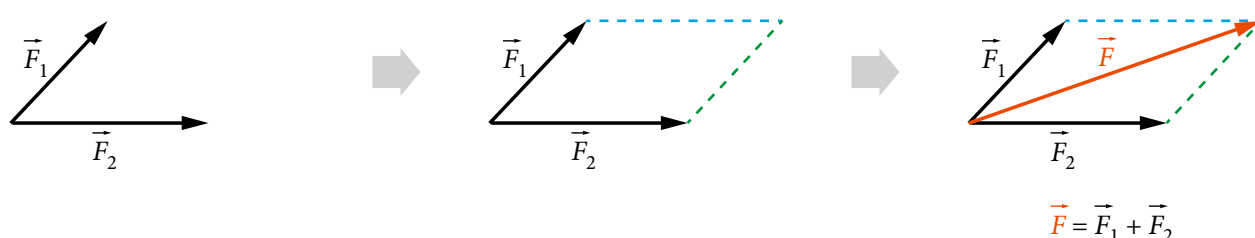
Rys. 10.25. Układ z doświadczenia 26.



Przypomnij sobie

ROZKŁADANIE SIŁY NA SKŁADOWE

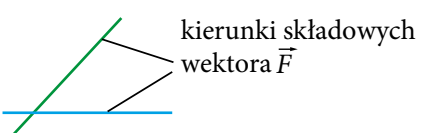
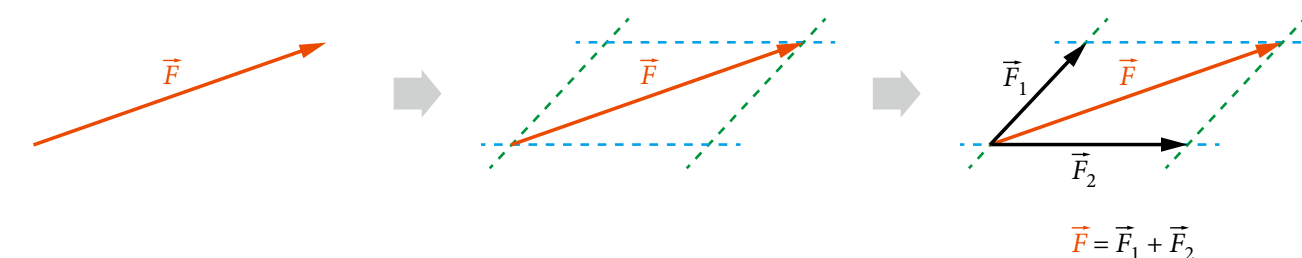
Jeśli znamy kilka sił, a chcemy znaleźć ich sumę (czyli siłę wypadkową), dodajemy wektory sił zgodnie z regułą równoległoboku:



Czasami chcemy postąpić na odwrót – znamy pewną siłę $\vec{F}$, a chcemy ją przedstawić jako sumę dwóch sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$, czyli **rozłożyć ją na składowe** $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ w dwóch nierównoległych kierunkach.

Te kierunki możemy wybrać na nieskończenie wiele sposobów, ale w praktyce chodzi nam o to, aby składowe miały interesujące nas własności.

Oto kolejne etapy rozkładu siły:



Chcemy rozłożyć siłę $\vec{F}$ na składowe równoległe do prostych: zielonej i niebieskiej.

Przez początek i koniec wektora siły $\vec{F}$ prowadzimy proste równoległe do prostych zielonej i niebieskiej. Otrzymujemy równoległobok, w którym $\vec{F}$ jest przekątną.

Teraz wystarczy poprowadzić wektory wzdłuż boków tego równoległoboku. W ten sposób rozłożyliśmy siłę $\vec{F}$ na dwie składowe zgodnie z założonymi kierunkami.

Siły działające na wahadło matematyczne

Aby zrozumieć zależności obserwowane w doświadczeniu 26., przeanalizujemy siły działające na nakrętkę, gdy nić w trakcie ruchu jest odchylona od pionu o kąt θ .

Na nakrętkę działają siły: ciężkości $\vec{F}_g$ i naciągu nici $\vec{F}_N$ (rys. 10.26a). Ich wypadkową $\vec{F}_w$ można rozłożyć na składowe: równoległą do nici $\vec{F}_{w\parallel}$ i prostopadłą do nici $\vec{F}_{w\perp}$ (rys. 10.26b).

- Siła $\vec{F}_{w\parallel}$ jest siłą dośrodkową, zakrzywiającą tor ruchu nakrętki.
- Nas jednak interesuje siła działająca wzdłuż toru, dlatego zajmijmy się składową prostopadłą $\vec{F}_{w\perp}$. Oznaczmy ją dla uproszczenia przez $\vec{F}$.

Zwróć uwagę na to, że $\vec{F}_{w\perp}$ to po prostu składowa wektora $\vec{F}_g$ prostopadła do kierunku nici. Jej wartość obliczamy więc przy użyciu funkcji trygonometrycznych:

$$|F| = F_g \sin \theta = mg \sin \theta$$

Dla małych kątów wyrażonych w radianach można zastosować przybliżenie $\sin \theta \approx \theta$ (patrz dodatek matematyczny 9 → s. 396):

$$|F| \approx mg \theta$$

Przyjmijmy, że przez położenie nakrętki x rozumiemy długość łuku, który przebyła ona od położenia równowagi. Przy wychyleniu w lewą stronę oznaczamy je jako ujemne. Tak określone położenie jest związane z kątem θ (wyrażonym w radianach) prostą zależnością $x = l\theta$. Stąd:

$$F = -mg \frac{x}{l} = -\frac{mg}{l} \cdot x$$

Wzór został poprzedzony znakiem minus, ponieważ wyrażona nim siła jest skierowana w przeciwną stronę niż wychylenie nakrętki. Zatem:

Dla niewielkich kątów ruch wahadła matematycznego jest w dobrym przybliżeniu ruchem harmonicznym.

Okres drgań wahadła matematycznego

Stwierdziliśmy, że na nakrętkę działa siła równa w przybliżeniu:

$$F = -\frac{mg}{l} \cdot x$$

Zgodnie z ogólnym wzorem na siłę w ruchu harmonicznym mamy też:

$$F = -m\omega^2 \cdot x$$

Po porównaniu obu wzorów otrzymujemy: $-\frac{mg}{l} \cdot x = -m\omega^2 \cdot x$. Zatem częstość kołowa wynosi:

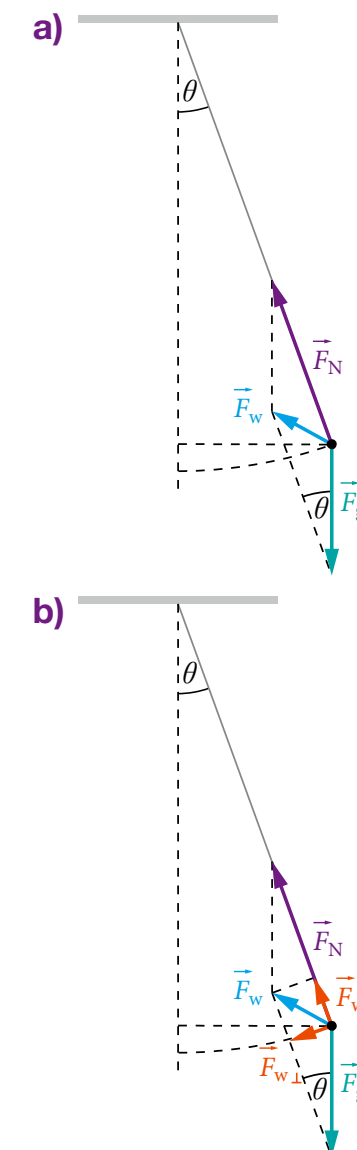
$$\frac{g}{l} = \omega^2 \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Z powyższej zależności oraz wzoru $\omega = \frac{2\pi}{T}$ otrzymujemy:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

okres drgań długość wahadła
przyspieszenie ziemskie

Wyprowadziliśmy wzór na **okres drgań wahadła matematycznego**.



Rys. 10.26. Siły działające na nakrętkę w wahadle matematycznym. Na rysunku b) przedstawiono dodatkowo rozkład $\vec{F}_w$ na składowe

Wzór a wyniki naszego doświadczenia

We wzorze nie występują amplituda ani masa, więc zgodnie z wynikami naszego doświadczenia okres nie zależy od tych wielkości.

Zależność okresu drgań od długości wahadła również zgadza się z wynikami doświadczenia 26. Rzeczywiście: 4 razy dłuższe wahadło ma $\sqrt{4} = 2$ razy dłuższy okres drgań.

Natomiast nie byliśmy w stanie sprawdzić zależności okresu drgań od przyspieszenia ziemskiego, ponieważ nie możemy go zmieniać, przynajmniej podczas doświadczeń w szkolnej pracowni.

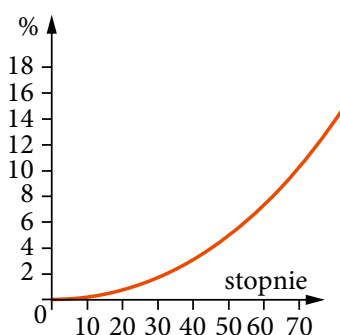
Okres drgań wahadła a amplituda

Pamiętajmy, że niezależność okresu od amplitudy uzasadniliśmy **dla małej amplitudy drgań**, gdy można przyjąć przybliżenie $\sin x \approx x$. Kiedy wychylenia wahadła są na tyle duże, że nie można przyjąć takiego przybliżenia, drgania nie są już harmoniczne, a ich okres zależy od amplitudy. Wykres na rysunku 10.27 przedstawia, o ile procent rzeczywisty okres drgań wahadła jest większy od okresu obliczonego ze wzoru $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Na osi poziomej zaznaczono maksymalny kąt odchylenia wahadła od pionu (w stopniach).

Zauważ, że nawet dla całkiem dużych kątów, takich jak 30° , ta różnica nie przekracza 2%, a w przypadku kątów mniejszych niż 10° jest tak mała, że nie widać jej na wykresie.

Okres drgań wahadła a masa

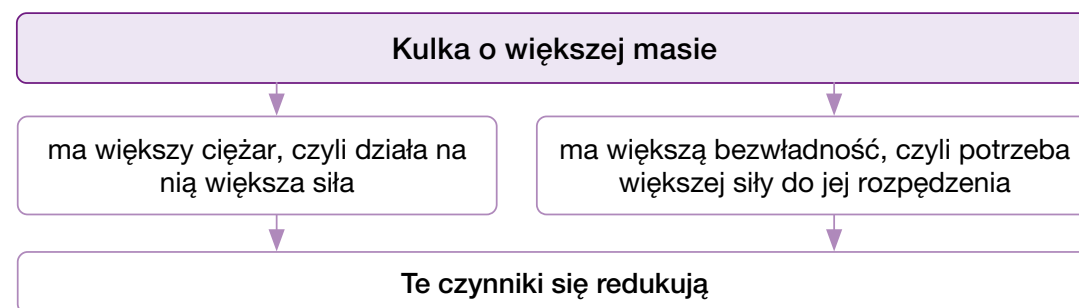
Inaczej jest z faktem, że okres drgań wahadła nie zależy od jego masy. O tej niezależności możemy mówić także w przypadku drgań o dużej amplitudzie. Gdybyśmy w naszym doświadczeniu wyznaczali okresy drgań wahadeł o różnej masie dla dużych wychyleń, to nawet w takim wypadku nie zależałyby one od masy. Dzieje się tak z tego samego powodu, z którego przyspieszenie w spadku swobodnym nie zależy od masy ciała.



Rys. 10.27. Różnica (w procentach) między rzeczywistym okresem drgań wahadła a obliczonym ze wzoru (patrz opis w tekście)

Okres drgań jest **niezależny**:

- ▶ od amplitudy – tylko dla niewielkiego kąta,
- ▶ od masy – zawsze.



Pamiętajmy jednak, że zgodnie z naszymi założeniami masa ciężarka musi być znacznie większa od masy nitki, a także na tyle duża, aby można było pominąć wpływ oporu powietrza.

A to ciekawe

Fakt, że okres drgań wahadła nie zależy od amplitudy, odkrył ok. 1583 r. Galileusz. Obserwował on kołyszący się żyrandol (patrz ilustracja). Zmierzył czas za pomocą własnego pulsu i zauważył, że okres wahań nie zmienia się mimo malejącej amplitudy. Dzięki temu odkryciu w połowie XVII w. holenderski uczyony Christian Huygens (czyt. hojhens) zbudował zegar wahadłowy. Zegar tego typu był najdokładniejszym przyrządem do pomiaru czasu aż do wynalezienia zegara kwarcowego w 1929 r.



Wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego

Przyspieszenie ziemskie można łatwo wyznaczyć za pomocą wahadła matematycznego, ponieważ jego długość i okres wahań da się zmierzyć bardzo dokładnie.

Wzór na okres drgań wahadła matematycznego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

możemy przekształcić do postaci:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Gdy zmierzmy długość wahadła i okres jego drgań, obliczymy przyspieszenie ziemskie.

Długość wahadła można zmierzyć dość dokładnie, a jego okres – wyznaczyć z niewielką niepewnością na podstawie pomiaru kilkunastu okresów drgań.

Dzięki temu przyspieszenie ziemskie wyznaczymy ze znacznie mniejszą niepewnością niż na podstawie pomiaru czasu spadania ciał. Pomiaru dla wielu różnych wahadeł pozwolą jeszcze bardziej zmniejszyć tę niepewność.



Doświadczenie 27 – obowiązkowe

Wyznaczanie wartości przyspieszenia ziemskiego

1. Zawieś masywny obciążnik, np. metalową nakrętkę, na długiej nici (ponad 1,5 m) i przywiąż jej wolny koniec do stabilnego elementu, np. drążka, pod którym wahadło będzie mogło swobodnie się poruszać.
2. Zmierz długość powstałego wahadła. Wpraw wahadło w niewielkie drgania i zmierz ich okres. Najlepiej zmierz łączny czas, np. 40 cykli drgań, a następnie podziel wynik przez 40.
3. Skróć nić i ponownie wykonaj czynności opisane w punkcie 2. Powtórz pomiary dla kilku długości wahadeł.
4. Dla każdej długości nici i odpowiadającego jej okresu wyznacz przyspieszenie ziemskie.
5. Oblicz średnią arytmetyczną tych wyników i jej niepewność.

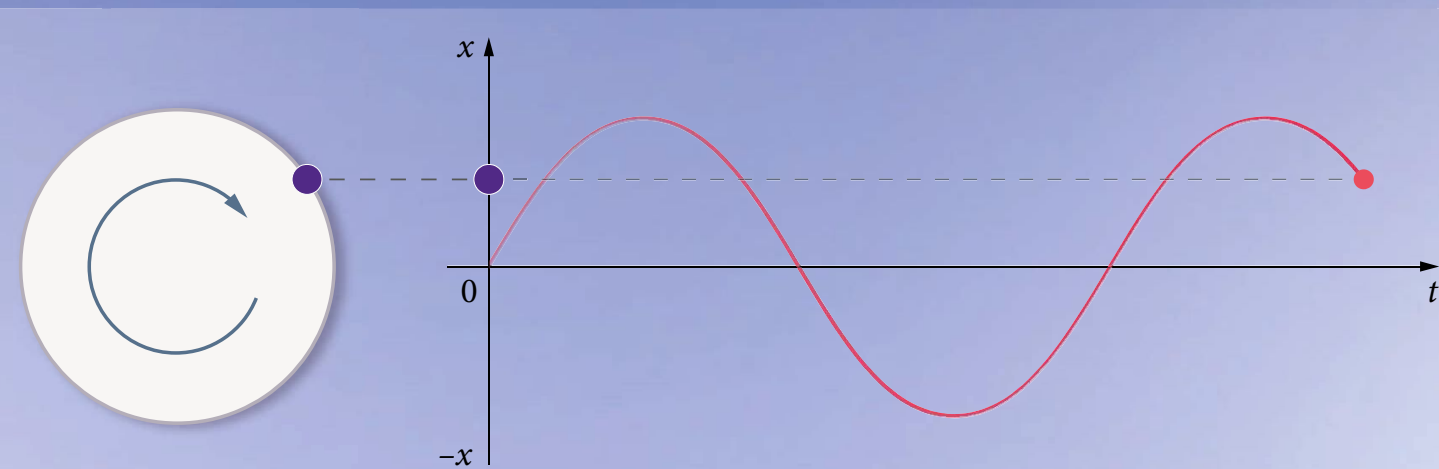
Uwaga. Pomiary są łatwiejsze i dokładniejsze, kiedy wahadło jest dłuższe.



Wykres ruchu harmonicznego a ruch wahadła

Cechą każdego ruchu harmonicznego jest to, że zależność położenia ciała od czasu zmienia się sinusoidalnie. Na ilustracji przedstawiono wykresy dla kilku przykładów takiego ruchu.

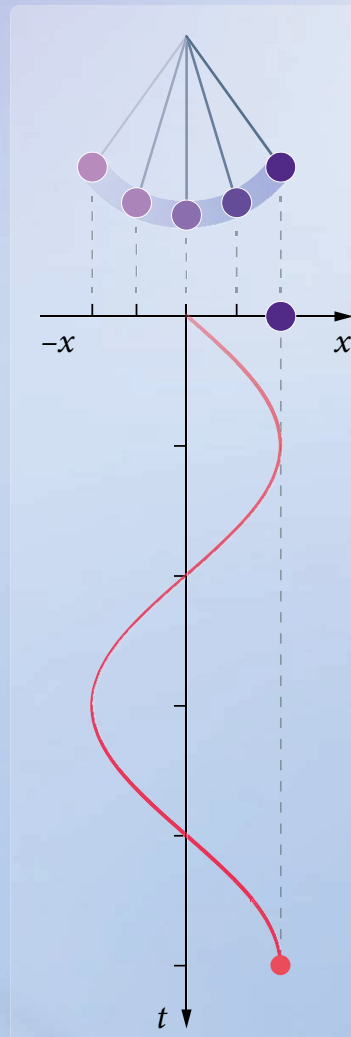
Rzut punktu poruszającego się jednostajnie po okręgu, np. cień kulki zamocowanej do obracającej się tarczy, wykonuje ruch harmoniczny.



Ruchem harmonicznym porusza się ciężarek zamocowany na sprężynie (niezależnie od tego, czy takie wahadło drga w pionie czy w poziomie).



Również ruch wahadła matematycznego przy małych wychyleniach (umownie: do 20°) jest ruchem harmonicznym. W tym przypadku śledzimy wychylenie rzutu wahadła na oś poziomą.



Analiza wyników i niepewności pomiarowych

Zbudowaliśmy osiem wahadeł. Ich długości i okresy zapisaliśmy w tabeli 10.6. Na podstawie wzoru:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

wyprowadzonego na s. 231 obliczyliśmy g dla każdego pomiaru l i T . Wyniki zamieściliśmy w kolejnej kolumnie tabeli 10.6.

Średnia wartości g obliczonych dla kolejnych pomiarów wynosi $9,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Skrajne wyniki to: $9,71 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ oraz $10,07 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Każdy z nich różni się od wartości średniej o $0,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ta różnica to **niepewność maksymalna pojedynczego pomiaru**.

Aby obliczyć **niepewność maksymalną średniej**, dzielimy niepewność maksymalną pojedynczego pomiaru przez pierwiastek z liczby pomiarów:

$$\Delta g = \frac{0,18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\sqrt{8}} = 0,064 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Po zaokrągleniu możemy więc zapisać nasz wynik w postaci:

$$g = 9,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \pm 0,07 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Jest to mniej więcej 1% więcej niż znana ci wartość tablicowa. Dolna granica przedziału wynikającego z naszych obliczeń ($9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) jest od niej zaledwie o 0,1% większa. Ta niewielka różnica może wynikać z przyjętej przez nas przybliżonej metody opracowania danych.

W dokładniejszych obliczeniach powinniśmy obliczyć niepewność g dla każdego z wyników z osobna. Okazałoby się, że są one obarczone różnymi niepewnościami, a w tej sytuacji obliczanie średniej arytmetycznej jest metodą tylko przybliżoną.

Tabela 10.6. Pomiary i obliczenia dla doświadczenia 27.

l, m	T, s	$g, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
0,400	1,275	9,71
0,600	1,550	9,86
0,750	1,725	9,95
0,910	1,900	9,95
1,000	2,000	9,87
1,210	2,200	9,87
1,420	2,360	10,07
1,690	2,600	9,87

Niepewność maksymalna średniej, podręcznik cz. 1 → s. 32

Niepewność zawsze zaokrąglamy w górę.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Wahadło matematyczne ma długość 4 m. Amplituda jego drgań wynosi 10 cm.

a) Jaka jest maksymalna prędkość kulki wahadła? W jakim położeniu wahadło osiąga tę prędkość?

b) Jakie jest wtedy przyspieszenie wahadła?

Odpowiedzi podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

Dane:

$l = 4 \text{ m}$ – długość wahadła,
 $A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ – amplituda drgań

Szukane:

v_{max} – maksymalna prędkość,
 a – przyspieszenie w chwili, kiedy prędkość wynosi v_{max}

Rozwiązanie:

a) Sposób I (z zasady zachowania energii)

Największą energię kinetyczną, a więc także największą prędkość wahadło osiąga w najniższym punkcie toru, ponieważ wtedy jego energia potencjalna jest najmniejsza.

Dla długości wahadła l amplituda A oznacza długość łuku, jaką przebył ciężarek od położenia równowagi do maksymalnego wychylenia. Wobec tego kąt φ mierzony w radianach ma miarę:

$$\varphi = \frac{A}{l} = \frac{0,1 \text{ m}}{4 \text{ m}} = 0,025$$

Jak widać z rysunku:

$$h = l - l \cos \varphi = l(1 - \cos 0,025) = 0,00125 \text{ m}$$

Energia potencjalna na wysokości h zamienia się w energię kinetyczną w najniższym punkcie, a więc:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \rightarrow v_{\max}^2 = 2gh$$

$$v_{\max} = \sqrt{2gh} \approx 0,1566 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15,66 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Sposób II (z równań ruchu harmonicznego)

Z równań ruchu harmonicznego wiemy, że:

$$v_{\max} = A\omega$$

Obliczmy więc częstość kołową wahadła:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \approx 1,566 \frac{1}{\text{s}}$$

Stąd szukana prędkość:

$$v_{\max} = 0,1 \text{ m} \cdot 1,566 \frac{1}{\text{s}} = 0,1566 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15,66 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Jak zawsze w ruchu harmonicznym tę prędkość wahadło osiąga w położeniu równowagi.

Położenie równowagi wahadła matematycznego to najniższy punkt toru.

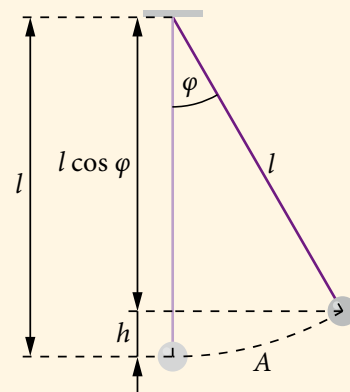
Ponieważ odpowiedź należało podać z dokładnością do trzech cyfr znaczących, musimy ją odpowiednio zaokrąglić:

$$v_{\max} = 0,157 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15,7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

b) W położeniu równowagi na kulkę nie działa żadna siła **w kierunku ruchu**, czyli wzdłuż stycznej do toru. Jednak kulka porusza się po okręgu o promieniu długości 4 m z obliczoną właśnie prędkością $v_{\max} = 0,1566 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, więc ma przyspieszenie dośrodkowe:

$$a = \frac{v_{\max}^2}{l} = 0,00613 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 6,13 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Maksymalną prędkość wahadło osiąga w najniższym położeniu i wynosi ona $15,7 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Wahadło ma wtedy przyspieszenie $6,13 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$.



Dla kątów w stopniach możesz skorzystać z proporcji:
 $\frac{\varphi}{360^\circ} = \frac{A}{2\pi l}$

Można też najpierw obliczyć okres drgań, a stąd częstość kołową.

Nie myl cyfr znaczących z cyframi po przecinku! → cz. 1 podręcznika, s. 292

1. Zgodnie z pierwszą definicją metra, sformułowaną w XVII w., 1 metr to długość wahadła, którego połowa okresu wynosi 1 s (a więc okres wynosi 2 s). W późniejszych latach ta definicja była wielokrotnie zmieniana, dlatego dzisiejszy metr różni się nieco od metra z pierwszej definicji.

a) Oblicz długość wahadła, którego okres wynosi 2 s. Odpowiedź podaj z dokładnością do 1 mm.

b) O ile procent twój wynik różni się od 1 m?

2. Wahadło matematyczne o pewnej długości wykonuje na Ziemi drgania, których okres wynosi 3 s. Oblicz, ile wynosiłby okres drgań takiego samego wahadła umieszczonego na Marsie. Przyjmij do obliczeń wartość przyspieszenia grawitacyjnego na Ziemi $g_Z = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a na Marsie $g_M = 3,70 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

3. **P** Jaka jest maksymalna prędkość wahadła matematycznego o okresie 3 s i amplitudzie 2 cm? Jakie jest przyspieszenie wahadła w chwili, gdy wahadło osiąga tę prędkość?

4. Wahadło matematyczne wykonano, wieszając ciężarek na długim, cienkim stalowym drucie. Jak zmieni się okres drgań, kiedy wzrośnie temperatura otoczenia?

5. **P** Wykaż doświadczalnie, że ruch wahadła matematycznego jest ruchem harmonicznym. W tym celu:

a) Wykonaj wahadło. Zawieś obciążnik na nici długości ok. 1 m.

b) Ustaw kamerę tak, aby filmować ruch wahadła, a następnie ją włącz.

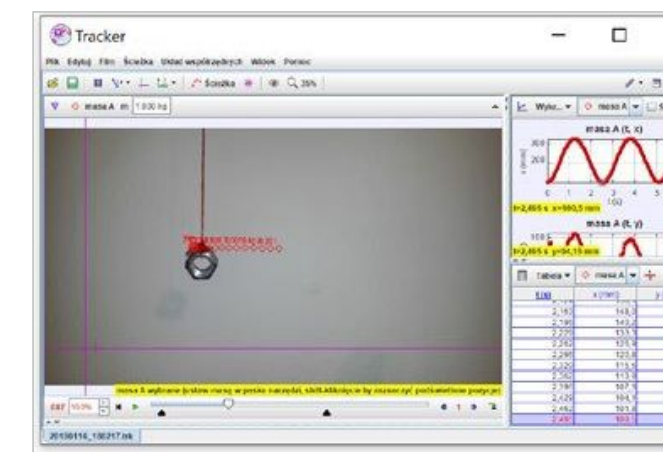
c) Wpraw wahadło w ruch.

d) Przeanalizuj ruch wahadła w programie Tracker.

e) Przenieś dane z programu Tracker do arkusza kalkulacyjnego. Sporządź w tym samym układzie współrzędnych wykresy $x(t)$ i $y(t)$ dla twoich danych. Odczytaj z nich amplitudę i okres drgań wahadła. Następnie sporządź wykres sinusoidy

z taką amplitudą i okresem i porównaj ją z wykresem $x(t)$.

f) W bardziej zaawansowanej wersji możesz dla każdego położenia obliczyć miarę kąta, o jaki wahadło było odchylone od pionu, i dopiero wykres tego kąta porównać z odpowiednio sporządzoną sinusoidą.



6. Uczeń chciał wykonać doświadczenie obowiązujące ze s. 226. Podobnie jak w naszym opisie, najpierw zmierzył okres dla wahadła wykonanego ze stalowej nakrętki zawieszanej na nici. Następnie przywiązał do tej nakrętki cztery kolejne (jak na zdjęciu). Okazało się, że okres drgań wahadła się zmienił.



a) Jaki błąd popełnił ten uczeń, gdy planował swoje doświadczenie?

b) Czy okres jego wahadła zwiększył się, czy zmniejszył po dociążeniu nakrętek?

7*. Wahadło matematyczne o masie m odchylono o kąt $\theta_{\max}$ i puszczono. Wyprowadź wzór opisujący zależność naciągu nici dla tego wahadła od chwilowego kąta wychylenia θ .

10.6

Energia w ruchu harmonicznym



Ważne w tej lekcji:

- energia potencjalna sprężystości,
- przemiany energii w ruchu harmonicznym,
- zależność energii od amplitudy.

Przypomnij sobie:

- Energia potencjalna grawitacji punktu materialnego o masie m znajdującego się na wysokości h nad poziomem przyjętym umownie za zerowy jest wyrażona wzorem $E_{pg} = mgh$.
- Energia kinetyczna punktu materialnego o masie m poruszającego się z prędkością v jest wyrażona wzorem $E_k = \frac{1}{2}mv^2$.

Drganiom harmonicznym towarzyszą przemiany energii. Omówimy je na trzech przykładach: ciała na sprężynie poruszającego się w poziomie, obciążnika na sprężynie poruszającego się w pionie oraz wahadła matematycznego.

Najpierw jednak przyjrzymy się dokładniej pojęciu energii potencjalnej sprężystości, o którym tylko wspomnieliśmy w cz. 1 podręcznika.

■ Energia potencjalna sprężystości

Kiedy rozciągamy sprężynę, wykonujemy pewną pracę. Potem rozciągnięta sprężyna, kurcząc się, także może wykonać taką samą pracę. To oznacza, że w sprężynie jest zgromadzona energia równa pracy wykonanej przy rozciąganiu. Tę formę energii nazywamy **energiami potencjalną sprężystości (E_{ps})**.

Zgodnie z prawem Hooke'a siła powodująca rozciąganie sprężyny rośnie w miarę rozciągania, więc nie możemy skorzystać bezpośrednio ze wzoru $W = Fs$. Możemy jednak wyznaczyć pracę jako pole pod wykresem

zależności siły od położenia (patrz rys. 10.28, punkt o współrzędnej 0 na osi x odpowiada początkowi rozciągania). Korzystamy ze wzoru na pole trójkąta:

$$W = \frac{1}{2}x \cdot kx = \frac{1}{2}kx^2$$

A ponieważ energia potencjalna sprężystości jest równa tej pracy, zapisujemy wzór:

$$E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$$

energia potencjalna sprężystości współczynnik sprężystości wydłużenie

Wynika z niego, że energia potencjalna sprężystości jest wprost proporcjonalna do kwadratu odkształcenia. Oznacza to na przykład, że 3 razy większemu odkształceniu odpowiada aż 9 razy większa energia.

Dzieje się tak dlatego, że większe odkształcenie wpływa na wykonaną pracę podwójnie: większa jest zarówno droga pokonywana przy rozciąganiu sprężyny, jak i średnia siła, jaką trzeba działać.

■ Ciało na sprężynie – ruch w poziomie

Przykładem ruchu harmonicznego jest ruch drgający wagonika na sprężynie odbywający się w poziomie (rys. 10.29). W tym ruchu mamy do czynienia z dwiema formami energii: energią potencjalną sprężystości oraz energią kinetyczną. Pomijamy opory ruchu.

Obliczmy wartości tych energii w chwili t , w której wychylenie wagonika wynosi x , przy czym $x = A \sin(\omega t)$.

• Energia potencjalna sprężystości

Aby ją wyznaczyć, do wzoru $E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$ podstawiamy wzór na położenie ciała w ruchu harmonicznym $x = A \sin \omega t$:

$$E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A \sin \omega t)^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2 \omega t$$

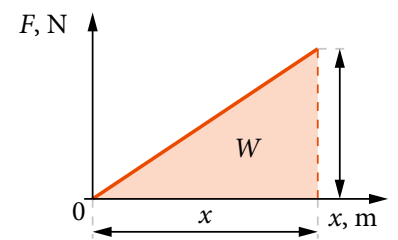
• Energia kinetyczna

Aby ją wyznaczyć, do wzoru $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ podstawiamy wzór na prędkość ciała w ruchu harmonicznym $v = A\omega \cos \omega t$:

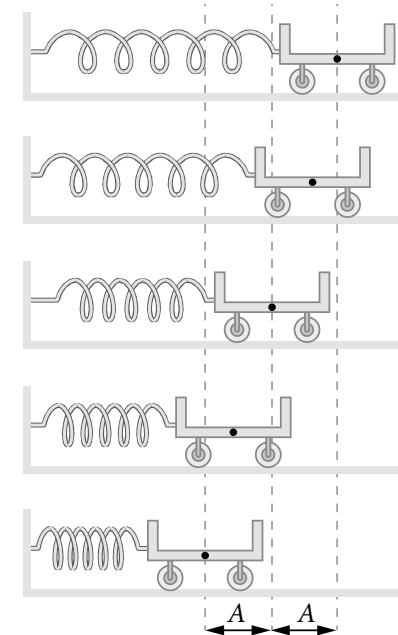
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(A\omega \cos \omega t)^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \cos^2 \omega t$$

Przekształcamy go tak, aby bardziej przypominał wzór na E_{ps} . Wiemy, że $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, więc $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Otrzymujemy:

$$E_k = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2}mA^2 \frac{k}{m} \cos^2 \omega t = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2 \omega t$$



Rys. 10.28. Praca jako pole pod wykresem $F(x)$



Rys. 10.29. Podczas ruchu w poziomie wagonika na sprężynie zachodzi przemiana energii kinetycznej w energię potencjalną sprężystości i z powrotem

Wzory na położenie i prędkość w ruchu harmonicznym → s. 205–206

• Całkowita energia mechaniczna

Kiedy dodamy do siebie energię potencjalną sprężystości i energię kinetyczną, okaże się, że możemy znacznie uprościć otrzymany wzór.

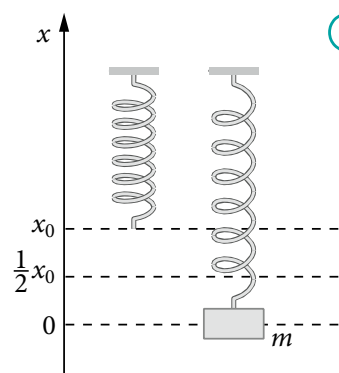
$$\begin{aligned} E_c &= E_{ps} + E_k = \frac{1}{2}kA^2\sin^2\omega t + \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega t = \\ &= \frac{1}{2}kA^2(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t) = \frac{1}{2}kA^2 \cdot 1 = \frac{1}{2}kA^2 \end{aligned}$$

A więc otrzymujemy ostatecznie:

$$E_c = \frac{1}{2}kA^2$$

Teraz nie tylko wiemy, że w ruchu bez oporów zachowana jest całkowita energia mechaniczna (ze wzoru zniknął czas), lecz także umiemy ją obliczyć.

Jedynka trygonometryczna: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ dla dowolnego α , a więc także dla $\alpha = \omega t$.



Rys. 10.30. Położenie równowagi obciążonej sprężyny znajduje się niżej niż w przypadku sprężyny bez obciążenia

Zakładamy, że amplituda drgań jest mniejsza od x_0 , a więc $x_0 - x > 0$.

E_{pg} jest ujemna, gdy $x < \frac{1}{2}x_0$.

Skorzystaliśmy ze wzoru skróconego mnożenia: $(x_0 - x)^2 = x_0^2 - 2xx_0 + x^2$.

F ■ Energia obciążnika na sprężynie – ruch w pionie

Podczas ruchu w pionie obciążnika wiszącego na sprężynie przemianom ulegają trzy formy energii: energia kinetyczna, energia potencjalna grawitacji oraz energia potencjalna sprężystości.

Ponieważ obciążnik porusza się w pionie, jego położenie będziemy określać jako współrzędną na pionowej osi x skierowanej w górę. Punkt zerowy znajduje się w położeniu równowagi obciążnika (rys. 10.30). Oznaczmy położenie końca nieobciążonej sprężyny symbolem x_0 . Ponieważ obciążnik o masie m (a więc o ciężarze mg) powoduje rozciągnięcie sprężyny o x_0 , możemy zapisać:

$$kx_0 = mg$$

Gdy obciążnik znajdzie się w punkcie o współrzędnej x , zmiana długości sprężyny będzie wynosić $x_0 - x$, a więc energia potencjalna sprężystości osiągnie wartość:

$$E_{ps} = \frac{1}{2}k(x_0 - x)^2$$

Aby zapisać wzór na energię potencjalną grawitacji, musimy wybrać poziom, względem którego ją obliczamy. W celu ułatwienia sobie dalszych rachunków przyjmijmy, że poziom odniesienia jest równy $\frac{1}{2}x_0$. Wobec tego energia potencjalna grawitacji obciążnika wynosi:

$$E_{pg} = mg(x - \frac{1}{2}x_0) = kx_0(x - \frac{1}{2}x_0)$$

Opis przemian energii staje się prostszy, gdy weźmiemy pod uwagę łączną energię potencjalną sprężystości i grawitacji:

$$E_p = E_{ps} + E_{pg}$$

Po dodaniu wzorów na E_{ps} i E_{pg} oraz uproszczeniu otrzymamy wyrażenie:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

które ma postać identyczną jak wzór na E_{ps} dla ruchu obciążnika w poziomie. Po podstawieniu zależności $x(t) = A\sin(\omega t)$ otrzymujemy więc takie samo wyrażenie jak poprzednio:

$$E_p = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t)$$

Ponieważ zależność $v(t)$ jest taka sama zarówno dla ruchu w pionie, jak i w poziomie, również energia kinetyczna zmienia się w czasie w ten sam sposób:

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)$$

Wzór na energię całkowitą zyska tę samą postać co poprzednio:

$$E_c = \frac{1}{2}kA^2$$

■ Wahadło matematyczne

Podczas ruchu wahadła przemianom ulegają energia kinetyczna i energia potencjalna grawitacji (patrz ramka poniżej).

• Energia kinetyczna

Aby wyznaczyć energię kinetyczną, postępujemy podobnie jak w przypadku wahadła sprężynowego.

Do wzoru $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ podstawiamy wzór na prędkość ciała w ruchu harmonicznym $v = A\omega \cos\omega t$:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(A\omega \cos\omega t)^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2\omega t$$

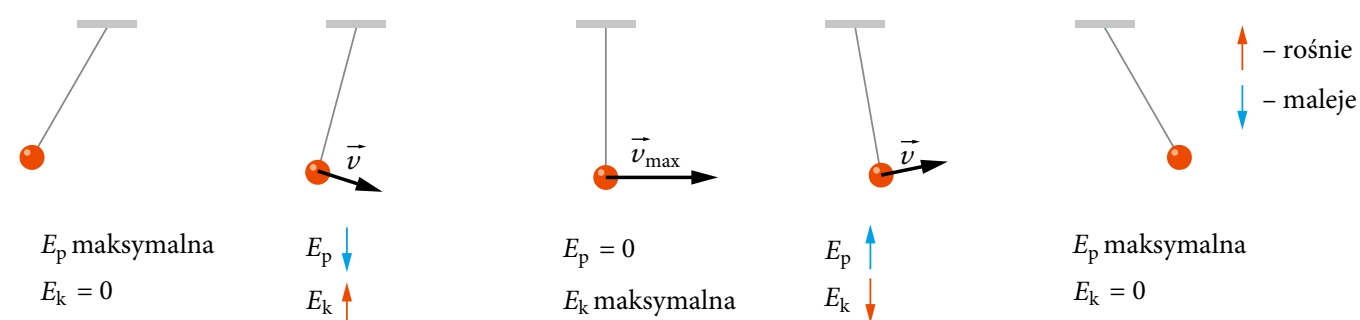
Korzystamy z zależności $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, czyli $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Po podstawieniu otrzymujemy:

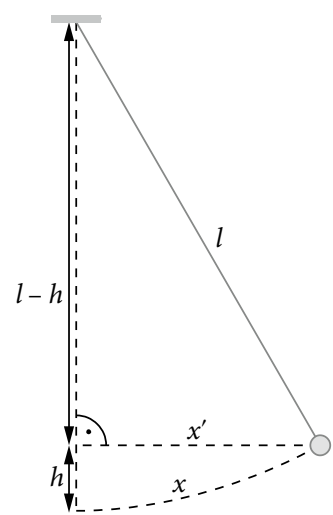
$$E_k = \frac{mgA^2}{2l}\cos^2\omega t$$



Rys. 10.31. Podczas skakania na sprężystej uprzęży zachodzi przemiana energii potencjalnej sprężystości w energię potencjalną grawitacji i energię kinetyczną

Przemiany energii w ruchu wahadła





Rys. 10.32. Sposób obliczania wysokości, na jakiej znajduje się ciężarek wahadła

Ponieważ $\frac{h}{x}$ jest niewielkim ułamkiem, $(\frac{h}{x})^2$ jest znacznie mniejsze od 1, np. $(\frac{1}{20})^2 = \frac{1}{400}$.

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej.

• Energia potencjalna

Aby zapisać wzór na tę formę energii, musimy najpierw opisać wysokość, na jakiej znajduje się ciężarek wahadła. Za poziom zerowy przyjmujemy najniższe położenie wahadła.

Na rysunku 10.32 obrazującym odchylenie wahadła możemy dostrzec trójkąt prostokątny. Zapisujemy dla niego twierdzenie Pitagorasa:

$$(l-h)^2 + x'^2 = l^2$$

Ponieważ rozważamy niewielkie wychylenia, możemy przyjąć, że $x' = x$, gdzie x jest długością łuku. Nasze równanie przyjmuje więc postać:

$$(l-h)^2 + x^2 = l^2$$

czyli po przekształceniach:

$$2lh = x^2 + h^2$$

$$2lh = x^2 \left[1 + \left(\frac{h}{x} \right)^2 \right]$$

Po raz drugi posłużymy się przybliżeniem. Przy małych wychyleniach h jest znacznie mniejsze od x , a więc $\frac{h}{x}$ jest bardzo niewielkim ułamkiem. Kwadrat tego ułamka jest jeszcze mniejszą liczbą. Możemy więc go pominąć i zapisać:

$$2lh = x^2 \rightarrow h = \frac{x^2}{2l}$$

Dzięki wyrażeniu na h wzór na energię potencjalną przyjmie postać:

$$E_p = mgh = \frac{mg}{2l} x^2 = \frac{mgA^2}{2l} \sin^2(\omega t)$$

• Energia całkowita

Po zsumowaniu energii potencjalnej i kinetycznej otrzymamy całkowitą energię mechaniczną wahadła:

$$E_c = \frac{mgA^2}{2l}$$

Ostatecznie wzory na energię potencjalną i kinetyczną zapiszemy jako:

$$E_p = E_c \sin^2(\omega t) \quad \text{ i } \quad E_k = E_c \cos^2(\omega t)$$

■ Cechy wspólne przemian energii w ruchu drgającym

Dla wszystkich badanych przez nas ruchów harmonicznym energię potencjalną i kinetyczną możemy opisać za pomocą zależności:

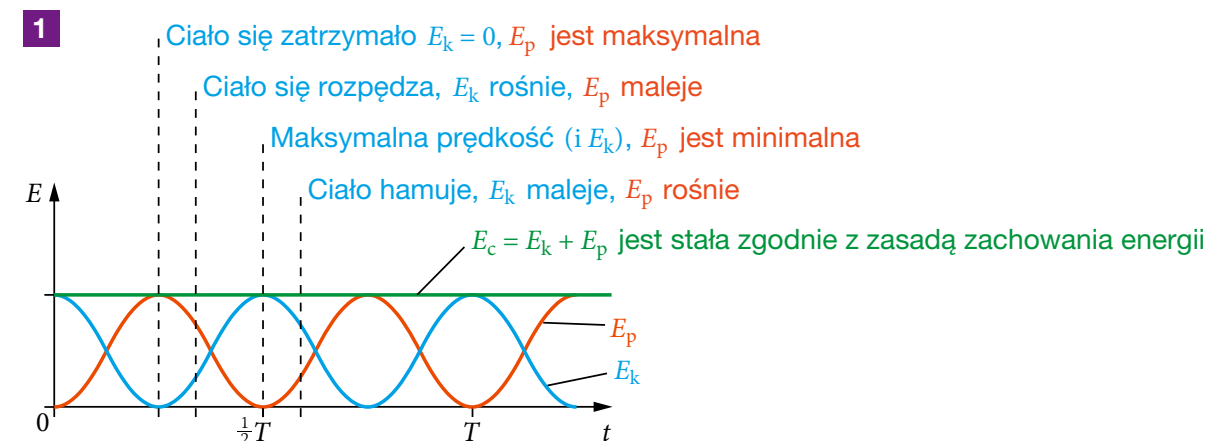
$$E_p = E_c \sin^2(\omega t) \quad E_k = E_c \cos^2(\omega t)$$

Opisane wzorami zmiany E_p i E_k najłatwiej przeanalizować, gdy przedstawimy je na wykresie (patrz ramka na następnej stronie).

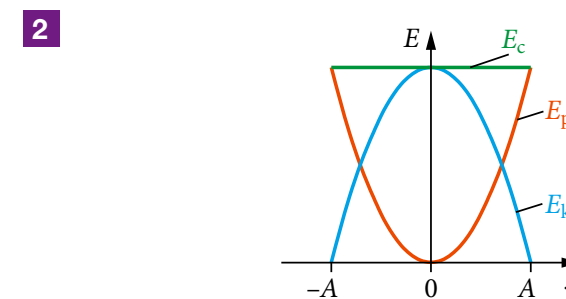
Przemiany energii w ruchu harmonicznym

Przemiany energii najłatwiej analizować wtedy, gdy przedstawimy je na wykresach.

1. Pierwszy wykres przedstawia te zmiany w zależności od czasu.



2. A oto wykres energii w zależności od położenia ciała.



Patrząc na ten wykres, możesz sobie wyobrazić, jak ciało porusza się po osi x ruchem harmonicznym pomiędzy punktami $-A$ i A oraz jak zmieniają się poszczególne formy energii (kinetyczna i potencjalna).

■ Zależność energii całkowitej od amplitudy

Zauważmy jeszcze jedną wspólną cechę wzorów na energię całkowitą ciężarka na sprężynie oraz wahadła matematycznego:

$$E_{c \text{ spr}} = \frac{1}{2} k A^2$$

$$E_{c \text{ wah}} = \frac{mg}{2l} A^2$$

W obu przypadkach mamy do czynienia z taką samą zależnością energii całkowitej od amplitudy.

Energia całkowita drgań harmonicznym jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy.

Z tej zależności będziemy korzystać przy omawianiu fal, m.in. dźwięku i światła.

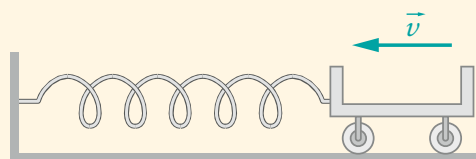
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZCIE



■ Przykład

Wózek o masie 2 kg przymocowany do ściany za pomocą sprężyny wykonuje poziome drgania harmoniczne o amplitudzie 50 cm. W pewnej chwili t_0 wózek zbliża się do położenia równowagi, a energia potencjalna sprężystości i energia kinetyczna są sobie równe i każda z nich wynosi 5 J. Po jakim czasie od chwili t_0 wózek znajdzie się w położeniu równowagi?



Dane:

$m = 2 \text{ kg}$ – masa wózka,
 $A = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$ – amplituda drgań,
 $E_k = E_p = 5 \text{ J}$ – energia

Szukane:

t – czas, po którym wózek będzie w położeniu równowagi

Rozwiązanie:

Skoro w pewnym momencie znamy zarówno energię kinetyczną, jak i energię potencjalną wózka, to możemy obliczyć jego energię całkowitą, która wynosi: $E_c = 5 \text{ J} + 5 \text{ J} = 10 \text{ J}$.
 Zatem z równania:

$$E_c = \frac{kA^2}{2}$$

wyznamy współczynnik sprężystości sprężyny k :

$$k = \frac{2E_c}{A^2} = \frac{20 \text{ J}}{(0,5 \text{ m})^2} = 80 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

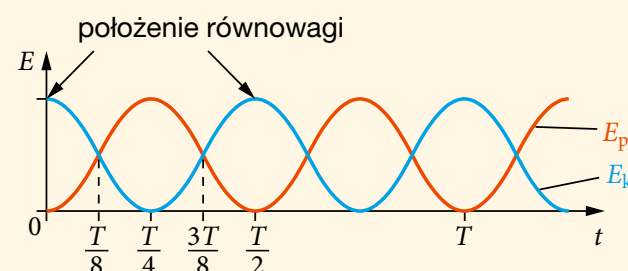
$$[k] = \frac{\text{J}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Teraz możemy obliczyć okres drgań:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2 \text{ kg}}{80 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} \approx 1 \text{ s}$$

$$[T] = \sqrt{\frac{\text{kg}}{\frac{\text{N}}{\text{m}}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N}}} = \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s}$$

Przyjrzyjmy się teraz wykresowi przedstawiającemu zależność energii potencjalnej i kinetycznej od czasu.



Obie formy energii zrównują się m.in. w chwili $\frac{T}{8}$ oraz w chwili $\frac{3T}{8}$. Jednak w pierwszym z tych przypadków wózek oddala się od położenia równowagi, a zgodnie z treścią zadania powinien się do niego zbliżać. Tak więc $t_0 = \frac{3T}{8}$, a najbliższe położenie równowagi to $\frac{T}{2}$.
 Zatem aby wózek znalazł się w położeniu równowagi, od chwili t_0 musi upłynąć czas:

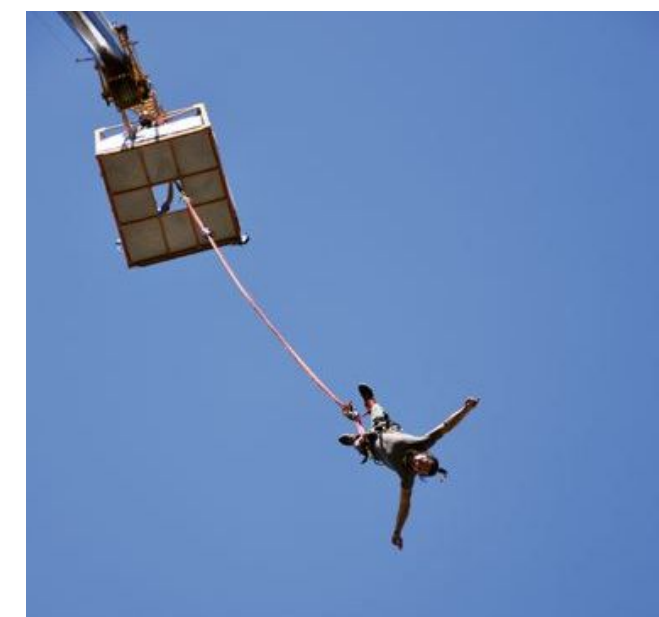
$$t = \frac{T}{2} - \frac{3T}{8} = \frac{T}{8} = 0,125 \text{ s}$$

Odpowiedź: Wózek znajdzie się w położeniu równowagi po 0,125 s.

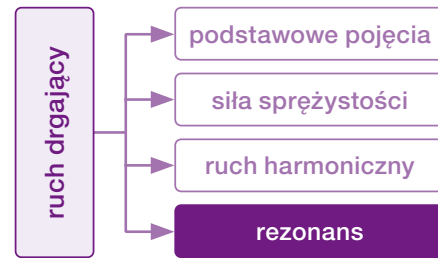
Można to także obliczyć ze wzorów na E_p i E_k .

- Aby sprężynę o długości 10 cm rozciągnąć do długości 11 cm, trzeba na nią zadziałać siłą 10 N.
 - Jaką pracę trzeba wykonać, aby rozciągnąć tę sprężynę od długości 10 cm do 12 cm?
 - Jaka energia zostanie zmagazynowana w sprężynie przy rozciągnięciu jej do 12 cm?
 - Jaką pracę będzie mogła wykonać sprężyna podczas powrotu od długości 12 cm do pierwotnej długości?
- Wagonik o masie 500 g drga w poziomie na sprężynie o współczynniku sprężystości $10 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Amplituda drgań wynosi 4 cm. Oblicz:
 - energię potencjalną sprężystości wagonika przy maksymalnym wychyleniu,
 - prędkość wagonika w chwili przejścia przez położenie równowagi.
- P** Wahadło matematyczne o długości 60 cm wychylono i puszczono. Po jakim czasie od chwili puszczenia wahadła jego energia kinetyczna i potencjalna będą sobie równe? Przyjmij, że energia potencjalna jest równa zero w położeniu równowagi.
- Energia całkowita wahadła sprężynowego przy amplitudzie drgań 5 cm wynosi 20 J. Ile energii trzeba dodać do układu, aby amplituda zwiększyła się do 10 cm?
- Wahadło o długości $l = 1 \text{ m}$ wykonuje drgania o amplitudzie $A = 50 \text{ cm}$. Oblicz, z jaką prędkością porusza się w najniższym położeniu. Rozwiąż zadanie na dwa sposoby:
 - bezpośrednio z zasady zachowania energii,
 - za pomocą wzorów opisujących ruch harmoniczny.

Porównaj wyniki. Wyjaśnij, która z metod jest dokładna, a która przybliżona i na czym polega przybliżenie.
- Ile wynoszą maksymalna prędkość oraz maksymalna energia kinetyczna człowieka o masie 60 kg, który na długiej elastycznej linie (bungee – patrz zdjęcie) porusza się w pionie ruchem drgającym o amplitudzie 5 m? Stała sprężystości liny $k = 60 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.



10.7 Rezonans



Ważne w tej lekcji:

- drgania własne,
- rezonans.

Przypomnij sobie:

- Ciężarek zawieszony na sprężynie porusza się ruchem drgającym.
- Z ruchem ciała najczęściej są związane opory ruchu.

Co się dzieje, gdy na ciało wykonujące drgania działamy siłą zewnętrzną o pewnej częstotliwości? Wykonajmy proste doświadczenie.

Doświadczenie 28 – obowiązkowe

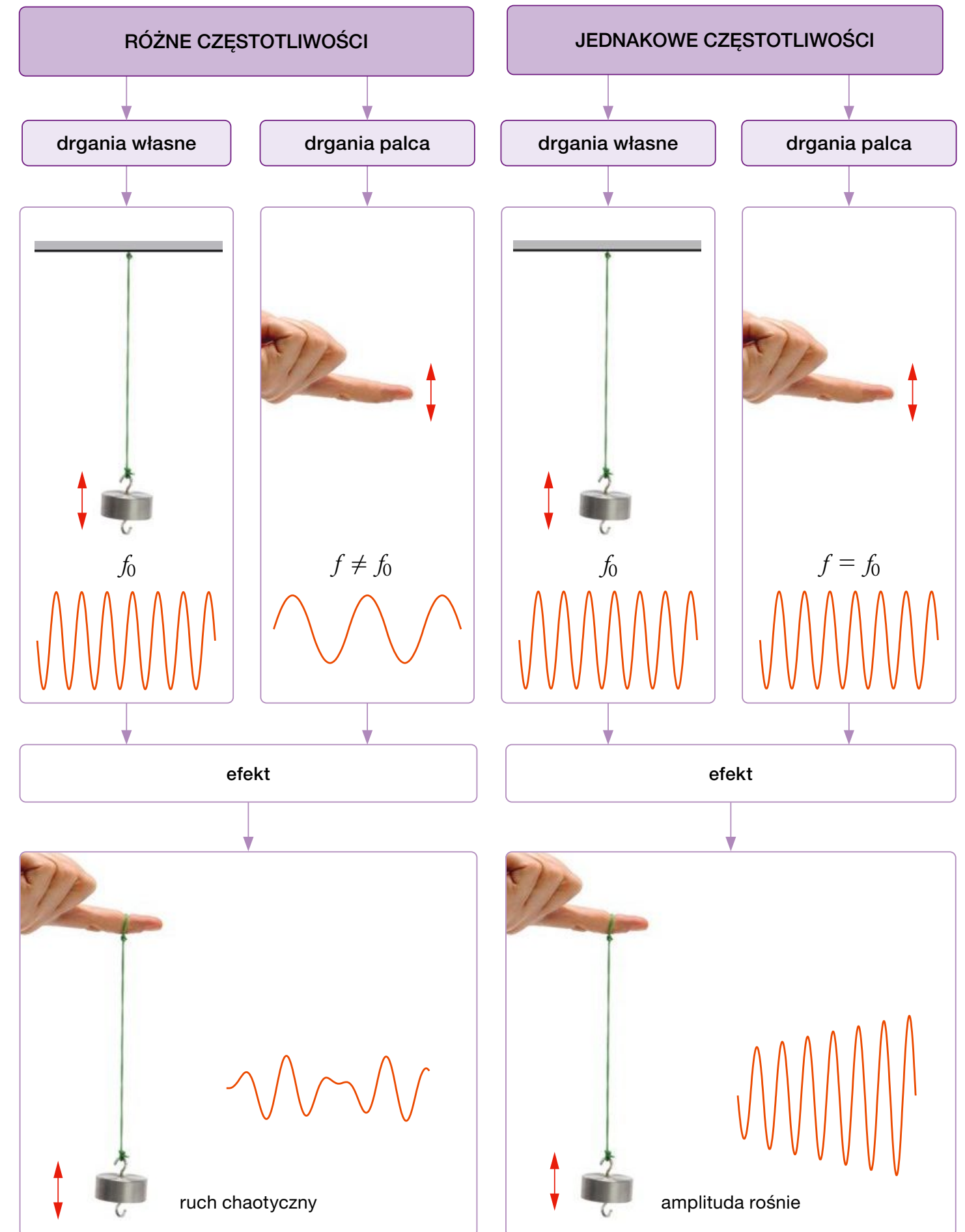
Demonstrowanie zjawiska rezonansu mechanicznego

Uwaga. Gumka może się przerwać, doświadczenie wykonaj nad materacem lub innym miękkim obiektem.

1. Rozetnij gumkę recepturkę. Do jednego jej końca przymocuj ciężarek, a drugi – przywiąż sobie do palca.
2. Wpraw ciężarek w ruch w pionie. Za pomocą stopera lub zegarka z sekundnikiem wyznacz okres i częstotliwość drgań ciężarka.
3. Następnie poruszaj rytmicznie palcem w górę i w dół. Znajdź taką częstotliwość, aby amplituda drgań ciężarka wzrastała.

Dopóki nie poruszamy palcem, ciężarek na gumce drga z jedną określoną częstotliwością, zwaną **częstotliwością drgań własnych** f_0 – tak samo jakby był przyczepiony np. do statywu, podniesiony do góry i puszczony, aby drgać. Częstotliwość tych drgań zależy od sprężystości gumki i masy ciężarka, podobnie jak w przypadku ciężarka na sprężynie.

Natomiast palcem możemy poruszać z różną częstotliwością f . W zależności od niej efekt może być różny.



Rezonans

Zjawisko rezonansu znalazło wiele zastosowań praktycznych. Bywają także sytuacje, gdy jest ono niepożądane lub wręcz niebezpieczne.

Praktyczne wykorzystanie rezonansu

Za pomocą ultradźwięków o częstotliwości dopasowanej do częstotliwości drgań własnych kamieni nerkowych można rozbić te złoże i usunąć je z organizmu bez operacji.



Dzięki pudłom rezonansowym dźwięki wielu instrumentów muzycznych, np. gitary lub wiolonczeli, są głośniejsze.

Negatywne skutki rezonansu

Gdy pralka jest źle wypoziomowana, przy pewnej prędkości wirowania zaczyna mocno się trząść i „wędrować” po łazience. Podobnie inne urządzenia napędzane silnikiem mogą pod wpływem jego drgań wpadać w rezonans, a w skrajnych sytuacjach, gdy silnik jest źle zamocowany, urządzenie może ulec zniszczeniu.



Zdarzało się, że most runął w wyniku rezonansu wywołanego przez maszerujące wojsko. Dlatego żołnierze mają zakaz maszerowania po moście w zgodnym rytmie.

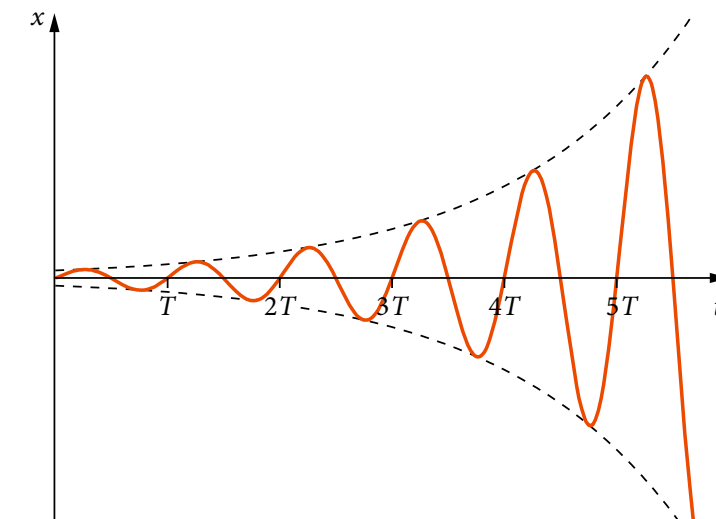


A to ciekawe

W 1985 r. silne trzęsienie ziemi spowodowało wielkie zniszczenia w mieście Meksyk. Zawaliły się przede wszystkim budynki o wysokości od 5 do 15 pięter, natomiast zarówno niższe, jak i wyższe domy w większości ocalały. Te wybiórcze zniszczenia były spowodowane rezonansem. Fale sejsmiczne miały częstotliwość ok. 0,5 Hz, zbliżoną do częstotliwości drgań własnych domów z pewnego zakresu wysokości. Wyższe domy, których częstotliwość drgań własnych była mniejsza, a także niższe, dla których była ona większa, nie wpadły w rezonans i w mniejszym stopniu uległy zniszczeniu podczas kataklizmu.



Jeśli częstotliwość zmian siły zewnętrznej działającej na ciało drgające harmonicznie jest zbliżona do częstotliwości jego drgań własnych, to amplituda drgań znacznie wzrasta (rys. 10.33). Zjawisko to nazywamy **rezonansem**.



Rys. 10.33. W przypadku rezonansu amplituda drgań rośnie. Gdyby nie straty energii rosłaby coraz bardziej

Gdyby ruch ciała wpadającego w rezonans odbywał się bez oporów i gdyby nie ograniczona wytrzymałość tego ciała, jego amplituda rosłaby bez ograniczeń. W rzeczywistości jednak każdy ruch odbywa się z oporami. Amplituda rośnie tylko do pewnej wartości, przy której wymuszenie i straty energii się redukują.

Rezonans ma duże znaczenie praktyczne – czasami jest pożyteczny, ale czasami szkodliwy, czy wręcz groźny (patrz infografika na stronie obok).

F Rezonans – zjawisko nie tylko mechaniczne

Z rezonansem mamy do czynienia nie tylko w przypadku ruchu drgającego, lecz także przy innych zjawiskach okresowych.

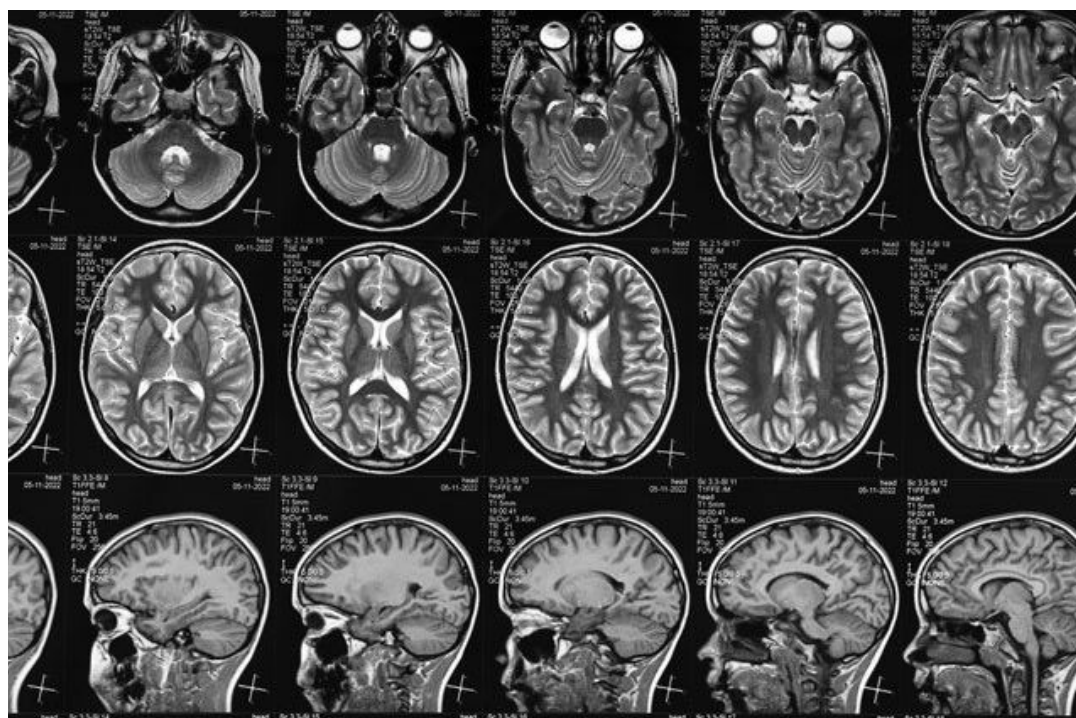
- Różne rozgłośnie radiowe nadają swoje programy na różnych częstotliwościach. Gdy nastawiamy odbiornik na określoną stację, ustalamy częstotliwość rezonansową drgań prądu elektrycznego w odpowiednim

NMR to skrót od ang. *nuclear magnetic resonance*. Używane są także nazwy MI (*magnetic imaging*), MR (*magnetic resonance*), ponieważ niektórzy pacjenci nie wiedzą, że ich ciała zawierają atomy, a słowo „jądrowy” kojarzy im się z bombą.

układzie elektronicznym. Tylko fala o odpowiedniej częstotliwości jest w stanie wzbudzić w nim silny sygnał, który następnie zostaje przetworzony na prąd sterujący głośnikiem.

- Badanie lekarskie metodą magnetycznego rezonansu jądrowego (NMR) wykorzystuje fakt, że wśród atomów, z których składa się ciało pacjenta, jest wiele atomów wodoru. Jądra tych atomów zachowują się jak małe magnesy i mogą zostać wprowadzone w rezonans za pomocą zmiennego pola magnetycznego. Te drgające jądra z kolei emitują falę elektromagnetyczną, analizowaną przez urządzenie. Analiza ta pozwala na odtworzenie rozkładu wodoru w ciele pacjenta.

Różne substancje w organizmie zawierają różne ilości wodoru, dlatego obraz NMR pozwala rozróżnić tkanki wewnątrz ciała bez użycia promieniowania rentgenowskiego.



Rys. 10.34. Obraz z badania metodą magnetycznego rezonansu jądrowego

Magnetyczny rezonans jądrowy jest wykorzystywany nie tylko w medycynie, lecz także m.in. do badań naukowych w chemii organicznej i do testowania żywności.

A to ciekawe

Jak działa pudło rezonansowe instrumentów? Drgania struny wywołują rezonans powietrza w pudle, dzięki czemu energia struny jest szybciej przekazywana do powietrza.

Bez pudła gitara gra znacznie ciszej, o czym możemy się przekonać, gdy szarpniemy strunę gitary elektrycznej niepodłączonej do wzmacniacza. Pudło rezonansowe zwiększa chwilową moc akustyczną gitary, ale nie całkowitą emitowaną energię – nie ma przecież źródła zasilania. Gitara bez pudła gra cicho, ale jej dźwięk utrzymuje się znacznie dłużej po szarpnięciu.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Na poziomo rozciągniętym sznurku zawieś trzy wahadła. Dwa z nich mają być jednakowej długości. Jedno z tych dwóch wahadeł wpraw w drgania. Zaobserwuj, co dzieje się z całym układem.

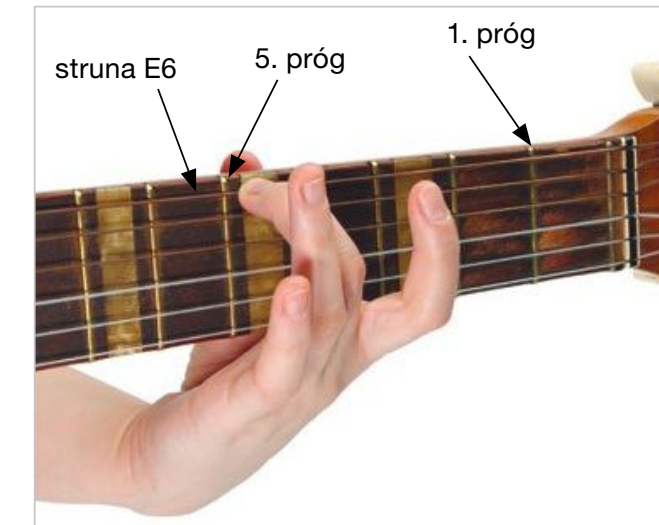


2. Silnik spalinowy jest przymocowany do metalowej podstawy, której częstotliwość drgań własnych wynosi 60 Hz. Oblicz liczbę obrotów jego wirnika na minutę, przy jakiej silnik zostanie wprowadzony w drgania o dużej amplitudzie.
3. W pracowni fizycznej na podłodze z desek stoi stół. Na nim umieszczono statyw, a na statywie na lekkiej sprężynie o współczynniku sprężystości $50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ zawieszono obciążnik o masie 250 g. Z jaką częstotliwością należy tupać w podłogę, aby obciążnik na sprężynie zaczął drgać?
4. Śpiewanie przez dłuższy czas dźwięku o odpowiednio dobranej częstotliwości może spowodować pęknięcie szkła, np. kieliszka. Zastanów się, w jaki sposób dobrać

wysokość dźwięku do danego naczynia bez użycia przyrządów. Spróbuj samodzielnie znaleźć odpowiedź, a następnie obejrzyj film *How I broke a wine glass with my VOICE (using science!)* na kanale Physics Girl w serwisie YouTube.

Uwaga. Nie powtarzaj doświadczenia przedstawionego na filmie. Nawet w okularach ochronnych można się poranić odłamkami szkła.

5. Weź dobrze nastrojoną gitarę i przyciśnij strunę E6 (najgrubszą) na piątym progu. Sprawdź, czy wydaje ona taki sam dźwięk jak nieprzyciśnięta struna A5 (sąsiednia). Jeśli nie – gitarę trzeba nastroić. Następnie znowu mocno szarpnij strunę E6 przyciśniętą na piątym progu i obserwuj, co się dzieje ze struną A5. Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.



Projekt Figury Lissajous

Cel projektu

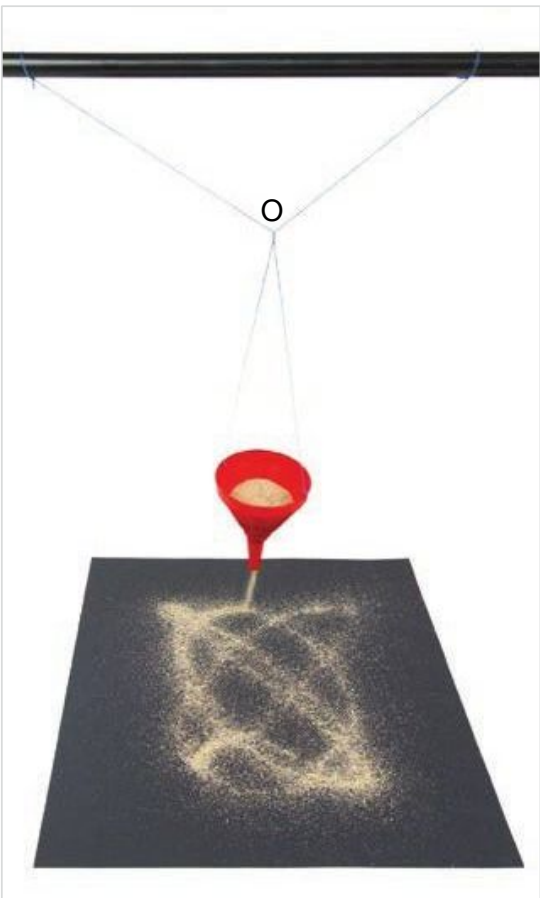
Dowiesz się, jakie efekty przynosi złożenie ruchu harmonicznego w dwóch kierunkach. Poćwiczysz umiejętność wykonywania doświadczeń i nauczysz się wykorzystywać arkusz kalkulacyjny do symulacji komputerowej.

Wprowadzenie

Jeśli ciało drga jednocześnie w dwóch prostopadłych do siebie kierunkach, to jego ruch może być skomplikowany. Dla odpowiednio dobranego stosunku częstotliwości i przesunięcia fazowego tor takiego ruchu może być interesującą krzywą. Tak właśnie powstają figury Lissajous (czyt. lisażu).

Propozycja doświadczenia

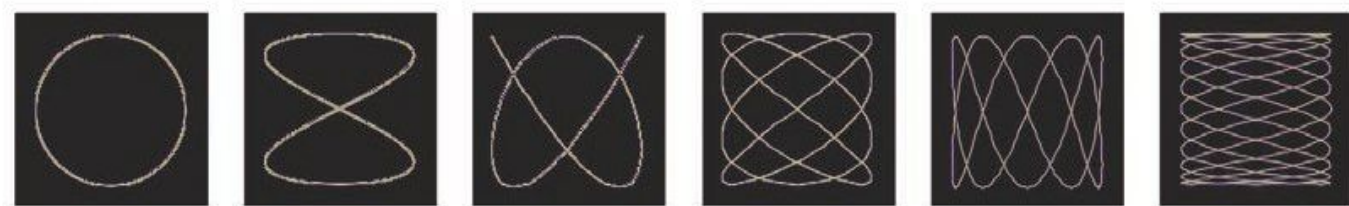
- 1. Przygotuj plastikowy lejek, plastelinę, sznurek, drobny, jasny i suchy piasek, długi pręt, arkusz ciemnego papieru (albo sztywną ciemną tkaninę), gumkę recepturkę lub spinacz.
- 2. Przygotuj lejek tak, aby piasek wysypywał się z niego jak najwęższym strumieniem. W tym celu zwęż jego zakończenie, np. zalepiając je częściowo plasteliną. Symetrycznie po dwóch stronach lejka przymocuj sznurek.
- 3. Pręt umocuj poziomo, np. połóż go na dwóch odsuniętych od siebie kuchennych taboretach. Końce pręta przyciśnij kilkoma książkami, aby pozostały nieruchome w trakcie doświadczenia.
- 4. Plastikowy lejek zawieś nisko nad podłogą i połącz sznurki w punkcie O tak, jak na zdjęciu obok.
- 5. Na podłodze pod lejkiem rozwiń ciemny papier.
- 6. Odchyl lejek skośnie do płaszczyzny utworzonej przez nici.
- 7. Przeprowadź obserwacje.



- a) Jaki ślad zostawia piasek na kartonie?
- b) W ilu płaszczyznach lejek wykonuje drgania?
- c) Jakim ruchem porusza się lejek z piaskiem?

- 8. Zmień położenie punktu łączenia sznurków przed wprawieniem lejka w drgania i powtórz czynności z punktów 6. i 7. Przy wybranych położeniach punktu łączenia powinieneś otrzymać ślady w postaci krzywych zamkniętych, jak na rysunkach poniżej.

