

Nowość
EDYCJA 2024

NOWE Zrozumieć fizykę

1 PODRĘCZNIK • LICEUM • TECHNIKUM
ZAKRES ROZSZERZONY

ZMIANY
W PODSTAWACH
2024



oznaczenia
usuniętych
treści

nowa
era

NOWE

Zrozumieć fizykę

1 PODRĘCZNIK • LICEUM • TECHNIKUM
ZAKRES ROZSZERZONY

MARCIN BRAUN

KRZYSZTOF BYCZUK

AGNIESZKA SEWERYN-BYCZUK

ELŻBIETA WÓJTOWICZ

NOWE

Zrozumieć fizykę

Podręcznik dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu podręczników przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania fizyki, na podstawie opinii rzeczoznawców: **prof. dr. hab. Aleksandra Filipa Żarneckiego, dr. Sławomira Brzezowskiego, dr hab. Iwony Benenowskiej.**

Zakres kształcenia: rozszerzony
Etap edukacyjny: III
Typ szkoły: ponadpodstawowa (liceum ogólnokształcące i technikum)
Rok dopuszczenia: 2024

Numer ewidencyjny w wykazie MEN: 1219/1/2024

Podręcznik został opracowany na podstawie *Programu nauczania fizyki w liceum ogólnokształcącym i technikum do zakresu rozszerzonego*. *NOWE Zrozumieć fizykę* autorstwa Agnieszki Byczuk, Krzysztofa Byczuka, Stanisława Suwalda i Zuzanny Suwald.

Nabyta przez Ciebie publikacja jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy o przestrzeganie praw, jakie im przysługują. Zawartość publikacji możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym, ale nie umieszczaj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, to nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. Możesz skopiować część publikacji jedynie na własny użytek.

Szanujemy cudzą własność i prawo. Więcej na www.legalnakultura.pl



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o. 2024
ISBN 978-83-267-4976-6

Współpraca autorska: Bartłomiej Piotrowski (zad.: 2 s. 99, 3 s. 140), Teresa Stolecka (zad.: 1 s. 106, 3 s. 187).
Opracowanie redakcyjne i redakcja merytoryczna: dr Agnieszka Grześlińska. **Konsultacje merytoryczne:** Michał Matraszek.
Współpraca redakcyjna: Dorota Brzozowiec-Dek, Miłosz Budzyński.
Redakcja językowa: Dorota Rzeszewska. **Korekta:** Aleksandra Hofman. **Fotoedycja:** Katarzyna Iwan-Malawska.
Nadzór artystyczny: Kaia Pichler. **Opieka graficzna:** Maciej Galiński, Marcin Oleksak.
Projekt graficzny: Klaudia Jarocka, Aleksandra Szpunar. **Projekt okładki:** Maciej Galiński.
Opracowanie graficzne: Grażyna Truchlińska, Marcin Kołacz, ULTRA, Klaudia Jarocka, Ewa Kaletyn, Aleksandra Szpunar, Paulina Tomaszewska, Enzo di Giacomo. **Ilustratorzy:** Andrzej Dukata, Elżbieta Buczkowska, Rafał Buczkowski, Zuzanna Dudzic, Paulina Jarmusik, Ewa Kaletyn, Krzysztof Mrawiński, Joanna Ptak, Wojciech Sendal, Ewa Sowulewska.
Realizacja projektu graficznego: Adam Pocziwek.

Podręcznik „NOWE Zrozumieć fizykę” cz. 1 został napisany z wykorzystaniem fragmentów podręcznika do fizyki w zakresie rozszerzonym autorstwa S. Bajtlika, A. i K. Byczuków, S. i Z. Suwaldów, E. Wójtowicz.

Nowa Era Sp. z o.o.
Aleje Jerozolimskie 146 D, 02-305 Warszawa
www.nowaera.pl, e-mail: nowaera@nowaera.pl, Centrum Kontaktu tel. 58 721 48 00

Druk i oprawa: Techgraf, Łańcut

Spis treści

O czym jest podręcznik	4
Przypomnij sobie	5
► 1. Wprowadzenie	
1.1. Badania w fizyce	20
1.2. Pomiary i jednostki	26
1.3. Wstęp do analizy danych pomiarowych ...	30
1.4. Opisywanie zależności między wielkościami	35
1.5. Wielkości wektorowe	44
Analiza tekstu.	
Fizyka nie tylko na lekcjach	51
► 2. Ruch prostoliniowy	
2.1. Opis ruchu prostoliniowego	54
2.2. Prędkość w ruchu prostoliniowym	60
2.3. Ruch jednostajny prostoliniowy	65
2.4. Ruch prostoliniowy zmienny	72
2.5. Przyspieszenie w ruchu zmiennym	76
2.6. Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym	83
Analiza tekstu.	
Komu przyda się wiedza z fizyki	91
Wiesz, umiesz, zdasz	94
► 3. Ruch krzywoliniowy	
3.1. Ruch krzywoliniowy	102
3.2. Rzut poziomy	107
3.3. Rzut ukośny – temat dodatkowy	113
3.4. Prędkość w różnych układach odniesienia	117
3.5. Ruch po okręgu	123
3.6. Przyspieszenie dośrodkowe	128
Projekt. Analiza ruchu za pomocą kamery ...	133
Wiesz, umiesz, zdasz	134
► 4. Ruch i siły	
4.1. Siły	142
4.2. Pierwsza i druga zasada dynamiki	150
4.3. Trzecia zasada dynamiki	158
4.4. Siła tarcia	161
4.5. Siła dośrodkowa	168
4.6. Siły bezwładności	177
Projekt. Siła Coriolisa	188
Wiesz, umiesz, zdasz	189
► 5. Energia i pęd	
5.1. Praca i energia	196
5.2. Moc	204
5.3. Energia potencjalna i energia kinetyczna	208
5.4. Pęd	217
5.5. Zderzenia	223
5.6. Pęd a zasady dynamiki	231
Analiza tekstu.	
Czy można biegać po wodzie	238
Wiesz, umiesz, zdasz	240
► 6. Hydrostatyka	
6.1. Ciśnienie	250
6.2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne	258
6.3. Siła wyporu	270
Projekt. Fontanna Herona	279
Wiesz, umiesz, zdasz	280
Tabele	285
Spis doświadczeń obowiązkowych	287
Spis infografik	287
Spis dodatków matematycznych	288
Dodatki matematyczne z przykładami ...	289
Odpowiedzi i wskazówki do wybranych zadań	303
Indeks	308
Indeks nazw obcojęzycznych z wymową ..	309
Literatura polecana	310
Spis działów w pozostałych częściach ...	311

O czym jest podręcznik

W podręczniku *Zrozumieć fizykę 1* znajdziesz informacje dotyczące ruchu, sił oraz energii, a także zjawisk związanych z ciśnieniem. Dzięki tym wiadomościom zrozumiesz wiele zjawisk z otaczającego cię świata i sprawnie przejdziesz do kolejnych działów fizyki.

Czemu służą poszczególne elementy podręcznika

Ważne w tej lekcji:

Szybko się zorientujesz, co jest najważniejsze w danej lekcji.

Przypomnij sobie:

Łatwo sprawdzisz, co powinieneś wiedzieć z wcześniejszej edukacji.

$$\frac{y}{x} = a = \text{const}$$

Dzięki czytelnym wyróżnieniom szybko odnajdziesz wzory, definicje i ważne stwierdzenia.

Ciężar ciała o masie...

Komentarze ułatwią ci zrozumienie informacji z tekstu głównego.

■ Przykład

Przykłady umożliwią ci prześledzenie toku rozumowania podczas rozwiązywania zadań.

Pytania i zadania

Wykonanie poleceń i zadań na końcu tematu pozwoli ci utrwalić nową wiedzę i nabyte umiejętności.

A to ciekawe

Dzięki ciekawostkom dowiesz się interesujących faktów związanych z lekcją.

D Naukowcy niepewność pomiaru wyznaczają...

Treści wykraczające poza podstawę programową.

Doświadczenie 1

Doświadczenie obowiązkowe

Czytelnie opisane i zilustrowane doświadczenia ułatwią ci przeprowadzanie i analizowanie eksperymentów.



Zadanie analogiczne do przykładu.



Zadanie do infografiki.



Do wykonania doświadczenia lub zadania przyda ci się telefon komórkowy.



Do opracowania wyników pomiarów będzie potrzebny komputer.

Czy wiesz, że siły zawsze działają parami?

Czy na ciało musi działać siła, aby się poruszało?

Czy wielki okręt mógłby pływać w litrze wody?



WIESZ, UMIESZ, ZDASZ

Podsumowanie

Na tych stronach znajdziesz najważniejsze wiadomości z danego działu.

Sposób na zadanie

Wskazówki i podpowiedzi ułatwią ci rozwiązywanie różnych typów zadań.

Zadania powtórzeniowe

Dzięki tym zadaniom sprawdzisz stopień opanowania umiejętności i wiadomości z danego działu.

KINEMATYKA

1. Względność ruchu

Ruch polega na zmianie położenia ciała. Ruch jest względny – zanim przystąpimy do jego opisu, musimy ustalić, względem jakiego ciała go rozpatrujemy.

Samolot widoczny za oknem jadącego pociągu porusza się względem ziemi i względem pociągu. Pasażer pociągu porusza się względem ziemi i samolotu, ale nie porusza się względem pociągu.

Mówimy, że ruch ciała określamy względem wybranego układu odniesienia.



2. Droga a tor ruchu

Droga to długość toru, czyli linii, wzdłuż której ciało się porusza. Jednostką drogi w międzynarodowym układzie jednostek SI (układzie SI) jest **metr** (m). Drogi przebytej przez ciało nie należy mylić z odległością między początkowym i końcowym położeniem ciała. Droga jest równa odległości tylko wtedy, gdy ciało porusza się po linii prostej i nie zwraca.

► Na rysunku obok pokazano trasy dwóch samochodów jadących z Krakowa do Gdańska. Odległość w linii prostej między tymi miastami jest znacznie krótsza



3. Symbol Δ (delta) w fizyce

Symbol delta Δ w fizyce oznacza zmianę. Kiedy interesuje nas zmiana (przyrost lub ubytek) danej wielkości fizycznej, umieszczamy deltę przed symbolem tej wielkości. Na przykład jeśli samochód porusza się początkowo z prędkością $v_1 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a potem **rozpędza** do prędkości $v_2 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, to przyrost prędkości wynosi:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

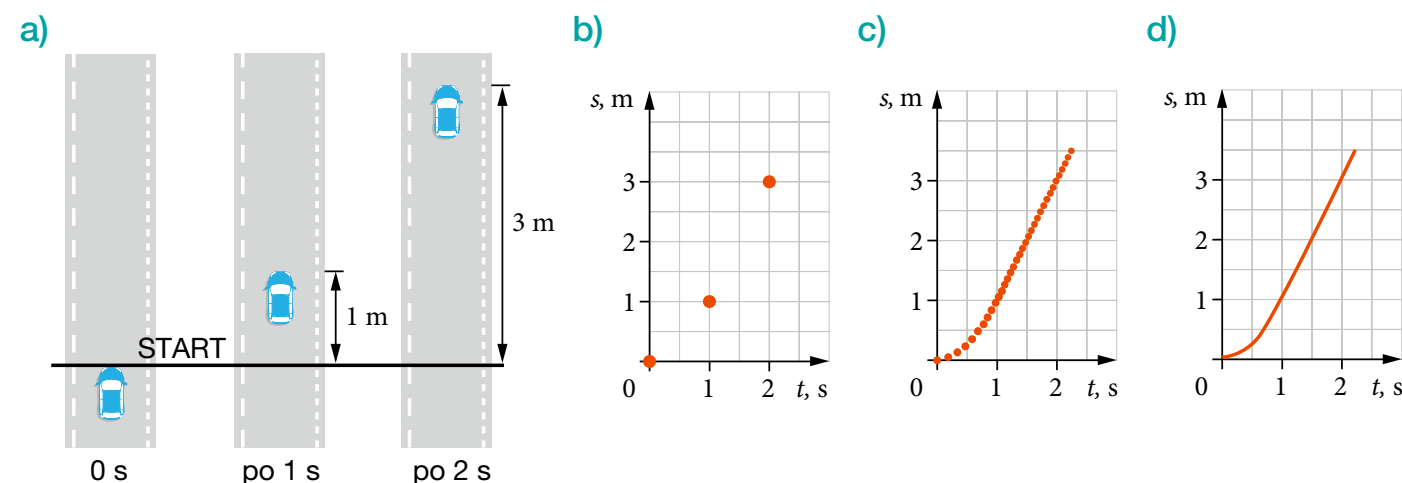
Jeśli natomiast samochód **zwalnia** od prędkości $v_1 = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ do $v_2 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, to:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} = -30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Przyrost dodatni oznacza, że wielkość fizyczna wzrosła, **przyrost ujemny**, że wielkość zmalała, a **przyrost zerowy**, że wielkość się nie zmieniła.



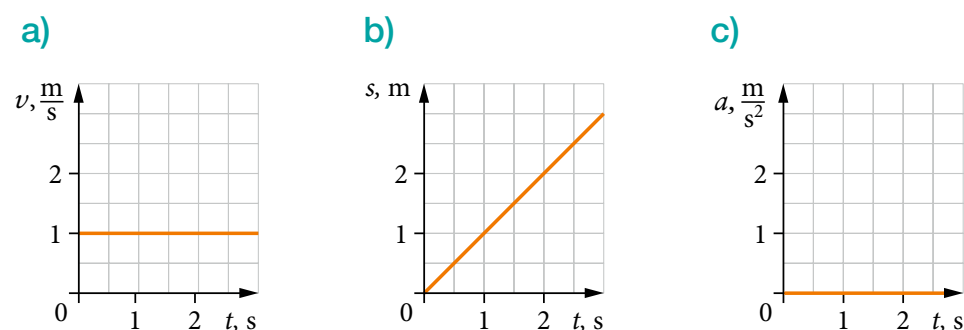
4. Jak powstaje wykres



► **a)** Położenie samochodu w kolejnych sekundach ruchu (czas zaczynamy mierzyć w momencie, gdy ruch się rozpoczyna), **b)** dane z poprzedniego rysunku przeniesione na układ współrzędnych, **c)** zagęszczone punkty pomiarowe, **d)** gdy połączymy punkty linią, otrzymamy wykres zależności drogi od czasu

5. Ruch jednostajny prostoliniowy

W ruchu jednostajnym prostoliniowym torem jest linia prosta, a prędkość ma stałą wartość (rys. a). Wykresem zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym jest linia prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych (ruch zaczyna się dla $t = 0$, rys. b). Przyspieszenie w ruchu jednostajnym prostoliniowym ma wartość równą $0 \frac{m}{s^2}$ (rys. c).



6. Prędkość w ruchu jednostajnym prostoliniowym

Aby wyznaczyć wartość prędkości w ruchu jednostajnym prostoliniowym, należy drogę przebytą przez ciało podzielić przez czas jego ruchu.

$$\text{prędkość} = \frac{\text{droga przebyta przez ciało}}{\text{czas, w jakim ta droga została przebyta}} \quad v = \frac{s}{t} \quad [v] = \frac{m}{s}$$

Wartość prędkości określa, jaką drogę przebywa ciało w jednostce czasu.

Symbol prędkości to v – od ang. *velocity*. Prędkość w ruchu jednostajnym prostoliniowym nie zmienia się w czasie. To znaczy, że ciało nie przyspiesza ani nie zwalnia.



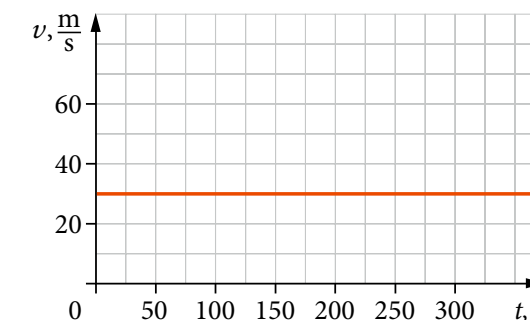
Przykład 1.

Obliczanie drogi w ruchu jednostajnym

Na wykresie przedstawiono zależność prędkości pewnego pociągu od czasu. **Oblicz, jaką drogę przebędzie ten pociąg w czasie $t = 2$ min.**

Rozwiązanie:

Wykres przedstawia zależność prędkości (a nie drogi!) od czasu. Wynika z niego, że prędkość jest stała i wynosi $v = 30 \frac{m}{s}$.

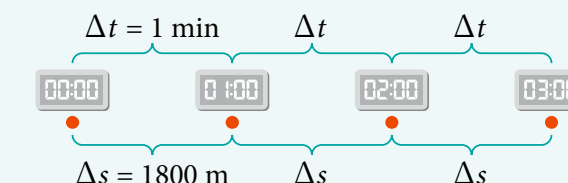


Zanim zaczniesz korzystać z wykresu, zwróć uwagę, jaką zależność ilustruje, czyli jakie wielkości przedstawiono na osiach i jakie są ich jednostki.

Aby obliczyć drogę przebytą przez ten pociąg w czasie $t = 2$ min = 120 s, przekształcamy wzór na prędkość:

$$v = \frac{s}{t} \rightarrow s = vt$$

Z tego wzoru wynika, że droga w ruchu jednostajnym jest proporcjonalna do czasu – w jednakowych odstępach czasu jest pokonywana taka sama droga (na rysunku $\Delta s = 1800$ m w ciągu $\Delta t = 1$ min).



Podstawiamy do wzoru wartości liczbowe i otrzymujemy:

$$s = 30 \frac{m}{s} \cdot 120 s = 3600 m$$

Odpowiedź: Pociąg przebędzie drogę 3600 m.

7. Prędkość średnia i prędkość chwilowa

Jeśli wartość prędkości ciała zmienia się podczas trwania jego ruchu, to możemy posłużyć się pojęciami średniej wartości prędkości i prędkości chwilowej.

- Aby obliczyć **średnią wartość prędkości**, należy podzielić całkowitą drogę przebytą przez ciało przez całkowity czas ruchu.

$$\text{średnia wartość prędkości} = \frac{\text{całkowita droga}}{\text{czas jej przebycia}} \quad v = \frac{s_c}{t_c}$$

Średnia wartość prędkości informuje nas o tym, z jaką prędkością ruchem jednostajnym powinno poruszać się ciało, aby daną drogę przebyć w podanym czasie.

- Prędkość chwilowa** to prędkość ciała w danej chwili (wskazuje ją na przykład prędkościomierz w samochodzie). Może znacząco różnić się od prędkości średniej.



8. Przyspieszenie

Przyspieszenie to wielkość fizyczna określająca, o jaką wartość zmienia się (rośnie lub maleje) prędkość danego ciała w jednostce czasu. Aby obliczyć przyspieszenie, należy zmianę prędkości podzielić przez czas, w jakim ta zmiana nastąpiła.

$$\text{przyspieszenie} = \frac{\text{zmiana prędkości}}{\text{czas, w jakim ta zmiana nastąpiła}} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad [a] = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Przyspieszenie określa, jak szybko zmienia się wartość prędkości. W ruchu prostoliniowym jednostajnie zmiennym przyspieszenie jest stałe.

Symbol przyspieszenia to a – od ang. *acceleration*.

9. Ruch prostoliniowy jednostajnie przyspieszony

Ruch prostoliniowy jednostajnie przyspieszony to taki ruch, którego **torem jest linia prosta**, a przyspieszenie się nie zmienia $a = \text{const}$.

const od łac. *constans* (czyt. konstans) – stały

Przykład 2.

■ Obliczanie przyspieszenia

Samochód elektryczny rozpędzał się ze stałym przyspieszeniem. W czasie 5 s zwiększył swoją prędkość od $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ do $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Oblicz, z jakim przyspieszeniem się poruszał.

Rozwiązanie:

Przyspieszenie obliczamy ze wzoru:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

czyli dzieląc przyrost prędkości przez czas rozpędzania. Obliczmy więc najpierw przyrost prędkości:

$$\Delta v = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Przeliczamy jednostkę prędkości na $\frac{\text{m}}{\text{s}}$:

$$\Delta v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{54\,000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Teraz możemy obliczyć przyspieszenie:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Przyspieszenie, z jakim poruszał się samochód, wynosi $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



DYNAMIKA

10. Siła – oznaczenie i pomiar

Siła to miara oddziaływania mechanicznego między ciałami.

Siłę oznaczamy symbolem F – od ang. *force*.

Jednostką siły jest **niuton**.

Aby zmierzyć siłę, można wykorzystać przyrząd zwany **siłomierzem** (patrz zdjęcie). To proste urządzenie ze sprężyną, która rozciąga się pod wpływem przyłożonej siły. Na siłomierzu znajduje się podziałka ze skalą wyrażoną w niutonach.



11. Siła jako wielkość wektorowa

Do opisu siły nie wystarczy jej wartość w niutonach. Ważne jest również, gdzie ta siła jest przyłożona i w którą stronę działa.

Siłę charakteryzują więc **cztery cechy**:

- 1) wartość,
- 2) kierunek,
- 3) zwrot,
- 4) punkt przyłożenia.

Wielkości fizyczne, które mają wartość, kierunek i zwrot, nazywamy **wielkościami wektorowymi** (w skrócie wektorami). Oprócz siły należą do nich np. prędkość i przyspieszenie.

Strzałka nad symbolem siły $\vec{F}$ oznacza, że jest to wielkość wektorowa. Symbol F – bez strzałki – informuje jedynie o wartości siły.

Masa m , czas t , gęstość d , droga s to wielkości skalarne. Mają one tylko wartość.

12. Siła ciężkości

Siła, jaką Ziemia przyciąga ciało, to siła ciężkości:

$$\text{siła ciężkości} = \text{masa ciała} \cdot \text{przyspieszenie ziemskie}$$

$$F_g = m \cdot g$$

Wszystkie ciała spadające swobodnie (bez oporu powietrza) przy powierzchni ziemi poruszają się z jednakowym przyspieszeniem, zwanym przyspieszeniem ziemskim (grawitacyjnym):

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

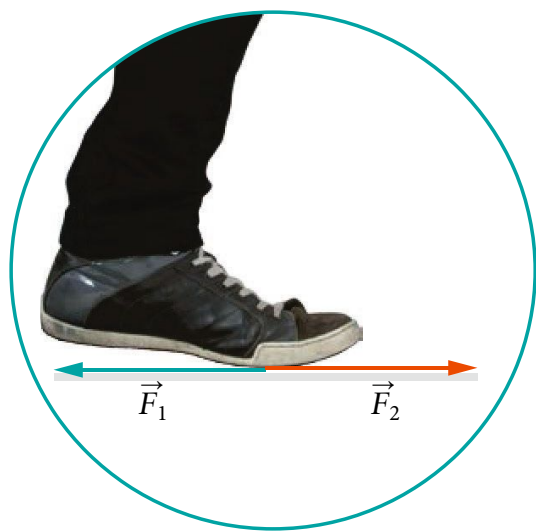
Czas swobodnego spadania zależy od wysokości, z jakiej spada ciało. Nie zależy natomiast od masy ani kształtu ciała (nie uwzględniamy oporów ruchu).





13. Siła tarcia

Siła tarcia zależy od siły nacisku oraz rodzaju stykających się powierzchni i jest mniejsza przy toczeniu niż przy przesuwaniu. Dzięki sile tarcia możemy nie tylko zatrzymywać, lecz także rozpędzać ciała.



► Gdy odpychasz ziemię siłą $\vec{F}_1$, ziemia działa na nogę siłą $\vec{F}_2$, która wprawia cię w ruch. Obie siły to siły tarcia między butem a podłożem



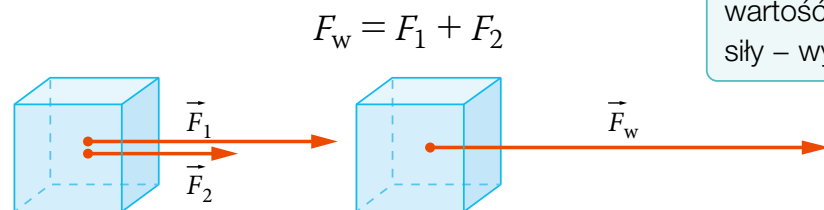
► Człowiek, który próbuje przesunąć szafę, działa na nią siłą $\vec{F}$. Na szafę działa też siła tarcia $\vec{F}_T$

14. Siła wypadkowa

Jeśli na ciało działa kilka sił, można je zastąpić jedną siłą, której skutek działania jest taki sam jak wszystkich tych sił razem. Taką siłę nazywamy **siłą wypadkową**.

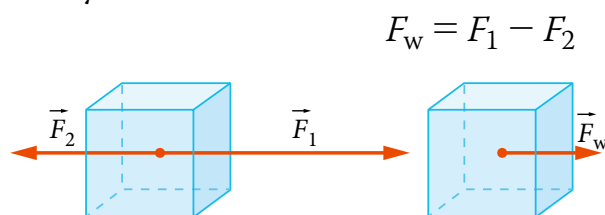
Jeżeli mamy dwie siły, które mają ten sam kierunek, to wartość siły wypadkowej obliczamy w zależności od zwrotów tych sił.

1) Te same zwroty



Symbol bez strzałki oznacza wartość wektora (w przypadku siły – wyrażoną w niutonach).

2) Przeciwne zwroty

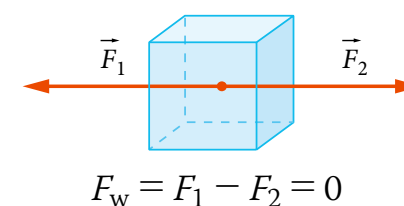


Dodatek matematyczny 8 → s. 294



15. Siły równoważące się

Jeżeli dwie siły działające na ciało mają ten sam kierunek, taką samą wartość i przeciwne zwroty, to ich siła wypadkowa jest równa 0 N. Mówimy wtedy, że **siły się równoważą**.



16. Pierwsza zasada dynamiki

- Jeżeli wypadkowa sił działających na ciało jest równa zero, to ciało spoczywa (jeżeli wcześniej spoczywało) lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym (jeżeli wcześniej się poruszało).
- Pierwszą zasadę dynamiki nazywamy też **zasadą bezwładności**.



► Samochód porusza się ze stałą prędkością, ponieważ działające na niego siły się równoważą

17. Siły nierównoważące się

- Gdy siły działające na ciało się nie równoważą (czyli wypadkowa sił działających na ciało jest różna od zera), ciało porusza się **ruchem zmiennym**.
- Jeśli siła wypadkowa działa na ciało zgodnie z kierunkiem i zwrotem wektora prędkości, to ciało się rozpędza.
- Jeśli siła wypadkowa działa przeciwnie do zwrotu wektora prędkości, to ciało hamuje.

18. Druga zasada dynamiki

- Jeżeli wypadkowa sił działających na ciało jest różna od zera, to ciało porusza się ruchem zmiennym z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do działającej siły i odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała. Tę zależność można opisać wzorem:

$$\text{przyspieszenie} = \frac{\text{siła wypadkowa}}{\text{masa ciała}} \quad a = \frac{F}{m}$$

- Oznacza to, że jeśli podwoimy wartość siły działającej na ciało, to uzyska ono dwukrotnie większe przyspieszenie.
- Jeśli przy stałej wartości siły podwoimy masę ciała, uzyska ono dwa razy mniejsze przyspieszenie (będzie przyspieszać lub hamować dwukrotnie wolniej).
- Druga zasada dynamiki pozwala zdefiniować jednostkę siły, zwaną niutonom:
 $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Przykład 3.

■ Obliczanie wartości siły, która wywołuje przyspieszenie

Samochód elektryczny rozpędzał się ze stałym przyspieszeniem $3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

a) Określ, jakie ciało działało na niego siłą powodującą przyspieszenie.

b) Oblicz wartość tej siły, jeśli wiadomo, że masa samochodu wraz z ładunkiem i pasażerami wynosiła 1600 kg.

Rozwiązanie:

a) Potocznie mówimy, że samochód odpycha się od nawierzchni drogi. Jednak żadne ciało nie może działać siłą samo na siebie. Dokładniej powiemy więc, że samochód odpycha nawierzchnię drogi, a nawierzchnia – zgodnie z trzecią zasadą dynamiki – odpycha samochód. Siły ich wzajemnego oddziaływania to siły tarcia. Tak więc odpowiedź brzmi: tym ciałem jest nawierzchnia drogi.

b) Z drugiej zasady dynamiki wynika, że $a = \frac{F}{m}$, więc po przekształceniu otrzymujemy zależność:

$$F = ma$$

Podstawiamy dane i otrzymujemy:

$$F = 1600 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4800 \text{ N}$$

Odpowiedź: Na samochód działa nawierzchnia drogi siłą tarcia o wartości 4800 N.

Nie myl działania siły z wydatkowaniem energii. Kiedy pudełko stoi na podłodze, naciska na podłogę, a podłoga – na pudełko, chociaż żadne z ciał nie zużywa na to energii.

Dodatek matematyczny 6 → s. 292

Działania na jednostkach:
 $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$

Przykład 4.