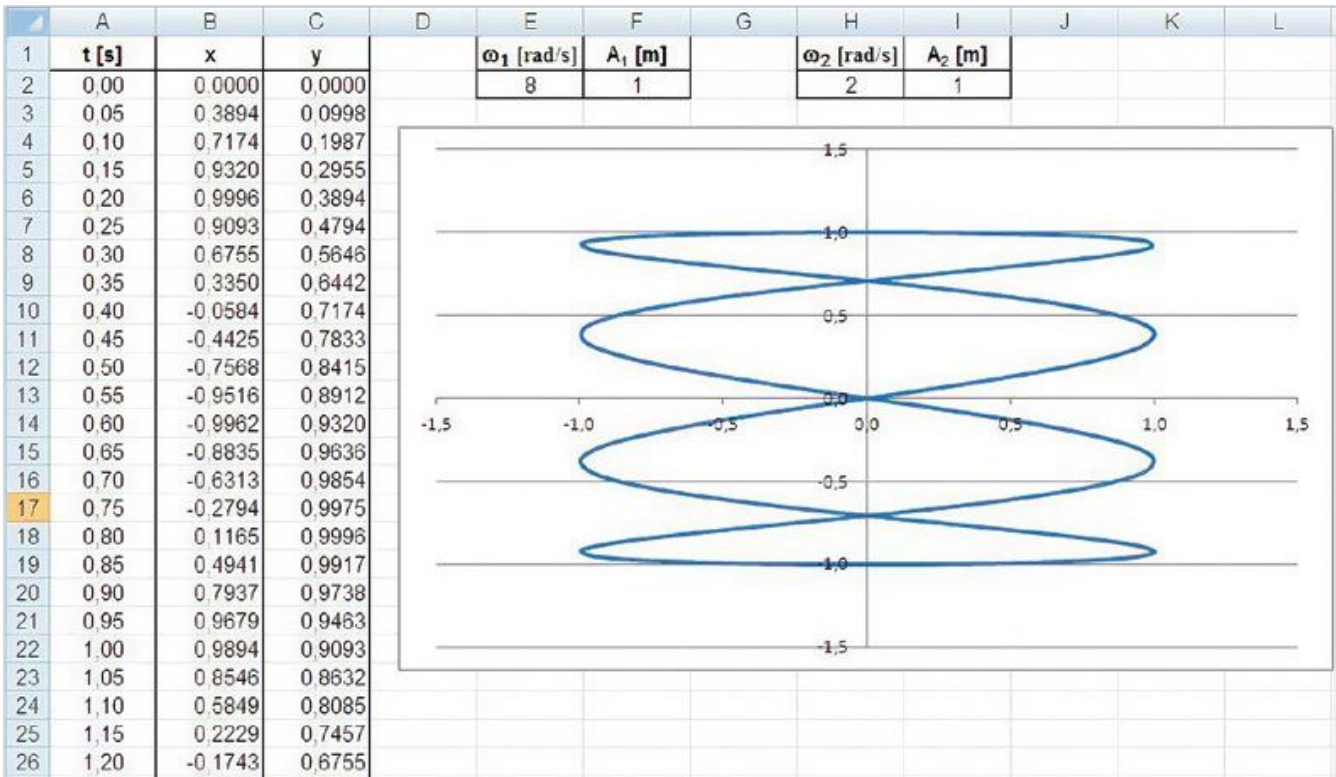
Przykładowe figury Lissajous



Propozycja symulacji komputerowej

- 1. Uruchom na komputerze arkusz kalkulacyjny.
- 2. Do wybranych komórek arkusza kalkulacyjnego wpisz początkowe wartości amplitud i częstości kołowych, np. $\omega_1 = 8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $A_1 = 1 \text{ m}$, $\omega_2 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $A_2 = 1 \text{ m}$.
- 3. Przygotuj tabelę zawierającą trzy kolumny.
 - a) Kolumna A będzie zawierać czas, zatem wpisz do jej komórek (np. A2–A602) liczby od 0 do 30, różniące się o 0,05.
 - b) W kolumnie B znajdą się wartości wychYLENIA WZDŁUŻ OSI x, zatem wprowadź do komórki B2 formułę na wychylenie zgodną z wyrażeniem $x = A_1 \sin \omega_1 t$. Pamiętaj, aby występujące we wzorze stałe wartości częstości kołowych i amplitud adresować bezwzględnie, czyli za pomocą formuły np. „=F\$2*sin(E\$2*A2)”.
 - c) W kolumnie C znajdą się wartości wychYLENIA WZDŁUŻ OSI y, zatem wprowadź do komórki C2 formułę na wychylenie zgodną z wyrażeniem $y = A_2 \sin \omega_2 t$.
- 4. Skopiuj formułę z komórki B2 do pozostałych komórek kolumny B. Następnie analogicznie skopiuj formułę z komórki C2 do pozostałych komórek kolumny C.
- 5. Sporządź wykres punktowy XY zależności y(x).
- 6. Obserwuj, jak zmiany wartości częstości kołowej i amplitudy wpływają na kształt otrzymanej krzywej Lissajous.
- 7. Zastanów się, jak zmodyfikować swój arkusz, aby uwzględnić przesunięcie fazowe pomiędzy drganiami w obu kierunkach.

Na poniższym rysunku przedstawiono arkusz kalkulacyjny z przykładowymi wartościami częstości kołowych i amplitud.



Podsumowanie Ruch drgający

- Ruch drgający** polega na okresowych zmianach położenia ciała lub układu ciał.
 - Pojęcia opisujące ruch drgający:
 - położenie równowagi** – położenie, w którym wypadkowa sił działających na drgające ciało jest równa zero,
 - okres T** – czas pełnego cyklu drgań,
 - częstotliwość f** – liczba cykli drgań w jednostce czasu:

$$f = \frac{1}{T}$$

gdzie: T – okres drgań,

- amplituda A** – maksymalne wychylenie z położenia równowagi.

- Ruch drgający, w którym zależność położenia od czasu może być opisana za pomocą funkcji sinus, nazywamy **ruchem harmonicznym**.

Ciało wytrącone z położenia równowagi porusza się ruchem harmonicznym wtedy, gdy działająca na nie siła wypadkowa jest skierowana przeciwnie do wychylenia z położenia równowagi i ma wartość proporcjonalną do tego wychylenia: $F = -kx$.

- Pomiędzy wielkościami opisującymi ruch harmoniczny zachodzą następujące zależności:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

gdzie: ω – częstość kołowa, T – okres, f – częstoćliwość.

- Położenie ciała** w ruchu drgającym, czyli jego **wychylenie** z położenia równowagi, może być opisywane za pomocą funkcji:

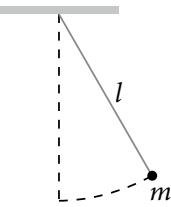
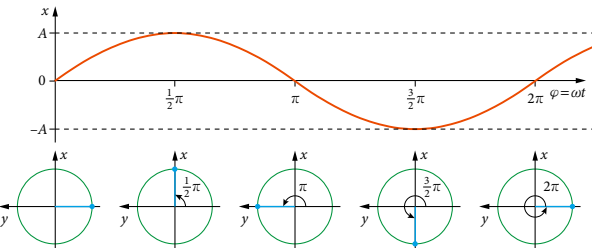
$$x = A \sin (\omega t + \varphi_0)$$

gdzie: x – współrzędna punktu, w którym ciało znajduje się w chwili t , A – amplituda, ω – częstość kołowa, φ_0 – przesunięcie fazowe.

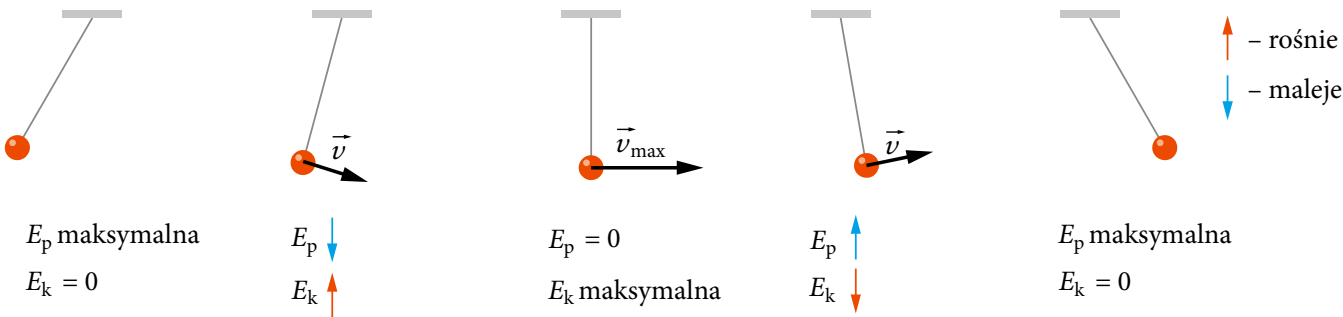
- Prędkość, przyspieszenie i siła w ruchu harmonicznym

Prędkość	Przyspieszenie	Siła
$v = A\omega \cos (\omega t + \varphi_0)$	$a = -A\omega^2 \sin (\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$	$F = -m\omega^2 x$
$v_{\max} = A\omega$	$a_{\max} = A\omega^2$	$F_{\max} = mA\omega^2$

- Przykłady ruchu harmonicznego

Ciężarek na sprężynie	Wahadło matematyczne (małe wychylenie)	Rzut ruchu po okręgu
 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	 $T = \frac{2\pi}{\omega}$

- Przemiany energii w ruchu wahadła



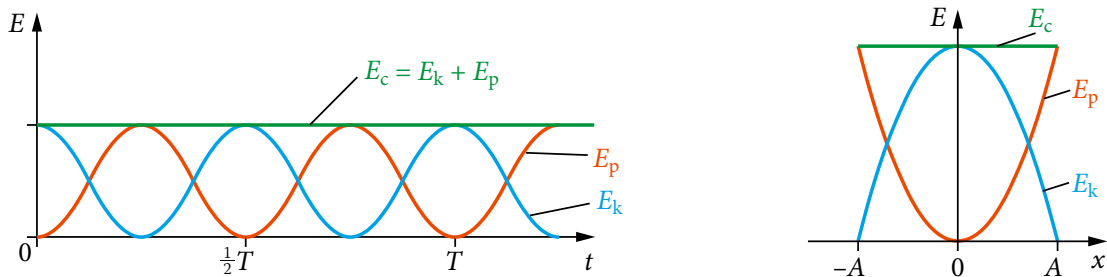
- Energia potencjalna sprężystości** zgromadzona w sprężynie o współczynniku sprężystości k , której odkształcenie równe jest x , wynosi: $E_{ps} = \frac{1}{2} kx^2$.

- Energia całkowita** w ruchu harmonicznym jest stała w czasie: $E_c = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$.

- W ruchu harmonicznym bez przesunięcia fazowego:

- Energia potencjalna:** $E_p = E_c \sin^2 (\omega t)$.

- Energia kinetyczna:** $E_k = E_c \cos^2 (\omega t)$.



Uwaga. Dla wahadła matematycznego E_p to energia potencjalna grawitacji, dla poziomego wahadła sprężynowego – energia potencjalna sprężystości, a dla pionowego wahadła sprężynowego – **suma** obu tych form.

- Rezonans**

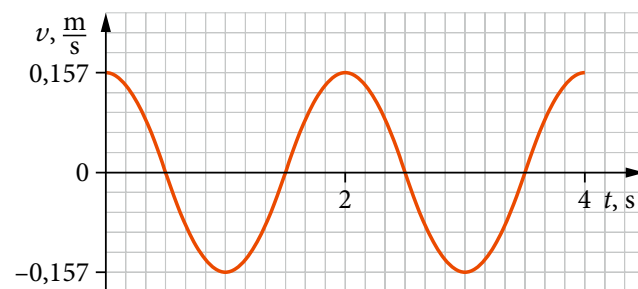
Rezonans powstaje wtedy, gdy częstoćliwość zmian siły zewnętrznej działającej na ciało jest zbliżona do częstoćliwości jego drgań własnych – wówczas amplituda drgań znacznie wzrasta.

Sposób na zadanie

Wykorzystywanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci wykresu

Zadanie 1.

Na wykresie przedstawiono zależność $v(t)$ dla małego ciężarka kołyszącego się na nieważkiej i nierozciągliwej nici. Załóż, że porusza się on ruchem harmonicznym.



Na osi pionowej jest prędkość, a nie położenie.

Zadanie 1.1 (0–2)

Jakiej długość była nić, na której zawieszono wahadło? Podaj odpowiedź z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Rozwiązanie:

Jak wiemy, z długością wahadła matematycznego jest związany okres jego drgań. Z wykresu możemy odczytać, że w rozważanym przypadku wynosił on $T = 2$ s.

Okres drgań wahadła matematycznego o długości l obliczamy ze wzoru:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Po przekształceniu otrzymujemy szukaną długość wahadła:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \rightarrow T^2 g = 4\pi^2 l \rightarrow l = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

Po podstawieniu danych (w tym $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) otrzymujemy:

$$l = 0,99396 \text{ m}$$

Zaokrąglamy tę wielkość do dwóch cyfr znaczących:

$$l = 0,99 \text{ m}$$

Cykl wahań od jednego skrajnego położenia do drugiego i z powrotem trwał 2 s.

W tablicach CKE znajduje się zamiast niego wzór na częstość kołową, który można przekształcić do postaci z okresem.

Wynik powinien mieć 2 cyfry znaczące, więc g na wszelki wypadek podstawiamy z 3 cyframi znaczącymi.

Odpowiedź: Długość wahadła wynosiła 0,99 m.

Zadanie 1.2 (0–3)

Oblicz amplitudę drgań ciężarka.

Rozwiązanie:

Z wykresu $v(t)$ nie możemy bezpośrednio odczytać amplitudy ruchu. Możemy natomiast odczytać okres drgań: $T = 2$ s oraz maksymalną prędkość: $v_{\text{max}} = 0,157 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Skorzystajmy ze wzoru:

Jak na to wpaść? Po prostu poszukaj w głowie lub w tablicach wzoru, w którym występują wielkości, o których mowa w zadaniu.

$$v_{\text{max}} = A\omega \rightarrow A = \frac{v_{\text{max}}}{\omega}$$

Znamy v_{max} , a częstość kołową ω możemy obliczyć na podstawie okresu drgań:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2 \text{ s}} \approx 3,14 \frac{1}{\text{s}}$$

Tak więc ostatecznie amplituda drgań wynosi:

$$A = \frac{0,157 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,14 \frac{1}{\text{s}}} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

Uwaga. Możemy także otrzymać końcowy wzór:

$$A = \frac{v_{\text{max}}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{v_{\text{max}} T}{2\pi}$$

Czy umiesz go uzasadnić tylko na podstawie związku ruchu harmonicznego z ruchem po okręgu?

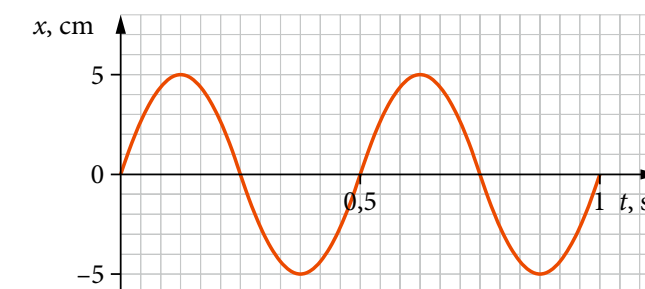
Odpowiedź: Amplituda drgań wahadła wynosi 5 cm.

Warto zapamiętać!

- Z wykresów opisujących ruch harmoniczny można odczytać jego okres, a na tej podstawie obliczyć częstość kołową ω .
- Maksymalna prędkość i maksymalne przyspieszenie w ruchu harmonicznym są w prosty sposób związane z amplitudą i częstością kołową.

Zadanie 2. (0–2)

Na wykresie przedstawiono zależność wychylenia od czasu dla ruchu harmonicznego ciężarka o masie 50 g zawieszonego na sprężynie. **Określ, jaka będzie współrzędna x_0 końca sprężyny, gdy zdejmiesz z niej ciężarek.**



Rozwiązanie:

Położenie $x = 0$ jest położeniem równowagi, ale dla sprężyny, na której wisi ciężarek. Gdybyśmy zdjęli ciężarek, sprężyna skurczyłaby się i jej koniec znalazłby się wyżej, w szukanym położeniu x_0 . Odległość między tym położeniem a położeniem $x = 0$, czyli po prostu wielkość $x_0 - 0 = x_0$, to przyrost długości sprężyny pod wpływem ciężaru mg ciężarka. Zgodnie z prawem Hooke'a:

$$mg = kx_0$$

gdzie k jest współczynnikiem sprężystości sprężyny.

Z prawa Hooke'a możemy więc wyznaczyć szukaną wielkość:

$$x_0 = \frac{mg}{k}$$

Współczynnik k i masa m występują we wzorze na częstość kołową wahadła sprężynowego:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Możemy więc obliczyć stosunek $\frac{m}{k}$ i podstawić go do wzoru na x_0 :

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \rightarrow \frac{m}{k} = \frac{1}{\omega^2}$$

W zadaniach się zdarza, że można wyznaczyć stosunek dwóch wielkości, chociaż nie da się wyznaczyć żadnej z nich z osobna.

Będziemy ją mogli obliczyć, ponieważ okres drgań odczytamy z wykresu.

więc:

$$x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{m}{k} \cdot g = \frac{1}{\omega^2} \cdot g = \frac{g}{\omega^2}$$

Z wykresu odczytujemy, że $T = 0,5$ s, czyli:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5 \text{ s}} = 4\pi \frac{1}{\text{s}}$$

Ostatecznie szukana wielkość wynosi:

$$x_0 = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{16\pi^2 \frac{1}{\text{s}^2}} = 0,062 \text{ m} = 6,2 \text{ cm}$$

Odpowiedź: Współrzędna końca sprężyny bez ciężarka wynosi 6,2 cm.

Uwaga. Jeśli część danych w zadaniu okazuje się zbędna, to zastanów się, czy wynik rzeczywiście nie zależy od tych danych. W naszym zadaniu w końcowym wzorze nie znalazła się masa. Gdyby jednak ciężarek miał większą masę, to dla uzyskania drgań o tym samym okresie musieliśmy użyć odpowiednio twardszej sprężyny. A wtedy szukane wydłużenie by się nie zmieniło.

Warto zapamiętać!

- Częstość kołowa ω wahadła sprężynowego zależy od ilorazu współczynnika sprężystości sprężyny i masy ciężarka. Pozwala więc ona wyznaczyć ten iloraz, chociaż nie pozwala wyznaczyć tych wielkości osobno.

Zadania analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Ciężarek na sprężynie

Oblicz maksymalną prędkość i maksymalne przyspieszenie ciężarka na sprężynie opisanego w zadaniu 2. (na s. 255).

Zadanie 2. Wahadło matematyczne i wahadło sprężynowe

Z dwóch identycznych obciążników wykonano dwa wahadła, przy czym jeden obciążnik zawieszono na nici, a drugi – na sprężynie. Oba wahadła miały taki sam okres drgań. Oblicz długość nici, jeżeli wiadomo, że pod wpływem ciężaru obciążnika sprężyna zwiększyła swoją długość o $\Delta x = 20$ cm.

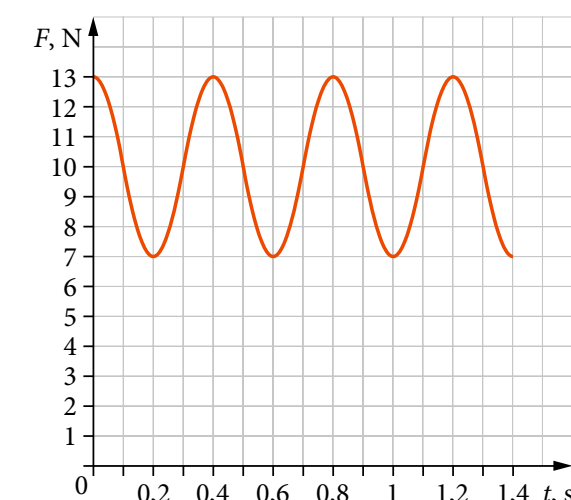
Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Drgania ciężarka

Ciężarek zawieszono na sprężynie i wprowadzono w drgania. Wykres przedstawia zależność siły F , jaką ciężarek działa na sprężynę, od czasu.



Zadanie 1.1. Oceń prawdziwość podanych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Na podstawie danych można ustalić, że amplituda drgań wynosiła 3 cm.	P	F
2.	Okres drgań wynosił 0,4 s.	P	F
3.	Ciężarek miał masę ok. 1 kg.	P	F

Zadanie 1.2. Wybierz poprawne dokończenie zdania.

W chwili $t = 0,2$ s ciężarek:

- A. znajdował się w położeniu równowagi i poruszał się w górę.
- B. znajdował się w położeniu równowagi i poruszał się w dół.
- C. znajdował się w najwyższym położeniu.
- D. znajdował się w najniższym położeniu.

Zadanie 1.3. Oblicz współczynnik sprężystości sprężyny, na której zawieszono ciężarek, oraz amplitudę jego drgań.

Zadanie 2. Częstość kołowa drgań

Na sprężynie o masie 20 g i współczynniku sprężystości $30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ zawieszono obciążnik o masie 50 g. Odpowiedz, czy częstość kołową drgań tak powstałego wahadła sprężynowego można obliczyć ze wzoru:

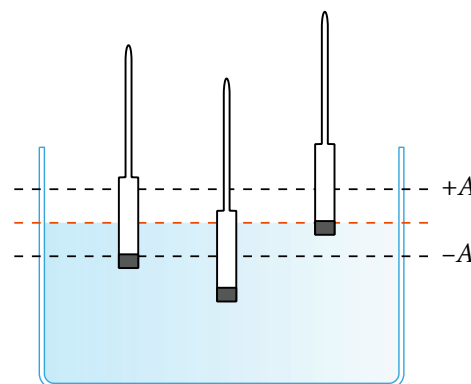
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Jeśli tak, to jaką wartość m należy podstawić?

- A. można, $m = 20$ g
- B. można, $m = 50$ g
- C. można, $m = 70$ g
- D. nie można

Zadanie 3. Ruch spławika

Wędkarz siedzący na brzegu łowiska obserwował nieruchomy spławik, zanurzony do połowy w wodzie. Gdy ryba szarpnęła przynętę, spławik zanurzył się o dodatkowe 4 cm i zaczął drgać (patrz rysunek). Przyjmij, że spławik miał kształt cienkiego walca o polu przekroju podstawy $S = 1,2 \text{ cm}^2$, a całkowita masa spławika wraz z ciężarkiem wynosiła 9 g.



Zadanie 3.1. Narysuj i nazwij siły działające na spławik, gdy spoczywał on nieruchomo w wodzie.

Zadanie 3.2. Wykaż, że ruch spławika jest ruchem harmonicznym, a siła wypadkowa wprawiająca spławik w drgania ma postać: $F = -kx$, gdzie $k = dgS$, natomiast d jest gęstością wody. Pomiń opory ruchu.

Zadanie 3.3. Oblicz częstotliwość drgań własnych spławika.

Uwaga. W punkcie 3.2 pomijaliśmy opór wody, który w rzeczywistości jest znaczny i powoduje zatrzymanie spławika. Mimo to częstotliwość obliczona w punkcie 3.3 jest zgodna z rzeczywistością. Możesz to sprawdzić doświadczalnie. Wykonaj spławik z zewnętrznej części strzykawki – zaklej jej dzióbek i obciąż metalową nakrętką. Pomiar okresu i częstotliwości drgań najłatwiej wykonać na podstawie nagranych przez siebie filmu. Wyniki pomiarów możesz porównać z wynikami obliczeń analogicznych do tych z punktu 3.3, ale wykonanych dla wymiarów i masy twojego spławika.

Zadanie 4. Wahadło matematyczne

Wahadło matematyczne o okresie $T = 8 \text{ s}$ w chwili $t = 0 \text{ s}$ przechodziło przez położenie równowagi, natomiast w chwili $t = 3 \text{ s}$ znajdowało się w odległości 1 cm od położenia równowagi. Kulka wahadła ma masę 500 g.

Zadanie 4.1. Wybierz prawidłowe zakończenie zdania.

W chwili $t = 3 \text{ s}$ wahadło:

- A.** oddalało się od położenia równowagi. **C.** zbliżało się do położenia równowagi.
B. znajdowało się w położeniu równowagi. **D.** było wychylone maksymalnie.

Zadanie 4.2. Wymień cztery kolejne chwile, w których wahadło znajdowało się w takiej samej odległości od położenia równowagi jak w chwili $t = 0,5 \text{ s}$ (niezależnie od strony, w którą było wychylone).

Zadanie 4.3. Oblicz kąt między nicią wahadła a pionem w chwili $t = 3 \text{ s}$.

Zadanie 4.4. Oblicz maksymalny kąt między nicią wahadła a pionem.

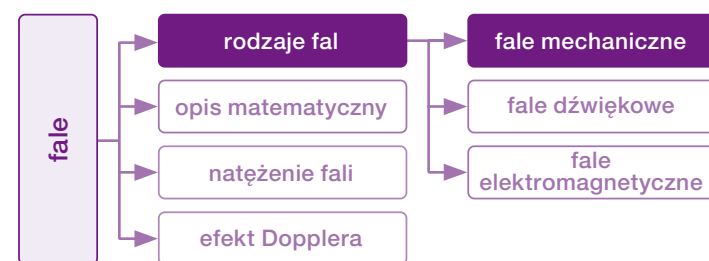
Zadanie 4.5. Oblicz siłę wypadkową działającą na kulę wahadła w chwili $t = 4 \text{ s}$.

11. Fale

1. Fale mechaniczne
2. Wielkości opisujące falę
3. Fale dźwiękowe
4. Fale elektromagnetyczne
5. Rozchodzenie się fal

6. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe – temat dodatkowy
7. Efekt Dopplera



**Ważne w tej lekcji:**

- rozchodzenie się fal a ruch ośrodka,
- fale podłużne i poprzeczne,
- prędkość fali.

Przypomnij sobie:

- Ruch drgający polega na okresowych zmianach położenia ciała lub układu ciał.
- Do fal mechanicznych zaliczamy m.in. dźwięk i fale na wodzie.
- Przemieszczanie się fali jest czymś innym niż ruch cząsteczek ośrodka.

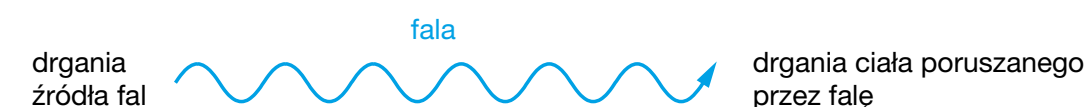
Co to jest fala?

Pierwszym skojarzeniem ze słowem „fala” jest zwykle fala na powierzchni wody. Wiesz jednak, że także dźwięk jest falą. Zauważ, że w obu tych przypadkach fale są związane z drganiami:

- Falę na wodzie można wytworzyć, uderzając w powierzchnię wody. Drgania wody w jednym miejscu powodują jej drgania w kolejnych miejscach. W ten sposób rozchodzi się fala. Gdy dotrze ona do unoszącego się na wodzie ciała, np. koła ratunkowego, może wproważyć je w ruch drgający.
- Źródłem dźwięku jest drgające ciało, np. struna instrumentu muzycznego. Wprawia ono w drgania powietrze w swoim otoczeniu, a powietrze przekazuje swoje drgania powietrzu w coraz dalszych obszarach. W ten sposób fala dźwiękowa rozchodzi się na dużą odległość i może wproważyć w ruch błonę bębenkową ucha czy membranę mikrofonu, a nawet szyby w oknach.

Co drga w świetle i innych falach elektromagnetycznych? O tym powiemy w lekcji 11.4.

Te zjawiska można opisać za pomocą wspólnego schematu (rys. 11.1).



Rys. 11.1. Schemat rozchodzenia się fali mechanicznej

Ruch fali a ruch ośrodka

Skoro fala rozchodzi się na duże odległości, możemy mówić o jej ruchu. Ale czy razem z falą przemieszcza się ośrodek? Zróbmy doświadczenie.

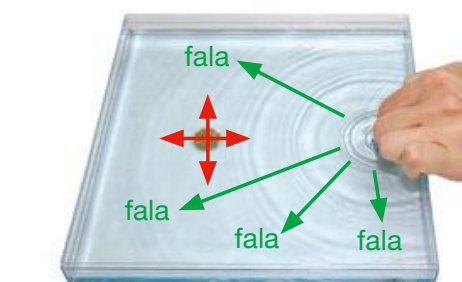
Doświadczenie 29

1. Przygotuj: duże prostokątne naczynie o jasnym dnie, kawałek korka (lub inne ciało, które będzie unosić się na wodzie) oraz lampę.
2. Nalej do naczynia trochę wody i połóż na jej powierzchni kawałek korka (lub inne ciało). Ustaw naczynie tak, aby dokładnie widzieć jego wnętrze (np. na niskim stoliku), a następnie oświetl je mocno od góry.
3. Uderzaj palcem w powierzchnię wody. Obserwuj rozchodzące się fale oraz ruch korka. Porównaj ich ruch.



Jak mogliśmy zaobserwować w doświadczeniu, korek nie porusza się razem z falą:

- fala rozchodzi się po całej powierzchni wody w naczyniu,
- korek drga wokół położenia równowagi, ale nie przemieszcza się na większą odległość.



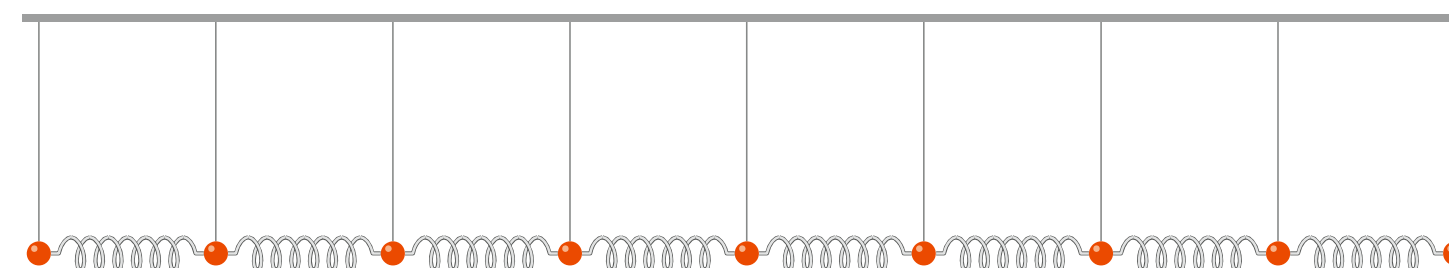
Podobnie fala na jeziorze może kołysać łodzią, ale nie porywa jej na drugi brzeg. Musimy więc rozróżniać ruch fali od ruchu falującego ośrodka (w tym wypadku wody, której drgania mogliśmy obserwować dzięki drganiom korka).

Rys. 11.2. Ruch fali w naczyniu oraz drgania korka obserwowane w doświadczeniu 29. Korek drga zarówno pionowo, jak i poziomo, wzdłuż kierunku rozchodzenia się fali

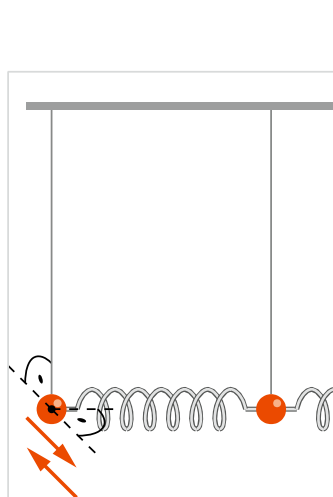
Kiedy rozchodzi się fala mechaniczna, cząsteczki ośrodka drgają, ale nie zmieniają swojego średniego położenia.

Badanie fal poprzecznych

Na rysunku 11.3 widzisz przyrząd do badania fal – zestaw złożony z jednakowych wahadeł połączonych jednakowymi sprężynami. Wykorzystajmy teraz ten zestaw.



Rys. 11.3. Zestaw doświadczalny do badania fal – układ wahadeł połączonych sprężynami



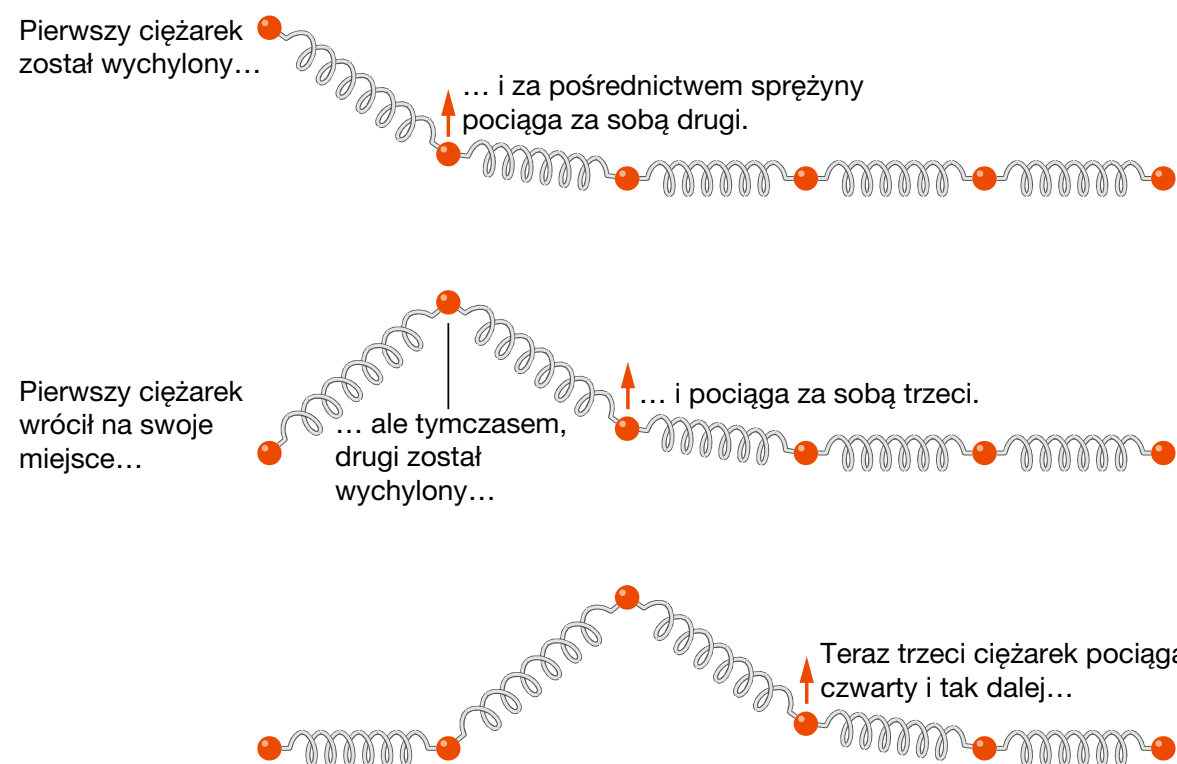
Doświadczenie 30

1. Przygotuj zestaw doświadczalny przedstawiony na rysunku 11.3. Poproś drugą osobę, aby filmowała eksperyment z góry.
2. Weź do ręki skrajny ciężarek i zdecydowanym ruchem porusz nim w bok tak, aby odchylił się jeden raz i wrócił do początkowego położenia.
3. Obserwuj, co się dzieje z ciężarkami. W jakim kierunku poruszają się ciężarki, a w jakim – rozchodzące się zaburzenie?
4. Powtórz czynności opisane w punktach 2. i 3., tym razem jednak poruszaj ciężarkiem wielokrotnie ruchem zbliżonym do harmonicznego.
5. Obejrzyj uważnie film z doświadczenia. Czy możesz coś dodać do swoich obserwacji poczynionych w trakcie eksperymentu?

Aby lepiej zrozumieć przebieg doświadczenia, przeanalizuj rysunki w ramce na dole tej strony.

Rozchodzenie się fali na sprężynie z ciężarkami

Co się dzieje, gdy wychylimy pierwszy ciężarek tylko jeden raz (punkt 2. doświadczenia 30.)? Oto kolejne etapy obserwowanego zjawiska.

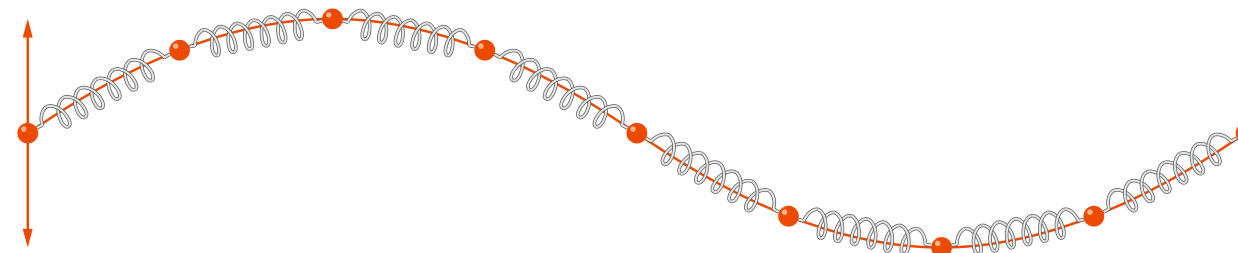


W ten sposób wzdłuż sprężyny z ciężarkami rozchodzi się pojedyncze zaburzenie, które nazywamy **impulsem falowym**.

Przejdźmy do sytuacji, gdy skrajnym ciężarkiem poruszamy nie raz, ale wielokrotnie (pkt 4.), ruchem harmonicznym. Podobnie jak w przypadku impulsu falowego pierwszy ciężarek za pośrednictwem sprężynki przekazuje swoje drgania drugiemu, drugi – trzeciemu itd.

Fala harmoniczna

W punkcie 4 doświadczenia 30. każdy z ciężarków wykonuje ruch harmoniczny. Taką falę nazywamy **falą harmoniczną**.



Rys. 11.4. Fala harmoniczna (widok z góry)

Zauważ, że wszystkie ciężarki drgają z taką samą częstotliwością, ale w różnych fazach. Gdy jeden jest wychylony maksymalnie, inny przechodzi przez położenie równowagi itd.

Fala poprzeczna

W naszym doświadczeniu ciężarki drgały w kierunku prostopadłym do kierunku rozchodzenia się fali.

Okazuje się, że podobnie jest w przypadku rozchodzenia się niektórych innych fal mechanicznych, tyle że zamiast ruchu ciężarków rozważamy ruch powiązanych ze sobą cząsteczek ośrodka. W takich sytuacjach mówimy, że rozchodzi się **fala poprzeczna** (rys. 11.5).

Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest prostopadły do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy falą poprzeczną.

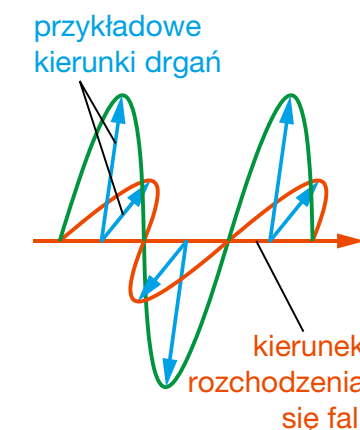
Jednak nie wszystkie fale są poprzeczne, o czym zaraz się przekonamy.

Badanie fal podłużnych

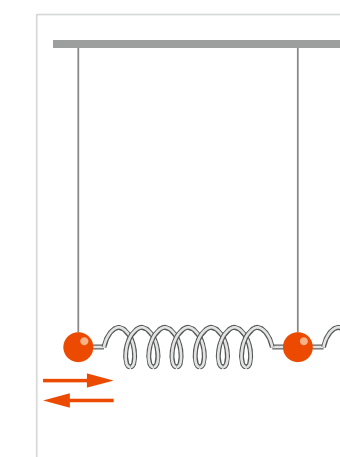
Wykonamy jeszcze jeden eksperyment przy użyciu tego samego układu.

Doświadczenie 31

1. Przygotuj zestaw eksperymentalny taki jak w doświadczeniu 30. Poproś drugą osobę, aby filmowała eksperyment z boku.
2. Weź do ręki skrajny ciężarek i gwałtownie porusz nim w tę i z powrotem zgodnie z kierunkiem prostej łączącej ciężarki.
3. Obserwuj, co się dzieje. W jakim kierunku poruszają się ciężarki, a w jakim – rozchodzące się wśród nich zaburzenie?
4. Powtórz czynności opisane w punktach 2. i 3., tylko poruszaj ciężarkiem wielokrotnie w tę i z powrotem ruchem zbliżonym do harmonicznego.
5. Obejrzyj uważnie film z doświadczenia. Czy możesz dokładniej opisać swoje obserwacje poczynione w trakcie eksperymentu?



Rys. 11.5. Istnieje nieskończenie wiele kierunków prostopadłych do kierunku rozchodzenia się fali. Drgania w czasie rozchodzenia się fali poprzecznej mogą zachodzić w każdym z nich



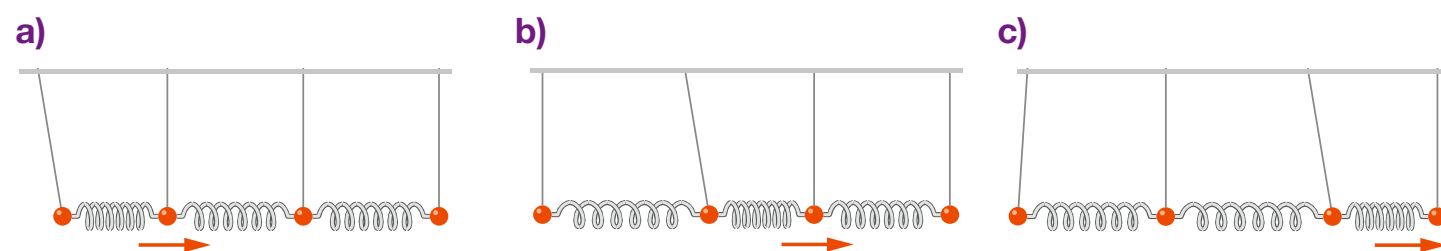
Podobnie jak w przypadku doświadczenia 30., mogliśmy obserwować rozchodzące się drgania, jednak tym razem sprężyny nie odchyłały się na boki, ale kurczyły się i rozciągały.

Również wyjaśnienie zjawiska jest podobne. Wywołany impuls falowy (pkt 2. dośw. 31.) przemieszczał się dzięki temu, że każdy ciężarek popychał, a potem ciągnął kolejny (rys. 11.6).

Natomiast gdy wprawialiśmy ciężarek w ruch harmoniczny (pkt 4. dośw. 31.), w układzie rozchodziła się fala harmoniczna.

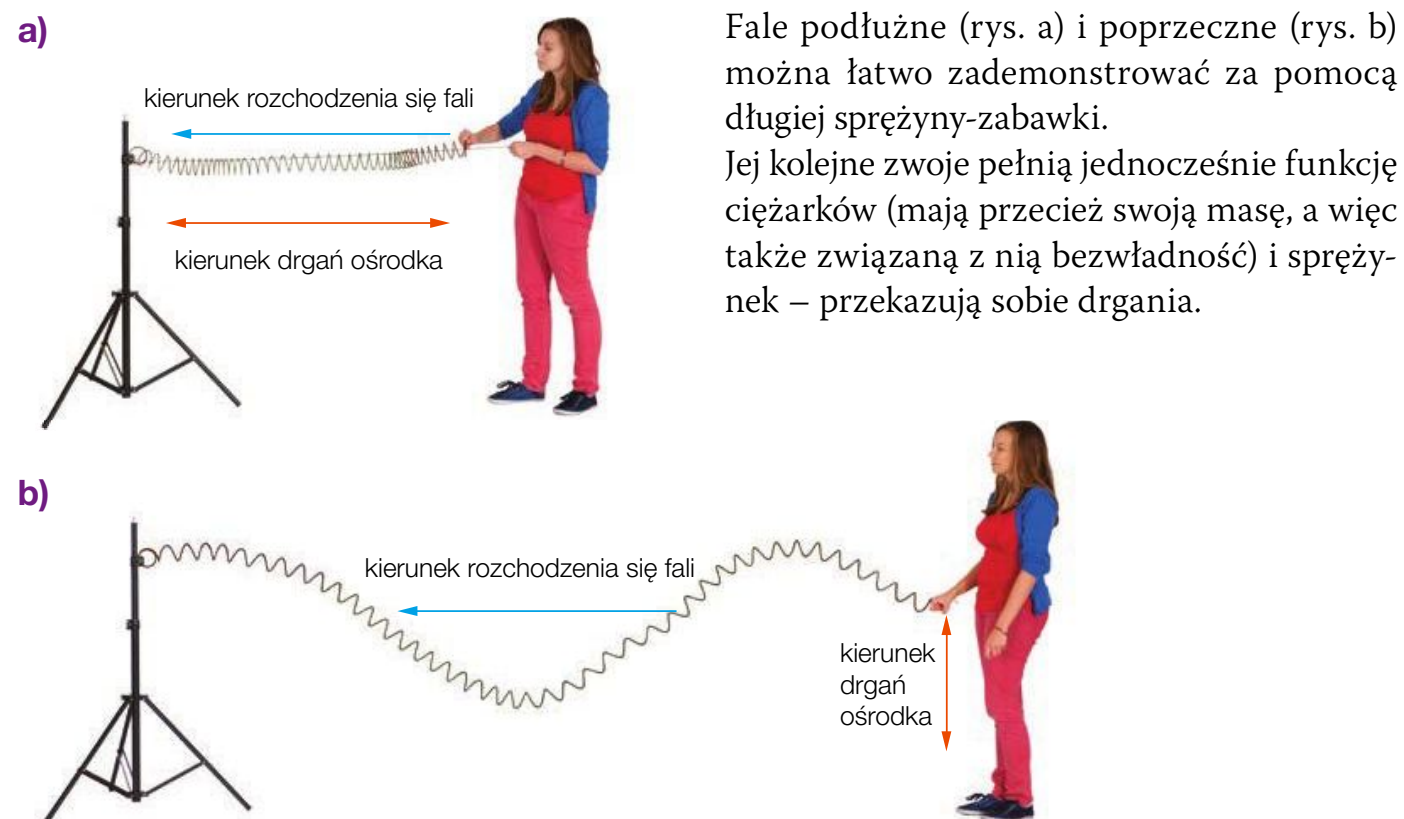
Jednak w odróżnieniu od doświadczenia 30. ciężarki drgały równolegle do kierunku rozchodzenia się fali. W takim przypadku mówimy o rozchodzeniu się w układzie **fali podłużnej**.

Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest równoległy do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy falą podłużną.



Rys. 11.6. Mechanizm powstawania fali podłużnej – kolejne etapy przemieszczania się impulsu falowego

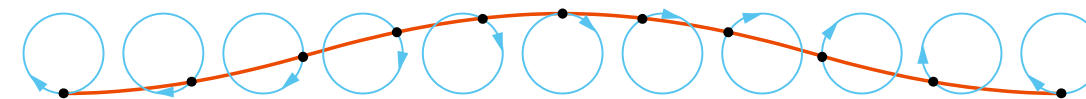
Porównanie fal: podłużnej i poprzecznej



Fale podłużne (rys. a) i poprzeczne (rys. b) można łatwo zademonstrować za pomocą długiej sprężyny-zabawki. Jej kolejne zwoje pełnią jednocześnie funkcję ciężarków (mają przecież swoją masę, a więc także związaną z nią bezwładność) i sprężynę – przekazują sobie drgania.

Fale będące złożeniem fal poprzecznych i podłużnych

W wielu sytuacjach cząsteczki ośrodka drgają jednocześnie równolegle i prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali. Dzieje się tak m.in. w przypadku fal na powierzchni wody (rys. 11.7).



Rys. 11.7. Cząsteczki przy powierzchni falującej wody poruszają się w przybliżeniu po okręgach. Ruch po okręgu można opisać jako złożenie dwóch ruchów harmonicznnych, tak jak ruch harmoniczny opisywaliśmy jako rzut ruchu po okręgu na jedną z osi

Fale te powodują kołysanie się łódki nie tylko w górę i w dół (fala poprzeczna), lecz także w tę i z powrotem, zgodnie z kierunkiem rozchodzenia się fali (fala podłużna).

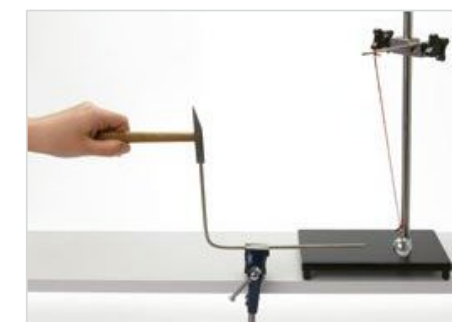
Uwaga. Falowanie morza jest zjawiskiem dużo bardziej skomplikowanym i w pewnych sytuacjach, np. przy brzegu lub przy zmianach głębokości, fale mogą powodować powstawanie prądów, które znoszą pływających na pełne morze. To zjawisko bywa niebezpieczne nawet dla osób potrafiących dobrze pływać.

Badanie fali w ciele stałym

Sprawdźmy teraz doświadczalnie, że fala może rozchodzić się również w ciele stałym, a konkretnie – w stalowym pręcie.

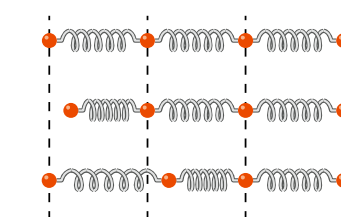
Doświadczenie 32

1. Przygotuj wygięty stalowy pręt o długości ok. 50 cm i zamocuj go poziomo w imadle w taki sposób, aby się nie poruszał, nawet gdy uderzysz młotkiem w jego koniec.
2. Zawieś kulkę na sznurku tak, aby dotykała jednego z końców pręta.
3. Uderz młotkiem w drugi koniec pręta. Co się dzieje z kulką?



Powyższe doświadczenie w pierwszej chwili nie przypomina eksperymentów z ciężarkami połączonymi za pomocą sprężyn, jednak i tym razem badamy podobne zjawisko – rozchodzenie się fali mechanicznej. W metalu funkcję ciężarków pełnią atomy, a funkcję sprężyn – oddziaływania między nimi. Mechanizm powstawania fali w obu przypadkach jest podobny.

Na skutek uderzenia atomy zbliżają się do siebie, po czym pod wpływem wzajemnych oddziaływań fala ich zagęszczenia przemieszcza się aż na drugi koniec pręta. Kiedy dociera do drugiego końca pręta, wprawia w ruch kulkę (rys. 11.8).

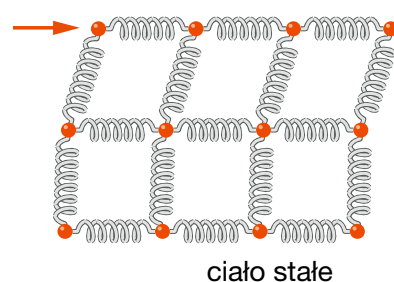


Rys. 11.8. Schemat rozchodzenia się fali podłużnej w ciele stałym. Ciężarki oznaczają atomy, a sprężynki symbolizują ich oddziaływanie

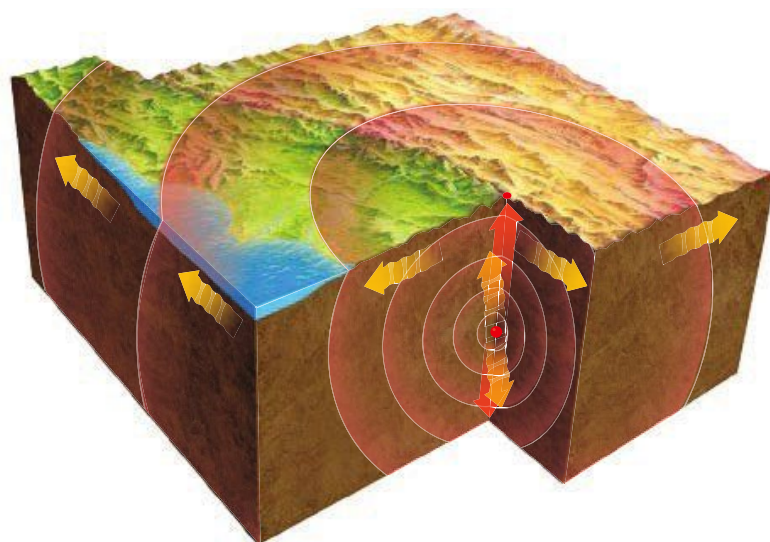
Zwróćmy uwagę na to, że rozchodząca się wzdłuż pręta fala zmienia kierunek. Pozwala nam to upewnić się, że mieliśmy do czynienia z falą rozchodzącą się w pręcie. Gdyby pręt był po prostu zbyt słabo zamocowany i przesunął się jako całość, poruszyłby się w dół i nie wprowadziłby kulki w ruch.

■ Ośrodki o różnym stanie skupienia

Gdy w ciele stałym przesuniemy jedną warstwę atomów (górna warstwa na rys. 11.9), oddziaływania między atomami spowodują przesunięcie sąsiedniej warstwy. W ten sposób rozchodzi się fala poprzeczna. Dlatego w ciałach stałych mogą się rozchodzić zarówno fale poprzeczne, jak i podłużne. Przykład stanowią fale seismiczne, rozchodzące się w skorupie ziemskiej i powodujące trzęsienia ziemi (rys. 11.10).



Rys. 11.9. Warstwy atomów oddziałują ze sobą w ciele stałym



Rys. 11.10. Podłużna fala seismiczna porusza się z prędkością $4-8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, a poprzeczna z prędkością $2-5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Chodzi o fale rozchodzące się **wewnątrz** cieczy lub gazu, a nie o fale na powierzchni cieczy.

Z kolei w cieczech i gazach warstwy atomów (lub cząsteczek) mogą przesuwać się niezależnie od siebie. Dlatego w cieczech i gazach rozchodzą się wyłącznie fale podłużne, polegające na zmianach gęstości, czyli sprężaniu i rozprężaniu substancji.

■ Prędkość fali

Zaburzenie powierzchni wody czy położenia ciężarków nie rozchodzi się natychmiast, ale z pewną określoną prędkością. Nazywamy ją **prędkością fali**.

Gdy fala rozchodzi się w jednorodnym ośrodku (np. na wodzie o stałej głębokości, w sprężynie o stałym współczynniku sprężystości), ta prędkość się nie zmienia. Wraz ze zmniejszaniem się amplitudy fali maleje prędkość ruchu cząsteczek ośrodka, ale nie prędkość fali.

Fala rozchodzi się ze skończoną prędkością.

Prędkość fali może być bardzo różna:

- badane przez nas fale na sprężynach mają prędkość rzędu kilkudziesięciu centymetrów na sekundę,
- dźwięk w powietrzu rozchodzi się z prędkością $344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, czyli ponad $1200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$,
- prędkość fal seismicznych to kilka kilometrów na sekundę.

■ Energia fali

W doświadczeniu z obciążnikami obserwowaliśmy, że gdy fala dochodziła do kolejnych obciążników, zaczynały się one poruszać. Wynika z tego, że **fala przenosi energię**. Podobnie fala na wodzie może przewrócić łódkę, a fala dźwiękowa – wprowadzić w drgania szybę.

Skąd bierze się energia fal? Każda fala mechaniczna została wywołana przez ruch jakiegoś ciała – **źródła fali**. Aby to źródło się poruszało, musiała zostać wykonana praca (ciało musiało zyskać energię). W doświadczeniach w tej lekcji dostarczaliśmy energii, wykonując pracę siłą mięśni.

Praca i energia, podręcznik cz. 1 → s. 197

■ Wspólne właściwości fal mechanicznych

Na podstawie przedstawionych doświadczeń i codziennych obserwacji możemy opisać kilka właściwości **wszystkich fal mechanicznych**.

- Kiedy rozchodzi się fala, cząsteczki poruszają się ruchem drgającym, a nie przemieszczają się razem z falą.
- Fala rozchodzi się w ośrodkach takich jak powietrze, stalowy pręt czy woda.
- Fala rozchodzi się z określoną, skończoną prędkością.
- Fala niesie energię.

Inaczej jest z falami elektromagnetycznymi, np. światłem – one rozchodzą się także w próżni.

A to ciekawe

Fale morskie na bieżąco tracą energię, ale uzupełniają ją kosztem energii wiatru. Całkowita moc tego strumienia energii, nazywana też mocą fal morskich, to ok. 3 TW, czyli $3 \cdot 10^{12}$ W. W przybliżeniu odpowiada ona mocy elektrowni na świecie. Choć wykorzystanie całej energii fal morskich nie jest możliwe, ponieważ jest ona rozproszona na ogromnych obszarach, to działają już elektrownie zamieniające energię fal na energię elektryczną, jak np. pokazany na zdjęciu jeden z modułów elektrowni w Aguçadourze (czyt. agusadorze) u wybrzeży Portugalii.



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Czy na wstążce mogą się rozchodzić fale poprzeczne? A fale podłużne? Wyjaśnij, dlaczego tak jest.

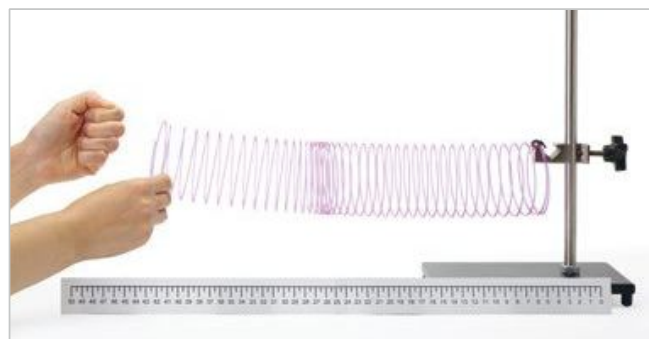


2. Jeśli chcemy oszacować, jak daleko od nas uderzył piorun, mierzymy czas od błyskawicy do grzmotu, dzielimy liczbę sekund przez 3 i otrzymujemy odległość w kilometrach. Uzasadnij, że to poprawny sposób.
3. Światło porusza się w próżni z prędkością 300 tys. $\frac{\text{km}}{\text{s}}$. Oblicz, jak długo trwa, zanim światło dotrze ze Słońca na Ziemię, czyli pokona odległość 150 mln km. Odpowiedź podaj w minutach.

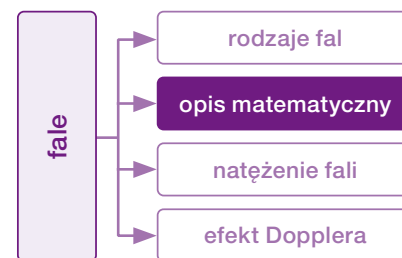
4. Po wykonaniu doświadczenia 31. odpowiedz na pytania. Uzasadnij swoje odpowiedzi. Czy potrafisz wykonać doświadczenie, w którym mógłbyś je zweryfikować?

- a) Czy prędkość rozchodzenia się fali zależy od masy ciężarków? Jeśli tak, to czy jest to zależność malejąca czy rosnąca?
- b) Czy prędkość rozchodzenia się fali zależy od stałej sprężystości sprężyn? Jeśli tak, to czy jest to zależność malejąca czy rosnąca?
5. Przygotuj długą sprężynę-zabawkę i jeden jej koniec zamocuj np. do statywu, a drugi – trzymaj w wyciągniętej ręce. Przecwicz wytwarzanie na sprężynie fal podłużnych. Następnie umieść przy sprężynie miarkę.

Sfilmuj ruch podłużnego impulsu falowego i na podstawie nakręconego filmu wyznacz prędkość rozchodzenia się wywołanego impulsu falowego.



11.2 Wielkości opisujące fale



Ważne w tej lekcji:

- amplituda, częstotliwość i długość fali,
- zależność między wielkościami opisującymi falę.

Przypomnij sobie:

- Amplituda ruchu drgającego to maksymalne wychylenie drgającego ciała z położenia równowagi.
- Okres ruchu drgającego to czas trwania jednego pełnego cyklu drgań.
- Częstotliwość drgań to liczba okresów mieszczących się w jednej sekundzie. Obliczamy ją ze wzoru $f = \frac{1}{T}$ i wyrażamy w hercach.

W poprzedniej lekcji przypomnieliśmy jedną z wielkości służących do opisu fal: prędkość fali. Teraz zajmiemy się pozostałymi.

■ Częstotliwość fali

Jak już wiesz, fala mechaniczna powstaje, gdy drgające ciało wprowadza w ruch drgający cząsteczki ośrodka, one zaś przekazują swoje drgania kolejnym cząsteczkom. Fala może także wprowadzić w drgania ciało, do którego dotrze. Okazuje się, że częstotliwość tych wszystkich drgań jest jednakowa (rys. 11.11).



Rys. 11.11. Drgania źródła fal, ośrodka i ciała poruszanego przez falę mają jednakową częstotliwość

Kiedy rozchodzi się fala, wszystkie cząsteczki ośrodka drgają z jednakową częstotliwością. Nazywamy ją **częstotliwością fali**.

Wynika stąd, że także okres drgań jest taki sam dla wszystkich cząstek ośrodka. Możemy więc nazwać go okresem całej fali.

Amplituda fali

Podobnie amplitudę drgań cząsteczek ośrodka nazywamy amplitudą fali.

Jednak w odróżnieniu od częstotliwości i okresu amplituda może być różna dla różnych punktów ośrodka – na ogół zmniejsza się ona w miarę rozchodzenia się fali.

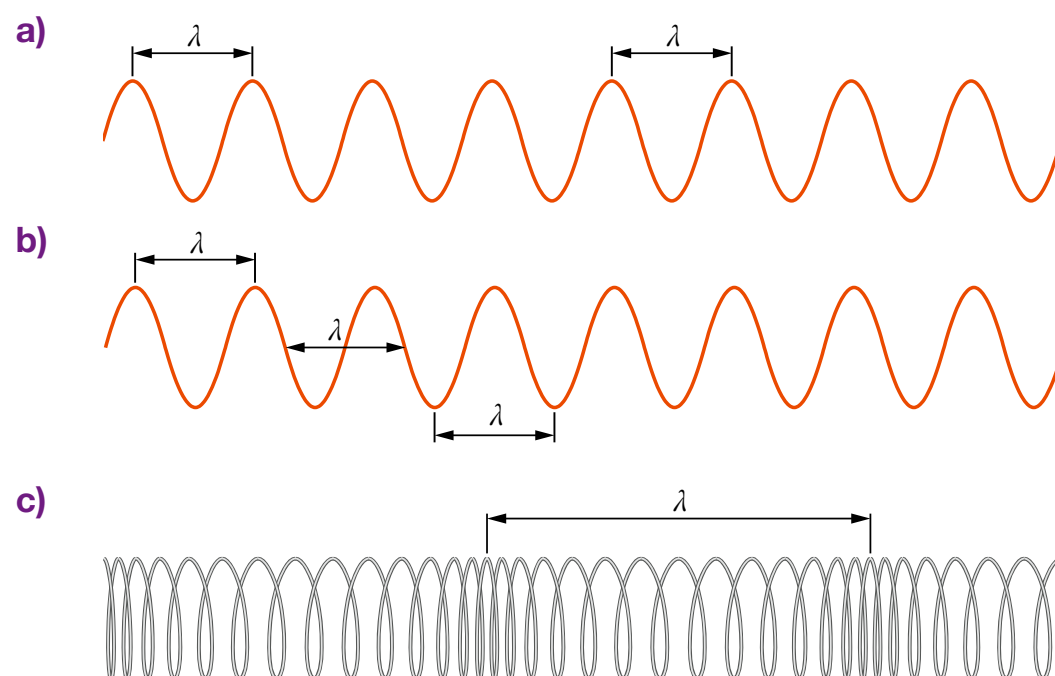
Długość fali

Ze szkoły podstawowej wiesz, że długość fali to odległość między jej dwoma kolejnymi grzbietami (rys. 11.12 i 11.13a). Tę definicję można nieco uogólnić.

- Zamiast grzbietów możemy wybrać dwie kolejne doliny lub – ogólniej – dwa kolejne punkty będące w tej samej fazie drgań (rys. 11.13b).
- Przyjmujemy też, że w przypadku fali podłużnej na sprężynie przez grzbiety rozumiemy miejsca o maksymalnym zagęszczeniu zwojów (rys. 11.13c).

Możemy więc sformułować ogólną definicję długości fali.

Długość fali to odległość między dwoma kolejnymi punktami drgającymi w tej samej fazie.



Rys. 11.13. Ilustracja definicji długości fali

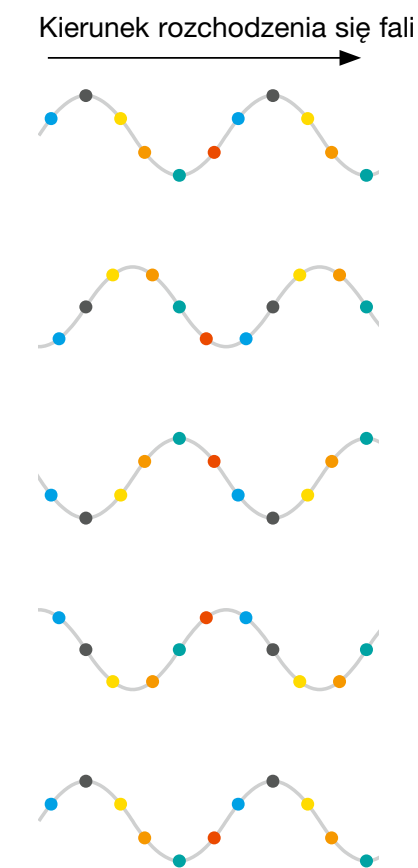
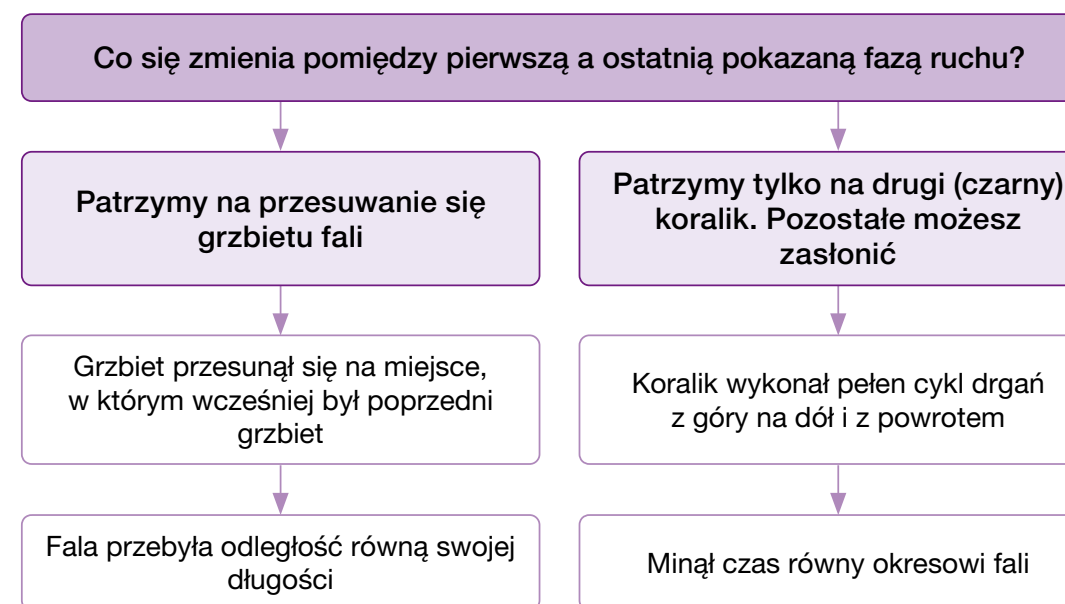
Cała fala czy jeden punkt

Zauważ, że wielkości opisujące falę możemy podzielić na dwie grupy:

- amplituda, częstotliwość i okres dotyczą drgań ośrodka **w każdym punkcie z osobna**,
- długość i prędkość fali opisują rozchodzenie się **fali jako całości**.

Zależność między długością, prędkością i częstotliwością

Rysunek 11.14 przedstawia kolejne fazy rozchodzenia się fali na sznurku z nanizanymi kolorowymi koralikami. Możemy analizować go na dwa sposoby.



Rys. 11.14. Rozchodzenie się fali na sznurku z koralikami

Wynika stąd ważny wniosek:

W czasie równym swojemu okresowi T fala pokonuje odległość równą swojej długości λ .

Ale skoro w czasie T fala przebywa odległość równą λ , to do znanego ci wzoru na prędkość $v = \frac{s}{t}$ możemy podstawić: $s = \lambda$ i $t = T$. Otrzymamy wtedy:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Częściej jednak mówimy o częstotliwości fali niż o jej okresie, możemy więc przekształcić ten wzór tak, aby występowała w nim częstotliwość.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \frac{1}{T} = \lambda f$$

Otrzymaliśmy zależność:

$$v = \lambda f$$

prędkość fali $\rightarrow$ $v = \lambda f$ $\leftarrow$ długość fali
 $\leftarrow$ częstotliwość fali

■ Przejście do innego ośrodka

Kiedy fala przechodzi do innego ośrodka, zazwyczaj zmienia się jej prędkość. Na przykład:

- fala na płytkiej wodzie rozchodzi się wolniej niż na głębokiej,
- dźwięk rozchodzi się szybciej w wodzie niż w powietrzu,
- światło – na odwrót, w powietrzu rozchodzi się szybciej niż w wodzie.

Ze wzoru $v = \lambda f$ wynika, że gdy zmienia się prędkość v , to długość fali λ oraz jej częstotliwość f nie mogą obie pozostać bez zmian. Która z nich się zmienia?

Kiedy fala przechodzi do innego ośrodka, nie zmienia się jej częstotliwość.

Dzieje się tak dlatego, że na granicy ośrodków drgania muszą zachodzić z taką samą częstotliwością zarówno w pierwszym, jak i drugim ośrodku.

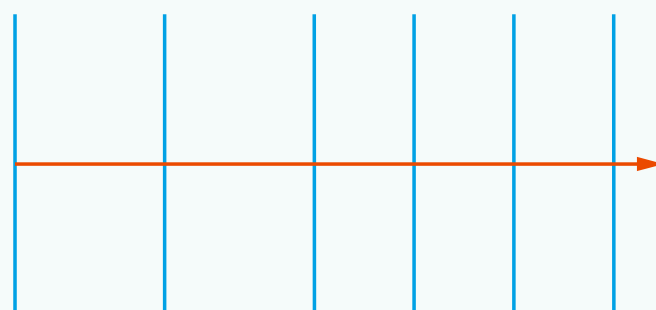
Skoro częstotliwość się nie zmienia, musi zmienić się długość fali.

Spójrz jeszcze raz na rysunek 11.12. Bliżej brzegu fale są krótsze.

JEST NA TO SPOSÓB

Jak wykorzystać pomiary linijką na rysunku stanowiącym część treści zadania?

Fala na wodzie rozchodzi się w kierunku wskazywanym przez czerwoną strzałkę. Niebieskie linie prostopadłe do tej strzałki oznaczają kolejne grzbiety fali. W pewnym miejscu fala przechodzi na płytszą wodę i jej prędkość zmienia się z v_1 na v_2 . Wyznacz stosunek tych prędkości $\frac{v_1}{v_2}$. Na rysunku przedstawiono odległości w poprawnej skali.



PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Uwaga. Na ogół rysunki do zadań, nawet wykonane starannie, są schematyczne i nie przedstawiają odległości w określonej skali. Z odległości na rysunku można korzystać tylko wtedy, gdy jest to wyraźnie powiedziane w treści zadania. Teraz mamy do czynienia właśnie z taką sytuacją.

Krok 1. Analizujemy zjawisko

Na rysunku widzimy, że w pewnym miejscu długość fali się zmniejsza. Z czego to może wynikać?

Wiemy, że gdy zmienia się prędkość rozchodzenia się fali z powodu przejścia do innego ośrodka (w tym wypadku – do wody o innej głębokości), częstotliwość fali nie ulega zmianie.



Przecież w miejscu, gdzie zachodzi zmiana, drgania muszą zachodzić tak samo (w takim samym tempie) jak po lewej stronie od tego miejsca, a jednocześnie tak samo jak po prawej. W takim razie przy zmianie prędkości zmienia się długość fali.

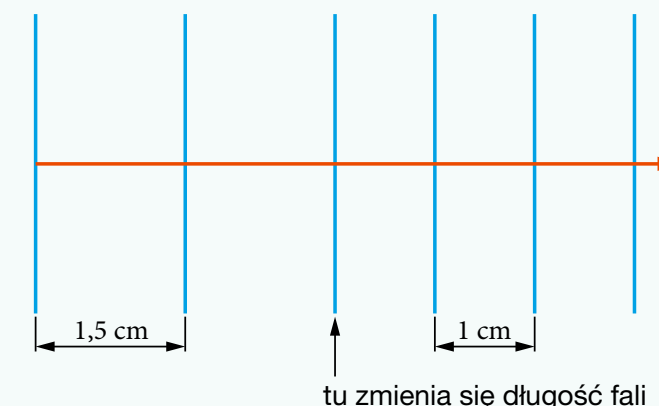
Krok 2. Mierzmy długości na rysunku

W treści powiedziano, że niebieskie linie są prostopadłe do czerwonej, więc do pomiaru nie jest nam potrzebna ekierka – wystarczy linijka.

Nie wiemy, w jakiej skali wykonano rysunek. Załóżmy, że 1 cm na rysunku to odległość x w rzeczywistości.

W takim razie długości fali wynoszą:

$$\lambda_1 = 1,5x, \lambda_2 = x$$



Krok 3. Zastanawiamy się, jak połączyć dane z szukanyymi

Znamy długości fal, a szukamy stosunku ich prędkości. Długość i prędkość fali łączą związek:

$$v = \lambda f$$

Będziemy z niego korzystać.

Krok 4. Przekształcamy wzory i znajdujemy odpowiedź

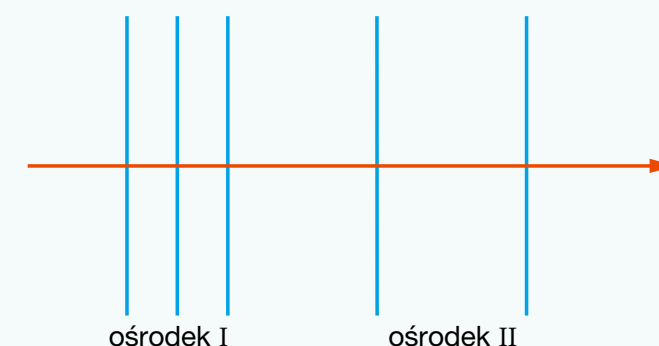
Zapisujemy więc szukany stosunek prędkości, podstawiamy do niego wzór na prędkość, a następnie wyznaczone długości fal. Otrzymujemy:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1 f}{\lambda_2 f} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1,5x}{x} = 1,5$$

Odpowiedź: Szukany stosunek prędkości wynosi 1,5.

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Załóżmy dodatkowo, że 1 cm na rysunku w przykładzie powyżej oznacza 10 cm w rzeczywistości, a częstotliwość fali wynosi 2 Hz. Oblicz prędkość rozchodzenia się fali na wodzie głębszej i na płytszej.
- 2 Fala dźwiękowa przechodzi z wody do powietrza. Czy jej długość zwiększa się, czy zmniejsza? Ile razy? Potrzebne dane znajdź w tablicach na końcu podręcznika.
- 3 Fala elektromagnetyczna przechodzi z ośrodka I do ośrodka II (patrz rys.). W którym z ośrodków rozchodzi się z większą prędkością? Ile razy większą? Na rysunku przedstawiono odległości w poprawnej skali.



Sytuacja dla stałej prędkości

Mówiliśmy o rozchodzeniu się **tej samej fali** w **różnych ośrodkach** z różnymi prędkościami. Teraz rozważmy **różne fale** rozchodzące się w **jednym ośrodku** z jednakową prędkością. Okazuje się bowiem, że w niektórych sytuacjach prędkość fali nie zależy od jej częstotliwości. Co prawda nie dotyczy to wszystkich fal, ale jest tak w ważnych przypadkach:

- dźwięku w powietrzu,
- fal elektromagnetycznych w próżni,
- w przybliżeniu dla fal elektromagnetycznych w innych ośrodkach.

Zależność $v = \lambda f$ możemy przedstawić także w postaciach:

$$\lambda = \frac{v}{f} \text{ albo } f = \frac{v}{\lambda}$$

Widzimy z nich, że przy stałej prędkości długość fali jest odwrotnie proporcjonalna do częstotliwości. Zgadza się to z intuicją – możemy powiedzieć potocznie, że gdy fala częściej faluje, to pojedyncze falki są krótsze.

Inaczej jest dla fal na wodzie.

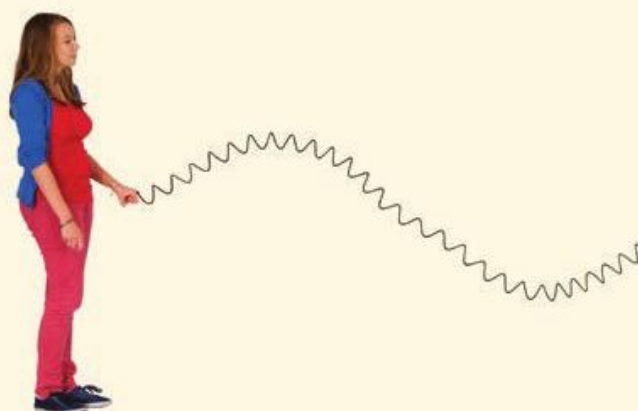
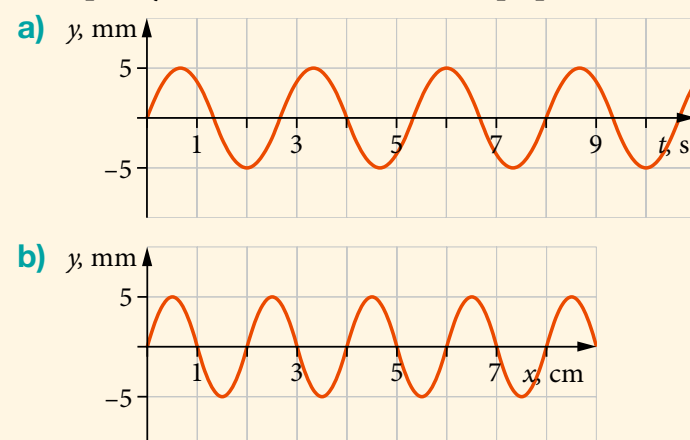
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Przykład

Na sprężynie rozchodzi się fala poprzeczna, dla której wykonano dwa wykresy.



Opisują one zależność wychylenia sprężyny ze średniego położenia:

- od czasu w jednym określonym miejscu x_0 ,
- od miejsca pomiaru w jednej określonej chwili t_0 .

Odczytaj z wykresów amplitudę fali oraz jej długość i częstotliwość.

Dane: wykresy

Szukane: A – amplituda, λ – długość fali, f – częstotliwość fali

Rozwiązanie:

Analizujemy wykresy

Wykres a) opisuje, jak **wychylenie sprężyny** zmienia się w **czasie**.

Wykres b) opisuje, jak **wychylenie sprężyny** zmienia się w **przestrzeni**.



Ponieważ amplituda opisuje maksymalne **wychylenie sprężyny**, można ją odczytać z każdego z wykresów. Możemy to zrobić od razu: $A = 5$ mm.

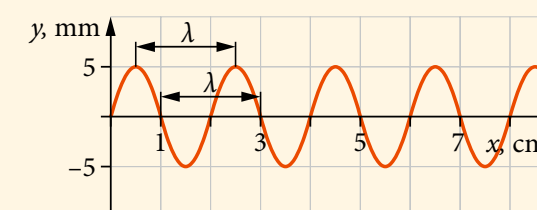
Długość fali to odległość między grzbietami, a więc dotyczy zmian **wychylenia sprężyny** w **przestrzeni**. Tę wielkość można odczytać z wykresu b).

Częstotliwość fali dotyczy ruchu pojedynczego punktu falującego ośrodka, czyli zmian **wychylenia sprężyny** w **czasie**. Można ją więc odczytać z wykresu a).

Odczytujemy długość fali

Skoro wykres b) przedstawia obraz fali w **przestrzeni**, możemy z niego odczytać jej długość, czyli odległość między kolejnymi grzbietami.

Jednak równie dobrze możemy wziąć pod uwagę inne punkty o jednakowej fazie, leżące na przecięciu wykresu z osią x , co pozwoli łatwiej odczytać szukaną odległość.

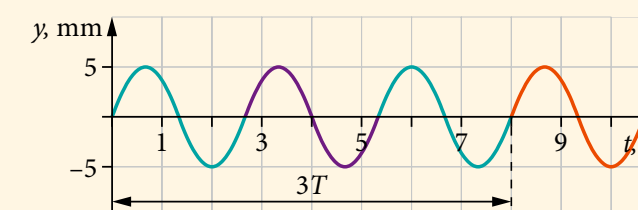


Jak widać, wynosi ona $\lambda = 2$ cm.

Odczytujemy okres i wyznaczamy częstotliwość

Częstotliwość jest związana z tym, jak określony punkt falującego ośrodka zmienia swoje położenie w **czasie**. Można ją więc wyznaczyć z wykresu a), ponieważ przedstawia on takie właśnie zmiany. Dokładniej mówiąc, można z niego odczytać okres drgań, a następnie obliczyć częstotliwość.

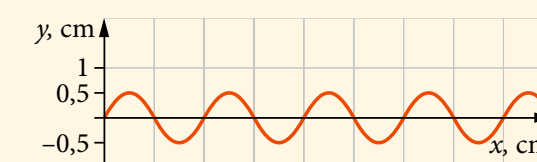
Co prawda jeden okres drgań nie wyraża się całkowitą liczbą sekund, więc nie można go odczytać dokładnie z wykresu, ale można odczytać, że trzy okresy trwają 8 s, a więc $T = \frac{8}{3}$ s.



Stąd: $f = \frac{1}{T} = \frac{3}{8}$ Hz = 0,375 Hz.

Odpowiedź: Fala ma długość 2 cm, częstotliwość 0,375 Hz i amplitudę 5 mm.

Uwaga. Zwróć uwagę na to, że na dwóch ośiach wykresu b) przyjęto różne skale. Dzięki temu wykres łatwiej analizować. Gdybyśmy na obu ośiach wprowadzili jednakową skalę w centymetrach, wykres wyglądałby tak:

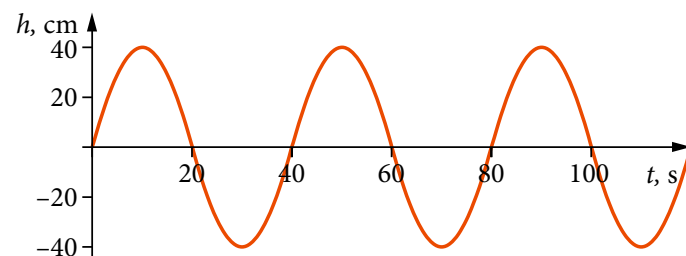


Pytania i zadania

1. Na oceanie wiatr wytworzył falę, która co 10 s unosiła i opuszczała tratwę ratunkową. Pomiedzy kolejnymi grzbietami fali była odległość 90 m. Oblicz prędkość fali.



2. **P** Po wodzie rozchodzi się fala. Wprawia ona w ruch drgający pływające koło ratunkowe. Drgania koła opisuje wykres przedstawiony poniżej. Czy na podstawie tego wykresu można określić amplitudę, częstotliwość lub długość fali? Wyznacz te wielkości, dla których jest to możliwe.



3. Fale elektromagnetyczne, do których należą też mikrofae, rozchodzą się z prędkością $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Odczytaj z tabliczki znamionowej kuchenki mikrofalowej częstotliwość fal i oblicz ich długość.

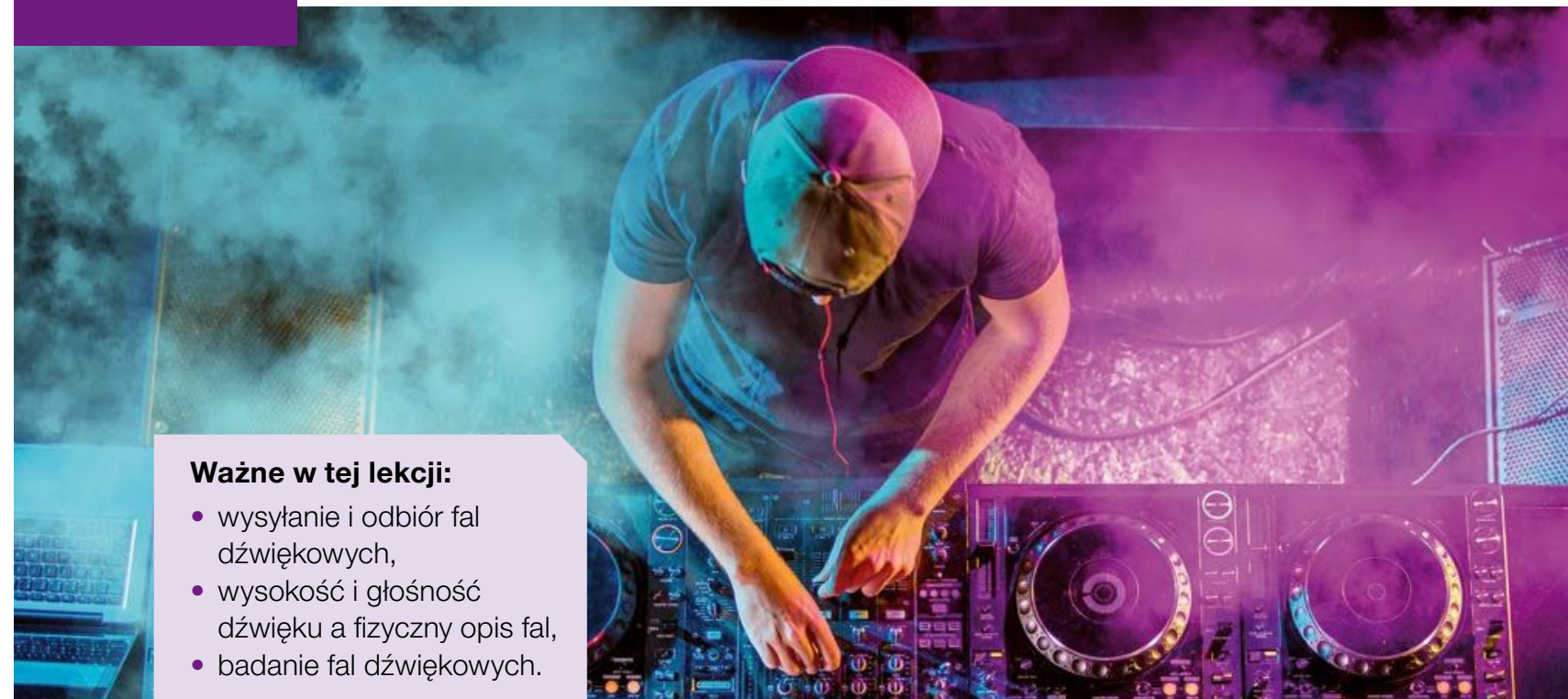
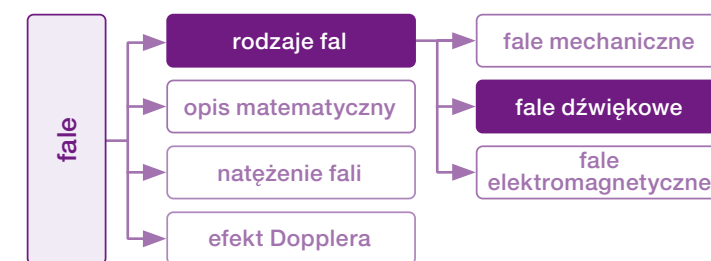
4. Do wanny wiano warstwę wody o głębokości kilku centymetrów. Za pomocą prostokątnej gąbki na powierzchni wody została wytworzona fala rozchodząca się wzdłuż wanny. W czasie 15 s gąbka uderzyła o wodę 35 razy. Powstawała wtedy fala o długości 10 cm i amplitudzie ruchu pionowego cząsteczek wody 1 cm.

Przyjęto, że fala rozchodziła się zgodnie ze zwrotem osi x . Ustalono punkt na powierzchni wody $x = 0$, dla którego w danej chwili wychylenie $y = 0$, a woda w tym miejscu unosiła się w górę.

Oblicz, po jakim czasie w punkcie $x = 11 \text{ cm}$ woda znalazła się w najwyższym położeniu.

Wskazówka. Zaczynij od wykonania wykresu $y(x)$.

11.3 Fale dźwiękowe



Ważne w tej lekcji:

- wysyłanie i odbiór fal dźwiękowych,
- wysokość i głośność dźwięku a fizyczny opis fal,
- badanie fal dźwiękowych.

Przypomnij sobie:

- Wyróżniamy fale mechaniczne: poprzeczne i podłużne.
- Dźwięk jest falą mechaniczną.

Ze szkoły podstawowej wiesz, że jednym z rodzajów fal mechanicznych są fale dźwiękowe. Źródłem dźwięku mogą być np. drgające struny instrumentów (rys. 11.15). Na początku zajmijmy się opisem rozchodzenia się fal dźwiękowych w powietrzu.

Jak powstaje fala dźwiękowa

Mechanizm powstawania fali dźwiękowej jest podobny do mechanizmu rozchodzenia się fali podłużnej na sprężynie.

Gdy ciało (np. struna) drga w powietrzu, to porusza się raz w jedną, raz w drugą stronę, przez co powoduje na przemian zagęszczenia i rozrzedzenia powietrza w swoim najbliższym otoczeniu.

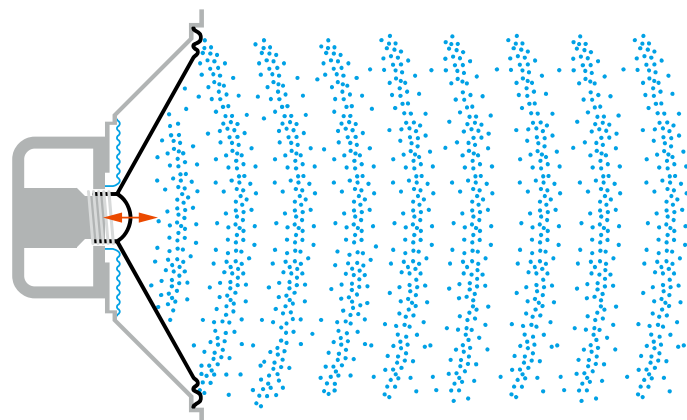
Zagęszczone powietrze się rozpręża i powoduje zagęszczenie w sąsiedztwie, a rozrzedzone – powoduje „zasysanie” powietrza z sąsiedztwa. W ten sposób zagęszczenia i rozrzedzenia przenoszą się do sąsiednich miejsc, z nich do kolejnych i stopniowo rozchodzą się na duże odległości. Powstaje **fala dźwiękowa** (rys. 11.16 na następnej stronie). Jest to **fala podłużna** – tylko takie fale rozchodzą się w powietrzu.



Rys. 11.15. Dźwięk fortepianu powstaje dzięki drganiom strun wewnątrz instrumentu

Fala podłużna
→ s. 264

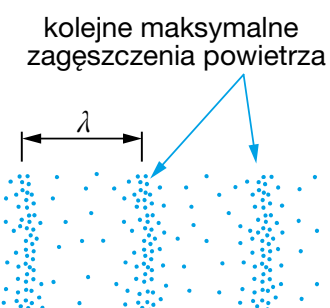
Rys. 11.16. Powstawanie fali dźwiękowej: ruch membrany głośnika powoduje zagęszczenia i rozrzedzenia powietrza



Jak słyszymy dźwięk

Gdy fala dźwiękowa dotrze do błony bębenkowej ucha, wprawia ją w drgania. Drgania te są przenoszone przez kolejne części ucha aż do komórek słuchowych, które przekazują informację o dźwięku do mózgu. W ten sposób dźwięk dociera do naszej świadomości.

Fala dźwiękowa może wprawić w drgania także inne ciała np. membranę mikrofonu. Z kolei przy bardzo głośnym huku (np. od wybuchu) szyby w oknach drżą, a nawet mogą pękać.



Rys. 11.17. Długość fali dźwiękowej

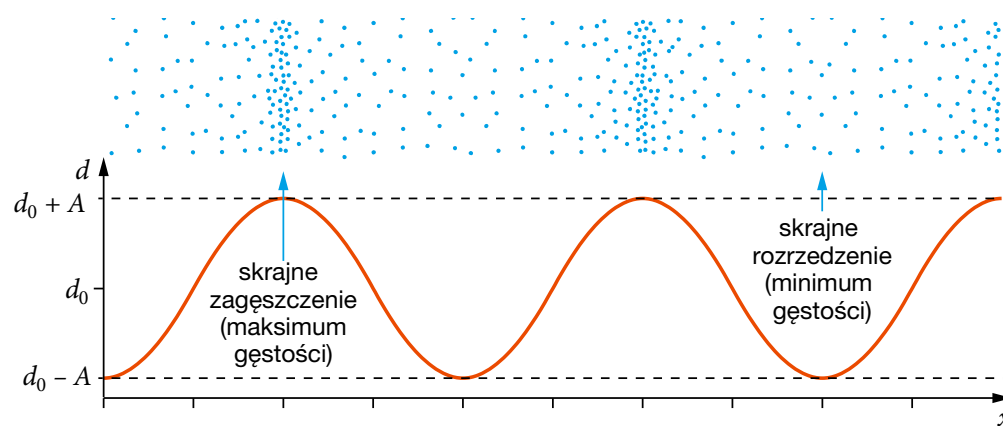
W rzeczywistości zagęszczenia i rozrzedzenia cząsteczek nie są tak wyraźne, jak na naszych poglądowych rysunkach.

Długość fali dźwiękowej

Długość fali podłużnej na sprężynie jest równa odległości między kolejnymi miejscami największego zagęszczenia zwojów. Analogicznie – długość fali dźwiękowej to odległość między dwoma kolejnymi miejscami największego zagęszczenia powietrza (rys. 11.17).

Badanie dźwięków

W przypadku dźwięku wielkością ulegającą zmianom jest gęstość powietrza. Jej zmiany w zależności od odległości od źródła przedstawia rysunek 11.18. Dotyczy on tylko jednej chwili. W miarę upływu czasu zagęszczenia i rozrzedzenia się przesuwają.



Rys. 11.18. Gęstość powietrza w zależności od odległości od źródła dźwięku dla czystego tonu w pewnej chwili (d_0 – średnia gęstość, A – amplituda zmian gęstości)

Taki wykres można w prosty sposób otrzymać za pomocą odpowiedniego programu komputerowego (np. Oscilloscope 2.51) lub aplikacji na telefon (np. Phyphox).

Doświadczenie 33

1. Przygotuj komputer lub telefon komórkowy z aplikacją do wyświetlania wykresów dźwięku.
2. Uruchom program. Zaśpiewaj do mikrofonu głoskę „a”:
 - raz cicho, a raz głośno,
 - raz głosem wysokim, a raz niskim.
3. Porównaj otrzymane wykresy dźwięku.



Z naszego doświadczenia można wywnioskować, że:

- głośności dźwięku odpowiada amplituda fali dźwiękowej (a więc też moc),
- wysokości dźwięku odpowiada częstotliwość fali dźwiękowej.

Dźwięk głośniejszy to fala o większej amplitudzie i mocy. Dźwięk wyższy to fala o większej (wyższej) częstotliwości.

Widzimy także, że głos człowieka nie wytwarza fali harmonicznego – wykres nie ma kształtu sinusoidy. O dźwiękach będących i niebędących falami harmonicznymi powiemy więcej pod koniec tej lekcji.

Ultradźwięki i infradźwięki

Człowiek nie słyszy ani dźwięków bardzo niskich – **infradźwięków**, ani bardzo wysokich – **ultradźwięków**. Zakres słyszalności człowieka obejmuje dźwięki od 16 Hz do 20 kHz. Jednak u poszczególnych osób ten zakres może być różny, dlatego możesz spotkać także inne dane na ten temat.

Z wiekiem obniża się górna granica słyszalności – młodzież słyszy zwykle dźwięki dochodzące do 20 kHz, dla trzydziestolatków ta granica obniża się do 15 kHz, a dla seniorów nawet do 5 kHz.

Uwaga. W niektórych publikacjach możesz znaleźć definicję dźwięku jako fali słyszalnej dla ucha ludzkiego.

A to ciekawe

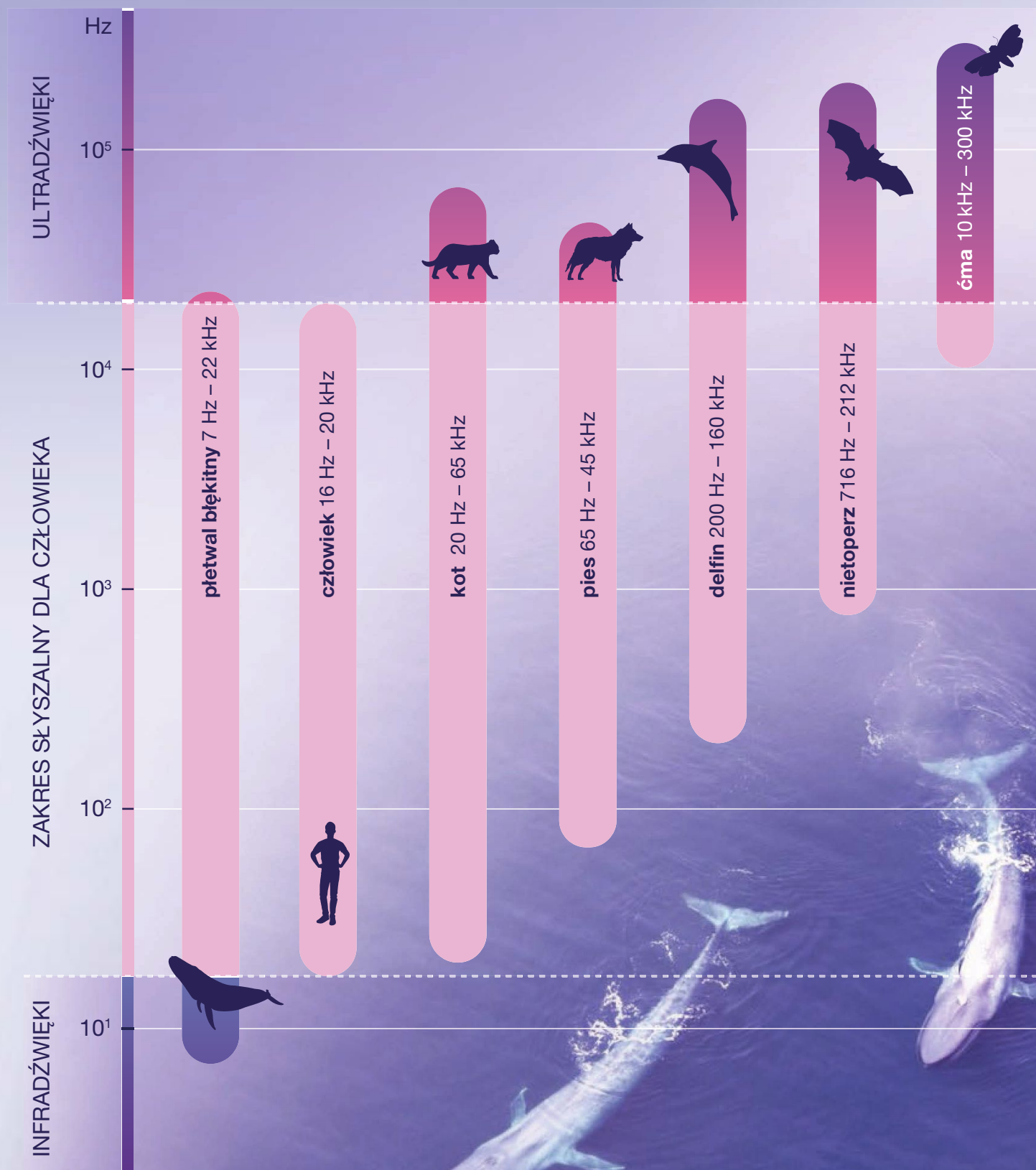
Fakt, że wiele zwierząt słyszy ultradźwięki, znalazł zastosowanie w niesłyszalnych dla ludzi ultradźwiękowych gwizdkach do tresowania psów, a także w urządzeniach do odstraszenia zwierząt. Do tych ostatnich należą gwizdki montowane na karoserii samochodu, które płoszą zwierzęta z okolic drogi, a tym samym ratują je przed wypadkiem. W 2005 r. zbudowano także urządzenie odstrasżające... młodzież, a niesłyszalne dla osób dorosłych. W wielu krajach zostały one zakazane.



Zakres słyszalności

Zmysł słuchu człowieka jest wrażliwy na dźwięki tylko z przedziału częstotliwości od 16 Hz do 20 000 kHz. Dźwięki niższe to **infradźwięki**, a wyższe – **ultradźwięki**. Warto też pamiętać, że nie wszyscy ludzie słyszą tak samo, a granica słyszalności zmienia się z wiekiem.

Zwierzęta często słyszą dźwięki w innych zakresach częstotliwości niż człowiek i to, co dla nas jest już ultradźwiękiem, dla kota lub psa może być dźwiękiem słyszalnym. Na diagramie w uproszczeniu podano zakresy dla grup zwierząt, np. rzędu nietoperzy, choć mogą się one różnić w zależności od gatunku, a nawet rasy.

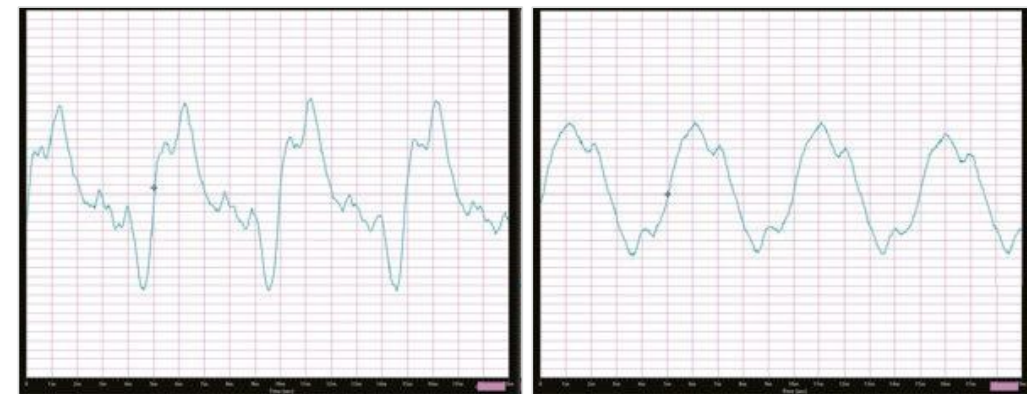


Pomiar częstotliwości dźwięku

Doświadczenie 33. pozwoliło nam tylko jakościowo oceniać częstotliwość – określać ją jako większą lub mniejszą. Okazuje się, że w podobny sposób możemy ją zmierzyć.

Doświadczenie 34

1. Przygotuj gitarę lub inny instrument strunowy oraz komputer z programem np. Oscilloscope 2.51 (patrz doświadczenie 33.). Możesz użyć aplikacji w telefonie, ale pomiary będą wówczas mniej dokładne. Uruchom program.
2. Zbliz gitarę do mikrofonu, szarpnij najcieńszą strunę i zatrzymaj obraz na komputerze.
3. Z wykresu widocznego na ekranie monitora odczytaj współrzędne dwóch maksimum wykresu fali (niekoniecznie sąsiednich). Na tej podstawie oblicz okres fali, a następnie jej częstotliwość.

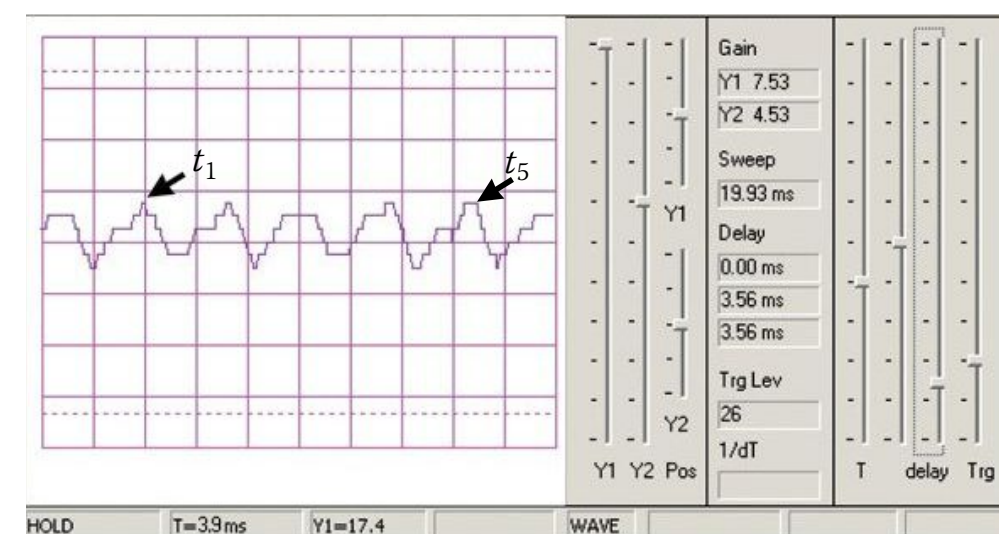


Analiza doświadczenia 34.

Oto przykładowy sposób opracowania wyników pojedynczego pomiaru z doświadczenia 34.

Z wykresu fali dźwiękowej wytwarzanej przez strunę gitary odczytujemy współrzędne czasowe pierwszego i ostatniego wyraźnego maksimum wykresu (rys. 11.19) – wynoszą one: $t_1 = 3,9$ ms, $t_5 = 16,6$ ms. Oznacza to, że między chwilami odpowiadającymi tym maksimum minęło:

$$\Delta t = t_5 - t_1 = 12,7 \text{ ms}$$



Tu odczytujemy współrzędną t (poziomą) dla punktu wskazanego kursorem myszki.

Rys. 11.19. Wykres fali dźwiękowej wytwarzanej przez strunę gitary

Najcieńsza struna gitary powinna być nastrojona na dźwięk e^1 , czyli 330 Hz. Widocznie nasza gitara była nastrojona ok. pół tonu za nisko.

Jak widać z wykresu, w tym przedziale czasu mieszczą się cztery okresy fali, czyli okres tej fali wynosi:

$$T = \frac{\Delta t}{4} = \frac{12,7 \text{ ms}}{4} = 3,175 \text{ ms}$$

a jej częstotliwość ($f = \frac{1}{T}$) jest równa:

$$f = \frac{1}{3,175 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 315 \text{ Hz}$$

F ■ Niepewności pomiarowe

Aby wyznaczyć niepewność pomiaru częstotliwości, musimy najpierw oszacować, z jaką dokładnością odczytujemy z wykresu chwile t_1 i t_5 . Wystarczy lekko przesunąć kursor myszy w obrębie maksimum wykresu, aby stwierdzić, że moment, w którym wykres osiągnął wartość maksymalną, możemy odczytać z dokładnością do 0,1 ms.

Tak więc t_1 mieści się między 3,8 ms a 4,0 ms, natomiast t_5 – między 16,5 ms a 16,7 ms. Ich różnica może więc wynosić:

- maksymalnie $\Delta t_{\max} = 16,7 \text{ ms} - 3,8 \text{ ms} = 12,9 \text{ ms}$ – aby wynik był jak największy, od **największej** wartości t_5 odejmujemy **najmniejszą** wartość t_1 ,

- minimalnie $\Delta t_{\min} = 16,5 \text{ ms} - 4,0 \text{ ms} = 12,5 \text{ ms}$ – aby wynik był jak najmniejszy, od **najmniejszej** wartości t_5 odejmujemy **największą** wartość t_1 .

Dla każdej z wartości Δt obliczamy okres i odpowiadającą mu częstotliwość. Otrzymujemy odpowiednio 310 Hz i 320 Hz, co oznacza, że wynik naszego pomiaru wraz z niepewnością pomiarową wynosi:

$$f = 315 \text{ Hz} \pm 5 \text{ Hz}$$

■ Dźwięk w różnych ośrodkach

Fale dźwiękowe mogą się rozchodzić nie tylko w powietrzu, lecz także w innych ośrodkach o różnym stanie skupienia. Nie rozchodzą się natomiast w próżni, ponieważ nie ma tam żadnego ośrodka, którego cząsteczki mogłyby drgać.

Dźwięk rozchodzi się w różnych ośrodkach z różną prędkością (tabela 11.1 na następnej stronie). Z reguły najwolniej – w gazach, szybciej – w cieczach, a najszybciej – w ciałach stałych. Wynika to z odległości i oddziaływań między cząsteczkami (patrz zad. 5.).

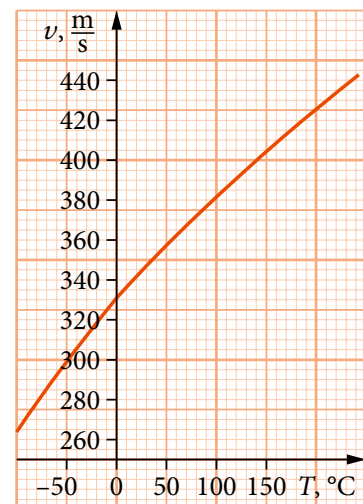
- W gazach cząsteczki znajdują się stosunkowo daleko od siebie, dlatego przesuwanie się fali zagęszczenia cząsteczek wymaga więcej czasu.
- W cieczach ze względu na mniejsze odległości między cząsteczkami przekazywanie drgań może następować szybciej.
- W ciałach stałych odległości te są podobne jak w cieczach, ale dzięki silniejszemu oddziaływaniu międzycząsteczkowemu drgania przenoszą się w nich szybciej.

■ Prędkość dźwięku a temperatura

Zauważ, że dane w tabeli 11.1 zostały podane dla określonej temperatury. Prędkość dźwięku zmienia się bowiem wraz z temperaturą, choć nie są to bardzo duże różnice (rys. 11.20).

Tabela 11.1. Prędkość dźwięku (v_d) w różnych ośrodkach w temperaturze 20°C

Ośrodek	$v_d, \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Ośrodek	$v_d, \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Ośrodek	$v_d, \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Guma wulkanizacyjna	54	Hel	1015	Woda w oceanie (zasolenie 3,5%, temp. 25°C)	1535
Sześćfluorek siarki SF ₆	130	Etanol	1144	Glin	6400
Dwutlenek węgla	268	Wodór	1313	Szkło kwarcowe	5600
Tlen	329	Rtęć	1451	Stal	6000
Powietrze	344	Woda	1482	Diamant	18 000



Rys. 11.20. Prędkość dźwięku w powietrzu zależy od temperatury powietrza

■ Dźwięki proste i złożone

Jak wspominaliśmy, najprostszym przykładem fali dźwiękowej jest fala harmoniczna. Taki dźwięk nazywamy także **czystym tonem**. Jednak w doświadczeniach z tej lekcji zauważyliśmy, że ani głos ludzki, ani struna gitary nie wytwarzają czystych tonów, ale bardziej skomplikowane dźwięki, zwane **złożonymi**.

Okazuje się, że dźwięk złożony można przedstawić jako złożenie dźwięków prostych o różnych częstotliwościach.

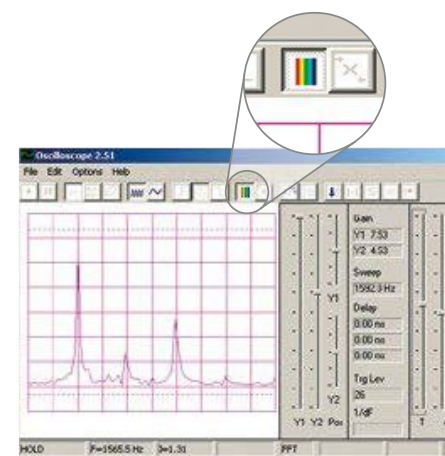
W fizyce mówimy także o **widmie dźwięku**, ponieważ rozkład fali na różne częstotliwości nazywamy widmem. Zbadajmy teraz doświadczalnie widmo dźwięku wytworzonego przez drgającą strunę.

Doświadczenie 35

1. Włącz program Oscilloscope 2.51 w trybie analizy widma (przycisk z tęczą – patrz ilustracja obok), zbliż gitarę do mikrofonu, szarpnij strunę i zatrzymaj obraz przyciskiem „Pauza”.
2. Odczytaj z wykresu częstotliwości składowe dźwięku (tzn. częstotliwości, dla których amplituda dźwięku jest wyraźnie większa niż dla pozostałych) i je zapisz. Kolejne częstotliwości oznacz f_1, f_2, f_3 itd.
3. Oblicz, ile razy częstotliwości f_2, f_3 itd. są większe od f_1 .

Jak widzisz, struna gitary wytwarza dźwięki o wielu różnych częstotliwościach. Najniższą z nich nazywamy **częstotliwością podstawową**. Kolejne częstotliwości są wielokrotnościami częstotliwości podstawowej. Nazywamy je składowymi harmonicznymi, a w muzyce – alikwotami.

Od proporcji ich amplitud zależy barwa dźwięku instrumentu – dzięki niemu bez problemu odróżniamy dźwięk trąbki od dźwięku skrzypiec, nawet gdy na obu instrumentach muzycy grają tę samą nutę.



Gdy mówimy, że struna jest nastrojona na 330 Hz, chodzi nam właśnie o częstotliwość podstawową.

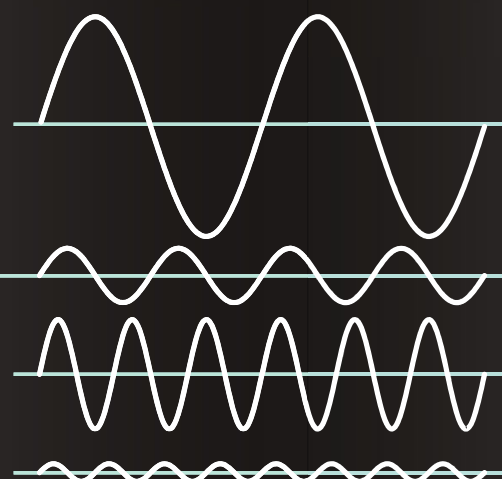
Dźwięk wytwarzany w instrumentach muzycznych

Dźwięk wytwarzany w instrumentach muzycznych jest falą złożoną z wielu dźwięków prostych, czyli takich, których przebieg jest sinusoidalny. Te dźwięki proste nazywamy składowymi harmonicznymi.

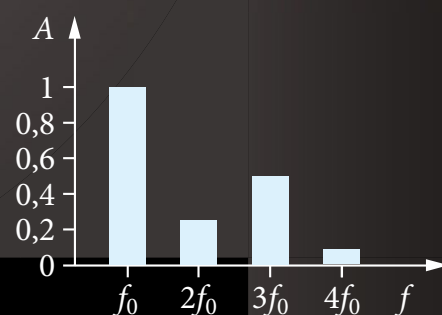
Poszczególne składowe harmoniczne dźwięku gitary oraz ich sumę możesz zobaczyć poniżej. Po prawej przedstawiamy wykresy fal dźwiękowych dla różnych instrumentów oraz ludzkiego głosu. Jak widzisz, dźwięk skrzypiec ma przebieg najbardziej zbliżony do dźwięku prostego, otrzymywanego za pomocą kamertonu. Z kolei dźwięk kontrabasu, którego struny szarpiemy palcami, zamiast grać na nich smyczkiem, jest zupełnie inny. Dobry basista albo gitarzysta potrafi szarpać struny w taki sposób, aby wzmacniać lub osłabiać poszczególne harmoniczne.

gitarra

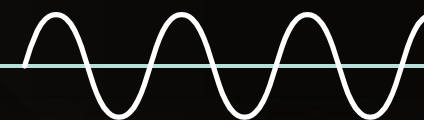
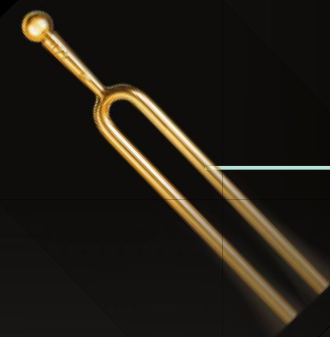
Dźwięki proste wchodzące
w skład dźwięku gitary
(składowe harmoniczne)...



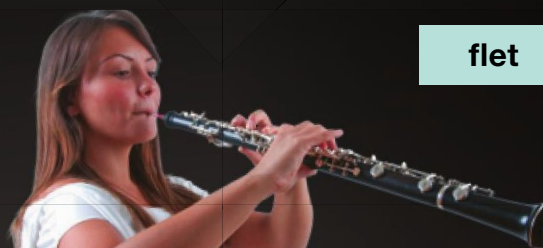
... oraz ich suma.



Widmo dźwięku to wykres przedstawiający amplitudy poszczególnych składowych harmonicznych.



kamerton



flet



obój



skrzypce



saksofon



róg



głoska „o”



kontrabas

Jak struna wytwarza dźwięk złożony

Wykonamy teraz doświadczenie, w którym posłużymy się zabawkową sprężyną jako modelem struny. Ponieważ fale na sprężynie mają znacznie mniejszą częstotliwość, możemy je obserwować gołym okiem.

Doświadczenie 36

1. Połóż sprężynę zabawkę na stole.
2. Przymocuj jeden z jej końców do statywu, a drugi weź do ręki.
3. Poruszaj sprężyną w płaszczyźnie poziomej prostopadle do osi sprężyny. Znajdź taką częstotliwość drgań końca sprężyny, aby powstała fala pokazana na zdjęciu a).
4. Powtórz czynność opisaną w punkcie 3. dwukrotnie i spróbuj uzyskać fale pokazane na zdjęciach b) i c).



Jak widzimy, sprężyna może drgać z różnymi częstotliwościami. Podobnie jest ze struną instrumentu. Okazuje się przy tym, że struna może wykonywać te drgania równocześnie. W ten sposób wytwarza równocześnie dźwięki harmoniczne o różnych częstotliwościach, składające się na dźwięk złożony.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

W stalowym pręcie wzbudzono falę dźwiękową o długości $\lambda_1 = 0,75 \text{ m}$. Następnie ta fala przeszła do powietrza. Oblicz długość i częstotliwość fali w powietrzu. Temperatura powietrza była równa 20°C .

Dane: $\lambda_1 = 0,75 \text{ m}$ – długość fali w stalowym pręcie,
 $T = 20^\circ\text{C}$ – temperatura powietrza

Szukane: λ_2 – długość fali w powietrzu, f – częstotliwość fali

Rozwiązanie:

Wiemy, że prędkość fali jest związana z długością λ w następujący sposób:

$$v = \lambda f$$

gdzie f to częstotliwość fali.



➔ Przy zmianie ośrodka częstotliwość nie ulega zmianie. Możemy więc zapisać:

$$f_1 = f_2$$

stąd:

$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

gdzie: v_1 – prędkość fali w stalowym pręcie, v_2 – prędkość fali w powietrzu.
 Długość fali w powietrzu możemy zatem opisać wzorem:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{v_1} \cdot \lambda_1$$

Po podstawieniu danych, w tym wartości v_1 i v_2 odczytanych z tabeli 11.1 na s. 283, otrzymujemy:

$$\lambda_2 = \frac{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6000 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 0,75 \text{ m} = 0,043 \text{ m} = 4,3 \text{ cm}$$

Częstotliwość obliczymy ze wzoru:

$$f = \frac{v_1}{\lambda_1}$$

Po podstawieniu danych liczbowych i wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

$$f = \frac{6000 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,75 \text{ m}} = 8000 \text{ Hz}$$

Odpowiedź: Długość fali w powietrzu wynosi 4,3 cm, a jej częstotliwość to 8000 Hz.

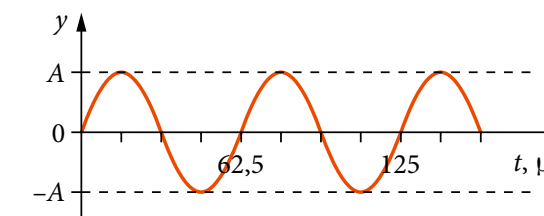
1. **i** Oblicz długość fali dźwiękowej o najwyższej częstotliwości słyszalnej dla nietopierza.
2. **P** Dźwięk gwizdka ratownika na basenie ma częstotliwość 2700 Hz. Oblicz długość wytwarzanej przez niego fali dźwiękowej w powietrzu i w wodzie.



3. Znajdź w internecie generator czystych tonów (*pure tones generator*). Poproś o pomoc

kilka osób w różnym wieku. Sprawdź, jaki jest zakres częstotliwości słyszalnych dla każdej z nich.

4. Na podstawie wykresu określ częstotliwość fali dźwiękowej. Czy jest ona słyszalna dla człowieka?



5. W kilka osób wykonajcie doświadczenie modelowe pokazujące rozchodzenie się dźwięku w ośrodkach o różnym stanie skupienia. Wyjaśnijcie, którego stanu skupienia dotyczą poszczególne punkty a)–c) i dlaczego. W którym przypadku modelowany przez was impuls falowy rozchodził się najszybciej, a w którym – najwolniej?

a) Ustawcie się w rzędzie (jedno za drugim) w odstępach 2 m. Ostatnia osoba podchodzi do przedostatniej i klepie ją po ramieniu, po czym wraca na swoje miejsce. Przedostatnia osoba podchodzi do poprzedniej itd.

b) Ustawcie się jedno za drugim na wyciągnięcie ręki. Ostatnia osoba podnosi rękę i klepie po ramieniu przedostatnią, ta klepie poprzednią itd.



c) Ustawcie się jedno za drugim. Niech każde z was położy rękę na ramieniu poprzednika. Ostatnia osoba lekko popycha przedostatnią, ta – poprzednią itd.

6.  Wykonaj doświadczenie.

a) Przygotuj probówkę lub inne naczynie o zbliżonym kształcie oraz komputer z mikrofonem i programem np. Oscilloscope. Włącz tryb analizy widma dźwięku (tak jak w dośw. 35 na s. 283).

b) Nalej wody do połowy wysokości naczynia.

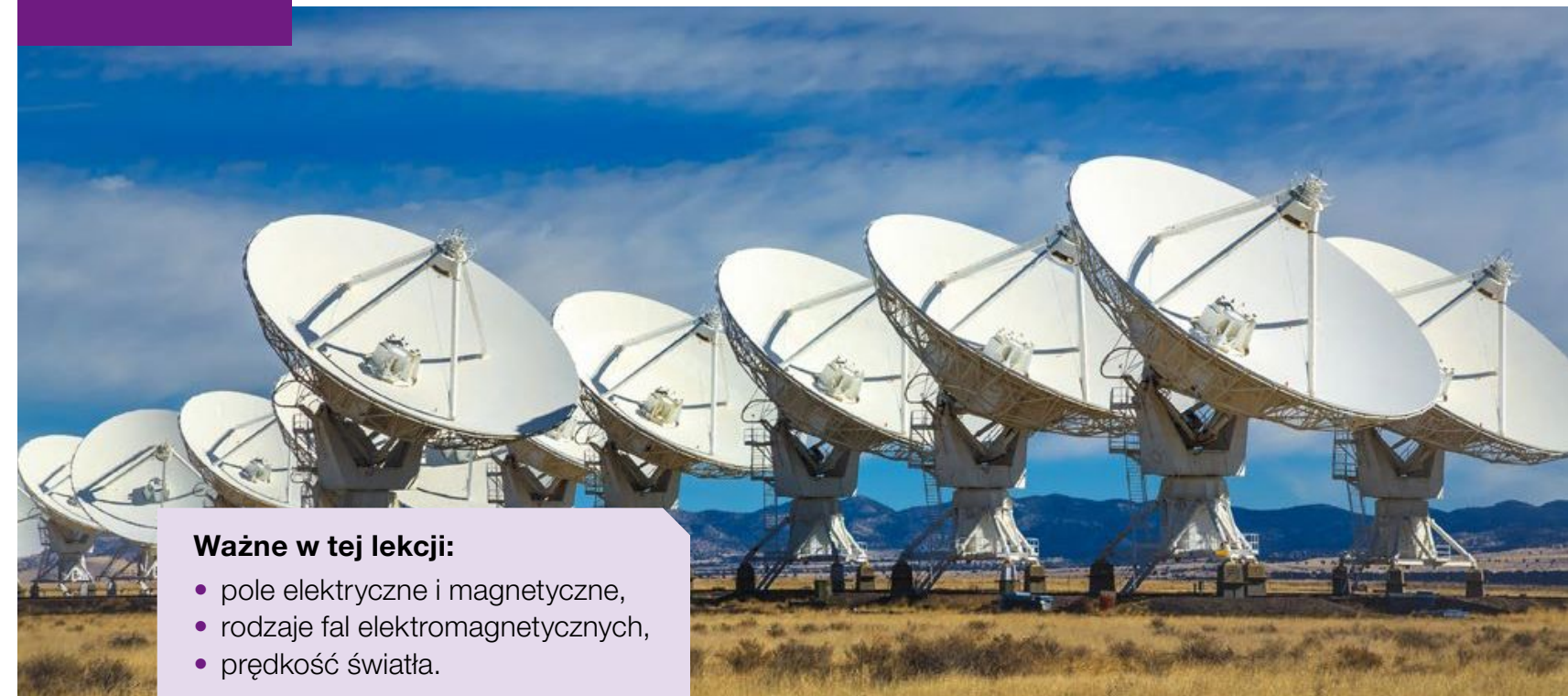
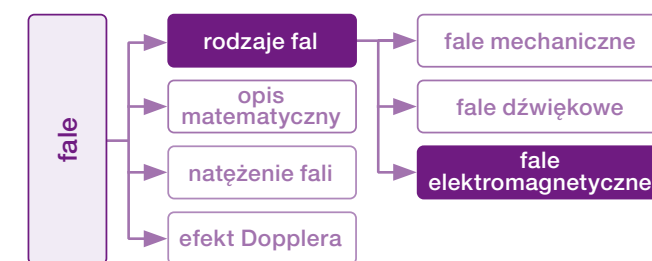
c) Dmuchnij, aby wydobyć dźwięk z probówki, i zatrzymaj obraz na komputerze. Czy widzisz wszystkie częstotliwości harmoniczne, tak jak to było w przypadku struny?

d) Sprawdź, jak zmienia się dźwięk, gdy odlejesz część wody.



Uwaga. Jeśli chcesz poszukać więcej informacji o mechanizmie powstawania dźwięku w tym doświadczeniu, może przydać ci się nazwa takiego instrumentu – jest to **piszczałka zamknięta**. Sięgnij także po informacje o **falach stojących**.

11.4 Fale elektromagnetyczne



Ważne w tej lekcji:

- pole elektryczne i magnetyczne,
- rodzaje fal elektromagnetycznych,
- prędkość światła.

Przypomnij sobie:

- Fale mechaniczne polegają na rozchodzeniu się drgań ośrodka, np. powietrza lub stali.
- Światło rozchodzi się nawet w próżni.

Światło, nadfiolet czy fale radiowe należą do fal elektromagnetycznych. Rozchodzą się one także w próżni – np. światło i nadfiolet docierają do Ziemi ze Słońca. Oznacza to, że te fale nie polegają na rozchodzeniu się drgań żadnego ośrodka. Co więc drga w tych falach?

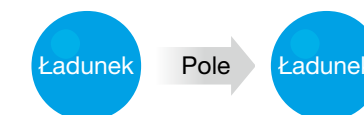
Wstępne wiadomości o polu elektrycznym i magnetycznym

Aby to wyjaśnić, wprowadzimy pojęcia pola elektrycznego i pola magnetycznego. Bardziej szczegółowo zajmiemy się nimi w następnej części podręcznika.

- Wiemy, że ładunki elektryczne mogą się przyciągać lub odpychać. W fizyce do opisu tego oddziaływania używamy pojęcia pola: ładunek wytwarza pole, w którym na każdy inny ładunek działa siła elektryczna.

Jeżeli w jakimś obszarze na ładunki elektryczne działa siła elektryczna, to mówimy, że istnieje tam pole elektryczne.

- Podobnie jest z magnesami: magnes wytwarza pole magnetyczne, w którym na każdy inny magnes działa siła magnetyczna.



Rys. 11.21. W oddziaływaniu ładunków elektrycznych pośredniczy pole elektryczne

Jeżeli w jakimś obszarze na magnesy działa siła magnetyczna, to mówimy, że istnieje tam pole magnetyczne.

Okazuje się, że pole elektryczne i pole magnetyczne nie są tylko wygodnym sposobem opisywania oddziaływań ciał naładowanych lub namagnesowanych. Są one równie realne fizycznie jak same te ciała. Mogą one istnieć także w próżni.

Fale elektromagnetyczne to rozchodzące się zaburzenia pola elektrycznego i magnetycznego.

Więcej o mechanizmie rozchodzenia się fal elektromagnetycznych dowiesz się z następnych części podręcznika.

Prędkość fal elektromagnetycznych

W próżni wszystkie fale elektromagnetyczne rozchodzą się z jednakową prędkością:

c = 299 792 458 m/s ≈ 3 · 10^8 m/s = 300 000 km/s

Nazywamy ją tradycyjnie prędkością światła, ponieważ światło należy do fal elektromagnetycznych, więc także porusza się z tą prędkością. W powietrzu prędkość fal elektromagnetycznych jest minimalnie mniejsza i nieznacznie zależy od częstotliwości, ale różnice są na tyle małe, że przybliżenie c ≈ 3 · 10^8 m/s można stosować także dla fal elektromagnetycznych w powietrzu. Natomiast w innych ośrodkach prędkość światła może być znacznie mniejsza i znacząco różnić się w zależności od częstotliwości.

Tabela 11.2. Prędkość światła w zależności od częstotliwości i ośrodka. Kolor czcionki odpowiada barwie światła o danej częstotliwości

Częstotliwość fali, Hz	Prędkość światła, km/s		
	w próżni	w powietrzu	w wodzie
7,5 · 10^14	299 792	299 708	223 176
5,0 · 10^14	299 792	299 709	224 968
4,3 · 10^14	299 792	299 710	225 374

A to ciekawe

Częstotliwości fal elektromagnetycznych, od fal radiowych długości kilometra do promieniowania gamma o długości femtometra, obejmują 18 rzędów wielkości. Jeśli porównamy je do fal dźwiękowych, możemy stwierdzić, że ten zakres obejmuje 60 oktaw. Fortepian, który obejmowałby tyle oktaw, miałby szerokość prawie 10 m. A w naszym modelu tylko jedna oktawa odpowiada światłu widzialnemu.



Dlaczego prędkość światła znamy dokładnie?

Prędkość światła została zmierzona tak dokładnie, że obecnie stanowi podstawę definicji metra. Metr to odległość pokonywana przez światło w próżni w czasie:

1 / 299 792 458 s

co odpowiada stwierdzeniu, że prędkość światła jest równa dokładnie 299 792 458 m/s. Ta wielkość nie jest obciążona żadną niepewnością, ponieważ wynika wprost z definicji. Doświadczenia, które dawniej służyły do wyznaczenia prędkości światła, dziś możemy wykonywać w innym celu: aby jak najdokładniej wyznaczyć odcinek o długości 1 m.

Rodzaje fal elektromagnetycznych

W przyrodzie mamy do czynienia z falami elektromagnetycznymi, których częstotliwości (a więc także długości) różnią się miliardy razy. Z tych różnic wynikają różnice w ich własnościach. Dlatego fale elektromagnetyczne podzielono na kilka umownych zakresów. Ich właściwości i zastosowania przedstawiamy na infografice na s. 292–293.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Do każdego punktu a)–k) dopasuj jeden lub więcej zakresów fal elektromagnetycznych.

 - a) prześwietlenie złamanych kości
 - b) promieniowanie cieplne ciała człowieka
 - c) opalanie się
 - d) promieniowanie powstające w reakcjach jądrowych
 - e) terapia nowotworów
 - f) radar
 - g) kamera termiczna
 - h) dezynfekcja pomieszczeń
 - i) telefonia komórkowa
 - j) łączność radiowa na duże odległości
 - k) przyczyna nowotworów

2. Programy radiowe są nadawane na falach o częstotliwościach od 88 MHz do 108 MHz. Oblicz, jaki zakres długości fal odpowiada temu przedziałowi częstotliwości.
3. Światło fioletowe ma długość fali 380 nm. Oblicz częstotliwość tej fali świetlnej.

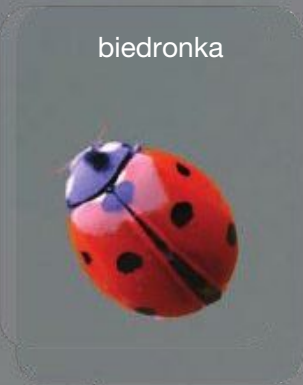
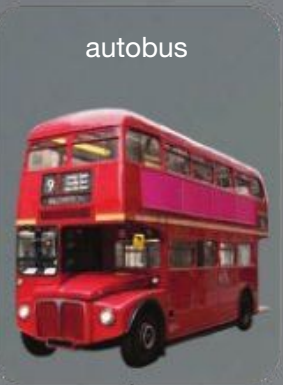
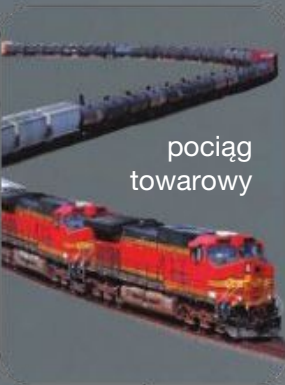
4. Wykonaj doświadczenie.

 - a) Potrzebne będą pilot do telewizora oraz aparat fotograficzny z wyświetlaczem, np. w telefonie komórkowym.
 - b) Włącz aparat fotograficzny i skieruj jego obiektyw na pilota w sposób pokazany na zdjęciu.
 - c) Wciskaj przyciski na pilocie i obserwuj ekran aparatu. Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.



WIDMO FAL ELEKTROMAGNETYCZNYCH

Własności i zastosowania fal elektromagnetycznych zależą od ich długości. Fale o wszystkich długościach tworzą widmo fal elektromagnetycznych. Fale o długościach mieszczących się w pewnych przedziałach mają swoje zwyczajowe nazwy. Na diagramie dla porównania przedstawiono obiekty o rozmiarach zbliżonych do długości fal z poszczególnych zakresów.



długość fali λ , m

1000 100 10 10^0 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3} 10^{-4} 10^{-5} 10^{-6} 10^{-7} 10^{-8} 10^{-9} 10^{-10} 10^{-11} 10^{-12} 10^{-13} 10^{-14} 10^{-15}

częstotliwość f , Hz

10^5 10^6 10^7 10^8 10^9 10^{10} 10^{11} 10^{12} 10^{13} 10^{14} 10^{15} 10^{16} 10^{17} 10^{18} 10^{19} 10^{20} 10^{21} 10^{22} 10^{23}

FALE RADIOWE

DŁUGIE ŚREDNIE UKF KRÓTKIE

MIKROFALE



transmisja radiowa



karty zbliżeniowe



rezonans magnetyczny



telefonia komórkowa



radar



kuchenka mikrofalowa

PROMIENIOWANIE PODCZERWONE



noktowizor



światłowód



pilot do telewizora

PROMIENIOWANIE NADFIOLETOWE



tester banknotów



solarium

PROMIENIOWANIE RENTGENOWSKIE



medyczne zdjęcie rentgenowskie



tomografia komputerowa



lotniskowy skaner bagażu

PROMIENIOWANIE GAMMA



medycyna nuklearna



konservacja zabytków

$\lambda = 780 \text{ nm}$

$\lambda = 380 \text{ nm}$

PROMIENIOWANIE WIDZIALNE

$f = 3,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$f = 7,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

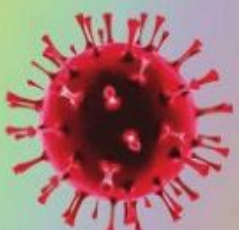
czerwona krwinka



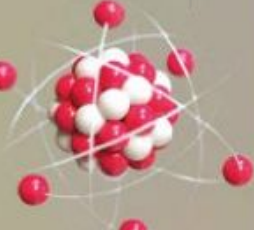
bakteria



wirus



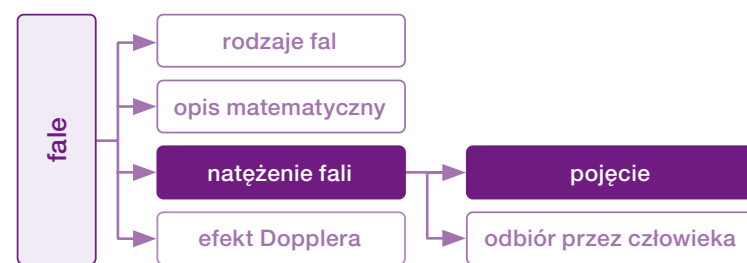
atom



ziarenko piasku

cząsteczka

jądro atomowe

**Ważne w tej lekcji:**

- powierzchnia falowa,
- promień fali,
- fale kuliste i płaskie,
- natężenie fali.

Przypomnij sobie:

- Fala przenosi energię ze swojego źródła do miejsc, do których dociera.
- Ruch harmoniczny to ruch drgający, w którym zależność położenia od czasu może być opisana za pomocą funkcji sinus.
- Energia całkowita ciała poruszającego się ruchem harmonicznym jest wprost proporcjonalna do kwadratu amplitudy jego drgań.

Fala kolista i fala płaska

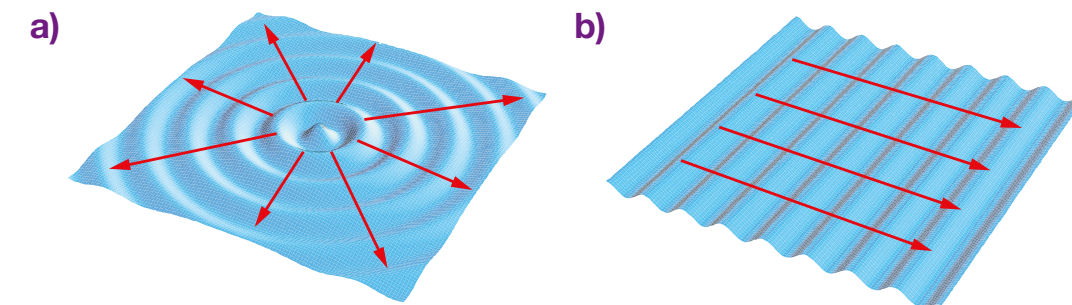
Na powierzchni wody możemy zaobserwować tworzenie się fal o dwóch charakterystycznych kształtach, które łatwo zademonstrować nawet w warunkach domowych.

Doświadczenie 37

1. Przygotuj duże prostokątne naczynie o jasnym dnie. Nalej do niego trochę wody.
2. Ustaw naczynie tak, aby dokładnie widzieć jego wnętrze, np. na niskim stoliku, i oświetl je mocno od góry.
3. Uderzaj palcem w powierzchnię wody pośrodku naczynia. Obserwuj rozchodzące się fale (patrz zdjęcie a).
4. Uderzaj linijką albo deseczką w powierzchnię wody (jak na zdjęciu b) w pobliżu brzegu naczynia. Obserwuj fale rozchodzące się zarówno przed odbiciem od brzegów naczynia, jak i po odbiciu.
5. Naskicuj w zeszycie, jak rozchodzą się fale w obu przypadkach.

Gdy obserwujemy fale na powierzchni wody, zauważamy ich grzbiety i doliny. Tworzą one linie zwane **powierzchniami falowymi**. W zależności od sposobu wytworzenia fali możemy uzyskać powierzchnie o różnych kształtach.

- Falę, której powierzchnie falowe mają kształt okręgów, nazywamy **falą kolistą** (rys. 11.22a).
- Jeśli natomiast mają one kształt linii prostych, mówimy o **fali płaskiej** (rys. 11.22b).



Rys. 11.22. Promienie fal rozchodzących się na powierzchni wody: a) fal kolistych, b) fal płaskich

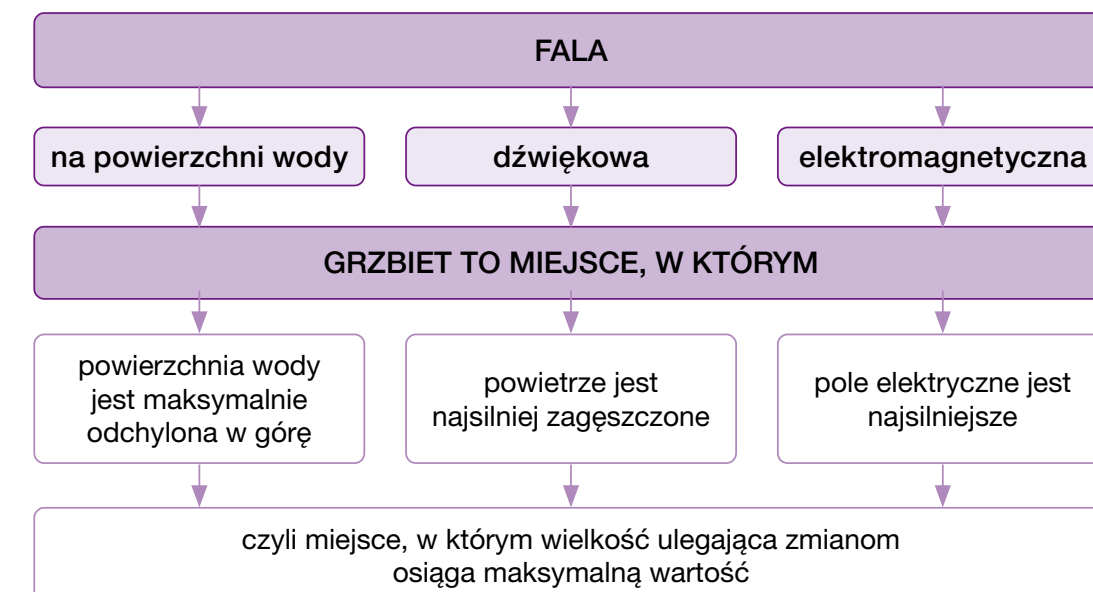
Promień fali

Aby określić kierunek rozchodzenia się fal, możemy rozważyć linię prostopadłą do grzbietów i dolin tych fal. Tę wymagowaną linię nazywamy **promieniem fali** (czerwone linie na rys. 11.22).

Uwaga. W przypadku światła słowa „promień” używamy w dwóch zbliżonych, ale nie identycznych znaczeniach. Może to być wyobrażona linia wskazująca kierunek rozchodzenia się światła (jak promień każdej fali), ale może to także być cienka równoległa wiązka światła rozchodząca się wzdłuż takiej linii.

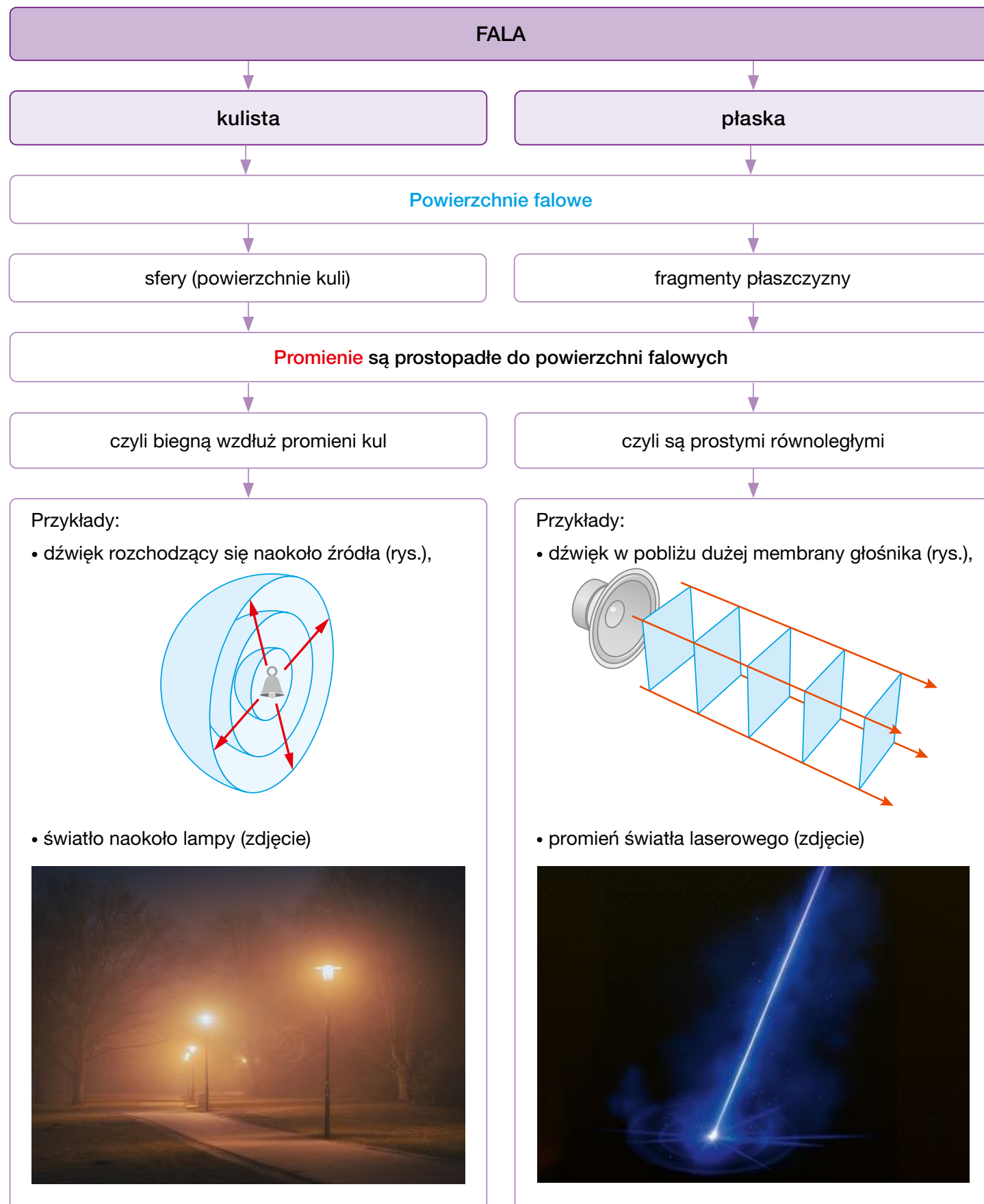
Fale i ich grzbiety

Mówiliśmy dotychczas o falach na wodzie. Aby określić powierzchnie falowe dla światła i dźwięku, przypomnijmy, czym jest w tych wypadkach grzbiet fali.



■ Fale kuliste i płaskie w przestrzeni

Przejdźmy do fal rozchodzących się w przestrzeni trójwymiarowej. Wiele z nich można (przynajmniej w przybliżeniu) opisać jako **fale kuliste** oraz **fale płaskie**.



■ Natężenie fali

Wiemy, że fala przenosi energię. Na przykład fala na wodzie może rozkołysać łódź, a fala dźwiękowa wprawic w ruch błonę bębenkową w uchu albo membranę mikrofonu.

Jeśli interesuje nas, ile energii **źródła** zamienia się w energię fal, możemy po prostu określić jego moc w watach.

Gdy jednak chcemy określić, ile energii dociera do **obserwatora** znajdującego się w pewnej odległości od źródła, musimy użyć innej wielkości. Dźwięk, światło lub inna fala rozchodzą się przecież ze źródła w różne strony, więc do obserwatora dociera tylko część energii wyemitowanej przez źródło.

Jaka to część? Wyobraź sobie kartkę, na którą pada fala świetlna lub dźwiękowa (rys. 11.23).

Jeśli kartka jest ustawiona prostopadle do kierunku rozchodzenia się światła (dźwięku), to energia do niej docierająca zależy nie tylko od samej fali, lecz także:

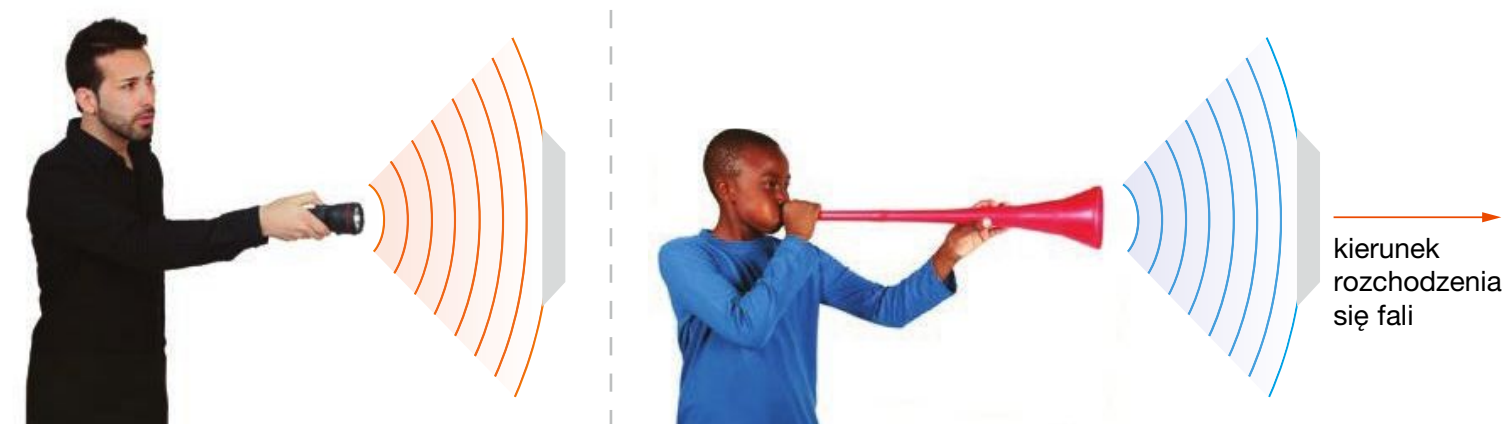
- od powierzchni kartki – im większa kartka, tym więcej energii do niej dotrze;
- od czasu ekspozycji – w dłuższym czasie do kartki dotrze więcej energii.

To dowodzi, że nie powinniśmy mówić o energii w jednym punkcie, ale o energii padającej na jednostkę powierzchni w jednostce czasu (rys. 11.23).

Natężeniem fali docierającej do pewnego miejsca nazywamy energię fali padającej w czasie 1 s na powierzchnię 1 m² prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali.

$$I = \frac{E}{tS}$$

natężenie fali $\rightarrow$ I
 energia docierająca do danej powierzchni $\rightarrow$ E
 czas, w którym fala przechodzi przez powierzchnię S $\rightarrow$ t
 powierzchnia prostopadła do kierunku rozchodzenia się fali $\rightarrow$ S



Rys. 11.23. Energia fali padającej na 1 m² w ciągu 1 s to natężenie fali

Na przykład do Ziemi docierają tylko dwie miliardowe części energii emitowanej przez Słońce.

Moc, podręcznik cz. 1
→ s. 204

Zamiast natężenia dźwięku często podajemy poziom natężenia dźwięku w decybelach – patrz lekcja 11.6.