■ Obliczanie masy na podstawie drugiej zasady dynamiki

Pod wpływem siły wypadkowej 30 N obciążony wózek sklepowy poruszał się z przyspieszeniem. Wykres zależności jego prędkości od czasu przedstawiono obok. Oblicz masę obciążonego wózka.

Rozwiązanie:

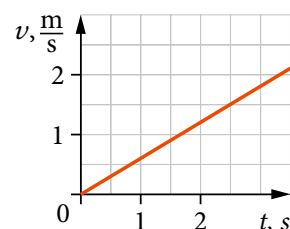
Znamy siłę działającą na wózek, a mamy obliczyć jego masę. Te dwie wielkości występują w zależności:

$$a = \frac{F}{m}$$

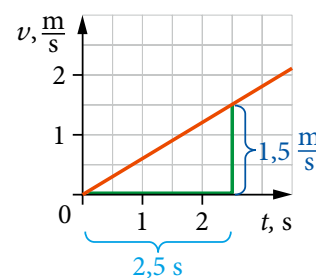
Jeśli więc najpierw obliczymy przyspieszenie, będziemy mogli wyznaczyć masę:

$$m = \frac{F}{a} \quad (1)$$

Aby obliczyć przyspieszenie, znajdziemy dwa punkty wykresu leżące na przecięciu krętek. Niech będą to punkty $(0 \text{ s}; 0 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ oraz $(2,5 \text{ s}; 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ zaznaczone na rysunku obok.



Sposób rozwiązania zadania możesz wymyślać „od końca”: najpierw się zastanów, czego potrzebujesz, a potem – jak to obliczyć.



➡ Tak więc w czasie $\Delta t = 2,5 \text{ s} - 0 \text{ s} = 2,5 \text{ s}$ ciało zwiększyło prędkość o:

$$\Delta v = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Stąd przyspieszenie wynosi:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,5 \text{ s}} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Podstawiamy je do wzoru (1):

$$m = \frac{F}{a} = \frac{30 \text{ N}}{0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 50 \text{ kg}$$

$$[m] = \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \text{kg}$$

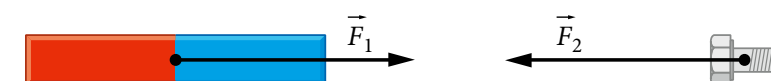
Obliczenia na jednostkach są nieco bardziej skomplikowane, zapisaliśmy je więc osobno.

Odpowiedź: Masa wózka wraz z obciążeniem wynosi 50 kg.

19. Trzecia zasada dynamiki

Jeżeli ciało A działa siłą na ciało B, to jednocześnie ciało B oddziałuje na ciało A siłą równą co do wartości i o tym samym kierunku, ale przeciwnym zwrocie.

- Jeśli magnes przyciąga śrubę, to śruba przyciąga magnes siłą o tej samej wartości i takim samym kierunkiem, ale przeciwnym zwrocie. Pod wpływem tych dwóch sił poruszyć się mogą zarówno śruba, jak i magnes.



- Skoro Słońce przyciąga Ziemię, to Ziemia również przyciąga Słońce. Ponieważ jednak masa Słońca jest znacznie większa od masy Ziemi, ruch Słońca jest bardzo trudny do zaobserwowania.
- Trzecia zasada dynamiki pozwala wyjaśnić zjawisko odrzutu, np. ruch nadmuchanego niezawiązanego balonika latającego bezładnie po pokoju.

- Wirnik helikoptera pcha powietrze w dół siłą $\vec{F}_2$, a powietrze pcha helikopter w górę siłą $\vec{F}_1$

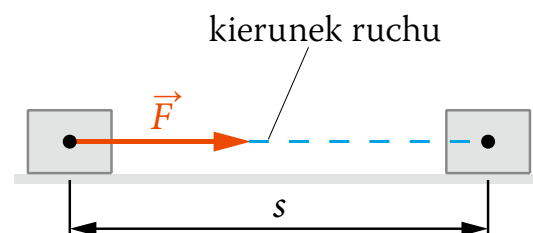




20. Praca

Z pracą mamy do czynienia wtedy, gdy siła działa na ciało, a ono się przemieszcza.

- W najprostszym przypadku, kiedy siła jest stała i działa w tę samą stronę, w którą porusza się ciało, pracę obliczamy, mnożąc wartość siły F przez drogę s .



praca = siła · droga

$$W = F \cdot s$$

- Jednostką pracy jest **dżul**:

$$[W] = 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

21. Moc

Moc to iloraz pracy i czasu, w jakim ta praca została wykonana. Zatem moc opisuje, jak szybko została wykonana praca.

$$\text{moc} = \frac{\text{praca}}{\text{czas}} \quad P = \frac{W}{t}$$

Jednostką mocy jest **wat**:

$$[P] = 1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Jeśli urządzenie dostarcza 1200 J energii w czasie 10 sekund, to oznacza, że jego moc wynosi $P = \frac{1200 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 120 \text{ W}$, czyli urządzenie w ciągu każdej sekundy wykonuje pracę równą 120 J.

Przykład 5.

■ Obliczanie czasu wykonania danej pracy

Silnik elektryczny pobiera z sieci elektrycznej moc 2000 W i 90% z niej zamienia w pracę użyteczną. **Oblicz, w jakim czasie wykona pracę 36 000 J.**

Rozwiązanie:

Przekształcamy wzór na moc tak, aby obliczyć czas:

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow t = \frac{W}{P}$$

Podstawiamy do niego wartości $W = 36\,000 \text{ J}$ oraz $P = 0,9 \cdot 2000 \text{ W} = 1800 \text{ W}$:

$$t = \frac{36\,000 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 20 \text{ s}$$

$$[t] = \frac{\text{J}}{\text{W}} = \frac{\text{J}}{\frac{\text{J}}{\text{s}}} = \text{J} \cdot \frac{\text{s}}{\text{J}} = \text{s}$$

Odpowiedź: Silnik wykona tę pracę w czasie 20 s.

Dodatek matematyczny 6
→ s. 292



22. Energia

Energia to wielkość określająca **zdolność** do wykonania pracy. Energia ciała może zostać zmieniona na skutek wykonania pracy.

- Kiedy ciało wykonuje pracę, traci energię. Ta energia jest przekazywana innemu ciału lub otoczeniu.
- Kiedy nad ciałem zostaje wykonana praca (przez siły zewnętrzne), zyskuje ono energię (a inne ciało jednocześnie tę energię traci).

Kiedy wykonujemy nad ciałem pracę 1 J, przekazujemy mu energię 1 J. Na przykład jeśli rozpędzimy ciało i w tym celu wykonamy pracę 8 J, to stracimy na to energię 8 J, a ciało zyska energię 8 J.

Przyrost energii ciała jest równy pracy wykonanej nad tym ciałem, co można zapisać:

$$\text{wykonana praca} = \text{przyrost (zmiana) energii} \quad W = \Delta E$$

Wynika stąd, że pracę i energię można mierzyć w tych samych jednostkach. Przyjętą jednostką jest **dżul**.

23. Formy energii

Energia może występować w różnych formach, takich jak:

- energia potencjalna ciężkości** (grawitacji) – gdy podnosimy ciało o masie m na wysokość h , uzyskuje ono energię potencjalną:

$$\text{energia potencjalna grawitacji} = \text{masa} \cdot \text{przyspieszenie ziemskie} \cdot \text{wysokość} \quad E_p = mgh$$



► Aby zwiększyć swoją energię potencjalną, wspinacz musi wykonać pracę



► Dzięki turbinom wiatrowym możemy zamienić energię kinetyczną powietrza w energię elektryczną

- energia kinetyczna** – jeżeli ciała o masie m nadajemy prędkość v , to zyskuje ono energię kinetyczną:

$$\text{energia kinetyczna} = \frac{1}{2} \text{ masa} \cdot \text{prędkość}^2 \quad E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

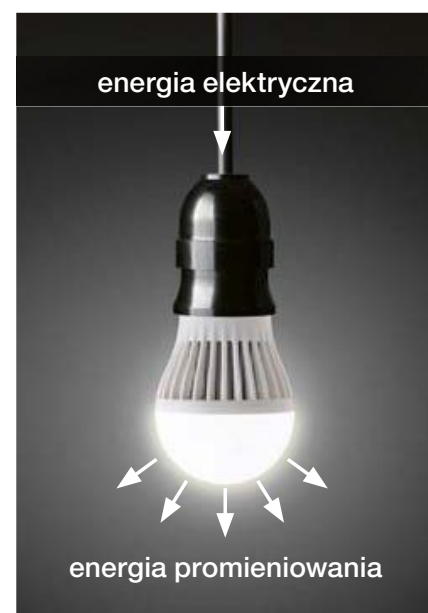
Inne formy to m.in. **energia elektryczna, chemiczna, jądrowa, energia promieniowania**.



24. Zasada zachowania energii

Energia nie powstaje z niczego i nie znika, może wyłącznie zmieniać formę.

- Kiedy mówimy, że elektrownia węglowa produkuje energię elektryczną, posługujemy się skrótem myślowym. Elektrownia nie wytwarza jej z niczego, ale zamienia energię chemiczną węgla w energię elektryczną.
- Z kolei gdy mówimy, że czajnik elektryczny zużywa energię elektryczną, to nie oznacza, że energia znika, ale że zmienia się w energię wewnętrzną wody.
- Lampa świeci (wytwarza energię promieniowania) dzięki dostarczonej energii elektrycznej.



Zasada zachowania energii jest jednym z najważniejszych praw przyrody, będziesz z niej wielokrotnie korzystać podczas rozwiązywania zadań.

Przykład 6.

■ Obliczanie pracy potrzebnej do rozpędzenia ciała

Jaką pracę trzeba wykonać, aby rozpędzić samochód o całkowitej masie 1600 kg od stanu spoczynku do prędkości $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? Przyjmij, że w tym przypadku 80% pracy to praca użyteczna.

Rozwiązanie:

Obliczmy najpierw, jaką energię kinetyczną ma samochód o podanej masie i prędkości:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Podstawiamy dane, wykonujemy obliczenia i wyznaczamy jednostkę:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 1600 \text{ kg} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 320\,000 \text{ J} = 320 \text{ kJ}$$

$$[E_k] = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Obliczona energia kinetyczna, ze względu na zerową prędkość początkową, jest równa niezbędnej pracy użytecznej.

Pracę równą tej energii trzeba by wykonać, aby rozpędzić nasz samochód, gdyby 100% pracy było zamieniane na energię kinetyczną. Wiemy, że w opisanym przypadku tylko 80% pracy zamienia się w energię kinetyczną, należy więc wykonać większą pracę – taką, że:

$$0,8 \cdot W = E_k \rightarrow W = \frac{E_k}{0,8}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$W = \frac{320 \text{ kJ}}{0,8} = 400 \text{ kJ}$$

Odpowiedź: Aby rozpędzić samochód, trzeba wykonać pracę 400 kJ.

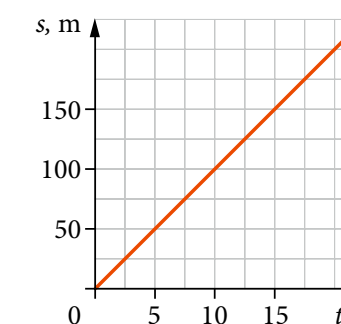
Sprawdź się

1. Chomik biega w kołowrotku, jednak stale znajduje się w tym samym miejscu. Jak więc odpowiedzieć na pytanie, czy się porusza?

2. Pociąg jadący ze stałą prędkością przebył 100 km w czasie 1 h 20 min. Oblicz jego prędkość w tym ruchu.

3. Wykres przedstawia zależność drogi od czasu dla pewnego ciała. Oblicz:

- a) **P1** jaką drogę przebędzie ono w czasie 1 minuty,
- b) ile czasu zajmie mu przebycie 400 m.



4. Słoń może biec z prędkością $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, w jakim czasie przebiegnie z taką prędkością drogę 500 m.

5. Prędkość ruchu Ziemi wokół Słońca ulega zmianom, są one jednak niewielkie i w szacunkowych obliczeniach możemy je pominąć. Oblicz w przybliżeniu tę prędkość.

Wskazówka. Przyjmij, że Ziemia biegnie wokół Słońca po okręgu o promieniu 150 mln km. Przypomnij sobie wzór na długość okręgu o danym promieniu.

6. **P2** Pewien samochód miejski osiąga prędkość $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ w czasie 12 s, a samochód sportowy rozpędza się do tej prędkości w czasie 5 s. Oblicz przyspieszenie każdego z tych pojazdów podczas rozpędzania.

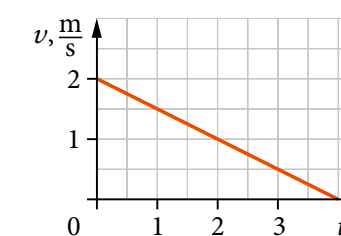
7. Na Księżycu grawitacja jest słabsza niż na Ziemi – przedmioty spadają z przyspieszeniem ok. 6 razy mniejszym niż na naszej planecie. Oblicz, do jakiej prędkości w czasie 8 s rozpędzi się kamień spadający na Ziemi, a do jakiej – na Księżycu.

8. **P3** Masa motorówki (łącznie z załogą i ładunkiem) wynosiła 400 kg. Oblicz wartość siły, jaka nadała jej przyspieszenie $1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Jakie ciało działało na motorówkę tą siłą?

9. Samochód o masie 1500 kg jechał z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Gdy kierowca puścił pedał gazu, na pojazd działały tylko siły oporów ruchu (tarcie i opór powietrza) o łącznej wartości 300 N. Oblicz:

- a) jakie przyspieszenie nadają te siły samochodowi,
- b) w jakim czasie spowodują jego zatrzymanie.

10. **P4** Pudełko popchnięte po podłodze zatrzymało się z powodu siły tarcia o wartości 10 N. Zmianę prędkości pudełka przedstawia wykres. Oblicz masę pudełka.





11. Samochód jedzie po prostej poziomej drodze. Pokonuje przy tym opory ruchu o łącznej wartości 400 N. Jaką pracę musi wykonać silnik, aby ten samochód przejechał 1 km?

12. Wózek sklepowy ma energię kinetyczną 40 J. Kiedy go puszczone, poruszał się z rozpędu dalej. Oblicz drogę, jaką przejechał, jeśli działała na niego siła tarcia o wartości 10 N.

13. Oblicz moc, jaką ma żarówka, która w ciągu minuty pobiera z sieci elektrycznej energię 600 J.

14. **P5** Oblicz czas, w jakim silnik o mocy 2000 W wykona pracę 100 000 J. Pomiń straty energii.

15. Wojtek podnosi z podłogi torbę o masie 5 kg i stawia ją na półkę znajdującą się 150 cm nad podłogą.

a) Jaką energię potencjalną uzyskuje torba?

b) Jaką pracę wykonuje Wojtek?

16. **P6** Rowerzysta ma masę 70 kg, a jego rower waży 12 kg. Oblicz pracę, jaką wykonał rowerzysta, aby rozpędzić się od stanu spoczynku do prędkości $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Załóż, że ruch odbywa się po poziomym odcinku drogi i pomiń opory ruchu.

17. Oblicz energię kinetyczną samochodu o masie 2000 kg jadącego z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.



1. Wprowadzenie

1. Badania w fizyce
2. Pomiary i jednostki
3. Wstęp do analizy danych pomiarowych

4. Opisywanie zależności między wielkościami
5. Wielkości wektorowe



1.1 Badania w fizyce

Ważne w tej lekcji:

- metody badań,
- notacja wykładnicza,
- orientacja w rozmiarach i masach obiektów fizycznych.



Rys. 1.1. Jedno z centrów nauki znajduje się w Łodzi – Centrum Nauki i Techniki EC1 (na zdjęciu stanowisko do badania zorzy polarnej)

■ Dlaczego zajmujemy się fizyką

Fizycy odkrywają podstawowe prawa rządzące przyrodą. Zajmują się więc **opisem świata**, w którym wszyscy żyjemy, jednak bardziej wnikliwie, niż wszyscy czynimy to na co dzień.

Dość często naukowcy prowadzą badania fizyczne z czystej ciekawości, i to właśnie zainteresowanie jest podstawą ich motywacji. Ono także przyciąga zwykłych ludzi do centrów nauki, gdzie można samodzielnie wykonywać doświadczenia fizyczne (rys. 1.1), oraz sprawia, że książki popularnonaukowe stają się bestsellerami.

Na lekcjach fizyki nauczysz się badać i opisywać świat za pomocą praw fizyki.

■ Z ciekawości i dla pożytku

Fizyka może być nie tylko ciekawa, lecz także pożyteczna. Solidnej wiedzy z fizyki wymaga się też od specjalistów z innych dziedzin, np. elektroniki albo telekomunikacji.

Internet i telefonia komórkowa są dziś wszechobecne, a szybkość ich transmisji stale rośnie. Nic więc dziwnego, że zarówno w Polsce, jak i na całym świecie potrzeba wielu inżynierów.

Nowe, praktyczne zastosowania fizyki niejednokrotnie pojawiają się jako skutek uboczny badań. Na przykład do zaprogramowania systemu GPS niezbędna okazała się ogólna teoria względności Alberta Einsteina.

Z kolei rozwój metod badania struktury kryształów przyczynił się do skonstruowania tranzystora, a następnie – współczesnych komputerów i innych urządzeń elektronicznych.

Mniej oczywiste wydaje się wykorzystanie fizyki w biologii i medycynie. Tymczasem te dziedziny zajmują się np. badaniami mózgu, inżynierią genetyczną czy budowaniem nanorobotów, zdolnych naprawiać organizm od wewnątrz. Wszyscy studenci biologii i medycyny uczą się fizyki, a coraz więcej fizyków prowadzi badania we współpracy z uczonymi zajmującymi się tymi dziedzinami.

Metody badawcze opracowane przez fizyków znalazły zastosowanie w wielu innych dziedzinach, np. w ekonomii do badania rynków finansowych, archeologii do datowania znalezisk, czy też w animacji komputerowej do realistycznego oddawania ruchu i efektów świetlnych.

■ Fizyka i astronomia

Początkowo ludzie sądzili, że inne prawa rządzą ciałami niebieskimi, a inne – zjawiskami ziemskimi. Fizyka i astronomia stanowiły więc dwie niezwiązane ze sobą dziedziny wiedzy.

Zmieniło się to, gdy w XVII w. Izaak Newton sformułował znane ci ze szkoły podstawowej trzy zasady dynamiki oraz prawo powszechnego ciążenia, o którym powiemy w dalszych częściach podręcznika. Okazało się wtedy, że ruch planet wokół Słońca i ruch ciał na Ziemi podlegają dokładnie tym samym prawom fizyki.

Z kolei gdy w XIX w. analiza widma światła słonecznego pozwoliła na określenie składu chemicznego Słońca (rys. 1.3), dowiedziano się, że w gwiazdach występują te same pierwiastki co na naszej planecie.

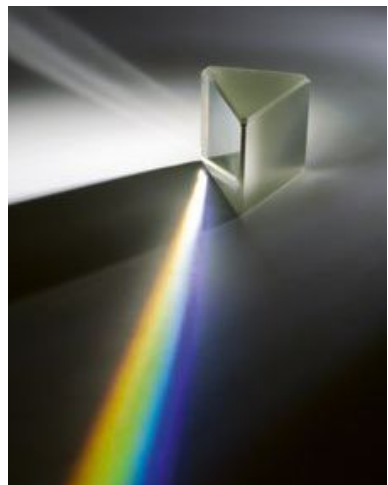
Dziś astronomia i fizyka stanowią dziedziny związane ze sobą niezwykle blisko. Co więcej, astronomowie nie tylko korzystają z istniejących praw fizyki, lecz także odkrywają nowe prawa i sprawdzają hipotezy fizyków. Kosmos stanowi wielkie laboratorium, w którym można obserwować zjawiska niemożliwe do badania na Ziemi, np. zachodzące w pobliżu ciał o ogromnej masie albo w ekstremalnie wysokich temperaturach. W szkole średniej astronomia nie stanowi odrębnego przedmiotu, a jej zagadnieniami będziemy się zajmować na lekcjach fizyki.

■ Jak fizycy badają świat

Fizyka jest nauką wyjątkową, niestroniącą od ekstremów. Zajmuje się zarówno najmniejszymi cząstkami mikroświata, np. budową jądra atomowego, jak i największymi obiektami występującymi we Wszechświecie, np. skupiskami galaktyk. Przykładowe rozmiary i masy badanych obiektów pokazaliśmy na s. 22–23. Na podstawie badań uczeni formułują prawa oraz przewidują wyniki doświadczeń. Na czym jednak polega to badanie?



Rys. 1.2. W trakcie całkowitego zaćmienia Słońca astronomowie badają koronę słoneczną, biolodzy obserwują zachowanie zwierząt, a historycy wspominają dramatyczne zapisy dawnych zaćmień

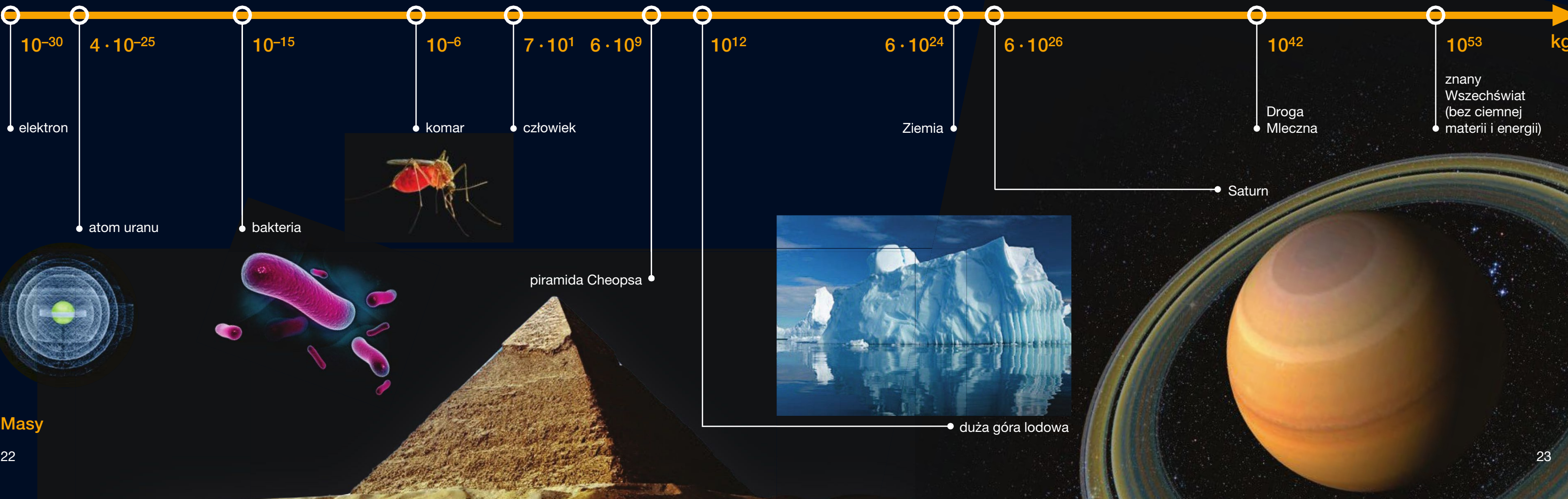
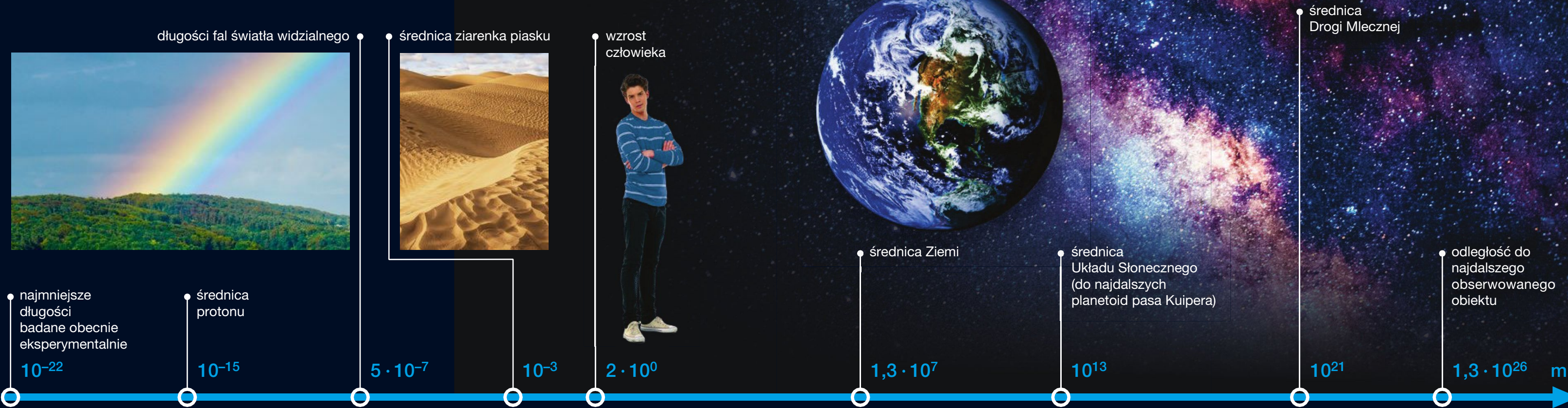


Rys. 1.3. Widmo światła, czyli jego rozkład na poszczególne barwy, możemy uzyskać za pomocą pryzmatu

Rozmiary i masy

Każdy z nas posługuje się określeniami: *wiekszy* lub *mniejszy*, *odległy* lub *bliski*.
Zobaczmy, co w otaczającym nas świecie naprawdę na nie zasługuje.

Rozmiary i odległości



Fizyka jest nauką ścisłą. Przez wiele wieków fizycy odkrywali nowe prawa przyrody i doskonalili samą metodę badań, opartą na połączeniu **doświadczeń z modelowaniem matematycznym**.

Doświadczenia i modelowanie matematyczne są fundamentem współczesnej fizyki oraz innych nauk ścisłych.

Modelowanie matematyczne

Modelowanie matematyczne polega na opisywaniu rzeczywistości za pomocą pojęć i równań matematycznych.

Aby model matematyczny był czytelny i użyteczny, przeprowadza się uproszczenia i uwzględnia jedynie elementy najistotniejsze dla przebiegu badanych zjawisk. Na przykład, aby ruch samolotów w określonej przestrzeni powietrznej przedstawić na monitorze radaru w sposób użyteczny dla kontrolera ruchu lotniczego, pomija się dokładny kształt samolotów, liczbę pasażerów, kolor kadłuba itd. Dany samolot staje się punktem przesuwanym się po ekranie (rys. 1.4).

Rys. 1.4. Ekran kontrolera ruchu na lotnisku

Rola doświadczeń i modeli w fizyce

Poprawność modeli matematycznych oraz zakres ich stosowalności sprawdza się poprzez wielokrotne eksperymenty i obserwacje. Punkt jako model samolotu jest odpowiedni, gdy interesuje nas, ile godzin będzie trwał lot, ale zupełnie zawodzi, gdy chcemy się dowiedzieć, jakie siły działają na skrzydła samolotu. W naukach ścisłych praktyka i teoria, czyli doświadczenia i modelowanie, uzupełniają się – stanowią niejako dwie strony medalu. Żadne z tych ujęć badawczych nie odgrywa dominującej roli. Czasem z doświadczeń wynika, jak można sformułować teorię, a kiedy indziej to właśnie ona podpowiada, co i w jaki sposób należy zbadać eksperymentalnie, a także pozwala zrozumieć wyniki doświadczenia. Przykłady na to znajdziemy w dalszych działach tego podręcznika.

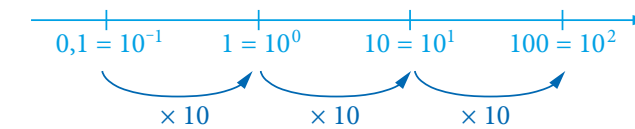
Notacja wykładnicza

Zwróć uwagę na sposób zapisu wielkości fizycznych na infografice (s. 22–23). Ponieważ są one bardzo zróżnicowane, stosujemy **notację wykładniczą**. Dzięki niej łatwo zapisać zarówno bardzo duże, jak i bardzo małe liczby. Zastosowaliśmy ją na infografice o rozmiarach i masach, ponieważ znalazły się na niej przykłady ciał o masach tak zróżnicowanych, jak $4 \cdot 10^{-25}$ kg i $6 \cdot 10^{26}$ kg.

W notacji wykładniczej stosujemy zapis liczby 10 w potęgze całkowitej, pomnożonej przez liczbę z przedziału $1 \leq a < 10$: $a \cdot 10^k$.

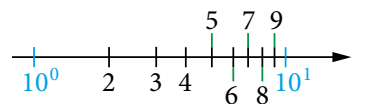
Skala logarytmiczna

W infografice dodatkowo – ponownie z powodu dużej rozbieżności wartości liczbowych – zastosowaliśmy **skale logarytmiczną**. Kolejne zamieszczone na niej wartości są kolejnymi wielokrotnościami danej liczby – w naszym przypadku to wielokrotności liczby 10 (rys. 1.5).