■ Jednostka natężenia fali

Ponieważ stosunek energii do czasu to moc $P = \frac{E}{t}$, nasz wzór na natężenie fali można zapisać także w postaci:

$$I = \frac{P}{S}$$

natężenie fali moc docierająca do danej powierzchni
powierzchnia prostopadła do kierunku rozchodzenia się fali

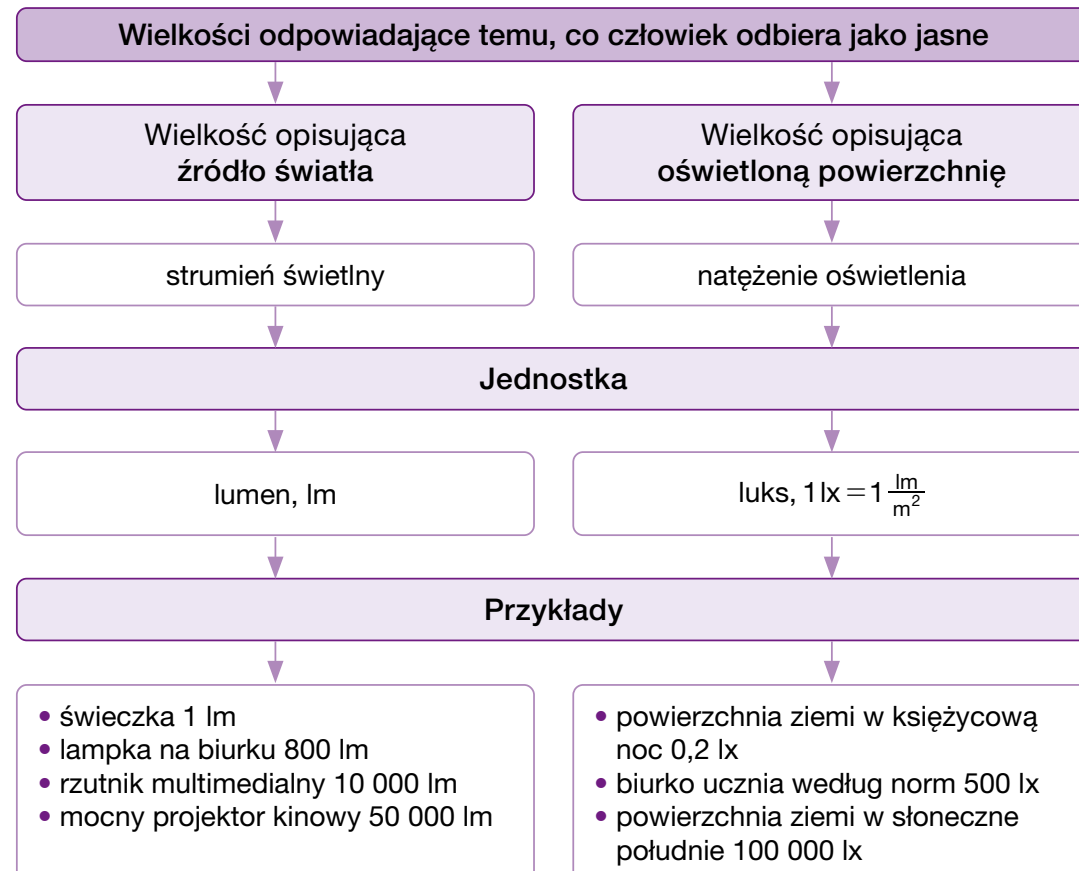
Z tego wzoru wynika, że jednostką natężenia fali jest $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ (wat na metr kwadratowy).

F ■ Jednostki związane z natężeniem światła

Ludzkie oko ma różną czułość na światło o różnej barwie. Światło żółte wyda nam się jaśniejsze niż światło czerwone albo niebieskie, nawet jeśli moc fali docierającej do oka w każdym przypadku będzie taka sama. Dlatego wprowadzono wielkości opisujące moc źródła lub natężenie światła tak, jak widzi je człowiek.

- Moc źródła odpowiada strumień świetlny mierzony w **lumenach** (lm).
- Natężeniu fali świetlnej oświetlającej określoną powierzchnię odpowiada natężenie oświetlenia mierzone w **luksach** ($1 \text{ lx} = 1 \frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$).

Porównaj opisy tych wielkości na diagramie.



Rys. 11.24. Na opakowaniu żarówki mamy informację, jak jasno świeci żarówka – w naszym przypadku to 1800 lumenów

Tych jednostek nie obejmuje program nauczania fizyki, ale mogą ci się przydać przy wyborze żarówki (rys. 11.24) albo projektowaniu oświetlenia.

A to ciekawe

Kiedy na niebie widzimy jasną gwiazdę, nie wiemy, czy naprawdę świeci ona tak jasno, czy tylko znajduje się blisko nas. W konstelacji Wielkiego Psa gwiazda Mirzam świeci 1000 razy silniej od Syriusza, ale znajduje się 60 razy dalej od nas. Dlatego Syriusz widziany z Ziemi wydaje się jaśniejszy. Dopiero pomiary odległości od Ziemi do gwiazd pozwalają stwierdzić, jak jasno świecą one w rzeczywistości.

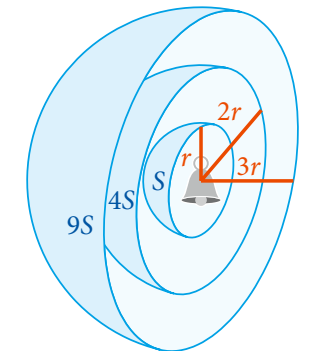


■ Zależność od odległości

Z codziennych obserwacji wiesz, że im dalej znajdujemy się od źródła dźwięku, tym cichszy dźwięk słyszymy. Widocznie dociera do nas mniej energii.

Z czego to wynika? Straty energii przy rozchodzeniu się fali są stosunkowo **niewielkie**. Istotniejsze jest to, że przy rozchodzeniu się fali kulistej w przestrzeni ta sama ilość energii stopniowo rozkłada się na coraz większą powierzchnię (rys. 11.25).

Zauważ, że powierzchnia sfery jest proporcjonalna do kwadratu jej promienia. Oznacza to, że np. w 3 razy większej odległości ta sama energia rozkłada się na $3^2 = 9$ razy większą powierzchnię.



Rys. 11.25. Powierzchnia sfery jest proporcjonalna do kwadratu promienia

Natężenie fali kulistej jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła.

Dokładną zależność pomiędzy natężeniem fali dźwiękowej a odległością od źródła uzyskamy, gdy do znanego nam już wzoru podstawimy wzór na powierzchnię sfery:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

gdzie P jest mocą źródła, a $S = 4\pi r^2$ to powierzchnia sfery o promieniu r .

Mowa tylko o falach kulistych! Innymi zajmiesz się w zadaniu 6. → s. 301.

Dodatek matematyczny 2
→ s. 389

■ Zależność od amplitudy

Rozważmy teraz, jak natężenie fali jest związane z amplitudą drgań ośrodka. Zaczniemy od fali na sprężynie opisanej na s. 262–263. Ruch ciężarków jest w dobrym przybliżeniu harmoniczny, a jak już wiesz, w takim przypadku energia całkowita poruszającego się ciała jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy.

Tak samo jest dla innych fal harmonicznnych oraz – w przybliżeniu – dla innych fal mechanicznych.

Natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań ośrodka.

Zależność energii drgającego ciała od amplitudy → s. 241



A to ciekawe

Moc głośnika podawana przez producenta oznacza tempo zużywania przez niego energii elektrycznej. Jednak sprawność głośników jest niezwykle mała – wynosi od 1% do 10%. Tak więc np. 20-watowy głośnik czerpie ze wzmacniacza 20 W, ale emituje falę dźwiękową o mocy zaledwie od 0,2 W do 2 W. Na dodatek mowa tu o maksymalnej mocy – jeśli wzmacniacz jest zbyt słaby albo po prostu nagranie jest ciche, to moc fali akustycznej będzie odpowiednio mniejsza.

Analogicznie jest w przypadku fal elektromagnetycznych, tyle że pod uwagę bierzemy amplitudę zmian pola elektrycznego, a nie ruchu cząsteczek ośrodka (dokładniej omówimy to w części 4. podręcznika).

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Gdy rozmawiamy z osobą stojącą obok, natężenie docierającej do nas fali dźwiękowej wynosi $10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Oblicz, w jakiej odległości na otwartej przestrzeni należy umieścić stuwatowy głośnik o sprawności 3%, aby docierał do nas dźwięk o takim samym natężeniu. Przyjmij w przybliżeniu, że głośnik wytwarza falę kulistą.

Dane: $I = 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ – natężenie docierającej fali, $P_g = 100 \text{ W}$ – moc głośnika, $\eta = 3\%$ – sprawność głośnika

Szukane: r – odległość od głośnika

Rozwiązanie:

Stuwatowy głośnik zużywa 100 W energii elektrycznej, ale przy sprawności 3% moc emitowanej przez niego fali dźwiękowej wynosi zaledwie $P = 3 \text{ W}$.

Zgodnie z definicją natężenie I fali kulistej w odległości r od źródła wynosi:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Stąd wyznaczamy szukaną przez nas odległość do słuchacza, czyli promień sfery:

$$4\pi r^2 = \frac{P}{I} \rightarrow r^2 = \frac{P}{4\pi I} \rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}}$$

Podstawiamy dane:

$$r = \sqrt{\frac{3 \text{ W}}{4\pi \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}} \approx \sqrt{0,2389 \cdot 10^6 \text{ m}^2} \approx 490 \text{ m}$$

Odpowiedź: Odległość między głośnikiem a słuchaczem musiałaby wynieść ok. 490 m.

Uwaga. Założenie, że głośnik znajduje się na otwartej przestrzeni, a nie w budynku, pozwala pominąć odbicia dźwięku.

1. Wyjaśnij, jak amplituda drgań cząsteczek ośrodka zależy od odległości od źródła fali.

2. **P** Moc głośnika wynosi 30 W, a jego sprawność jest równa 2%. Oblicz:

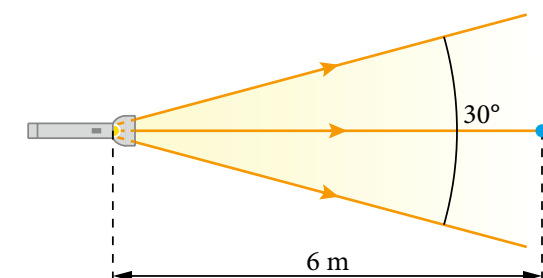
- energię elektryczną zużywaną przez głośnik w ciągu minuty,
- moc emitowanej fali akustycznej,
- natężenie dźwięku w odległości 2 m od głośnika.

Uwaga. Przyjmij, że głośnik emituje falę kulistą. Pomiń odbicia dźwięku.

3. Natężenie fali kulistej w odległości 20 m od źródła wynosi $10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Oblicz:

- moc źródła fali,
- natężenie fali w odległości 30 m od źródła.

4. Reflektor wytwarza wiązkę światła o mocy 10 W (jest to moc samego światła, a nie zużytej energii elektrycznej). Wiązka rozbiega się pod kątem 30° , tak jak przedstawiono na rysunku.



Oblicz natężenie światła w punkcie P położonym na osi wiązki światła w odległości 6 m od źródła światła.

Uwaga. Możesz założyć, że ekran ustawiony prostopadle do wiązki światła cały jest jednakowo mocno oświetlony. Dlaczego jest to tylko przybliżenie?

5. Woda intensywnie zabarwiona czarnym tuszem tworzy w naczyniu warstwę o głębokości $h = 2 \text{ mm}$. Została ona oświetlona z góry światłem, którego natężenie wynosi $I = 400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Po jakim czasie woda ogrzeje się o $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ na skutek pochłaniania energii padającego światła?

Przyjmij, że dodanie barwnika nie zmienia ciepła właściwego wody ani jej gęstości. Pomiń straty ciepła.

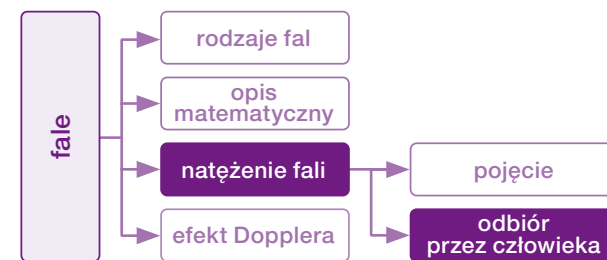
Wskazówka. Czarna powierzchnia zabarwionej wody pochłania całe światło, które na nią pada.

6. Zależność natężenia fali od odległości od źródła opisaliśmy tylko dla fali kulistej. Jak wygląda ta zależność dla:

- fali płaskiej rozchodzącej się w przestrzeni,
- fali kulistej na powierzchni wody,
- fali rozchodzącej się na naprężonym gumowym sznurze?

11.6

Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe



Ważne w tej lekcji:

- poziom natężenia dźwięku, decybele,
- interwały muzyczne,
- skale logarytmiczne.

Przypomnij sobie:

- Natężenie fali to stosunek mocy fali do pola powierzchni prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali.
- Częstotliwość fali dźwiękowej odpowiada wysokości dźwięku.

■ Natężenie fali dźwiękowej a nasz odbiór głośności

Nasze rozważania zaczniemy od przykładu. Jeżeli na gitarze gra jedna osoba, a w pewnym momencie dołączy do niej drugi gitarzysta, będzie to duża zmiana. Jeśli natomiast na gitarach gra już 100 osób, włączenia się do gry kolejnego muzyka prawie nikt nie zauważy. Aby zmiana natężenia dźwięku była odbierana tak samo intensywnie jak poprzednio, liczba gitarzystów musiałaby się zwiększyć ze 100 do 200 (rys. 11.26).

Ten przykład pokazuje, że natężenie fali dźwiękowej (wyrażane w $\frac{W}{m^2}$) zdefiniowane w poprzedniej lekcji jest mało wygodną wielkością, jeśli interesuje nas odbiór dźwięku przez człowieka.

Zmianę z $3 \frac{pW}{m^2}$ na $4 \frac{pW}{m^2}$ będziemy odczuwać znacznie bardziej niż z $3000 \frac{pW}{m^2}$ na $3001 \frac{pW}{m^2}$.

■ Poziom natężenia dźwięku

Aby uwzględnić odczuwalną zmianę natężenia dźwięku, wprowadzono **poziom natężenia dźwięku** – wielkość mierzoną w **decybelach**

(oznaczanych dB). Natężenie dźwięku przeliczamy na poziom natężenia dźwięku według wzoru:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

poziom natężenia dźwięku w decybelach natężenie fali dźwiękowej próg słyszalności

W tym wzorze $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ jest **progiem słyszalności**, czyli najmniejszym natężeniem dźwięku o częstotliwości 1000 Hz, który słyszy przeciętny człowiek.

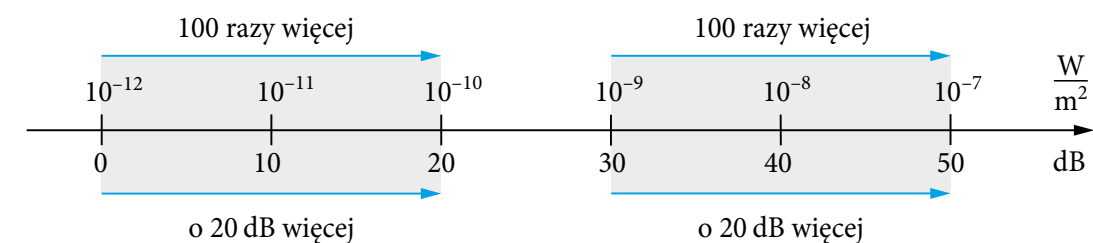
■ Skala logarytmiczna

Przyjrzyj się skali służącej do graficznego przeliczania natężenia dźwięku na poziom natężenia dźwięku (infografika → s. 304–305). Ma ona ważną właściwość: jednakowej odległości na osi odpowiada jednakowy **iloraz** natężeń. Na przykład, gdy dźwięki różnią się o 20 dB (czyli 2 B), to ich natężenie różni się nie o określoną liczbę $\frac{W}{m^2}$, ale $10^2 = 100$ razy (rys. 11.27). Dzięki temu jednakowa odległość na osi odpowiada jednakowej różnicy naszych odczuć.

Do algebraicznego opisu zależności β od I służą logarytmy, więc tego typu skalę nazywamy **skalą logarytmiczną**.

Decybel to $\frac{1}{10}$ bel (1 dB = 0,1 B), ale dziś w praktyce używamy tylko decybeli.

Dodatek matematyczny 10 → s. 396



Rys. 11.27. Skala natężenia dźwięku

■ Skala muzyczna

Od czasów Pitagorasa wiemy, że dźwięki jednakowo napiętych strun o różnej długości współbrzmia harmonijnie, jeśli stosunek ich długości wyraża się stosunkiem niewielkich liczb naturalnych (np. 2:1, 3:2, 4:3).

A to ciekawe

Potencjometr regulujący głośność radia jest wykonany tak, aby obrotowi gałki o ten sam kąt odpowiadała zmiana napięcia zasilającego głośnik tyle samo razy. Dzięki temu regulację głośności odbieramy jako równomierną. Co by było, gdyby obrotowi gałki o ten sam kąt odpowiadała zmiana napięcia zawsze o tyle samo woltów? Wtedy podczas obracania gałki od pozycji zerowej najpierw słyszelibyśmy bardzo szybki wzrost głośności, a następnie – tylko nieznaczny wzrost.



Rys. 11.26. Rekord świata w liczbie grających wspólnie gitarzystów: 7967 osób, został ustanowiony w 2023 r. na wrocławskim rynku



Rys. 11.28. Na skrzypcach można zagrać dźwięk o dowolnej częstotliwości, na gitarze – tylko dźwięki określone przez rozmieszczenie progów

Dziś możemy powiedzieć, że dźwięki współbrzmia harmonijnie, jeśli ich częstotliwości wyrażają się ilorazem niewielkich liczb naturalnych.

Na przykład:

- oktawa (odległość między 1. a 2. dźwiękiem piosenki „Somewhere over the rainbow”) to stosunek częstotliwości dźwięków 2:1,
- kwinta (między 2. a 3. dźwiękiem piosenki „Wyszły w pole kurki trzy”) to stosunek częstotliwości dźwięków 3:2,
- kwarta (odległość między 1. a 2. dźwiękiem piosenki „Płonie ognisko w lesie”) to stosunek częstotliwości dźwięków 4:3.

Z takimi dokładnymi stosunkami częstotliwości mamy do czynienia np. przy grze na skrzypcach, kiedy muzyk może nacisnąć strunę w dowolnym miejscu, a więc może uzyskać dowolny dźwięk.

Strój równomiernie temperowany

Inaczej jest w przypadku gitary, kiedy strunę można naciskać tylko na progach, a także w fortepianie, gdzie nie da się uzyskać dźwięku o częstotliwości pośredniej pomiędzy sąsiednimi klawiszami.

W tych instrumentach używamy **stroju równomiernie temperowanego** – skali, w której różnica jednego półtonu odpowiada zawsze stosunkowi częstotliwości $\sqrt[12]{2}$:1.

Zwróćmy uwagę na to, że tak określona skala muzyczna jest skalą logarytmiczną. Muzyk powie, że między nutami c i cis oraz g i gis jest ta sama różnica wysokości dźwięku – pół tonu (rys. 11.29).

Jednak „ta sama różnica wysokości” nie oznacza, że częstotliwości różnią się o tyle samo herców, ale że różnią się tyle samo razy. Dźwięk o pół tonu wyższy ma zawsze częstotliwość wyższą ok. $\sqrt[12]{2}$ raza, czyli ok. 1,059 raza (rys. 11.30).

o ok. 8 Hz więcej	c	130,81 Hz	} $\sqrt[12]{2}$ raza więcej
	cis	138,59 Hz	
o ok. 12 Hz więcej	g	195,99 Hz	} $\sqrt[12]{2}$ raza więcej
	gis	207,65 Hz	

Rys. 11.30. Różnica częstotliwości między c i cis oraz g i gis

W stroju równomiernie temperowanym zależność odkryta przez Pitagorasa jest spełniona tylko w przybliżeniu, ale jest to bardzo dobre przybliżenie. Na przykład, jeśli dźwięki różnią się o pięć półtonów, stosunek ich częstotliwości wynosi

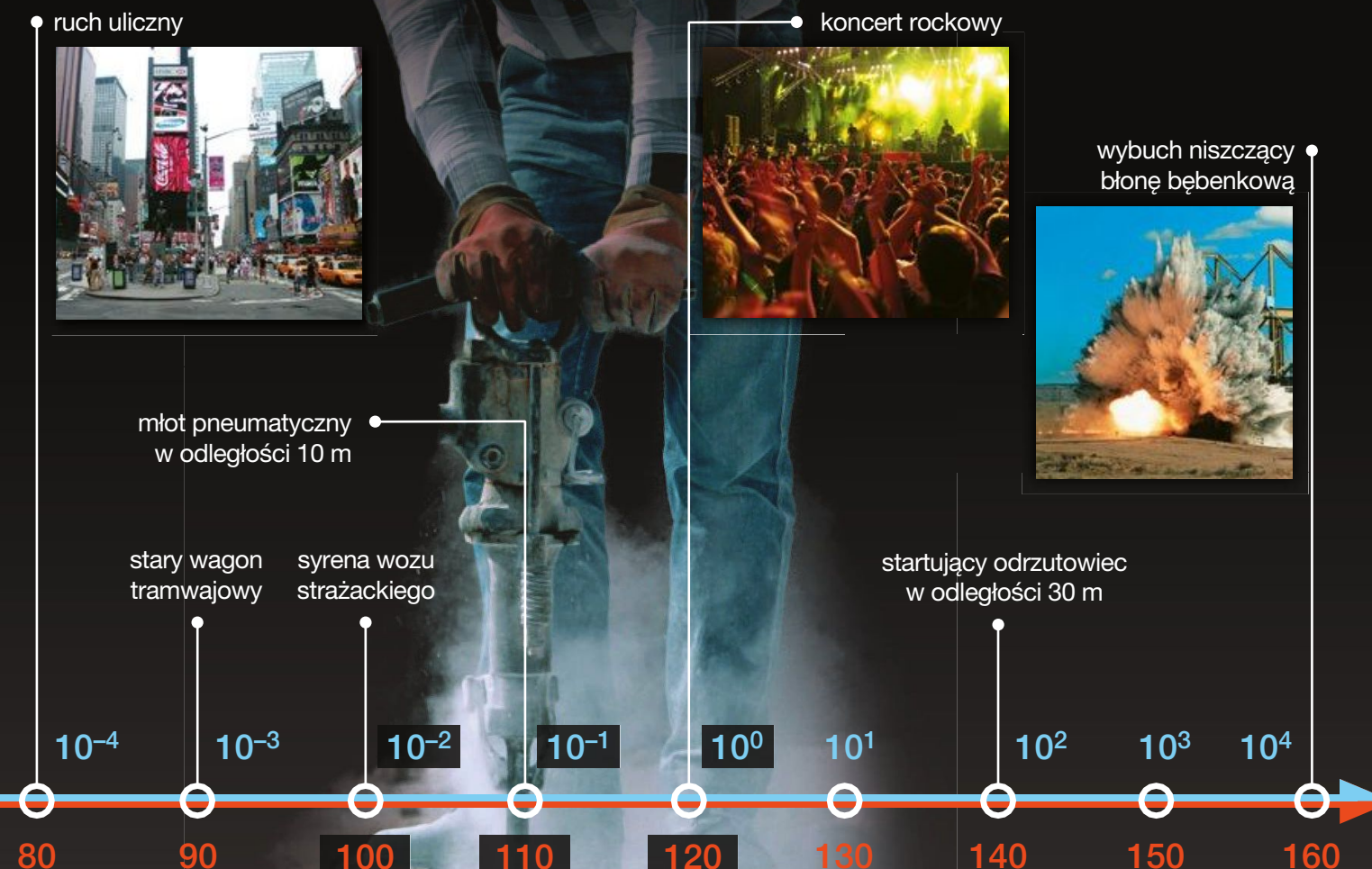
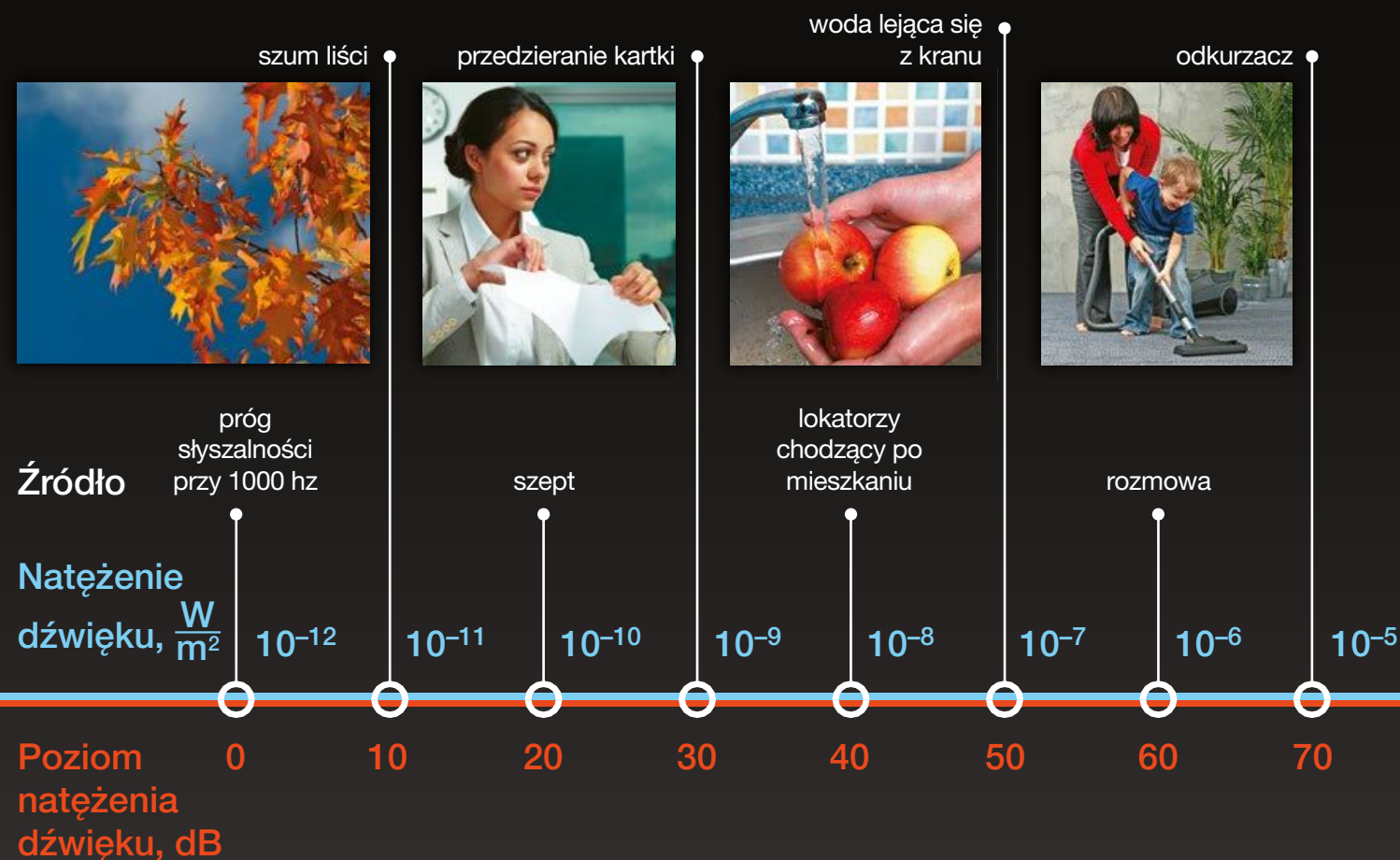
$$(\sqrt[12]{2})^5 = 1,3348... \approx 1,333... = 4:3$$

Tak więc pięć półtonów to kwarta.

cis ¹	dis ¹	fis ¹	gis ¹	b ¹	cis ²
277	311	370	415	466	554
c ¹	d ¹	e ¹	f ¹	g ¹	a ¹
262	294	330	349	392	440
				h ¹	c ²
				494	523
					d ²
					587

Rys. 11.29. Na klawiaturze fortepianu dźwięki odpowiadające sąsiednim klawiszom (wliczając klawisze czarne) różnią się o jeden półton. Częstotliwości dźwięków podano z dokładnością do 1 Hz

Dźwięki wokół nas



Skale logarytmiczne? Już to znamy

Przykład skali logarytmicznej, podręcznik cz. 1
→ s. 62–63

Ze skalami logarytmicznymi – choć wtedy ich tak nie nazywaliśmy – spotkałeś się już w poprzedniej części podręcznika.

Stosowaliśmy je między innymi, gdy przedstawialiśmy czasy i prędkości spotykane w przyrodzie. Zastosowanie skali logarytmicznej to jedyny sposób, aby na jednej osi pokazać wielkości skrajnie małe, np. prędkość dryfu kontynentów, i skrajnie wielkie, np. prędkość światła w próżni.

Gdybyśmy chcieli w książce na zwykłej osi liczbowej zaznaczyć np. znane prędkości, to większość strzałek prowadziłaby do punktów nieodróżnialnych gołym okiem od zera.

Inne przykłady skal logarytmicznych

Ze skalami logarytmicznymi mamy do czynienia w wielu dziedzinach wiedzy. Oto przykłady.



W skali stężeń kationów wodorowych, czyli skali pH, różnica 1 pH odpowiada 10-krotnej zmianie stężenia jonów wodoru.



Mówimy, że gwiazda ma wielkość gwiazdową mniejszą o 1, jeśli natężenie światła jest ok. 2,5 razy większe.



Jeśli trzęsienie ziemi jest silniejsze o 1 stopień w skali Richtera, to amplituda drgań jest 10 razy większa.



Wykresy kursów akcji rysuje się czasem w skali logarytmicznej, dzięki czemu wzrost kursu np. o 10% zawsze odpowiada tej samej odległości na wykresie.

Wszystkie przykłady przedstawione w tej lekcji świadczą o tym, że nasza percepcja jest nastawiona nie na różnicę wielkości, ale na ich iloraz. Ten fakt został po raz pierwszy odkryty przez lekarza i psychologa Ernsta Webera, dlatego do dziś nosi nazwę prawa Webera.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Zawieszony na ścianie głośnik o mocy $P = 8 \text{ W}$ ma sprawność $\eta = 0,8\%$. Załóżmy w przybliżeniu, że emitowana fala rozchodzi się tylko w przestrzeni z przodu głośnika, a powierzchnie falowe mają kształt połówek sfery. Pomijamy także odbicie od podłogi i ścian. Oblicz poziom natężenia dźwięku słyszanego w odległości 1 m od tego głośnika.

Dane: $P = 8 \text{ W}$ – moc głośnika,
 $\eta = 0,8\%$ – sprawność głośnika

Szukane: β – poziom natężenia dźwięku

Rozwiązanie:

Sprawność urządzenia określa, jaka część zużywanej energii zostaje przekształcona w użyteczną formę energii, czyli w przypadku głośnika – w energię fali dźwiękowej. Sprawność głośnika wynosi 0,8%, więc moc powstającego dźwięku:

$$P = 0,8\% \text{ z } 8 \text{ W}$$

$$P = 0,008 \cdot 8 \text{ W} = 0,064 \text{ W}$$

W odległości 1 m od głośnika moc rozkłada się na powierzchnię półkuli o promieniu $r = 1 \text{ m}$, czyli na powierzchnię:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 \approx 6,28 \text{ m}^2$$

Wobec tego natężenie dźwięku:

$$I = \frac{P}{S}$$

w odległości 1 m od głośnika wynosi:

$$I = \frac{0,064 \text{ W}}{6,28 \text{ m}^2} = 0,0102 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Natomiast poziom natężenia dźwięku:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$10 \log \frac{10^{-2} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 10 \log 10^{10} = 10 \cdot 10 = 100$$

Otrzymaliśmy więc ostatecznie: $\beta = 100 \text{ dB}$.

Odpowiedź: Poziom natężenia dźwięku wynosi 100 dB.

Pytania i zadania

1. **P** Największą sprawność, aż do 20%, mają głośniki tubowe syren alarmowych. Oblicz moc elektryczną takiej syreny, jeśli producent zapewnia, że w odległości 300 m poziom natężenia dźwięku jest równy 70 dB. Przyjmij w przybliżeniu, że dźwięk rozchodzi się we wszystkie strony tak samo.



2. Muzyczne określenie *pianissimo* oznacza poziom natężenia dźwięku o wartości 30–40 dB, a *fortissimo* 80–90 dB. Oblicz, ile razy większe jest natężenie dźwięku (w $\frac{W}{m^2}$) dla najcichszego *fortissimo* niż dla najgłośniejszego *pianissimo*.
3. Odkurzacz wytwarza dźwięk o poziomie natężenia 70 dB. Ile decybeli ma hałas wytwarzany przez pięć takich odkurzaczy?
4. **i** Powierzchnia błony bębenkowej ucha wynosi ok. 1 cm². Jaka energia pada na tę błonę w ciągu 1 s, kiedy słyszymy szept, a jaka – kiedy słyszymy młot pneumatyczny?



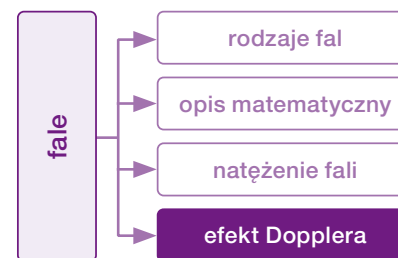
5. Przy określonej długości fletu prostego i zakrytych określonych otworkach flet

wytwarza dźwięk o pewnej stałej długości fali. Wobec tego kiedy z powodu zmiany temperatury zmieni się prędkość dźwięku (rys. 11.20, s. 283), powstaje dźwięk o innej częstotliwości – wyższy lub niższy.



- a) Flet wytwarza dźwięk a² o częstotliwości 880 Hz przy temperaturze powietrza 20°C. Przy jakiej temperaturze zamiast tego dźwięku powstanie dźwięk niższy o pół tonu?
- b) Czy w tej sytuacji inne dźwięki również będą grane o pół tonu niżej? Innymi słowy: czy zostanie zagrana ta sama melodia, tylko w innej tonacji, czy też instrument będzie fałszował?
6. a) O ile półtonów powinny się różnić dźwięki, aby ich stosunek częstotliwości był w przybliżeniu równy 5:4?
- b) Jeśli masz pianino, gitarę albo inny instrument pozwalający na jednoczesne wydawanie kilku dźwięków, zagraj na nim jednocześnie dźwięki różniące się kolejno o 2 półtony, 5 półtonów, 7 półtonów i o liczbę półtonów znaną przez ciebie w punkcie a) tego zadania. Oceń, kiedy dźwięki współbrzmia ładnie, a kiedy nie.

11.7 Efekt Dopplera



Ważne w tej lekcji:

- efekt Dopplera,
- kiedy częstotliwość rośnie, a kiedy maleje,
- obliczanie zmiany częstotliwości.

Przypomnij sobie:

- Wysokość dźwięku zależy od jego częstotliwości.
- Przy stałej prędkości fali im wyższa częstotliwość, tym mniejsza długość fali.
- Dźwięki o częstotliwości zbyt wysokiej dla ucha ludzkiego nazywamy ultradźwiękami, a zbyt niskiej – infradźwiękami.

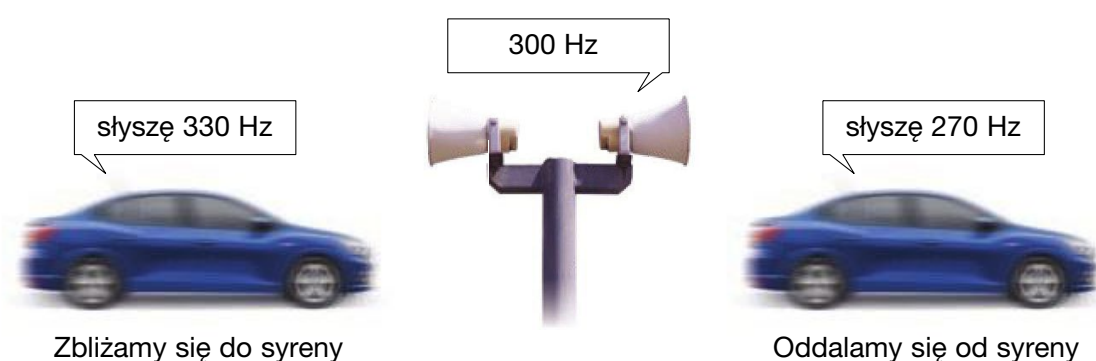
Co to jest efekt Dopplera?

Kiedy zbliża się do nas karetka pogotowia, jej dźwięk słyszymy jako wyższy, niż gdyby pojazd stał. Jeśli natomiast karetka się oddala, to dźwięk słyszymy jak niższy.



Rys. 11.31. Efekt Dopplera, kiedy porusza się źródło dźwięku

Podobny efekt zachodzi wtedy, gdy to obserwator się porusza.



Rys. 11.32. Efekt Dopplera, kiedy porusza się obserwator

Zmianę obserwowanej częstotliwości fali na skutek ruchu źródła fali lub obserwatora nazywamy efektem Dopplera.

Inna nazwa efektu Dopplera to zjawisko Dopplera.

■ Odkrycie efektu Dopplera

Christian Doppler nie miał okazji słyszeć zmian wysokości dźwięku ambulansu. W latach czterdziestych XIX wieku takie pojazdy zaprzężone były w konie i poruszały się zbyt wolno, aby zmiana częstotliwości była zauważalna. Do odkrycia doprowadziły go rozważania dotyczące zmiany barwy światła gwiazd na skutek ich ruchu.

Wkrótce potem Christophorus Buys-Ballot potwierdził doświadczalnie istnienie efektu Dopplera dla dźwięku.

W tym celu ustawił trębacza na platformie otwartego wagonu kolejowego przejeżdżającego przez stację. „Pomiaru” częstotliwości dokonywali za pomocą własnego słuchu muzycy stojący na peronie. Później muzyk w pociągu oceniał wysokość dźwięku granego przez trębacza na stacji. Okazało się, że efekt nie tylko zachodzi, ale także ilościowo zgadza się z przewidywaniami.

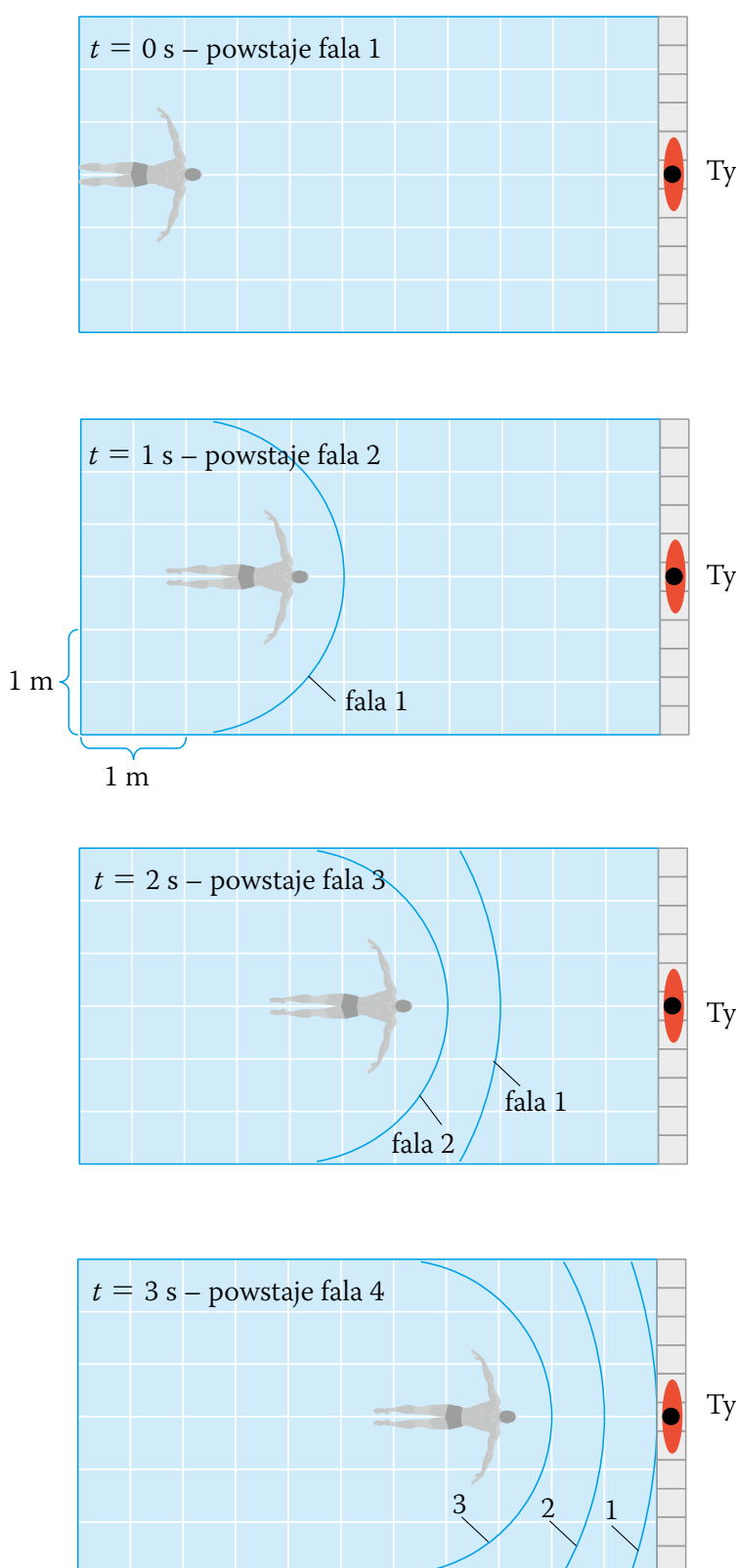
■ Zjawisko Dopplera dla fal na wodzie

Efekt Dopplera zachodzi dla wszystkich rodzajów fal. Jego powstawanie wyjaśnimy na przykładzie fal na wodzie.

Wyobraź sobie, że stoisz na brzegu basenu, a 4,5 m od brzegu na wprost ciebie płynie człowiek. Przedstawmy tę sytuację na schematycznych rysunkach (ramka na następnej stronie). Jedna kratka odpowiada kwadratowi o boku 50 cm. Dla uproszczenia zaznaczyliśmy falę tak, jakby rozchodziła się od głowy pływaka.

Pływak i efekt Dopplera

Źródło fali zbliża się do nieruchomego obserwatora.



W chwili $t = 0$ s człowiek zaczyna płynąć w twoją stronę z prędkością $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Uderza w wodę raz na 1 s, co powoduje powstawanie fali o częstotliwości 1 Hz. Prędkość tej fali wynosi $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a jej długość jest równa 1,5 m.

W chwili $t = 1$ s pływak jest bliżej brzegu, na którym stoisz. Fala wysłana przed sekundą zbliżyła się do ciebie o 1,5 m, ale wyprzedziła pływaka tylko o 0,5 m.

W chwili $t = 2$ s na wodzie widać już dwa kręgi fal powstałe w chwilach $t = 0$ s i $t = 1$ s.

W chwili $t = 3$ s do brzegu dociera pierwszy krąg, wysłany w chwili $t = 0$ s, a kolejne się do niego zbliżają. Ponieważ każdy z nich porusza się z prędkością $1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a odległości między poszczególnymi kręgami wynoszą tylko 0,5 m, kręgi uderzą o brzeg w odstępie $\frac{1}{3}$ s.

Obserwowana przez ciebie z brzegu częstotliwość fali wynosi więc 3 Hz – aż 3 razy więcej niż częstotliwość fali wytwarzanej przez pływaka.



Rys. 11.33. Fragment współczesnego muralu poświęconego doświadczeniu Buys-Ballota

Efekt Dopplera w przyrodzie i technice

Efekt Dopplera zachodzi dla każdego rodzaju fal.

Jego praktycznym zastosowaniem jest wyznaczanie prędkości.

W medycynie stosujemy badanie zwane dopplerowskim USG.

Specjalna sonda wysyła falę ultradźwiękową, która powraca po odbiciu od poruszających się czerwonych krwinek. Pomiar różnicy częstotliwości fali wystanej i odebranej umożliwia określenie prędkości przepływu krwi.



Niektóre zwierzęta, m.in. nietoperze, nie tylko używają ultradźwięków do lokalizacji innych obiektów, ale także dzięki efektowi Dopplera są w stanie określać ich prędkości.



Efekt Dopplera wykorzystuje się także w astronomii, m.in. do wykrywania planet pozasłonecznych. Gwiazda, którą okrąża planeta, wykonuje nieznaczne ruchy względem wspólnego z planetą środka masy. Gdy taka gwiazda porusza się w stronę Ziemi, rejestrujemy nieznacznie inną częstotliwość promieniowania tej gwiazdy, niż gdy się ona oddala.



Radar do pomiaru prędkości pojazdów wysyła fale w kierunku pojazdu i na podstawie pomiaru częstotliwości fal odbitych od niego określa, z jaką prędkością dany pojazd się porusza. Można w ten sposób zmierzyć prędkość zarówno samochodu, jak i samolotu.

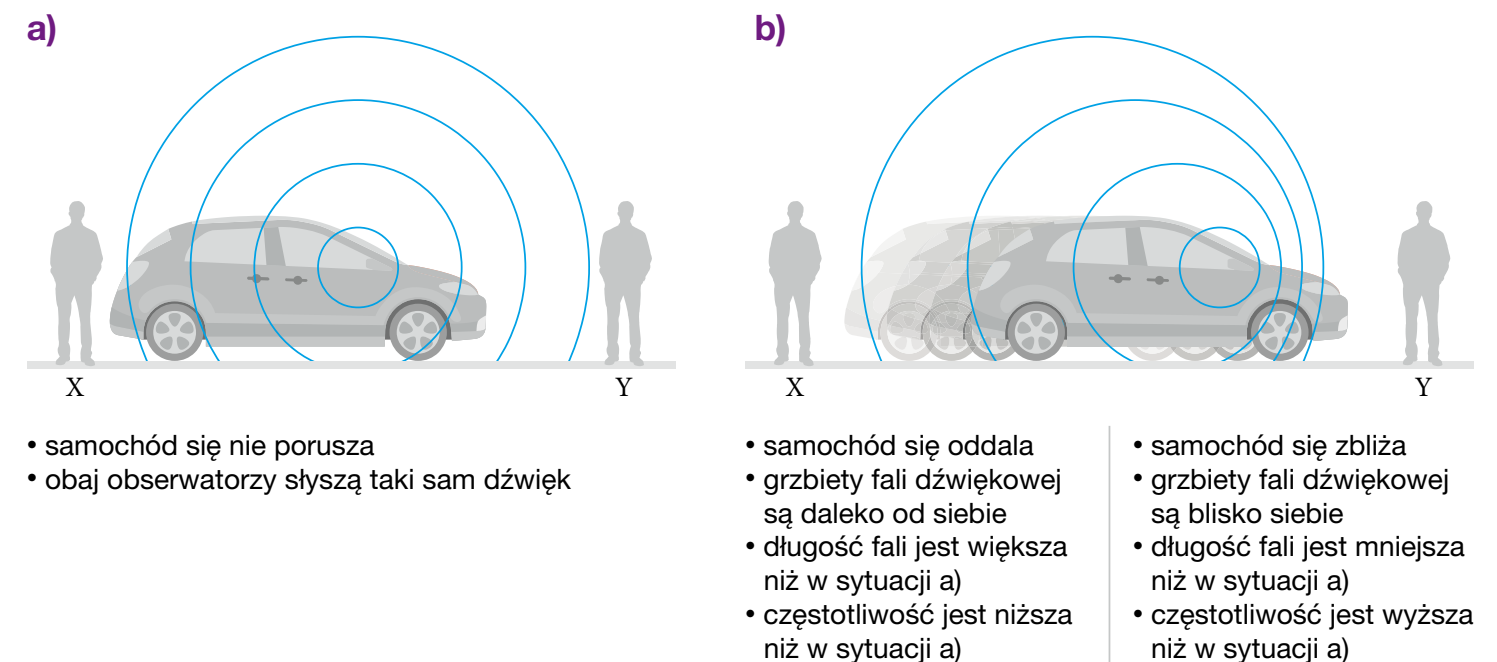


Efekt Dopplera dla dźwięku

Efekt Dopplera dla dźwięku zachodzi podobnie jak dla fal na wodzie. Gdy samochód jedzie z włączonym klaksonem, kolejne grzbiety fal dźwiękowych (powierzchnie maksymalnego zagęszczenia powietrza) są wysyłane z różnych miejsc.

Spójrzmy na schematyczny rysunek, obrazujący, co się wtedy dzieje. Kiedy samochód zbliża się do obserwatora Y, grzbiety fali dźwiękowej pochodzącej z klaksonu docierają do niego częściej (rys. 11.34b) niż w przypadku stojącego samochodu (rys. 11.34a).

Gdy pojazd oddala się od obserwatora X, grzbiety fal docierają do niego rzadziej (rys. 11.34b), co oznacza, że długość odbieranej przez niego fali dźwiękowej rośnie, a częstotliwość – maleje.



Rys. 11.34. Efekt Dopplera dla dźwięku

Efekt Dopplera dla fal elektromagnetycznych

Jak już powiedzieliśmy, efekt Dopplera zachodzi dla wszystkich rodzajów fal, a więc także dla fal elektromagnetycznych.

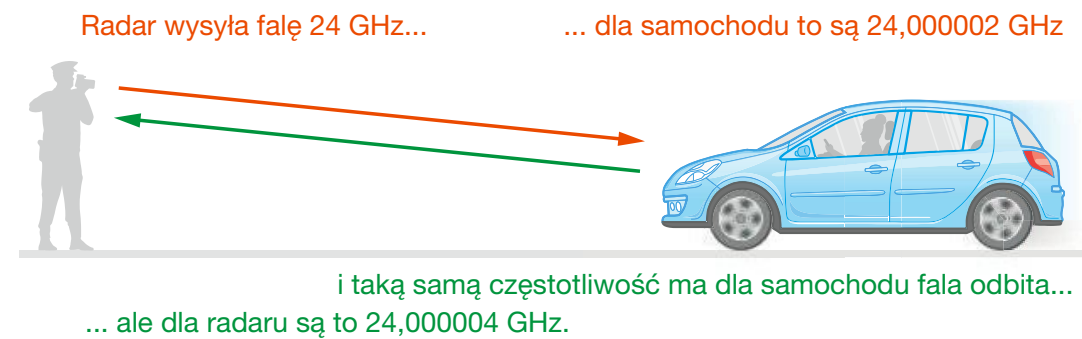
W połowie XIX w. astronomowie zaobserwowali, że z odległych gwiazd dociera do nas światło o częstotliwości nieco niższej niż emitowanego przez pobliskie gwiazdy, co nazwano przesunięciem ku czerwieni. Stwierdzono, że jest to wynik efektu Dopplera, a więc odległe galaktyki się od nas oddalają (rys. 11.35). Doprowadziło to do odkrycia rozszerzania się Wszechświata i sformułowania teorii Wielkiego Wybuchu.

Znacznie bardziej prozaiczne zastosowanie ma efekt Dopplera dla mikrofali emitowanych przez radar. Pozwala on zmierzyć prędkość obiektu, od którego odbijają się te fale, a więc na przykład samochodu podejrzanego o przekroczenie dopuszczalnej prędkości.



Rys. 11.35. Galaktyka Centaurus A oddala się od nas z prędkością $550 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Zwróć uwagę na to, że przy radarowym pomiarze prędkości częstotliwość zmienia się dwukrotnie (rys. 11.36).



Rys. 11.36. Podczas radarowego pomiaru prędkości występuje dwukrotne zwiększenie częstotliwości

■ Obliczanie częstotliwości

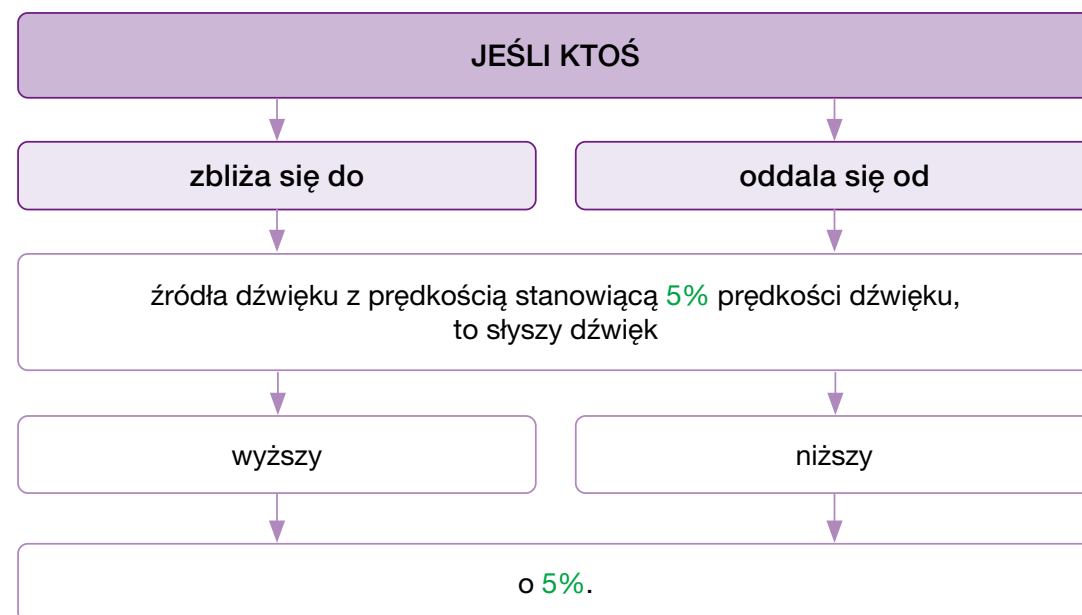
Kiedy prędkość źródła fal lub obserwatora jest niewielka w stosunku do prędkości rozchodzenia się fali, obliczanie zmiany częstotliwości wywołanej przez efekt Dopplera jest szczególnie proste. W dobrym przybliżeniu zachodzi wtedy proporcja:

Samochód albo pociąg zawsze porusza się znacznie wolniej od dźwięku, samolot – już nie.

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{zr}}} = \frac{v}{v_f}$$

zmiana częstotliwości Δf / częstotliwość fali wysyłanej ze źródła f_{zr} = prędkość źródła lub obserwatora v / prędkość fali wysyłanej ze źródła v_f

Oto przykład, jak można stosować tę równość.



5% prędkości dźwięku to $62 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, dźwięk o 5% wyższy to dźwięk wyższy o prawie pół tonu.

Uwaga. Przypomnijmy, że ten wzór obowiązuje dla prędkości znacznie mniejszych od prędkości fali. W innych przypadkach trzeba korzystać z dokładniejszych wzorów, które znajdziesz w odpowiednich źródłach.

■ Ruch z prędkością ponaddźwiękową

Mówiliśmy o tym, co się dzieje, gdy zbliża się do nas źródło dźwięku. Zakładaliśmy przy tym, że poruszamy się wolniej od dźwięku, a więc powstająca fala nas wyprzedza.

Zupełnie inaczej jest w przypadku ruchu z prędkością ponaddźwiękową. Mamy wówczas do czynienia z zupełnie nowym zjawiskiem – powstawaniem **fali uderzeniowej**.

Przykładem tej fali jest huk, który słyszymy, gdy w pobliżu samolot przełatuje z prędkością ponaddźwiękową, a także... dźwięk powstający przy strzelaniu z bata (końcówka bata przez chwilę porusza się z prędkością ponaddźwiękową).

Mechanizm powstawania fali uderzeniowej przedstawiamy na infografice na s. 316–317. Zauważ, że fala uderzeniowa powstaje przez cały czas trwania lotu z prędkością ponaddźwiękową (a nie – jak się czasami błędnie mówi – w chwili, gdy samolot przekracza prędkość dźwięku).



Rys. 11.37. Kiedy ptak płynie po wodzie z prędkością większą od prędkości fali, na wodzie powstaje wyraźna fala, analogiczna do fali uderzeniowej w ruchu z prędkością ponaddźwiękową

■ Ruchomy obserwator

Zjawisko Dopplera zachodzi także wtedy, gdy to obserwator się porusza, a źródło dźwięku spoczywa. Zwróć uwagę na to, że **nie jest** to prosty wniosek wynikający ze względności ruchu. W tym przypadku chodzi nam nie o względny ruch obserwatora i źródła dźwięku, ale o ich ruch **względem powietrza**, w którym przenosi się dźwięk. Dlatego przypadek ruchomego obserwatora i przypadek ruchomego źródła należy rozważać osobno. Jednak gdy prędkość obserwatora jest niewielka w stosunku do prędkości fali, także w tym przypadku możemy stosować przybliżony wzór podany na poprzedniej stronie. Na przykład:

- Gdy obserwator zbliża się do źródła dźwięku z prędkością równą 10% prędkości dźwięku, słyszy dźwięk o częstotliwości wyższej o 10%.
- Gdy to źródło dźwięku zbliża się z taką samą prędkością do obserwatora, słyszy on dźwięk o częstotliwości wyższej o 11,1%.
- Nasz przybliżony wzór w obu tych przypadkach daje wynik 10%.

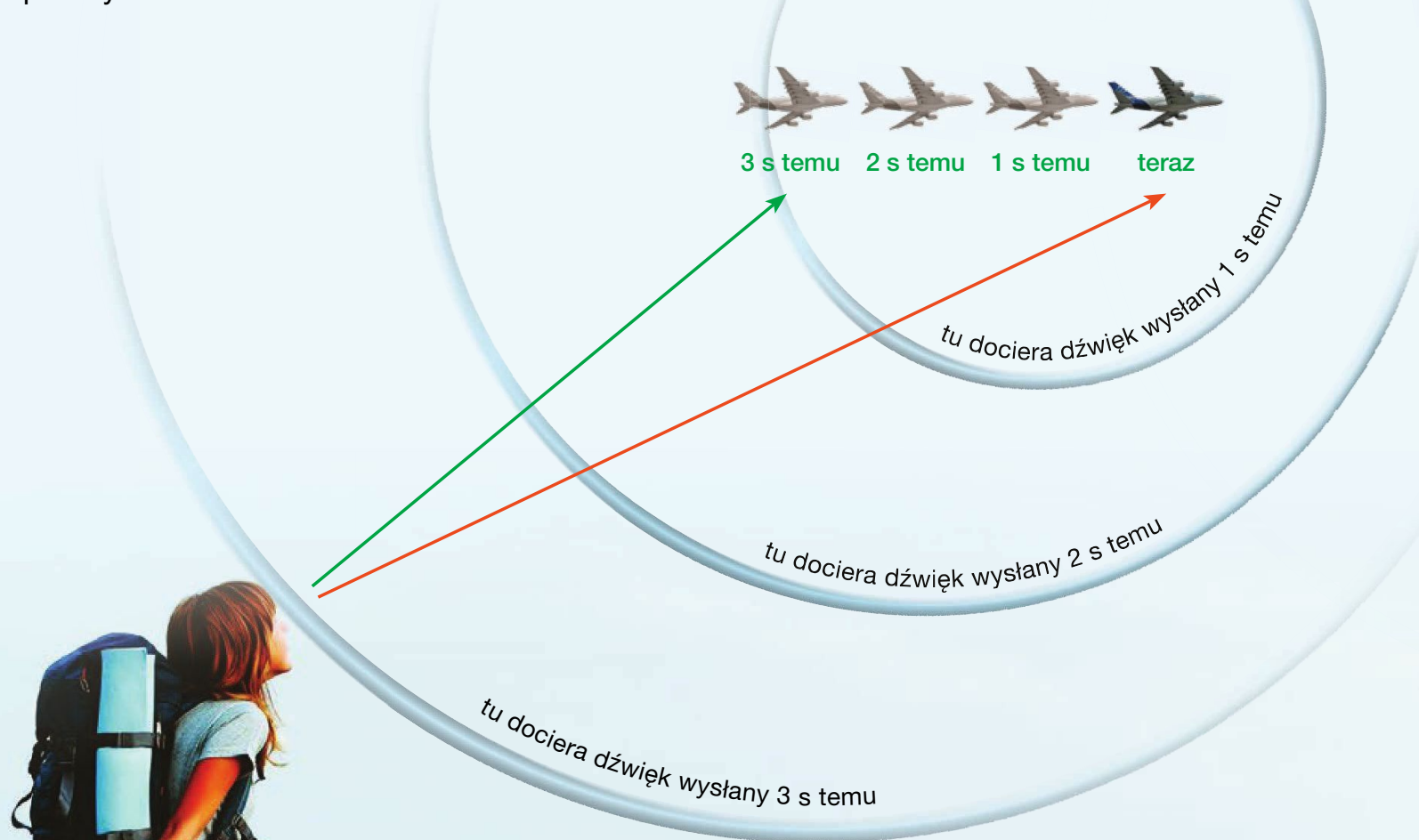
A to ciekawe

Czy dla światła, które także jest falą, może zająć zjawisko podobne do fali uderzeniowej powstającej przy prędkościach ponaddźwiękowych? W pierwszej chwili wydaje się, że nie, ponieważ ciało wytwarzające falę uderzeniową musiałoby się poruszać z prędkością nadświatłową, a taka nie istnieje. Jednak w określonych warunkach można zaobserwować „falę uderzeniową” światła. Prędkość światła w próżni $c \approx 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ jest największą możliwą prędkością w przyrodzie, ale np. w wodzie światło rozchodzi się z prędkością ok. $225\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Jeśli więc elektron porusza się w wodzie z prędkością $290\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, przemieszcza się w niej szybciej niż światło. W takich warunkach powstaje **promieniowanie Czerenkowa**. Czasami możemy je obserwować gołym okiem – taką właśnie naturę ma niebieskie światło emitowane przez wodę w reaktorze jądrowym.



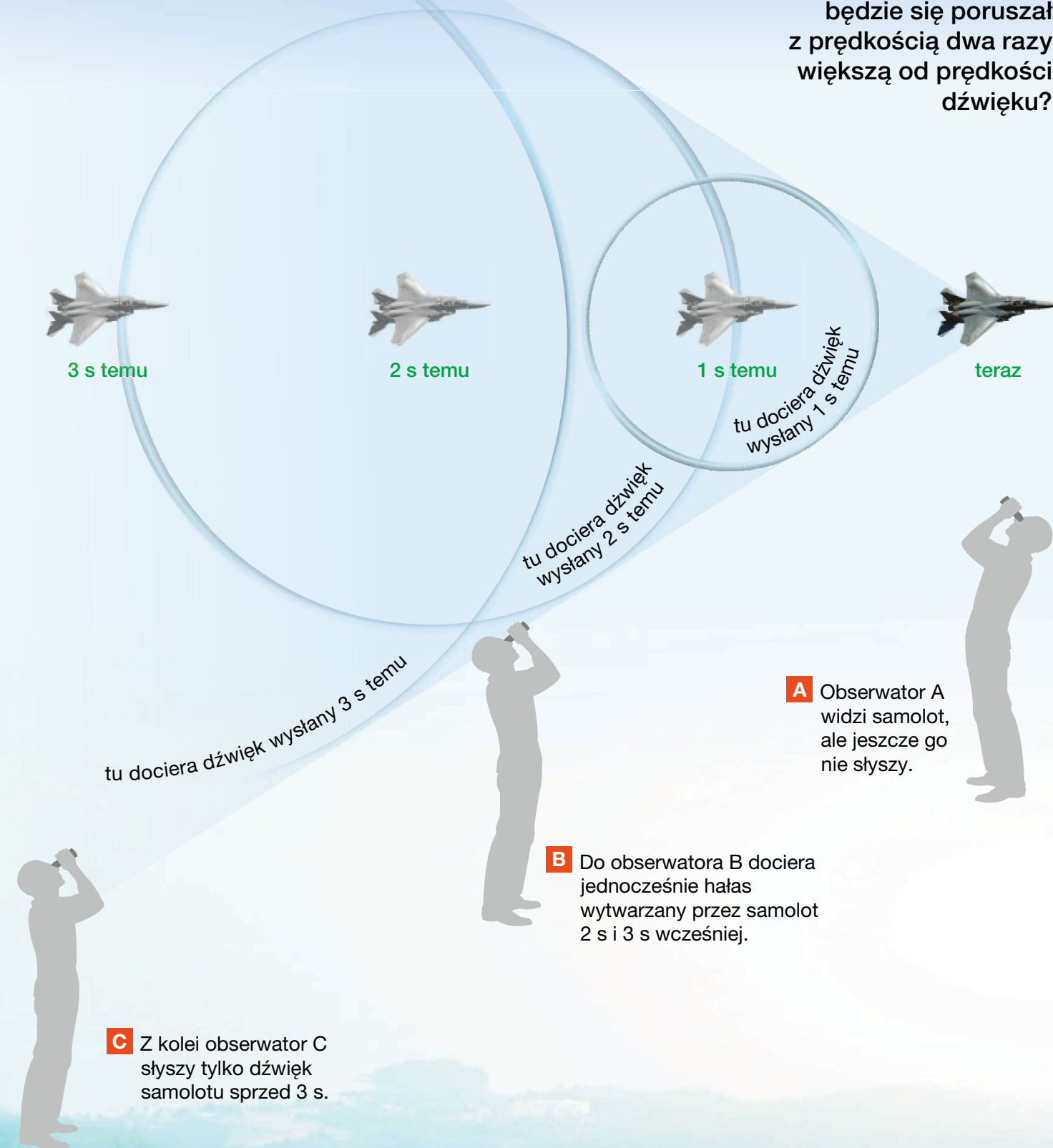
Fala uderzeniowa

Dźwięk w powietrzu porusza się stosunkowo wolno ($340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$), ok. miliona razy wolniej niż światło i zaledwie 1,5–2 razy szybciej niż samolot pasażerski. Jeśli więc samolot znajduje się 1 km od nas, jego dźwięk dociera do nas po ok. 3 s, a samolot w tym czasie przebywa kilkaset metrów.



Na ilustracji widzisz położenie samolotu w kolejnych sekundach. Samolot ten leci z prędkością równą połowie prędkości dźwięku. Obserwator widzi go tam, gdzie samolot się obecnie znajduje (miejsce to wskazano czerwoną strzałką). Jednocześnie do jego uszu dociera dźwięk wysłany przez samolot 3 s wcześniej (z miejsca, które wskazano zieloną strzałką). Obserwator „widzi” samolot gdzieś indziej, niż słyszy”.

Co się zmieni, gdy samolot będzie się poruszał z prędkością dwa razy większą od prędkości dźwięku?



A Obserwator A widzi samolot, ale jeszcze go nie słyszy.

B Do obserwatora B dociera jednocześnie hałas wytwarzany przez samolot 2 s i 3 s wcześniej.

C Z kolei obserwator C słyszy tylko dźwięk samolotu sprzed 3 s.

Każdy z obserwatorów widzi samolot w tym samym miejscu.

Gdy stoimy na ziemi, a nad nami przelatuje samolot ponaddźwiękowy, najpierw go widzimy (A), a dopiero potem słyszymy. Tuż po tym, jak samolot nas minie, dobiega nas wielki huk – cały „zaległy” hałas, wytworzony przez maszynę w dłuższym czasie, dociera do nas niemal jednocześnie (B). Hałas ten nazywamy falą uderzeniową. Chwilę później słychać już zwykły dźwięk towarzyszący przelotowi samolotu (C).

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

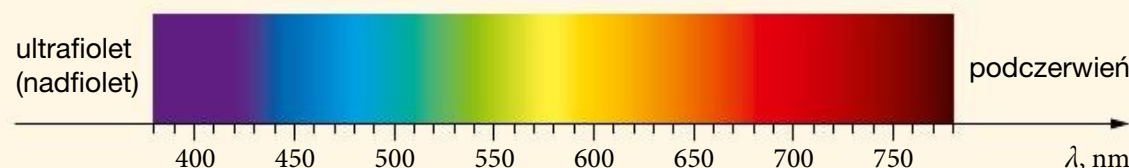
Pewien kierowca przejechał przez skrzyżowanie na czerwonym świetle i został zatrzymany przez policję. Aby uniknąć mandatu, tłumaczył się, że z powodu efektu Dopplera widział światło czerwone jako zielone. Przy jakiej co najmniej prędkości takie zjawisko mogłoby rzeczywiście zachodzić?

Dane: długości fali światła określonego koloru

Szukane: v – prędkość kierowcy (obserwatora)

Rozwiązanie:

Skorzystajmy z widma światła widzialnego.



Możemy odczytać długość fali światła:

- zielonego: $\lambda_z = 550 \text{ nm}$
- czerwonego: $\lambda_c = 650 \text{ nm}$

(w ramach barwy zielonej i czerwonej znajdujemy najbliższe długości fal, ponieważ chcemy obliczyć minimalną prędkość)

Ze wzoru:

$$\frac{\Delta f}{f_{\text{zr}}} = \frac{v}{c}$$

Otrzymujemy:

$$v = \frac{\Delta f}{f_c} \cdot c = \frac{f_z - f_c}{f_c} \cdot c = \left(\frac{f_z}{f_c} - 1 \right) c$$

Napisaliśmy c zamiast v_i , ponieważ naszą falą jest światło.

Częstotliwość źródła to f_c , ponieważ światło było w rzeczywistości czerwone.

We wzorze mamy częstotliwości, ale z widma światła odczytaliśmy długości fal, więc musimy skorzystać z zależności: $f = \frac{c}{\lambda}$. Podstawiamy:

$$f_z = \frac{c}{\lambda_z} \quad f_c = \frac{c}{\lambda_c}$$

i otrzymujemy:

$$v = \left(\frac{c}{\lambda_z} : \frac{c}{\lambda_c} - 1 \right) c = \left(\frac{c}{\lambda_z} \cdot \frac{\lambda_c}{c} - 1 \right) c = \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_z} - 1 \right) \cdot c$$

Po podstawieniu danych i wykonaniu obliczeń uzyskujemy wynik:

$$v = 0,18c = 54\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Prędkość samochodu musiałaby wynosić 18% prędkości światła, czyli $54\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. To oczywiście nie jest możliwe.

Uwaga. W przykładzie mogliśmy także obliczyć wartości liczbowe f_z i f_c w hercach i stąd wyznaczyć $\frac{f_z - f_c}{f_c}$. Obliczenia na wzorach byłyby wtedy prostsze, za to więcej byłoby obliczeń na bardzo dużych i bardzo małych liczbach.

1. Na poboczu autostrady stoi wóz strażacki z włączoną syreną. W pewnym momencie dźwięk syreny ma częstotliwość 800 Hz. Oblicz, jaka jest częstotliwość dźwięku słyszanego przez kierowcę, który:
 - a) zbliża się do wozu strażackiego z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$,
 - b) oddala się od wozu strażackiego z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

2. „Dźwięk wyższy o pół tonu” to dźwięk, którego częstotliwość jest większa $\sqrt[12]{2}$ raza (w przybliżeniu o 6%).

Oblicz, przy jakiej prędkości samochodu dźwięk klaksonu słyszany przez obserwatora, do którego zbliża się ten pojazd, jest wyższy o pół tonu od dźwięku odbieranego, gdy samochód stoi. Odpowiedź podaj w kilometrach na godzinę.

3. **P** Laser wytwarza światło fioletowe o długości fali 400 nm. Jest on skierowany na ścianę domu. Z jaką prędkością musiałby się zbliżać do ściany, aby światło przestało być widoczne?

4. Morświny, małe walenie żyjące w Morzu Bałtyckim, są gatunkiem zagrożonym wyginięciem. Międzynarodowy projekt krajów nadbałtyckich SAMBAH ma na celu pozyskanie danych o lokalizacji i liczbie tych zwierząt, co umożliwi ich ochronę.



Obecność morświnów można wykryć dzięki temu, że do echolokacji używają dźwięków o wąskim zakresie częstotliwości, od 120 kHz do 130 kHz. Wiadomo też, że poruszają się z prędkością od $17 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ do $22 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Na obszarze Morza Bałtyckiego rozmieszczono 300 hydroakustycznych detektorów dźwięków. Wykrywają i zapisują one sygnały wysyłane przez morświny w promieniu ok. 100 m od hydrofonu. Przyjmij, że prędkość dźwięku w wodzie w Bałtyku wynosi $1500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- a) Oblicz częstotliwość zarejestrowaną przez detektor w chwili, gdy morświn płynie w jego kierunku z prędkością $v_{\text{zr}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, wydając dźwięk o częstotliwości $f = 120 \text{ kHz}$.

- b) Oblicz prędkość, z jaką morświn oddala się od detektora, jeśli częstotliwość zarejestrowana przez urządzenie jest o 0,4% niższa od częstotliwości dźwięków wydawanych przez nieruchomego morświna. Wynik podaj w kilometrach na godzinę.

5. Radar emituje wiązkę mikrofal o częstotliwości 24 GHz. Jaka będzie częstotliwość wiązki, która powróci do radaru po odbiciu od samochodu zbliżającego się do niego z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

Wskazówka. Przypomnij sobie informacje z rysunku 11.36.

6. Oblicz, z jaką prędkością poruszał się samochód przedstawiony na rysunku 11.31 na s. 309.

Analiza tekstu

Infradźwięki informują o katastrofach

Dźwięki o niskich częstotliwościach, tzw. infradźwięki, opowiadają naukowcom o tajemnicach wulkanów, tornad, fal tsunami, lodowców, lawin.

Brzmienie pękającego lodu

W 2016 r. u stóp Eigeru naukowcy zainstalowali cztery czujniki do rejestracji infradźwięków. Od wiszącego lodowca dzieliło aparaturę 1,5 km w poziomie i prawie 1 km w pionie. Rok później wielki płat lodu o długości ponad 100 m i wysokości kilkunastu metrów oderwał się od czoła lodowca i popędził pół kilometra w dół, a następnie roztrzaskał się o skałę, rozsypując się na miliardy lodowych kawałków, z których część dotarła aż do stacji kolejki [zębatej], pokrywając kryształicznym puchem czujniki. Nic im się nie stało, a wcześniej z dokładnością do ułamków sekundy zarejestrowały moment pęknięcia czoła lodowca, któremu towarzyszyła emisja infradźwięków.

Naukowcy przez trzy lata skrupulatnie analizowali tę i mniejsze lawiny lodowe spod Eigeru i doszli do wniosku, że oto znaleźli uniwersalny, tani i prosty sposób na monitorowanie tempa rozpadu lodowców górskich. Czujniki ciśnienia akustycznego z odległości kilku kilometrów określają rozmiary odrywającego się bloku lodowego, miejsce i sposób jego upadku oraz dalsze losy lodowych drobin.

Infradźwięki są niesłyszalne dla ucha ludzkiego, ponieważ ich częstotliwość nie przekracza 20 Hz. Ich źródłem mogą być trzęsienia ziemi, burze, wulkany, wielkie lawiny albo pękające lodowce. W ostatnich dekadach



Stacja IMS do odbioru infradźwięków

rozwinęła się cała specjalność naukowa zajmująca się badaniem i wykorzystaniem infradźwięków. Potencjalnych zastosowań szybko przybywa – od studiowania wnętrza skorupy ziemskiej i wyższych warstw atmosfery przez śledzenie gwałtownych zjawisk meteorologicznych po instalowanie na stokach górskich systemów ostrzegania przed lawinami. Oczywiście próbuje się też wykorzystać je zarówno do celów wojskowych, jak i medycznych.

Ziemia na podsłuchu

Naukowcy stopniowo poznają kolejne instrumenty składające się na infradźwiękową orkiestrę. Wiedzą już, że inaczej brzmi lawina, inaczej zorza polarna, a jeszcze inaczej wiatr halny spływający gwałtownymi porami z grani do dolin.

Jedną z najbardziej interesujących i użytecznych właściwości infradźwięków jest to, że mogą bez zakłóceń pokonywać znaczne dystanse. Wiemy z codziennego doświadczenia, że niższe dźwięki bywają słyszane z większej odległości niż wyższe. Gdy niedaleko nas uderza piorun, towarzyszący mu grom składa się również z doskonale słyszalnych trzasków o wysokiej częstotliwości, ale osoba znajdująca się daleko usłyszy jedynie charakterystyczny głęboki pomruk odległej burzy. Dźwięki, które słyszymy, rzadko pokonują więcej niż kilkadziesiąt kilometrów. To dlatego, że są silnie

pochłaniane przez atmosferę – tym silniej, im wyższą mają częstotliwość. W przypadku tonu o częstotliwości 1000 Hz pochłonięte zostaje ok. 90% energii, nim pokona on 7 km (w przyziemnej warstwie atmosfery). W przypadku tonu o częstotliwości 1 Hz dystans ten wynosi ok. 3 tys. km, a ton 0,01 Hz może bez zakłóceń odbyć podróż dookoła świata.

Atomowy strażnik

Dwie dekady temu przystąpiono do budowy globalnej sieci aparatury kontrolnej wykrywającej i szybko weryfikującej każdą próbę użycia broni atomowej w dowolnym miejscu Ziemi. W skład sieci IMS (od ang. International Monitoring System) wchodzi czujniki do odbioru infradźwięków.

Znajdują się [one] w 37 państwach i na Antarktydzie. Gdy naukowcy zaczęli analizować sygnały z tej antarktycznej stacji, odkryli, że wiele z nich pochodzi z odległego o 28 km czynnego wulkanu Erebus, a źródłem innych jest miejsce zwane Vee Cliffs, gdzie wielkie strumienie lodu opuszczają ląd i zmieniają się w unoszący się na wodzie lodowiec szelfowy.

Wulkanolodzy i glaciolodzy byli zachwyceni tym odkryciem. Oto pod postacią IMS zyskali nowe narzędzie do zbierania danych na temat interesujących ich obiektów naturalnych i zjawisk przyrodniczych. Oczywiście głównym wyzwaniem pozostało rozszyfrowanie tych sygnałów. W kolejnych latach zajęły się tym setki badaczy. W wielu zakątkach świata zaczęto podsłuchiwać lód i wulkany, [m.in.] chilijski wulkan Villarrica. „Na dnie krateru bulgocze tam jezioro lawy. Gdy jego poziom opada, wulkan wydaje niższe tony, gdy lawy przybywa, częstotliwość dźwięków rośnie. Zupełnie jakby to był gigantyczny puzon, który wydaje wyższe lub niższe dźwięki w zależności od tego, na jaką długość został wysunięty” – opisuje Watson.



Podczas gdy jedni próbują zrozumieć infradźwiękową mowę wulkanów, inni umieszczają czułe mikrobarometry na balonach docierających w wyższe warstwy atmosfery. Źródłem [odbieranych tam infradźwięków] są wyładowania atmosferyczne, fale oceaniczne, eksplozje na Ziemi oraz co najmniej jeden meteoroid rozmiarów piłki do tenisa ziemnego, który wtargnął do ziemskiej atmosfery.

Odwiedziny trochę większych gości z kosmosu są namierzane przez system IMS. Tak było 21 czerwca 2018 r., gdy bolid o średnicy szacowanej na 4 m eksplodował w pobliżu rosyjskich miast Kursk, Woroneż i Lipieck na południe od Moskwy. Mikrobarometry zarejestrowały wygenerowaną falę infradźwiękową, na podstawie której moc eksplozji oszacowano na 2,4 kilotony. Ponad 100 razy większą siłę miała eksplozja innego meteorytu, który w lutym 2013 r. wybuchł nad rosyjskim miastem Czelabińsk. [...]

Infradźwięki zwierzęce

Wieloryby często nadają swoje komunikaty w formie sygnałów akustycznych o bardzo niskiej częstotliwości – na granicy słyszalności przez człowieka lub jeszcze niższe. Sygnały te miewają olbrzymie natężenie, większe niż startujący odrzutowiec (ok. 180 decybeli), i rozchodzą się w wodzie na setki kilometrów.

Zinfradźwięków korzystają też inne stworzenia kategorii naj, czyli słonie. Największe zwierzęta lądowe wydają takie niesłyszalne (dla nas) odgłosy, aby porozumiewać się na odległości większe niż 10 km.



Samice przywołują w ten sposób swoje stadko lub przyzywają zagubione maluchy, samce – odstrasza konkurentów podczas godów. Infradźwiękami posługują się też gołębie oraz kazuary – nietoty z Nowej Gwinei.

Zdaniem naukowców niektóre zwierzęta, nawet jeśli nie posługują się infradźwiękami, to mogą być na nie wyczulone znacznie bardziej niż ludzie.

Na podstawie artykułu **Andrzeja Hołdysa** ze strony projektpulsar.pl, 1 lutego 2022

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZCIE



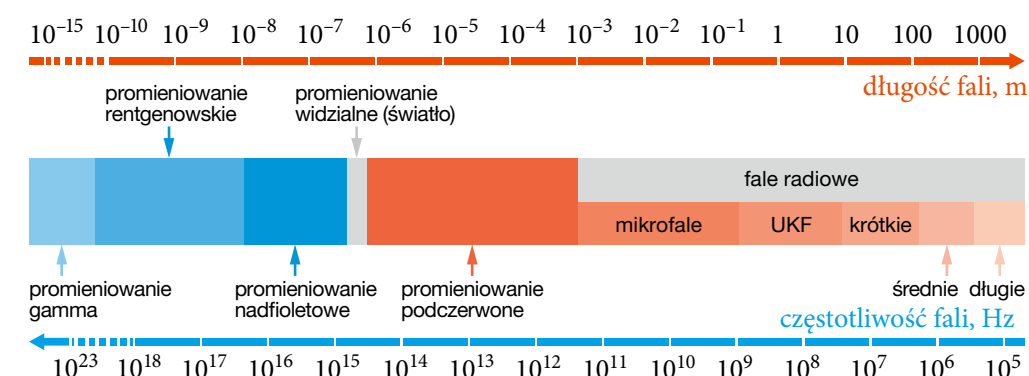
- Wyjaśnij pojęcia (w razie potrzeby skorzystaj ze źródeł, np. internetowego *Wielkiego słownika języka polskiego PAN*). Niektóre z nich są wieloznaczne – zapisz, w jakim znaczeniu zostały użyte w tekście.
dekada • weryfikować • glaciolog • bolid • generować
- Oszacuj masę bloku lodowego, o którym mowa w pierwszym akapicie. Czy rzeczywiście mógł się rozsypać na miliardy kawałków? Jaka byłaby ich masa?
- Znajdź w tekście informację o częstotliwości infradźwięku, który może okrążyć Ziemię. Oblicz długość takiej fali dźwiękowej.
- Oblicz energię meteorytu, który wybuchł nad Czelabińskiem. Wynik podaj w dżulach. Wiadomo, że 1 kt (kilotona), a ściślej: 1 kt TNT (kilotona trotylu), to energia wyzwolana przy eksplozji tysiąca ton tego materiału wybuchowego. Samodzielnie znajdź przelicznik tej jednostki na dżule.
- Znajdź w tekście przykład personifikacji zjawisk naturalnych.
- Odpowiedz na pytania:
 - W jaki sposób zmniejszanie się natężenia fali dźwiękowej z powodu pochłaniania energii w atmosferze zależy od częstotliwości tej fali?
 - Na s. 299 znajduje się wzór opisujący zależność natężenia fali od odległości od źródła. Nie występuje w nim jednak częstotliwość, co wynika z przyjętych przy jego uzasadnieniu założeń upraszczających. Jakie to uproszczenia?



Podsumowanie Fale

- Fala mechaniczna** to rozchodzące się zaburzenie ośrodka polegające na drganiach cząstek tego ośrodka.
 - Podstawowe właściwości fal mechanicznych:
 - co prawda zjawisko fali wiąże się z ruchem cząsteczek, ale przemieszczanie się fali polega na przenoszeniu energii, a nie na przemieszczaniu się cząsteczek;
 - fala rozchodzi się z określoną, skończoną prędkością.
- Fala elektromagnetyczna** (promieniowanie elektromagnetyczne) to rozchodzące się w przestrzeni okresowe zmiany zależnych od siebie pól: elektrycznego i magnetycznego.
 - W próżni wszystkie fale elektromagnetyczne rozchodzą się z prędkością $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, będącą największą możliwą prędkością w przyrodzie. W innych ośrodkach poruszają się wolniej, a ich prędkość jest wtedy zależna od częstotliwości.

Widmo fal elektromagnetycznych

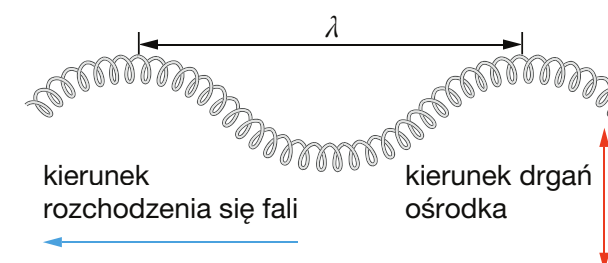


Wielkości opisujące fale:

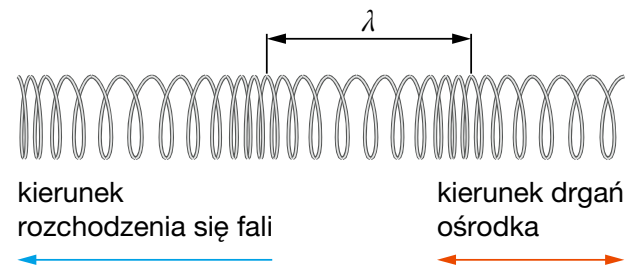
- okres T – czas pełnego cyklu drgań cząsteczki ośrodka;
- częstotliwość f – liczba cykli drgań cząsteczki ośrodka w jednostce czasu, $f = \frac{1}{T}$;
- amplituda A – maksymalne wychylenie cząsteczki ośrodka z położenia równowagi;
- prędkość v – prędkość rozchodzenia się zaburzenia;
- długość λ – odległość między dwoma kolejnymi punktami drgającymi w tej samej fazie.

Fale podłużne i poprzeczne

- Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest prostopadły do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy **falą poprzeczną** (rys. poniżej).



- ▶ Jeśli kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest równoległy do kierunku rozchodzenia się fali, to falę nazywamy **falą podłużną** (rys. poniżej).



- ▶ Fala na wodzie jest złożeniem fali podłużnej i poprzecznej (woda drga zarówno równolegle, jak i prostopadle do kierunku ruchu fali).

- W czasie równym swojemu okresowi drgań T fala przebywa drogę równą długości fali λ .
▶ Wynikają stąd zależności między wielkościami opisującymi falę:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

gdzie: v – prędkość fali, T – okres, f – częstotliwość, λ – długość fali.

- **Dźwięk** jest falą mechaniczną podłużną, która polega na rozchodzeniu się zmian gęstości ośrodka.

- ▶ Częstotliwość fali dźwiękowej odbieramy jako wysokość dźwięku – dźwięk wyższy to dźwięk o wyższej częstotliwości, dźwięk niższy – o niższej.
- ▶ Infradźwięki – dźwięki o niższej częstotliwości niż z zakresu słyszalności człowieka.
- ▶ Ultradźwięki – dźwięki o wyższej częstotliwości niż z zakresu słyszalności człowieka.

- Linię prostopadłą do grzbietów i dolin fali nazywamy **promieniem fali**.

- Ze względu na kształt powierzchni falowych rozróżniamy fale: **płaskie**, **koliste** i **kuliste**.

■ Natężenie fali

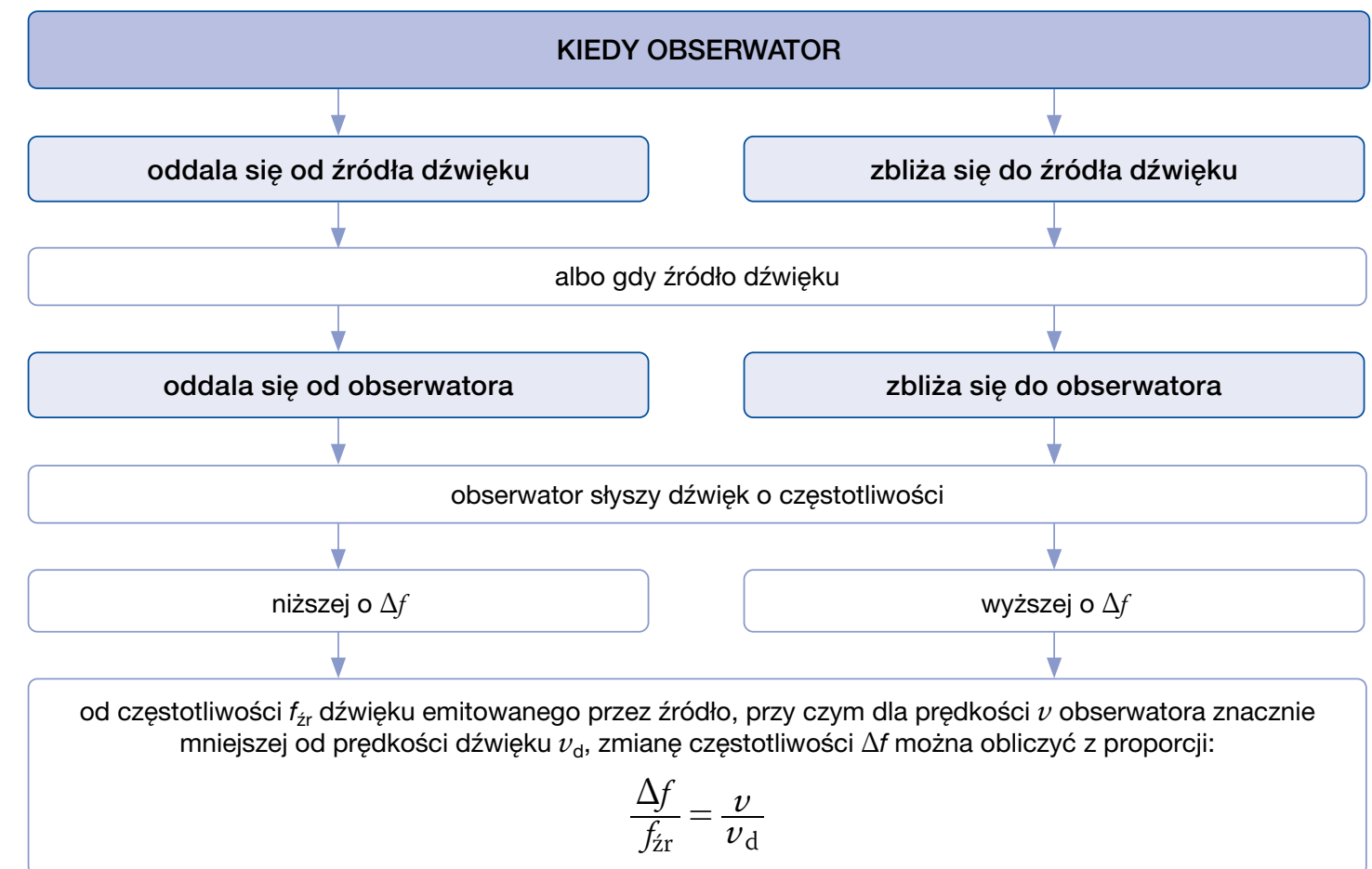
Natężeniem fali nazywamy energię tej fali padającą w ciągu 1 s na powierzchnię 1 m^2 prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali.

$$I = \frac{E}{tS} = \frac{P}{S}$$

gdzie: I – natężenie fali, E – energia emitowana przez źródło, S – powierzchnia prostopadła do kierunku rozchodzenia się fali, P – moc emitowanej fali.

- ▶ Jednostką natężenia fali jest $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.
- ▶ Natężenie fali jest wprost proporcjonalne do kwadratu amplitudy drgań.
- ▶ Natężenie fali kulistej jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła.

■ Efekt Dopplera



- ▶ Efekt Dopplera zachodzi także dla wszystkich innych rodzajów fal, nie tylko dla dźwięku.

Sposób na zadanie

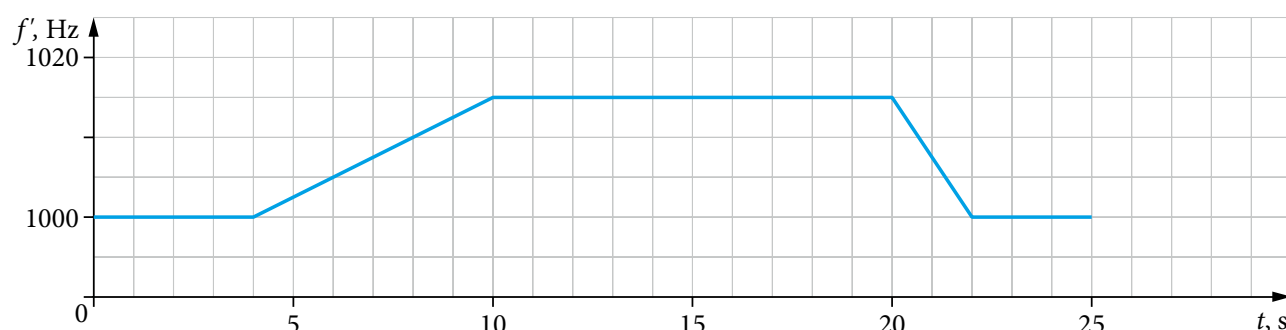
Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych

Zadanie 1. Na otwartej platformie furgonetki umieszczono głośnik podłączony do generatora czystych tonów. Głośnik wytwarzał ton o częstotliwości $f = 1000$ Hz. Przez pewien czas furgonetka poruszała się po prostej drodze. Stojący na tej drodze obserwator słyszał dźwięk o zmieniającej się częstotliwości $f'(t)$.

Taki zapis oznacza, że f' zależy od t .

A więc wszystko dzieje się w jednym wymiarze.

Wykres przedstawia zależność słyszanej częstotliwości od czasu.



Zadanie 1.1 (0–1)

Co się działo od chwili $t_1 = 4$ s do chwili $t_2 = 10$ s? **Wybierz odpowiedź spośród podanych.**

- A.** Furgonetka poruszała się coraz szybciej w stronę obserwatora.
- B.** Furgonetka oddalała się coraz szybciej od obserwatora.
- C.** Furgonetka poruszała się ze stałą prędkością w stronę obserwatora.
- D.** Furgonetka oddalała się ze stałą prędkością od obserwatora.

Musisz dokonać dwóch wyborów: w którą stronę jechała furgonetka i czy zmieniała się jej prędkość.

Rozwiązanie:

Zawsze najpierw się zastanawiamy, z jakim zjawiskiem fizycznym mamy do czynienia.

Obserwator słyszy dźwięk o częstotliwości innej niż wysyłana przez ruchome źródło. Wynika to z efektu Dopplera.

Najpierw się zastanówmy, w którą stronę jedzie furgonetka. Obserwator słyszy dźwięk wyższy niż emitowany przez źródło.

Nie musisz do tego znać wzorów.

Dzieje się tak wtedy, gdy źródło się zbliża – możemy przypomnieć sobie dźwięk mijającej nas karetki pogotowia albo wyjaśnienie zjawiska na rysunku 11.34 s. 313 – nieprawidłowe więc są odpowiedzi B i D.

Wiemy, że różnica częstotliwości jest tym większa, im szybciej porusza się źródło. Skoro więc w rozważanym czasie różnica rosła, to rosła także prędkość.

Odpowiedź: A

Zadanie 1.2 (0–1)

Co się działo od chwili $t_2 = 10$ s do chwili $t_3 = 20$ s? **Wybierz odpowiedź spośród podanych.**

- A.** Furgonetka się nie poruszała.
- B.** Furgonetka poruszała się ze stałą prędkością
- C.** Furgonetka poruszała się coraz szybciej.
- D.** Furgonetka poruszała się coraz wolniej.

Rozwiązanie:

Słyszana częstotliwość się nie zmieniała, ale nie była równa emitowanej. Tak więc furgonetka jechała ze stałą prędkością.

Odpowiedź: B

W jaki sposób z opisu ruchu przejść do siły wypadkowej? Przyda się II zasada dynamiki.

Zadanie 1.3 (0–3)

Wyznacz siłę wypadkową działającą na furgonetkę w chwili $t = 6$ s. Przyjmij, że masa pojazdu wynosiła $m = 3$ t.

Wskazówka. Jeżeli zadanie składa się z kilku części (np. 1.1, 1.2 itd.), to rozwiązanie zadań zamkniętych (testowych) może pomóc wyobrazić sobie zjawisko, co z kolei będzie konieczne do rozwiązania zadań obliczeniowych.

Rozwiązanie:

Po rozwiązaniu zadań 1.1 i 1.2 umiemy już sobie wyobrazić, jak przebiegał ruch ciężarówki. Chwila $t = 6$ s należy do przedziału czasu, w którym pojazd przyspieszał. Kiedy obliczymy jego przyspieszenie, z drugiej zasady dynamiki obliczymy siłę wypadkową.

W chwili $t_1 = 4$ s furgonetka dopiero zaczynała ruch, a więc $v_p = 0$.

Obliczmy teraz jej prędkość v_k w chwili $t_2 = 10$ s.

Wiemy, że samochody poruszają się znacznie wolniej od dźwięku, można więc skorzystać z proporcji:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{v_d}$$

Stąd wyznaczamy prędkość furgonetki:

$$v = \frac{\Delta f}{f} v_d$$

Interesuje nas chwila $t_2 = 10$ s, w której $f' = 1015$ Hz, a więc:

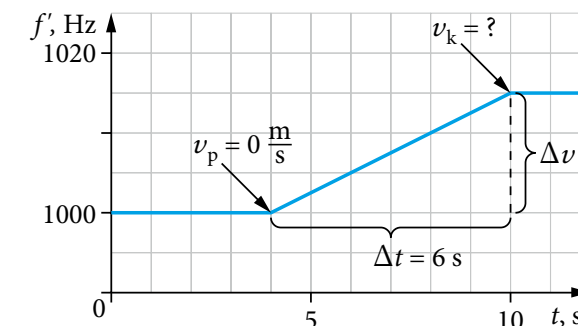
$$v_k = \frac{1015 \text{ Hz} - 1000 \text{ Hz}}{1000 \text{ Hz}} \cdot 344 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ze wzoru wynika, że skoro Δf rośnie liniowo, to tak samo rosła prędkość, a więc przyspieszenie było stałe.

Prędkość dźwięku znajdujemy w tablicach.

Czyli w czasie $\Delta t = 10 \text{ s} - 4 \text{ s} = 6 \text{ s}$ furgonetka zwiększyła prędkość o:

$$\Delta v = v_k - v_p = 5,16 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Stąd możemy obliczyć przyspieszenie, a następnie wartość siły wypadkowej:

Pamiętaj, że we wzorze na przyspieszenie występują **zmiany** prędkości i czasu.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s}} \approx 0,86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zapisujemy drugą zasadę dynamiki i otrzymujemy:

$$F_{\text{wyp}} = ma = 3000 \text{ kg} \cdot 0,86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2600 \text{ N}$$

Odpowiedź: Siła wypadkowa miała wartość 2600 N.

Warto zapamiętać!

- Efekt Dopplera powoduje, że obserwator odbiera falę o innej częstotliwości niż częstotliwość drgań źródła.
- Kiedy prędkość wysyłanej przez źródło fali jest duża większa od prędkości obserwatora/samego źródła, możemy korzystać z przybliżonego wzoru, aby wyznaczyć zmianę częstotliwości.

Zadania analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

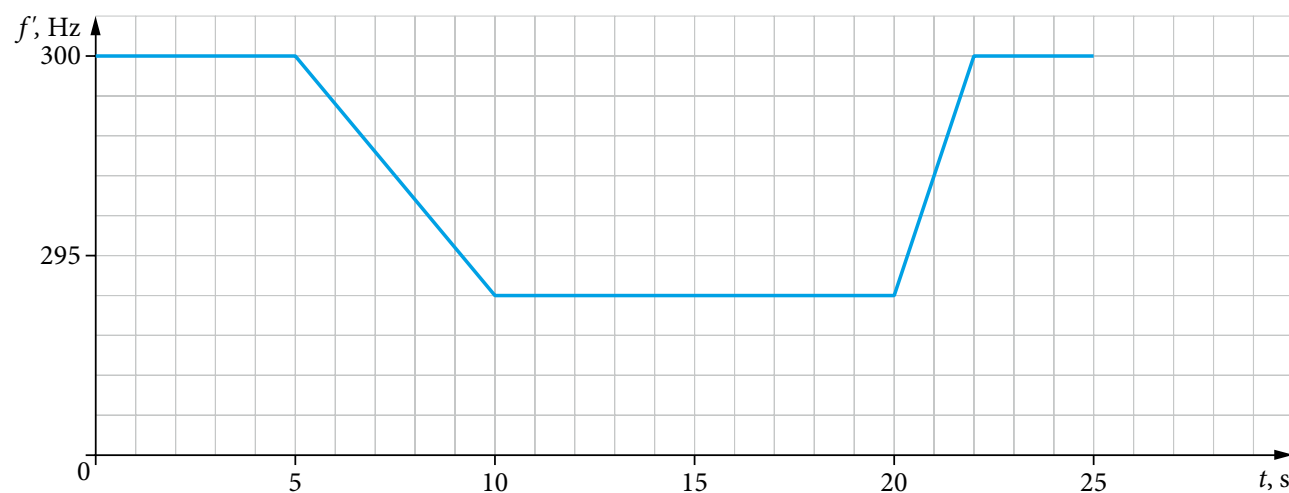


Zadanie 1. Narysuj wykres $v(t)$ dla furgonetki omawianej w zadaniu 1. w sekcji „Sposób na zadanie”. Na jego podstawie **wyznacz drogę pokonaną przez pojazd w czasie przedstawionym na wykresie.**

Zadanie 2. Uczeń wyszedł ze szkoły i wsiadł na rower. W tym momencie rozbrzmiał dzwonek na następną lekcję. Uczeń po chwili ruszył i zaczął coraz szybciej oddalać się od szkoły, aż musiał zahamować przed skrzyżowaniem. Wykres przedstawia zależność częstotliwości słyszanego przez ucznia dźwięku dzwonka od czasu.

Oblicz:

- do jakiej prędkości rozpędził się uczeń,
- z jakim przyspieszeniem się rozpędzał, a z jakim hamował.



Zadania powtórzeniowe

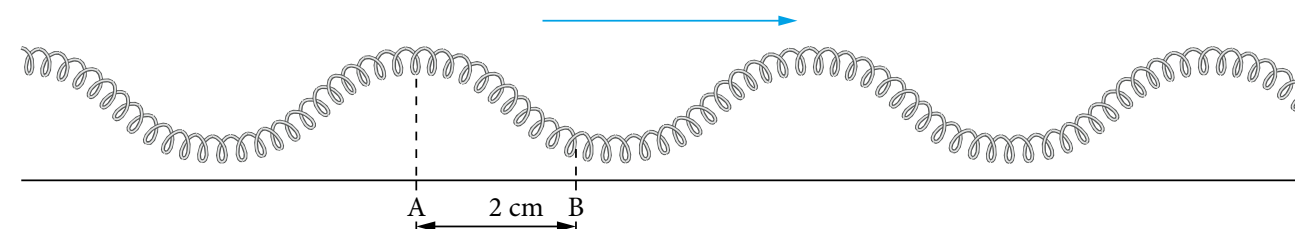
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Fala na sprężynie

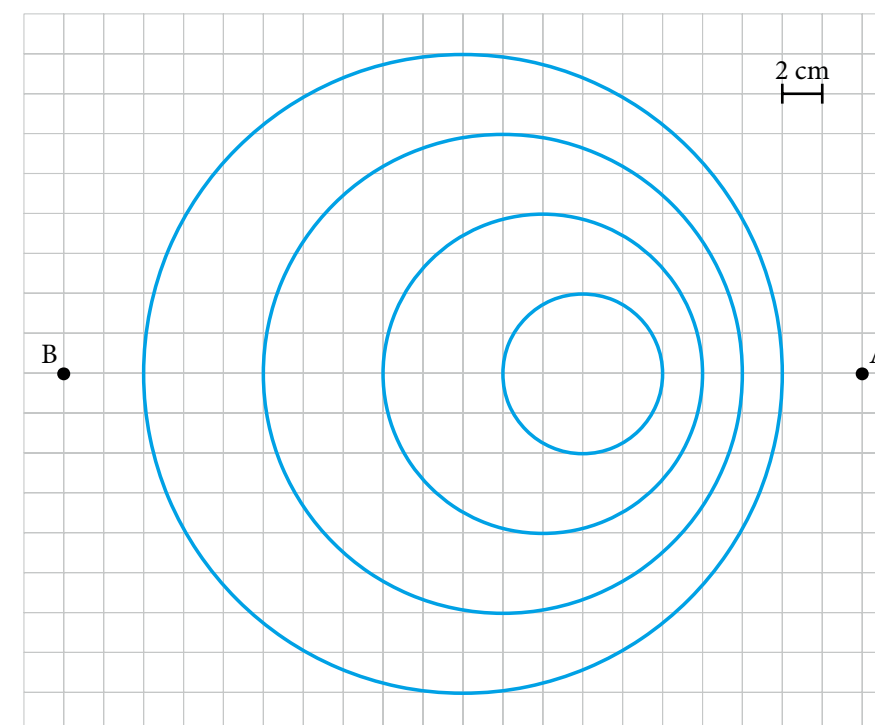
Fala poprzeczna o częstotliwości $f = 2 \text{ Hz}$ rozchodzi się po napiętej sprężynie z prędkością $v = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Porusza się ona w prawo. W pewnej chwili t_0 w punkcie A sprężyna znajduje się w najwyższym położeniu (patrz rys.).

Oblicz, po jakim czasie Δt w punkcie B odległym od punktu A o 2 cm w prawo sprężyna znajdzie się w najniższym położeniu.



Zadanie 2. Fala kolista

Wieloryb zabawka płynie po powierzchni wody, napędzany płetwą ogonową, którą uderza w powierzchnię wody dwa razy na sekundę. Po każdym uderzeniu na powierzchni wody rozchodzi się fala kolista. Grzbiety fal przedstawia rysunek.



Zadanie 2.1. Odczytaj z rysunku prędkość zabawki i prędkość fali.

Zadanie 2.2. Uzupełnij zdanie.

Kiedy fale dotrą do obserwatorów, obserwator A stwierdzi, że fala ma długość λ_A , a obserwator B, że ma ona długość λ_B . Na podstawie rysunku można wywnioskować, że stosunek długości $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ wyniesie .

Zadanie 2.3. Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C i jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

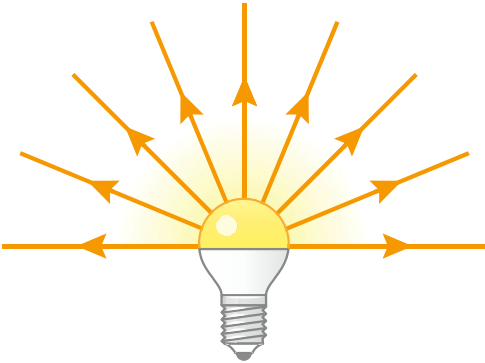
Prędkość fali według obserwatora A jest:

A.	większa niż według obserwatora B,	ponieważ	1.	prędkość fali dodaje się do prędkości źródła.
B.	mniejsza niż według obserwatora B,		2.	obaj obserwatorzy spoczywają względem wody, po której rozchodzi się fala.
C.	taka sama jak według obserwatora B,		3.	im większa częstotliwość, tym większa prędkość fali.

Zadanie 2.4. Wyznacz częstotliwości fal obserwowanych przez obu obserwatorów.
Wskazówka. Prędkość zabawki **nie jest** w tym przypadku znacznie mniejsza od prędkości fali. Dlatego **nie możesz** korzystać z przybliżonego wzoru podanego w lekcji.

Zadanie 3. Lampa LED

Lampa LED o sprawności 40% emituje światło równomiernie we wszystkich kierunkach **powyżej** swojej obudowy (patrz rys.). Natężenie światła zmierzone w odległości 80 cm od lampy wynosi $1,2 \frac{W}{m^2}$.



Zadanie 3.1. Wskaż właściwe zakończenie zdania.

W odległości 1,6 m od lampy natężenie światła wynosi:

- A. $0,3 \frac{W}{m^2}$.
- B. $0,6 \frac{W}{m^2}$.
- C. $2,4 \frac{W}{m^2}$.
- D. $4,8 \frac{W}{m^2}$.

Zadanie 3.2. Oblicz moc lampy (czyli moc pobieranej przez nią energii elektrycznej).

12. Zjawiska falowe

1. Odbicie i rozproszenie fali

2. Załamanie fali

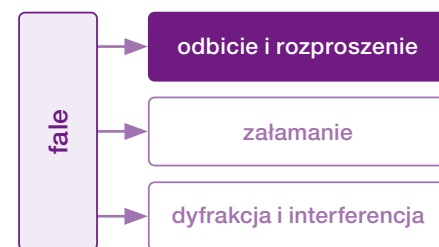
3. Całkowite wewnętrzne odbicie
4. Dyfrakcja fal

5. Interferencja fal

6. Siatka dyfrakcyjna



12.1 Odbicie i rozproszenie fali



Ważne w tej lekcji:

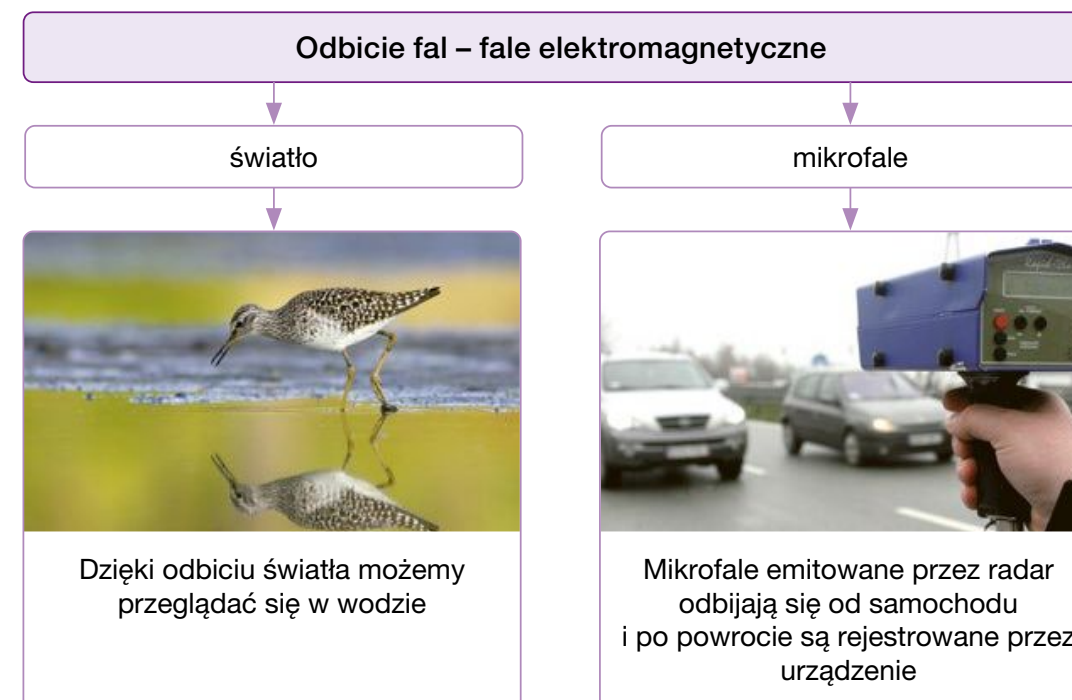
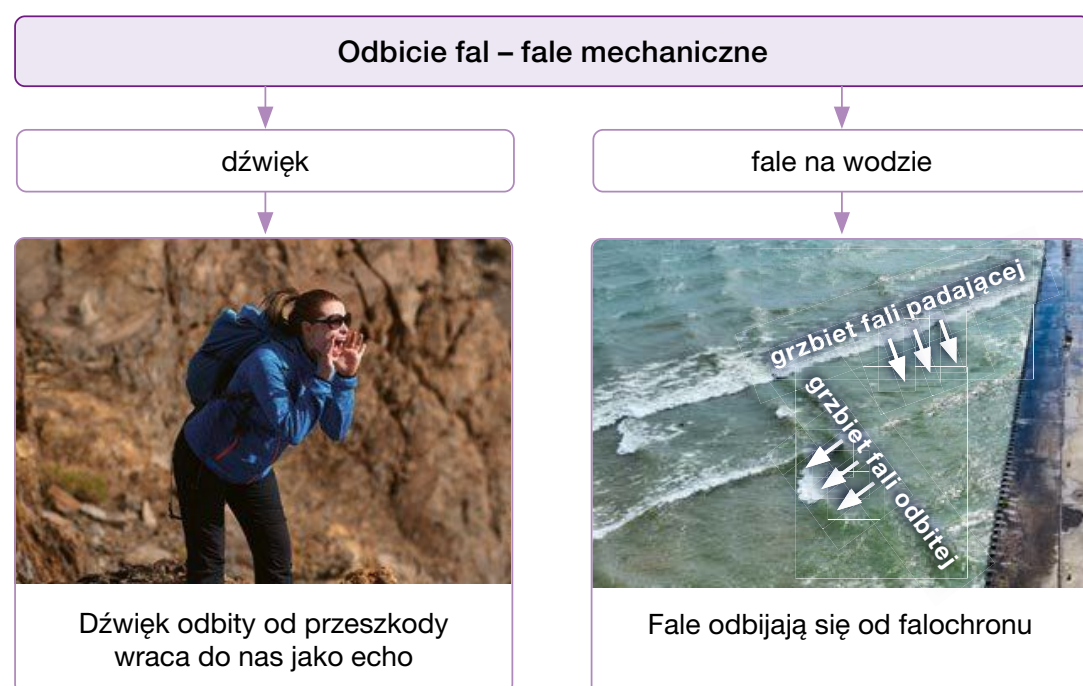
- prawo odbicia,
- odbicie od zwierciadła a rozproszenie,
- barwa nieba i Słońca.

Przypomnij sobie:

- Dźwięk należy do fal mechanicznych.
- Światło należy do fal elektromagnetycznych.

■ Wszystkie fale ulegają odbiciu

Na pewno wiesz, że fale odbijają się od przeszkód. Oto kilka przykładów, najpierw dla fal mechanicznych, a potem dla fal elektromagnetycznych.



■ Prawo odbicia

W szkole podstawowej prawo odbicia przedstawia się zazwyczaj na przykładzie światła. Obowiązuje ono jednak dla wszystkich fal, dlatego tym razem zbadamy je na przykładzie fal na wodzie.

Doświadczenie 38

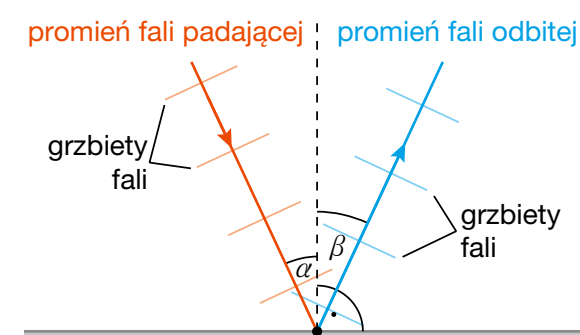
1. Przygotuj naczynie o prostokątnym, jasnym dnie i oświetl je od góry, podobnie jak w doświadczeniu 29. na s. 261.
2. Ustaw linijkę tak, aby nie była równoległa do ścianek naczynia, i uderz nią jeden raz w powierzchnię wody.
3. Obserwuj powstałą falę płaską przed odbiciem od brzegów naczynia i po odbiciu.



Tę prostą nazywamy **normalną**.

W doświadczeniu mogliśmy zaobserwować, że fala odbija się pod takim kątem, pod jakim padła na przeszkodę (na brzeg naczynia). Jest tak dla wszystkich fal. Kąt padania i kąt odbicia mierzymy względem linii **prostopadłej** do powierzchni odbijającej (rys. 12.1).

Kąt odbicia promienia fali jest równy kątowi jego padania. Promień padający i promień odbity oraz prosta prostopadła do powierzchni odbijającej (normalna) leżą w tej samej płaszczyźnie.



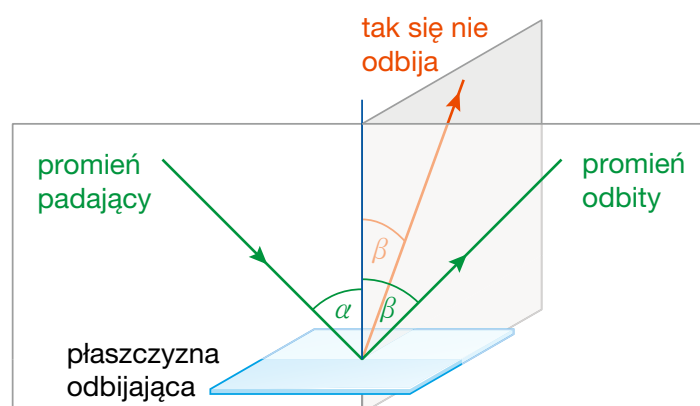
Rys. 12.1. Kąt odbicia β jest równy kątowi padania α

Druga część prawa odbicia

Powiedzieliśmy, że promień padający i promień odbity oraz prosta prostopadła do powierzchni odbijającej leżą w tej samej płaszczyźnie. W szkole podstawowej dla uproszczenia często pomija się tę część prawa odbicia jako oczywistą.

W przypadku fal na powierzchni wody wszystko i tak dzieje się w jednej płaszczyźnie. Jednak gdy rozważamy dźwięk lub światło rozchodzące się w przestrzeni, ta część prawa odbicia nie jest oczywista.

Jak widzisz na rysunku, **promień padający** oraz **prosta normalna** leżą w jednej płaszczyźnie. W tej samej płaszczyźnie leży także promień odbity. Można sobie wyobrazić, że **promień odbija się pod tym samym kątem β** , ale leży w innej płaszczyźnie.



To, że w przyrodzie taka sytuacja nie może się zdarzyć, nie jest wnioskiem z geometrii, ale prawem fizyki, sprawdzonym w doświadczeniach.

Rozproszenie światła przy odbiciu

Jasna powierzchnia odbija prawie całe padające na nią światło. Możemy się o tym przekonać dzięki prostemu doświadczeniu.

Doświadczenie 39

1. Doświadczenie wykonaj w zaciemnionym pomieszczeniu albo – jeszcze lepiej – w ciemnym miejscu na dworze.
2. Przygotuj książkę, czystą kartkę oraz latarkę (może to być latarka w telefonie).
3. Połóż książkę, a na niej latarkę ustawioną tak, aby świeciła do góry.
4. Nad latarką umieść kartkę. Czy okładka książki jest teraz mocniej oświetlona?

Jak widzimy, odpowiedź na pytanie zadane w doświadczeniu brzmi – tak, okładka książki jest mocniej oświetlona. Skoro biała kartka odbija światło, to czemu nie można się w niej przejrzeć jak w lustrze?

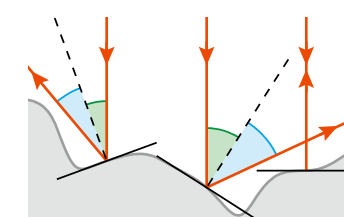
Otóż powierzchnia kartki jest **chropowata**, nawet jeśli gołym okiem wydaje się gładka (patrz rys. 12.2). Dlatego **rozprasza** światło – po odbiciu biegnie ono w przypadkowych kierunkach.



Rys. 12.2. W powiększeniu widać, że w rzeczywistości kartka papieru nie jest gładka

Na rysunku 12.3 widzimy takie odbicie. Zwróć uwagę na to, że także w tym przypadku jest spełnione prawo odbicia: dla każdego promienia z osobna **kąt odbicia** jest **równy kątowi padania**.

Jednak tym razem, ponieważ kartka jest chropowata, różne promienie światła padają na fragmenty powierzchni papieru nachylone pod różnymi, przypadkowymi kątami.



Rys. 12.3. Rozproszenie przy odbiciu od nieregularnej powierzchni

Widzimy dzięki odbiciu i rozproszeniu światła

Jak wiesz, nasz zmysł wzroku działa dzięki temu, że do naszych oczu wpada światło. Gdyby jednak nie zjawisko odbicia i rozproszenia, moglibyśmy widzieć tylko źródła światła, np. Słońce lub żarówkę.

Na rysunku 12.4 widzisz, jak światło słoneczne pada na książkę, odbija się od niej i rozprasza. Niektóre spośród promieni rozchodzących się w różnych kierunkach trafiają do oczu czytającego.



Rys. 12.4. Mężczyzna widzi książkę, ponieważ odbite od niej światło słoneczne wpada do jego oczu

Rozpraszanie światła w ośrodku

Światło może się rozpraszać nie tylko przy odbiciu, ale także wtedy, gdy przechodzi przez niejednorodny ośrodek.



Doświadczenie 40 – obowiązkowe

Obserwacja rozpraszania światła w ośrodku

1. Przygotuj szklankę, odrobinę mleka, łyzeczkę oraz laser.

Uwaga. Doświadczenie lepiej wykonać przy słabym oświetleniu, zwłaszcza jeśli laser ma niewielką moc.

2. Nalej przegotowaną wodę do szklanki. Zaświeć laserem z góry (jak na zdjęciu obok) do wody. Co obserwujesz?
3. Dodaj do wody jedną kroplę mleka i dokładnie wymieszaj wodę. Ponownie zaświeć z góry laserem. Jak się zmieniło obserwowane zjawisko?



Uwaga. Pamiętaj, że nawet laser tak słaby jak umieszczony we wskaźniku laserowym może spowodować uszkodzenie lub nawet utratę wzroku, jeśli jego światło (bezpośrednio lub po odbiciu od jakiegoś przedmiotu) trafi do oka.



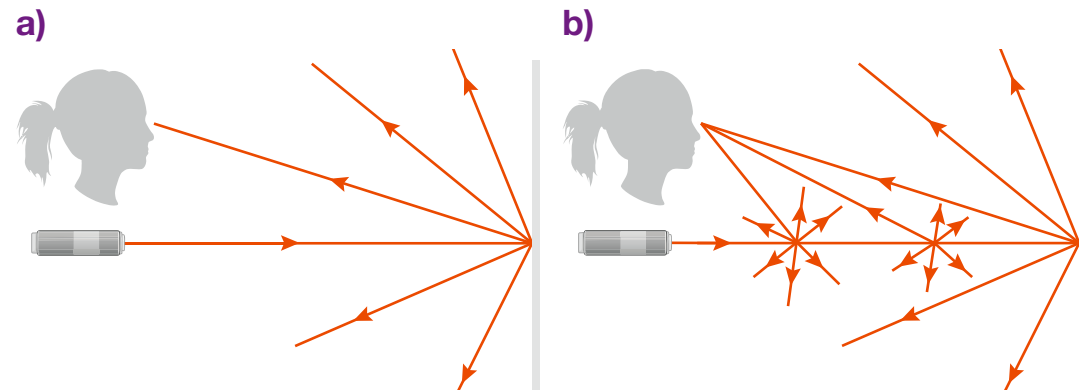
Jak widzimy, w czystej wodzie promień lasera jest niewidoczny lub ledwo widoczny. Natomiast po dodaniu mleka, które zawiera drobne cząsteczki tłuszczu, białek i innych substancji, światło ulega rozproszeniu na tych cząsteczkach i zaczyna być widoczne.

Światło ulega rozproszeniu na niejednorodnościach ośrodka.



Rys. 12.5. Rozpraszanie światła słonecznego

Podobnie jest w przypadku biegu światła przez powietrze (rys. 12.5). Gdy powietrze jest czyste, nie widzimy wiązki światła, a jedynie miejsce nią oświetlone (rys. 12.6a). Gdy jednak w powietrzu znajdują się pyłki kurzu, dym albo drobne kropelki wody (mgła), dzięki rozproszonemu światłu widzimy linie biegnące od źródła światła do oświetlonych obiektów (rys. 12.6b).



Rys. 12.6. Widoczność wiązki lasera w powietrzu: a) czystym, b) zanieczyszczonym

W próżni nawet najsilniejszy promień światła jest niewidoczny. Światłne linie w filmach fantastycznych (rys. 12.7) są więc tylko fikcją.



Rys. 12.7. Kadr z filmu *Gwiezdne wojny: Atak klonów* przedstawia sytuację niezgodną z prawami fizyki



Rys. 12.8. Niebo widziane z Księżyca

■ Dlaczego niebo nie jest czarne

Niebo widziane z Księżyca jest całkowicie czarne, nawet gdy świecą na nim Słońce i Ziemia (rys. 12.8). Dlaczego więc widziane z Ziemi jest jasne?

Zarówno do Ziemi, jak i do Księżyca dociera światło słoneczne. Na Ziemi jednak ulega ono rozproszeniu na niejednorodnościach atmosfery. To rozproszone światło oświetla znajdujące się na Ziemi przedmioty, dlatego w cieniu nie jest całkiem ciemno.

Rozproszone w atmosferze światło trafia także do naszych oczu (rys. 12.9). Ponieważ dociera ze wszystkich kierunków, ulegamy złudzeniu, że nad nami znajduje się wielka pokrywa, którą nazywamy właśnie niebem.



Rys. 12.9. Droga światła słonecznego do naszych oczu. Na rysunku przedstawiono głównie promienie docierające do oczu obserwatora, ale znacznie więcej promieni po rozproszeniu biegnie w innych kierunkach

W rzeczywistości, jak wiemy, nie ma takiej pokrywy. Nie ma też sensu pytać, jak wysoko znajduje się niebo – różne promienie rozpraszają się w atmosferze na różnej wysokości.

■ Dlaczego niebo jest niebieskie, a Słońce – żółte

Światło emitowane przez Słońce jest białe (a nie żółte, jak je obserwujemy z Ziemi). Jest ono mieszaniną fal o różnych barwach: od fioletowej do czerwonej (rys. 12.10). Okazuje się, że fale te są rozpraszane w różnym stopniu.



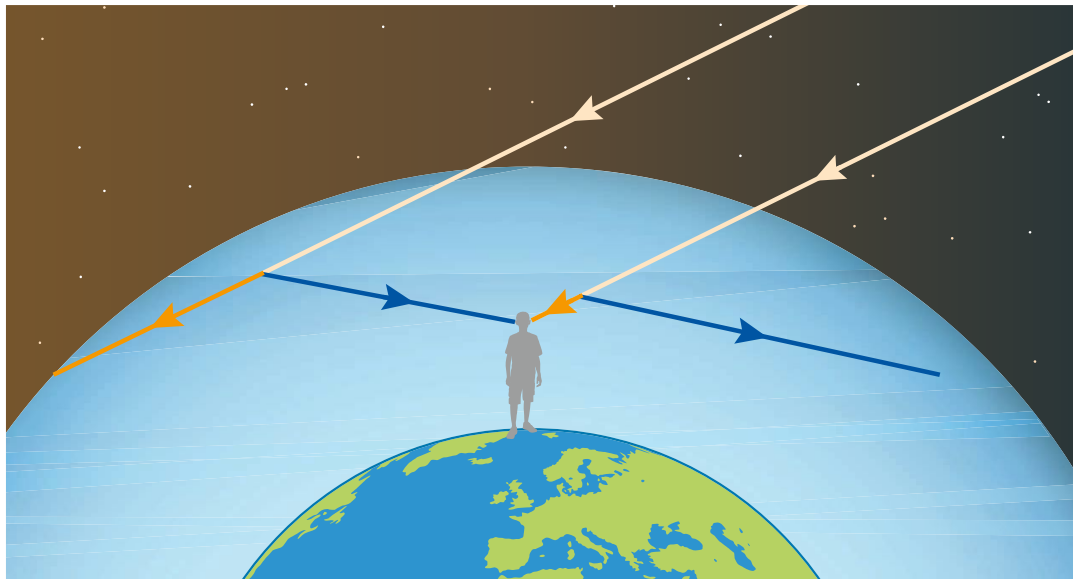
Rys. 12.10. Widmo światła białego

Im mniejsza jest długość fali – tym silniejsze rozproszenie w atmosferze.

Światło fioletowe ulega rozproszeniu w największym stopniu, błękitne w nieco mniejszym i tak dalej, aż do czerwieni, rozpraszanej najsłabiej.

Niebo jest błękitne, a nie fioletowe, ponieważ fiolet stanowi niewielką część światła słonecznego.

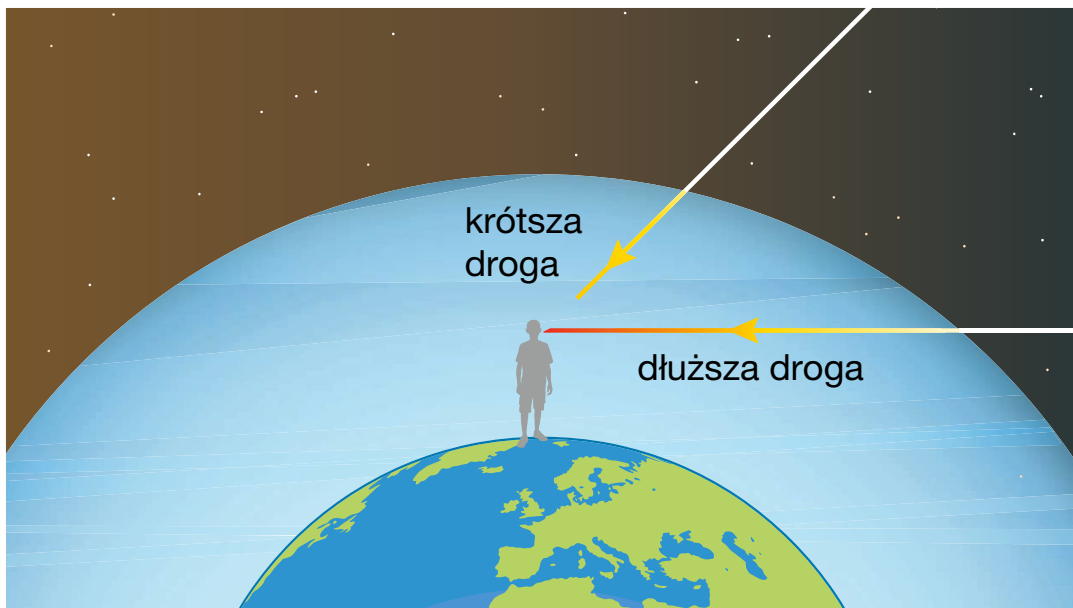
Gdy więc białe światło słoneczne dociera do atmosfery, światło niebieskie rozprasza się silniej niż pozostałe barwy (łącznie widoczne z Ziemi jako żółte) – rysunek 12.11.



Rys. 12.11. Część białego światła słonecznego widzimy jako błękitne światło nieba, a część – jako żółte światło Słońca

■ Dlaczego zachodzące Słońce jest czerwone

Im dłuższą drogę przebywają promienie słoneczne w atmosferze, tym więcej krótszych fal ulega rozproszeniu. Wobec tego tym większą część stanowią fale dłuższe.



Rys. 12.12. Gdy Słońce jest nisko nad horyzontem, czyli tuż po wschodzie i tuż przed zachodem, jego światło przebywa dłuższą drogę w atmosferze niż w południe

Taka sytuacja ma miejsce wkrótce po wschodzie Słońca i tuż przed jego zachodem (rys. 12.12). Rzeczywiście – Słońce wydaje się wtedy czerwone.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Dwa lustra ustawiono tak jak na rysunku (widok z góry). Promień światła pada na jedno z luster równoległe do dwusiecznej kąta tworzonego przez lustra. Naskicuj dalszy bieg promienia światła. Zaznacz kąty padania i odbicia od obu luster i zapisz ich miary.

Uwaga. Światło biegnie w płaszczyźnie rysunku.

Rozwiązanie:

Rysujemy prostą prostopadłą do zwierciadła w punkcie padania promienia (linia przerywana). Dzięki temu możemy zaznaczyć i podpisać kąt padania.

Zaznaczony kąt γ ma 30° , ponieważ promień padający jest równoległy do dwusiecznej kąta między lustrami.

Kąt między linią przerywaną i lustrem ma miarę 90° , więc kąt padania wynosi 60° .

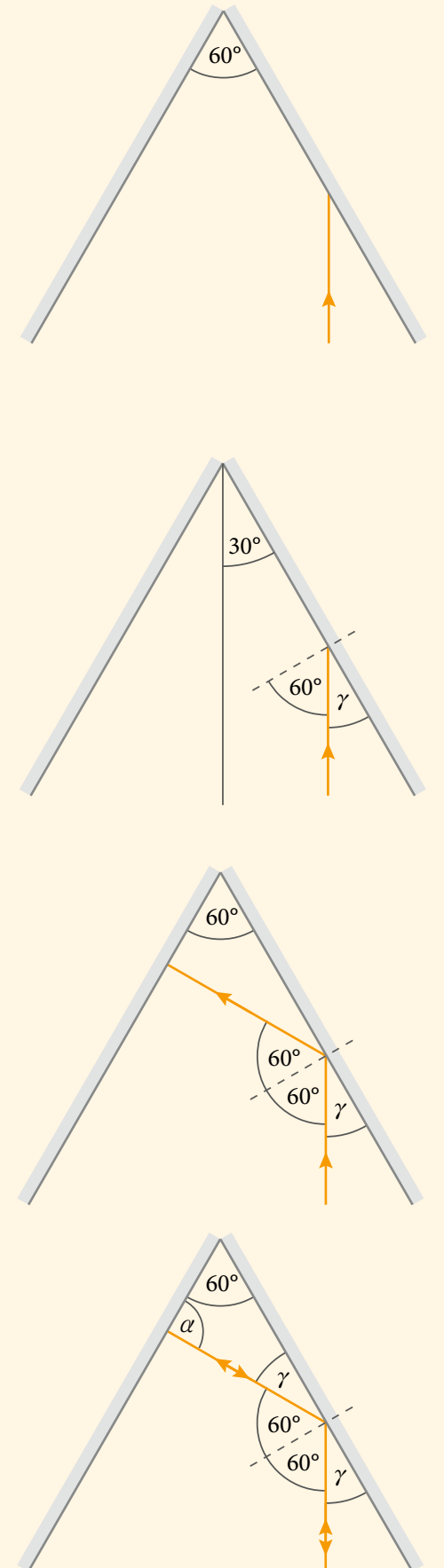
Kąt odbicia jest równy kątowi padania. Leży w tej samej płaszczyźnie co kąt padania, czyli w płaszczyźnie rysunku.

Na rysunku dodaliśmy więc promień odbity, który biegnie aż do drugiego zwierciadła, oraz zapisaliśmy miarę kąta odbicia.

Przy kącie odbicia, tak jak przy kącie padania, zaznaczyliśmy kąt $\gamma = 30^\circ$.

Widzimy, że kąt γ (30°), kąt między lustrami (60°) i kąt α są kątami jednego trójkąta. A skoro suma kątów w trójkącie wynosi 180° , to kąt $\alpha = 90^\circ$.

Tak więc po odbiciu od lewego zwierciadła promień wróci po tej samej drodze.



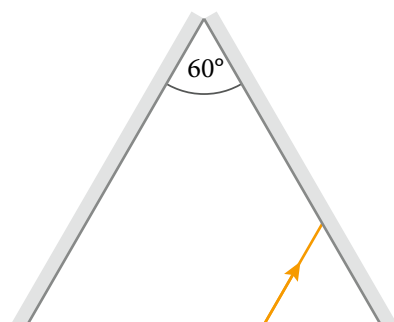
Pytania i zadania

1. Gustaw stał na łące i patrzył w kierunku skraju osiedla. Kiedy krzyknął, dźwięk odbił się od budynków i po 0,8 s powrócił jako echo. Oblicz odległość Gustawa od najbliższych budynków, jeśli sytuacja miała miejsce przy temperaturze powietrza:

a) -25°C , b) $+25^{\circ}\text{C}$.

Wskazówka. Skorzystaj z wykresu na s. 283.

2. **P** Dwa lustra ustawiono tak jak na rysunku. Promień światła pada na jedno z lusterek równoległe do drugiego. Przerysuj ilustrację do zeszytu i naszkicuj dalszy bieg promienia. Zaznacz na swojej ilustracji kąty padania i odbicia dla obu zwierciadeł i zapisz ich wartości.



3. **I** Na ustawionym poziomo lustrze położono nieprzezroczystą kartkę, a na niej ustawiono długopisy w kubku. Z boku widać odbicie.

a) Wykonaj takie zdjęcie samodzielnie.



- b) Dla wielu osób to zjawisko jest zaskakujące, ponieważ trudno im zrozumieć, „skąd lustro wie, co znajduje się za nieprzezroczystą kartką”. Wyjaśnij to za pomocą schematycznego rysunku.

4. Zastanów się, jaki kolor ma Słońce widziane z Księżyca:

a) gdy znajduje się wysoko na księżycowym niebie,

b) tuż przed zachodem.

5. Na zdjęciach widzisz tę samą białą kartkę sfotografowaną w jasny dzień w dwóch miejscach: oświetlonym bezpośrednio przez Słońce (zdjęcie A) oraz ocienionym (zdjęcie B). Dlaczego zdjęcie B jest niebieskawe? Dlaczego zdjęcie A nie ma takiego zabarwienia?



6. Atmosfera nie ma wyraźnej granicy, często jednak w szacunkowych obliczeniach przyjmujemy, że słup powietrza nad nami ma wysokość 10 km. Przyjmij to założenie i oblicz, jaką drogę przebywa w atmosferze światło Słońca, gdy dociera do twoich oczu:

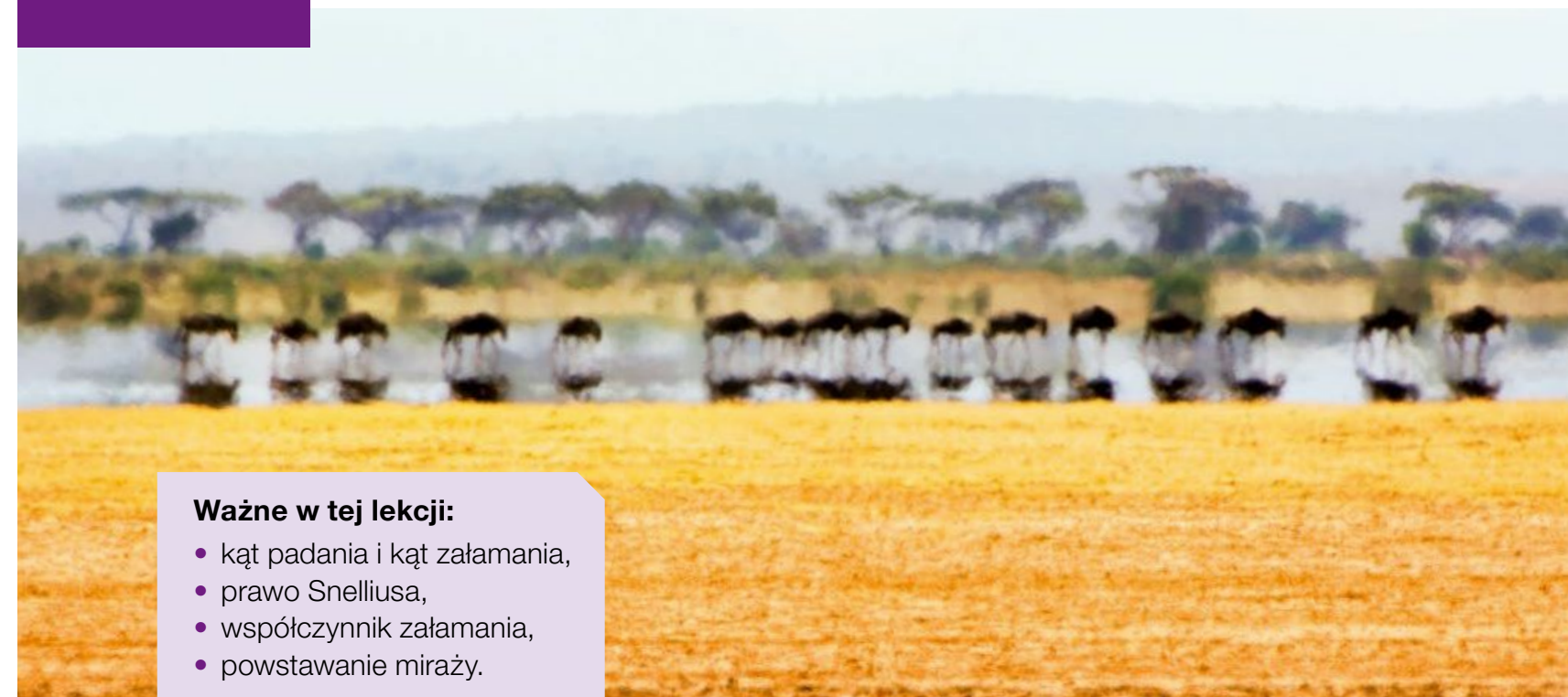
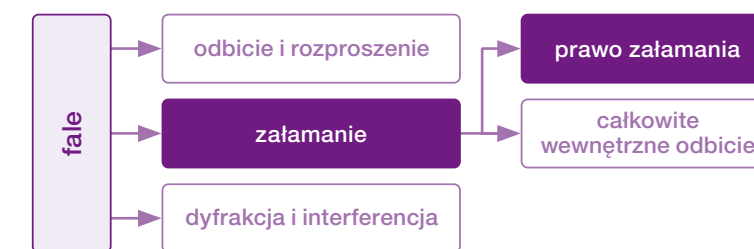
a) w południe słoneczne najdłuższego dnia w roku,

b) w chwili, gdy Słońce zachodzi.

Wskazówka do punktu a). Możesz pominąć krzywiznę Ziemi.

7. Zdjęcie otwierające lekcję (s. 332) przedstawia **słupy świetlne** – rzadkie zjawisko optyczne w atmosferze. Dowiedz się, w jaki sposób ono powstaje.

12.2 Załamanie fali



Ważne w tej lekcji:

- kąt padania i kąt załamania,
- prawo Snelliusa,
- współczynnik załamania,
- powstawanie miraży.

Przypomnij sobie:

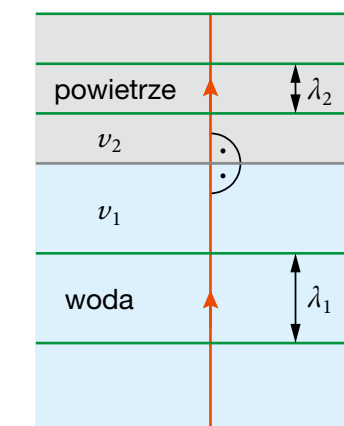
- Kiedy fala przechodzi do innego ośrodka, jej częstotliwość pozostaje bez zmian.
- W czasie trwania jednego okresu drgań fala przebywa drogę równą swojej długości. Wynika stąd zależność $v = \lambda f$.

Przejście fali do innego ośrodka

Osoba stojąca nad wodą może usłyszeć dźwięki powstające pod wodą, np. hałas śruby napędowej statku. Dźwięk może zatem przejść z jednego ośrodka do drugiego (w tym przypadku – z wody do powietrza). Przypomnijmy, że przy przejściu do innego ośrodka nie zmienia się częstotliwość dźwięku. Jednak prędkość dźwięku w powietrzu jest znacznie mniejsza niż w wodzie, więc w czasie równym okresowi fala dźwiękowa w powietrzu pokona mniejszą odległość. Widać to dobrze na rysunku 12.13, gdzie na zielono zaznaczono grzbiety fal, a na czerwono – promień fali. To samo dotyczy wszystkich innych rodzajów fal, które przechodzą do innego ośrodka i zmieniają swoją prędkość.

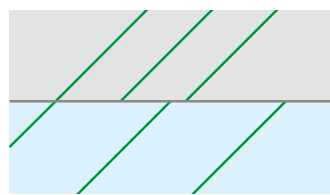
Jeżeli fala przechodzi do ośrodka, w którym rozchodzi się z mniejszą prędkością, to jej długość się zmniejsza.

I na odwrót: kiedy fala przechodzi do ośrodka, w którym rozchodzi się z większą prędkością, jej długość się zwiększa.

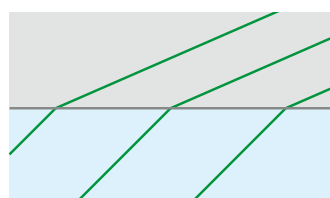


Rys. 12.13. Przejście fali dźwiękowej z wody do powietrza

a)



b)



Rys. 12.14. Gdyby długość fali miała się zwiększyć bez zmiany kierunku, grzbiety uległyby przerwaniu (a). Tymczasem grzbiety fal tworzą linię ciągłą (b)

■ Załamanie – skutek zmiany długości fali

Kiedy fala pada na granicę ośrodków, ale nie jest do niej prostopadła, musi zmienić kierunek. W innym przypadku jej grzbiety uległyby przerwaniu (rys. 12.14a, grzbiety fal zaznaczono na zielono), co nie jest możliwe. Dzięki zmianie kierunku grzbiety fali załamanej i padającej się pokrywają (rys. 12.14b).

Zmianę kierunku fali podczas przejścia do ośrodka, w którym rozchodzi się ona z inną prędkością, nazywamy załamaniem fali.

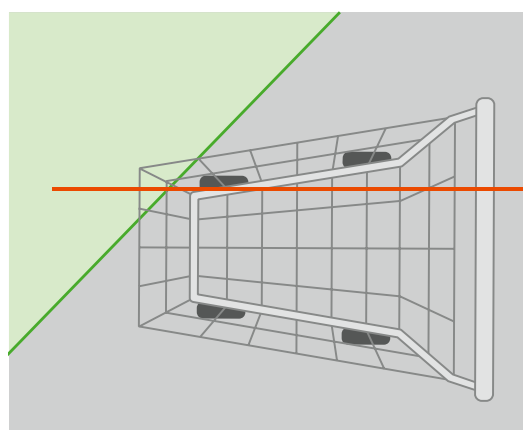
Załamaniu ulegają nie tylko fale mechaniczne, lecz także światło. Pamiętajsz zapewne ze szkoły podstawowej zjawisko załamania światła, wykorzystywane w soczewkach i pryzmatach.

Uwaga. Załamanie fali, o którym tutaj mówimy, nie ma nic wspólnego z załamywaniem się grzbietów fal morskich rozbijających się o brzeg.

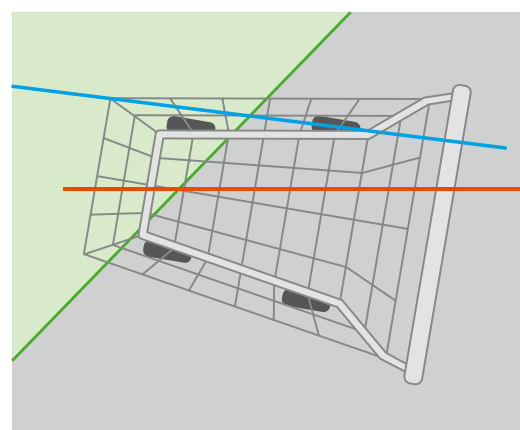
■ Analogia do ruchu wózka

Pewną analogię do zmiany kierunku fali stanowi zmiana kierunku wózka zjeżdżającego jednym kołem na trawnik (rys. 12.15, na czerwono zaznaczono początkowy kierunek ruchu wózka, a na niebiesko – końcowy).

a)



b)



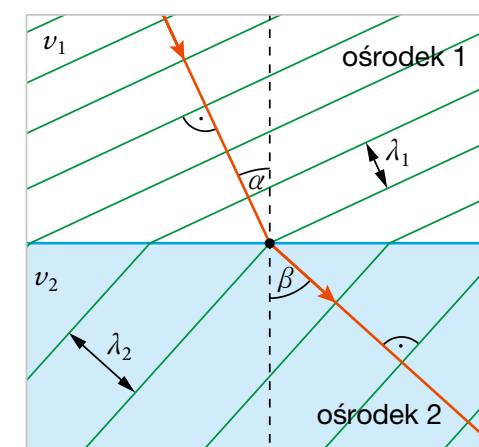
Rys. 12.15. Jeżeli popchnięty po asfalcie wózek sklepowy zjedzie jednym kołem na trawnik, po którym porusza się wolniej, prawe koło zwalnia najpierw, a lewe dopiero później, dlatego wózek skręca w prawo

Ta analogia pozwala także łatwo przypomnieć sobie, w którą stronę zmienia się kierunek biegu fali.

Wózek skręcił w prawo, kiedy trawnik go spowolnił, czyli kąt załamania jest w tym przypadku mniejszy niż kąt padania – porównaj położenie czerwonej i niebieskiej linii na rysunku 12.15b.

Schemat załamania fali

Na poniższym schemacie możesz prześledzić, jak zmiana długości fali przy przejściu do innego ośrodka wymusza zmianę jej kierunku. Zwróć uwagę na kąt padania α i kąt załamania β . Podobnie jak w przypadku kąta padania i odbicia mierzymy je względem prostej normalnej (linia przerywana).



$$v_1 < v_2$$

α – kąt padania,
 β – kąt załamania,
 λ_1 – długość fali w ośrodku 1,
 λ_2 – długość fali w ośrodku 2,
 v_1 – prędkość fali w ośrodku 1,
 v_2 – prędkość fali w ośrodku 2

■ Prawo Snelliusa (prawo załamania)

Zależność między kątem padania i kątem załamania można opisać prostym równaniem.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$$

Tę zależność nazywamy **prawem załamania** albo – od nazwiska jej odkrywcy – **prawem Snelliusa**. Jego uzasadnienie przedstawiamy w ramce na następnej stronie.

Odkrywca nazywał się Willebrord Snell, ale pisał po łacinie i podpisywał się Snellius.