Rys. 1.5. Skala logarytmiczna – w stałych odległościach są wielokrotności liczby 10

Jeżeli zaczniemy więc od 10^{-1} , to następne jest $10^{-1} \cdot 10$, czyli 10^0 . Dalej są 10^1 , 10^2 , 10^3 itd. Na lekcjach matematyki nie poznałeś jeszcze logarytmów, dlatego na razie nie będziemy zajmować się innymi liczbami na tej skali, np. tym, gdzie położone jest 15. Zaznaczymy tylko, że nie jest to skala liniowa, co oznacza, że odcinki między kolejnymi wielokrotnościami liczby 10 nie dzielą się na 10 równych części – przykładowy podział takiego odcinka pokazaliśmy na rysunku 1.6.



Rys. 1.6. Położenie kolejnych wartości między 1 a 10 w przyjętej przez nas skali logarytmicznej

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



- System GPS wyznacza położenie odbiorników na Ziemi na podstawie pomiaru czasu, jaki falam radiowym wysyłanym przez satelitę zajmuje dotarcie do odbiornika. Z jaką dokładnością trzeba zmierzyć ten czas, aby wyznaczyć położenie z dokładnością do 10 m? Fale radiowe rozchodzą się z prędkością światła, czyli niemal $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Spróbuj się dowiedzieć, jak można mierzyć czas z taką dokładnością.
- Średnica jądra atomowego jest mniejsza od średnicy atomu ok. 100 tys. razy. Wyobraź sobie, że powiększymy atom tak bardzo, że jego jądro będzie miało rozmiar ziarenka maku (czyli ok. 1 mm). Jaka byłaby wówczas średnica całego atomu? Podaj przykład obiektu o podobnych rozmiarach.
- Nasza galaktyka, Droga Mleczna, ma średnicę ok. 10^{18} km (1 mld mld km). Wyobraź sobie model Galaktyki, w którym

Ziemia ma rozmiar ziarenka maku (czyli ok. 1 mm). Jaka byłaby w tym modelu średnica Galaktyki? Podaj przykład podobnej odległości.

Wskazówka. Możesz dla uproszczenia przyjąć, że średnica Ziemi wynosi 10 000 km.

- Podaj przykład dziedziny, w której trzeba łączyć:
 - fizykę i inne nauki przyrodnicze,
 - fizykę i ekonomię,
 - fizykę i zdolności artystyczne.
- Dowiedz się, gdzie najbliższej twojej miejscowości znajduje się planetarium.
- ☐ Wejdź na stronę wydziału lub instytutu fizyki, np. Uniwersytetu Jagiellońskiego lub Uniwersytetu Warszawskiego, i znajdź informacje na temat zagadnień, jakimi zajmują się pracujący tam fizycy. Zapisz, co cię najbardziej zainteresowało.

1.2 Pomiary i jednostki

Ważne w tej lekcji:

- wielkości służące do opisu ruchu,
- układ SI i jednostki pochodne,
- wielokrotności i podwielokrotności.

Przypomnij sobie:

- Wielkości fizyczne służą do ilościowego opisu cech ciał i zjawisk. Wielkościami fizycznymi są np. masa, długość, temperatura, czas.
- Wartości wielkości fizycznych podaje się wraz z ich jednostkami.

■ Podstawowe wielkości mierzone w badaniach ruchu

Na najbliższych lekcjach będziemy się zajmować opisem ruchów obserwowanych w przyrodzie. Warto więc odpowiedzieć sobie na pytanie, co właściwie należy zmierzyć, aby ilościowo opisać ruch ciała i jego przyczyny.

Okazuje się, że wszystkie wielkości służące do opisu ruchu można zdefiniować za pomocą zaledwie trzech wielkości fizycznych.

- Długość** określa, jak coś jest duże, jak daleko się znajduje, jaką odległość przebyło itd.
- Czas** opisuje, jak długo coś się dzieje oraz ile wynoszą odstępy między kolejnymi zdarzeniami.
- Masa** w życiu codziennym służy do określania ilości substancji. W fizyce pojęcie masy ma podwójne znaczenie (patrz schemat na następnej stronie).

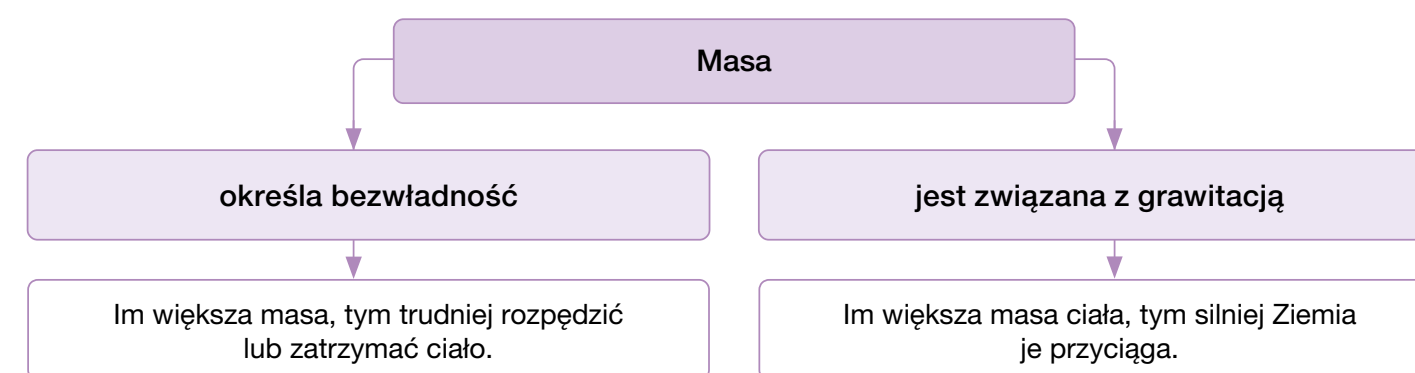


Rys. 1.7. Klepsydra to prosty przyrząd do pomiaru czasu

A to ciekawe

Nazwy dawnych jednostek długości często nawiązywały do rozmiarów części ciała człowieka. Mieliśmy np. stopę, łokieć, piędź (szerokość dłoni), cal (szerokość kciuka). Nie oznacza to jednak, że każdy kupiec mógł odmierzać towar zgodnie z własną budową ciała i twierdzić, że sprzedał odpowiednią ilość wyrobu.

Jednostki były zatwierdzane przez monarchę, a ich wzorce przechowywano w ratuszach lub innych dostępnych miejscach. Jeśli będziesz kiedyś zwiedzać Gdańsk, zwróć uwagę na zrekonstruowane wzorce jednostek miar umieszczone na fasadzie Ratusza Głównego Miasta (patrz zdjęcie obok). Problem z jednostkami polegał na ich mnogości. Odmiernych miar używano nie tylko w różnych państwach, ale często nawet w różnych częściach jednego kraju.



■ Pomiar – porównanie ze wzorcem

Pomiar wartości dowolnej wielkości fizycznej polega na porównaniu jej z przyjętą jednostką. Na przykład:

- stwierdzenie, że ołówek ma długość 14 cm, oznacza, że odcinek 1 cm mieści się 14 razy w długości tego ołówka, czyli że długość ołówka można podzielić na 14 odcinków po 1 cm,
- stwierdzenie, że lekcja trwa 45 minut, oznacza, że czas jej trwania można podzielić na 45 części po 1 minucie, a w minutowej klepsydrze piasek przesypie się w czasie lekcji 45 razy (rys. 1.7),
- stwierdzenie, że jabłko ma masę 10 dag, oznacza, że można je podzielić na 10 części po 1 dag albo że można je zrównoważyć 10 odważnikami po 1 dag każdy (rys. 1.8).

Pomiar polega na porównaniu wartości danej wielkości fizycznej ze wzorcem.

■ Miary wzorcowe i jednostki wielkości mierzalnych

Jednostki miar przyjmujemy na zasadzie umowy. Właściwie zamiast w kilogramach moglibyśmy wyznaczać masę w dowolnych jednostkach: przepiórczych jajach albo ciałach naukowca.

Jednak z praktycznego punktu widzenia takie wybory wzorców są nie tylko niewygodne, ale w zasadzie – całkowicie bezużyteczne. Masa jajka



Rys. 1.8. Na wadze szalkowej masę ważonego ciała porównujemy z masą wzorca – odważnika



Rys. 1.9. Jednostką czasu jest sekunda



Rys. 1.10. Jednostką długości jest metr (1 m = 100 cm)



Rys. 1.11. Jednostką masy jest kilogram (1 kg = 1000 g)

maleje w czasie, ponieważ ono wysycha, a masa badacza może zależeć od obfitości ostatniego obiadu. Co więcej, naukowcy nie mogliby porównać wyników swoich badań, jeśli nie wymieniliby się używanymi przez siebie wzorcami.

W życiu codziennym zagadnienie to jest równie ważne. Gdy płacimy w sklepie za daną ilość towaru, np. kilogram jabłek, chcielibyśmy mieć pewność, że w domu nasza waga kuchenna także wskaże kilogram.

Układ SI

Obecnie w prawie wszystkich państwach oficjalnie używany jest **międzynarodowy układ jednostek miar**, nazywany w skrócie **układem SI** (od francuskiego: *système international d'unités*, czyt. sistem ęternasjo-nal djunite).

- Jednostką czasu w układzie SI jest **sekunda**, oznaczana literą **s** (rys. 1.9). Sekundę definiujemy jako 9 192 631 770 okresów fali elektromagnetycznej emitowanej w określonych warunkach przez atom cezu. Ponieważ uważamy, że we Wszechświecie wszystkie atomy cezu są identyczne, taka definicja sekundy pozwala dokładnie odtworzyć długość jej trwania w dowolnym laboratorium.
- Jednostką długości w układzie SI jest **metr**, oznaczany literą **m** (rys. 1.10). Jeden metr to długość, jaką przebywa światło w próżni w czasie $\frac{1}{299\,792\,458}$ sekundy. Jest to precyzyjny sposób określenia wzorca długości, ponieważ w dowolnym miejscu we Wszechświecie światło w próżni zawsze przemieszcza się z taką samą prędkością.
- Jednostką masy w układzie SI jest **kilogram**, oznaczany symbolem **kg** (rys. 1.11). Aktualna definicja kilograma obowiązuje od 2019 roku i opiera się na zjawiskach dotyczących wysyłania światła przez atomy. O tych zjawiskach opowiemy w klasie czwartej.

A to ciekawe

Układ SI nie został przyjęty jako oficjalnie obowiązujący tylko w trzech krajach: USA, Liberii i Birmie. W niektórych państwach Wspólnoty Narodów, skupionej wokół Wielkiej Brytanii, mimo oficjalnego przyjęcia układu SI używa się na co dzień tradycyjnych jednostek imperialnych (np. mil, galonów, funtów).

Mylenie jednostek anglosaskich i metrycznych może prowadzić do poważnych wypadków. W Polsce w 2008 roku stało się ono przyczyną katastrofy samolotu wojskowego CASA.

Przez podobny błąd NASA straciła sondę kosmiczną Mars Climate Orbiter (czyt. mars klajmet orbiter, patrz zdjęcie obok), co kosztowało agencję 125 mln dolarów.

Jednostki pochodne i krotności jednostek

Metr, kilogram oraz sekunda należą do jednostek podstawowych układu SI (patrz tabela 1 → s. 285). Na ich podstawie definiujemy jednostki pochodne, np.:

- jednostką prędkości jest metr na sekundę ($\frac{m}{s}$),
- jednostką siły jest $\frac{kg \cdot m}{s^2}$.

Niektóre jednostki pochodne mają własne nazwy, np. jednostka siły $\frac{kg \cdot m}{s^2}$ to inaczej niuton (1 N), jednostka mocy $\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$ to wat (1 W), a jednostka ciśnienia $\frac{kg}{m \cdot s^2}$ to paskal (1 Pa).

Oprócz tego używamy wielokrotności jednostek, np.:

- 1000 m = 1 km (kilometr),
- 1000 N = 1 kN (kiloniuton),
- 1000 V = 1 kV (kilowolt),

oraz podwielokrotności jednostek, np.:

- 0,001 m = 1 mm (milimetr),
- 0,001 s = 1 ms (milisekunda),
- 0,001 g = 1 mg (miligram).

Zauważ, że za podstawową jednostkę masy przyjęto **kilogram**, mimo że w jego nazwie jest przedrostek (kilo).

Mamy też w fizyce wielkości fizyczne, które są bezwymiarowe, co oznacza, że nie mają jednostki. Taką wielkością jest m.in. powiększenie soczewki. Zapiszemy je np. $p = 5$.

Zwróć uwagę, że nazwy jednostek czasami pochodzą od nazwisk uczonych np. jednostka siły – niuton – od Izaaka Newtona, który opisał trzy zasady dynamiki.

Przedrostki zebrano w tabeli 2 → s. 285



Rys. 1.12. Oryginał wzorca kilograma, który obowiązywał do 2019 roku

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



- Spośród podanych jednostek długości i czasu wypisz jednostki podstawowe układu SI:
 - cal polski, mila morska, kilogram, uncja,
 - sekunda, minuta, godzina, doba,
 - milimetr, metr, decymetr, kilometr.
- Wyjaśnij, dlaczego żadna z podanych jednostek **nie jest** podstawową jednostką w układzie SI:

centymetr, niuton, gram, tona
- Wyraż poniższe wielkości w podstawowych jednostkach układu SI:
 - $2,8 \cdot 10^7$ mm,
 - 3 h,
 - $4 \cdot 10^{-5}$ t.
- Znajdź w dostępnych źródłach informacje o jednostkach masy stosowanych dawniej w Polsce. Przelicz masę swojego ciała na łuty i skrupuły.

1.3 Wstęp do analizy danych pomiarowych



Ważne w tej lekcji:

- niepewność pomiaru,
- niepewność wartości średniej,
- niepewność względna i bezwzględna.

Przypomnij sobie:

- Każdy pomiar jest obarczony niepewnością pomiarową.
- Aby zmniejszyć wpływ przypadkowych niedokładności, możemy wykonać pomiar wielokrotnie.

Niepewność pojedynczego pomiaru

Nawet najprostszego pomiaru nie da się wykonać idealnie dokładnie. Dlatego zawsze określamy, jak dokładny jest pomiar, czyli podajemy jego wynik wraz z **niepewnością pomiaru**. Niepewność zapisujemy po znaku „±” (czyt. plus minus).

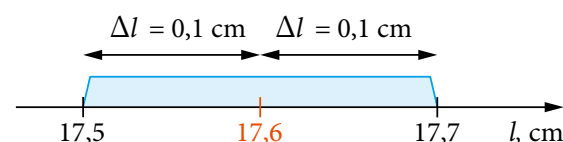
Na przykład, jeśli długość l ołówka wyznaczono na 17,6 cm z dokładnością do 0,1 cm (czyli do 1 mm), to zapis będzie wyglądał następująco:

$$l = 17,6 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$$

lub

$$l = (17,6 \pm 0,1) \text{ cm}$$

Oznacza to, że długość ołówka zawiera się pomiędzy 17,5 cm a 17,7 cm (rys. 1.14).



Rys. 1.14. Zaznaczenie niepewności pomiarowej na osi

Rys. 1.13. Ołówek można zmierzyć linijką, którą wykonujemy pomiar z dokładnością 1 mm

W przypadku pomiaru linijką o niepewności decyduje jej podziałka. Bywa jednak inaczej.

Wyobraź sobie, że mierzymy czas spadania kulki ze stołu. Stoper w telefonie podaje wynik z dokładnością do 0,01 s. Jednak czas reakcji osoby wciskającej przycisk jest znacznie dłuższy, dlatego niepewność możemy oszacować raczej na 0,2 s.

Przyczyny niedokładności pomiaru

Przyczyny różnicy między wynikiem pomiaru a prawdziwą wartością mierzonej wielkości mogą być różne. Należą do nich: dokładność przyrządu, błędy przypadkowe i błędy systematyczne.

Dokładność przyrządu



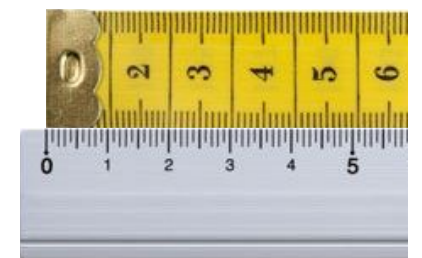
Jeśli waga wyświetla masę z dokładnością do 1 g, to nie dowiemy się za jej pomocą, czy estragon waży 14,3 g, czy 14,4 g.

Błędy przypadkowe



Gdy czas spadania piłki mierzymy stoperem, możemy wcisnąć przycisk odrobinę wcześniej albo później.

Błędy systematyczne



Gdy mierzymy długość rozciągniętą miarką krawiecką, otrzymujemy zaniżony wynik.

Wielokrotne pomiary

Błędy przypadkowe powodują, że w wielokrotnym pomiarze raz otrzymujemy wynik nieco za mały, a raz – nieco za duży. Możemy jednak obliczyć średnią, a wtedy wyniki za małe i za duże przynajmniej częściowo się zrównoważą.

Najlepszym przybliżeniem rzeczywistej wartości mierzonej wielkości jest średnia arytmetyczna wyników poszczególnych pomiarów.

A jaka jest niepewność w przypadku wielokrotnie powtarzanego pomiaru? Opiszemy tu stosowany w szkole przybliżony sposób wyznaczania **maksymalnej niepewności wartości średniej**.

W ten sposób można się pozbyć tylko błędów przypadkowych.

W badaniach naukowych używamy **niepewności standardowej** – możesz o niej poczytać w innych źródłach.

JEST NA TO SPOSÓB

Jak opracować wyniki wielokrotnego pomiaru

Uczniowie zastanawiali się, jaka siła jest potrzebna, aby popchnąć stojący samochód.

Poprosili więc nauczyciela, aby wsiadł do swojego samochodu na parking i ustawił skrzynię biegów na luz. O tylny zderzak oparli wagę sprężynową (podłożyli grubą tekturę, aby nie zarysować powierzchni). Następnie po kolei naciskali na wagę aż do momentu, kiedy pojazd się poruszył.

Zanotowali następujące wskazania przyrządu w chwili poruszenia pojazdu: 28 kg, 30 kg, 30 kg, 30 kg, 25 kg, 40 kg, 35 kg. Wyznacz wartość siły.



PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Analizujemy dane

Waga sprężynowa to właściwie siłomierz. Jeśli pokazuje masę $m = 28$ kg, to oznacza, że działa na nią siła równa ciężarowi ciała o masie 28 kg, czyli siła $F = mg$, gdzie $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ to przyspieszenie ziemskie.

Kolejne wskazania wagi oznaczają więc siłę nacisku:

280 N, 300 N, 300 N, 300 N, 250 N, 400 N, 350 N

Krok 2. Obliczamy średnią wyników

Średnia arytmetyczna z sił nacisku jest równa:

$$F = \frac{280 \text{ N} + 300 \text{ N} + 300 \text{ N} + 300 \text{ N} + 250 \text{ N} + 400 \text{ N} + 350 \text{ N}}{7} = 311,428571 \text{ N} \approx 311 \text{ N}$$

Krok 3. Znajdujemy wyniki najbardziej oddalone od średniej

- **Największy** wynik to 400 N, różni się od średniej o 89 N.
- **Najmniejszy** wynik to 250 N, różni się od średniej o 61 N.

A więc największa różnica między skrajnym wynikiem pomiaru a średnią to $\Delta F = 89$ N.

Krok 4. Obliczamy niepewność maksymalną średniej

Dzielimy ΔF przez pierwiastek z liczby pomiarów:

$$\Delta F_{\text{sr}} = \frac{\Delta F}{\sqrt{7}} = 34$$

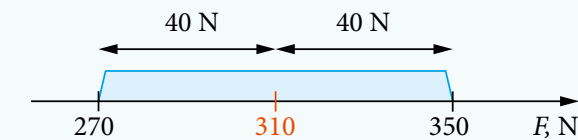
Krok 5. Zaokrąglamy średnią i jej niepewność

Otrzymaliśmy więc wynik w postaci $F = (311 \pm 34)$ N. Skoro jednak niepewność pomiaru wynosi aż 34 N, to zapisywanie siły z dokładnością do pojedynczych niutonów – czyli w naszym przypadku do jednośc w 311 N – nie ma sensu. Zarówno siłę, jak i jej niepewność należy zaokrąglić (przy czym niepewność zawsze zaokrąglamy w górę):

$$F = (310 \pm 40) \text{ N}$$



Na osi poniżej zaznaczono przedział, w jakim mieści się wartość siły.



Krok 6. Porównujemy niepewność z dokładnością przyrządu

Waga pozwalała odczytywać masę z dokładnością do 1 kg, co odpowiada pomiarowi siły nacisku z dokładnością do 10 N.

- Wyznaczona przez nas niepewność maksymalna średniej jest większa niż dokładność wagi. Nie musimy zatem nic więcej robić. Ostateczny wynik to $F = (310 \pm 40)$ N.
- Gdybyśmy natomiast otrzymali np. wynik:

$$F = (311 \pm 5) \text{ N}$$

czyli dokładniejszy niż pozwala waga, to zamiast 5 N podajemy dokładność wagi, czyli 10 N:

$$F = (310 \pm 10) \text{ N}$$

Krótko mówiąc, zawsze podajemy gorszą z możliwości (większą niepewność).

Uwaga. Dlaczego przy obliczaniu niepewności dzielimy przez pierwiastek z liczby pomiarów? Uzasadnienie pomijamy, ponieważ wymaga wiadomości z rachunku prawdopodobieństwa spoza zakresu szkolnej matematyki. Zauważ jednak, że właśnie dzięki temu dzieleniu przy większej liczbie pomiarów otrzymujemy mniejszą niepewność.

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Jaka była niepewność względna pomiaru (patrz niżej) siły w opisanym przykładzie?
- 2 Oblicz średnią i jej niepewność maksymalną następujących wyników pomiaru masy za pomocą wagi wyświetlającej wynik z dokładnością do 1 g.
107 g, 100 g, 98 g, 99 g, 101 g, 100 g, 100 g, 99 g, 99 g, 99 g
- 3 Oblicz średnią i jej niepewność maksymalną następujących wyników pomiaru masy za pomocą wagi wyświetlającej wynik z dokładnością do 1 g.
100 g, 100 g, 98 g, 99 g, 101 g, 100 g, 100 g, 99 g, 99 g, 99 g

■ Niepewność względna

Czy niepewność 0,2 s jest duża czy mała? To zależy.

- Gdybyśmy z taką dokładnością zmierzili czas obiegu Ziemi wokół Słońca, to wynik byłby bardzo dokładny.
- W przypadku biegu na 100 m taka dokładność byłaby zdecydowanie zbyt mała – okazałoby się, że złote medale trzeba przyznać wielu zawodnikom jednocześnie.

Aby ocenić, **czy pomiar jest dokładny**, musimy nie tylko wiedzieć, ile wynosi niepewność, lecz także – czy jest ona duża w stosunku do mierzonej wielkości. W tym celu oblicza się **niepewność względną**.

Niepewność względna to iloraz niepewności pomiaru i wielkości wyznaczonej z pomiarów. Zwykle podajemy ją w procentach.

Obliczmy niepewność względną dla przykładów na poprzedniej stronie.

- Dla okresu obiegu Ziemi wokół Słońca otrzymujemy:

$$\frac{0,2 \text{ s}}{365 \text{ dni}} \approx 6,3 \cdot 10^{-9} = 0,00000063\%$$

- Dla biegu na 100 m (rekord to nieco poniżej 10 s) otrzymujemy:

$$\frac{0,2 \text{ s}}{10 \text{ s}} = 0,02 = 2\%$$

Dla odróżnienia od niepewności względnej, wyrażanej w procentach, niepewność pomiaru, którą wyraża się w jednostkach mierzonej wielkości (czyli w naszym przykładzie 0,2 s), nazywa się **niepewnością bezwzględną**.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Znajdź w swoim domu kilka przyrządów pomiarowych. Zapisz dla każdego z nich:

- a) nazwę przyrządu,
- b) nazwę wielkości, którą mierzy,
- c) nazwę jednostki tej wielkości,
- d) zakres pomiarowy,
- e) dokładność, z jaką można odczytać wynik pomiaru.

- a) przyrząd: termometr,
- b) wielkość mierzona: temperatura,
- c) jednostka: stopień Celsjusza,
- d) zakres: od -40°C do $+40^{\circ}\text{C}$,
- e) dokładność: $\pm 1^{\circ}\text{C}$

2. Masę tygrysa wyznaczono na $340 \text{ kg} \pm 1 \text{ kg}$, a masę kota na $4000 \text{ g} \pm 100 \text{ g}$. Która wielkość została zmierzona dokładniej?

Wskazówka. Aby odpowiedzieć na powyższe pytanie, porównaj niepewności względne pomiarów.

3. Woltomierz pozwala zmierzyć napięcie z dokładnością do 2%.

- a) Oblicz bezwzględną niepewność pomiaru, jeśli urządzenie podało 235 V.

- b) Zapisz ten wynik w zeszycie wraz z niepewnością pomiarową.

4. Zważ niewielki przedmiot za pomocą wagi kuchennej. Wykonaj pomiar pięć razy i zapisz wyniki pomiarów.

Następnie oblicz średnią pomiarów i niepewność maksymalną średniej.

Narysuj oś liczbową i zaznacz na niej średnią oraz przedział, do którego powinna należeć mierzona wielkość.

5. Franek z długiej listewki wykonał linijkę ze skalą co 1 m. Za jej pomocą zmierzył 20 razy swój wzrost, przy czym 19 razy otrzymał wynik 2 m, a raz 1 m. Obliczył średnią i jej niepewność maksymalną:

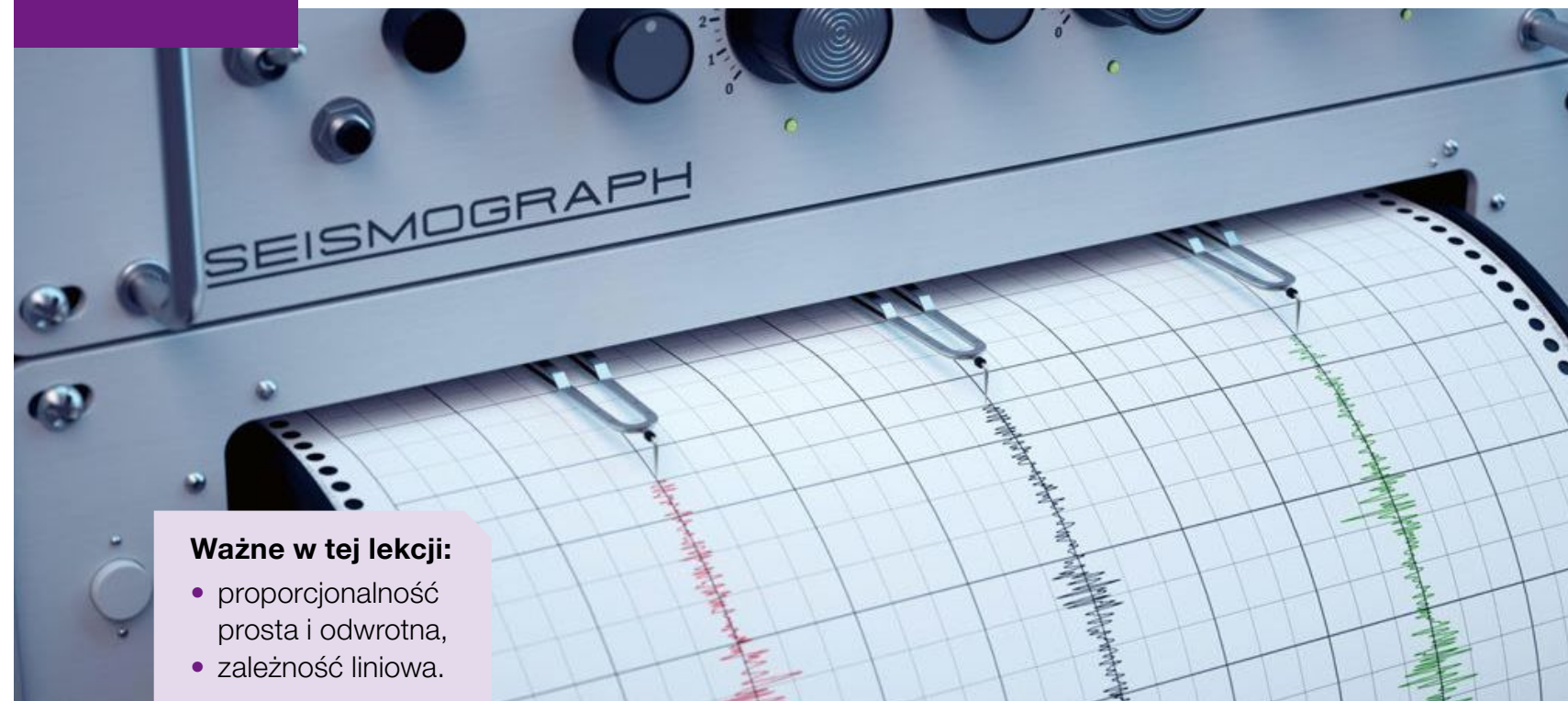
$$h'_{\text{sr}} = 1,95 \text{ m}$$

$$\Delta h'_{\text{sr}} = \frac{1,95 - 1}{\sqrt{20}} \text{ m} = 0,21 \text{ m}$$

Uznał więc, że jego wzrost wynosi $(2,0 \pm 0,3) \text{ m}$, czyli zawiera się między 170 cm a 230 cm.