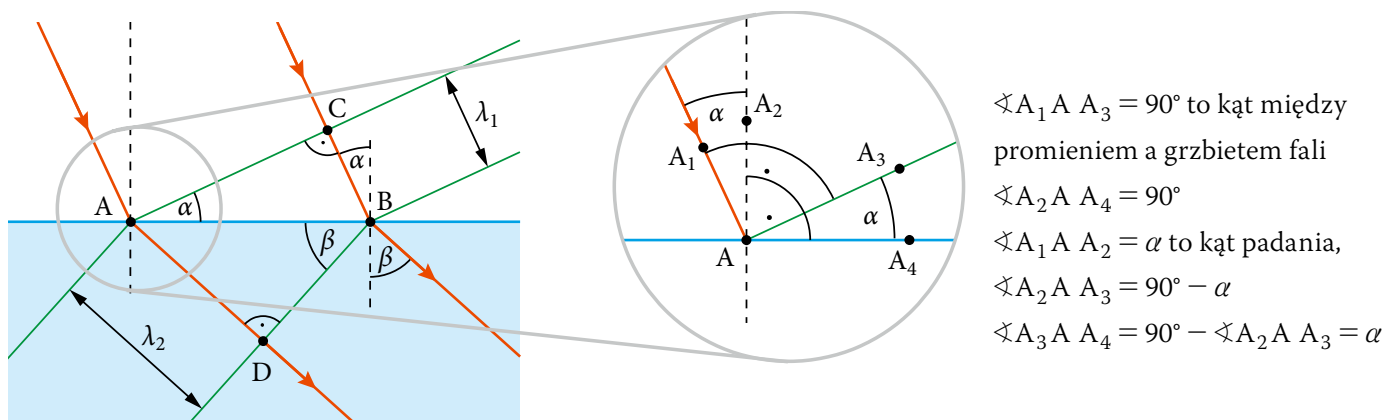
A to ciekawe

Tsunami to fala powstająca na otwartym oceanie na skutek trzęsienia ziemi. Zaburzenie to rozciąga się od dna oceanu do powierzchni. W momencie powstania jest niemal niewidoczne na powierzchni oceanu – ma wtedy nie więcej niż 1 m wysokości. Za to długość tej fali może przekraczać 100 km. Kiedy fala tsunami wpływa na płytsze wody, jej prędkość maleje, a co za tym idzie – zmniejsza się jej długość. Cała masa wody, która znajdowała się powyżej jej średniego poziomu na długości wielu kilometrów, musi się nagle zmieścić na znacznie krótszym odcinku, więc woda się spiętrza. W pobliżu brzegu fala tsunami osiąga wysokość nawet 30–40 m. Kiedy uderza w wybrzeże, może się stać przyczyną ogromnej katastrofy, jak miało to miejsce w 2011 r. w japońskim mieście Miyako (patrz zdjęcia).



Uzasadnienie prawa załamania

Prawo Snelliusa można uzasadnić czysto geometrycznie na podstawie faktu, że przy załamaniu grzbiety fali nie ulegają przerwaniu. Oznaczenia potrzebne w uzasadnieniu przedstawiamy na rysunku.



Dla trójkąta prostokątnego ABC możemy zapisać:

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB}$$

Natomiast dla trójkąta ABD słuszna jest zależność:

$$\sin \beta = \frac{AD}{AB}$$

Stąd:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{BC}{AD} \quad (1)$$

Zauważmy, że długości boków BC i AD to długości fal odpowiednio w pierwszym i drugim ośrodku:

$$BC = \lambda_1 = \frac{v_1}{f}, \quad AD = \lambda_2 = \frac{v_2}{f}$$

gdzie: v_1 i v_2 – prędkości fali odpowiednio w pierwszym i w drugim ośrodku, f – częstotliwość fali (jednakowa w obu ośrodkach).

Wobec tego:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (2)$$

czyli z (1) i (2):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \text{const}$$

Współczynnik załamania

Kiedy badamy załamanie światła, zamiast prędkości światła w poszczególnych ośrodkach, wyrażających się wielkimi liczbami, wygodniej nam będzie posługiwać się inną wielkością. **Współczynnik załamania światła** dla danego ośrodka określa, ile razy wolniej porusza się ono w tym ośrodku niż w próżni.

Możemy to zapisać za pomocą wzoru:

$$n = \frac{c}{v}$$

Przykładowo w diamencie:

- światło porusza się 2,42 razy wolniej niż w próżni,
- to znaczy, że współczynnik załamania wynosi 2,42.

Dla próżni współczynnik załamania wynosi z definicji 1, a dla powietrza jest tak zbliżony do 1, że w naszych obliczeniach także będziemy przyjmować wartość 1.

Prawo Snelliusa ze współczynnikami załamania

Przekształćmy teraz prawo załamania tak, aby zamiast prędkości występowały współczynniki załamania:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

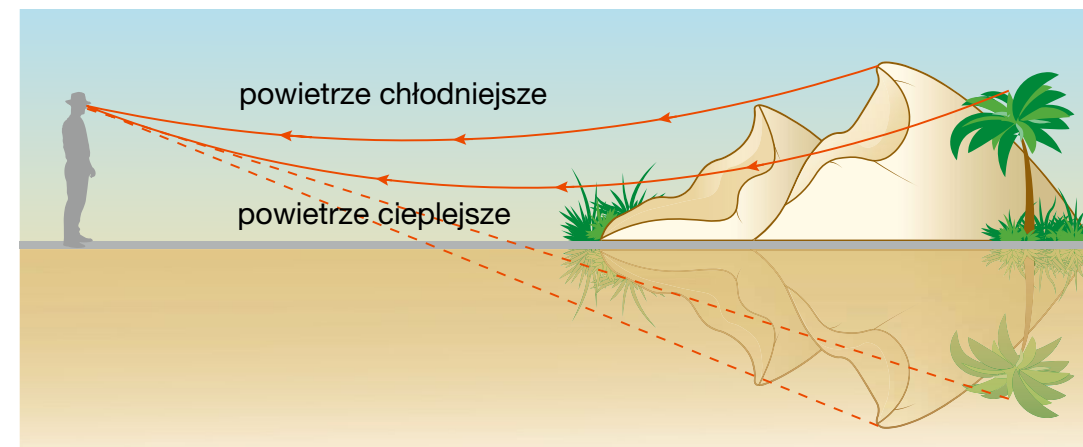
czyli ostatecznie zapisujemy je w postaci:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Współczynniki załamania dla różnych substancji znajdujemy w tablicach.

Miraż dolny

Spektakularnym zjawiskiem wynikającym z różnicy współczynników załamania jest **miraż dolny**. Powstaje on, gdy powierzchnia ziemi jest mocno rozgrzana, dlatego często obserwujemy go na pustyni. Powietrze rozgrzane od gorącego piasku jest rozrzedzone, więc ma inny współczynnik załamania niż nieco chłodniejsze powietrze znajdujące się wyżej. Dlatego promień światła biegnący ukośnie w dół się zakrzywia, a jeśli to zakrzywienie jest dostatecznie duże, dociera on do obserwatora od dołu (rys. 12.16).



Rys. 12.16. Schematyczne przedstawienie mirażu dolnego na pustyni

Tabela 12.1.

Współczynnik załamania światła ($\lambda = 590 \text{ nm}$)	
Lód	1,31
Woda	1,33
Szkło kwarcowe	1,46
Pleksi	1,49
Szkło typu kron	1,50
Chlorek sodu	1,54
Szkło typu flint lekki	1,58
Cyrkonia	2,16
Diamant	2,42

Uwaga! Kąt α mierzymy w ośrodku, gdzie współczynnik załamania wynosi n_1 , i na odwrót.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$



Rys. 12.17. Miraż – zjawisko na szosie

Obraz niebieskiego nieba widoczny na poziomie ziemi wygląda jak tafla wody, a odwrócone obrazy innych przedmiotów wyglądają jak odbicie w wodzie. Dlatego patrzącemu na miraż wydaje się, że widzi wodę. Jeśli do tego jest spragniony, to w miejscu pozornego jeziora czeka go wielkie rozczarowanie.

W ten sposób powstał obraz widoczny na zdjęciu na górze s. 341. W rzeczywistości nie było tam żadnej rzeki, a zwierzęta szły po piasku.

Aby zaobserwować miraż, nie trzeba wybierać się na pustynię. Wystarczy stanąć w upalny dzień na skraju szosy albo przyglądać się drodze podczas jazdy samochodem. Rozgrzany asfalt powoduje ogrzewanie powietrza, podobnie jak piasek pustyni. Droga wygląda wtedy tak, jakby znajdowały się na niej kałuże, które znikają, gdy się do nich zbliżamy (rys. 12.17).

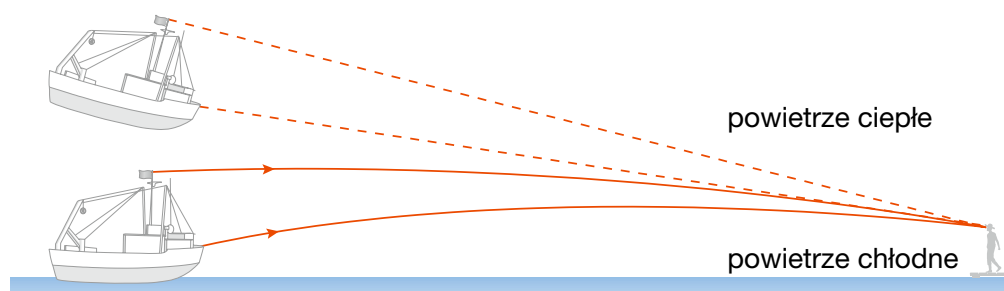
F ■ Miraż górny

Innym określeniem mirażu jest fatamorgana (po włosku *Fata Morgana* to Czarodziejka Morgana, postać ze średniowiecznych legend).

Znacznie rzadziej obserwujemy zjawisko przeciwne. Gdy powietrze jest o wiele chłodniejsze na mniejszych wysokościach, promienie światła biegnące ukośnie w górę zakrzywiają się w dół i docierają do obserwatora od góry (rys. 12.18a).

Efekt jest jeszcze dziwniejszy niż w przypadku mirażu dolnego – widać pozorny drugi obiekt unoszący się w powietrzu (rys. 12.18b). Jeśli rzeczywisty obiekt jest zasłonięty lub znajduje się za horyzontem, widać tylko ten pozornie latający.

a)



b)



Rys. 12.18. Miraż górny: a) schemat powstawania, b) zjawisko widziane z plaży

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Promień światła przechodzi z wody do szkła typu kron. Na granicę ośrodków pada pod kątem 60° . Oblicz kąt załamania.

Dane: $\alpha = 60^\circ$ – kąt padania na granicę ośrodków

Szukane: β – kąt załamania

Rozwiązanie:

Skorzystamy z prawa Snelliusa: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$

czyli sinus kąta załamania: $\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha$

Współczynniki załamania dla wody (n_1) i szkła (n_2) sprawdzamy w tabeli 12.1 na s. 345:

$$n_1 = 1,33 \quad n_2 = 1,50$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy sinus kąta załamania:

$$\sin \beta = 0,77$$

a stąd kąt załamania wynosi: $\beta = 50^\circ$.

Odpowiedź: Kąt załamania wynosi 50° .

Uwaga. Tabela 12.1 dotyczy światła o określonej długości fali. Zależnością współczynnika załamania od długości fali zajmiemy się dokładniej w cz. 4 podręcznika. Nie ma ona jednak wpływu na wynik zadania przy przyjętej przez nas dokładności obliczeń.

1. Na otwartym morzu fale poruszają się w różne strony. Jednak w pobliżu brzegu wszystkie biegną prostopadle do niego. Wyjaśnij dlaczego.

Wskazówka. Fale na płytszej wodzie rozchodzą się z mniejszą prędkością.

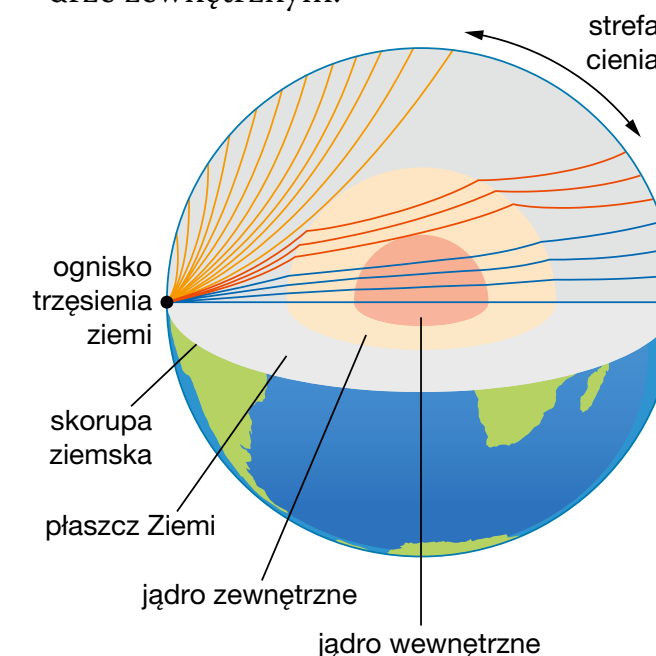
2. **P** Fala dźwiękowa pada z powietrza na powierzchnię wody pod kątem 10° . Pod jakim kątem załame się ta fala?

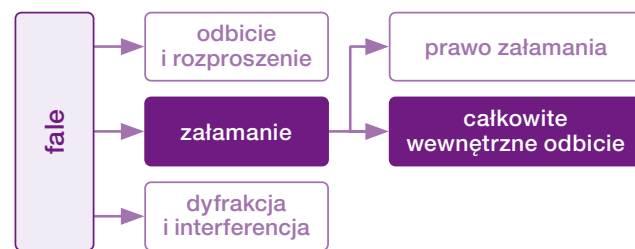
3. **P** Oblicz, pod jakim kątem załame się światło, jeśli kąt padania wynosi 20° , a światło przechodzi:

- a) z wody do szkła typu kron,
- b) ze szkła typu kron do wody.

4. Oblicz prędkość światła w cyrkonii (potrzebne informacje znajdź w tablicach).

5. Na schemacie przedstawiono rozchodzenie się fal sejsmicznych w głębi Ziemi. Na jego podstawie odpowiedz, czy prędkość tych fal jest większa w płaszczu Ziemi czy w jądrze zewnętrznym.





Ważne w tej lekcji:

- częściowe i całkowite wewnętrzne odbicie,
- kąt graniczny,
- rozchodzenie się dźwięku w stalowej rurze,
- działanie światłowodów.

Przypomnij sobie:

- Jeśli fala przechodzi do ośrodka, w którym rozchodzi się szybciej, to kąt załamania jest większy od kąta padania.
- Kiedy fala przechodzi do innego ośrodka, załamuje się zgodnie z prawem Snelliusa.

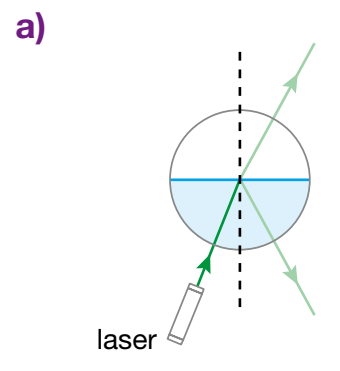
■ Znikający promień

Wykonamy teraz doświadczenie, które pozwoli nam obserwować bieg promienia padającego **od strony wody** na granicę wody i powietrza.

■ Doświadczenie 41 – obowiązkowe

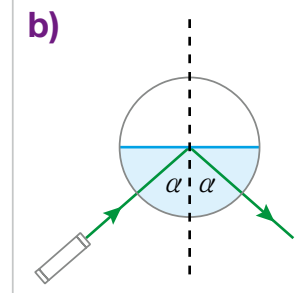
Wyznaczanie współczynnika załamania światła z pomiaru kąta granicznego

1. Przygotuj przezroczysty słoik, wskaźnik laserowy, dużą kartkę, mleko, ołówek i kątomierz. Wygodnie jest zamocować kątomierz na statywie.
2. Do słoika nalej wody do połowy wysokości, dodaj kroplę mleka, wymieszaj ciecz i starannie zakręć słoik.
3. Ustaw słoik poziomo i poświeć laserem skośnie od dołu z prawej strony, aby promień padał wzdłuż promienia podstawy walca, którego kształt ma słoik (rys. a). Zwróć uwagę na to, że z powietrza do szkła, a następnie do wody promień wchodzi prostopadłe do stycznej, a więc nie ulega on załamaniu.
4. Na ścianie albo kartce postawionej z boku zobaczysz dwie plamki. Jedna z nich jest oświetlona światłem załamanym na granicy wody i powietrza, a druga – światłem odbitym od tej granicy.



5. Zwiększaj stopniowo kąt padania promieni światła, aż górna plamka zniknie (patrz zdjęcie). Zmierz kątomierzem kąt między promieniami (padającym i odbitym) i podziel przez 2, aby otrzymać kąt padania, czyli kąt α na rysunku b).

6. Powtórz pomiary kilkakrotnie.



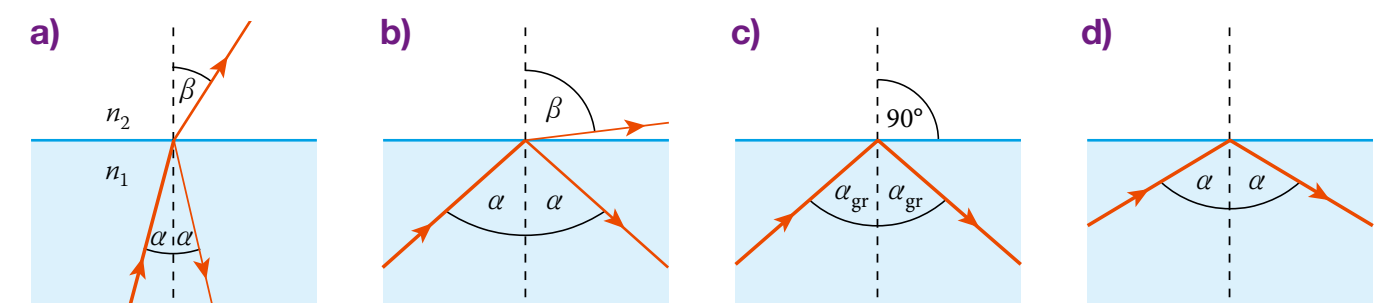
Zanim przeanalizujemy wyniki pomiarów, zajmijmy się samym przebiegiem zjawiska. Jak widać, część światła padającego z wody na granicę z powietrzem przechodzi do powietrza, załamując się przy tym, a część odbija się od granicy ośrodków. Jednak gdy kąt padania jest odpowiednio duży, w ogóle nie zachodzi załamanie, ale całe światło odbija się od granicy ośrodków. Dlaczego tak się dzieje?

■ Częściowe i całkowite wewnętrzne odbicie

Gdy światło przechodzi do ośrodka, w którym porusza się z większą prędkością, np. z wody do powietrza, kąt załamania jest większy od kąta padania (rys. 12.19a). Gdy kąt załamania jest już bliski 90° , coraz mniej światła ulega załamaniu, a coraz więcej – odbiciu (rys. 12.19b).

Przy pewnym kącie padania, zwanym **kątem granicznym** α_{gr} , kąt załamania wynosi 90° (rys. 12.19c) – a raczej wynosiłby 90° , jednak dla tej wartości kąta padania (α_{gr}) natężenie światła załamanego maleje do zera, czyli cała padająca fala odbija się od granicy ośrodków (nie ma promienia załamanego).

Podobnie dzieje się wówczas, gdy kąt padania jest większy od kąta granicznego (rys. 12.19d). Mówimy wówczas o **całkowitym wewnętrznym odbiciu**.



Rys. 12.19. Odbicie wewnętrzne: a) i b) częściowe, c) i d) całkowite

■ Obliczanie kąta granicznego

Aby obliczyć kąt graniczny, korzystamy z prawa Snelliusa:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Kiedy kąt padania α jest równy kątowi granicznemu, to z tego prawa powinniśmy otrzymać kąt załamania $\beta = 90^\circ$. Zapisujemy więc:

$$\frac{\sin \alpha_{\text{gr}}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ale $\sin 90^\circ = 1$:

$$\sin \alpha_{\text{gr}} = \frac{n_2}{n_1}$$

W przypadku, gdy drugim ośrodkiem jest próżnia lub powietrze, mamy $n_2 = 1$, czyli:

$$\sin \alpha_{\text{gr}} = \frac{1}{n_1}$$

Zauważ, że im większy współczynnik załamania, tym mniejszy kąt graniczny. Na przykład, gdy światło przechodzi ze szkła ($n = 1,5$) do powietrza, kąt graniczny spełnia warunek:

$$\sin \alpha_{\text{gr}} = \frac{1}{1,5} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

stąd:

$$\alpha_{\text{gr}} \approx 42^\circ$$

Zatem gdy światło pada ze szkła na granicę z powietrzem pod kątem większym niż 42° , to nie załamuje się, nie przechodzi do powietrza, ale w całości odbija się od granicy ośrodków.

JEST NA TO SPOSÓB

Jak badać załamanie światła i całkowite wewnętrzne odbicie w przypadku zakrzywionej powierzchni

Na stole leży płytka w kształcie połowy walca o promieniu R (patrz rysunek – widok z góry). Została ona wykonana ze szkła o współczynniku załamania $n = 1,5$. Na płaską część powierzchni bocznej w odległości d od jej środka pada prostopadle promień światła.

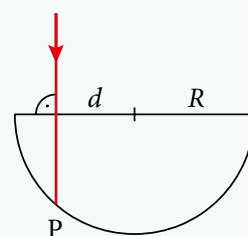
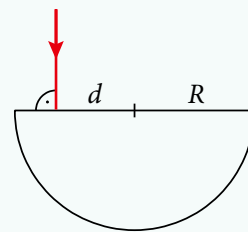
Jaki warunek musi spełniać iloraz $\frac{d}{R}$, aby po przejściu przez płytkę promień uległ całkowitemu wewnętrznemu odbiciu?

PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Rozważamy dalszy bieg promienia padającego na płytkę

Część światła odbija się od płytki, ale ona nie będzie nas interesować.

Pozostała część wnika do płytki bez załamania, ponieważ promień światła pada pod kątem prostym na granicę ośrodków (powietrze/szkło). Dociera on do następnej granicy ośrodków (szkło/powietrze) w punkcie P.



Krok 2. Wyznaczamy kąt padania w punkcie P

W punkcie P powierzchnia płytki jest zakrzywiona, musimy więc:

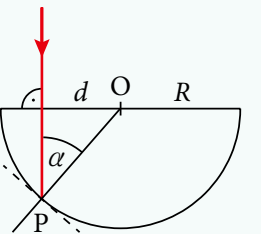
■ wyobrazić sobie płaszczyznę styczną do powierzchni płytki w tym punkcie,

■ znaleźć prostą prostopadłą do tej powierzchni (czyli normalną).

Na naszym rysunku widzimy sytuację z góry, więc zamiast płaszczyzny stycznej do powierzchni walca widzimy tylko prostą styczną do półokręgu (zaznaczoną przerywaną linią).

Prosta normalna to prosta OP, czyli prosta zawierająca promień okręgu.

Możemy więc zaznaczyć kąt padania α .



Krok 3. Zapisujemy warunek zajścia całkowitego wewnętrznego odbicia

Całkowite wewnętrzne odbicie zachodzi, gdy z prawa Snelliusa nie można wyznaczyć kąta załamania β , ponieważ $\sin \beta$ obliczony zgodnie z tym prawem byłby większy lub równy 1:

$$\sin \beta \geq 1$$

$$n \sin \alpha \geq 1 \quad (1)$$

Pytanie w zadaniu dotyczy stosunku $\frac{d}{R}$. Musimy więc znaleźć związek tego stosunku z wielkościami, o których mówiliśmy do tej pory. Jak łatwo zauważyć:

$$\frac{d}{R} = \frac{d}{|OP|} = \sin \alpha$$

Tak więc nierówność (1) przybiera postać:

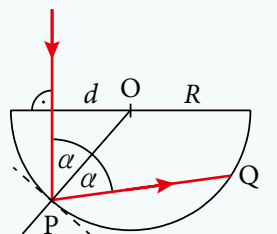
$$n \frac{d}{R} \geq 1 \rightarrow \frac{d}{R} \geq \frac{1}{n}$$

$$\frac{d}{R} \geq \frac{2}{3}$$

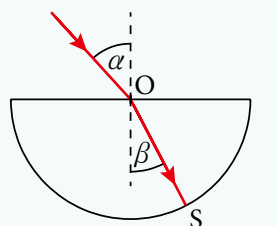
Odpowiedź: Stosunek $\frac{d}{R}$ musi być równy co najmniej $\frac{2}{3}$.

Sprawdź, czy rozumiesz

1 Jeżeli w punkcie P zajdzie całkowite wewnętrzne odbicie, promień odbity padnie ponownie na granicę ośrodków (szkło/powietrze) w punkcie Q. Uzasadnij, że w punkcie Q także zajdzie całkowite wewnętrzne odbicie.

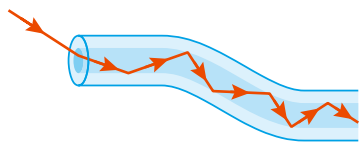


2 Rozważmy taką samą płytkę jak w przykładzie powyżej. Tym razem jednak promień światła pada na nią w punkcie O, ale nie prostopadle. Jaki warunek musi spełniać kąt padania α , aby promień załamany po dotarciu do granicy ośrodków uległ całkowitemu wewnętrznemu odbiciu?

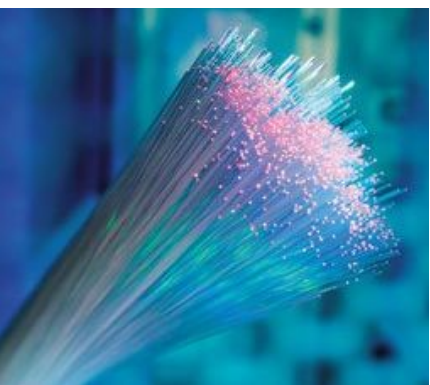


Dla powietrza $n_p = 1$, więc z prawa Snelliusa $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n} \rightarrow \sin \beta = n \sin \alpha$.

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{1,5} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$



Rys. 12.20. Schemat budowy i działania światłowodu



Rys. 12.21. Pojedynczy światłowód służący do transmisji danych ma średnicę włosa

Światłowody

Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia wykorzystuje się w światłowodzie. Jest to elastyczne włókno wykonane z przezroczystego tworzywa o możliwie dużym współczynniku załamania. Kiedy światłowód skręca, biegnący przez niego promień światła ulega całkowitemu wewnętrznemu odbiciu i nie opuszcza wnętrza włókna (rys. 12.20).

Światłowody wykorzystujemy najczęściej do przesyłania sygnałów, np. telewizyjnego czy internetowego. Większa część informacji przekazywanych na świecie dochodzi do odbiorcy właśnie za pośrednictwem światłowodów.

Innym zastosowaniem jest diagnostyka medyczna. Światłowody umieszcza się m.in. w endoskopach, urządzeniach pozwalających w nieoperacyjny sposób dotrzeć w trudno dostępne miejsca wewnątrz ciała człowieka, np. do żołądka pacjenta.

Odpowiedniki światłowodu dla dźwięku

Całkowite wewnętrzne odbicie zachodzi także dla innych rodzajów fal. Jednak również w ich przypadku może ono zajść tylko wtedy, gdy fala pada od strony ośrodka, w którym rozchodzi się wolniej.

Na przykład dźwięk porusza się wolniej w powietrzu niż w stali, dlatego może wielokrotnie odbijać się od ścian stalowej rury.

- Dziecko na końcu stalowej rury na placu zabaw bez problemu słyszy kolegów mówiących do jej drugiego końca (rys. 12.22a).
- Rury głosowej używano dawniej zamiast telefonu do łączności np. między mostkiem a maszynownią okrętu (rys. 12.22b).
- Choć rura trąbki jest zwinięta, to wytwarza taki sam dźwięk jak prosta rura o tej samej długości. Jest jednak znacznie wygodniejsza w użyciu (rys. 12.22c).

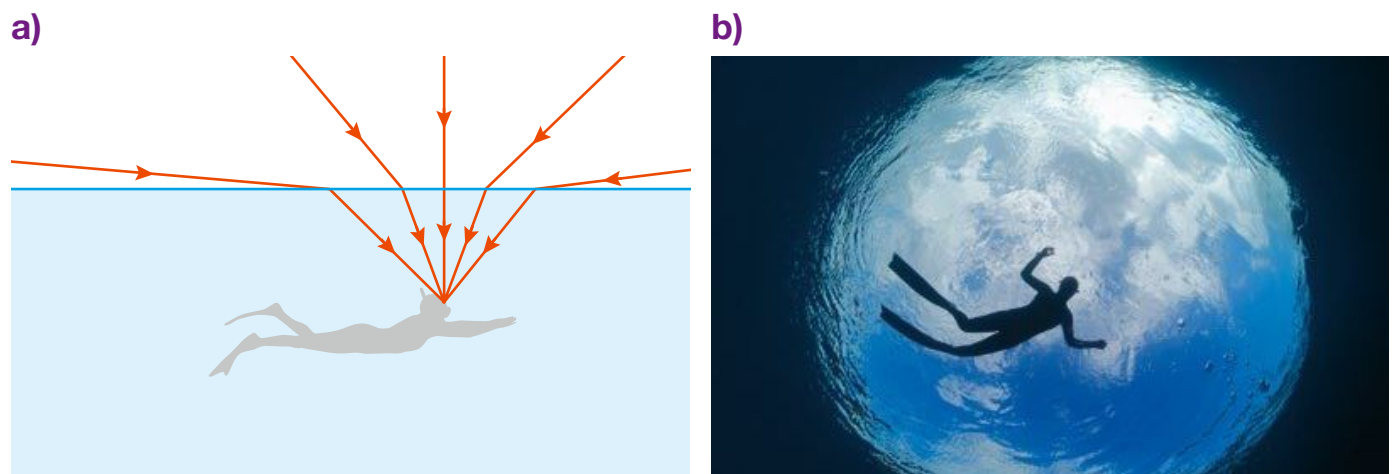


Rys. 12.22. Fala dźwiękowa zakręca, gdy biegnie przez zakręcającą metalową rurę

Okno Snelliusa

Każdy promień wchodzący z powietrza do wody załamuje się pod kątem nie większym od granicznego.

Oznacza to, że obserwator znajdujący się pod wodą widzi wszystko, co znajduje się nad wodą, ściśnięte do koła o promieniu kątowym (kąt między promieniem prostopadłym do powierzchni wody a promieniem najbardziej skrajnym) równym kątowi granicznemu (rys. a). Poza tym kołem widać albo całkowitą ciemność (jeśli woda jest głęboka, rys. b), albo odbicie dna.



Obliczanie współczynnika załamania na podstawie kąta granicznego

Na koniec wróćmy do doświadczenia, od którego zaczęliśmy tę lekcję. Wzór $\sin \alpha_{gr} = \frac{1}{n}$ możemy przekształcić do postaci:

$$n = \frac{1}{\sin \alpha_{gr}}$$

i na jego podstawie wyznaczyć współczynnik załamania światła. W naszym doświadczeniu wykonaliśmy 5 pomiarów, dla każdego z nich wyznaczyliśmy wartość współczynnika załamania (tabela 12.2).

Średnia tak wyznaczonych wartości współczynnika załamania wynosi:

$$n = 1,29$$

Pomiar najbardziej odbiegający od średniej to pomiar 1. Różnica wynosi 0,1. Ponieważ było 5 pomiarów, niepewność średniej można oszacować na:

$$\frac{0,1}{\sqrt{5}} \approx 0,0447 \approx 0,05$$

(niepewność zawsze zaokrąglamy w górę).

Tak więc wynikiem naszych pomiarów jest:

$$n = 1,29 \pm 0,05$$

Tablicowa wartość 1,33 mieści się w wyznaczonym przez nas przedziale.

Tabela 12.2. Wyniki doświadczenia 42.

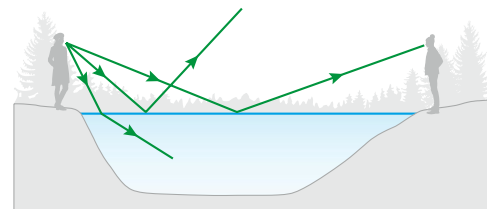
Numer pomiaru	α_{gr}	n
1	46°	1,39
2	55°	1,22
3	52°	1,27
4	54°	1,24
5	49°	1,33

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Nad wodą świetnie niesie się dźwięk. Czasem nad jeziorem słyszymy wyraźnie rozmowę z drugiego brzegu.

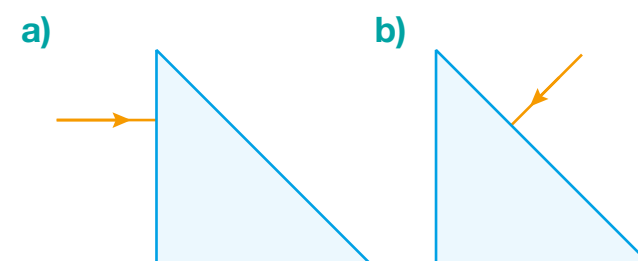


- a) Na podstawie ilustracji wyjaśnij to zjawisko.
b) Zarówno światło, jak i dźwięk mogą ulegać całkowitemu wewnętrznemu odbiciu, kiedy padają na granicę wody i powietrza. Jednak światło musi padać od strony wody, a dźwięk – od strony powietrza. Skąd ta różnica?
2. Oblicz, pod jakim kątem załamanie się światła padające na granicę wody i powietrza:
a) od strony wody pod kątem 20° ,
b) od strony powietrza pod kątem 20° ,
c) od strony wody pod kątem 80° ,
d) od strony powietrza pod kątem 80° .

Wskazówka. Zastanów się, czy w opisanych sytuacjach załamanie w ogóle nastąpi.

3. Oblicz kąt graniczny dla diamentu.
4. Dla szafiru kąt graniczny wynosi $34,4^\circ$. Jaki jest współczynnik załamania dla szafiru?
5. Szklany pryzmat ma kształt graniastosłupa, którego podstawą jest trójkąt prostokątny równoramienny. Współczynnik załamania światła w szkłe, z którego zbudowano pryzmat, wynosi 1,5. Na rysunku widzisz promień światła padający prostopadłe na jedną

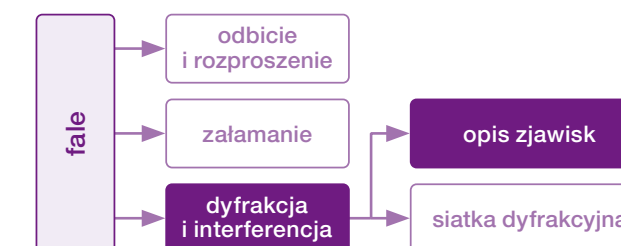
ze ścian bocznych. Przerysuj ilustrację do zeszytu i narysuj dalszy bieg promienia.



6. Wykonaj doświadczenie, które pozwoli ci zbudować działający, choć nietrwały światłowod.
a) Przygotuj laser oraz dużą butelkę po wodzie mineralnej. Przyda się pomoc drugiej osoby.
b) W ściance butelki w pobliżu dna wybij gwoździem niewielki otwór. Ścianka powinna być pionowa, przynajmniej w okolicach otworu.
c) Nalej do butelki wody i trzymaj ją nad wanną. Poproś o zgaszenie światła.
d) Trzymaj butelkę pionowo i świeć na nią laserem po przeciwnej stronie, niż znajduje się otwór. Obserwuj, jak światło biegnie przez zakrzywiony strumień wody.



12.4 Dyfrakcja fal



Ważne w tej lekcji:

- dyfrakcja,
- rola wielkości przeszkody,
- praktyczne znaczenie dyfrakcji.

Przypomnij sobie:

- Fala to rozchodzące się drgania.
- Światło i dźwięk należą do fal.

Zajmiemy się teraz kolejnym po odbiciu i załamaniu zjawiskiem charakterystycznym dla wszystkich fal – ugięciem fali na przeszkodzie.

■ Ugięcie fali na przeszkodzie – dyfrakcja

Zbadamy ugięcie fali doświadczalnie dla fal na powierzchni wody.



Doświadczenie 42 – obowiązkowe

Obserwacja zjawiska dyfrakcji fali na szczeliny

1. Przygotuj układ do badania fal na wodzie, taki jak do doświadczenia 29. na s. 261, oraz dwa metalowe kątowniki.
2. Ustaw kątowniki w wodzie tak, aby powstała pomiędzy nimi wąska szczelina (zdjęcie a).
3. Za pomocą linijki lub deseczki wytwórz falę płaską, która będzie padać na przegrodę utworzoną z kątowników.
4. Zmieniaj szerokość szczeliny. Zwróć uwagę, co się dzieje z falą po przejściu przez szczelinę.
5. Zaobserwuj, w jaki sposób zachowanie fali zależy od szerokości szczeliny.

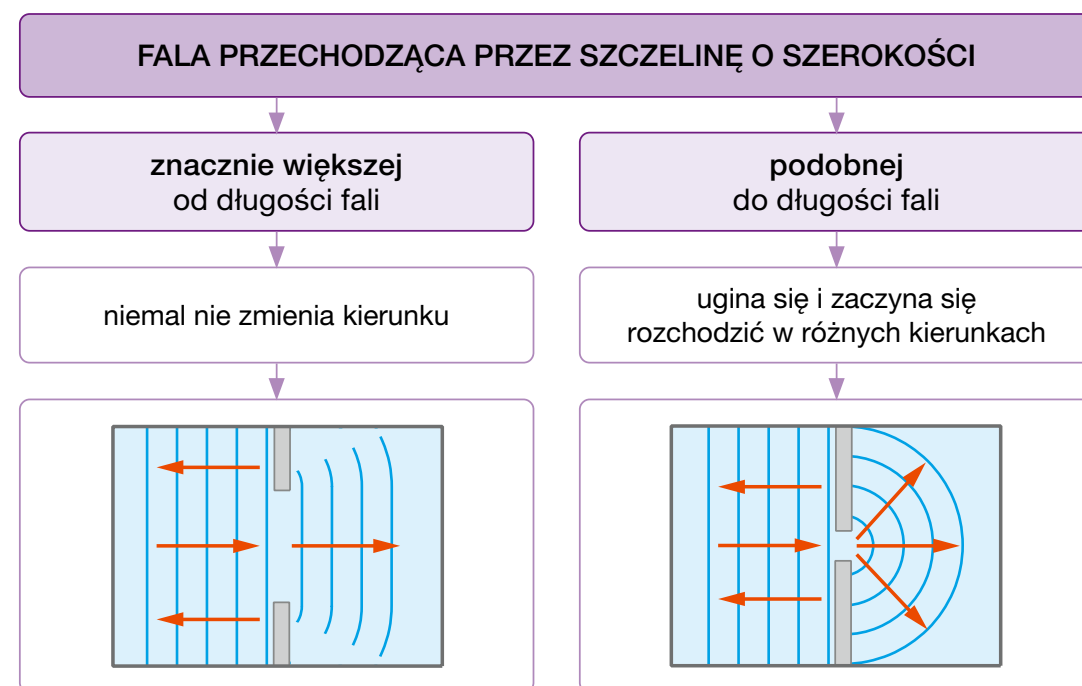
a)



b)



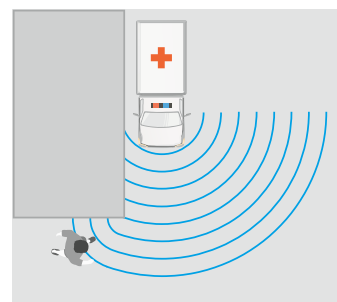
Jak obserwujemy w doświadczeniu, zachowanie fali przy przejściu przez szczelinę zależy od wielkości tej szczeliny. Podsumujmy nasze obserwacje na diagramie.



Określenia „załamanie” i „ugięcie” dotyczą zupełnie różnych zjawisk!

Podobnie jest, gdy fala napotyka przeszkodę – w tym przypadku o ugięciu fali decyduje to, czy przeszkoda ma ostre krawędzie. Ostre oznacza w tym przypadku: o nierównościach nie większych niż długość fali.

Ugięcie fali na przeszkodzie lub przy przejściu przez szczelinę nazywamy **dyfrakcją fali**.



Rys. 12.23. Dzięki dyfrakcji dźwięku przechodząc za rogiem budynku słyszy sygnał karetki

■ Dyfrakcja dźwięku

Dźwięki docierają do nas nie tylko po liniach prostych, lecz także zza rogu (rys. 12.23), przez uchylone drzwi czy okna itd. W tych przypadkach mamy do czynienia właśnie z dyfrakcją dźwięku.

Zauważmy, że długość fal dźwiękowych wynosi od kilku centymetrów do kilku metrów, więc jest zbliżona do wielkości obiektów, z którymi mamy do czynienia na co dzień.

■ Dyfrakcja światła

Długość fali światła widzialnego to w przybliżeniu poniżej 0,001 mm. Dlatego trudno zaobserwować dyfrakcję światła. Zachodzi ona tylko wtedy, gdy:

1. fala przechodzi przez szczelinę o szerokości porównywalnej z długością fali lub mniejszej,

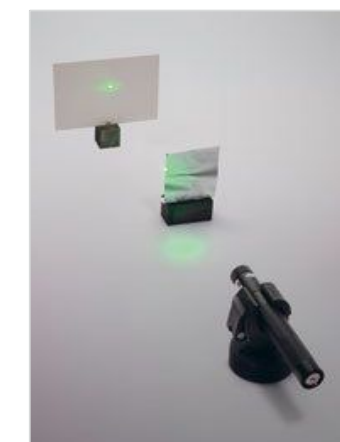
2. napotyka ostrą krawędź – to znaczy krawędź z nierównościami mniejszymi od długości fali lub niewiele większymi.

Łatwiej spełnić ten drugi warunek: okazuje się, że wystarczająco równą krawędź ma zagięta folia aluminiowa. Skorzystamy z tego w kolejnym doświadczeniu pozwalającym obserwować dyfrakcje fal tym razem dla światła widzialnego.

Doświadczenie 43

1. Przygotuj wskaźnik laserowy, kawałek folii aluminiowej o wymiarach ok. 5 cm × 2 cm i ekran. Ekranem może być jasna ściana. Doświadczenie najlepiej wykonać w zaciemnionym pomieszczeniu.
2. Zagnij kawałek folii i ustaw go w odległości ok. 30 cm od ekranu.
3. Wskaźnik ustaw w jednej linii z kawałkiem folii w odległości ok. 60 cm od ekranu.
4. Skieruj światło wskaźnika na folię tak, aby padała na nią tylko część jego wiązki (zdjęcie a).
5. Co obserwujesz na ekranie? Czy w całym obszarze zasłoniętym przez folię jest cień?

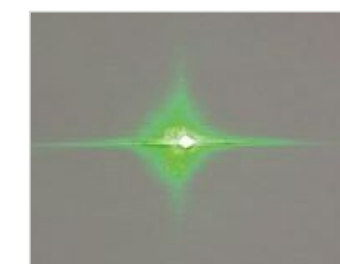
a)



Gdy plamka światła częściowo padała na folię, a częściowo na ekran, na ekranie pojawiła się pozioma smuga światła. Co najciekawsze, była ona widoczna zarówno po jednej, jak i po drugiej stronie plamki (patrz zdjęcie b).

To dowodzi, że światło ulega dyfrakcji. Podobnie rzecz się ma z falami elektromagnetycznymi o innej długości, których nie będziemy jednak badać doświadczalnie, ponieważ wymaga to odpowiednich przyrządów.

b)



Jak zamocować przyrządy?

Jeśli w pracowni nie macie statywów laboratoryjnych, zamiast nich możecie użyć tańszych odpowiedników.



Do umocowania lasera możecie wykorzystać statyw do telefonu komórkowego i gumkę recepturkę.

Gumka recepturka pozwala także zablokować przycisk wskaźnika laserowego tak, aby ciągle świecił.



Aby umocować wskaźnik laserowy tak, żeby się nie toczył, i zablokować jego przycisk, możecie też wykorzystać duże klipsy biurowe.



Rys. 12.24. Reflektory samochodu widziane z różnych odległości

■ Praktyczne znaczenie dyfrakcji światła

Spójrz na rysunek 12.24. Reflektory bliższego z nadjeżdżających samochodów widzimy jako oddzielne źródła światła. W przypadku dalszego pojazdu plamki światła nie są wcale mniejsze, ponieważ ich rozmiar wynika z dyfrakcji światła w oku (a na zdjęciu – w aparacie fotograficznym), a nie z rozmiaru reflektorów. Odległość między plamkami jest za to mniejsza od ich rozmiarów, dlatego zlewają się one w jedną plamę.

W podobny sposób dyfrakcja światła utrudnia nam korzystanie z przyrządów optycznych.

- Za pomocą mikroskopu optycznego nie zobaczymy wirusów. Użycie soczewki o większym powiększeniu pozwoli najwyżej zobaczyć większą rozmytą plamę zamiast mniejszej.
- Gwiazdy obserwowane przez teleskop widać jako plamki, których średnica nie ma nic wspólnego z rozmiarami prawdziwego ciała niebieskiego. Gwiazdy widziane z Ziemi jako bliskie zlewają się w jedną plamkę.

■ Dyfrakcja światła i dyski optyczne

Zjawisko dyfrakcji powoduje także ograniczenie ilości informacji, które można zapisać na płytach CD i DVD. Dane (dźwięki, obrazy itd.) koduje się na nich za pomocą bardzo małych jasnych i ciemnych obszarów ułożonych w ścieżki i odczytuje za pomocą czerwonego lasera. Odległość między ścieżkami nie może być znacznie mniejsza od długości fali czerwonego światła, ponieważ dyfrakcja uniemożliwiłaby odczytywanie danych.

Aby zmniejszyć szerokość ścieżki i zmieścić więcej informacji (na przykład film w wyższej rozdzielczości), światło czerwone możemy zastąpić fioletowym, o mniejszej długości fali.

Do odczytu i zapisu danych:

- CD, DVD – czerwony laser,
- BluRay – fioletowy laser.



A to ciekawe

Niektóre zwierzęta, np. nietoperze, do orientacji w terenie i poszukiwania pokarmu wykorzystują echolokację. Najlepsze wyniki przynosi ona, kiedy wysyłane fale biegną po liniach prostych, czyli kiedy ich dyfrakcja jest niewielka. Dlatego zwierzęta zazwyczaj posługują się ultradźwiękami, ulegającymi dyfrakcji w mniejszym stopniu. Zdarza się, że do echolokacji nietoperze używają też fal słyszalnych dla człowieka. W taki sposób poszukują pożywienia nietoperze owocożerne – owoce są bowiem większe od owadów i nawet dłuższa fala nie ulega na nich ugięciu. Zaobserwowano, że nietoperze po zlokalizowaniu pożywienia „przyglądają mu się”. Badają wówczas obiekt dźwiękami o wyższej częstotliwości, pozwalającymi na jego dokładniejsze „obejrzenie”.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Bogdan stoi na korytarzu w pobliżu otwartych drzwi sali gimnastycznej. Nie widzi tego, co dzieje się w sali, ale może to usłyszeć. Z czego wynika ta różnica między światłem a dźwiękiem?
2. Podkowiec mały, jeden z gatunków nietoperzy występujących w Polsce, używa do echolokacji dźwięków o częstotliwości do 110 kHz. Oblicz długość fali wytwarzanej przez podkowca i porównaj ją z wielkością owadów stanowiących jego pożywienie.

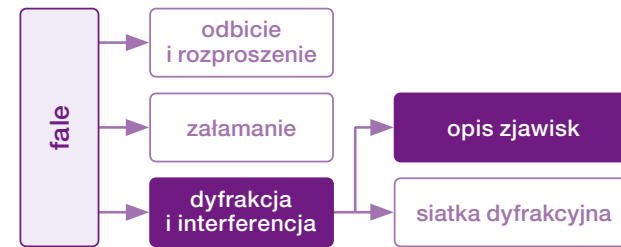


3. W badaniach naukowcy posługują się czasem mikroskopami wykorzystującymi promieniowanie ultrafioletowe. Wyjaśnij, jaką zaletę mają te przyrządy w stosunku do zwykłych mikroskopów optycznych.

4. Pierwsze badania nad radarami prowadzono równocześnie w wielu krajach już przed drugą wojną światową. Budowane wtedy urządzenia wykorzystywały nadajniki podobne do używanych w radiofonii. Dopiero w czasie wojny Brytyjczycy wynaleźli magnetron – urządzenie wytwarzające mikrofałę – i udostępnili go Amerykanom. Dlaczego radar wykorzystujący mikrofałę działa lepiej niż podobne urządzenie stosujące fale radiowe? Dlaczego było to tak ważne w czasie wojny?



12.5 Interferencja fal



Ważne w tej lekcji:

- interferencja dźwięku i światła,
- światło spójne,
- interferencja światła w przyrodzie.

Przypomnij sobie:

- Fala to rozchodzące się drgania.
- Fale ulegają dyfrakcji, tzn. uginają się na przeszkodach.

Superpozycja i interferencja fal

Często spotykamy się z sytuacją, kiedy źródeł fal jest więcej niż jedno. Jest tak na przykład wtedy, gdy na powierzchnię wody pada jednocześnie kilka kropeł (zdjęcie na górze strony), albo wtedy, gdy szarpiemy jednocześnie kilka strun gitary czy też słuchamy orkiestry.

Jeśli do danego punktu w przestrzeni dociera więcej niż jedna fala, to docierające fale się nakładają. Wychylenie fali w danym punkcie jest sumą wychyleń wszystkich fal, które do niego docierają w tej samej chwili.

To zjawisko nazywamy superpozycją fal. Jest ono możliwe, ponieważ fale mechaniczne rozchodzą się w ośrodku niezależnie od siebie. Zajmiemy się teraz szczególnym przypadkiem superpozycji fal.

Superpozycję fal o jednakowych częstotliwościach, ale pochodzących z różnych źródeł, nazywamy interferencją.

Superpozycja

to dosłownie „nakładanie”.

Rys. 12.25. Interferencja dwóch fal kolistych

■ Obserwacja interferencji dźwięku

To zjawisko zbadamy najpierw doświadczalnie, a następnie wyjaśnimy wyniki doświadczenia za pomocą obliczeń.



Doświadczenie 44 – obowiązkowe

Obserwacja zjawiska interferencji fal

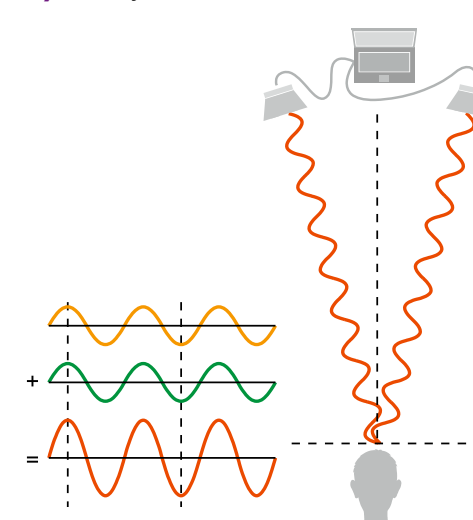
1. Przygotuj komputer z dwoma głośnikami. Znajdź w internecie generator czystych tonów (*pure tone generator*).
2. Postaw głośniki na krzesłach przy krótszej ścianie pokoju w odległości ok. 1 m od siebie. Nastaw generator dźwięków na 2000 Hz.
3. Kucnij przy przeciwległej ścianie w takiej samej odległości od obu głośników. Zakryj dłonią jedno ucho.
4. Zmieniaj swoje położenie. Zwróć uwagę na to, jak zmienia się głośność dźwięku.

Uwaga. Możesz także skorzystać z wiszących na ścianie głośników do projektora, jeśli macie je w sali (patrz zdjęcie). Wówczas nie musisz kucać, możesz po prostu chodzić wzdłuż ściany.



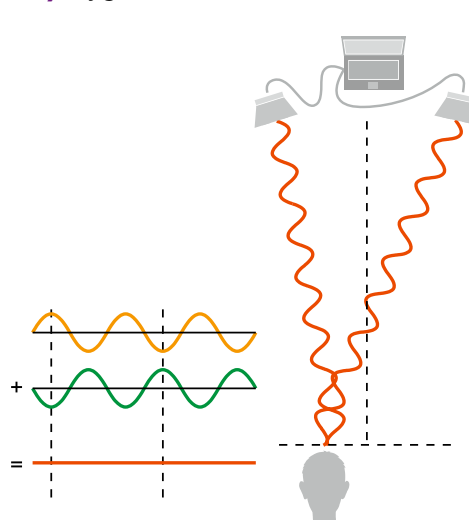
Najciekawszą obserwacją jest fakt, że w niektórych miejscach panuje cisza. Widocznie dźwięki z dwóch głośników się kasują. Jak to możliwe? Fale powstające w obu głośnikach miały jednakowe częstotliwości, poruszały się z tą samą prędkością i były zgodne w fazie, czyli oba głośniki jednocześnie wytwarzały zagęszczenie powietrza – grzbiet fali – i także oba jednocześnie wytwarzały jego rozrzedzenie – dolinę fali.

a) maksymalne wzmocnienie



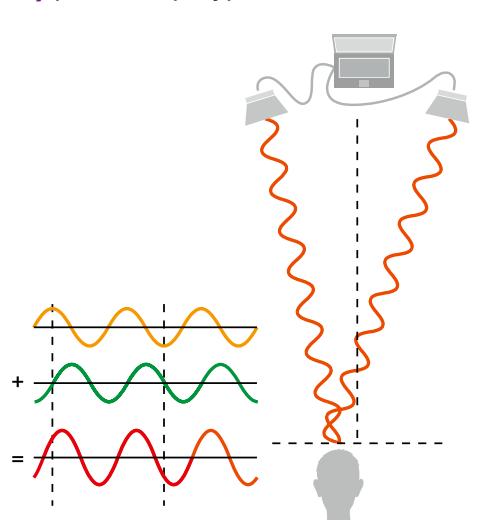
Do miejsca tak samo oddalonego od obu głośników grzbiety i doliny fal dźwiękowych docierały jednocześnie, bo miały do przebycia jednakową drogę. Dlatego fale **wzmacniały się** maksymalnie – powstawała fala o dwa razy większej amplitudzie, dźwięk był głośniejszy. Z podobną sytuacją miałeś do czynienia również w niektórych innych miejscach.

b) wygaszenie



W miarę jak się przesuwaleś, zmieniały się drogi fal dźwiękowych od źródła dźwięku do ciebie. W niektórych miejscach grzbiet jednej fali dochodził do ciebie w tym samym czasie co dolina drugiej. Wtedy fale **wygasały się** – ich suma była równa zero. Dźwięk był tam niesłyszalny, a w każdym razie – bardzo cichy.

c) pośredni przypadek



Pomiędzy tymi skrajnościami (rys. a i b) występują przypadki pośrednie, w których słyszemy dźwięk, ale cichszy niż w punktach maksymalnego wzmocnienia.



A to ciekawe

Wysokość fal na morzu w danym miejscu i czasie jest zwykle podobna. Jednak czasami pojawiają się nagle pojedyncze fale nawet 2–3 razy większe od innych. Są one przyczyną zatonięć statków, a także ich uszkodzeń, tak jak w przypadku wycieczkowca *Viking Polaris* (na zdjęciu), który w 2022 r. musiał zawrócić ze swojej trasy po spotkaniu z falą wyjątkową.

Jedną z przyczyn powstawania takich fal jest niespełnienie zasady superpozycji fal. Jako jedynie przybliżony model w pewnych warunkach przestaje ona mieć zastosowanie. Wtedy fale nie rozchodzą się niezależnie od siebie, ale w miejscu ich spotkania powstaje fala znacznie większa, niż wynikałoby to z zasady superpozycji.

Choć dokładne przewidywanie fal wyjątkowych jest prawdopodobnie niemożliwe, fizycy opracowują i udoskonalają modele pozwalające przewidywać przynajmniej zwiększone ryzyko napotkania takiej fali.

■ Obserwacja interferencji światła

Doświadczenie 45 – obowiązkowe

Badanie interferencji światła

1. Przygotuj wskaźnik laserowy, żyłkę lub nożyk do tapet i kawałek folii aluminiowej.

Uwaga. Jeśli używasz słabego lasera, doświadczenie lepiej wykonać w częściowo zaciemnionym pomieszczeniu.

2. Za pomocą żyłki lub nożyka wytnij ostrożnie w kawałku folii dwa równoległe nacięcia długości ok. 1–2 cm, oddalone od siebie o ok. 0,5 mm. Aby uzyskać równoległe nacięcia, użyj ekierki i linijki.

3. Ustaw folię pionowo na tle białej ściany lub białej kartki i skieruj na nacięcia strumień światła z lasera. Kartka powinna znajdować się kilka metrów od folii z nacięciami. Jaki obraz powstaje?

W poprzednim doświadczeniu obserwowaliśmy obszary, gdzie dźwięk był głośny, i miejsca, gdzie panowała niemal całkowita cisza. Podobnie w przypadku interferencji światła możemy zaobserwować jasne i ciemne miejsca na ekranie. Podobne jest także ich pochodzenie.

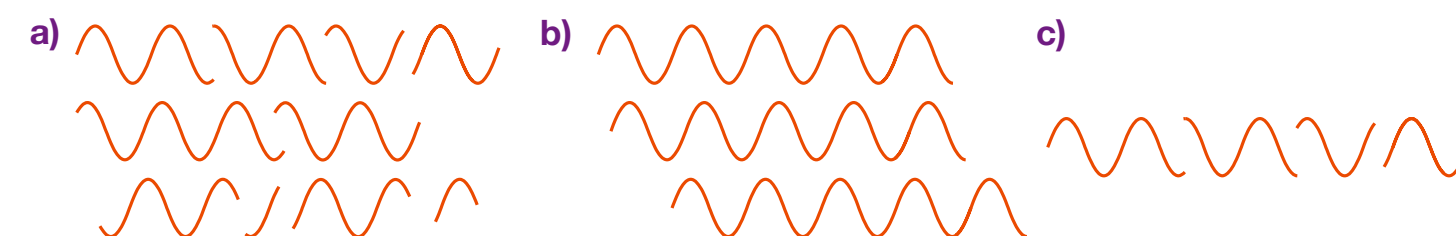
- Kiedy fale świetlne z dwóch źródeł spotykają się w zgodnej fazie, wzmacniają się – miejsce jest jasne.
- Kiedy fale świetlne z dwóch źródeł spotykają się w przeciwfazie, wygaszają się – miejsce jest ciemne.

■ Światło spójne

W przypadku światła żarówki lub świetlówki mamy do czynienia z falami emitowanymi niezależnie przez różne atomy lub jony. Do przedmiotu oświetlonego światłem słonecznym docierają jednocześnie fale pochodzące z miejsc oddalonych od siebie o tysiące kilometrów.

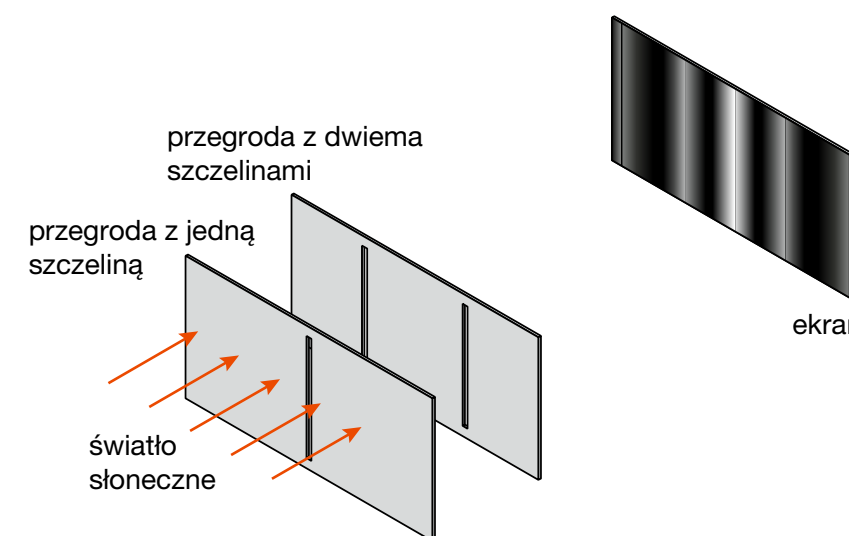
Długość fali światła jest znacznie mniejsza od długości fali dźwiękowej, dlatego odległość między szczelinami musi być znacznie mniejsza niż między głośnikami w doświadczeniu 44.

Nawet w ramach jednej barwy (a więc jednej częstotliwości światła) światło możemy wyobrazić sobie raczej w postaci przypadkowo porzyrywanych i posklejanych kawałków sinusoidy niż jako jedną sinusoidę. Mówimy, że takie światło jest **niespójne**.



Rys. 12.26. Schematyczne przedstawienie fal składających się na światło: a) niespójne, b) spójne, c) pochodzące z jednego punkтового źródła

Uzyskanie światła spójnego, w którym różnica faz pomiędzy falami w wiązce jest stała, jest warunkiem obserwowania interferencji. Dziś łatwo spełnić ten warunek, ponieważ mamy do dyspozycji laser, który od razu wytwarza światło spójne. Dawniej światło niespójne (np. słoneczne) trzeba było najpierw przepuścić przez pojedynczą szczelinę (rys. 12.27). Dzięki niej na kolejne dwie szczeliny padało światło pochodzące z jednego punktu. Takie światło w danej chwili ma jedną określoną fazę i możemy obserwować jego interferencję. Nie zmienia tego fakt, że co chwilę faza zmienia się skokowo (rys. 12.26c) – ważne, że do obu szczelin w danej chwili dochodzi światło o tej samej fazie. Tak właśnie w 1801 r. przeprowadził swoje historyczne doświadczenia Thomas Young.



Rys. 12.27. Układ doświadczalny eksperymentu Younga. W rzeczywistości szczeliny w drugiej przegrodzie były bardzo blisko siebie



Rys. 12.28. Thomas Young (1773–1829) angielski lekarz i naukowiec, współtwórca falowej teorii światła

A to ciekawe

Do redukcji hałasu zwykle używa się słuchawek częściowo pochłaniających fale dźwiękowe. Od niedawna dostępne są także słuchawki z aktywnym tłumieniem hałasu. Emitują one falę dźwiękową taką samą jak zewnętrzny hałas, ale w przeciwfazie. Dzięki zjawisku interferencji obie fale się wygaszają, a użytkownik słuchawek może cieszyć się muzyką bez szumu ulicy w tle.



Dyfrakcja i interferencja w przyrodzie

Nie wszystkie zjawiska optyczne w przyrodzie powstają dzięki załamaniu i rozszczepieniu światła. Okazuje się, że dyfrakcja i interferencja mogą być źródłem równie barwnych zjawisk.

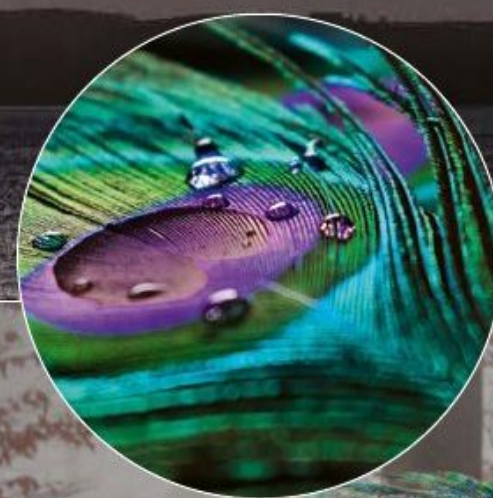
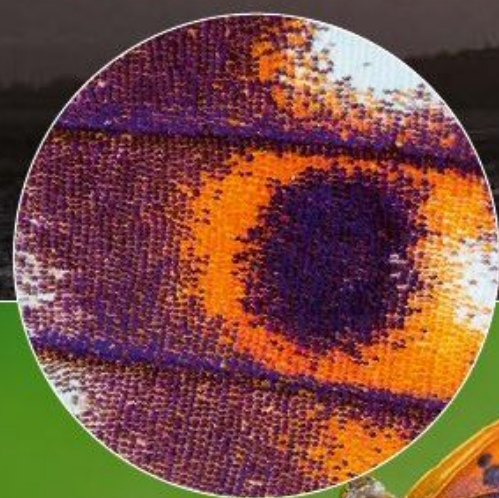
Iryzacja chmur jest zjawiskiem powstającym dzięki dyfrakcji światła na drobnych kropelkach lub kryształkach lodu. Zjawisko to występuje rzadko, najczęściej gdy delikatne chmury są na odpowiedniej wysokości, a słońce jest nisko nad horyzontem.



Gdy niebo spowite jest cienką warstwą chmur, zaobserwować możemy **wieniec** w kształcie barwnego okręgu wokół przebijającego się przez chmury Księżyca lub Słońca. Jest to zjawisko powstałe na skutek dyfrakcji promieni na kropelkach wody i kryształkach lodu, wchodzących w skład chmury.



Wysoko w górach lub z samolotu możemy zaobserwować zjawisko zwane **widmem Brockenu**. Gdy za naszymi plecami znajduje się słońce, a przed nami w dole widzimy chmury lub mgłę, wówczas będzie na nich widoczny nasz cień, nierzadko z tęczową otoczką, zwaną **glorią**. Gloria powstaje na skutek dyfrakcji promieni słońca na kropelkach wody lub kryształkach lodu, a więc podobnie jak wieniec, ale widzimy ją nie dookoła źródła światła, tylko po przeciwnej stronie nieba. Chmury znajdujące się poniżej obserwatora pełnią funkcję ekranu, na którym można obserwować zjawisko.



Mieniak stróżnik to gatunek motyla, którego możemy spotkać w Polsce od czerwca do końca lipca. W świetle słonecznym skrzydła samca mieniają się niebieską poświatą, będącą efektem dyfrakcji i interferencji na strukturze skrzydeł.

Kolorami mieniają się także inne owady, np. chrząszcz kruszczyca złotawka. Jego pancerzyk jest pokryty warstwową strukturą półprzezroczystych mikropłytek. Światło odbite od różnych warstw ulega interferencji. Niektóre barwy są wzmacniane, inne wytłumiane, a my widzimy kolory inne niż kolor barwnika skrzydeł.

Również pawie pióra w ogonie zawdzięczają kolory interferencji. Zawierają barwnik brązowy, ale widzimy odcienie zieleni, granatu czy błękitu, a obserwowane barwy zmieniają się w zależności od kąta padania światła i kąta obserwacji.

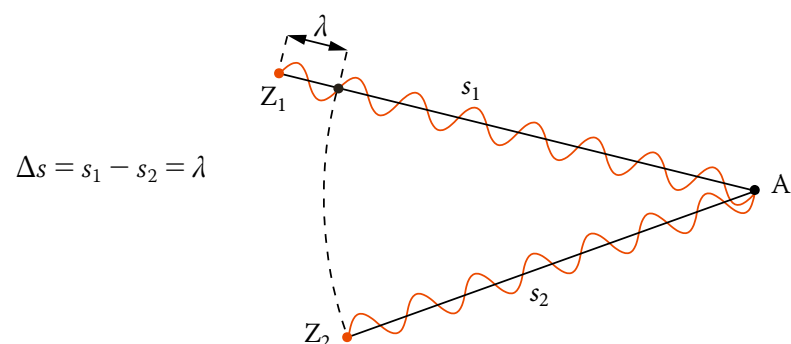
Wielowarstwową budowę ma również macica perłowa – substancja występująca na wewnętrznej stronie muszli niektórych małży lub ślimaków. Dzięki temu odgrywa ona rolę naturalnej siatki dyfrakcyjnej.

Położenie miejsc wzmocnień i wygaszeń fali

Jak ułożone są miejsca wzmocnień i wygaszeń fali, tzn. miejsca głośnie i ciche albo jasne i ciemne?

Spójrz na schemat (rys. 12.29). W punktach Z_1 i Z_2 znajdują się dwa źródła fal o zgodnej fazie. Fale docierające do punktu A ze źródła Z_1 mają do przebycia dłuższą drogę niż fale biegnące ze źródła Z_2 .

Jeśli jednak różnica dróg $\Delta s = s_1 - s_2$ jest równa długości fali, to grzbie-ty fal z obu źródeł docierają do punktu A w tej samej chwili. Wpraw-dzie fala ze źródła Z_1 dotrze z opóźnieniem jednego cyklu drgań, ale nie wpłynie to na wynik obserwacji.



Rys. 12.29. Gdy drogi przebyte przez dwie fale różnią się o λ , fale spotykają się w tej samej fazie i się wzmacniają

Podobnie się stanie, gdy różnica dróg będzie równa 2λ , 3λ itd. (patrz rys. 12.30). Możemy podsumować nasze rozważania.

Maksymalne wzmocnienie fal pochodzących ze źródeł drgających w zgodnych fazach występuje w tych punktach, dla których różnica dróg od źródeł do danego punktu jest wielokrotnością długości fali:

$$\Delta s = n \cdot \lambda$$

gdzie $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

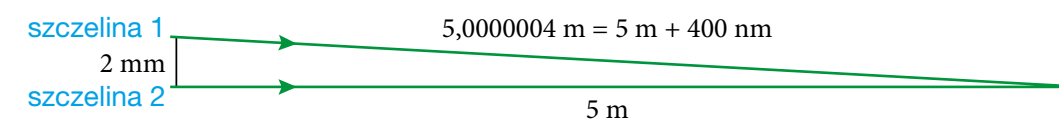
W podobny sposób możemy wyprowadzić wzór na **całkowite wyga-szanie** się fal. Aby miało ono miejsce, fale muszą spotkać się w przeciw-fazie, a więc różnica ich dróg powinna być równa połowie długości fali (i ewentualnie dodatkowo pewnej liczbie całych długości fali).

$$\Delta s = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Dlaczego jasne prążki nie są bliżej?

W naszym doświadczeniu kolejne jasne prążki pojawiały się co kilka mi-limetrów. Możemy to uznać za wielkość bardzo **dużą**, gdy pomyślimy, że kilka milimetrów to ok. 10 000 razy więcej niż długość fali światła.

Nasza obserwacja okaże się jednak w pełni uzasadniona, kiedy obliczenia przeprowadzimy z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa (rys. 12.31).



Dla uproszczenia rachunków przyjmujemy, że odległość między szczelinami wynosi 2 mm.

Rys. 12.31. Różnica dróg przebytych przez światło może się okazać zaskakująco mała w stosunku do odległości między prążkami

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Przykład

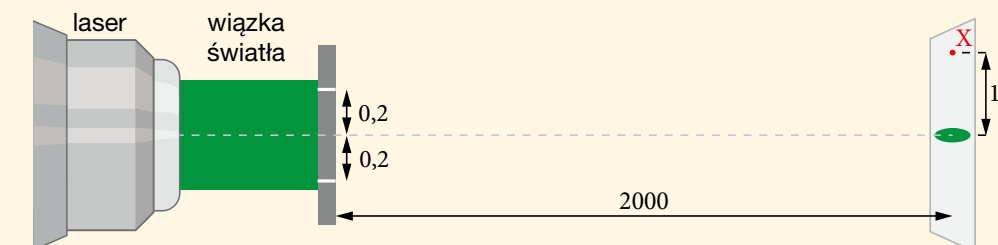
W doświadczeniu z interferencją światła (dośw. 45. s. 362) użyto przesłony z dwiema szczelinami odległymi o 0,4 mm oraz zielonego lasera o długości fali $\lambda = 532 \text{ nm}$. Ekran ustawiono naprzeciwko przesłony w odległości 2 m od niej. Na symetrycznej odcinka łączącego szczeliny widać jasny prążek. A co widać w odległości 16 mm w bok od tego prążka?

Dane: $d = 0,4 \text{ mm}$ – odległość między szczelinami, $\lambda = 532 \text{ nm}$ – długość fali,
 $l = 2 \text{ m}$ – odległość ekranu, $a = 16 \text{ mm}$ – odległość interesującego nas miejsca od środkowego prążka

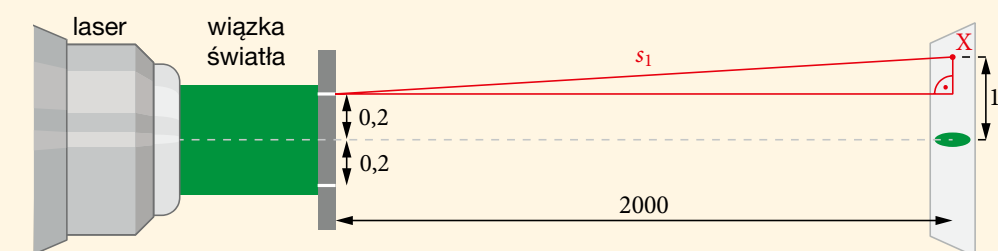
Szukane: co widać w punkcie X

Rozwiązanie:

Zacznijmy od sporządzenia schematycznego rysunku (widok z góry). Nie zachowaliśmy na nim skali, inaczej byłby nieczytelny. Wszystkie odległości zapisaliśmy w milimetrach.



Ilustracja pozwoli nam obliczyć odległości punktu X od każdej ze szczelin. Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa.



Czerwony trójkąt ma przyprostokątne o długościach 15,8 mm oraz 2000 mm, a więc jego przeciwprostokątna ma długość:

$$s_1 = \sqrt{(2000 \text{ mm})^2 + (15,8 \text{ mm})^2} = 2000,0624 \text{ mm}$$

Analogiczny trójkąt dla drugiej szczeliny (narysuj go!) pozwoli nam obliczyć s_2 :

$$s_2 = \sqrt{(2000 \text{ mm})^2 + (16,2 \text{ mm})^2} = 2000,0656 \text{ mm}$$



Rys. 12.30. Jeśli tramwaje danej linii kursują co 5 min i wszystkie są opóźnione o 5 min, to oczekujący na przystanku nie zauważą spóźnienia

➔ Różnica tych odległości wynosi:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 0,0032 \text{ mm} = 3200 \text{ nm} = 6,01\lambda \approx 6\lambda$$

Jest ona całkowitą wielokrotnością długości fali, a więc fale świetlne z obu szczelin dotrą tam w zgodnej fazie i nastąpi ich wzmocnienie – zaobserwujemy jasny prążek.

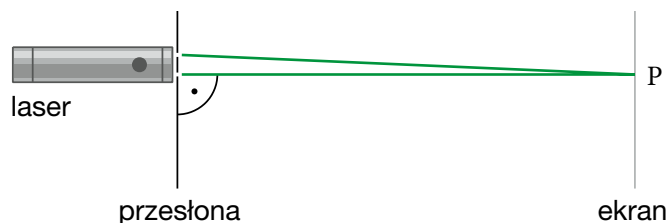
Odpowiedź: W odległości 16 mm od środkowego jasnego prążka także zaobserwujemy jasny prążek.

Zwróć uwagę na to, że jest to prążek rzędu $n = 6$, a więc między nim a środkowym (czyli prążkiem numer 0) zaobserwujemy jeszcze pięć jasnych prążków.

1. Obserwator jest w odległości 6,13 m od jednego z głośników i 6,63 m od drugiego. Głośniki emitują pojedynczy ton w zgodnej fazie. Wykonaj schematyczny rysunek tej sytuacji. Określ, czy obserwator stwierdzi wzmocnienie czy wygaszenie fal przy podanej długości fali λ .

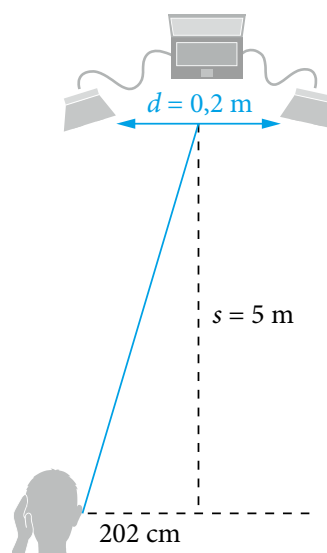
- a) $\lambda = 10 \text{ cm}$ c) $\lambda = 25 \text{ cm}$
b) $\lambda = 20 \text{ cm}$ d) $\lambda = 50 \text{ cm}$

2. Wiązka zielonego światła laserowego o długości 532 nm pada na przesłonę z dwiema szczelinami i tworzy obraz interferencyjny na ekranie odległym o 1 m. Odległość między szczelinami wynosi 0,7 mm. Czy punkt P położony dokładnie naprzeciwko jednej ze szczelin znajdzie się w obszarze jasnym czy ciemnym?