Czy z pomiarów Franka rzeczywiście wynika taki wynik? O czym Franek zapomniał?

1.4 Opisywanie zależności między wielkościami



Ważne w tej lekcji:

- proporcjonalność prosta i odwrotna,
- zależność liniowa.

Przypomnij sobie:

- Między wielkościami fizycznymi istnieją zależności, które opisuje się za pomocą wzorów.
- Na wielkościach fizycznych można wykonywać działania matematyczne podobnie jak na liczbach.

Prawa fizyki opisują zależności między wielkościami fizycznymi. Na przykład druga zasada dynamiki mówi, w jaki sposób przyspieszenie ciała zależy od jego masy i działającej na nie siły. Te zależności zapisujemy zwykle za pomocą wzorów. Przedstawimy teraz kilka typów zależności, które często spotykamy w fizyce, a nawet w życiu codziennym.

Proporcjonalność prosta

Jedną z zależności między wielkościami jest **proporcjonalność prosta**. To pojęcie znasz już ze szkoły podstawowej. Można je stosować nie tylko w fizyce.

Dwie wielkości są wprost proporcjonalne, jeśli ze wzrostem jednej z nich druga rośnie tyle samo razy.

Określenie „tyle samo razy” jest bardzo ważne. Na przykład pole kwadratu **nie jest** wprost proporcjonalne do jego boku, ponieważ kwadrat o boku trzy razy większym ma aż dziewięć razy większe pole.

Przykłady proporcjonalności prostej

Z proporcjonalnością prostą spotykamy się nie tylko w fizyce, lecz także w życiu codziennym.

A.



$m_A = 150 \text{ g}$ – jeden sześcian

B.



$m_B = 3m_A$ – trzy sześciany

Gdy kupujemy towar na wagę, zapłacona kwota jest wprost proporcjonalna do masy towaru, np. za towar o trzy razy większej masie zapłacimy trzy razy więcej.

Oto kilka przykładów proporcjonalności prostej występujących w fizyce.

Masa m określonej substancji jest wprost proporcjonalna do **objętości V** (patrz zdjęcie A i B powyżej).

$$m = d \cdot V \quad d - \text{gęstość}$$

W ruchu jednostajnym **przebyta droga s** jest wprost proporcjonalna do **czasu trwania ruchu t** .

$$s = v \cdot t \quad v - \text{prędkość}$$

Napięcie U między końcówkami opornika o stałym oporze jest wprost proporcjonalne do **natężenia płynącego prądu I** .

$$U = R \cdot I \quad R - \text{opór}$$

współczynnik proporcjonalności

Wzór opisujący proporcjonalność prostą

Rozważmy bardzo prosty przykład z życia codziennego. Kupujemy jabłka po 3 zł za kilogram. Załóżmy, że x to masa jabłek w kilogramach, a y – kwota w złotych, jaką trzeba zapłacić za te jabłka. Jaka jest zależność między x a y ? Opisuje ją wzór:

$$y = 3x$$

kwota do zapłaty (w złotych) masa (w kilogramach)

Ogólniej, jeśli cenę 1 kg jabłek oznaczmy literą a , to otrzymamy:

$$y = ax$$

kwota do zapłacenia (w złotych) cena za 1 kg masa (w kilogramach)

Energia kinetyczna ciała **nie jest** wprost proporcjonalna do jego prędkości – kiedy prędkość ciała zwiększa się trzykrotnie, jego energia kinetyczna rośnie aż dziewięciokrotnie.

Podobną postać mają inne wzory opisujące proporcjonalność prostą:

$$y = ax$$

współczynnik proporcjonalności wielkości wprost proporcjonalne

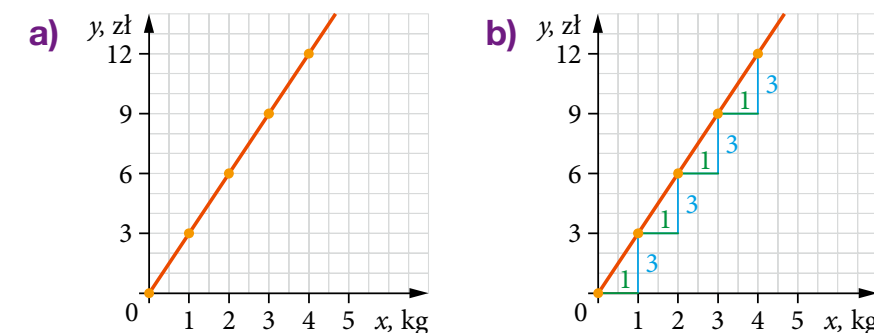
Wykresy proporcjonalności prostej

Jak przedstawić proporcjonalność prostą na wykresie? Przypomnijmy sobie przykład z kupowaniem jabłek po 3 zł za 1 kg. Zapisaliśmy w tabeli 1.1 kilka przykładów masy (oznaczonej x) i odpowiadającej jej ceny (oznaczonej y).

Gdy zaznaczymy odpowiednie punkty w układzie współrzędnych, zauważymy, że układają się one na jednej prostej (rys. 1.15a). Dlaczego tak jest? Wyjaśnienie stanowią schodki na wykresie 1.15b. Każdy z nich odpowiada zakupowi dodatkowego kilograma, a jego wysokość opisuje, o ile więcej musimy zapłacić.

Tabela 1.1

x , kg	y , zł
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12



Rys. 1.15. a) wykres zależności ceny od masy jabłek, b) wysokość schodka odpowiada współczynnikowi proporcjonalności

Oczywiście w każdym przypadku dopłacamy tyle samo: 3 zł. Wysokość schodka jest więc równa współczynnikowi proporcjonalności. Przeanalizujmy przykład bliższy fizyce.

Przykład 1.

Narysuj wykres przedstawiający zależność masy oleju słonecznikowego od jego objętości. Opisz tę zależność. Potrzebne informacje odszukaj w tablicach fizycznych.

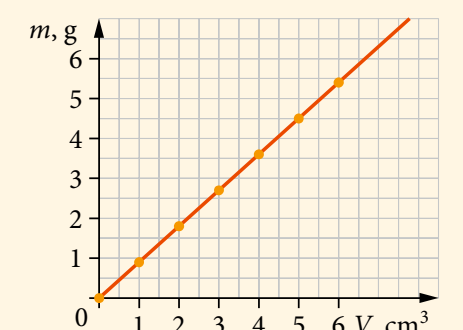
Dane: $d = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ – gęstość oleju **Szukane:** wykres $m(V)$

Rozwiązanie:

Gęstość oleju wynosi $d = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, co oznacza, że 1 cm^3 tej substancji ma masę 0,9 g. Wzór opisujący tę zależność ma więc postać: $m = d \cdot V$, czyli:

$$m = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot V$$

Sporządzamy tabelę (jest na następnej stronie) i zaznaczamy punkty w układzie współrzędnych (wykres obok).



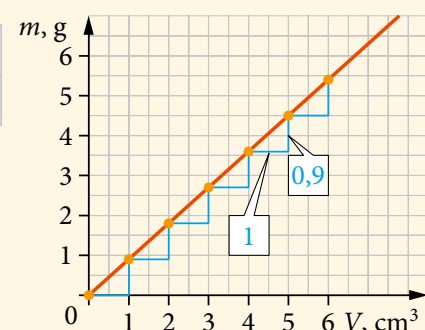


V, cm^3	0	1	2	3	4	5	6
m, g	0	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4

Punkty układają się na linii prostej. Dlaczego?

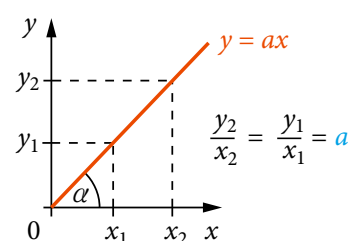
Gdy zwiększymy objętość oleju o 1 cm^3 – niezależnie od tego, czy jest to zmiana z 2 cm^3 do 3 cm^3 , czy z 5 cm^3 do 6 cm^3 – jego masa wzrośnie o tyle samo: o $0,9 \text{ g}$.

V, cm^3	0	1	2	3	4	5	6
m, g	0	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4



Pokazują to schodki na wykresie. Każdy z nich ma taką samą wysokość $0,9 \text{ g}$. A ponieważ ich wysokość jest równa, punkty układają się na jednej prostej.

Odpowiedź: Zależność masy oleju od objętości to proporcjonalność prosta. Jej wykres jest prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych.



Rys. 1.16. Wykres proporcjonalności prostej $y = ax$

Nasz wykres przechodzi przez początek układu współrzędnych, czyli punkt $(0, 0)$, ponieważ jeśli weźmiemy 0 cm^3 oleju (czyli nie weźmiemy go wcale), to jego masa także będzie równa zeru.

Wykresem proporcjonalności prostej jest linia prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych.

Wysokość schodka odpowiadającego zwiększeniu x o 1 jednostkę (rys. 1.15b, s. 37) jest równa współczynnikowi proporcjonalności a , czyli im **większy współczynnik** proporcjonalności, tym **większy kąt** nachylenia wykresu (kąt α na rys. 1.16) do osi poziomej.

■ Zależność liniowa

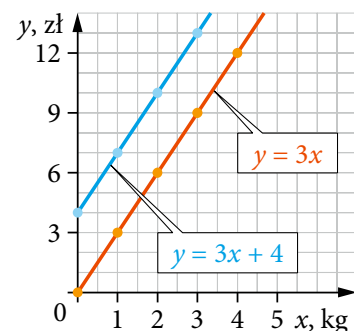
Wróćmy do przykładu z kupowaniem jabłek. Jeśli jedziemy po nie do sklepu samochodem, to do kosztu owoców musimy doliczyć koszt paliwa. Załóżmy, że paliwo kosztuje 4 zł . Wzór ilustrujący nasze wydatki, który wcześniej miał postać $y = 3x$, teraz przyjmuje postać:

$$y = 3x + 4$$

Wykresem jest linia prosta o takim samym nachyleniu jak poprzednio, ale przesunięta w górę o 4 jednostki (rys. 1.17).

Ogólniej, jeśli za kilogram jabłek płacimy a złotych, a za paliwo b złotych, to wzór przyjmuje postać:

$$y = ax + b$$



Rys. 1.17. Wykresy $y = 3x$ i $y = 3x + 4$ są równoległe

Zobacz, w jaki sposób a i b można odczytać z wykresu (rys. 1.18). Widzimy, że wykres zaczyna się w punkcie b , natomiast a możemy odczytać jako wysokość schodka odpowiadającego zmianie o 1 jednostkę na osi poziomej. W naszym przykładzie oznacza to: o ile wyższą kwotę zapłacimy za 1 kg jabłek więcej.

Stałą a nazywamy współczynnikiem kierunkowym, ponieważ mówi nam o nachyleniu prostej w układzie współrzędnych.

Zależność typu $y = ax + b$ nazywamy **liniową**, ponieważ jej wykres jest linią prostą. W matematyce, gdzie opis zależności nazywamy funkcją, mówimy o **funkcji liniowej**.

Zależność między wielkościami x i y , dającą się opisać wzorem $y = ax + b$, gdzie a i b są stałe, nazywamy zależnością liniową. Jej wykres to prosta, której nachylenie jest określone przez współczynnik kierunkowy a , natomiast punkt przecięcia z osią pionową jest wyznaczony przez współczynnik b .

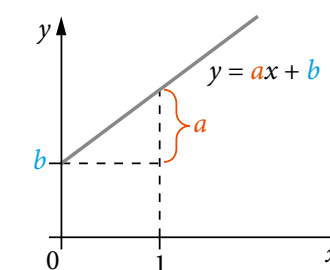
Przypomnijmy sobie przykład z masą oleju (s. 37). Jeśli olej ważymy w naczyniu, np. plastikowym cylindrze miarowym o masie 5 g , wskazanie wagi zwiększa się o masę tego naczynia $m = dV + m_{\text{cylindra}}$, czyli:

$$m = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot V + 5 \text{ g}$$

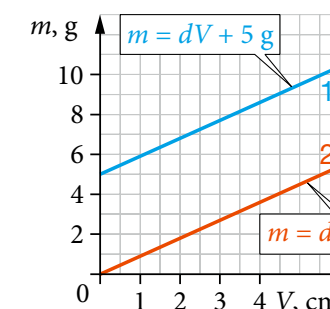
Wykresem tej zależności jest linia prosta o takim samym nachyleniu jak poprzednio, ale przesunięta w górę o 5 g (na osi pionowej zaznaczamy masę, więc możemy mówić o „przesuwaniu o 5 g ”). W tabeli 1.2 są dane potrzebne do wykonania wykresu (1) na rysunku 1.19.

Tabela 1.2

V, cm^3	0	1	2	3	4	5	6
m, g	5	5,9	6,8	7,7	8,6	9,5	10,4



Rys. 1.18. Wykres zależności liniowej $y = ax + b$



Rys. 1.19. Wykres zależności masy oleju od jego objętości z uwzględnieniem naczynia (1) lub bez naczynia (2)

■ Malejąca zależność liniowa

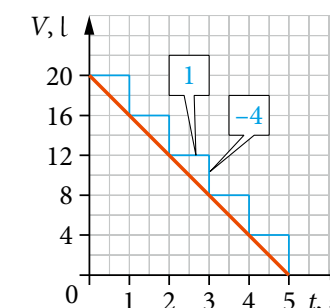
Rozważmy kolejny przykład zależności między wielkościami. Jeśli z beczki, w której początkowo było 20 l wody, woda wycieka w tempie $4 \frac{\text{l}}{\text{s}}$, to pozostałą ilość wody można zapisać za pomocą wzoru:

$$V = 20 \text{ l} - 4 \frac{\text{l}}{\text{s}} \cdot t$$

Ten wzór to także przykład funkcji liniowej, co będzie łatwiejsze do zauważenia po zamianie kolejności składników:

$$V = -4 \frac{\text{l}}{\text{s}} \cdot t + 20 \text{ l}$$

Gdy porównamy zależność $V(t)$ ze wzorem zależności liniowej, zobaczymy, że **współczynnik a jest ujemny**, równy -4 , a współczynnik b wynosi 20 . Na wykresie pełnią one takie same funkcje jak poprzednio, jedynie ujemny znak a pokazuje, że objętość wody maleje w czasie (rys. 1.20).



Rys. 1.20. Wykres zależności objętości wody w beczce od czasu



A to ciekawe

Zależności między wielkościami badanymi w biologii bywają dużo bardziej skomplikowane niż w fizyce. Na przykład tętno f dorosłego ssaka (w uderzeniach na minutę) zależy od masy m (w kilogramach) zgodnie z przybliżonym wzorem:

$$f = \frac{240}{\sqrt[4]{m}}$$

Zgodnie z tą zależnością serce chomika o masie 0,15 kg bije prawie 400 razy na minutę, a serce słonia o masie 5000 kg – ok. 30 razy.

Proporcjonalność odwrotna

Innym ważnym przykładem zależności między wielkościami fizycznymi jest **proporcjonalność odwrotna**.

Mówimy, że dwie wielkości są odwrotnie proporcjonalne, jeśli ze wzrostem jednej z nich druga maleje tyle samo razy.

Jak opisać tego typu zależność za pomocą wzoru? Proporcjonalność odwrotną można opisać wzorem w postaci:

$$x \cdot y = a = \text{const}$$

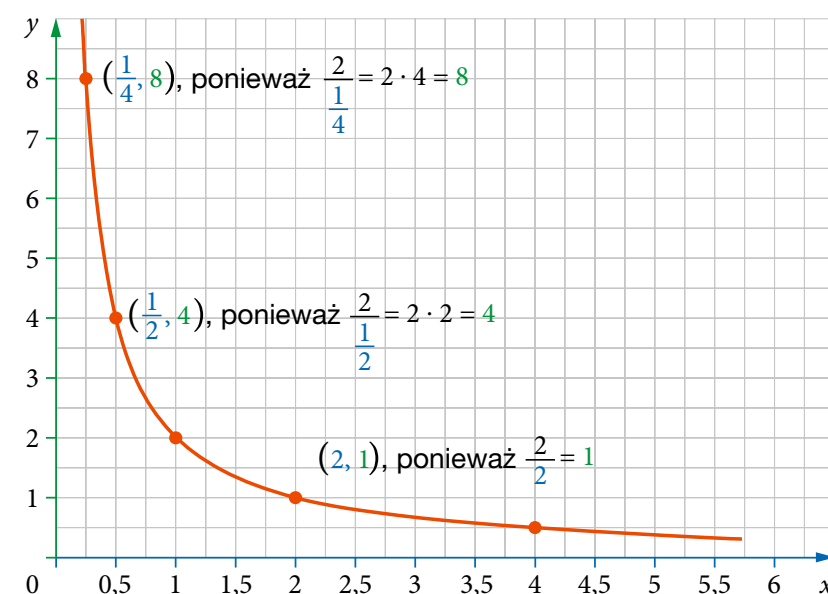
$$y = \frac{a}{x}$$

wielkości odwrotnie proporcjonalne stała

Wzory w przykładach na następnej stronie mają właśnie taką postać.

Uwaga. Wielkość x występuje w mianowniku, więc jeśli zwiększy się ona kilka razy, to cały ułamek zmniejszy się tyle samo razy.

Wykresem proporcjonalności odwrotnej jest krzywa zwana **hiperbolą**. Aby ją naszkicować, możesz zaznaczyć kilka punktów w układzie współrzędnych i poprowadzić przez nie krzywą (rys. 1.21).



Rys. 1.21. Tworzenie wykresu proporcjonalności odwrotnej $y = \frac{2}{x}$ dla dodatnich x

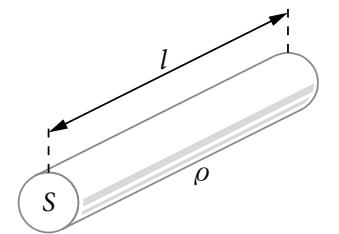
Interpretacja wzorów fizycznych

W czasie nauki fizyki poznasz wiele wzorów opisujących zależności między wielkościami. Ważne jest, abyś na podstawie nowego wzoru nie tylko umiał obliczyć wynik po podstawieniu wartości liczbowych, lecz także rozpoznawał zależności między wielkościami (np. proporcjonalność prostą albo odwrotną).

Oto przykład wzoru, którego prawdopodobnie **nie znasz** ze szkoły podstawowej, a mimo to możesz rozpoznać w nim typy zależności między wielkościami. Wzór dotyczy zależności **oporu elektrycznego** przewodu od jego parametrów:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

opór elektryczny długość przewodu
stała ρ (czyt. ro) zależna od metalu, z jakiego wykonano przewód pole powierzchni przekroju poprzecznego



Rys. 1.22. Opór elektryczny przewodu zależy od jego parametrów, które zostały zaznaczone na rysunku

Co można powiedzieć na podstawie tego wzoru?

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

l jest w liczniku, więc im jest większe, tym większy jest cały ułamek, czyli dłuższy przewód ma większy opór
 S jest w mianowniku, więc im jest większe, to mniejszy jest cały ułamek, czyli grubszy przewód ma mniejszy opór

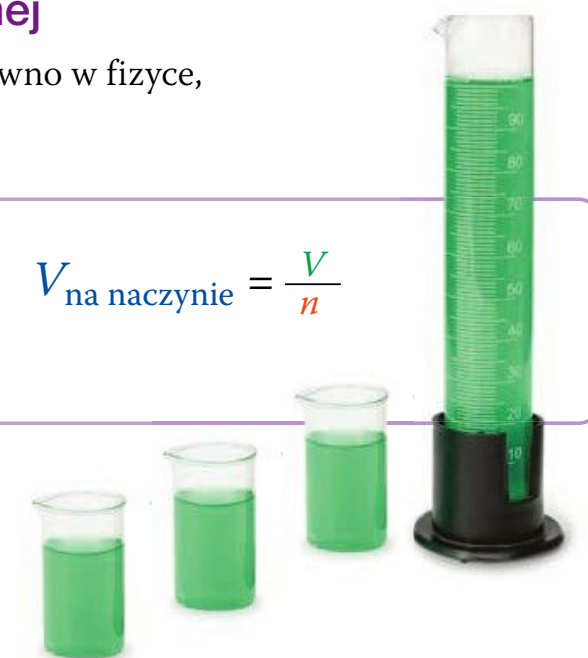
Przykłady proporcjonalności odwrotnej

Z proporcjonalnością odwrotną spotykamy się zarówno w fizyce, jak i w życiu codziennym.

Jeśli rozdzielamy ciecz o **objętości V** po równo między kilka naczyń, to **objętość cieczy przypadająca na naczynie $V_{\text{na naczynie}}$** jest odwrotnie proporcjonalna do **liczby naczyń n** .

$$V_{\text{na naczynie}} = \frac{V}{n}$$

W sytuacji pokazanej na zdjęciu $n = 3$. Objętość cieczy w każdym z małych naczyń to $\frac{1}{3}$ objętości cieczy z dużego naczynia. Jeśli naczyń będzie 4, to w każdym z nich znajdzie się $\frac{1}{4}$ objętości dużego naczynia.



$$p = \frac{F}{S}$$

Ciśnienie p wywierane przez **siłę F** jest odwrotnie proporcjonalne do **powierzchni S** .

$$a = \frac{F}{m}$$

Przyspieszenie a nadawane przez **siłę F** jest odwrotnie proporcjonalne do **masy m** .

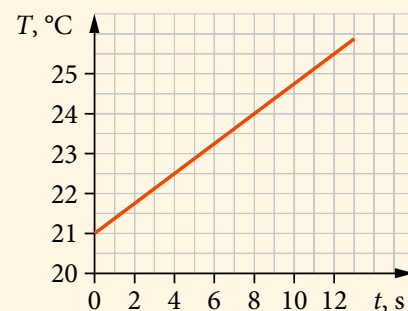
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład 2.

Na wykresie przedstawiono zależność temperatury ogrzewanej wody od czasu.



a) Odczytaj z wykresu, jaka była początkowa temperatura wody i o ile stopni ogrzewała się ona w ciągu 1 s.

b) Opisz za pomocą wzoru przedstawioną na wykresie zależność między temperaturą ogrzewanej wody a czasem ogrzewania.

Dane: odczytujemy z wykresu

Szukane: T_p – temperatura początkowa, ΔT – zmiana temperatury w ciągu 1 s, zależność temperatury od czasu $T(t)$

Rozwiązanie:

a) Początkową temperaturę wody można łatwo odczytać z wykresu (jest to temperatura dla $t = 0$). Wynosi ona $T_p = 21^\circ\text{C}$.

Trudniej odczytać, o ile temperatura wzrastała w ciągu 1 s, ponieważ jest to wielkość mniejsza niż jedna podziałka na osi pionowej. Poszukajmy więc punktów, których współrzędne łatwo odczytać.

Z wykresu wynika, że w ciągu 8 s temperatura wzrosła o 3°C , zatem w czasie 1 s wzrastała o $\Delta T = \left(\frac{3}{8}\right)^\circ\text{C} = 0,375^\circ\text{C}$.

b) Jak zapisać wzór? Wykresem jest linia prosta, więc zależność jest liniowa. Współczynnik kierunkowy a opisuje, o ile wzrastała temperatura w ciągu 1 s, i jest równy $0,375 \frac{^\circ\text{C}}{\text{s}}$, natomiast przecięcie z osią pionową to współczynnik b . Wzór ma więc postać:

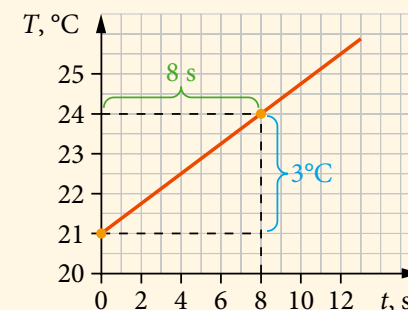
$$T(t) = 0,375 \frac{^\circ\text{C}}{\text{s}} \cdot t + 21^\circ\text{C}$$

Aby sprawdzić, czy nie popełniliśmy błędu, możemy podstawić do niego jakąś wartość czasu, np. $t = 4$ s:

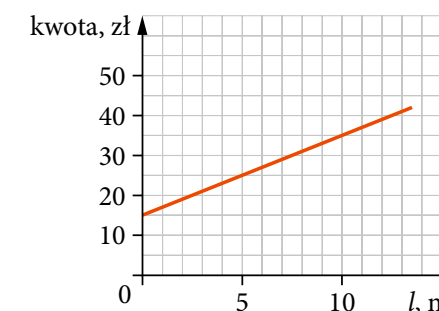
$$T(4 \text{ s}) = 0,375 \frac{^\circ\text{C}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} + 21^\circ\text{C} = 1,5^\circ\text{C} + 21^\circ\text{C} = 22,5^\circ\text{C}$$

Na wykresie możemy sprawdzić, że po 4 s woda rzeczywiście miała temperaturę $22,5^\circ\text{C}$.

Odpowiedź: Początkowa temperatura wody wynosiła 21°C . W ciągu 1 s woda ogrzewała się o $0,375^\circ\text{C}$. Między temperaturą ogrzewanej wody a czasem istnieje zależność $T(t) = 0,375 \frac{^\circ\text{C}}{\text{s}} \cdot t + 21^\circ\text{C}$.



1. **P2** W internetowym sklepie elektrycznym kupujemy przewód do eksperymentów. Wykres przedstawia zależność kwoty, jaką trzeba zapłacić za przewód, od jego długości. Odczytaj z wykresu cenę 1 m przewodu (bez kosztów wysyłki) oraz koszt wysyłki zamówienia. Opisz zależność na wykresie za pomocą wzoru.



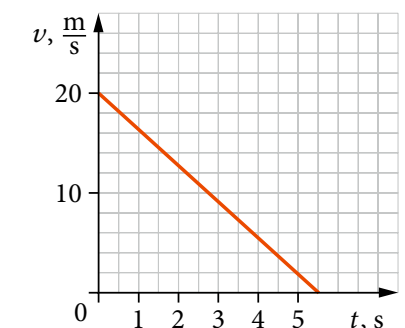
2. Zainstaluj na komputerze program do tworzenia wykresów, np. darmowy program Graph, i poeksperymentuj z wykresami proporcjonalności prostej i odwrotnej, a także funkcji liniowej. Porównaj wykresy dla różnych wartości współczynników.
3. Moc P to z definicji iloraz pracy W i czasu t , w jakim ta praca została wykonana: $P = \frac{W}{t}$. Czy moc jest wprost proporcjonalna czy odwrotnie proporcjonalna do pracy W ? A do czasu t ?

4. Prędkość v ciała podrzuconego pionowo w górę z prędkością początkową v_0 zależy od czasu t zgodnie ze wzorem:

$$v = -gt + v_0$$

gdzie: g – przyspieszenie grawitacyjne.

Dla ciała podrzuconego na pewnej planecie tę zależność przedstawia wykres.



- a) Odczytaj z wykresu prędkość, z jaką podrzucono to ciało.
- b) Jakie jest przyspieszenie grawitacyjne na tej planecie?
- c) Jaka to mogła być planeta? Poszukaj informacji w wybranych przez siebie wiarygodnych źródłach. Zapisz, z jakiego źródła korzystasz.

1.5 Wielkości wektorowe

Ważne w tej lekcji:

- cechy wektora,
- działania na wektorach,
- wielkości skalarne.

Przypomnij sobie:

- W fizyce występują wielkości wektorowe i skalarne.
- Siła jest wielkością wektorową.

Wektory i skalary

Wśród wielkości fizycznych jest wiele takich, o które można zapytać „w którą stronę?”. Nazywamy je **wielkościami wektorowymi** albo krótko – **wektorami**. Przykładami są:

- siła – ważne jest nie tylko, jak jest duża, ale także, w którą stronę działa,
- prędkość – ważne jest nie tylko, jak szybko porusza się ciało, ale także, w którą stronę.

Inne wielkości fizyczne to **wielkości skalarne**, czyli **skalary**, opisywane tylko za pomocą liczby (na ogół wraz z jednostką). Przykładami są:

- objętość – możemy powiedzieć, że mamy 2 litry wody, a pytanie „w którą stronę” nie ma tutaj zastosowania,
- ładunek elektryczny – możemy określić wartość i znak ładunku na elektryzowanego grzebienia, ale nie ma sensu pytać, w którą stronę jest skierowany ten ładunek.

Jedną z najważniejszych wielkości fizycznych to energia. Ona także jest skwarem.

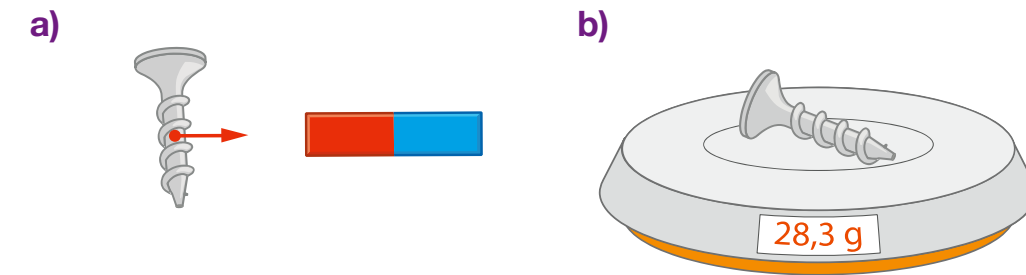
W czasie nauki w szkole średniej poznasz wiele innych wielkości wektorowych i skalarnych.



Rys. 1.23. Siła, którą szczotka przyciąga włos, jest wektorem. Ładunek elektryczny szczotki jest skwarem

Przypomnij sobie 11
→ s. 9

Na rysunku **wielkości wektorowe** zwykle przedstawiamy za pomocą strzałki (rys. 1.24a), a dla **wielkości skalarnych** mamy liczbę (rys. 1.24b).



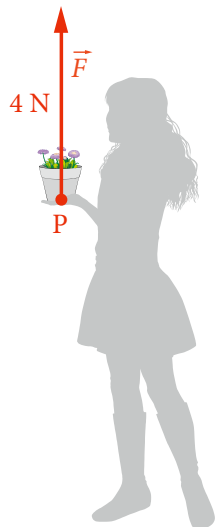
Rys. 1.24. a) siła jest wektorem – magnes przyciąga śrubę **w prawo**, b) masa jest skwarem – nie jest skierowana w żadną stronę

Cechy wektora

Aby opisać wektor, musimy podać kilka informacji. Przedstawimy je na przykładzie siły, którą dziewczyna trzyma doniczkę (rys. 1.25). Siłę tę oznaczyliśmy $\vec{F}$ (strzałka pokazuje, że chodzi o wektor).

Siła $\vec{F}$ ma:

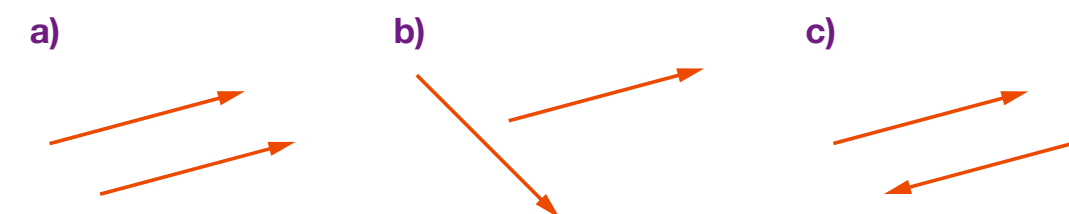
- **wartość** 4 N (4 niutony), ← jak duża jest siła
- **kierunek** pionowy,
- **zwrot** w górę, ← w którą stronę działa siła
- **punkt przyłożenia**, oznaczony na rysunku jako P. ← miejsce, na które działa siła



Rys. 1.25. Dziewczyna działa na doniczkę siłą skierowaną do góry

Wektory nazywamy równymi tylko wtedy, gdy mają równą wartość, jednakowe kierunki i takie same zwroty (rys. 1.26a).

Kierunek i zwrot można odczytać bezpośrednio z rysunku. Natomiast wartości odpowiada **długość** strzałki.



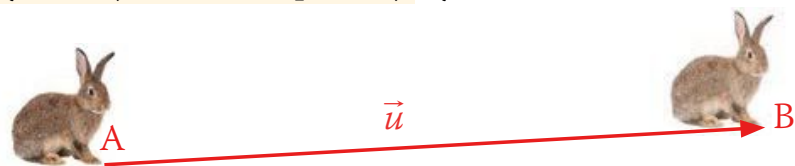
Rys. 1.26. Wektory mają równą wartość oraz a) jednakowy kierunek i ten sam zwrot – wektory **są równe**, b) różne kierunki – wektory **nie są równe**, c) jednakowy kierunek, ale przeciwne zwroty – wektory nie są równe, mówimy, że **są przeciwne**

Uwaga. W polskiej terminologii używa się słowa „kierunek” inaczej niż w języku potocznym. Zarówno o sile działającej w górę, jak i w dół, powiemy, że ma kierunek pionowy. Mają one natomiast różne **zwroty** (rys. 1.26c).

Samo słowo „wektor” pochodzi właśnie od łacińskiego wyrazu *vector* (czyt. wekto) oznaczającego „przemieszczam”.

Wektor przemieszczenia i działania na wektorach

Wektory można dodawać i odejmować oraz mnożyć przez liczbę. Działania te najłatwiej zrozumieć, gdy pomyślimy o **wektorze przemieszczenia**, który pokazuje, jak poruszyło się ciało. Jest on poprowadzony z miejsca, w którym ciało znajdowało się najpierw, do miejsca, w którym znajdowało się później (rys. 1.27).

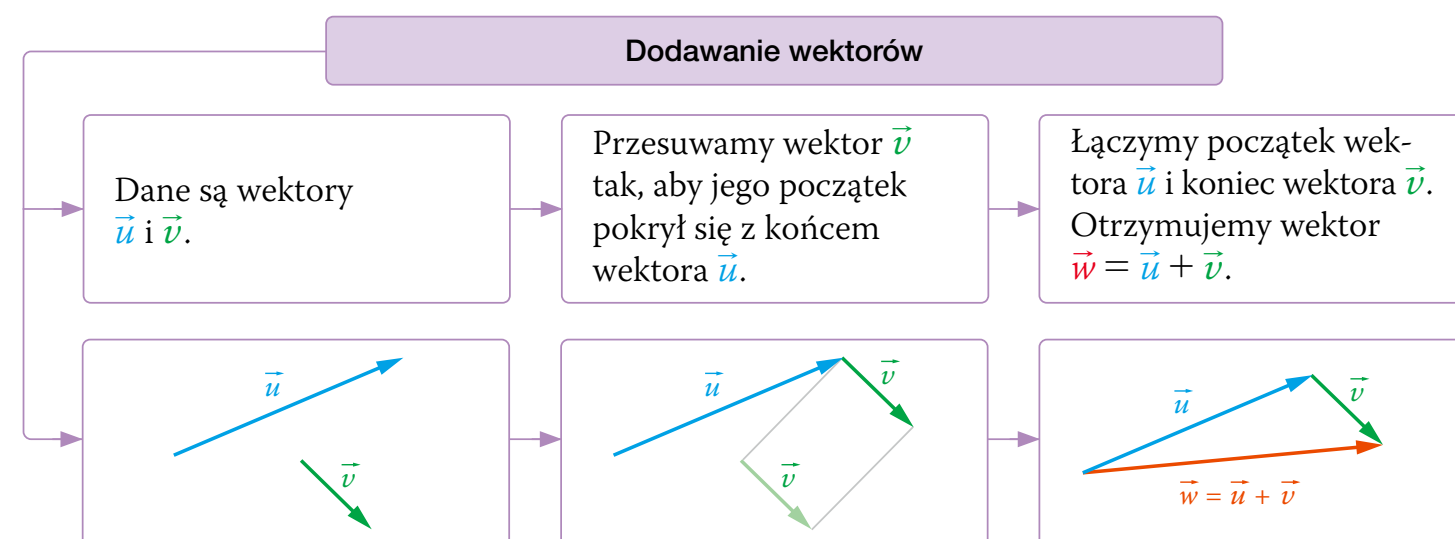


Rys. 1.27. Królik przemieścił się z punktu A do punktu B. Wektor $\vec{u}$ to wektor jego przemieszczenia

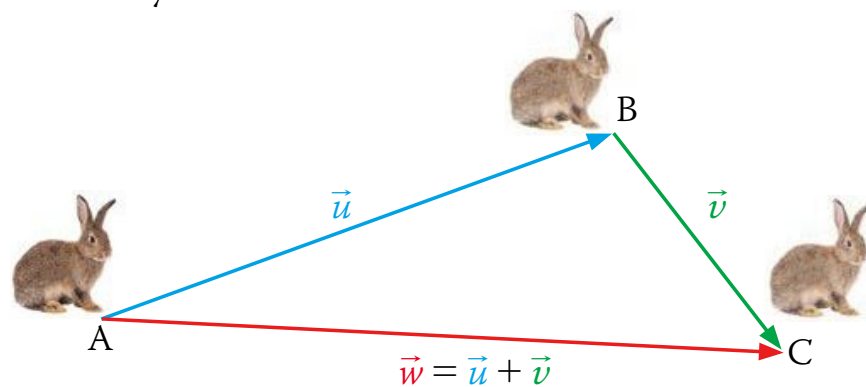
Dodawanie wektorów

Dodatek matematyczny 8
→ s. 294

Jeśli ciało przemieściło się z punktu A do B, a potem z B do C, to w sumie przemieściło się z A do C. Ta prosta obserwacja pozwoli nam dodawać wektory przemieszczenia. Kolejne etapy tego działania przedstawia schemat.



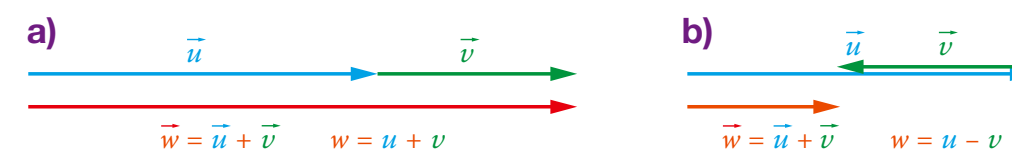
Jak już powiedzieliśmy, ten sposób dodawania jest oczywisty dla wektorów przemieszczenia (rys. 1.28). W ten sam sposób będziemy dodawać także inne wektory.



Rys. 1.28. Dodawanie wektorów przemieszczenia. Jeśli królik przemieścił się z punktu A do B (wektor $\vec{u}$), a stamtąd do C (wektor $\vec{v}$), to w sumie przemieścił się z A do C (wektor $\vec{w}$)

Zauważ, że wartość sumy wektorów **zwykle nie jest równa** sumie ich wartości. Wyjątkiem jest sytuacja, w której wektory mają jednakowe kierunki i taki sam zwrot (rys. 1.29a). Z kolei w przypadku wektorów o przeciwnych zwrotach wartości odejmujemy (rys. 1.29b).

Inną metodę dodawania wektorów przedstawiamy w dodatku matematycznym 8 → s. 294.



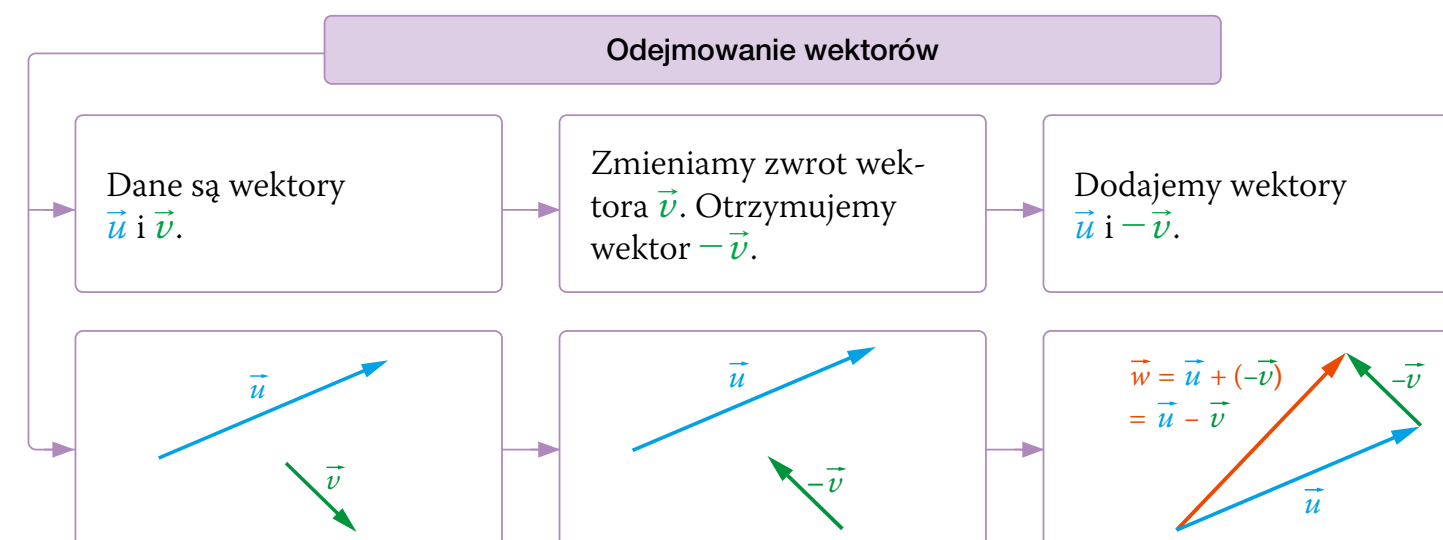
Rys. 1.29. Dodawanie i odejmowanie wektorów o jednakowych kierunkach: a) jednakowe zwroty – wartości się dodaje, b) przeciwnie zwroty – wartości się odejmują

Odejmowanie wektorów

W przypadku działań na liczbach odejmowanie możemy zastąpić dodawaniem liczby przeciwnej, np. $4 - 1 = 4 + (-1)$.

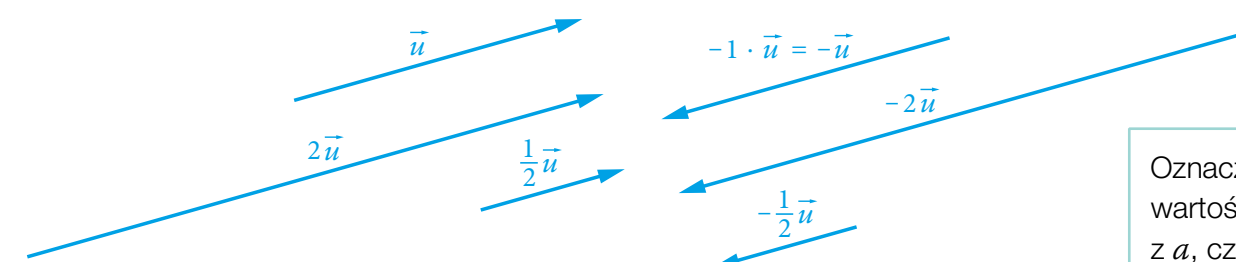
Podobnie jest z wektorami: **odejmowanie** wektora to dodawanie wektora przeciwnego. Przypomnijmy, że wektor przeciwny ma taką samą wartość i jednakowy kierunek, ale przeciwny zwrot.

Dodatek matematyczny 12
→ s. 296



Mnożenie wektora przez liczbę

Wektory można mnożyć przez liczby. Kiedy mnożymy wektor $\vec{v}$ przez liczbę a , wartość wektora $\vec{w} = a\vec{v}$ otrzymamy przez pomnożenie wartości wektora $\vec{v}$ przez $|a|$, czyli $w = v \cdot |a|$ (rys. 1.30).



Oznaczenie $|a|$ to wartość bezwzględna z a , czyli liczba dodatnia.

Rys. 1.30. Przykłady mnożenia wektora przez liczbę

Kierunek wektorów $\vec{v}$ i $\vec{w}$ jest taki sam, natomiast o zwrocie wektora $\vec{w}$ decyduje znak liczby a :

- dla dodatniego a zwroty wektorów $\vec{v}$ i $\vec{w}$ są takie same,
- dla ujemnego a zwroty wektorów $\vec{v}$ i $\vec{w}$ są przeciwne,
- dla $a = 0$ wartość wektora $\vec{w} = 0 \cdot \vec{v}$ i tak wynosi 0, więc nie ma sensu pytać o zwrot.

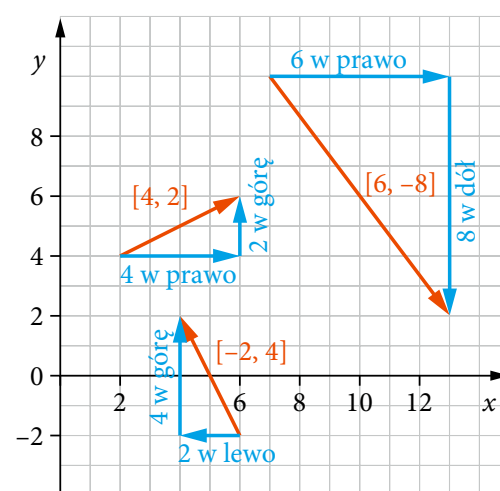
Wektory w układzie współrzędnych

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie możemy opisać wektor za pomocą dwóch liczb – jego współrzędnych. Zwykle zapisujemy je w nawiasach kwadratowych.

Współrzędne wektora mówią, jak go narysować z wykorzystaniem kratki:

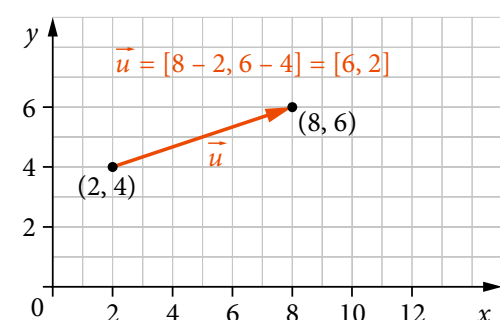
- wartość bezwzględna współrzędnej mówi, o ile kratki przesunąć się wzdłuż danej osi, licząc od początku wektora,
- znak współrzędnej mówi, w którą stronę się przesunąć – plus to ruch zgodny z kierunkiem osi, minus to ruch przeciwny do zwrotu osi.

Przykłady przedstawia rysunek 1.31.



Rys. 1.31. Interpretacja współrzędnych wektora

Współrzędne wektora możemy obliczyć, odejmując współrzędne jego początku od współrzędnych końca (rys. 1.32).



Rys. 1.32. Wektor od punktu (2, 4) do punktu (8, 6) ma współrzędne [6, 2]

W najprostszym przypadku oznacza to, że jeśli wektor zaczyna się w początku układu współrzędnych, to ma takie same współrzędne jak jego koniec (rys. 1.33).

Jeżeli chodzi o **wektor zerowy** w układzie współrzędnych, to oczywiście jego wartość jest równa zero, ale też jego obie współrzędne są równe zero. Zapisujemy więc $\vec{w} = \vec{0} = [0, 0]$.

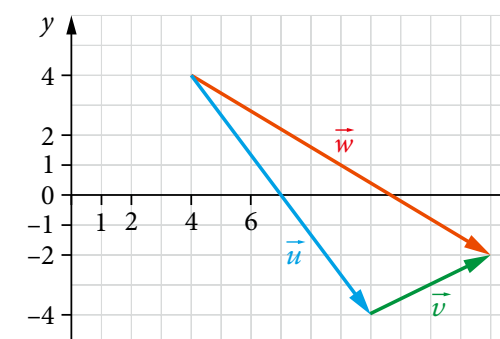
Działania na wektorach w układzie współrzędnych

Największą zaletą umieszczenia wektorów w układzie współrzędnych jest fakt, że działaniu na wektorach odpowiada takie samo działanie na **każdej współrzędnej** z osobna (rys. 1.34). Dzięki temu zamiast przesuwac wektory i budować trójkąty, możemy po prostu wykonywać działania na liczbach:

$$[x, y] + [x', y'] = [x + x', y + y']$$

$$[x, y] - [x', y'] = [x - x', y - y']$$

$$a[x, y] = [ax, ay]$$



$$\vec{u} = [6, -8] = [u_x, u_y]$$

$$\vec{v} = [4, 2] = [v_x, v_y]$$

$$\vec{w} = [10, -6] = [w_x, w_y]$$

$$\begin{aligned} w_x &= u_x + v_x = 6 + 4 = 10 \\ w_y &= u_y + v_y = -8 + 2 = -6 \end{aligned}$$

Rys. 1.34. Współrzędne wektora $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ można obliczyć, dodając współrzędne wektorów $\vec{u}$ i $\vec{v}$

Pytania i zadania

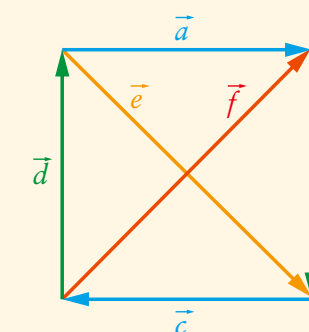
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

Przykład

Rysunek przedstawia kwadrat i kilka wektorów poprowadzonych wzdłuż jego boków i przekątnych.

Wśród tych wektorów znajdź:

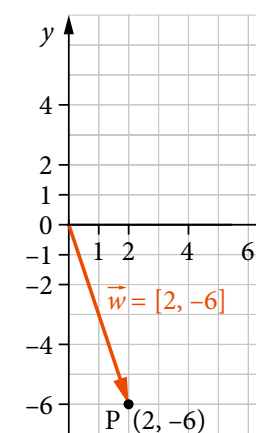
- dwa wektory przeciwne,
- dwa wektory o jednakowych wartościach, ale różnych kierunkach,
- wektor równy $-\vec{a}$,
- wektor równy $\vec{a} + \vec{d}$.



Przyjmujemy tu, że kratka to jednostka układu współrzędnych.

Kiedy mówimy o wektorach położenia, prędkości czy siły, współrzędne wyrażamy w odpowiednich jednostkach (m, $\frac{m}{s}$, N).

Współrzędne punktu na płaszczyźnie zapisujemy w nawiasie okrągłym np. (2, 4) lub (8, 6), a współrzędne wektora – w nawiasie kwadratowym np. [6, 2].



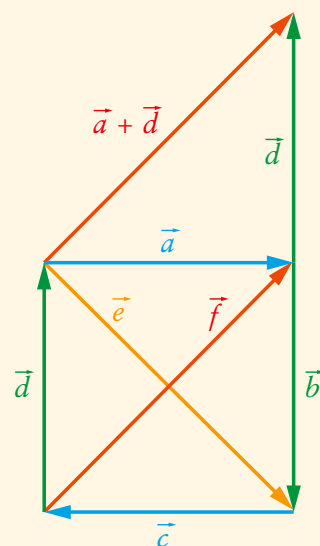
Rys. 1.33. Wektor od punktu (0, 0) do punktu (2, -6) ma współrzędne $[2 - 0, -6 - 0] = [2, -6]$

Rozwiązanie:

- a) Na rysunku są dwie pary wektorów przeciwnych: $\vec{a}$ i $\vec{c}$ oraz $\vec{b}$ i $\vec{d}$.
 b) Na przykład $\vec{a}$ i $\vec{d}$ albo $\vec{e}$ i $\vec{f}$.
 c) Skoro wektory $\vec{a}$ i $\vec{c}$ są przeciwne, to $-\vec{a} = \vec{c}$.
 d) Przesuńmy wektor $\vec{d}$ tak, aby jego początek pokrywał się z końcem wektora $\vec{a}$ (wyjdziemy w tym celu poza kwadrat).

Po narysowaniu wektora $\vec{a} + \vec{d}$ widzimy, że jest on równy $\vec{f}$ (ma takie same: długość, kierunek i zwrot). Tak więc $\vec{a} + \vec{d} = \vec{f}$.

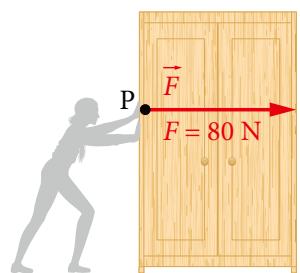
Jeszcze łatwiej zauważyć, że $\vec{a} + \vec{d} = \vec{d} + \vec{a} = \vec{f}$, ponieważ wektory $\vec{d}$ i $\vec{a}$ są już odpowiednio ustawione.



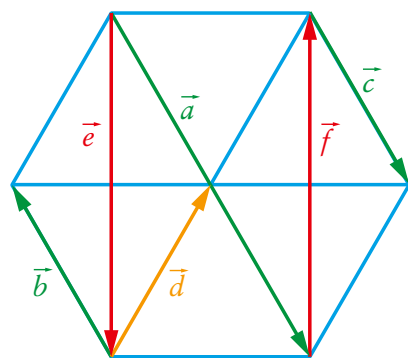
1. Które z wielkości są skalarnie, a które wektorowe? Jeśli jeszcze nie znasz niektórych z tych wielkości, poszukaj ich w podręczniku (warto skorzystać z indeksu).

- A. siła D. przyspieszenie
 B. prędkość E. masa
 C. pęd F. energia

2. Opisz wektor siły, jaką Matylda działa na szafę.



Rysunek do zadań 3. i 4. przedstawia sześciokąt foremny i kilka wektorów poprowadzonych wzdłuż jego boków i przekątnych.



3. P Wśród wektorów oznaczonych literami znajdź:

- a) wektor przeciwny do wektora $\vec{f}$,
 b) kolejną parę wektorów przeciwnych,
 c) dwa wektory o jednakowych wartościach, ale różnych kierunkach.

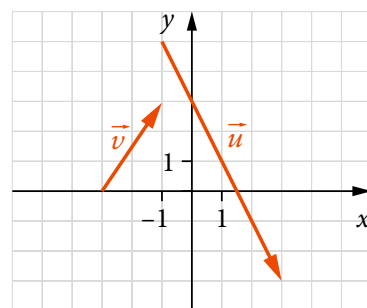
4. P Wśród wektorów oznaczonych literami znajdź wektor równy:

- a) $2\vec{c}$ c) $-\frac{1}{2}\vec{a}$ e) $\vec{c} - \vec{d}$
 b) $-2\vec{b}$ d) $\vec{b} + \vec{d}$ f) $\vec{d} + \vec{e}$

5. Narysuj skierowaną w prawo strzałkę o długości 3 cm symbolizującą wektor $\vec{u}$ oraz skierowaną w dół strzałkę o długości 2 cm symbolizującą wektor $\vec{v}$. Wyznacz graficznie ich sumę $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Wyznacz długość wektora $\vec{w}$ dwiema metodami: zmierz ją linijką i oblicz z twierdzenia Pitagorasa. Sprawdź, czy wyniki są jednakowe.

6. Przerysuj ilustrację do zeszytu. Znajdź każdy z następujących wektorów dwiema metodami: graficznie i za pomocą obliczeń:

- a) $\vec{u} + \vec{v}$
 b) $\vec{u} - \vec{v}$
 c) $\vec{v} + \vec{u}$
 d) $2\vec{u}$
 e) $-2\vec{v}$
 f) $0,75\vec{u}$



Analiza tekstu

Fizyka nie tylko na lekcjach

Na pikniki naukowe przychodzą tłumy, filmy popularnonaukowe mają miliony wyświetleń. Jak widać, fizyka może być fascynująca.

Poczytaj o nowych odkryciach

Wiele praw fizyki omawianych w szkole średniej znano już sto, dwieście, a nawet trzysta lat temu. Dlaczego nie omawiamy fal grawitacyjnych, czarnych dziur, komputerów kwantowych oraz innych nowych odkryć i wynalazków?

Cóż, aby naprawdę dobrze je zrozumieć, najpierw musisz gruntownie poznać fizykę klasyczną, o której mówimy na lekcjach. Jednak już teraz możesz czytać czasopisma popularnonaukowe, w których znajdziesz doniesienia o nowych odkryciach zarówno z fizyki, jak i z innych dziedzin. Przedstawione w nich informacje nie są może tak precyzyjne, jak w przypadku prac naukowych czy podręczników akademickich, ale za to zrozumiałe już dla ucznia szkoły średniej.

Przykładowe tytuły czasopism popularnonaukowych (dostępnych też w internecie):

„Wiedza i Życie”

Pismo poświęcone różnym dziedzinom wiedzy, ale głównie naukom ścisłym i przyrodniczym. Poziom trudności w sam raz dla ucznia szkoły średniej.

„Świat Nauki”

Polska edycja pisma „Scientific American”. Nieco trudniejsza niż „Wiedza i Życie”.

Internet – tak, bzdury – nie

Także w internecie można znaleźć mnóstwo ciekawych wiadomości. Niestety, jeszcze łatwiej natknąć się na materiały bezwartościowe czy wręcz – na fałszywe informacje. Aby pomóc ci w wyborze, poniżej polecamy dziesięć wybranych kanałów popularnonaukowych w serwisie YouTube.

Część z nich wymaga znajomości angielskiego, ale język używany w tych filmach nie jest trudny. Jeśli masz problem z rozumieniem ze słuchu, możesz włączyć angielskie napisy – łatwiej przyswoić informację, gdy jednocześnie się ją słyszy i czyta. Napisy pozwalają też korzystać ze słownika.

Pojęcia naukowe można tłumaczyć również za pomocą Wikipedii: włączamy odpowiedni artykuł po angielsku, a następnie przełączamy język artykułu na polski.

Do niektórych filmów są polskie napisy, ale na ogół tłumaczone automatycznie, a więc nie zawsze poprawnie.