3. **P** Uczeń przeprowadził doświadczenie z interferencją dźwięku (patrz dośw. 44. s. 361). Wykorzystał dwa małe głośniki oddalone od siebie o 20 cm i ustawione przy jednej ze ścian pokoju. Głośniki emitowały dźwięk o częstotliwości 6880 Hz. Uczeń stanął przy przeciwległej ścianie w odległości 5 m od głośników. Początkowo

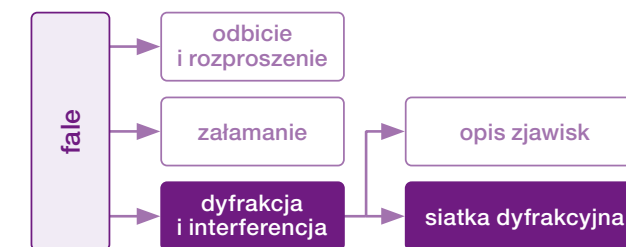
znajdował się w jednakowej odległości od głośników, a następnie przesunął się o 202 cm w bok i znalazł się w położeniu przedstawionym na rysunku. Czy teraz słyszy dźwięk wzmocniony czy osłabiony?



4. Miernik natężenia dźwięku umieszczono w odległości s od każdego z dwóch jednakowych głośników. Gdy włączono tylko jeden głośnik, miernik wskazał natężenie fali $1 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$. Taki sam był rezultat pomiaru, gdy włączono tylko drugi głośnik. Następnie włączono oba głośniki, przy czym wytwarzały one fale dźwiękowe o jednakowej częstotliwości i zgodne w fazie.

- a) Uzasadnij, że miernik wskaże teraz natężenie fali $4 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$.
b) Jak pogodzić ten wynik z zasadą zachowania energii?

12.6 Siatka dyfrakcyjna



Ważne w tej lekcji:

- siatka dyfrakcyjna,
- stała siatki,
- warunek wzmocnienia i wygaszania fal,
- zjawiska falowe w przyrodzie.

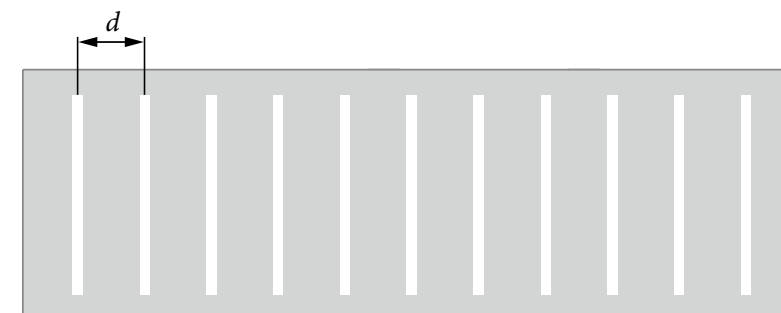
Przypomnij sobie:

- Kiedy fale spotykają się w zgodnej fazie (grzbiet z grzbietem, dolina z doliną), dodają się.
- Kiedy fale spotykają się w przeciwfazie (grzbiet z doliną), wygaszają się.
- To zjawisko nazywamy interferencją. Obserwujemy je dla wszystkich fal, m.in. dźwięku i światła.

Siatka dyfrakcyjna

Aby wzmocnić efekt interferencji światła, zamiast dwóch szczelin możemy wykonać ich znacznie więcej – setki lub tysiące. Mamy więc układ wielu szczelin i przesłon, na przemian przepuszczających i pochłaniających światło. Taki układ nazywamy **siatką dyfrakcyjną** (rys. 12.32). W siatce dyfrakcyjnej odległość między sąsiednimi szczelinami jest taka sama. Nazywamy ją **stałą siatki** i oznaczamy d .

Jeśli nie dysponujesz fabryczną siatką dyfrakcyjną, łatwo możesz ją wykonać z płyty CD (patrz doświadczenie na następnej stronie).



Rys. 12.32. Siatka dyfrakcyjna o jedenastu szczelinach

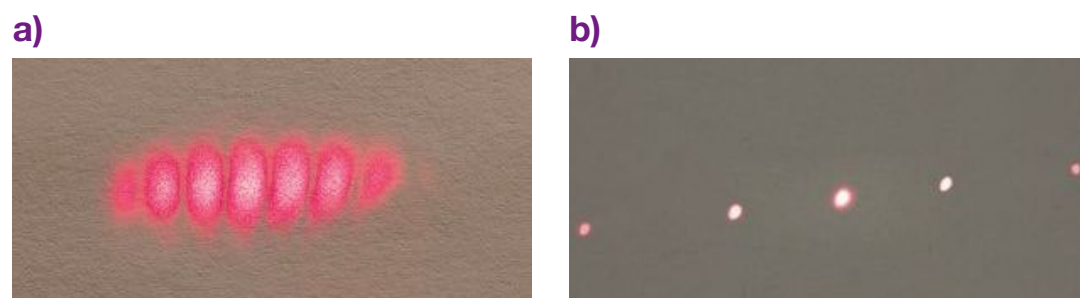
Doświadczenie 46

1. Na wierzchniej (niesrebrzystej) stronie płyty CD zarysuj nożykiem do tapet kwadrat o boku 2 cm (zdjęcie a).
2. Przyklej szeroką taśmę klejącą do naciętego fragmentu, a następnie odryw ją szybkim ruchem. Wraz z taśmą oderwiesz metalizowaną powłokę płyty (zdjęcie b).
3. Ustaw płytę równoległą do ekranu (np. ściany) i poświeć na nią laserem, aby po przejściu przez płytę jego światło padało na ekran (zdjęcie c). Co obserwujesz?

Mimo że siatka wykonana z płyty ma setki szczelin, obraz interferencyjny składa się z prążków ułożonych podobnie jak w doświadczeniu z dwiema szczelinami.

Dzieje się tak dlatego, że w przypadku siatki dyfrakcyjnej punkty najsilniejszego wzmocnienia (środki jasnych prążków) rozkładają się tak samo jak przy dwóch szczelinach i dają się opisać tym samym wzorem (ramka na następnej stronie).

Ponieważ jednak szczelin są tysiące, wzmocnienie jest silniejsze, a prążki są znacznie lepiej widoczne.



Rys. 12.33. Porównanie obrazów: a) uzyskanego z dwóch szczelin, b) uzyskanego za pomocą płyty CD, na której jest 650 szczelin na 1 mm

Opis warunku wzmocnienia i wygaszenia fal

W poprzedniej lekcji podaliśmy sposób wyznaczania miejsca wzmocnienia i wygaszenia fal. W praktyce do obliczeń znacznie wygodniejszy jest jednak przybliżony wzór obowiązujący wtedy, gdy odległość między szczelinami a ekranem jest znacznie większa niż odległość między samymi szczelinami.

Oto wzór opisujący miejsca **wzmocnienia fali**:

$$\sin \theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

gdzie: θ_n – kąt, pod jakim ugina się promień fali; n – numer prążka: 0, 1, 2, ...; λ – długość fali; d – odległość między szczelinami

Analogicznie dla **wygaszenia fali**:

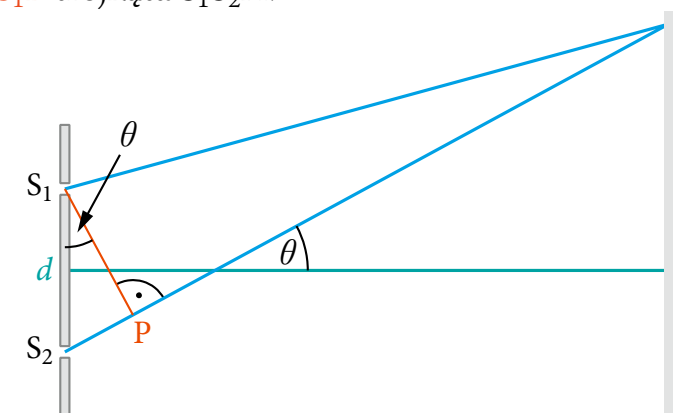
$$\sin \theta'_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

Wyprowadzenie tych wzorów znajdziesz w ramce na stronie obok.

Wyprowadzenie wzoru opisującego interferencję

Zacznijmy od schematycznego rysunku: światło ze szczelin S_1 i S_2 , oddalonych od siebie o d , pada na ekran w punkcie A.

Narysujmy wysokość S_1P trójkąta S_1S_2A .

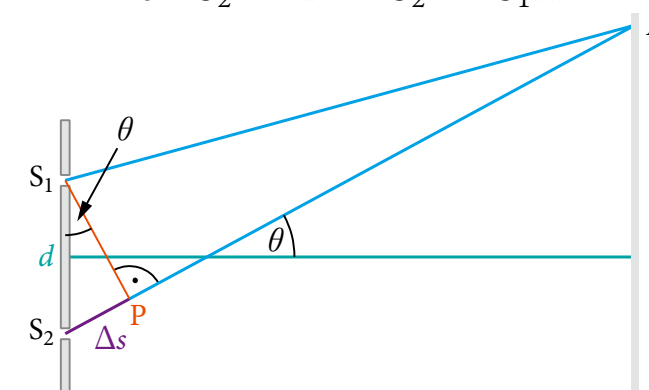


Zauważ, że kąt S_2S_1P jest równy kątowi θ .

Trójkąt S_1PA to trójkąt prostokątny, ale jego kąt ostry S_1AP jest bardzo mały, więc w przybliżeniu można założyć, że $S_1A = PA$ (patrz podobna sytuacja na rys. 12.31, s. 367).

Przy takim założeniu odcinek S_2P jest równy różnicy dróg przebywanych przez światło od poszczególnych szczelin do punktu A:

$$\Delta s = S_2A - PA \approx S_2A - S_1A$$



Sinus kąta S_2S_1P wynosi:

$$\sin \theta = \frac{\Delta s}{d}$$

Możemy teraz zastosować ten wzór do poszczególnych interesujących nas sytuacji:

- Dla maksymalnego wzmocnienia rzędu n mamy $\Delta s = n\lambda$, więc:

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

- Dla maksymalnego wygaszania rzędu n mamy $\Delta s = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$, więc:

$$\sin \theta = \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda}{d}$$

Obraz interferencyjny tworzony przez siatkę dyfrakcyjną

Przypomnijmy założenie przyjęte przy wyprowadzaniu wzoru opisującego położenie prążków: obraz interferencyjny powstaje daleko – w odległości znacznie większej niż rozstaw szczelin.

Promienie wychodzące z obu szczelin padają więc w danym punkcie na ekran niemal równoległe (rys. a).

Podobnie można przyjąć przy opisie siatki dyfrakcyjnej (rys. b): promienie wychodzące z kolejnych szczelin są w przybliżeniu równoległe (rys. c).

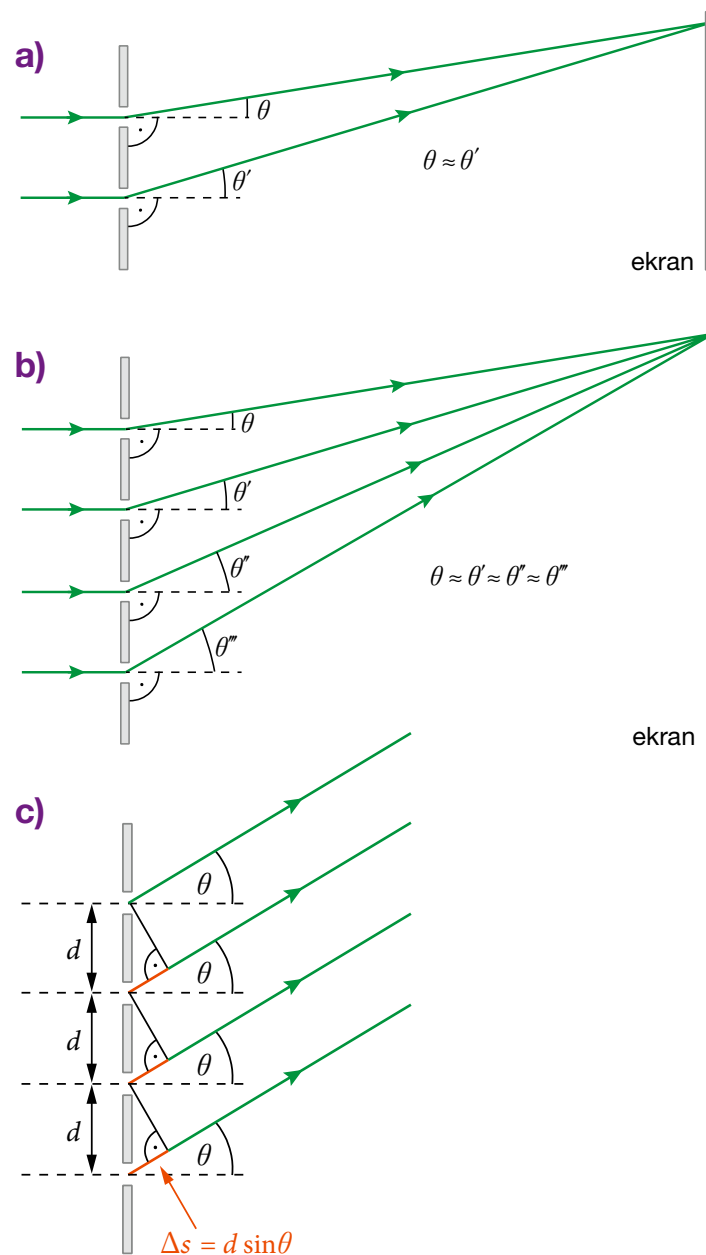
Oznacza to, że różnica dróg Δs przebytych przez promienie ze szczelin 1 i 2, 2 i 3 itd. jest jednakowa.

Jeśli $\Delta s = n\lambda$, to fale ze wszystkich szczelin spotykają się w zgodnej fazie i następuje ich wzmocnienie.

Z zależności $\Delta s = d \sin \theta_n$ otrzymujemy wzór:

$$\sin \theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

Ma on taką samą postać jak dla dwóch szczelin: tam, gdzie w zgodnej fazie spotykają się fale z dwóch sąsiednich szczelin, również fale ze wszystkich pozostałych szczelin spotykają się z nimi w zgodnej fazie.



Interferencja a światło barwne

Do tej pory do doświadczeń używaliśmy światła laserowego, które jest jednobarwne (monochromatyczne, czyli będące falą o jednej, ściśle określonej długości). Wystarczy jednak popatrzeć na odbicie światła białego od płyty CD, aby dostrzec tęcze prążki różnych kolorów. Skąd się one biorą? We wzorze:

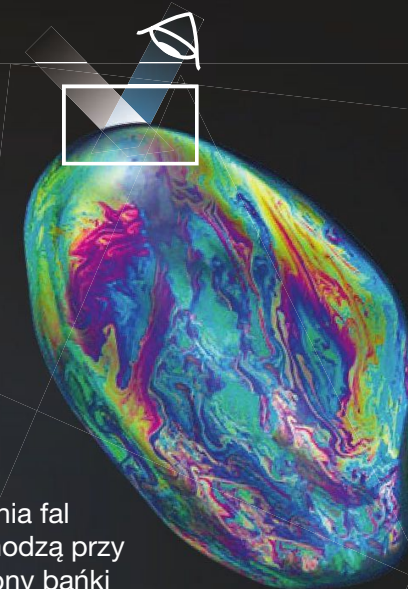
$$\sin \theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

występuje długość fali. Dla światła czerwonego jest ona prawie dwukrotnie większa niż dla światła fioletowego, a więc prążek czerwony wypadnie w innym miejscu niż fioletowy. Dlatego siatka dyfrakcyjna pozwala rozszczepić światło (rys. 12.34).

Rys. 12.34. Światło białe przechodzące przez siatkę dyfrakcyjną

KOLORY NA BAŃKACH MYDLANYCH

Na bańki mydlane pada białe światło słoneczne, a same bańki nie mają własnego koloru. Skąd zatem biorą się tęcze barwy na ich powierzchni? Są one efektem interferencji fal.



1 Na bańkę pada światło białe, które – jak wiemy – jest mieszaniną fal elektromagnetycznych odpowiadających wszystkim barwom.

2 Prześledźmy, co dzieje się z falą odpowiadającą jednej barwie, np. czerwonej.

3 Światło dociera do powierzchni bańki i częściowo się od niej odbija, a częściowo załamuje i wnika w błonę bańki.

4 Światło, które wnikało, odbija się od wewnętrznej powierzchni.

6 Światło biegnące dwiema drogami ulega interferencji. W zależności od grubości błony interferencja może być konstruktywna lub destruktywna.

5 Światło, które uległo załamaniu, przebywa w błonie dodatkową drogę w porównaniu ze światłem odbitym od powierzchni zewnętrznej.

8 Wzmocnienia i wygaszenia fal o różnych barwach zachodzą przy różnych grubościach błony bańki mydlanej, zależą też od kąta padania światła i kąta obserwacji danego miejsca na bańce. Ponieważ w różnych miejscach błona ma różną grubość, która w dodatku ciągle się zmienia, podobnie jak kształt i położenie bańki, na jej powierzchni obserwujemy mieniające się kolory.

7 W przypadku przedstawionym na naszym rysunku kolor czerwony został wytłumiony. Tą samą drogą biegły też fale o innych barwach, tworzące razem światło białe. One miały jednak inną długość i nie zostały wytłumione. Po usunięciu czerwieni ze światła białego pozostaje barwa dopełniająca – cyjan.

PRZĘKRÓJ BŁONY BAŃKI MYDLANEJ



Rys. 12.35. Kolory na pysku mandryla barwnolicego

Barwy strukturalne

Mandryl przedstawiony na zdjęciu (rys. 12.35) także zawdzięcza swoje niezwykle ubarwienie interferencji światła. Skóra na jego pysku nie zawiera ani czerwonego, ani niebieskiego barwnika, za to znajdują się na niej ułożone równolegle włókna kolagenu pełniące funkcję naturalnej siatki dyfrakcyjnej.

Taki mechanizm powstawania barw nazywamy **barwami strukturalnymi**. Mandryl nie jest jedynym organizmem wykorzystującym barwy strukturalne – tak samo powstają kolory pawich piór (zdjęcie na początku lekcji) i skrzydeł niektórych motyli.

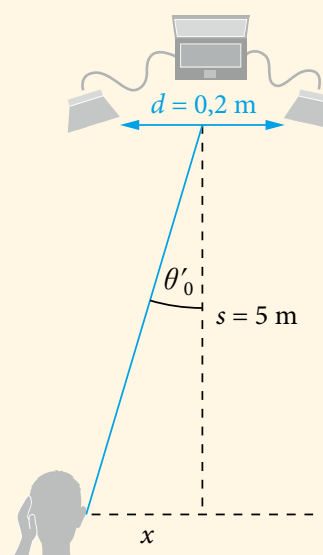
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Uczeń przeprowadził doświadczenie z interferencją dźwięku (patrz dośw. 44. s. 361). Wykorzystał dwa małe głośniki oddalone od siebie o 20 cm i ustawione przy jednej ze ścian pokoju. Głośniki emitowały ton 4000 Hz. Następnie uczeń ustawił się przy przeciwległej ścianie odległej od ściany z głośnikami o 5 m. Początkowo znajdował się w jednakowej odległości od każdego z głośników. Oblicz, jaką drogę musi pokonać uczeń wzdłuż ściany, aby dotrzeć do najbliższego miejsca, w którym jest najciszej.



Rysunek nie jest w skali – kąt θ'_0 jest w rzeczywistości mniejszy.

Dane: $d = 0,2 \text{ m}$ – odległość między głośnikami,
 $f = 4000 \text{ Hz}$ – częstotliwość emitowanej fali,
 $s = 5 \text{ m}$ – odległość od ściany

Szukane: x – szukana odległość

Rozwiązanie:

Sytuacja jest podobna jak w przykładzie i zadaniu 2. w poprzedniej lekcji, jednak szukana jest inna wielkość, więc twierdzenie Pitagorasa pozwoliłoby nam zapisać jedynie bardzo trudne do rozwiązania równanie (spróbuj!).

W naszym przykładzie odległość obserwatora od głośników jest 25 razy większa niż odległość między głośnikami, skorzystamy więc z przybliżonego wzoru na wygaszenie fali:

$$\sin \theta'_0 = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

Obliczmy długość fali:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4000 \text{ Hz}} = 0,086 \text{ m}$$

Stąd: $\sin \theta'_0 = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{d} = 0,215 \rightarrow \theta'_0 = 12,4^\circ$

Miejsca wzmacniania i wygaszania fali numerujemy od $n = 0$.

➡ Ponieważ znamy kąt, możemy skorzystać z funkcji trygonometrycznej i wyznaczyć szukaną odległość:

$$\text{tg} \theta'_0 = \frac{x}{s} \rightarrow x = s \text{tg} \theta'_0$$

Po podstawieniu danych:

$$x = 1,1 \text{ m}$$

Odpowiedź: Uczeń musi się przesunąć wzdłuż ściany o 1,1 m.

Uwaga. Odległość od jednego z głośników wyniesie wtedy:

$$\sqrt{(5 \text{ m})^2 + (1 \text{ m})^2} = 5,099 \text{ m}$$

a od drugiego:

$$\sqrt{(5 \text{ m})^2 + (1,2 \text{ m})^2} = 5,142 \text{ m}$$

Jak widzisz, różnica odległości to 0,043 m, czyli połowa długości fali, a więc przybliżony wzór dał poprawny wynik.

1. **P** Szerokość pokoju, w którym uczeń opisany w przykładzie wykonywał swoje doświadczenie, wynosi 4 m. Głośniki są ustawione pośrodku szerokości pokoju. Ile miejsc maksymalnego wzmocnienia fali da się zaobserwować przy ścianie położonej naprzeciwko ściany, przy której znajdują się głośniki?
2. W doświadczeniu 45. opisanym na s. 362 użyto czerwonego lasera o długości fali 720 nm. Szczeliny w przesłonie były oddalone od siebie o 0,5 mm, a ekran był odległy od szczelin o 3 m. Oblicz, w jakiej odległości od środkowego prążka (wzmocnienie $n = 0$) powstanie:
 - a) pierwszy obszar całkowitego wygaszenia ($n = 0$),
 - b) pierwszy prążek maksymalnego wzmocnienia ($n = 1$).
3. Siatka dyfrakcyjna ma 100 rys (szczelin) na 1 mm. Gdy została oświetlona światłem lasera, na odległym o 6 m ekranie pojawiły się jasne prążki. Odległość pomiędzy prążkami rzędu $n = 2$ znajdującymi się po obu stronach środkowego prążka wynosiła $x = 1,08 \text{ m}$. Oblicz długość światła lasera i określ jego barwę.
4. Siatka dyfrakcyjna ma 50 rys (szczelin) na 1 mm i jest ustawiona tak, że szczeliny są pionowe. Trzy lasery umocowane jeden nad drugim świecą prostopadle na siatkę. Długości emitowanych przez nie fal to 650 nm, 532 nm oraz 450 nm. Po drugiej stronie siatki w odległości 2 m ustawiono ekran. Oblicz, jak daleko od środkowego prążka znajdzie się pierwszy jasny prążek dla każdej z barw.

Projekt Plamka Poissona



Cel projektu

Zapoznasz się z doświadczeniem, które potwierdziło falową naturę światła. Dowiesz się więcej o tym, jak rozwija się fizyka.

Wprowadzenie

Zanim jednoznacznie stwierdzono, że światło ma naturę falową, część fizyków uważała, że składa się ono z cząstek, podobnie jak materia. Dopiero doświadczenia potwierdzające dyfrakcję i interferencję światła pozwoliły przyjąć, że światło jest falą. W tej historii dużą rolę odegrało mało znane dzisiaj doświadczenie – obserwacja **plamki Poissona**.

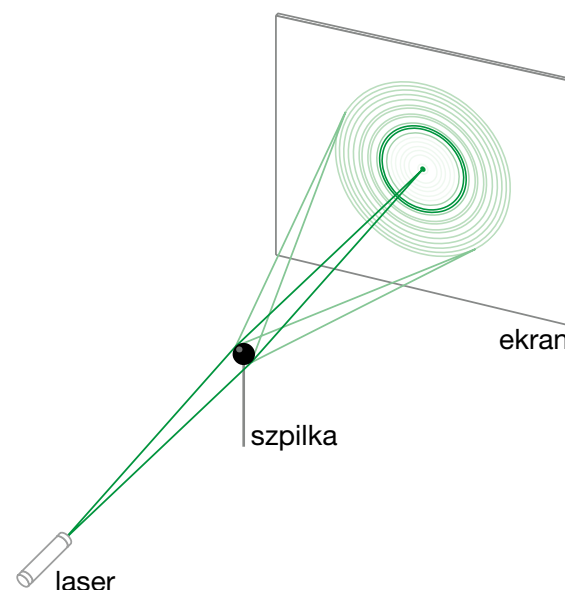
Zadanie teoretyczne

Znajdź w odpowiednich źródłach informacje na temat historii badań nad falową naturą światła. Zwróć uwagę na część tej historii związaną z plamką Poissona (zwaną także plamką Arago). Jakie wnioski co do rozwoju fizyki można wyciągnąć z tego przypadku?

Zapisz, z jakich źródeł korzystasz.

Zadanie doświadczalne

1. Przygotuj zielony laser i szpilkę z dużym czarnym łepkiem.
2. Ustaw laser w poziomie i zablokuj włącznik tak, aby laser przez cały czas świecił. Światło powinno padać na ścianę lub inny ekran znajdujący się w odległości co najmniej 5 m od lasera.
3. W odległości ok. 2 m od lasera umieść szpilkę tak, aby jej łepiek znajdował się w środku promienia (patrz schemat – proporcje odległości nie są na nim zachowane).

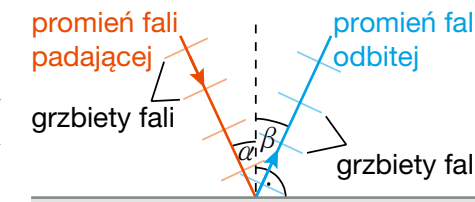


4. Na ścianie zaobserwujesz obraz interferencyjny. Przyjrzyj mu się i go naszkicuj lub zrób mu zdjęcie. Zwróć uwagę na jasną plamkę w samym środku obrazu. Jest to plamka Poissona.

Podsumowanie Zjawiska falowe

Odbicie fali

Gdy fala natrafi na przeszkodę, odbija się. Odbicie jest zjawiskiem charakterystycznym dla wszystkich fal. Kąt odbicia promienia fali β jest równy kątowi jej padania α . Promień padający i odbity oraz prosta normalna (prostopadła do powierzchni odbijającej) leżą w tej samej płaszczyźnie.



Załamanie fali

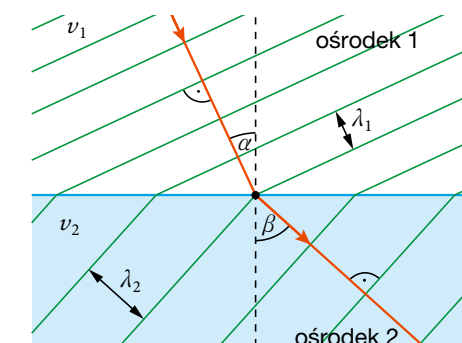
Zmianę kierunku fali przy przejściu do ośrodka, w którym rozchodzi się ona z inną prędkością, nazywamy załamaniem fali.

► Współczynnik załamania światła w ośrodku $n = \frac{c}{v}$ określa, ile razy wolniej światło porusza się w tym ośrodku niż w próżni.

► Prawo załamania mówi, że:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \text{const}$$

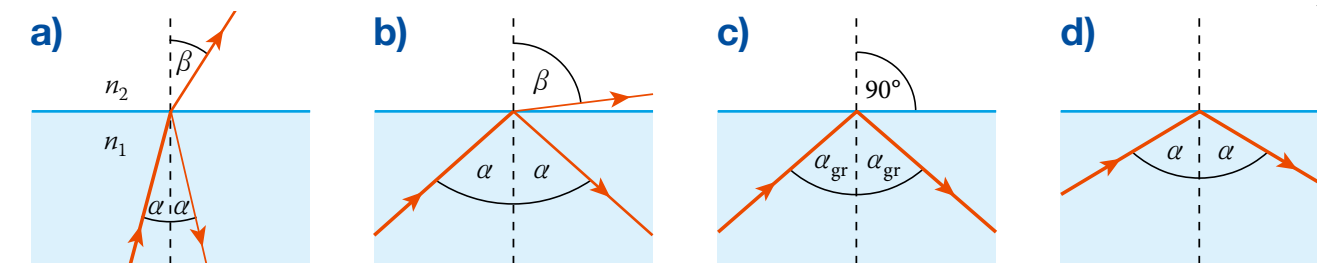
gdzie: α – kąt padania, β – kąt załamania, v_1, v_2 – prędkość fali odpowiednio w 1. i 2. ośrodku, n_1, n_2 – współczynnik załamania odpowiednio w 1. i 2. ośrodku. Kąt padania i kąt załamania oraz normalna do granicy ośrodków leżą w jednej płaszczyźnie.



- Na granicy dwóch ośrodków dochodzi zarówno do załamania, jak i do odbicia światła (rys. a). To, jaka część światła ulega odbiciu, a jaka załamaniu, zależy od kąta padania (rys. a, b).

Jeśli światło pada od strony ośrodka, w którym porusza się wolniej, a kąt załamania zbliża się do kąta prostego, to załamuje się coraz mniejsza część światła. A przy pewnym kącie padania, zwanym **kątem granicznym** α_{gr} , któremu odpowiadałby kąt załamania 90° , cała padająca fala odbija się od powierzchni (rys. c), tak samo jak dla kąta większego od kąta granicznego (rys. d). Dla $\alpha \geq \alpha_{gr}$ zachodzi **całkowite wewnętrzne odbicie**.

Kąt graniczny dla światła padającego z ośrodka 1 na granicę z ośrodkiem 2: $\sin \alpha_{gr} = \frac{n_2}{n_1}$.



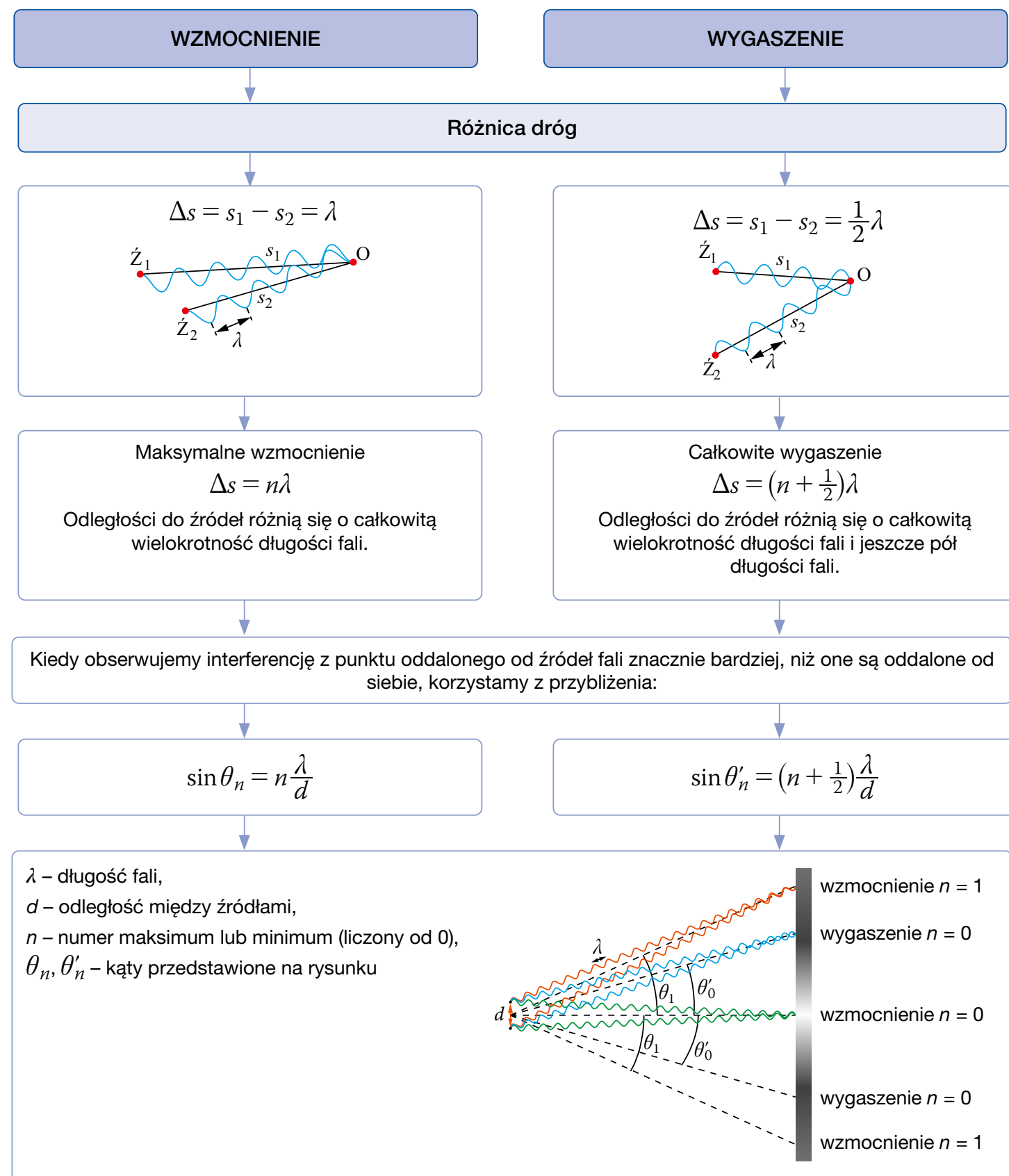
- Dyfrakcja** to ugięcie fali, czyli zmiana jej kierunku w wyniku napotkania przeszkody.

Superpozycja fal

Jeżeli w ośrodku rozchodzi się więcej niż jedna fala, to łączną falę, która powstaje, nazywamy superpozycją tych fal. Wychylenie w każdym punkcie jest wtedy zwykłą sumą wychyleń poszczególnych fal docierających do tego punktu w danej chwili (z uwzględnieniem znaków $+$ / $-$).

- Interferencja** fal to zjawiska, które obserwujemy, kiedy następuje superpozycja fal o jednakowych częstotliwościach (na przykład prążki interferencyjne).

Kiedy dwa źródła wytwarzają fale o jednakowej częstotliwości i zgodne w fazie, wtedy różnica dróg od źródła do danego punktu decyduje o wzmocnieniu lub wygaszeniu fali:



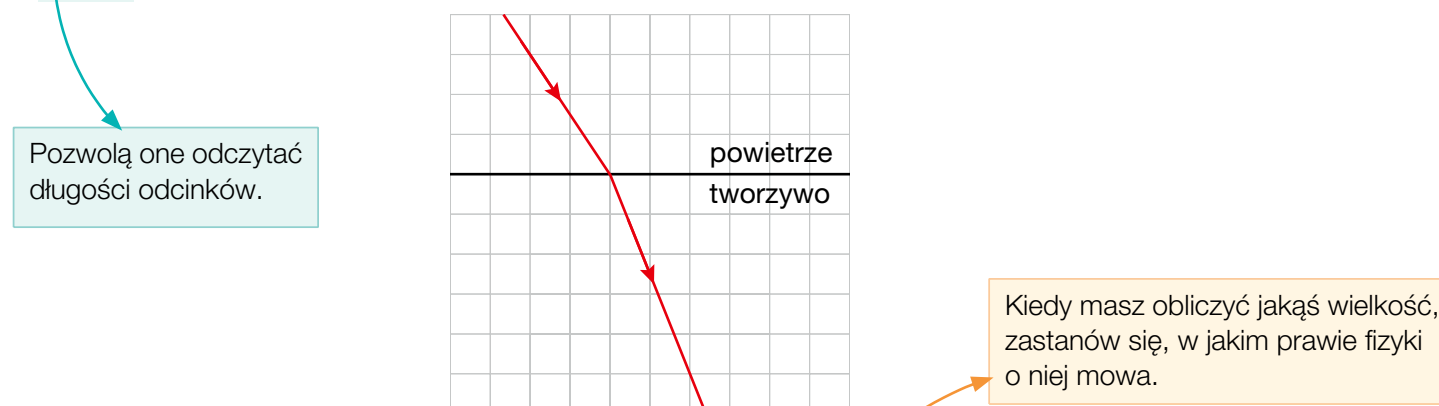
■ Układ bardzo wielu równoległych szczelin i przesłon na przemian przepuszczających i pochłaniających światło nazywamy **siatką dyfrakcyjną**. Odległości między sąsiednimi szczelinami są jednakowe. Odległość tę nazywamy **stałą siatki**. Obraz interferencyjny składa się z wyraźnych maksimów, których położenie jest takie samo jak w przypadku dwóch szczelin.

Sposób na zadanie

Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych

Zadanie 1. (0–2)

Rysunek przedstawia przejście promienia światła z powietrza do pewnego przezroczystego tworzywa sztucznego. **Wyznacz współczynnik załamania światła dla tego tworzywa.** Skorzystaj z krutek.



Rozwiązanie:

Współczynnik załamania światła występuje w prawie Snelliusa:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

gdzie α, β to kąt padania i kąt załamania, a n_1, n_2 to współczynniki załamania światła w obu ośrodkach. Dla powietrza $n_1 = 1$, więc:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_2$$

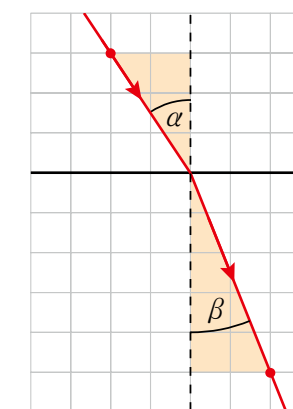
Wystarczy zatem obliczyć kąt padania i kąt załamania.

Dokładne położenie można podać tylko dla punktów kratowych.

Znajdźmy punkty kratowe (czyli leżące na przecięciu krutek) na promieniu padającym i załamanym. Te punkty pozwolą nam odczytać z rysunku tangensy kątów α i β :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{2}{5}$$

Na podstawie boków w zaciętych trójkątach prostokątnych.



Na tej podstawie możemy obliczyć kąty, a następnie ich sinusy:

$$\alpha = 33,7^\circ \rightarrow \sin \alpha = 0,555$$

$$\beta = 21,8^\circ \rightarrow \sin \beta = 0,371$$

Za pomocą klawisza $[\tan^{-1}]$ na kalkulatorze naukowym.

Stąd:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1,5$$

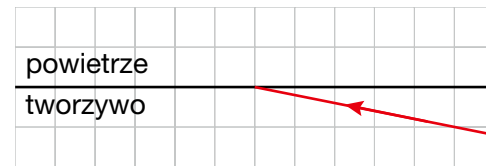
Odpowiedź: Współczynnik załamania dla tego tworzywa wynosi 1,5.

Zadanie analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie. Rysunek przedstawia promień światła (biegnący w tworzywie sztucznym) padający na granicę między tworzywem sztucznym, o którym mówiliśmy w przykładzie, a powietrzem. **Opisz dalszy bieg promienia.**



Zadania powtórzeniowe

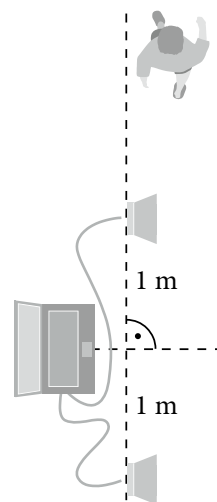
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



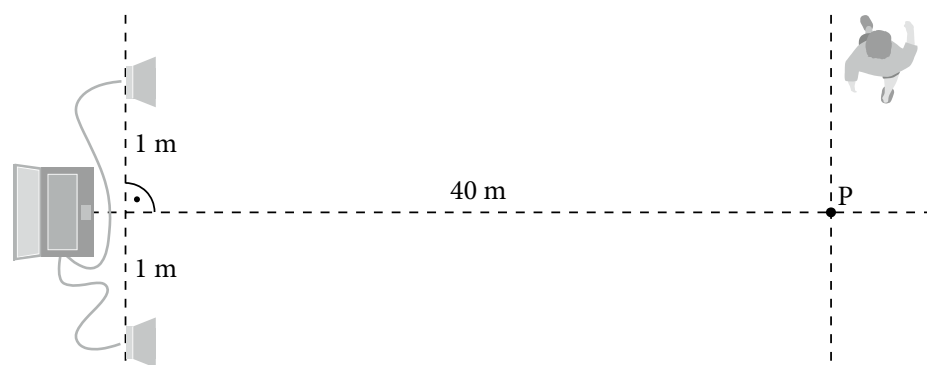
Zadanie 1. Interferencja dźwięku

Dwa głośniki podłączono do jednego generatora napięcia przemiennego, dzięki czemu wytwarzają one harmoniczne fale dźwiękowe o jednakowej częstotliwości i zgodne w fazie. Głośniki znajdują się w odległości 2 m od siebie, cały układ znajduje się na otwartej przestrzeni. Pomijamy odbicia dźwięku od podłoża. Przyjmij, że każdy z głośników wytwarza falę kulistą.

Zadanie 1.1. Eksperymentator szedł wzdłuż linii łączącej głośniki i stwierdził, że dźwięk z głośników jest praktycznie niesłyszalny (w przeciwieństwie do sytuacji, kiedy gra tylko jeden głośnik). Jaka może być długość fali dźwiękowej wytwarzanej przez głośniki? **Podaj największą możliwą wartość oraz dwie kolejne w porządku malejącym.**



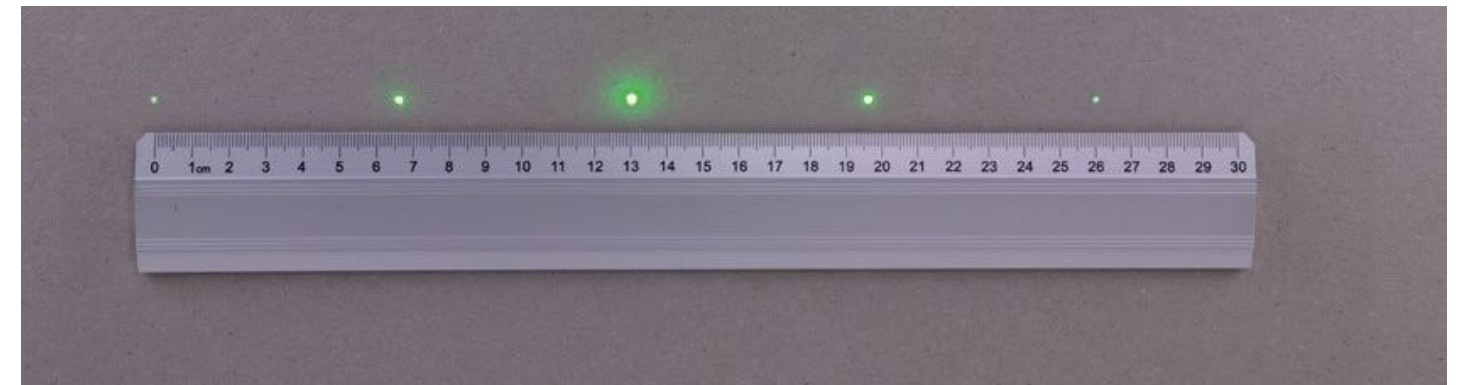
Zadanie 1.2. W drugiej części eksperymentu częstotliwość dźwięku ustawiono na 680 Hz. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Eksperymentator stanął w punkcie P na symetrycznej odcinka łączącego głośniki, a następnie zaczął się od niego oddalać, idąc równoległe do odcinka łączącego głośniki. **Oblicz, jaką drogę przebędzie, zanim trafi na miejsce, gdzie natężenie dźwięku jest minimalne, a jaką – gdy ponownie znajdzie miejsce z maksymalnym natężeniem dźwięku.**



Zadanie 1.3. W trzeciej części eksperymentu stwierdzono, że natężenie dźwięku w punkcie P wynosi $2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. **Oblicz natężenie dźwięku, jakie zmierzmy w tym punkcie, gdy włączymy tylko jeden głośnik.**

Zadanie 2. Siatka dyfrakcyjna

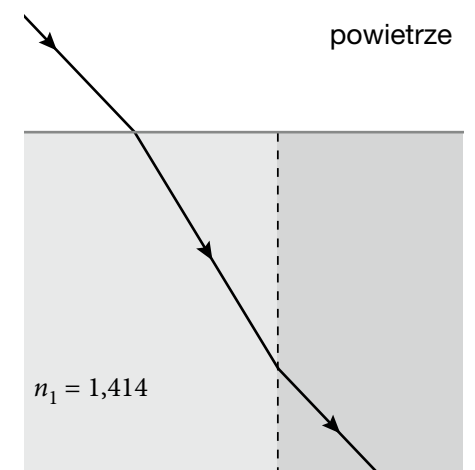
Światło lasera przechodzi przez siatkę dyfrakcyjną o 200 rysach na milimetr. Na ekranie oddalonym o 60 cm pojawiły się prążki interferencyjne. Na zdjęciu są one widoczne razem z linijką, co pozwala odczytać rzeczywiste odległości. Na tej podstawie **wyznacz długość fali światła lasera**, którego użyto w doświadczeniu. **Sprawdź, czy wynik twoich obliczeń zgadza się z barwą widoczną na zdjęciu.**



Zadanie 3. Podwójne załamanie

Światło biegnie w powietrzu i pada pod kątem 45° na powierzchnię bloku szkła o współczynniku załamania wynoszącym 1,414 (patrz rys.).

Zadanie 3.1. Ustal, jaki współczynnik załamania powinien mieć drugi blok szkła (z prawej strony rysunku), aby światło biegło w nim w takim samym kierunku, w jakim biegnie w powietrzu.

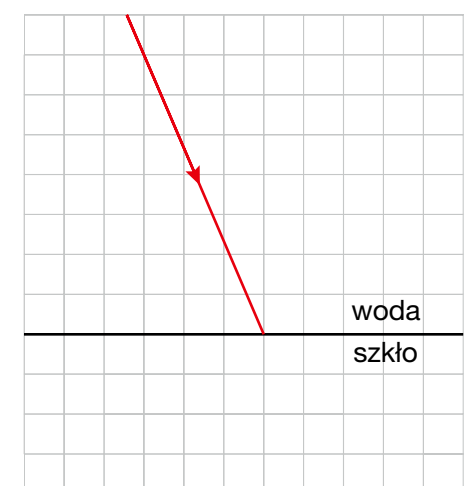


Zadanie 3.2. Załóżmy, że dwa szklane bloki mają współczynniki załamania $n_1 = 1,414$ i $n_2 = 1,601$. **Oblicz kąt graniczny dla światła biegnącego w drugim bloku i padającego na powierzchnię graniczną między blokami.** Wynik podaj z dokładnością do 1° .

Zadanie 4. Załamanie światła

Rysunek przedstawia przejście promienia światła z wody o współczynniku załamania 1,33 do szkła o współczynniku załamania 1,5.

Oblicz kąt załamania. Narysuj przybliżony dalszy bieg promienia – skorzystaj z kratesk.



Tabele

Tabela 1. Wielokrotności i podwielokrotności jednostek

Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik
Z	zetta	10 ²¹	k	kilo	10 ³	μ	mikro	10 ⁻⁶
E	eksa	10 ¹⁸	h	hekto	10 ²	n	nano	10 ⁻⁹
P	peta	10 ¹⁵	da	deka	10 ¹	p	piko	10 ⁻¹²
T	tera	10 ¹²	d	decy	10 ⁻¹	f	femto	10 ⁻¹⁵
G	giga	10 ⁹	c	centy	10 ⁻²	a	atto	10 ⁻¹⁸
M	mega	10 ⁶	m	mili	10 ⁻³	z	zepto	10 ⁻²¹

Tabela 2. Stałe fizyczne

Zero bezwzględne	$T_0 = 0\text{ K} = -273,15^{\circ}\text{C}$
Stała Boltzmanna	$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
Stała Avogadra	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$
Stała gazowa	$R = kN_A = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
Jednostka masy atomowej	$1\text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Prędkość światła	$c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tabela 3. Wybrane częstotliwości dźwięków

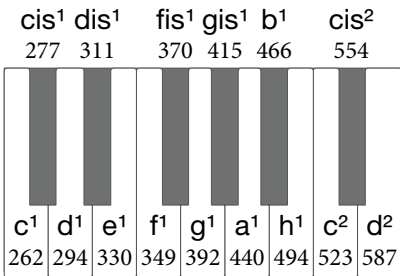


Tabela 4. Temperatura topnienia, ciepło topnienia, temperatura wrzenia, ciepło parowania

Substancja	Temperatura topnienia, °C	Ciepło topnienia, $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$	Temperatura wrzenia, °C	Ciepło parowania w temperaturze wrzenia, $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$
Ołów	327	24,5	1756	871
Rtęć	-39	11,8	357	272
Tlen	-219	13,8	-183	213
Woda	0	334	100	2256
Złoto	1064	64,5	2800	1578

Tabela 5. Prędkość dźwięku w różnych ośrodkach w temperaturze 20°C

Ośrodek	$v_d, \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Ośrodek	$v_d, \frac{\text{m}}{\text{s}}$	Ośrodek	$v_d, \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Guma wulkanizacyjna	54	Hel	1015	Woda w oceanie (zasolenie 3,5%, temp. 25°C)	1535
Sześćciofluorek siarki SF ₆	130	Etanol	1144	Glin	6400
Dwutlenek węgla	268	Wodór	1313	Szkło kwarcowe	5600
Tlen	329	Rtęć	1451	Stal	6000
Powietrze	344	Woda	1482	Diament	18 000

Tabela 6. Ciepło właściwe

Substancja	Ciepło właściwe, $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	Substancja	Ciepło właściwe, $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Gazy*		Bazalt	900
Azot	742	Ciało człowieka	3500
Powietrze	719	Lód	2100
Tlen	658	Miedzionikiel MN25	376
Wodór	10 170	Miedź	385
Ciecze		Mosiądz	380
Benzyna	2100	Stal	460
Olej lniany	1840	Styropian	1200
Woda	4200	Szkło termometryczne	840
Ciała stałe		Złoto	129
Aluminium	903	Żelazo	450

* ciepło właściwe przy stałej objętości (w zamkniętym zbiorniku)

Tabela 7. Współczynnik załamania światła o długości fali 590 nm dla wybranych substancji

Substancja	Współczynnik załamania
Lód	1,31
Woda	1,33
Alkohol etylowy	1,36
Szkło kwarcowe	1,46
Oliwa z oliwek	1,47
Pleksi	1,49
Szkło typu kron	1,50
Chlorek sodu	1,54
Szkło typu flint lekki	1,58
Cyrkonia	2,16
Diament	2,42

Tabela 8. Współczynniki załamania światła w zależności od długości fali dla wody i szkła typu lekki flint

λ, nm	Woda	Szkło flint lekki
400	1,3433	1,603
450	1,3393	1,591
500	1,3363	1,584
550	1,3340	1,577
600	1,3326	1,574
650	1,3311	1,571
700	1,3302	1,569
750	1,3292	1,567

Tabela 9. Momenty bezwładności brył

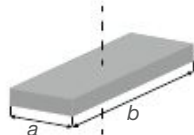
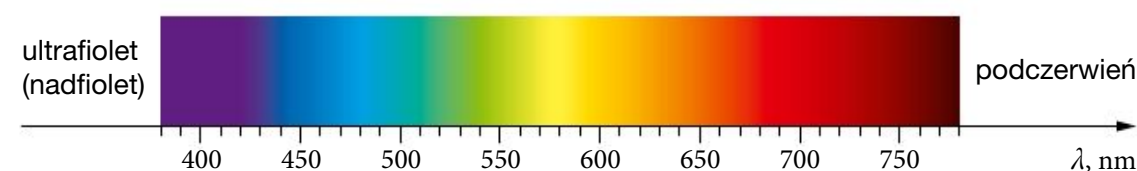
Rodzaj bryły	Oś obrotu	Moment bezwładności	Rysunek
Obręcz lub rura o cienkiej ściance, o promieniu r	oś symetrii prostopadła do podstawy	mr^2	
Sfera o promieniu r	przechodząca przez środek sfery	$\frac{2}{3}mr^2$	
Pełny walec o promieniu r	oś walca	$\frac{1}{2}mr^2$	
Kula o promieniu r	oś symetrii	$\frac{2}{5}mr^2$	
Cienki pręt o długości l	prostopadła do pręta przechodząca przez jego środek	$\frac{1}{12}ml^2$	
Cienki pręt o długości l	prostopadła do pręta przechodząca przez jego koniec	$\frac{1}{3}ml^2$	
Płyta prostokątna o wymiarach $a \times b$	prostopadła do powierzchni płyty i przechodząca przez jej środek	$\frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$	

Tabela 10. Prędkość światła w zależności od częstotliwości fali w różnych ośrodkach

Częstotliwość fali, Hz	Prędkość światła, $\frac{\text{km}}{\text{s}}$		
	w próżni	w powietrzu	w wodzie
$7,5 \cdot 10^{14}$	299 792	299 708	223 176
$5,0 \cdot 10^{14}$	299 792	299 709	224 968
$4,3 \cdot 10^{14}$	299 792	299 710	225 374

Widmo światła widzialnego



Układ okresowy pierwiastków chemicznych

[illegible]

Dla pierwiastków promieniotwórczych, które nie mają stabilnych izotopów, podano masę atomową najtrwalszego izotopu.

Na podstawie: CRC Handbook of Chemistry and Physics 97th Edition, CRC Press 2017, <https://www.nist.gov/pml/atomic-weights-and-isotopic-compositions-relative-atomic-masses>
oraz CKE 2021, Wybrane wzory i stałe fizykochemiczne na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki, marzec 2021 [dostęp: 4.01.2025].

Spis doświadczeń obowiązkowych

Doświadczenia	Numer doświadczenia	Strona
Badanie procesu wyrównywania się temperatury ciał	1	12
Pomiar temperatury podczas przemiany fazowej	3	20
Wykorzystanie bilansu cieplnego	6	33
Demonstracja rozszerzalności cieplnej ciała stałego	8	39
Badanie ruchu ciał o różnych momentach bezwładności	18	161
Demonstrowanie zasady zachowania momentu pędu	19	176
Badanie okresu drgań wahadła sprężynowego	25	217
Badanie okresu drgań wahadła matematycznego	26	226
Wyznaczanie wartości przyspieszenia ziemskiego	27	231
Demonstrowanie zjawiska rezonansu mechanicznego	28	244
Obserwacja rozpraszania światła w ośrodku	40	335
Wyznaczanie współczynnika załamania światła z pomiaru kąta granicznego	41	348
Obserwacja zjawiska dyfrakcji fali na szczelinie	42	355
Obserwacja zjawiska interferencji fal	44	361
Badanie interferencji światła	45	362

Spis dodatków matematycznych

1. Jednostki objętości	388
2. Kula i walec	389
3. Proporcjonalność prosta.....	390
4. Proporcjonalność odwrotna.....	391
5. Iloczyn wektorowy dwóch wektorów	392
6. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	393
7. Funkcje odwrotne do funkcji trygonometrycznych	394
8. Wzory redukcyjne.....	395
9. Przybliżenie $\sin x \approx x$ dla małych kątów w mierze łukowej	396
10. Logarytmy dziesiętne	396

Spis infografik

Temperatury we Wszechświecie	8–9
Sposoby przekazywania ciepła	16
Kryształy	23
Rozszerzalność cieplna ciał stałych	42–43
Pompy ciepła	104–105
Ruch złożony (postępowy i obrotowy) bryły sztywnej	130–131
Dźwignie wokół nas i w nas	146–147
Równowaga bryły sztywnej	156–157
Zasada zachowania momentu pędu	178–179
Zjawiska okresowe w przyrodzie	196
Wykres ruchu harmonicznego a ruch wahadła	232
Rezonans	246
Zakres słyszalności	280
Dźwięk wytwarzany w instrumentach muzycznych	284–285
Widmo fal elektromagnetycznych	292–293
Dźwięki wokół nas	304–305
Efekt Dopplera w przyrodzie i technice	312
Fala uderzeniowa	316–317
Dyfrakcja i interferencja w przyrodzie	364–365
Kolory na bańkach mydlanych	373

**1 Jednostki objętości**

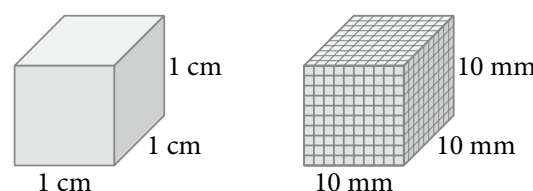
Jednostki objętości w układzie SI pochodzą od jednostek długości:

- 1 mm^3 (milimetr sześcienny) to objętość sześcianu o krawędzi 1 mm ,
- 1 cm^3 (centymetr sześcienny) to objętość sześcianu o krawędzi 1 cm itd.

Zwróć uwagę na zamianę jednostek:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}, \text{ ale } 1 \text{ cm}^3 = (10 \text{ mm})^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

ponieważ sześcian o krawędzi 1 cm można podzielić na 10 warstw po 10 rzędów po 10 sześcianów o krawędzi 1 mm .



$$1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

Podobnie: $1 \text{ m}^3 = 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$.

Decymetr sześcienny to inaczej litr:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$$

Do jednostki litr możemy dołączać zwykłe przedrostki układu SI, np.

$$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$$

Przykład 1. ZAMIANA JEDNOSTEK SZEŚCIENNYCH

W Bałtyku mieści się ok. $22\,000 \text{ km}^3$ wody. Ile to metrów sześciennych?

Rozwiązanie:

$$1 \text{ km}^3 = (1 \text{ km})^3 = (1000 \text{ m})^3 = (10^3 \text{ m})^3 = 10^9 \text{ m}^3$$

ponieważ sześcian o krawędzi 1 km można podzielić na 1000 warstw po 1000 rzędów po 1000 sześcianów o krawędzi 1 m .

Wobec tego:

$$22\,000 \text{ km}^3 = 2,2 \cdot 10^4 \text{ km}^3 = 2,2 \cdot 10^4 \cdot 10^9 \text{ m}^3 = 2,2 \cdot 10^{13} \text{ m}^3$$

Przykład 2. ZAMIANA LITRÓW NA METRY SZEŚCIENNE

Butelka ma pojemność $0,2 \text{ l}$. Ile to metrów sześciennych?

Rozwiązanie:

$$1 \text{ m}^3 = (10 \text{ dm})^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ l}$$

czyli:

$$1 \text{ l} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3 = 0,001 \text{ m}^3$$



Wobec tego:

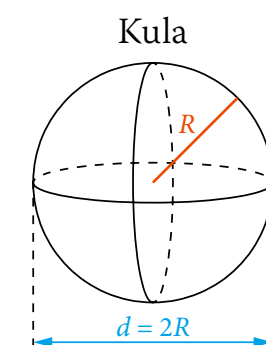
$$0,2 \text{ l} = 0,2 \cdot 0,001 \text{ m}^3 = 0,0002 \text{ m}^3$$

Można także używać notacji wykładniczej:

$$0,2 \text{ l} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ l} = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

2 Kula i walec

Przypominamy podstawowe informacje o tych bryłach i podajemy potrzebne wzory.



R – promień kuli

d – średnica kuli

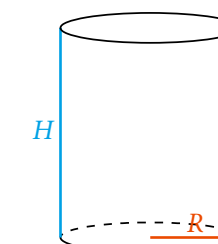
Powierzchnię kuli („kulę pustą w środku”) nazywamy sferą.

Każdy punkt na sferze leży w tej samej odległości od środka – równej promieniowi R .

Objętość kuli: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Pole kuli: $S = 4\pi R^2$.

Walec



R – promień podstawy walca

H – wysokość walca

Walec ma dwie jednakowe podstawy w kształcie kół. Objętość walca:

$$V = P_p H = \pi R^2 H$$

Wzór $V = P_p \cdot H$ (gdzie P_p to pole podstawy) jest dla walca taki sam jak dla graniastoslupa, ale podstawa jest kołem. Zatem pole podstawy to: $P_p = \pi \cdot R^2$.

Przykład PORÓWNANIE OBJĘTOŚCI WALCA I KULI

Porcja plasteliny w pudełku ma kształt walca i wymiary podane na rysunku. Chcemy z całej tej plasteliny ulepić kulę. Jaka będzie jej średnica?



Rozwiązanie:

Plastelina ma kształt walca o promieniu $r = 0,5 \text{ cm}$ (równym połowie średnicy) oraz wysokości $h = 5 \text{ cm}$. Plastelina jest nieściśliwa, zatem jej objętość jest równa objętości kuli o promieniu R , którą chcemy ulepić:

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$





stąd:

$$R^3 = \frac{3}{4}r^2h \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3}{4}r^2h}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$R \approx 1 \text{ cm}$$

W zadaniu pytano o średnicę, więc musimy pomnożyć ten wynik przez 2. Zatem średnica kuli ulepionej z plasteliny wyniesie ok. 2 cm.

3 Proporcjonalność prosta

Dwie wielkości są wprost proporcjonalne (mówimy też krótko: proporcjonalne), jeśli ze **wzrostem** jednej z nich druga **rośnie tyle samo razy**.

Na przykład obwód kwadratu jest proporcjonalny do długości boku, ponieważ kwadrat o k razy większym boku ma k razy większy obwód.

Iloraz wielkości wprost proporcjonalnych jest stały.

Na przykład iloraz obwodu kwadratu i długości jego boku jest stały i równy 4.

Zależność między wielkościami wprost proporcjonalnymi x i y można opisać ogólnym wzorem:

$$y = ax$$

gdzie a jest stałą.

Stąd także widać stałość ilorazu:

$$\frac{y}{x} = \frac{ax}{x} = a = \text{const}$$

Przykład RUCH JEDNOSTAJNY

Samochód jadący ze stałą prędkością przejechał 24,4 km w czasie 16 min. Jaką drogę może przejechać z tą samą prędkością w czasie 32 min?

Rozwiązanie:

W ruchu ze stałą prędkością (czyli w ruchu jednostajnym) przebyta droga jest wprost proporcjonalna do czasu. Wobec tego w 2 razy dłuższym czasie samochód przejedzie 2 razy dłuższą drogę:

$$s_2 = 2 \cdot 24,4 \text{ km} = 48,8 \text{ km}$$

Uwaga. W przypadku ruchu jednostajnego ogólna zależność $y = ax$ przybiera postać:

$$s = vt$$

Stały iloraz drogi i czasu to prędkość:

$$\frac{s}{t} = \frac{vt}{t} = v$$

Przykład można też rozwiązać bez powołania się na proporcjonalność: najpierw obliczyć prędkość, a następnie szukaną drogę, jednak byłoby to bardziej złożone rachunkowo.

s – droga, v – prędkość,
 t – czas



4 Proporcjonalność odwrotna

Dwie wielkości są odwrotnie proporcjonalne, jeśli ze **wzrostem** jednej z nich druga **maleje tyle samo razy**.

Na przykład jeśli stałą objętość wody dzielimy pomiędzy różną liczbę osób, to porcja wody na osobę jest odwrotnie proporcjonalna do liczby osób, ponieważ przy k razy większej liczbie osób każda z nich dostanie k razy mniejszą porcję wody.

Iloczyn wielkości odwrotnie proporcjonalnych jest stały.

Na przykład iloczyn liczby osób i ilości wody na osobę to po prostu łączna ilość wody.

Zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi x i y można opisać ogólnym wzorem:

$$y = \frac{a}{x}$$

gdzie a jest stałą.

Stąd także widać stałość iloczynu:

$$xy = x \cdot \frac{a}{x} = a = \text{const}$$

Przykład

CIŚNIENIE A POWIERZCHNIA

Kłosek postawiony na ścianie o powierzchni 3 cm² wywiera na podłoże ciśnienie 300 Pa. Jakie ciśnienie będzie wywierać ten sam kłosek, gdy postawimy go na większej ścianie, która ma powierzchnię 18 cm²?



Rozwiązanie:

Ciśnienie jest odwrotnie proporcjonalne do powierzchni, na którą działa siła. W naszym wypadku siła ta jest równa ciężarowi klocka, a ciężar nie zależy od tego, na której ścianie go postawimy. Mamy przestawić klocek na ścianę o powierzchni $\frac{18 \text{ cm}^2}{3 \text{ cm}^2} = 6$ razy większej, a więc ciśnienie będzie 6 razy mniejsze:

$$p_2 = \frac{300 \text{ Pa}}{6} = 50 \text{ Pa}$$

Uwaga. W przypadku ciśnienia ogólna zależność $y = \frac{a}{x}$ przybiera postać:

$$p = \frac{F}{S}$$

Stały iloczyn ciśnienia i powierzchni to siła nacisku (w naszym przykładzie równa ciężarowi klocka):

$$S \cdot p = S \cdot \frac{F}{S} = F$$

Przykład można też rozwiązać bez powołania się na proporcjonalność: najpierw obliczyć siłę nacisku, a następnie szukane ciśnienie, jednak byłoby to bardziej złożone rachunkowo (m.in. ze względu na zamianę jednostek).

p – ciśnienie,
 F – siła,
 S – powierzchnia



5 Iloczyn wektorowy dwóch wektorów

Iloczynem wektorowym wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$ jest wektor:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

Wektor $\vec{c}$ jest prostopadły do płaszczyzny, na której leżą wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$ (rys. a), a jego zwrot określa **reguła śruby prawoskrętnej**.

Wyobraźmy sobie, że prostopadle do płaszczyzny, na której leżą wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$, ustawiamy śrubę. Zaczynamy ją obracać tak, aby zgodnie z ruchem śruby wektor $\vec{a}$ obracał się w kierunku wektora $\vec{b}$. Tak obracana śruba będzie się przesuwać w stronę, w którą zwrócony jest wektor $\vec{c}$ (rys. a).

Wartość wektora $\vec{c}$ obliczymy ze wzoru:

$$c = ab \sin \alpha$$

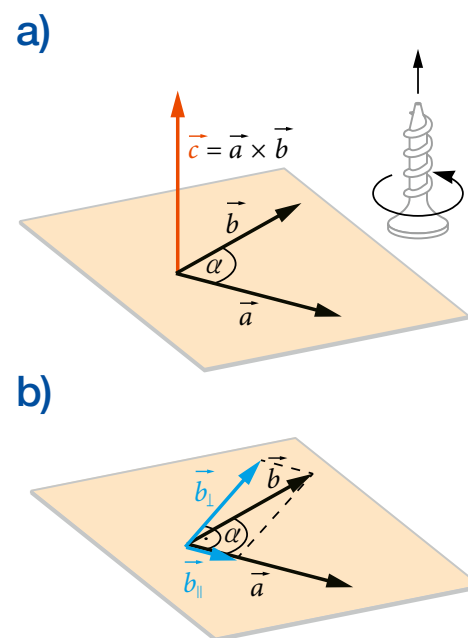
gdzie α – kąt między wektorami $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

Ten wzór można zapisać w postaci:

$$c = a \cdot (b \sin \alpha) = a \cdot b_{\perp}$$

gdzie $b_{\perp}$ to wartość składowej wektora $\vec{b}$ prostopadłej do wektora $\vec{a}$ (rys. b).

Gdy w iloczynie wektorowym zamienimy wektory $\vec{a}$ i $\vec{b}$ miejscami, zwrot iloczynu wektorowego zmieni się na przeciwny. Zachodzi więc zależność: $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$.



► a) iloczyn wektorowy wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$, b) rozkład wektora $\vec{b}$ na składowe (prostopadłą i równoległą do wektora $\vec{a}$)

Przykład

WYZNACZANIE ILOCZYNU WEKTOROWEGO

Gdy zegar wskazywał godzinę 2:00, wzdłuż jego wskazówek poprowadzono wektory: $\vec{a}$ wzdłuż wskazówki godzinowej oraz $\vec{b}$ wzdłuż minutowej. Ich wartości wynoszą $a = 10$ i $b = 12$. Wyznacz iloczyny wektorowe: $\vec{a} \times \vec{b}$ oraz $\vec{b} \times \vec{a}$.

Rozwiązanie:

Narysujmy sytuację przedstawioną w zadaniu.

Z rysunku widać, że kąt między wektorami to $\frac{2}{3}$ kąta prostego, a więc:

$$\alpha = \frac{2}{3} \cdot 90^\circ = 60^\circ$$

Wartość iloczynu wektorowego w obu przypadkach wyniesie:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{b} \times \vec{a}| = ab \sin 60^\circ \approx 10 \cdot 12 \cdot 0,866 \approx 104$$

Oba iloczyny wektorowe są prostopadłe do tarczy zegara, ale ich zwroty są różne:

- wektor $\vec{a} \times \vec{b}$ jest zwrócony w stronę patrzącego na zegar,
- wektor $\vec{b} \times \vec{a}$ jest zwrócony za zegar.



Wartość wektora możemy oznaczać także symbolami wartości bezwzględnej.



6 Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej

- Współrzędne punktu P znajdującego się na okręgu o promieniu R (rys. obok) w I ćwiartce układu współrzędnych można zapisać za pomocą funkcji trygonometrycznych kąta α :

$$\begin{cases} x = R \cos \alpha \\ y = R \sin \alpha \end{cases}$$

Obserwację tę można wykorzystać do zdefiniowania funkcji trygonometrycznych dla dowolnego kąta – także rozwartego, a nawet wklęsłego.

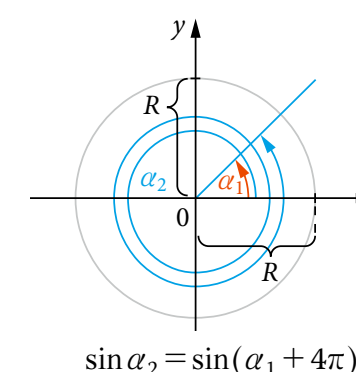
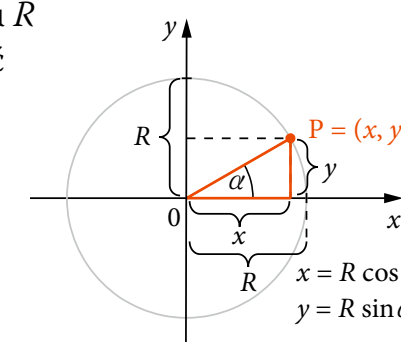
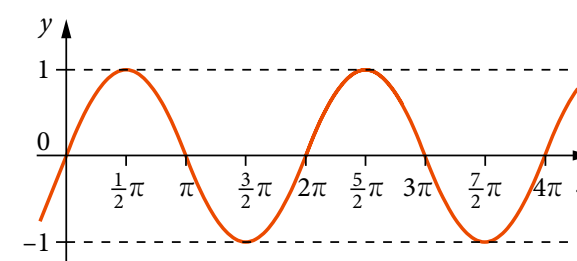
- Funkcje sinus i cosinus można określić dla dowolnej liczby rzeczywistej, którą traktujemy jak miarę kąta wyrażoną w radianach.

Kiedy ramię kąta przechodzące przez punkt P obracamy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (w lewo), kąt α się zwiększa, a gdy zgodnie (w prawo) – kąt się zmniejsza. Kiedy punkt P znajdzie się pod osią x , kąt traktujemy jako ujemny.

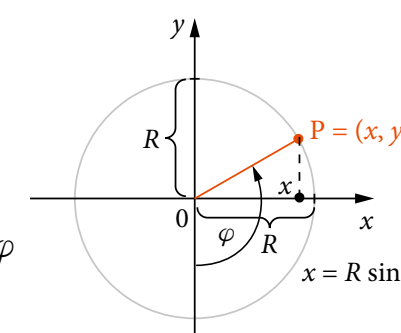
Obrót o kąt ujemny równy $-\beta$ (czyli o kąt β w prawo) jest równoważny obrotowi o kąt $2\pi - \beta$ w lewo.

Jeśli $\alpha > 2\pi$ lub $\alpha < -2\pi$, co odpowiada kątowi większemu niż 360° lub mniejszemu niż -360° , przyjmujemy, że ramię kąta obróciło się o kąt pełny (być może wielokrotnie – tak jak na rys. obok 2 razy) i jeszcze o pewien kąt.

- Wykres tak określonej funkcji sinus jest **sinusoidą** (rys. poniżej). Wykres funkcji cosinus ma taki sam kształt, tylko jest przesunięty o $\frac{1}{2}\pi$ w lewo.



$$\sin \alpha_2 = \sin(\alpha_1 + 4\pi)$$



- Podczas opisu ruchu drgającego często będziemy rysować kąt φ od ujemnej półprostej osi y (rys. obok). Wtedy $x = R \sin \varphi$.

Uwaga.

Na kalkulatorze naukowym do obliczania funkcji trygonometrycznych służą klawisze SIN, COS i TAN. Zwróć uwagę, jaka jednostka miary jest włączona: D albo DEG to stopnie, R albo RAD to radiany, a G lub GRAD to gradusy.

W arkuszach kalkulacyjnych do obliczania funkcji trygonometrycznych służą funkcje SIN(x), COS(x), TAN(x). Dopóki nie przełączymy miary na stopnie, arkusz traktuje podane liczby jako kąty w radianach. Liczbę π możemy zapisać jako PI().



7 Funkcje odwrotne do funkcji trygonometrycznych

W wielu zadaniach nie obliczamy funkcji trygonometrycznych danego kąta, ale odwrotnie: znamy sinus, cosinus lub tangens kąta, a mamy obliczyć jego miarę. Korzystamy wtedy z funkcji odwrotnych do funkcji trygonometrycznych, które nazywamy:

arcus sinus arcus cosinus arcus tangens

i zapisujemy odpowiednio: $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\operatorname{arctg}(x)$.

Po podstawieniu wartości x zwracają one kąt, dla którego dana funkcja tę wartość przyjmuje.

Na przykład:

$$\sin 30^\circ = 0,5, \quad \text{więc} \quad \arcsin 0,5 = 30^\circ$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1, \quad \text{więc} \quad \operatorname{arctg} 1 = 45^\circ$$

Wartości funkcji odwrotnych do funkcji trygonometrycznych możemy obliczać za pomocą kalkulatora naukowego, są one tam oznaczone:

$$\sin^{-1} \quad \cos^{-1} \quad \tan^{-1}$$

Pamiętaj, żeby wybrać właściwą jednostkę kątów (D albo DEG – stopnie, R albo RAD – radiany, G albo GRAD – gradusy).

W arkuszach kalkulacyjnych do tego typu obliczeń służą funkcje $\operatorname{ASIN}(x)$, $\operatorname{ACOS}(x)$, $\operatorname{ATAN}(x)$, przy czym wartość podawana jest w radianach.

Przykład KORZYSTANIE Z ARCSIN

Ogrodnik ciągnął wózek siłą o wartości $F = 200 \text{ N}$. Wykonał pracę równą $W = 4600 \text{ J}$, kiedy przeciągnął wózek na odległość $s = 30 \text{ m}$. Oblicz miarę kąta α między kierunkiem działania siły (niebieska strzałka) i kierunkiem ruchu (czerwona strzałka).



Rozwiązanie:

Wykonana praca jest równa:

$$W = Fs \sin \alpha$$

stąd:

$$\sin \alpha = \frac{W}{Fs} = \frac{4600 \text{ J}}{200 \text{ N} \cdot 30 \text{ m}} \approx 0,767$$

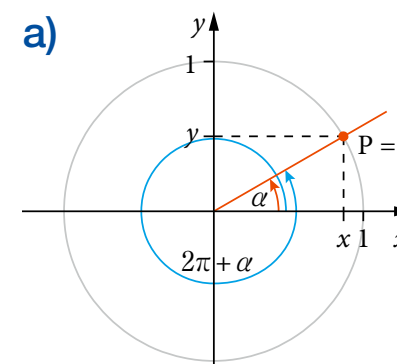
Kąt ma więc miarę:

$$\alpha = \arcsin 0,767 \approx 50^\circ$$



8 Wzory redukcyjne

Kiedy przypomnimy sobie definicje funkcji trygonometrycznych z dodatku matematycznego 6, zauważymy, że wartości tych funkcji zależą tylko od położenia punktu P na okręgu. Tymczasem pełny obrót nie wpływa na położenie punktu P (rys. a). Dlatego wartości funkcji trygonometrycznych powtarzają się co 2π (czyli 360°). Widać to na wykresach, które składają się z powtarzających się fragmentów. Na rysunkach można także znaleźć inne zależności (rys. b i c). **Uwaga.** Dla uproszczenia przyjmujemy, że promień okręgu $R = 1$.