- ▶ emce kwadrat
- ▶ SciFun
- ▶ Nauka. To lubię
- ▶ Uwaga! Naukowy Bełkot



- ▶ Veritasium
- ▶ Kurzgesagt (wbrew pozorom po angielsku!)
- ▶ MinutePhysics
- ▶ SciShow
- ▶ Scintium



Nieco inny charakter ma kanał CrashCourse. Poszczególne filmy na nim układają się w dłuższe kursy. Każdy kurs to jedna playlista, więc nie ma problemu ze znalezieniem kolejnego odcinka.

Konkursy

Jeśli lubisz nie tylko fizykę, lecz także dreszcz emocji wywołany przez sportową rywalizację, możesz startować w konkursach fizycznych. Informacje o wielu z nich uzyskasz od swojego nauczyciela albo znajdziesz w internecie. My opiszemy dwa, które uważamy za szczególnie ważne.

► Olimpiada Fizyczna

To najstarszy konkurs dla szkół średnich, odbywa się od 1950 r. Zadania pierwszego etapu zawodnicy rozwiązują samodzielnie w domu i przesyłają do sprawdzenia przez internet. Dalsze etapy odbywają się już w warunkach kontrolowanych. Olimpiada jest trudna, ale daje dużą satysfakcję. Finaliści i laureaci mogą także łatwiej dostać się na wiele kierunków studiów.

► Turniej Młodych Fizyków

W tym konkursie startują kilkusobowe zespoły – taki zespół możesz stworzyć wspólnie z koleżankami i kolegami.

Problemy turniejowe nie przypominają zadań ze szkoły, matury, czy nawet olimpiady. Chodzi w nich o samodzielne zaplanowanie i przeprowadzenie badań na określony temat albo o budowę urządzenia, np. takiego, które „zapewni bezpieczne lądowanie surowego jajka kurzego na twardej powierzchni z wysokości 2,5 m”. Na rozwiązanie zadań drużyna ma kilka miesięcy.

W czasie zawodów zespoły nie tylko przedstawiają swoje rozwiązania, lecz także dyskutują z przeciwnikami. Zwycięzcy krajowego finału reprezentują Polskę na turnieju międzynarodowym.

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

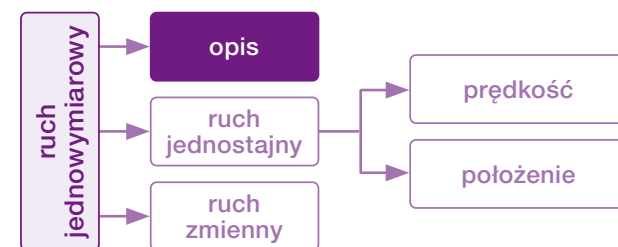


1. Zajrzyj na stronę każdego z czasopism opisanych w tekście i przeczytaj spis treści aktualnego numeru. Wypisz dwa tytuły artykułów, które cię zainteresowały.
2. Obejrzyj film z dziedziny fizyki na jednym z wymienionych w tekście kanałów. Zapisz nazwę kanału oraz tytuł filmu i w kilku zdaniach streść to, czego się z niego dowiedziałeś.
3. Zajrzyj na stronę Turnieju Młodych Fizyków i znajdź zadania (problemy) z ostatniego roku. Wybierz z nich trzy najbardziej dla ciebie interesujące i uzasadnij swój wybór w kilku zdaniach.

2. Ruch prostoliniowy

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. Opis ruchu prostoliniowego | 4. Ruch prostoliniowy zmienny |
| 2. Prędkość w ruchu prostoliniowym | 5. Przyspieszenie w ruchu zmiennym |
| 3. Ruch jednostajny prostoliniowy | 6. Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym |



**Ważne w tej lekcji:**

- względność ruchu,
- punkt materialny,
- określanie położenia ciała,
- wektor przemieszczenia.

Przypomnij sobie:

- Położenie ciała określamy zawsze względem wybranego układu odniesienia.
- Drogę mierzymy wzdłuż toru, czyli linii, po której porusza się ciało.

Ruch i jego względność

Jak wiesz, ruch ciała to zmiana jego położenia względem innych ciał. Czasami jednak takie sformułowanie może budzić wątpliwości. Kiedy pasażer jadącego samochodu siedzi bez ruchu, możemy powiedzieć, że się nie porusza. Jednak z drugiej strony – porusza się, i to szybko, razem z samochodem. Nie ma w tym żadnej sprzeczności: pasażer nie porusza się względem samochodu, ale porusza się względem ziemi. Ruch jest pojęciem względnym. Dlatego mówiąc o ruchu danego ciała, zawsze należy podać, względem jakiego **układu odniesienia** go rozpatrujemy. Gdy rozważamy ruch pasażera samochodu, układem odniesienia może być np. samochód lub ziemia.

Zdjęcie na górze strony zostało wykonane w układzie odniesienia motocyklisty. W tym układzie kierownica motocykla jest nieruchoma, a porusza się jej otoczenie. Dlatego na fotografii kierownica jest wyraźna, a tło rozmyte.

Gdyby zdjęcie motocykla wykonano za pomocą aparatu ustawionego nieruchomo na poboczu (w układzie odniesienia drogi), tło byłoby wyraźne, a pojazd rozmyty (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Zdjęcie wykonane aparatem ustawionym na poboczu

Punkt materialny

Porównajmy teraz dwie sytuacje:

1. Wjeżdżamy samochodem do garażu. Musimy uważać, czy z obu boków zachowaliśmy odpowiednią odległość od ścian, czy przedni zderzak nie uderzy w ścianę i czy tył samochodu nie wystaje za budynek.
2. W czasie jazdy samochodem z Katowic do Gdańska pasażer mówi znajomemu przez telefon, że właśnie mija Łódź. Nie spodziewamy się pytania, czy ją mija przednim czy tylnym zderzakiem.

W tej drugiej sytuacji cały samochód możemy traktować jako jeden punkt – mówimy, że jest to **punkt materialny**. Można powiedzieć, że punkt materialny to ciało, którego **wymiary są małe** z punktu widzenia rozważanego zagadnienia. Co jednak znaczy „małe”? To zależy od rozpatrywanego zjawiska (rys. 2.2).

Punkt materialny jest przybliżeniem rzeczywistego obiektu – w fizyce mówimy, że jest jego **modelem**.

Punkt materialny to model ciała, którego rozmiary pomijamy, natomiast przypisujemy mu określoną masę.



Rys. 2.2. Kiedy zajmujemy się ruchem Ziemi wokół Słońca, cała Ziemia staje się bardzo mała w porównaniu do wymiarów swojej orbity

Modelowanie matematyczne → s. 24

Położenie punktu materialnego

Punkt materialny możemy opisać za pomocą współrzędnych w odpowiednim układzie współrzędnych.

Ponieważ fizyka bada rzeczywiste ciała, a nie abstrakcyjne figury geometryczne, **współrzędne punktu** materialnego zawsze wyrażamy w jednostkach długości, np. w metrach, a nie za pomocą samych liczb. Gdy ciało porusza się wzdłuż prostej, do opisu jego położenia wystarcza jedna współrzędna. Wtedy cały układ współrzędnych składa się z jednej prostej z odpowiednią podziałką, czyli z **osi liczbowej**.

Oś możemy wybrać tak, aby jej kierunek był zgodny z kierunkiem ruchu ciała, a początek tej osi (punkt zero) możemy umieścić w dogodnym dla nas miejscu, np. na początku toru (rys. 2.3).



Rys. 2.3. Jeśli przyjmujemy, że początek osi liczbowej znajduje się na początku toru, to współrzędna środka kuli wynosi $x = 1,4$ m

Tak samo opisujemy punkt znany ci z lekcji geometrii.

Układ współrzędnych ma w fizyce dwa zastosowania: służy do określania położenia punktu w fizycznej przestrzeni oraz do rysowania wykresów różnych zależności.



A to ciekawe

Tylko jednej liczby do określania położenia używają m.in. kierowcy korzystający z CB-radia. Nadany przez nich komunikat „nieoświetlona przyczepa na trzy-pięć-dwa” oznacza, że przeszkoda znajduje się na 352. kilometrze szosy, czyli w punkcie o współrzędnej 352 km. Nie jest to jednak współrzędna na osi liczbowej, ponieważ drogi nie biegną wzdłuż prostych.

Wektor położenia $\vec{r}$ łączy początek układu współrzędnych z położeniem ciała.

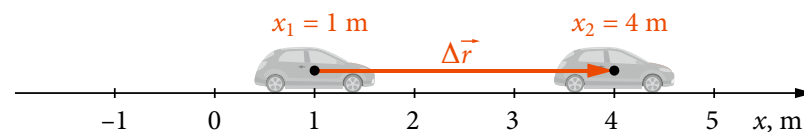
Wybór zwrotu osi, jej początku oraz jednostki długości jest kwestią wygody. Na rysunku 2.4 położenie **tego samego** ciała jest opisane w różnych układach współrzędnych, dlatego raz współrzędna wynosi $x = 4$ m, a raz $x = -4$ m.



Rys. 2.4. Określenie położenia ciała za pomocą wektora położenia $\vec{r}$

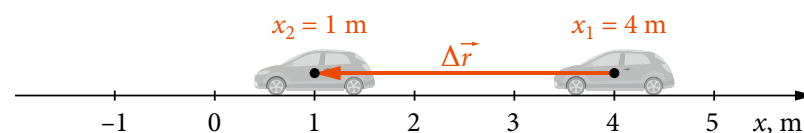
Przemieszczenie ciała

Na rysunku 2.5 samochód znajdował się najpierw w punkcie o współrzędnej $x_1 = 1$ m, a po jakimś czasie – w punkcie o współrzędnej $x_2 = 4$ m. Na czerwono narysowaliśmy wektor od początkowego do końcowego położenia samochodu. Nazywamy go **wektorem przemieszczenia** i oznaczamy $\Delta\vec{r}$.



Rys. 2.5. Wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$

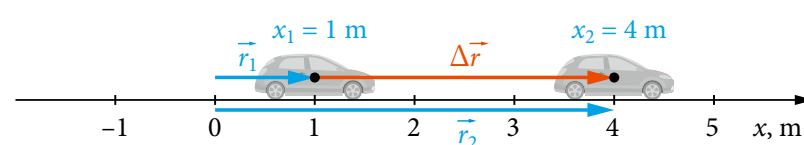
A oto inny przykład ruchu samochodu (rys. 2.6). Przemieszczenie nastąpiło teraz z punktu $x_1 = 4$ m do punktu $x_2 = 1$ m. Zwrot wektora przemieszczenia jest przeciwny niż poprzednio.



Rys. 2.6. Wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ jest skierowany przeciwnie do zwrotu osi x

Wektor przemieszczenia a wektory położenia ciała

Na rysunku 2.7 widzisz wektory położenia samochodu: na początku ($\vec{r}_1$) i na końcu ($\vec{r}_2$) ruchu.



Rys. 2.7. Wektory położenia początkowego $\vec{r}_1$ i końcowego $\vec{r}_2$ oraz wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$

Współrzędna położenia dla $\vec{r}_1$ wynosi $x_1 = 1$ m, a dla $\vec{r}_2$ wynosi $x_2 = 4$ m.

Zauważ, że gdy do wektora położenia początkowego dodamy wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$, otrzymamy wektor położenia końcowego:

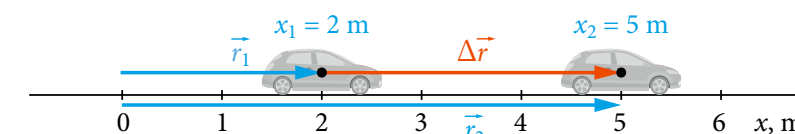
$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r}$$

W takim razie:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

wektor przemieszczenia wektor położenia końcowego
wektor położenia początkowego

Mówimy, że wektor przemieszczenia opisuje zmianę wektora położenia w wyniku ruchu ciała. Rysunek 2.8 przedstawia ten sam ruch pojazdu co na rysunku 2.7, ale z innym początkiem układu współrzędnych.



Rys. 2.8. Wektor przemieszczenia nie zależy od wyboru początku układu współrzędnych

Chociaż wektory położenia zależą **od wyboru początku układu współrzędnych**, to wektor przemieszczenia już od niego nie zależy. Dlatego wektor przemieszczenia pozwoli nam opisywać ruch niezależnie od przyjętego układu współrzędnych.

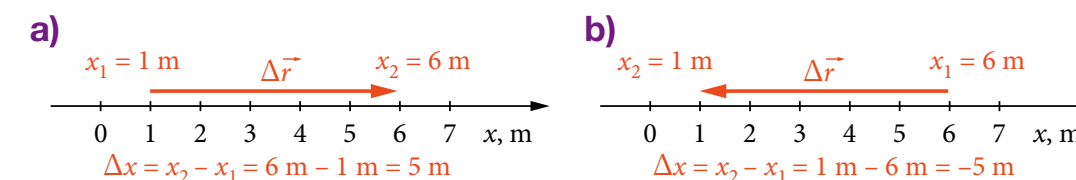
Wektor położenia zawsze ma początek w początku układu współrzędnych, a ten początek możemy dowolnie wybrać.

Współrzędna wektora przemieszczenia

Jak każdy wektor położony na osi liczbowej, wektor przemieszczenia można opisać za pomocą współrzędnej. Jeśli współrzędną wektora położenia oznaczamy literą x , to współrzędną wektora przemieszczenia oznaczamy Δx . Wiesz już, że odejmowaniu wektorów odpowiada odejmowanie ich współrzędnych. Z zależności $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ wynika, że:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Jeśli $x_2 < x_1$, to wynik odejmowania jest ujemny. Ujemna współrzędna przemieszczenia oznacza ruch przeciwnie do zwrotu osi (rys. 2.9b). Dla uproszczenia zamiast „przemieszczenie o współrzędnej -5 m” będziemy mówić „przemieszczenie -5 m”.



Rys. 2.9. Przemieszczenie a) 5 m, b) -5 m

Współrzędna wektora przemieszczenia jest czym innym niż jego wartość (długość). Wartość wektora zawsze jest dodatnia i określa, jak daleko przemieściło się dane ciało. Współrzędna zawiera **więcej informacji** niż wartość, ponieważ mówi też, w którą stronę odbył się ruch.

Działania na wektorach w układzie współrzędnych → s. 49

Przemieszczenie a droga

Ze szkoły podstawowej znasz pojęcie drogi. Trzeba ją odróżniać od przemieszczenia ciała, i to z kilku powodów:

Przypomnij sobie 2
→ s. 5

Wektory i skalary
→ s. 44

1. Jeżeli ciało się poruszało, droga zawsze jest dodatnia, niezależnie od tego, w którą stronę odbywał się ruch.
2. Przemieszczenie informuje nas wyłącznie o różnicy między końcowym a początkowym położeniem ciała. W podróży dookoła świata przemieszczenie jest zerowe, ale droga jest bardzo duża.
3. Przemieszczenie jest **wektorem**, natomiast droga jest **skalarem** (określa się ją za pomocą jednej liczby). Ta różnica będzie miała znaczenie w opisie ruchu krzywoliniowego.

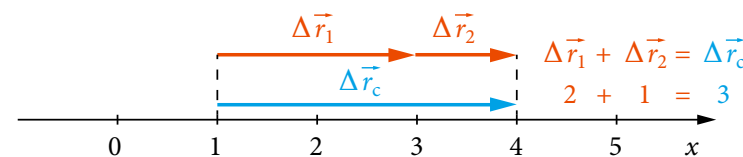
Wektor całkowitego przemieszczenia

otrzymujemy, dodając wektory kolejnych przemieszczeń (patrz też s. 46).

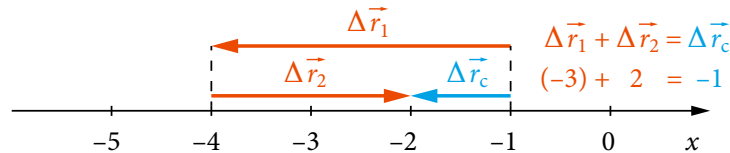
Przemieszczenia można dodawać

Jeśli ciało przemieszcza się kilkakrotnie, to wektor całkowitego przemieszczenia uzyskamy, dodając wektory jego kolejnych przemieszczeń. Przykłady widzisz na rysunkach poniżej. Dodawaniu przemieszczeń odpowiada dodawanie ich współrzędnych (które mogą być dodatnie lub ujemne).

a)



b)



Rys. 2.10. Dodawanie dwóch wektorów przemieszczeń:

a) o zwrotach zgodnych,
b) o zwrotach przeciwnych

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Przykład

Winda wjechała z pierwszego piętra na czwarte, a następnie zjechała na poziom -1 (pod ziemią). Oblicz przebytą przez nią drogę oraz jej całkowite przemieszczenie. Przyjmij, że piętro razem ze stropem ma 3 m wysokości.

Dane: $h = 3 \text{ m}$ – wysokość piętra

Szukane: s – droga przebyta przez windę, Δx – przemieszczenie windy

Rozwiązanie:

Podczas ruchu w górę winda pokonała 3 piętra (z 1. na 4. piętro), czyli 9 m ($3 \cdot 3 \text{ m}$), a podczas ruchu w dół przejechała 5 pięter (z 4. na -1. piętro), czyli 15 m ($5 \cdot 3 \text{ m}$). Jej łączna droga wyniosła zatem:

$$s = 9 \text{ m} + 15 \text{ m} = 24 \text{ m}$$

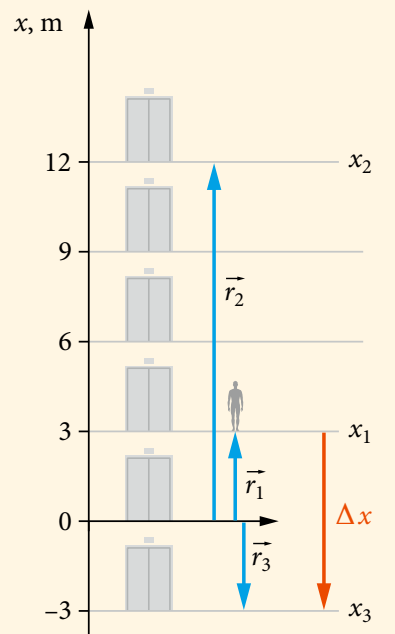


Aby określić przemieszczenie windy, przyjmijmy układ współrzędnych, w którym oś x jest skierowana w górę, a punkt zero znajduje się na podłodze parteru. Przemieszczenie zależy tylko od położenia początkowego ($x_1 = 3 \text{ m}$) i położenia końcowego ($x_3 = -3 \text{ m}$). Wobec tego całkowite przemieszczenie wyniosło:

$$\Delta x = x_3 - x_1 = -3 \text{ m} - 3 \text{ m} = -6 \text{ m}$$

Odpowiedź: Droga przebyta przez windę wyniosła 24 m, a jej przemieszczenie było równe -6 m (czyli miało wartość 6 m i zwrot w dół).

Uwagi. Gdybyśmy zamiast obliczyć od razu całkowite przemieszczenie, dodali kolejne przemieszczenia windy, wynik byłby taki sam: $\Delta x = 9 \text{ m} + (-15 \text{ m}) = -6 \text{ m}$. Wynik nie zależy od konkretnego wybranego układu odniesienia.



1. Wieś została wybudowana wzdłuż prostej szosy. Przyjmijmy, że prowadzimy wzdłuż tej szosy oś liczbową, a punkt zero wyznaczamy przy domu sołtysa.

a) Ania mieszka w domu o współrzędnej $x = 1 \text{ km}$. Ile wynosi odległość od domu Ani do domu sołtysa?

b) Bartek mieszka w domu o współrzędnej $x = -1 \text{ km}$. Ile wynosi odległość od domu Bartka do domu sołtysa?

c) Celina mieszka 2 km od domu sołtysa. Podaj możliwe współrzędne jej domu. Uwzględnij wszystkie odpowiedzi.

d) Darek mieszka 2 km od domu Ani. Podaj możliwe współrzędne jego domu. Wymień wszystkie odpowiedzi.

2. Przeczytaj opis i odpowiedz, czy w danym przypadku poruszające się ciało można traktować jako punkt materialny. Podaj krótkie uzasadnienie.

a) Samolot leciał z Gdańska do Aten.

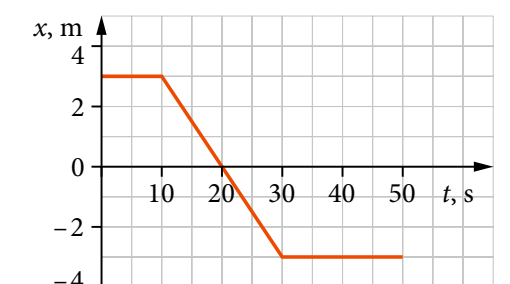
b) Podczas zawodów akrobatycznych samolot wykonał figurę nazywaną korkociągiem.

3. **P** Winda wjechała dwa piętra w górę, a następnie zjechała cztery piętra w dół.

Podaj współrzędne jej kolejnych przemieszczeń, a następnie współrzędną całkowitego przemieszczenia. Przyjmij, że jedno piętro razem ze stropem ma wysokość 3 m.

4. Dźwig budowlany może się poruszać po prostych szynach. Na wykresie przedstawiono jego położenie w zależności od czasu. Jako punkt zero przyjęto środek toru, a jako zwrot osi x – kierunek północny.

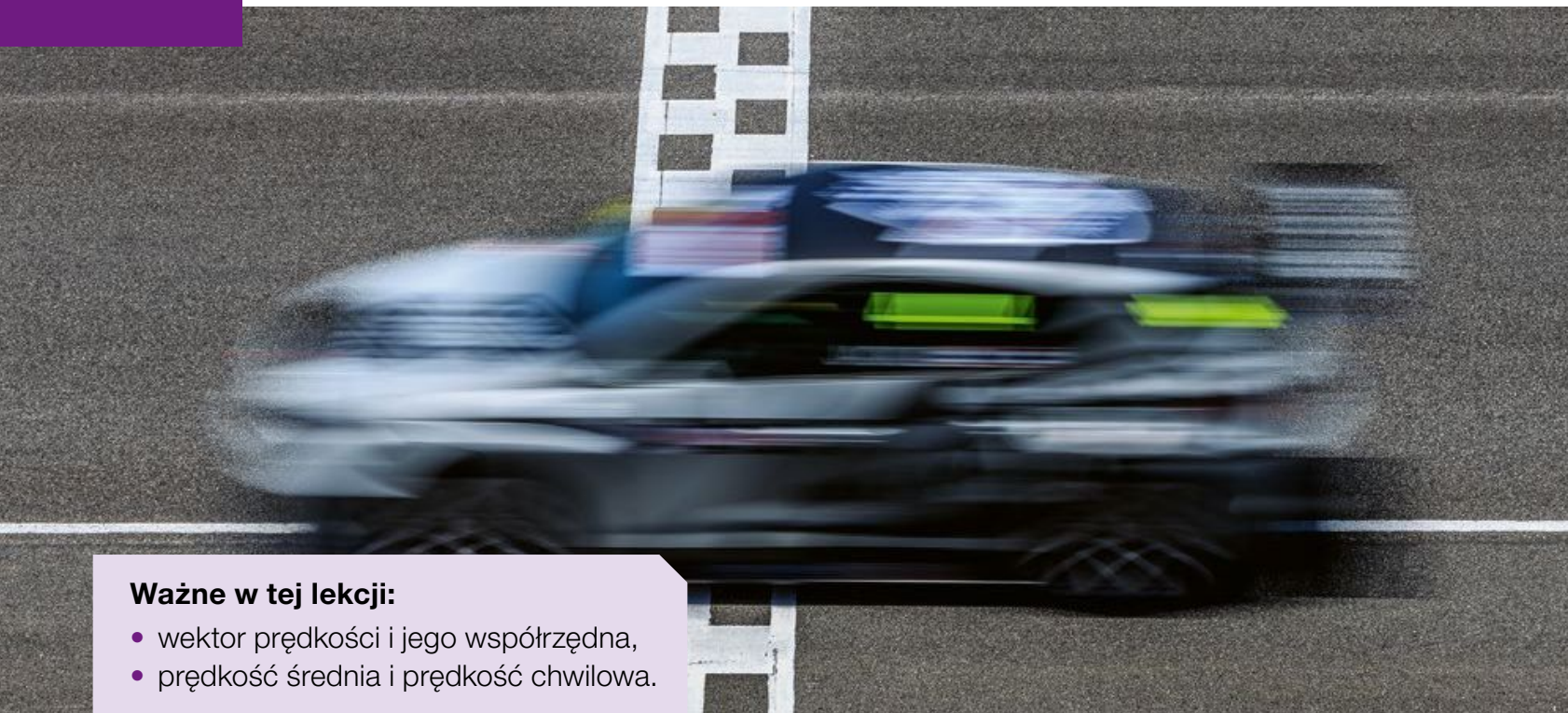
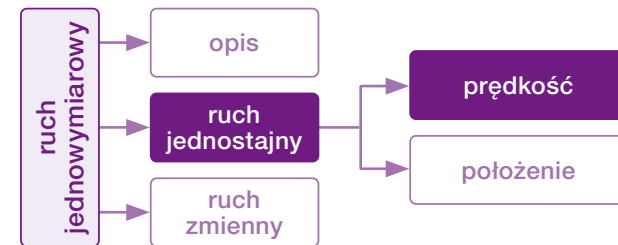
a) Opisz wektor przemieszczenia dźwigu pomiędzy chwilą $t = 10 \text{ s}$ a chwilą $t = 20 \text{ s}$ (podaj jego współrzędną, zwrot i wartość).



- b) Ten sam dźwig poruszył się najpierw o 4 m na północ, a potem o 2 m na południe. Zapisz w zeszycie kolejne przemieszczenia i ich sumę.

2.2

Prędkość w ruchu prostoliniowym



Ważne w tej lekcji:

- wektor prędkości i jego współrzędna,
- prędkość średnia i prędkość chwilowa.

Przypomnij sobie:

- Tor ruchu to linia, po której porusza się ciało. Droga to długość tego toru.
- W ruchu jednostajnym prostoliniowym prędkość to iloraz drogi i czasu.



Rys. 2.11. Prędkość jest wielkością wektorową

Wektor prędkości i jego współrzędna

Wektor prędkości jest skierowany w stronę, w którą porusza się ciało (rys. 2.11), a jego wartość jest wyrażona np. w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ lub $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Na najbliższych lekcjach będziemy opisywać ruch ciał wzdłuż prostej, dlatego do opisu prędkości wystarczy jedna liczba – jej współrzędna. Kierunek prędkości zawsze jest taki jak kierunek prostej, wzdłuż której porusza się ciało, o zwrocie prędkości informuje nas znak współrzędnej, natomiast o jej wartości – wartość bezwzględna współrzędnej.

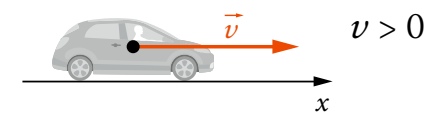
Dodatnia współrzędna prędkości oznacza, że ciało porusza się zgodnie ze zwrotem osi liczbowej, natomiast ujemna – że porusza się w przeciwną stronę.

Podczas omawiania ruchu prostoliniowego zamiast „współrzędna prędkości ciała wynosi $-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ” będziemy mówili w skrócie „prędkość ciała wynosi $-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ”.

Zauważ, że w odróżnieniu od współrzędnej wektora prędkości wartość wektora prędkości (jak każdego wektora) nigdy nie jest ujemna.

Zwrot wektora prędkości a znak jej współrzędnej

Ruch zgodnie ze zwrotem osi x



Współrzędna prędkości dodatnia
(krótko: prędkość dodatnia)

Ruch przeciwnie do zwrotu osi x



Współrzędna prędkości ujemna
(krótko: prędkość ujemna)

Wartość wektora prędkości, jak każdego wektora, jest zawsze dodatnia lub równa zero.

Prędkość średnia

Jak wyznaczyć wektor prędkości? Zaczniemy od **prędkości średniej**.

Prędkość średnia ciała to iloraz jego całkowitego przemieszczenia i czasu, w jakim to przemieszczenie nastąpiło:

$$\text{wektor prędkości średniej} \quad \vec{v}_{\text{sr}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \text{wektor przemieszczenia} \\ \text{czas ruchu} \end{array}$$

Wektor prędkości średniej

może być równy **zeru**, nawet jeżeli ciało się poruszało – wystarczy, że ciało wróci do miejsca, z którego wyruszyło.

Analogiczny związek zachodzi dla współrzędnych wektorów prędkości i przemieszczenia w ruchu wzdłuż prostej:

$$\text{współrzędna prędkości średniej} \quad v_{\text{sr}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \text{współrzędna przemieszczenia} \\ \text{czas ruchu} \end{array}$$

■ Przykład 1.

Turysta szedł prostą szosą i mijał słupki kilometrowe. O godzinie 13:00 minął słupek z napisem „9 km”, a o godzinie 15:00 – słupek z napisem „1 km”. Oblicz przemieszczenie i prędkość średnią turysty między 13:00 a 15:00.

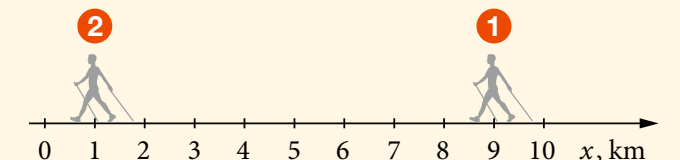
Dane:

$$x_1 = 9 \text{ km}, x_2 = 1 \text{ km}$$

Szukane:

Δx – przemieszczenie,

v_{sr} – prędkość średnia



Rozwiązanie:

Przemieszczenie turysty wyniosło:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 1 \text{ km} - 9 \text{ km} = -8 \text{ km}$$

Łatwo obliczyć, że między położeniami turysty oznaczonymi na rysunku „1” i „2” (między godziną 13:00 a 15:00) upłynęły 2 godziny ($\Delta t = 2 \text{ h}$).

Na podstawie tych danych możemy obliczyć prędkość średnią turysty:

$$v_{\text{sr}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad v_{\text{sr}} = \frac{-8 \text{ km}}{2 \text{ h}} = -4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odpowiedź: Przemieszczenie turysty wyniosło -8 km , a prędkość średnia, z jaką się poruszał, była równa $-4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Znak minus oznacza, że turysta przemieszczał się **w lewo** – przeciwnie niż wskazuje strzałka osi układu współrzędnych.

Prędkości w przyrodzie

Codziennie poruszamy się z różnymi prędkościami: idąc do szkoły, jadąc samochodem, spacerując. Przyjrzyjmy się prędkościom występującym w przyrodzie.



Rys. 2.12. Prędkość średnia turysty na szlaku jest różna od prędkości chwilowej

Prędkość chwilowa

Czy z przykładu przedstawionego na poprzedniej stronie możemy wysnuć wniosek, że turysta przez cały czas poruszał się z prędkością o wartości $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$? Oczywiście, że nie. Mógł przyspieszać i zwalniać, zatrzymywać się, a nawet przez jakiś czas iść w przeciwną stronę. Obliczona wartość to tylko **prędkość średnia**. Trzeba odróżnić ją od **prędkości chwilowej**, z jaką ciało porusza się w danej chwili.

Intuicyjnie rozumiemy, co to jest prędkość chwilowa. Jak jednak możemy ją zdefiniować?

Obliczamy prędkość średnią dla coraz krótszych przedziałów czasu. Im krótszy czas, z tym **większą dokładnością** prędkość średnia odpowiada prędkości chwilowej.

Prędkości średnie dla coraz krótszych czasów zbliżają się do pewnego wektora. To właśnie ten wektor jest **prędkością chwilową**.

Wybór dostatecznie krótkiego czasu Δt zależy od konkretnego zjawiska. Dla ścigającego się samochodu sportowego będzie to ułamek sekundy, a dla ruchu kontynentów – nawet rok.

Jednostka prędkości

Jednostka prędkości zawsze jest ilorazem jednostki długości i jednostki czasu. W **układzie SI** jednostką prędkości jest metr na sekundę ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$). Często używamy też kilometrów na godzinę ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$).

W szczególnych przypadkach stosujemy także inne jednostki prędkości, np. $\frac{\text{cm}}{\text{rok}}$ do opisu dryfu kontynentów lub $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ do opisu ruchu ciał niebieskich – patrz infografika *Prędkości w przyrodzie* (powyżej).

Przykład na następnej stronie pomoże ci przypomnieć sobie sposób przeliczania różnych jednostek prędkości.

Gdy mówimy krótko: „prędkość”, chodzi nam o prędkość chwilową.

Międzynarodowy układ jednostek SI
→ tabela 1, s. 285

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład 2.

Prędkość dozwolona w Polsce na autostradzie wynosi $140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, jaki to procent prędkości dźwięku w powietrzu.

Dane: $v_a = 140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ – prędkość na autostradzie

Szukane: $\frac{v_a}{v_{dz}}$

Rozwiązanie:

W tablicach fizycznych albo na infografice na s. 62–63 sprawdzamy, że prędkość dźwięku w powietrzu wynosi $v_{dz} = 344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Aby porównać dwie prędkości, musimy je wyrazić w tych samych jednostkach.

Przeliczmy więc prędkość dopuszczalną na autostradzie na metry na sekundę:

$$v_a = 140 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{140 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{140\,000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} \approx 38,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Teraz łatwo obliczyć szukany procent:

$$\frac{v_a}{v_{dz}} = \frac{38,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{344 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 0,11 = 11\%$$

Odpowiedź: Prędkość dopuszczalna na autostradzie stanowi ok. 11% prędkości dźwięku.



Podczas rozwiązywania zadania zawsze zapisuj jednostki.

Najczęściej przeliczamy na jednostki układu SI (bez przedrostków).

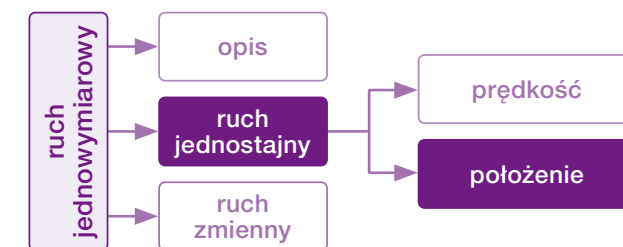
1. Czy radar używany przez policję drogową pozwala zmierzyć prędkość chwilową czy średnią? Odpowiedź uzasadnij.
2. **i** Znajdź odpowiednie informacje w infografice na s. 62–63 i oblicz:
 - a) ile razy szybciej porusza się dźwięk w stali niż w powietrzu,
 - b) ile razy szybciej porusza się dźwięk w powietrzu niż gepard,
 - c) jaką odległość pokona w swoim dryfie kontynent w ciągu stulecia, a jaką – w ciągu miesiąca.
3. **P2** Dźwięk w stali przemieszcza się z prędkością $5900 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ile razy jest ona większa niż prędkość pasażerskiego samolotu odrzutowego wynosząca $900 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

4. Biologowie zaobserwowali, że kleń (ryba z rodziny karpionowatych) w czasie jednego machnięcia ogonem przepływa połowę długości swojego ciała. Z jaką prędkością płynie 40-centymetrowy kleń machający ogonem 5 razy na sekundę?



2.3

Ruch jednostajny prostoliniowy

**Ważne w tej lekcji:**

- zależności położenia i drogi od czasu,
- wykresy zależności $x(t)$ i $s(t)$,
- dopasowywanie prostej do danych w układzie współrzędnych.

Przypomnij sobie:

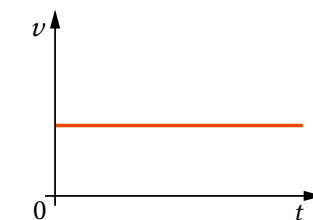
- Wyróżniamy dwa rodzaje ruchu: jednostajny i zmienny.
- Zależność drogi i prędkości od czasu można przedstawić na wykresie.

■ Prędkość w ruchu jednostajnym prostoliniowym

Najprostszym przykładem ruchu jest **ruch jednostajny prostoliniowy**, czyli ruch po torze prostoliniowym ze stałą prędkością:

$$\vec{v} = \text{const}$$

Prędkość jest wielkością wektorową, dlatego „stała prędkość” oznacza, że stałe są nie tylko jej wartość (rys. 2.13), lecz także kierunek (ciało nie skręca) i zwrot (ciało nie zawraca).

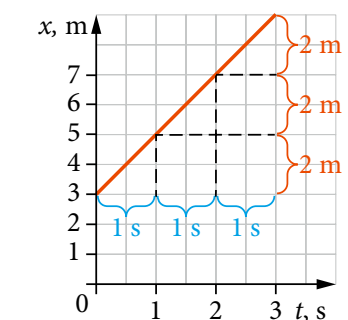


Rys. 2.13. Wykres zależności $v(t)$ dla ruchu jednostajnego prostoliniowego

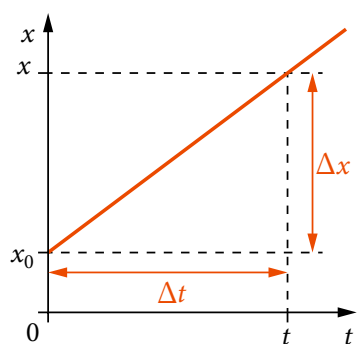
■ Położenie w ruchu jednostajnym prostoliniowym

Jak wygląda wykres zależności położenia do czasu $x(t)$ w ruchu jednostajnym? Okazuje się, że jest linią prostą.

Wyjaśnijmy to na przykładzie rysunku 2.14. Prędkość jest stała, zatem w każdej sekundzie ciało przebywa taką samą drogę. To oznacza, że wszystkie schodki na wykresie są jednakowe, a więc nachylenie wykresu się nie zmienia.



Rys. 2.14. Wykres ruchu dla $x_0 = 3 \text{ m}$ i $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Rys. 2.15. Wykres zależności $x(t)$ dla ruchu jednostajnego prostoliniowego

Do tego samego wniosku możemy dojść także w bardziej matematyczny sposób.

Na rysunku 2.15 przedstawiono wykres zależności położenia od czasu dla ruchu jednostajnego prostoliniowego pewnego ciała. Od chwili „zerowej” (kiedy zaczęliśmy mierzyć czas) do chwili t ciało przemieściło się od punktu x_0 do punktu x .

Z definicji prędkości wiemy, że:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0} = \frac{x - x_0}{t}$$

Po wyznaczeniu x z powyższego równania otrzymamy **zależność $x(t)$ w ruchu jednostajnym prostoliniowym**:

$$x = x_0 + vt$$

Wzrost: x – współrzędna położenia końcowego, x_0 – współrzędna położenia początkowego, t – czas ruchu, v – prędkość



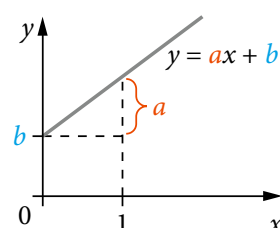
Przypomnij sobie

ZALEŻNOŚĆ LINIOWA

O tym, jak wygląda wykres funkcji liniowej, której wzór ma postać $y = ax + b$, dowiedziałeś się już wcześniej.

(→ patrz temat 1.4)

Wykresem tej funkcji jest prosta, której nachylenie jest określone przez współczynnik kierunkowy a , natomiast punkt przecięcia z osią pionową ma współrzędne $(0, b)$ (rys. obok).



► Wykres zależności liniowej $y = ax + b$

Zwróć uwagę, że zależność $x(t)$ dla ruchu jednostajnego prostoliniowego i wzór funkcji liniowej o ogólnej postaci $y = ax + b$ składają się z **analogicznych elementów**:

Ruch jednostajny:

$$x = v \cdot t + x_0$$

Ogólny wzór:

$$y = a \cdot x + b$$

współczynnik kierunkowy

punkt przecięcia z pionową osią

Kiedy ruch jednostajny przedstawiamy na wykresie, na osi poziomej zaznaczamy czas t , a na osi pionowej – położenie x . Widzimy, że x_0 odpowiada współczynnikowi b (rys. 2.15), który określa punkt przecięcia prostej z osią pionową. Innymi słowy, x_0 to położenie ciała w chwili $t = 0$.

Litera x ma w każdym z tych wzorów inne znaczenie. W matematyce zwykle tak oznaczamy zmienną niezależną. We wzorze fizycznym temu „matematycznemu x ” odpowiada czas t .

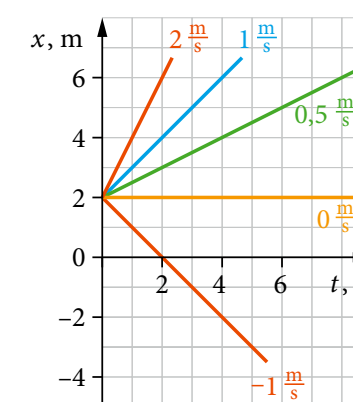
Prędkość a nachylenie wykresu

Widzimy, że prędkość v pełni funkcję **współczynnika kierunkowego**, określającego nachylenie prostej do osi czasu. Gdy czas mierzymy w sekundach, a położenie w metrach, współczynnik ten mówi nam, o ile metrów zmienia się położenie ciała w czasie 1 s.

Z zielonego wykresu na rysunku 2.16 możemy odczytać, że w każdej sekundzie współrzędna położenia ciała zwiększa się o 0,5 m. Oznacza to, że porusza się ono z prędkością $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Z wykresu odczytujemy także, że ruch rozpoczął się w punkcie $x_0 = 2 \text{ m}$, zatem ogólny wzór $x = vt + x_0$ przyjmuje postać:

$$x = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 2 \text{ m}$$

Im większa jest wartość bezwzględna prędkości, tym większy kąt nachylenia prostej do osi poziomej (rys. 2.16). Gdy ciało się nie porusza ($v = 0$), prosta jest pozioma, natomiast gdy porusza się z ujemną prędkością (czyli w przeciwną stronę, niż wskazuje strzałka osi x), wykres przedstawia funkcję malejącą.



Rys. 2.16. Od prędkości v zależy nachylenie prostej $x(t)$ do osi czasu

Droga w ruchu jednostajnym prostoliniowym

Zwrot prędkości (znak jej współrzędnej) nie ma wpływu na przebytą drogę. Aby pozbyć się ewentualnego minusa, obliczamy wartość bezwzględną prędkości. Dlatego zależność drogi od czasu opisujemy wzorem:

$$s = |v|t$$

Wykres funkcji $s(t)$ jest linią prostą przechodzącą przez początek układu współrzędnych i zawsze jest funkcją rosnącą (rys. 2.17). Oznacza to, że droga przebyta przez ciało ruchem jednostajnym jest wprost proporcjonalna do czasu.

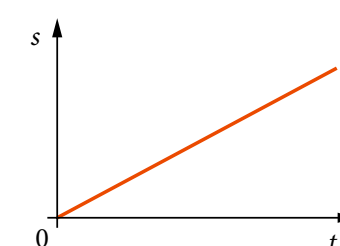
Rysowanie wykresu zależności położenia od czasu dla ruchu jednostajnego prostoliniowego

Wykonaj doświadczenie mające na celu zbadanie ruchu jednostajnego prostoliniowego i przeanalizuj jego wyniki.

Doświadczenie 1

1. Zamocuj linijkę lub papierową miarkę jako układ współrzędnych i puść wzdłuż niej zabawkę o napędzie elektrycznym (zdjęcie obok). Sfilmuj jej ruch.
2. Wybierz charakterystyczny punkt zabawki, który podczas ruchu pozostaje względem niej nieruchomy, np. środek koła lub koniec zderzaka.
3. Przewiń film klatka po klatce i zapisz w tabeli położenia wybranego punktu w danych chwilach.
4. Przedstaw wyniki pomiaru na wykresie zależności położenia od czasu i na ich podstawie oblicz prędkość zabawki.

Jeżeli prędkość ciała cały czas ma zwrot taki sam jak oś x , wtedy $v > 0$, więc znak wartości bezwzględnej można pominąć.



Rys. 2.17. Wykres zależności drogi od czasu dla ruchu jednostajnego prostoliniowego



Klawisz strzałki naciskaliśmy 30 razy, aby licznik czasu przesunął się o 1 s.

Między innymi darmowy program QuickTime Player umożliwia odtwarzanie filmów klatka po klatce.

Czas mierzyliśmy nie od zera, ale od $t = 3$ s, kiedy samochód pojawił się w kadrze.

Tabela 2.1

t, s	x, cm
3,0	2,4
3,2	4,2
3,4	6,3
3,6	8,3
3,8	10,3
4,0	12,3
4,2	14,2
4,4	16,3
4,6	18,2
4,8	20,4
5,0	22,1

Z wykresu na s. 69 (rys. 4.) odczytujemy: $A = (3,0; 2,5)$, $B = (4,8; 20,4)$.
W czasie: $t = 4,8 s - 3,0 s = 1,8 s$
pojazd przebył: $s = 20,4 cm - 2,5 cm = 17,9 cm$, więc $v = \frac{17,9 cm}{1,8 s} = 9,94 \frac{cm}{s}$.

Analiza wyników

Najpierw ustaliliśmy, że na jedną sekundę filmu przypada 30 klatek. Zdecydowaliśmy, że będziemy odczytywać położenie środka przedniego koła samochodu co 0,2 sekundy, czyli w co szóstą klatkę filmu. Uzyskane wyniki pomiarów zapisaliśmy w tabeli 2.1.

Ile wynosi niepewność pomiarowa

Skoro na 1 sekundę przypada 30 klatek filmu, to czas mierzymy z niepewnością $\Delta t = \frac{1}{30} s \approx 0,033 s$. Szacunkowo możemy przyjąć, że niepewność pomiaru położenia Δx wynosi 2 mm. Co prawda linijka jest wyskalowana w milimetrach, ale nie odczytamy położenia środka koła tak dokładnie, ponieważ zaznaczona kropka ma swoją wielkość i jest nieco rozmyta w czasie ruchu.

Sporządzanie wykresu

Na podstawie wyników pomiarów zapisanych w tabeli 2.1 sporządzamy wykres zależności położenia od czasu $x(t)$. Na ilustracjach w ramce na następnej stronie pokazano, jak to zrobić. (W celu dokładniejszego zaznaczenia punktów pomiarowych w układzie współrzędnych używamy papieru milimetrowego.)

Zwróć uwagę, jak zaznaczyliśmy na wykresie niepewności pomiarowe.

Na wykresie oprócz punktu o współrzędnych (t, x) rysujemy krzyżyk, którego poziomy odcinek przedstawia niepewność czasu, a pionowy – położenia.

Krzyżyk ma więc wysokość $2\Delta x$ i szerokość $2\Delta t$.

Analiza wykresu

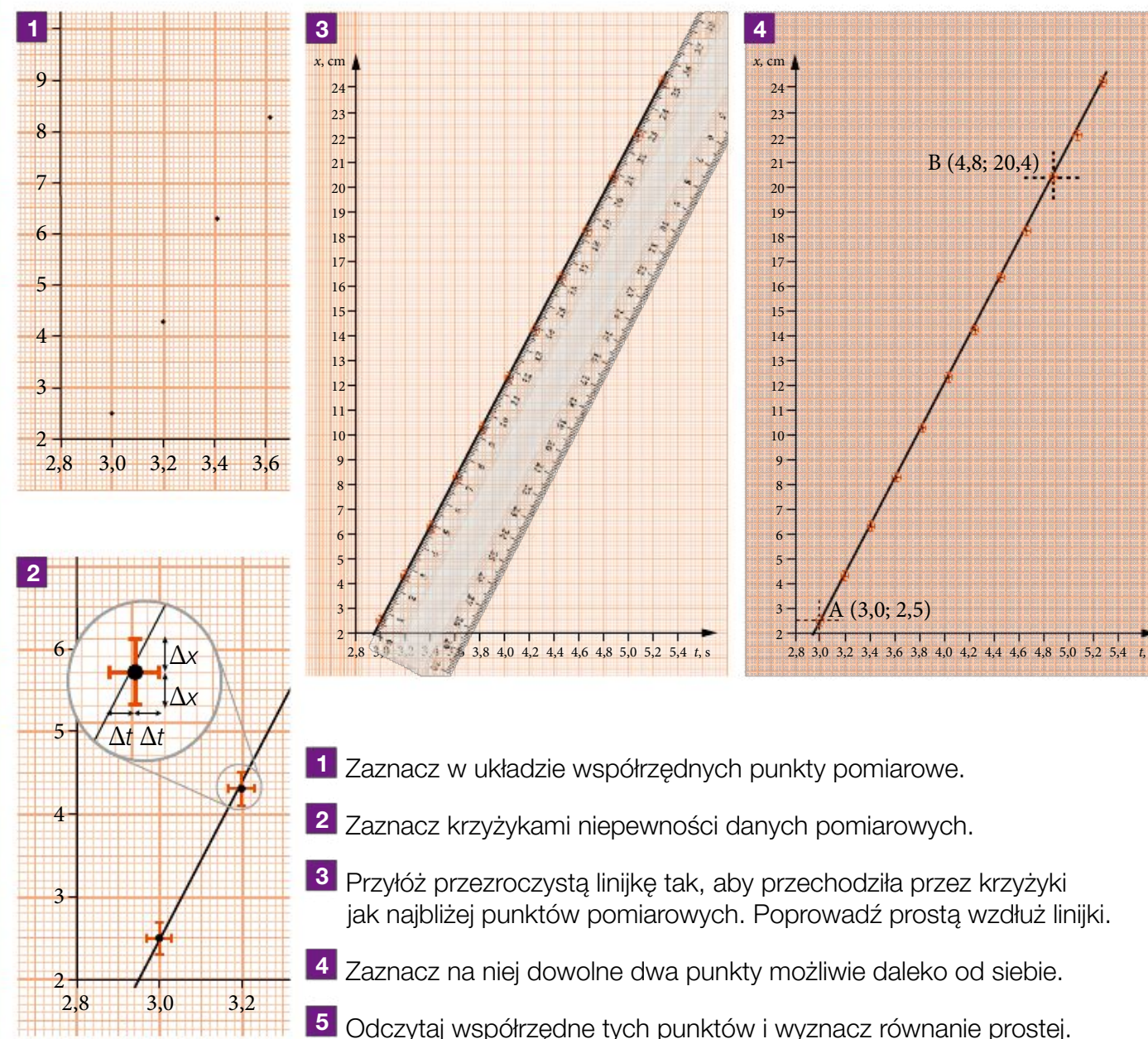
Na rysunku 4. w ramce na s. 69 widzimy, że wyniki pomiarów (zaznaczone jako kropki) układają się na prostej tylko w przybliżeniu. Jednak kiedy zaznaczymy niepewności (krzyżyki), możemy poprowadzić prostą przez wszystkie krzyżyki jednocześnie. Wynika stąd, że ruch zabawki możemy traktować jako jednostajny. Najprostszą metodą jest przyłożenie przezroczystej linijki i dopasowanie prostej „na oko”.

Otrzymana prosta przedstawia **zależność położenia od czasu**. Aby wyznaczyć jej współczynnik kierunkowy, wystarczy wybrać na niej możliwie daleko od siebie dwa dowolne punkty, których współrzędne łatwo odczytać (patrz rys. 4., s. 69). Ten współczynnik jest równy prędkości samochodzika wyrażonej (obliczenia obok) w jednostkach przyjętych na początku doświadczenia, czyli w centymetrach na sekundę:

$$v = 9,94 \frac{cm}{s}$$

Wykonaj te same obliczenia dla danych ze swojego doświadczenia.

Dopasowanie prostej do wykresu



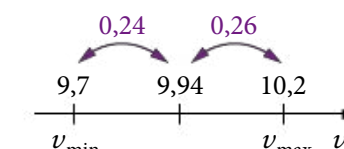
Wyznaczanie niepewności pomiaru prędkości

Jeśli chcesz oszacować dokładność wyznaczonej tą metodą prędkości, możesz znaleźć największe i najmniejsze nachylenie prostej $x(t)$. Stopniowo obracaj i przesuwaj linijkę, aby linia przechodziła przez wszystkie zaznaczone krzyżyki.

W naszym przypadku współczynnik kierunkowy dla minimalnego nachylenia wyniósł 9,7, a dla maksymalnego 10,2. Pierwsza z tych liczb różni się od naszego wyniku o 0,24, a druga o 0,26 (rys. 2.18), w zaokrągleniu 0,3. Można więc zapisać ostateczny wynik doświadczenia:

$$v = 9,94 \frac{cm}{s} \pm 0,3 \frac{cm}{s}$$

Zauważ, że jest to duża dokładność: niepewność względna to 3%.



Rys. 2.18. Średnia oraz najmniejsze i największe nachylenie prostej

Pomiary pośrednie i bezpośrednie

Pomiar prędkości w doświadczeniu 1. (s. 67) był **pomiarem pośrednim**, to znaczy, że prędkość wyznaczaliśmy na podstawie pomiarów innych wielkości. Pomiar prędkości samochodu za pomocą prędkościomierza byłby **pomiarem bezpośrednim**.

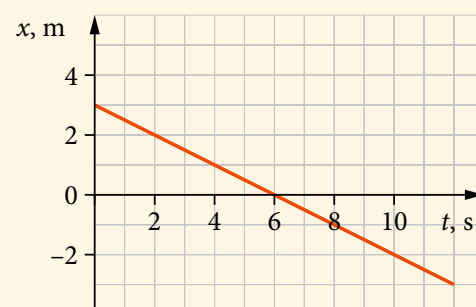
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Na wykresie przedstawiono zależność położenia ciała od czasu. Oblicz prędkość tego ciała. Zapisz wzór zależności $x(t)$. Narysuj wykres drogi przebytej od chwili $t_0 = 0$ do $t_k = 10$ s w funkcji czasu.



Dane: wykres $x(t)$, $t_0 = 0$, $t_k = 10$ s

Szukane: v – prędkość ciała, wzór $x(t)$, wykres $s(t)$

Rozwiązanie:

Z wykresu $x(t)$ odczytujemy, że w każdych kolejnych 2 s współrzędna położenia ciała zmniejszała się o 1 m, więc prędkość tego ciała wynosiła:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{1 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

W chwili $t = 0$ ciało znajdowało się w punkcie $x_0 = 3$ m, dlatego ruch opiszemy wzorem:

$$x(t) = -0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 3 \text{ m}$$

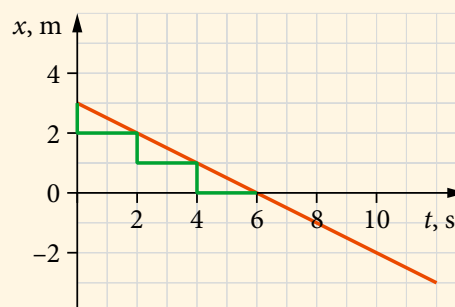
Wartość bezwzględna prędkości ciała wynosiła $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, więc zależność drogi od czasu zapisujemy następująco:

$$s(t) = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$$

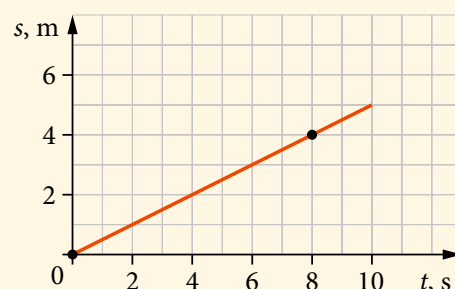
Aby narysować wykres tej funkcji, wystarczy zaznaczyć dwa punkty, np. $(0, 0)$ i $(8, 4)$, i poprowadzić przez nie prostą.

Odpowiedź: Prędkość ciała wynosi $-0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zależność położenia od czasu dla tego ruchu opisujemy wzorem $x = -0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 3 \text{ m}$, a wykres $s(t)$ znajduje się obok.

W odczytaniu zmiany położenia pomogą nam schodki na wykresie.



Wzór na $x(t)$ ma postać: $x = vt + x_0$, znamy już v , musimy jeszcze odczytać x_0 .

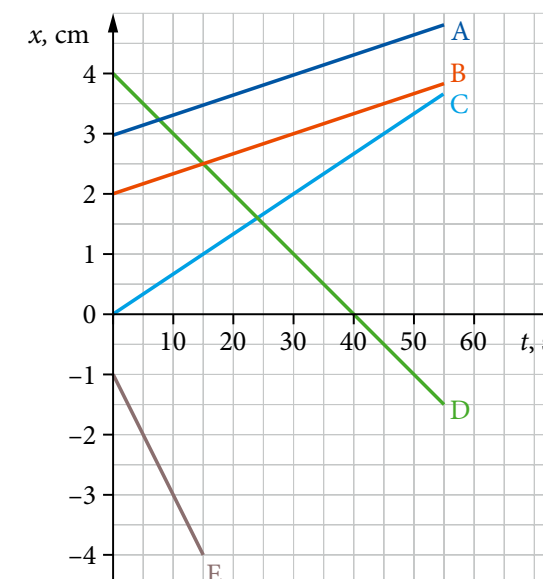


1. Pociąg jechał ze stałą prędkością i pokonał odległość 10 km w czasie 8 min. Oblicz wartość prędkości pociągu.

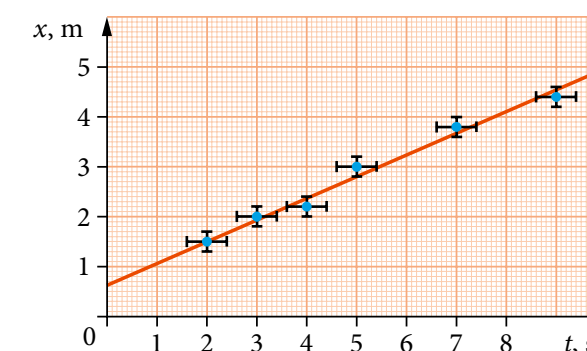
2. Ile wyniesie droga przebyta od godziny 12:00 do 13:45 przez jacht poruszający się ze stałą prędkością 8 węzłów? Odpowiedź podaj w milach morskich i w kilometrach.

Wskazówka. 1 węzeł (kn) to 1 mila morska na godzinę, a 1 mila morska to 1852 m.