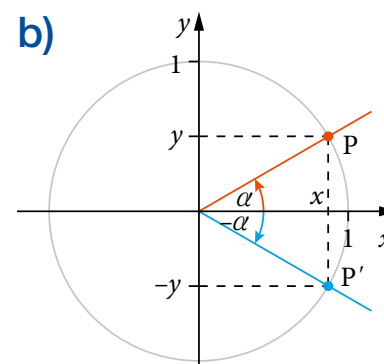


$$\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(360^\circ + \alpha) = \sin \alpha$$

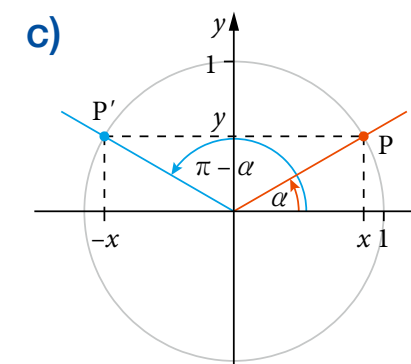
$$\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(360^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$



$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$



$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

Podane tutaj wzory nazywamy **wzorami redukcyjnymi**.

Przykład KORZYSTANIE ZE WZORÓW REDUKCYJNYCH

Wiemy, że $\sin 55^\circ = 0,82$. Oblicz sinus i cosinus kąta:

a) 775° ,

b) 125° .

Rozwiązanie:

Najpierw obliczmy cosinus kąta 55° . Skorzystamy z jedynki trygonometrycznej:

$$\sin^2 55^\circ + \cos^2 55^\circ = 1$$

więc:

$$\cos 55^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 55^\circ} \approx 0,57$$

Teraz przejdźmy do podanych kątów.

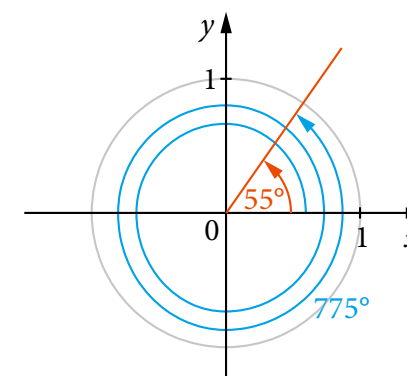
a) 775° to duży kąt, więc mieści się w nim wielokrotność kąta 360° , a konkretnie:

$$775^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 55^\circ$$

Tak więc ten kąt ma takie same funkcje trygonometryczne jak kąt 55° :

$$\sin 775^\circ = \sin 55^\circ = 0,82$$

$$\cos 775^\circ = \cos 55^\circ = 0,57$$



Nie ma rozwiązania ujemnego, ponieważ cosinus kąta ostrego jest dodatni.





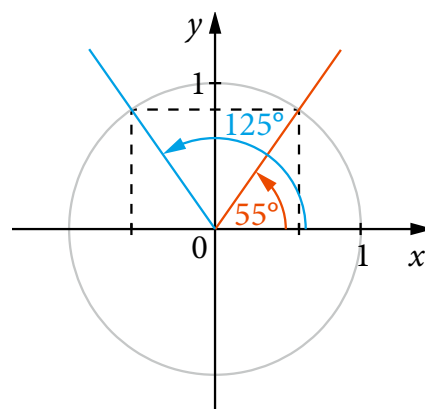
b) 125° to kąt rozwarty, można go więc przedstawić w postaci „ 180° minus kąt ostry”, a konkretnie:

$$125^\circ = 180^\circ - 55^\circ$$

Korzystamy ze wzorów na sinus i cosinus kąta $180^\circ - \alpha$:

$$\sin 125^\circ = \sin (180^\circ - 55^\circ) = \sin 55^\circ = 0,82$$

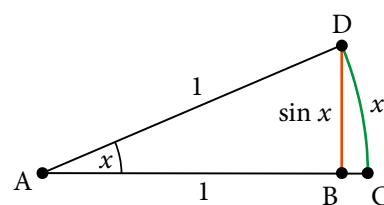
$$\cos 125^\circ = \cos (180^\circ - 55^\circ) = -\cos 55^\circ = -0,57$$



9 Przybliżenie $\sin x \approx x$ dla małych kątów w mierze łukowej

Przeanalizujmy rysunek przedstawiający wycinek koła o promieniu 1 i kącie x .

Przy jednostkowym promieniu miara łukowa kąta x jest liczbowo równa długości łuku CD, natomiast jego sinus – długości odcinka BD. Dla niewielkich kątów różnica między x a $\sin x$ jest bardzo mała. Spójrz na tabelę. W wierszu „błąd względny” podano, o ile procent x (w radianach) różni się od $\sin x$ (tzn. zapisano tam wartość wyrażenia $\frac{x - \sin x}{\sin x} \cdot 100\%$).



x, stopnie	50	20	10	5	3	2	1
x, rad	0,872665	0,349066	0,174533	0,087266	0,05236	0,034907	0,017453
sin x	0,766044	0,34202	0,173648	0,087156	0,052335	0,034899	0,017452
błąd względny przybliżenia w %	14	2	0,5	0,13	0,05	0,02	0,005

10 Logarytmy dziesiętne

Symbol **log x** (czyt. logarytm dziesiętny z x) oznacza wykładnik potęgi, do jakiej trzeba podnieść liczbę 10, aby otrzymać x.

Zapis: $y = \log x$ oznacza, że $10^y = x$

Przykład OBLICZANIE LOGARYTMU

$$\log 100 = 2, \text{ bo } 10^2 = 100$$

$$\log 2 \approx 0,3, \text{ bo } 10^{0,3} \approx 2$$

$$\log 0,0001 = -4, \text{ bo } 10^{-4} = 0,0001 \quad \log \frac{1}{3} \approx -0,48, \text{ bo } 10^{-0,48} = \frac{1}{10^{0,48}} \approx \frac{1}{3}$$

Odpowiedzi i wskazówki do wybranych zadań

7. Wstęp do zjawisk cieplnych

7.1. Częsteczki i temperatura

Zadanie 4. $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 461 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, gdzie m jest masą jednej cząsteczki O_2

Zadanie 5. $T = \frac{mv^2}{3k} = 194 \text{ K} = -79^\circ\text{C}$

7.2. Ciepło

Zadanie 2. $\Delta T = \frac{Q}{mc}$, dla wody ok. $2,4^\circ\text{C}$, dla żelaza ok. $22,2^\circ\text{C}$

Zadanie 3. $Q = 356 \text{ kJ}$

Zadanie 4. $m_w \approx 540 \text{ g}$

Zadanie 6. $\Delta T = \frac{fgs}{2c_{\text{stal}}} = 0,001^\circ\text{C}$ (jak widać, taka zmiana temperatury jest niezauważalna)

Wskazówka. W działaniach na jednostkach możesz zastosować przekształcenie: $\text{J} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}$.

7.3. Przemiany fazowe

Zadanie 1. $Q = 269 \text{ kJ}$

Zadanie 2. $m_l = \frac{m_w c_w \Delta T_w}{L_t} = 50 \text{ g}$

Zadanie 3. $P \approx 3000 \text{ GW}$

Zadanie 4. ok. 3,5 litra

7.4. Bilans ciepły

Jest na to sposób

Zadanie 1. a) 3500 J, b) 56 000 J, c) 3500 J, d) 63 000 J

Zadanie 2. Tak. **Uwaga.** Jeśli twoja odpowiedź brzmi „nie”, to sprawdź, czy nie wynika to z przybliżeń w obliczeniach.

Zadanie 3. 5,6% (Q_1), 89% (Q_2), 5,6% (Q_3)

Zadanie 1. $m_k = \frac{m_w c_w \Delta T_{\text{wody}}}{c_s \Delta T_{\text{klocka}}} = 1,83 \text{ kg}$

Zadanie 2. a) $c = \frac{m_2 \Delta T_2 - m_1 \Delta T_1}{m_3 \Delta T_3} c_w = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$,
gdzie:

$m_1 = 30 \text{ kg}$, $\Delta T_1 = \Delta T_3 = 43,3^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C} = 28,3^\circ\text{C}$,

$m_2 = 20 \text{ kg}$, $\Delta T_2 = 90^\circ\text{C} - 43,3^\circ\text{C} = 46,7^\circ\text{C}$,

$m_3 = 15 \text{ kg}$

Zadanie 3.

$m_w = \frac{m_l c_l \Delta T_1 + m_l L_t + m_l c_w \Delta T_2}{c_w \Delta T_3} = 194 \text{ g}$,

gdzie: ΔT_1 – zmiana temperatury lodu przed

stopieniem, ΔT_2 – zmiana temperatury wody powstałej ze stopienia lodu, ΔT_3 – zmiana temperatury wlanej wody

Zadanie 4. $T = \frac{m_b c_b T_b + m_w c_w T_w}{m_w c_w + m_b c_b} = 25^\circ\text{C}$

Zadanie 5. $T = \frac{m_w c_w T_w - m_l L_t}{(m_l + m_w) c_w} = 40^\circ\text{C}$

Zadanie 6. Stopnieje tylko 1,76 kg lodu.

7.5. Rozszerzalność cieplna

Zadanie 4. b) $\Delta V = 0,13 \text{ l}$

Zadanie 6. a) $\Delta l = 0,65 \text{ mm}$,

b) $\Delta T = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\Delta l}{l} = 617^\circ\text{C}$,

c) $\alpha = \frac{\Delta l}{l \cdot \Delta T} = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$

Zadanie analogiczne

Zadanie. Było 2,5 litra wody, z której wyparowało 0,021 litra, czyli 0,85% wody.

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.1. $m_l = \frac{m_w c_w (T_w - T_k)}{L_t + c_w (T_k - T_l)} = 12 \text{ g}$,

gdzie: $T_k = 8^\circ\text{C}$, $T_w = 15^\circ\text{C}$, $T_l = 0^\circ\text{C}$

Zadanie 1.2. $c_{Al} = \frac{m_w c_w (T_w - T_k)}{m_{Al} (T_k - T_{Al})} = 930 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$,

gdzie: $T_k = 74^\circ\text{C}$, $T_w = 80^\circ\text{C}$, $T_{Al} = 20^\circ\text{C}$

Zadanie 2.1. A–3

Zadanie 2.2. 327°C

Zadanie 2.3. C–2

Zadanie 2.4. $L = 25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Zadanie 2.5. $c_s = 130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

8. Termodynamika

8.1. Badanie przemian gazu

Zadanie 1. $p = \frac{p_{at} V_1}{V_2} = 1333 \text{ hPa}$

Zadanie 2. $T_k = \frac{T_0 V_k}{V_0} = 311 \text{ K} = 38^\circ\text{C}$

Zadanie 3. $T_{\text{max}} = T \left(1 + \frac{\Delta p}{p_{atm}} \right) = 390 \text{ K}$,

$T_{\text{min}} = T \left(1 - \frac{\Delta p}{p_{atm}} \right) = 210 \text{ K}$

Zadanie 4. a) $V' = V \left(1 + \frac{\Delta p}{p_{atm}} \right) = 140 \text{ l}$,

b) $p' = (p_{\text{atm}} + \Delta p) \frac{T'}{T} = 3770 \text{ hPa}$,

(manometr wskaże 2,77 bar)

Zadanie 6. $T_2 = \frac{T_1}{1 - \frac{m}{d_p V}} = 360 \text{ K}$, gdzie $T_1 = 300 \text{ K}$,

$V = 2500 \text{ m}^3$, $d_p = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (gęstość zimnego powietrza), $m = 500 \text{ kg}$ (masa balonu z obciążeniem, ale bez masy powietrza)

8.2. Równanie Clapeyrona

Zadanie 1. $p = \frac{nRT}{V} = 116 \text{ kPa}$

Zadanie 2. $V = \frac{nRT}{p} = 22,4 \text{ dm}^3$,

$a = \sqrt[3]{V} = 28,2 \text{ cm}$

Zadanie 3. $n = \frac{pV}{RT} = 8 \text{ mol}$, $m = \mu n = 224 \text{ g}$

Zadanie 5. $p_2 = \frac{2p_1 T_2}{T_1} = 2130 \text{ hPa}$

Zadanie 6. a) $T = \frac{pV}{nR} \approx 1200 \text{ K}$,

b) $p = \frac{nRT}{V} \approx 4 \text{ MPa}$,

c) $V = \frac{nRT}{p} \approx 40 \text{ dm}^3$

Uwaga. Dokładność odpowiedzi jest ograniczona przez dokładność odczytywania danych z wykresu.

8.3. Przemiany gazu doskonałego

Zadanie 1. a) izochoryczne ochładzanie,

b) $T_A = \frac{T_B V_A}{V_B} = 1068 \text{ K} = 795^\circ\text{C}$,

c) $n = \frac{p_B V_B}{RT_B} = 0,9 \text{ mol}$

Zadanie 2. $\Delta E_w = W - Q = 700 \text{ J}$

Zadanie 3. b) $p_{\text{at}} V = (p_{\text{at}} + dgh) V'$,

stąd $h = \frac{p_{\text{at}}}{dg} \left(\frac{V}{V'} - 1 \right) = 4,4 \text{ m}$,

c) $V' = \frac{p_{\text{at}}}{p_{\text{at}} + dgh} V = 2,5 \text{ cm}^3$

Zadanie 5. c) $n = 0,00036 \text{ mol}$

8.4. Ciepło w przemianach gazowych

Zadanie 1.

a) $Q_V = C_V n |\Delta T| = \frac{5}{2} R \cdot \frac{p_{\text{atm}} V_0}{RT_0} \cdot |\Delta T| = 17 \text{ J}$,

$Q_p = C_p n |\Delta T| = \frac{7}{2} R \cdot \frac{p_{\text{atm}} V_0}{T_0} \cdot |\Delta T| = 24 \text{ J}$,

b) $W = p_{\text{atm}} |\Delta V| = p_{\text{atm}} \frac{V_0}{T_0} (T_0 - T_k) = 7 \text{ J}$

Zadanie 2. a) $n = \frac{p_0 V}{RT_0} = 0,8 \text{ mol}$, b) w butli zachodzi przemiana izochoryczna, $T_k = T_0 \frac{p_k}{p_0} = 330 \text{ K}$,

c) $Q_V = \frac{5}{2} V (p_k - p_0) = 500 \text{ J}$

Zadanie 3. $n = 0,2 \text{ mol}$,

a) $Q = n \cdot \frac{5}{2} R \cdot \Delta T = 16,6 \text{ J}$, b) $W = nR\Delta T = 6,7 \text{ J}$,

c) wzrosła o 9,9 J

Zadanie 4. $Q = C_V n \Delta T = \frac{3}{2} R \cdot \frac{pV}{RT} \cdot \Delta T = 106 \text{ J}$

Zadanie 5. $\Delta V = \frac{2Q}{5p} = 2 \text{ dm}^3$

Zadanie 6. a) dla każdej z przemian ΔE jest taka sama,

b) $Q_{CD} < Q_{BD} < Q_{AD}$, c) gaz wykonywał pracę

$A \rightarrow D$, praca nad gazem $C \rightarrow D$, d) W_{CD}

8.5. Praca a wykresy przemian gazowych

Jest na to sposób

Zadanie 1. $W_{AD} = p \Delta V = 3000 \text{ J}$, $W_{DC} = 0 \text{ J}$

Zadanie 2. $Q_{AD} = \frac{7}{2} nR (4T_A - T_A) = 10,5 \text{ kJ}$,

$Q_{DC} = \frac{5}{2} nR (16T_A - 4T_A) = 30 \text{ kJ}$

Zadanie 1. $W = p \Delta V = 4 \text{ MJ}$,

$Q = \frac{7}{2} p (V_B - V_A) = 14 \text{ MJ}$, $\Delta E_w = +10 \text{ MJ}$

Zadanie 2. Siły zewnętrzne wykonują pracę nad gazem: $W = p |\Delta V| = 3 \text{ MJ}$.

Zadanie 3. $W_{AB} = 120 \text{ J}$, $W_{BC} = 0 \text{ J}$, $W_{CA} = 75 \text{ J}$

Zadanie 4. $Q = nC_V |\Delta T| = \frac{3}{2} V (p_1 - p_2) = 150 \text{ J}$

Zadanie 5. Różnica w rozwiązaniu polega na braku możliwości obliczenia wartości temperatur.

$T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$; $T_B = 4T_A$, $T_C = 4T_B = 16T_A$,

$Q_{AB} = nC_V \Delta T_{AB} = n \cdot \frac{5}{2} R \cdot \frac{3p_A V_A}{nR} = 7,5 \text{ kJ}$,

$Q_{BC} = nC_p \Delta T_{BC} = n \cdot \frac{7}{2} R \cdot \frac{12p_A V_A}{nR} = 42 \text{ kJ}$

8.6. Silniki ciepne

Zadanie 1. $Q_p = 100 \text{ kg} \cdot 26 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 2600 \text{ MJ}$,

$E = 40 \text{ kWh} = 40 \cdot 3,6 \text{ MJ} = 144 \text{ MJ}$, sprawność:

$\eta = \frac{E}{Q_p} \approx 0,055 = 5,5\%$

Zadanie 2. $W = \frac{1}{2} (V_C - V_A) (p_B - p_A) = 3600 \text{ J}$,

w przemianie $B \rightarrow C$ gaz oddaje ciepło

$Q_{BC} = \frac{3}{2} (p_B - p_C) V_B = 14\,400 \text{ J}$,

w przemianie $C \rightarrow A$ gaz oddaje ciepło

$Q_{CA} = \frac{5}{2} (V_C - V_A) p_A = 6000 \text{ J}$, w przemianie $A \rightarrow B$

gaz wykonuje pracę $W_{AB} = 6000 \text{ J}$, pobiera ciepło

$Q_{AB} = Q_{BC} + Q_{CA} + W = 24\,000 \text{ J}$,

stąd $\eta = \frac{W}{Q_{AB}} = 15\%$

Zadanie 3. $Q_{\text{pob}} = C_V n \Delta T_{BC} = \frac{5}{2} \Delta p_{BC} V_B = 325 \text{ J}$,

$Q_{\text{odd}} = C_V n \Delta T_{DA} = \frac{5}{2} \Delta p_{DA} V_D = 160 \text{ J}$,

$\eta = \frac{W}{Q_{\text{pob}}} = \frac{Q_{\text{pob}} - Q_{\text{odd}}}{Q_{\text{pob}}} = 0,51$

Zadanie 4. $\eta = \frac{W}{Q} = 0,26 = 26\%$

Zadanie 5. W czasie przemiany $A \rightarrow B$ gaz wykonuje pracę: $W_{AB} = 120 \text{ kJ}$ i jednocześnie pobiera ciepło:

$Q_{AB} = \frac{7}{2} nR \left(\frac{p_B V_B}{nR} - \frac{p_A V_A}{nR} \right) = 420 \text{ kJ}$. W czasie

przemiany $C \rightarrow A$ siły zewnętrzne wykonują pracę nad gazem. Można ją oszacować jako pole pod wykresem $W_{CA} \approx 60 \text{ kJ}$.

Sprawność: $\eta = \frac{W_{AB} - W_{CA}}{Q_{AB}} = 0,14 = 14\%$.

8.7. Pompy ciepła

Zadanie 1. wzrośnie

Zadanie 2. $c = 1,2 \frac{\text{zł}}{\text{kWh}} \cdot 10,8 \text{ kWh} = 12,96 \text{ zł}$

Wskazówka. Różnica w zużyciu energii będzie sumą energii zużytej do zasilenia żarówki oraz energii zużytej do zasilenia kompresora, który wypompuje ciepło dostarczone przez świecącą żarówkę.

Zadanie 3. dla $t = 1 \text{ h}$: $COP_C = \frac{Q_C}{W} = 4$

Zadanie 5. Z wykresu odczytujemy współczynnik $COP_H = 9$. a) $P = 0,89 \text{ kW}$, b) Zaoszczędzona kwota: $c = 50 \frac{\text{gr}}{\text{kWh}} \cdot 1280 \text{ kWh} = 640 \text{ zł}$.

8.8. Druga zasada termodynamiki

Zadanie 2. b) ok. $0,007^\circ\text{C}$

Zadania analogiczne

Zadanie 1. a) gaz pobierał ciepło w dwóch przemianach, a oddawał w innych dwóch,

b) gaz wykonywał pracę w dwóch przemianach, a nad gazem wykonano pracę w jednej,

c) **Wskazówka.** Energia wewnętrzna gazu zależy tylko od jego temperatury.

Zadanie 2. zmniejszyła się o ok. $2,5 \text{ kJ}$

Zadanie 3. $Q_o = -\frac{7}{5} \Delta E_w = 350 \text{ kJ}$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.1. $COP_H = \frac{Q_H}{W} = \frac{P_H t}{P_A t}$, czyli:

$P_A = \frac{P_H}{COP_H} \approx 2,36 \text{ kW}$

Zadanie 1.2. $P_{\text{odb}} = P_H - P_A \approx 5,44 \text{ kW}$

Zadanie 1.3. Pompa w domu B ma większy współczynnik efektywności grzania:

$COP_H = \frac{P_H}{P_B} = 4,3$. Może to wynikać

z innej konstrukcji urządzenia, lepszego kontaktu termicznego.

Zadanie 2.1. III-2

Zadanie 2.2. $W_{AB} = 140 \text{ J}$, $W_{BC} = 0 \text{ J}$

Zadanie 2.3.

$Q_{AB} = \frac{7}{2} (p_B V_B - p_A V_A) = 490 \text{ J}$ (pobiera ciepło),

$Q_{BC} = \frac{5}{2} (p_B V_B - p_C V_C) = 300 \text{ J}$ (oddaje ciepło)

Zadanie 2.4. $\Delta E_{AB} = -W_{AB} + Q_{AB} = 350 \text{ kJ}$,

$\Delta E_{BC} = W_{BC} - Q_{BC} = -300 \text{ kJ}$

Zadanie 3. $\eta = \frac{Q_{AB} - Q_{CA}}{Q_{AB}} \approx 0,51 = 51\%$

Zadanie 4. Znasz już masę 1 mola gazu.

A jak obliczyć jego objętość? $\mu = 0,044 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$, $d = \frac{m}{V} = 1,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Zadanie 5.1. $m_0 = \frac{p_0 V \mu}{RT} \approx 3,37 \text{ kg}$,

$m_k = \frac{p_k V \mu}{RT} \approx 0,91 \text{ kg}$

Zadanie 5.2. $p_2 = p_k \frac{T_2}{T} = 55,1 \text{ atm}$

Zadanie 5.3. $p = dgh + p_{\text{atm}} \approx 3100 \text{ hPa} \approx 3 \text{ atm}$

Zadanie 6. $x = \frac{p_0}{d_w g} \approx 10,2 \text{ m}$, gdzie x to końcowa

wysokość słupa powietrza, p_0 jest ciśnieniem atmosferycznym, a d_w gęstością wody, piłeczka wsunie się o $13 \text{ m} - 10,2 \text{ m} = 2,8 \text{ m}$.

9. Bryła sztywna

9.1. Ruch bryły sztywnej

Zadanie 1. ok. 2140 km od środka Plutona (co stanowi $1,8$ promienia planety karłowatej)

Zadanie 2. a) $\omega = 3,46 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, b) $v = 52 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ dla punktu na krawędzi

Zadanie 3. $\omega_{\text{min}} = 22 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_{\text{max}} = 60 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$,

$\varepsilon_{\text{sr}} = 0,008 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Zadanie 5. a) **Wskazówka.** Brak poślizgu oznacza, że punkt na dole walca nie porusza się względem podłoża. W układzie odniesienia osi walca jego prędkość musi być taka sama jak prędkość podłoża.

b) $T = \frac{\pi d}{v} = 0,53 \text{ s}$, gdzie d jest średnicą koła

9.2. Siły powodujące ruch obrotowy

Zadanie 2. $r_W = \frac{r_p m_p}{m_W} \approx 88 \text{ cm}$

Zadanie 3. $m_{ob} = 2,9 \text{ g}$

Zadanie 5. **Wskazówka.** Pamiętaj, że oprócz siły, którą ty ciągniesz szpulkę, działa na nią jeszcze siła tarcia.

9.3. Moment siły – przypadek ogólny

Zadanie 1. b) $F = \frac{M}{r \sin 90^\circ} = 367 \text{ N}$

Zadanie 2. $M_c = l F \sin \alpha = 4,3 \cdot 10^7 \text{ Nm}$, gdzie l jest długością okrętu; siła zwrócona pionowo w dół

Zadanie 3. **Wskazówka.** Narysuj wektory sił, którymi krzesła i torba działają na kij.

Zadanie 4. **Wskazówka.** Rozważ momenty sił działających na kij względem punktu oparcia kija o krzesło. Jakie siły musisz wziąć pod uwagę?

Zadanie 5. $F = \frac{mg_f b}{(a+b) \sin \alpha} = 6 \text{ N}$, gdzie α jest kątem między siłą a jej promieniem wodzącym.

Wskazówka. Zastanów się, ile wynosi kąt α . To nie jest kąt β dany w zadaniu! W rozwiązaniu pomoże ci wykonanie rysunku przedstawiającego sytuację pionowo z góry. Rysunek w książce jest wykonany w perspektywie, a ona może zniekształcać kąty.

9.4. Siła ciężkości działająca na bryłę

Jest na to sposób

Zadanie 1. Tak

Zadanie 2. chłopak: 15 N w górę, krzesło: 5 N w górę

Zadanie 3. 820 N w dół

Zadanie 2. $\tan \alpha = 2,5$, więc $\alpha = 68^\circ$

Zadanie 4. **Wskazówka.** Przypomnij sobie (albo rozwiąż teraz) zadanie 4 ze s. 151.

Zadanie 5. wzrosła o 7,8 J

Zadanie 7. **Wskazówka.** W punkcie a) wystarczy rozważyć siły (a nie ich momenty).

a) $v = \sqrt{g_f r} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

b) $\tan \alpha = \frac{v^2}{gr} = 0,85$, więc $\alpha = 40,5^\circ$

9.5. Energia kinetyczna w ruchu obrotowym

Zadanie 2. $v = \sqrt{\frac{10}{7} gh} = 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 3. $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 4. 2,5 razy. **Wskazówka.** Skorzystaj ze wzoru wyprowadzonego w poprzednim zadaniu.

Zadanie 5. $\frac{E_{ko}}{E_{kp}} = 0,02$

Zadanie 6. $\frac{h}{d} \geq \frac{27}{20}$

9.6. Zasady dynamiki w ruchu obrotowym

Jest na to sposób

Zadanie 1. Iloczyn ma równy jest sile wypadkowej, która w przykładzie została oznaczona symbolem F_w , natomiast symbol F oznacza tu inną siłę (siłę naciągu).

Zadanie 2. $F = m_w g - m_w a = 65 \text{ N}$

Zadanie 3. $v = \sqrt{\frac{2m_w g s}{m_w + \frac{m_b}{2}}} = \sqrt{\frac{2gs}{1 + \frac{m_b}{2m_w}}}$,

a ponieważ ruch zaczyna się od zerowej prędkości, $a = \frac{v^2}{2s}$.

Zadanie 1. $t = \frac{2\pi f I}{M} = 25 \text{ s}$, gdzie M jest momentem siły, a f – częstotliwość obrotu

Uwaga. Promień koła jest zbędny, skoro podano jego moment bezwładności.

Zadanie 2. a) $\varepsilon = \frac{3g}{2l} = 61 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Zadanie 3. $a = \frac{mg}{m + \frac{\pi d R^4 h}{r^2}} = 0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

gdzie $m = 30 \text{ g}$,

$d = 0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $R = 5 \text{ cm}$, $r = 1 \text{ cm}$,
 $h = 2 \text{ cm}$

Zadanie 4. **Wskazówka.** Przeanalizuj swoje rozwiązanie zadania 3. Co się w nim zmieni?

Zadanie 5. **Wskazówka.** Zastanów się najpierw, czy dowolne dwa pełne walce stoczą się z równi w tym samym czasie. A dowolne dwa puste walce?

9.7. Moment pędu

Zadanie 2. a) winylowa 5,6 razy, b) CD 1,8 raza

Uwaga. Podobnie jest w ruchu postępowym – energia kinetyczna rośnie z prędkością szybciej niż pęd.

Zadanie 3. $I = \frac{mr^2 \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = 60 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Zadanie 4. $f = \frac{I_n}{I_n + I_p} f_n = 0,72 \frac{1}{\text{s}}$,

gdzie $I_p = \frac{1}{2} \pi r^4 h d = 176 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$

Zadanie 5. Można po prostu obliczyć obie te energie: $E_1 = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = 109 \text{ J}$, $E_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = 145 \text{ J}$. Sprytniej jest przekształcić wzory na energię z zasady zachowania momentu pędu, aby łatwo można było porównać E_1 i E_2 . A skąd się bierze dodatkowa energia? Jeśli nie wiesz, spróbuj samodzielnie wykonać takie doświadczenie.

Zadanie analogiczne

Zadanie. $a = \frac{5}{7} g \sin \alpha = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1. z lewej strony:

$F_1 = \frac{2}{3} mg + \frac{1}{2} Mg = 1000 \text{ N}$, z prawej strony:

$F_2 = \frac{1}{3} mg + \frac{1}{2} Mg = 750 \text{ N}$, gdzie m jest masą

człowieka, a M – masą szyny

Zadanie 2. $v = \sqrt{\frac{dgr}{2h}} = 20,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 73 \frac{\text{km}}{\text{h}}$,

gdzie d jest szerokością samochodu, a h wysokością środka masy

Zadanie 3. $a = \frac{mgR_1^2}{mR_1^2 + \frac{1}{2} M_1 R_1^2 + \frac{1}{2} M_2 R_2^2} = 0,23 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 4. $f \geq \frac{1}{3} \tan 10^\circ = 0,06$.

Wskazówka. Możesz skorzystać z części rozwiązania przykładu w „Sposobie na zadanie”.

Zadanie 5.1. b)

$x, \text{ m}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$r_2, \text{ m}$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$v, \frac{\text{m}}{\text{s}}$	4,00	4,23	4,46	4,67	4,82	4,86

Wskazówka. Wykres **nie jest** linią prostą.

Zadanie 5.2. $W = \Delta E = 64,2 \text{ J}$. **Wskazówka.** Zamiast korzystać ze wzoru $W = Fs$, znacznie łatwiej obliczyć, o ile zwiększyła się energia kinetyczna ruchu obrotowego zawodnika wraz z kulą.

Dział 10. Ruch drgający

10.1. Badanie ruchu drgającego

Zadanie 1. $A = 3 \text{ cm}$

Zadanie 2. $t = 16 \text{ s}$, $f = \frac{1}{T} = 0,0625 \text{ Hz}$

Zadanie 3. b) $n = 60$

Zadanie 4. ostatnia z czterech takich chwil: 12:00:21

Zadanie 5. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{3}{2} = 1,5$, $\frac{f_1}{f_2} = \frac{T_2}{T_1} = 0,625$

10.2. Prawo Hooke’a

Zadanie 1. $x = 29,5 \text{ cm}$

Zadanie 2. $F = k \Delta x = 1 \text{ N}$

Zadanie 3. $k = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Zadanie 4. $k = \frac{(m_2 - m_1)g}{\Delta x} = 28 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Zadanie 5. a) $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$, b) $k = k_1 + k_2$

10.3. Drgania harmoniczne

Zadanie 1. a) $v_{\max} = A\omega = 2\pi A f = 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

b) $F_{\max} = ma_{\max} = mA\omega^2 = 4\pi^2 m A f^2 = 44,4 \text{ N}$

Zadanie 2. $a = -x(2\pi f)^2 \approx -0,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

10.4. Wahadło sprężynowe

Zadanie 1. $m = \frac{kT^2}{4\pi^2} = 0,19 \text{ kg}$,

$v_{\max} = A\omega = A \frac{2\pi}{T} = 0,38 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$a_{\max} = A\omega^2 = A \frac{4\pi^2}{T^2} = 4,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 2. $T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta x}{g}} \approx 0,14 \text{ s}$

Zadanie 4. $\Delta x' = \frac{\Delta x}{6} = 0,5 \text{ cm}$, okres drgań ciężarka nie uległby zmianie

Zadanie 5. a) $k = \frac{m_1 g}{\Delta x_1} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$,

b) $l = 10 \text{ cm} + \frac{m_2}{m_1} \Delta x_1 = 11 \text{ cm}$,

c) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 0,2 \text{ s}$,

d) $v = A\omega = A \frac{2\pi}{T} = 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

e) $a = A\omega^2 = A \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = 19,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

10.5. Wahadło matematyczne

Zadanie 1. a) $l = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = 0,994 \text{ m} = 994 \text{ mm}$, b) 0,6%

Zadanie 2. $T_M = T_Z \sqrt{\frac{g_Z}{g_M}} = 4,9 \text{ s}$

Zadanie 3.

$v_{\max} = A\omega = A \cdot \frac{2\pi}{T} = 0,0419 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4,19 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$,
przyspieszenie dośrodkowe:

$a = \frac{v_{\max}^2}{l} = 0,00078 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,78 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$

Zadanie 4. Okres drgań wahadła wzrośnie.

Zadanie 6. **Wskazówka.** Długość wahadła mierzymy od punktu, w którym nitka zgina się podczas ruchu, do środka masy zawieszonego ciała.

Zadanie 7. $F_N = mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_{\max})$

Wskazówka. To jest dokładny wzór (bez traktowania ruchu wahadła jako harmonicznego). Prędkość chwilową kulki wahadła możesz wyznaczyć podobnie, jak w sposobie I w przykładzie do tej lekcji (s. 234). Jeśli natomiast skorzystasz ze wzorów dotyczących ruchu harmonicznego, otrzymasz zupełnie inny wzór, ale dający zbliżoną wartość liczbową.

10.6. Energia w ruchu harmonicznym

Zadanie 1. a) $W = 0,2 \text{ J}$

Zadanie 2. a) $E_{\text{pmax}} = E_c = \frac{1}{2} kA^2 = 8 \text{ mJ}$,

b) $E_{\text{kmax}} = E_c = E_{\text{pmax}} = 8 \text{ mJ}$,

$v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{\text{kmax}}}{m}} = 0,18 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 18 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Zadanie 3. $t = \frac{1}{8} T = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{l}{g}} \approx 0,19 \text{ s}$

Zadanie 4. $\Delta E = 4E - E = 3E = 60 \text{ J}$

Zadanie 5. a) $v = \sqrt{2gh} \approx 1,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, b) $v = A\omega \approx 1,57 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 6.
 $E_{\text{kmax}} = \frac{kA^2}{2} = 750 \text{ J}$, $v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{\text{kmax}}}{m}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

10.7. Rezonans

Zadanie 2. $n = tf = 3600$

Zadanie 3. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 2,25 \text{ Hz}$

Zadania analogiczne

Zadanie 1. $v_{\max} = A \cdot \frac{2\pi}{T} \approx 0,63 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$a_{\max} = A \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \approx 7,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 2. $l = \Delta x = 20 \text{ cm}$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.2. C

Zadanie 1.3. $k = \frac{4\pi^2 F_{\text{sr}}}{gT^2} = 250 \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Zadanie 2. D

Zadanie 3.3. $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{dgS}{m}} = 1,8 \text{ Hz}$

Zadanie 4.1. **Wskazówka.** Po jakim czasie od chwili $t = 0$ wahadło osiągnęło maksymalne położenie?

Zadanie 4.2. $t = 3,5 \text{ s}$; $4,5 \text{ s}$; $7,5 \text{ s}$; $8,5 \text{ s}$.

Wskazówka. Warto najpierw wypisać kilka kolejnych chwil, w których wahadło przechodziło przez położenie równowagi.

Zadanie 4.3. długość wahadła $l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = 15,9 \text{ m}$, stąd

$\sin \alpha = \frac{x}{l} = \frac{1 \text{ cm}}{1590 \text{ cm}}$, $\alpha = 0,036^\circ$

Zadanie 4.4. Dla $t = 3 \text{ s}$ zachodzi zależność

$x(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3}{8} T\right)$, stąd $A = \sqrt{2} \text{ cm} \approx 1,41 \text{ cm}$

Zadanie 4.5. $F_{\text{wyp}} = \frac{mv_{\max}^2}{l} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ N}$, gdzie

$v_{\max} = A \frac{2\pi}{T} \approx 0,0111 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Dział 11. Fale

11.1. Fale mechaniczne

Zadanie 3. $t = \frac{s}{c} = 500 \text{ s} = 8,3 \text{ min}$

11.2. Wielkości opisujące falę

Jest na to sposób

Zadanie 1. Na głębszej: $v_1 = \lambda_1 f = 30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Na płytszej: $v_2 = \lambda_2 f = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Zadanie 2. $\frac{\lambda_w}{\lambda_p} = \frac{v_w}{v_p} = \frac{1482 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,3$

Zadanie 3. W ośrodku II jest 3 razy większa niż w ośrodku I.

Zadanie 1. $v = \frac{\lambda}{T} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 2. $A = 40 \text{ cm}$, $T = 40 \text{ s}$, $f = \frac{1}{T} = 0,025 \text{ Hz}$

Zadanie 4. $t = 0,15 \text{ s}$

11.3. Fale dźwiękowe

Zadanie 1. $\lambda = \frac{v}{f} = 1,6 \text{ mm}$

Zadanie 2. w powietrzu 13 cm , w wodzie 55 cm

Zadanie 4. $f = \frac{1}{T} = 16 \text{ kHz}$, na granicy słyszalności

11.4. Fale elektromagnetyczne

Zadanie 2. $\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}} = 2,78 \text{ m}$,

$\lambda_{\max} = \frac{c}{f_{\min}} = 3,41 \text{ m}$

Zadanie 3. $f = \frac{c}{\lambda} = 7,9 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

11.5. Rozchodzenie się fal

Zadanie 1. $A \sim \frac{1}{x}$. **Wskazówka.** Weź pod uwagę związek każdej z tych wielkości z natężeniem fali.

Zadanie 2. a) $E = 1800 \text{ J}$, b) $P_{\text{ak}} = 0,6 \text{ W}$,

c) $I = 12 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$

Zadanie 3. a) $P = 4\pi r_1^2 I_{20} = 0,5 \text{ mW}$,

b) $I_{30} = 0,44 \cdot 10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 44 \frac{\text{nW}}{\text{m}^2}$

Zadanie 4. $r = l \cdot \text{tg} \frac{\varphi}{2}$, gdzie r jest promieniem

oświetlonego koła, a l jest odległością od reflektora do

oświetlonego obszaru, natężenie światła:

$I = \frac{P}{\pi r^2} = \frac{P}{\pi l^2 \cdot \text{tg}^2 \frac{\varphi}{2}} = 1,23 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Zadanie 5. $t = \frac{c_w h d \Delta T}{I} = 21 \text{ s}$

Zadanie 6. **Wskazówka.** Przeanalizuj wyprowadzenie zależności natężenia fali od odległości od źródła.

11.6. Jak człowiek odbiera bodźce słuchowe – temat dodatkowy

Zadanie 1. $P_{\text{el}} = \frac{P}{\eta} = \frac{4\pi r^2 I_0 \cdot 10^{-10}}{\eta} = 57 \text{ W}$

Zadanie 2. $10\,000$

Zadanie 3. Pięć odkurzaczy wytwarza hałas 77 dB .

Zadanie 4. szept 10^{-14} J , młot 10^{-5} J

Zadanie 5. a) $T = -10^\circ\text{C}$, b) Zagra melodię w nieco innej tonacji.

Zadanie 6. a) $n = 4$

11.7. Efekt Dopplera

Zadanie 1. a) $f_z = 878 \text{ Hz}$, b) $f_o = 722 \text{ Hz}$

Zadanie 2. $v_{\text{zr}} = 74 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 3. $v = \left(\frac{\lambda_f}{\lambda_{\text{gr}}} - 1\right)c = 0,053c = 16\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Zadanie 4. a) $f' \approx 120,4 \text{ kHz}$, b) $v_{\text{zr}} \approx 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 22 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 5. $f = 24\,000\,005,3 \text{ Hz}$

Zadanie 6. $v = 124 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadania analogiczne

Zadanie 1. pole pod wykresem jest trapezem:

$s = \frac{18 \text{ s} + 10 \text{ s}}{2} \cdot 5,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72,8 \text{ m}$

Zadanie 2. a) $|v| = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, b) rozpędzanie

$|a_1| = 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, hamowanie $|a_2| = 3,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1. $\Delta t = 0,45 \text{ s}$. **Wskazówka.** Najpierw oblicz, po jakim czasie grzbiet fali przesunie się z A do B, a potem – ile jeszcze czasu trzeba, aby grzbiet zmienił się w dolinę.

Zadanie 2.1. $v_{\text{zabawki}} = 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, $v_{\text{fali}} = 8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Zadanie 2.2. $\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{1}{3}$

Zadanie 2.4. $f_A = \frac{v_{\text{fali}}}{\lambda_A} = 4 \text{ Hz}$, $f_B = \frac{v_{\text{fali}}}{\lambda_B} = 1,33 \text{ Hz}$

Zadanie 3.1. A

Zadanie 3.2. $P = \frac{2\pi r^2 I}{0,4} = 12 \text{ W}$

Dział 12. Zjawiska falowe

12.1. Odbicie i rozproszenie fali

Zadanie 1. a) $s = \frac{v_d t}{2} \approx 130 \text{ m}$,

b) $s = \frac{v_d t}{2} \approx 140 \text{ m}$

Zadanie 3. b) **Wskazówka.** Światło odbijające się od przedmiotu rozbiega się we wszystkie strony.

Zadanie 4. **Wskazówka.** Skąd się bierze różnica między obserwacjami z Księżyca i z Ziemi?

Zadanie 6. a) $x_a = \frac{h}{\sin 61,5^\circ} \approx 11 \text{ km}$.

Wskazówka. Tego dnia Słońce góruje (świeci pionowo z góry) nad zwrotnikiem Raka. Odpowiedź podajemy dla szerokości geograficznej Warszawy 52°N .

b) $x_b \approx 357 \text{ km}$. **Wskazówka.** Skorzystaj z twierdzenia Pitagorasa.

12.2. Załamanie fali

Zadanie 2. $\sin \beta = \frac{v_w}{v_p} \sin \alpha$, $\beta = 48^\circ$

Zadanie 3. a) $\sin \beta_a = \frac{n_w}{n_{sz}} \sin \alpha$, $\beta_a = 17,7^\circ$,

b) $\beta_b = 22,7^\circ$

Zadanie 4. $v = \frac{c}{n} = 140\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

12.3. Całkowite wewnętrzne odbicie

Jest na to sposób

Zadanie 2. Całkowite wewnętrzne odbicie nie zajdzie niezależnie od kąta α .

Zadanie 2. a) $\beta = 27^\circ$, b) $\beta = 15^\circ$, c) załamanie nie zachodzi, d) $\beta = 48^\circ$

Zadanie 3. $\sin \alpha_{\text{gr}} = \frac{1}{n} = \frac{1}{2,42}$, stąd: $\alpha_{\text{gr}} = 24^\circ$

Zadanie 4. $\sin \alpha_{\text{gr}} = \frac{1}{n}$, stąd $n = \frac{1}{\sin \alpha_{\text{gr}}} = 1,77$

Zadanie 5. **Wskazówka.** Najpierw oblicz kąt graniczny.

12.4. Dyfrakcja fali

Zadanie 2. $\lambda = \frac{v}{f} = 0,003 \text{ m} = 3 \text{ mm}$

12.5. Interferencja fal

Zadanie 1. a), c), d) wzmocnienie, b) wygaszenie

Zadanie 2. $\Delta s \approx \frac{\lambda}{2}$, w ciemnym obszarze

Zadanie 3. $l_2 - l_1 = 7,5 \text{ cm} = 1,5\lambda$, wygaszenie

12.6. Siatka dyfrakcyjna

Zadanie 1. jedno dla $n = 0$

Zadanie 2. a) 2,2 mm, b) 4,3 mm

Zadanie 3. $\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{d} = 0,0896 \rightarrow \lambda = 448 \text{ nm}$, barwa niebieska

Zadanie 4. $x_{\text{niebieski}} \approx 45 \text{ mm}$

Zadanie analogiczne

Zadanie. Promień ulega całkowitemu wewnętrznemu odbiciu w tworzywie sztucznym.

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.1. $\Delta s = 2 \text{ m}$, $\lambda_n = \frac{\Delta s}{n + \frac{1}{2}}$, stąd największa

Indeks nazw obcojęzycznych z wymową

Alexis Petit, czyt. aleksi peti 113

Avogadro Amadeo, czyt. awogadro Amadeo 53

bungee, czyt. bandzi 243

Boltzmann, czyt. bolcman 7

Clapeyron Émile, czyt. kłapejra emil 62

coefficient of performance, czyt. koefiszynt of performens 106

cooling, czyt. kuling 106

Christophorus Buys-Ballot, czyt. krystoforus bajz balot 310

Dulong, czyt. dyla 113

heating, czyt. hiting 106

Helmholtz, czyt. helmholc 114

Hooke Robert, czyt. huk robert 198

International Monitoring System, czyt. internaszynl monitorin system 321

długość fali odpowiada $n = 0$, czyli $\lambda_0 = 2\Delta s = 4 \text{ m}$.

Kolejne wartości to: $\lambda_1 = \frac{4}{3} \text{ m}$, $\lambda_2 = \frac{4}{5} \text{ m}$.

Zadanie 1.2. Długość fali $\lambda = \frac{v}{f} = 0,5 \text{ m}$.

Pierwsze napotkane minimum:

$x_1 = 40 \text{ m} \cdot \tan \theta'_0 = 5 \text{ m}$.

Dla szukanego maksimum: $x_2 = 40 \text{ m} \cdot \tan \theta_1 = 10,3 \text{ m}$.

Zadanie 1.3. $P' = 5 \cdot 10^{-9} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

Zadanie 2. $\sin \theta_2 = 0,212$, $\lambda = \frac{d \sin \theta_2}{2} = 530 \text{ nm}$

Zadanie 3.1. $n_2 = 1,732$

Zadanie 3.2. $\alpha_{\text{gr}} = 62^\circ$

Zadanie 4. $\beta = 20,4^\circ$

($\tan \beta \approx \frac{3}{8}$, więc aby poprowadzić promień, znajdujemy punkt: 3 kratki w prawo i 8 krtek w dół od punktu załamania)

James Joule, czyt. dżejms dżul 113

Lissajous, czyt. lisażu 250

magnetic imaging, czyt. magnetyk ymadżyn 248

magnetic resonance, czyt. magnetyk resynans 248

Münchhausen, czyt. minchalzen 134

nuclear magnetic resonance, czyt. njukliar

magnetyk resynans 248

Pierre Simone Laplace, czyt. pier sima laplas 113

Poisson, czyt. płasa 113

Sadi Carnot, czyt. sadi karno 92

somewher over the rainbow, czyt. samler otwer de rejnboł 304

Thomas Young, czyt. tomas jang 363

Willebrord Snell, czyt. wilebrord snel 343

Watson, czyt. lotson 321

Indeks

A

amplituda drgań 193

–fali 270

B

bezwzględna skala

temperatury 6

bilans cieplny 30

–, zastosowanie 33

bryła jednorodna 133

–sztywna 126

C

całkowite wewnętrzne odbicie 349

–wygaszenie fali 361, 366

chłodnica 92

ciało bezpostaciowe 21, 22

–krystaliczne 21, 22

ciepło 13, 16

–ciepło molowe 76

– w przemianie izobarycznej 77, 78

– w przemianie izochorycznej 77, 78

–parowania 24

–przemiany fazowej 25

–topnienia 22

–właściwe 14

–, wyznaczanie 15

cykl termodynamiczny 92, 94

cząsteczka 6

częstość kołowa drgań 204

częstotliwość 194

–fali 269, 270

D

decybele 302, 303

długość fali 270

– dźwiękowej 278

drgania harmoniczne 203, 206

–, energia 236–241

druga zasada dynamiki w ruchu obrotowym 169

– termodynamiki 108

dyfrakcja 356

dźwięk w różnych ośrodkach 282

dźwięki proste 283

–złożone 283

dźwięgie 139–141, 143–147

E

efekt Dopplera 310

–żyroskopowy 177, 180

efektywność pompy ciepła 106

energia fali 267, 297

–kinetyczna w ruchu obrotowym bryły 163

– w ruchu złożonym 165

–wahadła matematycznego 239, 240

–potencjalna sprężystości 236

–w ruchu harmonicznym 236

–wewnętrzna 8, 9

– w przemianach 72, 73

F

fala dźwiękowa 277

–elektromagnetyczna 290

–harmoniczna 263

–klista 295

–kulista 296

–mechaniczna 261

–na powierzchni wody 265

–płaska 295

–podłużna 264

–poprzeczna 263

–uderzeniowa 315

faza (ruch harmoniczny) 207, 208

faza (termodynamika) 19

–początkowa 209

G

gaz doskonały 61, 62

gejzer 27

grzbiet fali 270

grzejnik 92

I

impuls falowy 262

infradźwięki 279

interferencja fal 360

interpretacja statystyczna

drugiej zasady dynamiki 112

K

kąt graniczny 349

–padania 333, 343

–odbicia 333

–załamania 343

kelwin 7

komora mgłowa 27

konwekcja 14, 16

kryształ 21, 23

krzepnięcie 19, 20

L

lodówka 101, 102

luks 298

lumen 298

M

maksymalne wzmocnienie fali 361, 366

miraż dolny 345, 346

–górny 346

model gazu doskonałego 61, 62

mol 53

molekuła 6

moment bezwładności 162, 163

–pędu w ruchu po okręgu 174

–siły 140, 143–145

N

natężenie dźwięku 299,

–fali 297

O

obraz interferencyjny 362

okno Snelliusa 353

okres drgań ciała na sprężynie 194, 218

– wahadła matematycznego 226, 227, 229

–fali 270

P

parowanie 19

–powierzchniowe 25, 26

pierwsza zasada dynamiki dla ruchu obrotowego 168
-- termodynamiki 72
pole elektryczne 289
– magnetyczne 290
położenie równowagi 193
pompa ciepła 101, 102
--, zastosowania 102, 103
powierzchnia falowa 295
poziom natężenia dźwięku 302, 303
praca w przemianach gazowych 80, 85
prawo Hooke’a 199
– odbicia 333
– Snelliusa 343
– załamania 343
precesja 131, 133
prędkość dźwięku 283
– fali 266, 267
– fal elektromagnetycznych 290
– kątowa 128
– liniowa 128
– w ruchu harmonicznym 205
– światła 290
procesy nieodwracalne 109
promieniowanie cieplne 14, 16
promień fali 295
przegrzanie 26
przemiana adiabatyczna 71, 72, 85
– izobaryczna 56, 63, 69, 85
– izochoryczna 56, 63, 69, 85
– izotermiczna 54, 55, 63, 69, 85
przemiany fazowe 19
– gazowe 52
przepływ ciepła 13
przesunięcie fazowe 209
przewodnictwo cieplne 14, 16
przyspieszenie kątowe bryły sztywnej 129
– w ruchu harmonicznym 205, 206

R
ramię siły 149
resublimacja 19
rezonans 246, 247
rodzaje fal elektromagnetycznych 292–293
rozproszenie światła 334, 335
rozszerzalność cieplna 38
-- ciał stałych 39, 42, 43
-- cieczy 38
-- gazów 39
-- wody 40
równanie Clapeyrona 62
– gazu doskonałego 62
równowaga sił bryły sztywnej 148, 153, 156–157
– termodynamiczna 13
ruch ponaddźwiękowy 315
– postępowy bryły sztywnej 128, 130–131
– obrotowy bryły sztywnej 129–131

S
siatka dyfrakcyjna 369
silnik benzynowy 95
– cieplny 92
– czterosuwowy 95, 96
– Diesla 96, 97
siła sprężystości 200
– w ruchu harmonicznym 206
skala Celsjusza 7
– logarytmiczna 303
– muzyczna 303, 304
skraplanie 19
smuga kondensacyjna 26
sposoby przekazywania ciepła 16
sprawność silnika cieplnego 94, 95, 97
stała Avogadra 53
– Boltzmanna 7
– gazowa 63
stan skupienia 19
stopień Celsjusza 7
strój równomiernie temperowany 304, 305

sublimacja 19
superpozycja 360
Ś
środek ciężkości 153
– masy 132, 133
światło spójne 362, 363
światłowód 352
T
temperatura 6, 7
– topnienia 20
– wrzenia 25
teoria kinetyczno-molekularna 6
termometr cieczowy 39
topnienie 19, 20, 21
trzecia zasada dynamiki dla ruchu obrotowego 169

U
ultradźwięki 279
W
wahadło matematyczne 225
– sprężynowe 212
warunek równowagi bryły sztywnej 148
widmo dźwięku 283
wrzenie 25, 26
współczynnik COP 106
– rozszerzalności cieplnej 41
– sprężystości 199
– załamania 344, 345
wychylenie 193
wygaszenie fali 361, 366

Z
zakres słyszalności 279
załamanie fali 342
zasada zachowania momentu pędu 176–179
zero bezwzględne 6
zjawisko Dopplera 310

Ż
żyroskop 177, 180

Ź
źródło fali 267

Pełny tekst artykułu ze s. 113–114 można znaleźć pod adresem:
<https://www.deltami.edu.pl/2016/09/cieplo-i-energia/>
Pełny tekst artykułu ze s. 320–322 można znaleźć pod adresem:
<https://www.projektpulsar.pl/srodowisko/2151022,1,infradzwieki-informuja-o-katastrofach.read>

Spis działów w pozostałych częściach

Część 1

- 1. Wprowadzenie
- 2. Ruch prostoliniowy
- 3. Ruch krzywoliniowy
- 4. Ruch i siły
- 5. Energia i pęd
- 6. Hydrostatyka

Część 3

- 13. Grawitacja i elementy astronomii
- 14. Pole elektryczne
- 15. Prąd stały
- 16. Pole magnetyczne
- 17. Indukcja elektromagnetyczna i prąd przemienny

Część 4

- 18. Optyka
- 19. Fizyka atomowa
- 20. Fizyka jądrowa i relatywistyczna

Ilustracje:
Elżbieta Buczkowska – s. 135 (Ziemia), 266ś, 305g, 347, 382, **Rafał Buczkowski** – s. 21d, 23 (atomy), **Miłosz Budzyński** – s. 292–293 (fala), **Marcin Czajkowski** – s. 128d, 138, 140–145, 148–151, 154, 155, 158, 162, 164, 166, 170, 173l, 175g, 181, 185, 189, **Zuzanna Dudzic** – s. 314 (auto), **Andrzej Dukata** – s. 13, 14, 19, 24, 40l, 44, 45g, 46, 49d, 55, 56, 57ś, 63–65, 67, 69d, 72, 77, 79, 80, 82, 84g, 85–90, 92–98, 100, 102–103, 107, 109, 110, 115–120, 122–124, 133–135, 169, 190, 195, 197pg, 199g, 201p, 203l, 204–206, 208, 213, 214, 216, 219–221, 224, 226, 229, 230, 237–242, 245g, 247, 253–255, 258, 261d, 262, 263g, 264–265, 266l, 270, 278–279, 283, 287, 296p, 303, 306, 311, 313, 324, 333, 335, 341, 342l, 343, 344, 348, 349g, 356g, 363d, 366, 368l, 369, 376, 377g, 378, 392–396, **Wioleta Herczyńska** – s. 346, **Klaudia Jarocka** – s. 373, **Ewa Kaletyn** – s. 130–131, **Agata Knajdek** – s. 54, 57g, 69g, 70, 71 (strzykawka), **Adam Król** – s. 42–43 (3D), 199d, 200, 201l, 202, 203p, **Laura Maziewska** – s. 139, 232, 280, **Krzysztof Mrawiński** – okładka s. 4, **Marcin Oleksak** – s. 156–157, **Nikola Pelcer** – s. 339, 340, 342d, 350–351, 354p, 361p, 363g, 367, 368, 374, 379, 380g, 381d, **Adam Pocziwek** – s. 237g, **Paulina Podolska** – s. 245, **Joanna Ptak** – s. 58, 71 (zegar), 135 (Stońce), 152, 153g,d, 183, 384d, **Marcin Ptak** – s. 42–43, 69g, 70, 71 (izolacja), 74, 84d, 153ś, 173p, 187, 197l i d, 207, 209, 215, 223, 227, 228, 234, 245d, 257, 271–276, 289, 296 (głośnik), 301, 314 (postać), 318, 326–328, 329d, 330, 334, 371, 388, 389g, **Wojciech Sendal** – s. 104–105, **Ewa Sowulewska** – s. 7, 15, 18, 19, 21, 35, 40d, 45ś,d, 47, 49g, 128g, 159, 175d, 218, 261g, 263d, 296l, 297, 299, 323, 329g, 336, 337g, 338, 348, 349, 353, 354l, 356d, 361, 368p, 372, 374, 377d, 380ś,d, 381g, **Justyna Studzińska** – s. 295.

Infografiki:
Małgorzata Burakowska – s. 16, 104–105, **Enzo Di Giacomo** – s. 178–179, 304–305, 316–317, **Aleksandra Gołębiowska (ULTRA)** – s. 178–179, **Ewa Kaletyn** – s. 146–147, 284–285, **Laura Maziewska** – s. 232, 280, **Agata Muszalska** – s. 292–293, 373, **Marcin Oleksak** – s. 156–157, **Marcin Ptak** – s. 42–43, **Wojciech Sendal** – s. 104–105, **Zuzanna Sri** – s. 196, 246, 312, 364–365, **Emilia Węgiel** – s. 8–9, 23, 130–131.

Wydawnictwo Nowa Era oświadcza, że podjęło starania mające na celu dotarcie do właścicieli i dysponentów praw autorskich wszystkich zamieszczonych utworów. Wydawnictwo Nowa Era, przytaczając w celach dydaktycznych utwory lub fragmenty, postępuje zgodnie z art. 27¹ ust. 1 ustawy o prawie autorskim. Jednocześnie Nowa Era oświadcza, że jest jedynym podmiotem właściwym do kontaktu autorów tych utworów lub innych podmiotów uprawnionych w przypadkach, w których twórcy przysługuje prawo do wynagrodzenia.

Zdjęcie na okładce: Getty Images/Photodisc/Don Farrall.

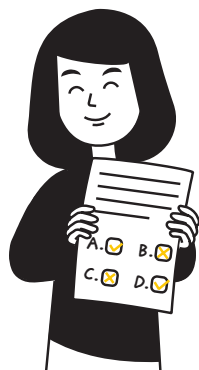
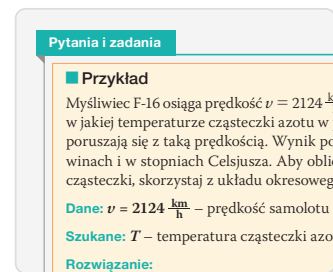
Zdjęcia: Archiwum Wydawnictwa: s. 28 (strzykawka), s. 179 (Układ Słoneczny); **BE&W:** Alamy Stock Photo - Alexandr Yurtchenko s. 299, blickwinkel s. 364 (zbliżenie na skrzydło motyla), FLHC DEC1412 s. 62, Geopix s. 53, H-AB s. 197, Lee Dalton s. 133 (kula ziemska), Maximilian Weinzierl s. 341, NB/USC s. 352 (rura głosowa na statku), Phil Degginger s. 346 (miraż na drodze), Radek Detinsky s. 346 (miraż górny), s. 27 (zdjęcie z komory mgłowej), shapencolour s. 71, Stephen Barnes/Business s. 212, The Print Collector s. 113, 363 (Thomas Young), Trinity Mirror/Mirrorpix s. 159, Science Source - Photo Researchers s. 19 (suchy lód), Ted Kinsman s. 360 (fale na wodzie), Universal History Archive/Universal Images Group s. 134, World History Archive/IAM Ltd s. 9 (mgławica Kraba); **East News:** AFP/Toru Yamanaka s. 343, Artur BARBAROWSKI s. 333 (pomiar prędkości); **European Southern Observatory:** ESO/CFHT s. 9 (gwiazdy); **Forum:** ABACAPRESS.COM/Anadolu Agency/Omar Marques s. 302 (rekord świata w liczbie grających wspólnie gitarzystów), Mary Evans Picture Librar s. 336 (Gwiezdne Wojny); **Getty Images:** 500px/David Meucci s. 292 (biedronka), Brand X Pictures/Science Photo Library - Steve Gschmeissner s. 293 (bakteria), Corbis Documentary/Ralph White s. 9 (komin hydrotermalny), Corbis Historical/Nik Wheeler s. 247, Corbis NX/Jonathan Blair s. 305 (młot pneumatyczny), Corbis/Alan Schein Photography s. 292 (wieżowiec), DigitalVision - Jonathan Knowles s. 373, Morsa Images s. 335 (czytanie książki), E+ - alekk s. 177 (zyroskop), CagriÖner s. 285 (gra na oboju), dszc s. 289, eROMAZe s. 369, FG Trade s. 208 (hustawka), JacobH s. 306 (wykres kursu akcji), nycshooter s. 52 (odbicie piłki), rzelich s. 39 (termometr), SolStock s. s. 202 (pogo), syolacan s. 277 (fortepian), wundervisuals s. 287, EyeEm/Lima Gregory s. 293 (tęcza), Getty Images Plus/Fancy/Veer/Corbis s. 259, Icon Sportswire/Icon Sports Wire s. 208 (czirliderki), iStock/Getty Images Plus - alfnqn s. 321, avid_creative s. 126 (samolot), Bertl123 s. 180 (sztuczny horyzont), Didi_Lavchieva s. 243, dusanpetkovic s. 137 (toczenie beczki), Gueholl s. 91, Imago-Photo s. 236, karandaev s. 21, KatarinaGondova s. 239, konradlew s. 336 (promienie światła), Kuzihar s. 44 (toster - zbliżenie), liorpt s. 355 (dyfrakcja fali), mcech s. 333 (ptak), sduben s. 279, stock_colors s. 332 (turysta), SvetaZi s. 308 (ucho), tilzit s. 170, Tropova s. 285 (kamerton), vovashevchuk s. 41, **Использую только собственные снимки, сделанные на фотоаппараты разных производителей** s. 26 (woda, garnek, termometr), Moment - Christopher Kimmel s. 19 (turystka w górach), George W Johnson s. 246 (most Albert Bridge), Jasius s. 364 (motyl), jopstock s. 165 (garncarz), Light Thru My Lens Photography s. 292 (autobus), Mike Danneman s. 292 (pociąg), Nigel Killeen s. 309 (straż pożarna), sandra standbridge s. 364 (chrząszcz), Sergio Amiti s. 246 (most Albert Bridge – tablica), travel and editorial image s. 196 (Zatoka Fundy – przyływ i odpływ), Vicki Jauron, Babylon and Beyond Photography s. 322, Photodisc - Jacobs Stock Photography s. 270, Sandia National Laboratories s. 305 (wybuch), PhotoObjects.net/Getty Images Plus/Hemera Technologies s. 285 (gra na rogu), Science Photo Library/MARK GARLICK s. 312 (planeta pozasłoneczna), Stone/PM Images s. 5, The Image Bank - artpartner-images s. 125, Eric Cahan s. 112, Oxford Scientific s. 312 (nietoperz), Universal Images Group -VW Pics s. 280, Westend61 s. 260; **Indigo:** Alamy Stock Photo/Panther Media GmbH s. 315 (reaktor), Minden Pictures/Buiten-beeld/ Melvin Redeker s. 319, Photo12/Collection Bernard Crochet s. 359 (American SCR-584 radar), Science Photo Library - Eye of Science s. 365 (perła pod mikroskopem), Gary Hincks s. 266, Susumu Nishinaga s. 334 (litera); **NASA:** Capella Observatory s. 313 (galaktyka NGC 5128 Centaurus-A), Image created by Reto Stöckli, Nazmi El Saleous, and Marit Jentoft-Nilsen, NASA GSFC s. 165 (Ziemia z kosmosu), NASA Solar System Exploration/NASA's New Horizons spacecraft s. 136 (Pluton i Charon); **Shutterstock:** aappp s. 51, Adisa s. 101 (lodówki), Adriana Iacob s. 298, Africa Studio s. 60, 73, s. 308 (gra na flecie), AFZAL KHAN MAHEEN s. 196 (wielbłąd), agsaz s. 232, Aisyaqilumaranas s. 198 (amortyzator), Albert Barr s. 196 (Łańcuch Markariana), AlenKadr s. 182 (blender – zbliżenie), Alexandr III s. 293 (ikonka – pilot TV), Aleksandr Simonov s. 152 (waga z kamieni), Alexey Smyshlyaev s. 192 (oscyloskop), alexroch s. 365 (paw), alexsaz s. 252 (plac zabaw), Anatolir s. 293 (ikonka – radiochirurgia), Andrew Angelov s. 246 (naprawa pralki), Andrew Key s. 276, Andrey Aboltin s. 72, Andrey_Popov s. 101 (lodówka), Andrii Spy_k s. 146 (kombinerki), Anetlanda s. 16 (czajnik), Arina P Habich s. 179 (jazda figurowa na lodzie), Artco s. 293 (ikonka – tester), asharkyu s. 348, 352 (światłowodły), Audio und werbung s. 61 (piłeczki), Audun Saltvik s. 364-365 (jezioro w tle), Baramyou0708 s. 108, Belozersky s. 318, 337, 384, blue-sea.cz s. 124, Bocskaï Istvan s. 225 (wahadło), boyhey s. 391, bsd studio s. 293 (ikonka – noktowizor), Cammie Czuchnicki s. 16 (burza) ChameleonsEye s. 365 (perła), Chayathorn Lertpanyaroj s. 192 (szarpanie strun), Ching Design47 s. 248 (gitary), Chiciociolla s. 363 (kobieta w słuchawkach), Christoph Schaarschmidt s. 365 (widmo brockenu), Christophe Testi s. 303, Colorlife s. 292 (ikonka – mikrofalówka, telefon), Cryptographer s. 191, CulombioArt s. 293 (ikonka – solarium), CyberEak s. 160 (motocykl), Daniel Tadevosyan s. 244 (kulki), Davooda s. 292 (ikonka – karty zbliżeniowe), Dean Drobot s. 174, DenisProduction.com s. 304 (gitara i skrzypce), Denny van der Vaart s. 366, Designed s. 246 (rezonans), Dina da s. 16 (zamarznięta metalowa poręcz), Djomas s. 309 (kobieta), Dmitry Galaganov s. 13, Dmitry Polonskiy s. 15 (morze), doublelee s. 67, Dudarev Mikhail s. 316-317, e_rik s. 23 (fluoryt 2), Elizaveta Galitckaia s. 58, emin kuliyeв s. 305 (ruch uliczny), engineer story s. 61 (termometr), EQRoy s. 92, ESB Professional s. 37, Eva Kali s. 225 (zegar), FabrikaSimf s. 107, Fettuccine23 s. 392, Fluid Shutter s. 290, FOTOGRIN s. 68, Friends Stock s. 138, Gelpi JM s. 297 (człowiek z latarką), goffkein.pro s. 52 (balony), goodmoments s. 26 (smugi kondensacyjne), Greg da Silva s. 297 (wuwuzela), Ground Picture s. 288, guys_who_shoot s. 202 (huśtawka), H_Ko s. 306 (papierki uniwersalne), Have a nice day Photo s. 6, HN Works s. 292 (ikonki - radar, radio), howcolour s. 292 (ikonka – rezonans), s. 293 (ikonka – rentgen), iko s. 284, illion Photos s. 293 (wirus), Irawan Subingar s. 374, jannoon028 s. 83, Jo Cinco s. 180 (busola), Johannes Menge s. 161 (chomik), Juan Enrique del Barrio s. 158 (dźwig), kaca kaca s. 22, Katrina Leigh s. 184 (jojo z ręką), Katoosha s. 163, Kitaeva Tatiana s. 304 (woda lejąca się z kranu), klyaksun s. 296 (laser), koya979 s. 293 (atom), Kruglov_Orda s. 285 (gra na flecie), Kseniia Mitus s. 352 (trąbka), Kwiatek7 s. 129, Lemonsoup14 s. 389, Leninphoto s. 38 (wygięte szyny kolejowe), Leonard Zhukovsky s. 306 (skutki trzęsienia ziemi), leungchopan s. 360 (fale), LightField Studios s. 147, lorenzacciuss s. 95, Lukasz Paweł Szczepanski s. 11, Luke Parkin s. 294 (rzut kamieniem), Majuteruslurus s. 179 (helikopter), Mariyana M s. 8 (szklanki), Martin Janca s. 359 (podkowiec mały), Master1305 s. 126 (odbicie lotki), Matipon s. 196 (Mała Niedźwiedzica, matka_Wariatka s. 304 (odkurzanie), Max Acronym s. 312 (kontroler lotów), Maxx-Studio s. 309 (mabulans), Mega Pixel s. 184 (jojo), Menno van der Haven s. 167, MichaelTaylor s. 8 (kula ziemska), Mihail Zhelezniak s. 285 (śpiewak), Mike Price s. 156-157 (foka), Mimadeo s. 269 (fale), Mopic s. 9 (Śłońce), MR. BUDEE WIANGNGORN s. 156-157 (brzeg morza), MrTrush s. 331, MS_Digital s. 10, Nadiinko s. 203 (ikonka – światłowodł), Nadzeya Pakhomava s. 20 (krokusy), Natali Eina s. 358 (światła samochodów), Nazarii_Neshcherenskiy s. 196 (gwiazda neutronowa), New Africa s. 44 (toster), s. 180 (aplikacja z gwizdozbiorami w telefonie), Nicholas J Klein s. 342 (fale), Nik Waller Productions s. 332 (słupy słoneczne), nikkytok s. 63, Nobeeeeeann s. 365 (księżyc), Nonthanat Stock s. 143, Nor Gal s. 300, Oleg Mikhaylov s. 139 (karuzela), Ollyy s. 285 (gra na kontrabasie), olrat s. 361, Ozgur Coskun s. 394, PeopleImages.com - Yuri A s. 130-131, Perry Harmon s. 109 (spadająca żarówka), Peshkova s. 146 (drzwi), Picamaniac s. 146 (dziadek do orzechów), PicMy s. 168, Pike-28 s. 306 (gwiazdozbiór), Pitak Areekul s. 310 (głośniki), Pixel 4 Images s. 305 (koncert), Pixel-Shot s. 20 (oblewanie się wodą), s. 246 (gitarzysta), Pressmaster s. 285 (gra na skrzypcach), s. 304 (przedzieranie kartki), ProstoSvet s. 182 (blender), Racano anthony s. 181, Rasulov s. 76, Roman Milavin s. 30, Ronnie Chua s. 178-179 (podłoga), Rvector s. 203 (ikonka – skaner bagażu), SAMMYEK s. 308 (megafon), Sanjeev kumar Kushwaha s. 365 (zbliżenie na pióro pawia), Scott A. Frangos s. 133 (bumerang), scubadesign s. 353, Sebastian Janicki s. 23 (fluoryt 1), Sebastien Burel s. 27 (gejzer), Sergey Semendyaev s. 315 (łyska), Sergiy Kuzmin s. 142 (hustawka), showcake s. 26 (czajnik), SOMMAI s. 20 (miska z lodem), strelka s. 285 (gra na saksofonie), StudioPortoSabbia s. 362 (Viking Polaris), Tatyana Vyc s. 268 (gimnastyczka), Tomas Ragina s. 8 (termometr), trusjom s. 93, Vaclav Sebek s. 358 (nietoperz), Vadim Sadovski s. 8-9 (Uran), Valentin Valkov s. 211 (boja), Vector Tradition s. 293 (ikonka – konserwacja zabytków), Velimir Zeland s. 312 (pomiar przepływu krwi), vgstudio s. 309 (mężczyzna), Vinnikava Viktoryia s. 29, Vixit s. 9 (Mount Everest), s. 12 (karawana), Vladimir Hodac s. 277 (DJ), Whitevector s. 310 (samochód), Wirestock Creators s. 296 (latarnie), YAKOBCHUK V s. 293 (krwinka czerwona), Yarchyk s. 179 (wnętrze łufy), yevgeniy11 s. 8 (koza), Zamrznuti tonovi s. 302 (koncert), Zhenny-zhenny s. 248 (obraz mózgu), Zulkarnieiev Denis s. 160 (drabina); **Sony Komputer Entertainment:** s. 180 (czujnik ruchu); **Thinkstock/Getty Images:** Hemera/Simon Krzic s. 304 (liście); **Wikipedia:** Wikimedia Commons - Lonewolf76 at Italian Wikipedia, Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported, 2.5 Generic, 2.0 Generic and 1.0 Generic license: s. 231 (lampa Galileusza); Sébastien R. Mouchet s. 364 (zbliżenie na pancierz chrząszcza), Sense Jan van der Molen s. 310 (mural w Utrechcie), S.Portland s. 267 (Aguçadoura Wave Farm), The Official CTBTO Photostream s. 320 (International Monitoring System); **Anna Budzyńska:** s. 12 (szklanka i lód), s. 15 (doświadczenie), s. 25, 54, 56, 75, 109 (mieszanie soku z wodą), s. 194, 203, 211 (doświadczenie), s. 226, 231 (doświadczenie), s. 244 (doświadczenie), s. 245, 249, 250, 265, 268 (doświadczenie), s. 286, 288 (próbówka), 291, 294 (doświadczenie), s. 333 (doświadczenie); **Miłosz Budzyński:** s. 28 (termometr w szklance z lodem), s. 33, 38 (doświadczenie), s. 39 (doświadczenie), s. 173, 193, 201, 235, 334 (doświadczenie), s. 335 (doświadczenie), s. 340, 349, 354, 355 (doświadczenie), s. 357, 362 (doświadczenie), s. 370, 375, 381; **Maciej Wróbel:** s. 178-179 (salto), s. 264, 274; **Agnieszka Żak:** s. 12 (kubek w garnku), s. 132, 137 (doświadczenie), s. 139 (doświadczenie), s. 141, 142 (doświadczenie), s. 152 (doświadczenie), s. 158 (doświadczenie), s. 161 (doświadczenie), s. 176, 177 (doświadczenie), s. 183, 198 (doświadczenie), s. 217, 222, 261, 269 (częstotliwość fali), s. 372.

Za co polubisz podręcznik **NOWE Zrozumieć fizykę 2?**



Powód 1

Dużo przykładów rozwiązanych zdań. Czy to przydatne?
Tak. Łatwiej poradzisz sobie z samodzielnym rozwiązaniem podobnych zadań.



Powód 2

Ważne w tej lekcji i podsumowania po działach. Wiesz, czego się nauczyć na kartkówkę i sprawdzian. Łatwo możesz sobie przypomnieć i przećwiczyć to, co najważniejsze.



Powód 3

Matura. Dobrze jest mieć podręcznik, który uczy rozwiązywania takich zadań, jakie pojawiają się na maturze. Dzięki temu możesz mieć pewność, że **Wiesz, umiesz, zdasz.**