3. **P** W jednym układzie współrzędnych narysowano wykresy funkcji $x(t)$ dla pięciu poruszających się ciał. Oblicz ich prędkości, zapisz wzory opisujące zależność położenia od czasu dla poszczególnych ciał i narysuj w zeszycie wykres $s(t)$ dla każdego z nich. Jak rozpoznać na wykresie, że dwa ciała poruszają się z jednakową prędkością?



4. Na wykresie zależności położenia od czasu zaznaczono wyniki pomiarów wykonanych podczas badania ruchu ciała. Zaznaczono również niepewności pomiarowe i dopasowano prostą do punktów pomiarowych. Oblicz prędkość ciała.



Wskazówka. Najłatwiej odczytać położenie ciała w chwilach $t = 1$ s oraz $t = 10$ s. Ile czasu upłynęło między tymi chwilami? Jak zmieniło się w tym czasie położenie badanego ciała?

5. **W** Wykonaj doświadczenie.

a) Sfilmuj z boku jadący ulicą samochód. Nie poruszaj telefonem w czasie filmowania. **Uwaga.** Warto skorzystać ze statywu albo przynajmniej oprzeć ręce na stabilnej podstawie.

b) Znajdź w dostępnych źródłach, np. w internecie, dane techniczne sfilmowanego samochodu i sprawdź jego długość.

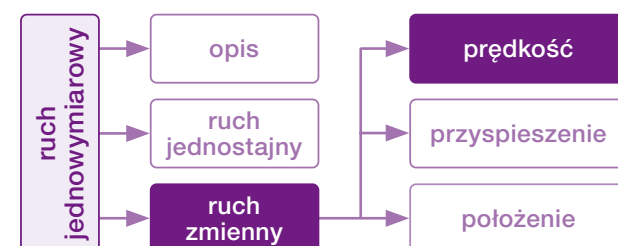
c) Obejrzyj film klatka po klatce i zmierz czas, w jakim samochód przebył drogę równą swojej długości.

d) Wyznacz prędkość samochodu. Przelicz ją na kilometry na godzinę.



2.4

Ruch prostoliniowy zmienny



Ważne w tej lekcji:

- średnia wartość prędkości,
- wykresy ruchu przy skokowych zmianach prędkości.

Przypomnij sobie:

- Wyróżniamy dwa rodzaje ruchu: jednostajny i zmienny.
- W ruchu jednostajnym prostoliniowym prędkość jest wielkością stałą.
- W ruchu zmiennym rozróżniamy prędkość chwilową i prędkość średnią.

Średnia wartość prędkości

Zajmiemy się teraz ruchem wzdłuż linii prostej, ale tym razem – odbywającym się ze zmienną prędkością. Przydatna do tego będzie **średnia wartość prędkości**.

Średnia wartość prędkości to iloraz całkowitej drogi i całkowitego czasu trwania ruchu:

$$v_{\text{srw}} = \frac{s_c}{t_c}$$

średnia wartość prędkości całkowita droga całkowity czas

Rys. 2.19. Choć znaczną część drogi między Gliwicami a Warszawą pociąg Pendolino pokonuje z prędkością $160 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, to średnia wartość jego prędkości wynosi zaledwie $110 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, ponieważ zatrzymuje się on na stacjach

Ciało, które przebyło drogę 50 m w ciągu 2 s – nawet jeśli wielokrotnie zmieniał prędkość, a przez jakiś czas spoczywało – poruszało się z prędkością o średniej wartości $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Uwaga. Gdy w codziennym życiu opisujemy prędkość jazdy, najczęściej używamy określenia „prędkość średnia”. My jednak będziemy mówili „średnia wartość prędkości”. Pozwoli to nam uniknąć nieporozumień wynikających z mylenia średniej wartości prędkości z wektorem prędkości średniej omawianym na s. 61.

Ruch ze skokową zmianą wartości i zwrotu prędkości

Niekiedy czas potrzebny do zmiany prędkości jest na tyle krótki, że możemy go pominąć. Wtedy opisujemy ruch tak, jakby prędkość zmieniała się skokowo.

Ruch windy – ruch ze zmianą zwrotu prędkości

Przyjmujemy tutaj (jak w podobnym przypadku wcześniej), że oś, na której zaznaczamy współrzędną położenia, jest zwrócona w górę, a zero na osi oznacza położenie windy na parterze. Wysokość jednego piętra to 3 m.

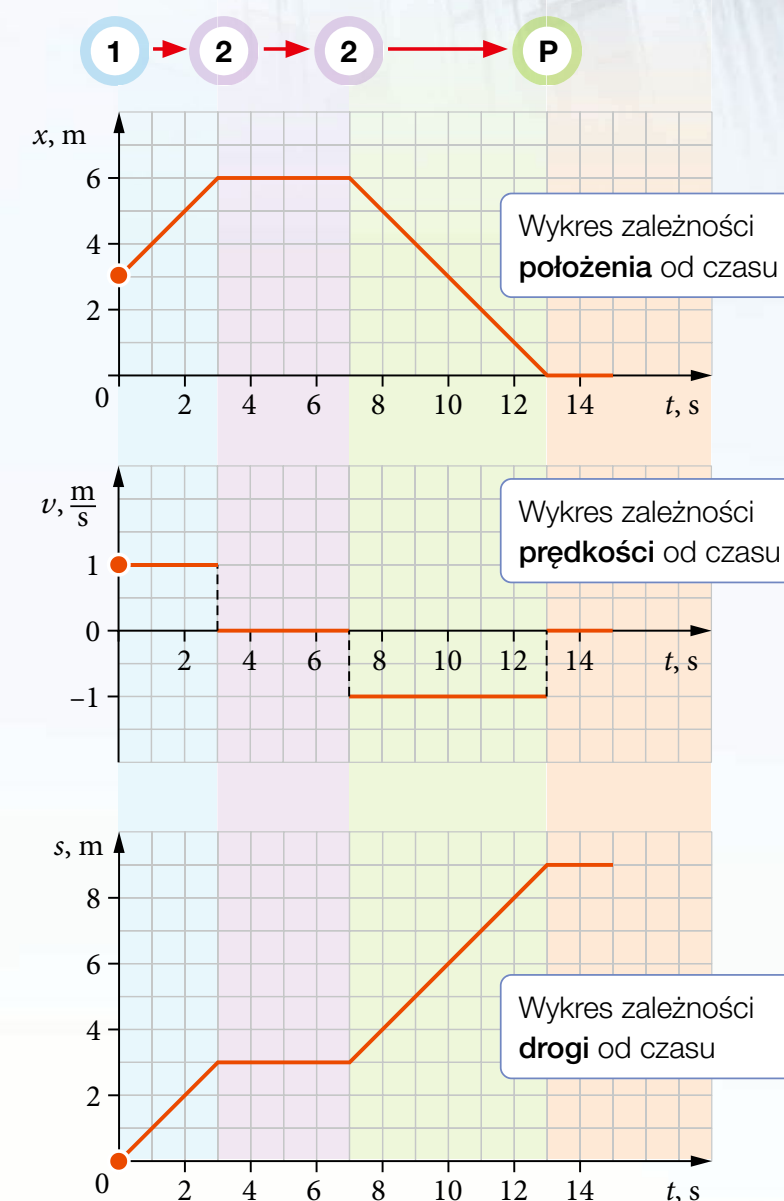
Winda kolejno:

- jest 3 m nad parterem
1. piętro
- jedzie 3 s w górę z prędkością $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
wjeżdża na wysokość 6 m
2. piętro
- stoi przez 4 s
2. piętro
- jedzie 6 s w dół z prędkością $-1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
zjeżdża na poziom zero
parter
- stoi przez 2 s
parter

Zgodnie z wykresem $v(t)$ zmiany prędkości odbywały się natychmiastowo, w zerowym czasie. Oczywiście jest to niemożliwe. Wykres jest więc przybliżeniem rzeczywistej sytuacji, a czas przyspieszania lub zwalniania windy jest na tyle krótki, że go pomijamy.

Po odczytaniu z wykresu potrzebnych danych łatwo obliczyć średnią wartość prędkości windy od chwili $t = 0$ do $t = 15$ s:

$$v_{\text{srw}} = \frac{9 \text{ m}}{15 \text{ s}} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Tomek szedł do szkoły z prędkością o średniej wartości $v_1 = 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Kiedy dotarł na miejsce, okazało się, że z powodu awarii wodociągu lekcje odwołano. Ile powinna wynieść średnia wartość prędkości, z jaką poruszał się w drodze powrotnej, aby na całej trasie wyniosła ona $v = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

Dane: $v_1 = 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ – prędkość średnia w drodze do szkoły,
 $v = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ – prędkość średnia na całej trasie

Szukane: v_2 – prędkość średnia w drodze do domu

Rozwiązanie:

Wprowadźmy dodatkowe oznaczenia: s – droga z domu do szkoły, t_1 – czas marszu z domu do szkoły, t_2 – czas marszu ze szkoły do domu.

Z definicji średniej wartości prędkości wiemy, że:

$$v_1 = \frac{s}{t_1} \quad v_2 = \frac{s}{t_2} \quad v = \frac{2s}{t_1 + t_2}$$

Wyznamy t_1 i t_2 z dwóch pierwszych wzorów, a trzeci przekształcimy tak, aby łatwo było do niego podstawić wyznaczone wartości:

$$t_1 = \frac{s}{v_1} \quad t_2 = \frac{s}{v_2} \quad t_1 + t_2 = \frac{2s}{v}$$

stąd:

$$\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = \frac{2s}{v}$$

Powyższe równanie można podzielić stronami przez s , co oznacza, że rozwiązanie zadania nie zależy od drogi:

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{2}{v}$$

Następnie wyznaczamy v_2 :

$$v_2 = \frac{1}{\frac{2}{v} - \frac{1}{v_1}}$$

Po podstawieniu danych liczbowych i wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

$$v_2 = 6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odpowiedź: Tomek powinien wracać z prędkością o średniej wartości $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Zwróć uwagę, że 4 (średnia wartość prędkości) **nie jest** średnią arytmetyczną liczb 3 i 6 (średnie wartości prędkości na poszczególnych odcinkach). Nie ma powodu, żeby tak było.



Wprowadziliśmy oznaczenia dla wielkości, które nie są ani dane, ani szukane, ale przydadzą się w rozwiązywaniu zadania.

Udało nam się wyeliminować wszystkie wielkości poza danymi i szukany.

1. Odpowiedz, w którym przypadku w opisie ruchu możemy pominąć czas rozpędzania się pojazdu równy 10 s.

A. Samochód jechał przez godzinę z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a potem przez kolejną godzinę z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

B. Samochód jechał przez 2 s z prędkością $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a potem przez 3 s z prędkością $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

2. Samochód jechał przez 20 min z prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a następnie przebył 10 km z prędkością $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ile wyniosła średnia wartość jego prędkości?

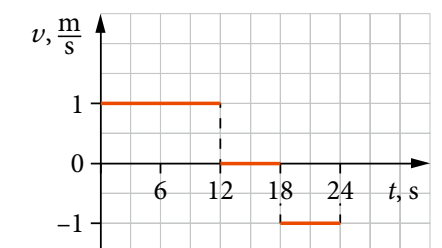
3. **P** Pani Ania jechała samochodem. Ponieważ początkowe 10% długości trasy prowadziło po bocznej drodze, więc samochód pani Ani poruszał się z prędkością o średniej wartości $40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Następnie kobieta wjechała na autostradę i przebyła po niej pozostałe 90% zaplanowanej trasy. Prędkość na całej trasie miała średnią wartość $95 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Z jaką prędkością pani Ania jechała po autostradzie?

Wskazówki. Oznacz całą długość trasy symbolem s . Gdy odpowiednio przekształcisz wzory, ta wielkość nie wystąpi w rozwiązaniu, podobnie jak w przykładzie na poprzedniej stronie.

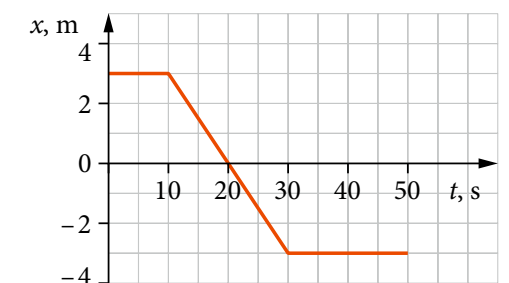
Nie wykonuj działań na procentach, zamień je na ułamki.

4. Samolot przeleciał 200 km z prędkością $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a następnie w krótkim czasie zwiększył ją do $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Całą trasę przebył z prędkością o średniej wartości $280 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Jak długą trasę pokonał?

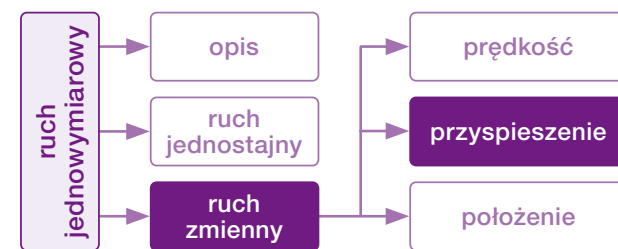
5. Wykres przedstawia zależność współrzędnej wektora prędkości od czasu dla ruchu pewnej windy. W chwili $t = 0$ winda znajdowała się w najniższym położeniu ($x = 0$). Narysuj wykres $x(t)$ dla tego ruchu.



6. Wykres ilustruje zależność położenia suwnicy (zdjęcie) od czasu, a punkt $x = 0$ odpowiada jej położeniu na środku hali. Narysuj wykres zależności prędkości od czasu $v(t)$ dla tego ruchu.



2.5

Przyspieszenie
w ruchu zmiennym

Ważne w tej lekcji:

- przyspieszenie średnie i chwilowe,
- wykresy zależności $v(t)$,
- spadek swobodny i rzut pionowy.

Przypomnij sobie:

- W ruchu prostoliniowym tor ruchu ciała jest linią prostą.
- W ruchu jednostajnie zmiennym zmienia się prędkość, ale przyspieszenie jest stałe.
- Spadanie swobodne to ruch ciała pod wpływem siły grawitacji (ciężkości) bez oporów ruchu.

Przyspieszenie

Przypomnij sobie 8
→ s. 8

W wielu sytuacjach interesuje nas, jak szybko zmienia się prędkość. Do tego celu wykorzystujemy przyspieszenie, oznaczane symbolem a . Podobnie jak prędkość, przyspieszenie jest **wielkością wektorową**.

Przyspieszenie to iloraz zmiany prędkości i czasu, w jakim nastąpiła ta zmiana:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

wektor przyspieszenia wektor zmiany prędkości czas, w jakim nastąpiła zmiana prędkości

A to ciekawe

W świecie przyrody rekord przyspieszenia najprawdopodobniej należy do krewetki modliszkowej. Podczas ataku przez ułamek milisekundy jej przednie odnóża poruszają się z przyspieszeniem 150 tys. $\frac{m}{s^2}$ i osiągają prędkość 30 $\frac{m}{s}$.



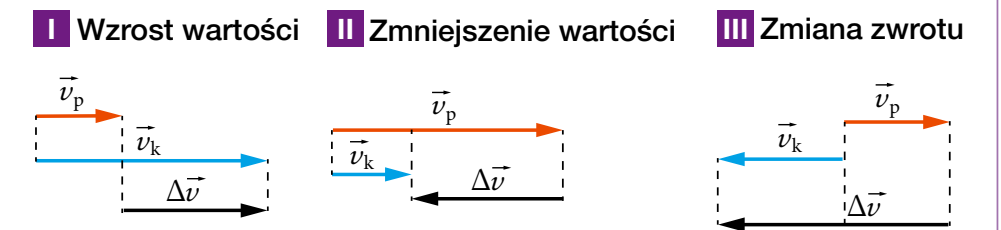
Zmiana prędkości

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_k - \vec{v}_p$$

gdzie:

$\vec{v}_k$ – prędkość końcowa,

$\vec{v}_p$ – prędkość początkowa.



Przyspieszenie średnie i przyspieszenie chwilowe

W temacie 2.2 nauczyliśmy się rozróżniać prędkość średnią i prędkość chwilową. Podobnie rozróżnia się przyspieszenie średnie i przyspieszenie chwilowe. **Przyspieszenie średnie** jest ilorazem całkowitej zmiany prędkości i czasu, w jakim zaszła ta zmiana:

$$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}_c}{\Delta t_c}$$

Gdy zmiana prędkości będzie mierzona w coraz krótszym czasie, otrzymamy z coraz większą dokładnością **przyspieszenie chwilowe**.

Współrzędna przyspieszenia i jego jednostka

Rozważamy tutaj ruch prostoliniowy wzdłuż osi x . W takim przypadku wektor przyspieszenia również ma taki sam kierunek jak oś x (ale niekoniecznie ten sam zwrot). Możemy w takim razie zapisać definicję przyspieszenia z wykorzystaniem współrzędnych wzdłuż osi x :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Podobnie jak w przypadku położenia lub prędkości mówimy w skrócie: „przyspieszenie wynosi $-3 \frac{m}{s^2}$ ”, zamiast: „współrzędna wektora przyspieszenia wynosi $-3 \frac{m}{s^2}$ ”.

Z definicji przyspieszenia wynika, że jego jednostką jest $\frac{m}{s^2}$:

$$\frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s} : s = \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{m}{s^2}$$

We wzorze podajemy współrzędne przyspieszenia i zmiany prędkości, a nie ich wektory, dlatego piszemy te wielkości bez strzałek nad symbolami.

Ruch jednostajnie zmienny

Zajmiemy się teraz szczególnym przypadkiem ruchu zmiennego.

Ruchem prostoliniowym jednostajnie zmiennym nazywamy taki ruch prostoliniowy, w którym przyspieszenie (jako wektor) jest stałe.

Pojęcie to obejmuje ruch, w którym prędkość jednostajnie rośnie lub maleje, czyli ruch jest przyspieszony lub opóźniony. Niedługo zobaczysz, że przy stałym przyspieszeniu może się także zmieniać zwrot prędkości.

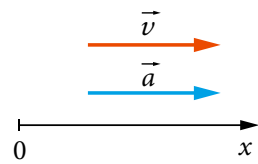


Rys. 2.20. Wykres zależności przyspieszenia od czasu w ruchu jednostajnie zmiennym

Zwrot przyspieszenia

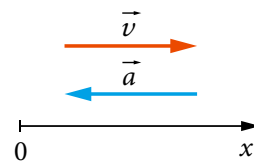
Zwrot przyspieszenia, czyli znak jego współrzędnej, nie pozwala od razu stwierdzić, czy ciało porusza się coraz szybciej czy coraz wolniej. Zależy to także od zwrotu prędkości (znaku jej współrzędnej). Możemy rozważyć cztery przypadki:

I



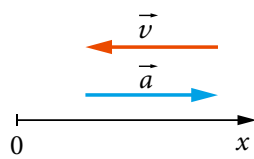
Prędkość dodatnia, przyspieszenie dodatnie.
Ciało przyspiesza.

II



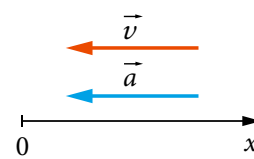
Prędkość dodatnia, przyspieszenie ujemne.
Ciało zwalnia.

III



Prędkość ujemna, przyspieszenie dodatnie.
Ciało zwalnia, np. jego prędkość wynosi najpierw $-5 \frac{m}{s}$, a później $-3 \frac{m}{s}$.

IV



Prędkość ujemna, przyspieszenie ujemne.
Ciało przyspiesza, np. prędkość wynosi najpierw $-3 \frac{m}{s}$, a później $-5 \frac{m}{s}$.

Kiedy prędkość i przyspieszenie mają **zgodne zwroty**, ciało porusza się coraz **szybciej**, a gdy **zwroty są przeciwne** – coraz **wolniej**.

Prędkość w ruchu jednostajnie zmiennym

W ruchu jednostajnie zmiennym przyspieszenie chwilowe i przyspieszenie średnie są równe. Wzór $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ można przekształcić do postaci:

$$\Delta v = a \Delta t$$

czyli:

$$v_k - v_p = a(t_k - t_p)$$

różnica prędkości końcowej i początkowej (zmiana prędkości) przyspieszenie przedział czasu, w którym nastąpiła zmiana prędkości

Z powyższego wzoru wynika, że w ruchu jednostajnie zmiennym przyrost prędkości jest **wprost proporcjonalny** do czasu, w jakim ta zmiana nastąpiła.

Rozważmy ciało rozpędzające się z przyspieszeniem a od prędkości v_0 . Gdy od początku rozpędzania upłynie czas t , przyrost prędkości tego ciała wyniesie at , a więc osiągnie ono prędkość:

Funkcja liniowa
→ s. 38

$$v = v_0 + at$$

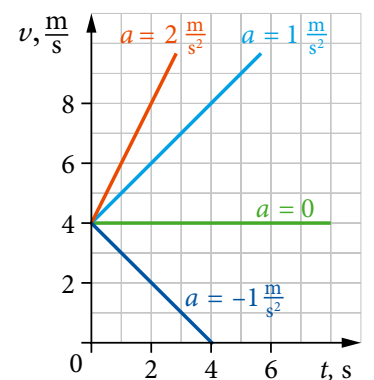
prędkość w chwili t prędkość początkowa przyspieszenie czas

W ruchu jednostajnie zmiennym prędkość jest **liniową funkcją** czasu. Wykres takiej funkcji umiemy narysować – jest on linią prostą. Jednak nie zawsze jest to proporcjonalność prosta, ponieważ nie zawsze $v_0 = 0$. Na rysunku 2.21 pokazano kilka wykresów dla prędkości początkowej $v_0 = 4 \frac{m}{s}$ i różnych przyspieszeń.

Współczynnikiem kierunkowym wykresu $v(t)$ jest przyspieszenie. Jak widać, im większa jest wartość bezwzględna przyspieszenia, tym większy jest kąt nachylenia prostej do osi poziomej.

Dla $a < 0$ otrzymujemy wykres funkcji malejącej. Odpowiada to sytuacji, kiedy prędkość (a właściwie jej współrzędna) się zmniejsza.

Natomiast gdy $a = 0$, prędkość się nie zmienia, czyli ruch jest jednostajny.



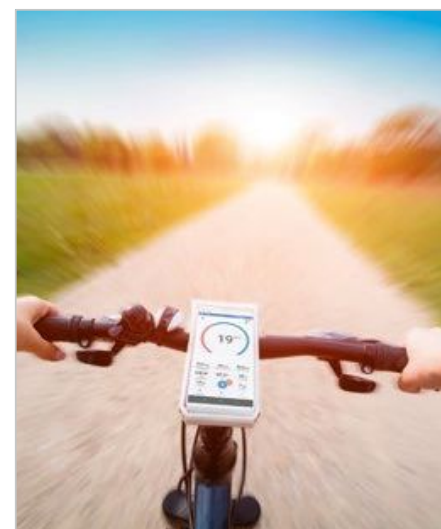
Rys. 2.21. Zależność $v(t)$ dla kilku ruchów jednostajnie zmiennych

Wyznaczanie przyspieszenia

Wykonaj doświadczenie mające na celu wyznaczenie przyspieszenia.

Doświadczenie 2

1. Do przeprowadzenia doświadczenia są potrzebne dwie osoby. Przygotujcie rower z prędkościomierzem i przerzutkami oraz stoper.
2. Jedna osoba niech wsiądzie na rower na prostej, bezpiecznej drodze, np. na ścieżce rowerowej, i na znak dany przez drugą osobę ruszy, jak najmocniej naciskając pedały. Druga osoba ponownie niech da znak po 5 s. Osoba jadąca na rowerze ma za zadanie zapamiętać wskazanie prędkościomierza w tym momencie.
3. Na podstawie wyniku pomiaru obliczcie przyspieszenie średnie w ciągu pierwszych 5 s jazdy rowerem.
4. Powtórzcie opisane czynności kilkakrotnie, np. 4 razy.
5. Obliczcie średnią poszczególnych wyników.
6. Zbadajcie, jak przyspieszenie zależy od wybranego biegu przerzutki.



Obliczanie przyspieszenia

W naszym doświadczeniu dla jednego z biegów przerzutki otrzymaliśmy następujące wyniki: $24 \frac{km}{h}$, $25 \frac{km}{h}$, $25 \frac{km}{h}$, $23 \frac{km}{h}$.

Uzyskane wyniki prędkości końcowych przeliczyliśmy na jednostki układu SI. Dla każdego z pomiarów obliczyliśmy przyspieszenie. Przyjeliśmy, że prędkość początkowa była równa zero.

Oto przykładowe obliczenia dla pierwszego pomiaru:

$$\Delta v = v_k = 24 \frac{km}{h} = \frac{24\,000\,m}{3600\,s} \approx 6,67 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6,7 \frac{m}{s}}{5\,s} \approx 1,33 \frac{m}{s^2}$$

Dla kolejnych pomiarów otrzymaliśmy przyspieszenia: $1,39 \frac{m}{s^2}$, $1,39 \frac{m}{s^2}$ oraz $1,28 \frac{m}{s^2}$. Średnia tych wartości to $1,348 \frac{m}{s^2}$, czyli w przybliżeniu $1,3 \frac{m}{s^2}$. Porównaj nasz wynik z rezultatami swoich pomiarów.

Jeżeli prędkość początkowa jest równa zero, to zmiana prędkości jest równa prędkości końcowej: $\Delta v = v_k$.

Spadek swobodny i rzut pionowy

Przykładem ruchu jednostajnie przyspieszonego jest spadek ciał **bez oporu powietrza**. Przyspieszenie w tym ruchu jest skierowane w dół i ma wartość $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Jeśli przyjmujemy, że oś układu współrzędnych jest skierowana w górę, to przyspieszenie ciała pod wpływem siły ciężkości zapiszemy jako ujemne: $a = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Wyobraźmy sobie spadek małej piłeczki. Są trzy możliwości:



► Ilustracja przedstawia spadek swobodny. Wykonano ją, nakładając na siebie kolejne klatki filmu

I Upuszczamy piłeczkę, czyli jej prędkość początkowa to:

$$v_0 = 0$$

Porusza się ona coraz szybciej w dół.

II Rzucamy piłeczkę w dół z prędkością:

$$v_0 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

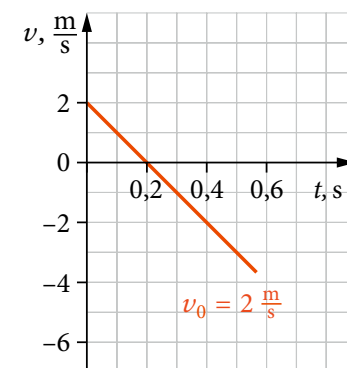
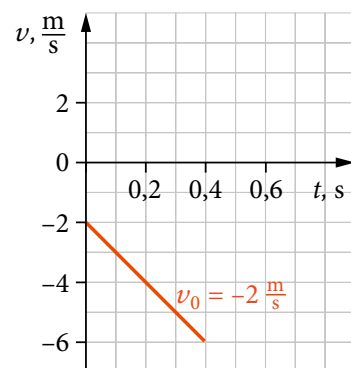
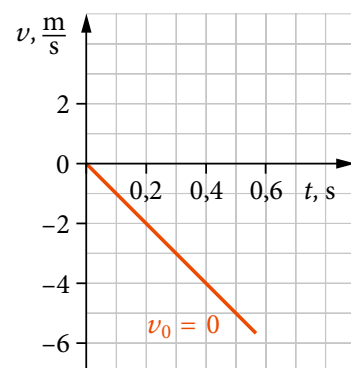
Porusza się ona coraz szybciej w dół, ale tym razem już od początku ma pewną prędkość (początkową).

III Podrzucaamy piłeczkę w górę z prędkością:

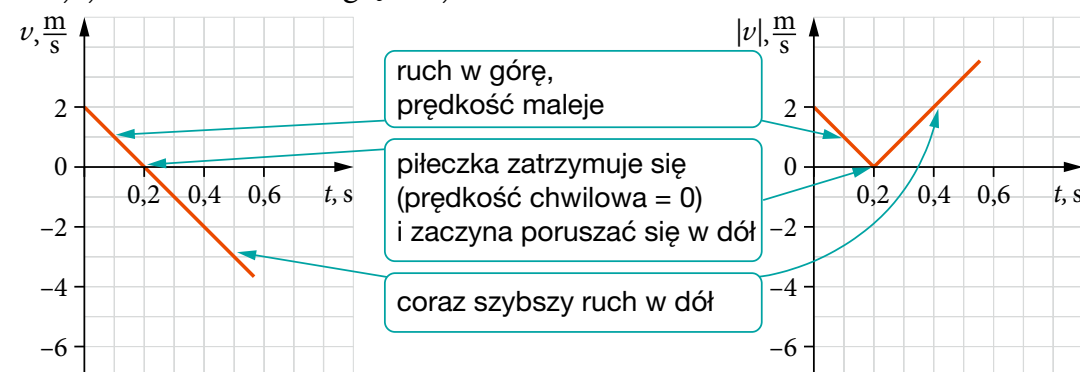
$$v_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Porusza się ona coraz wolniej w górę, w końcu się zatrzymuje i zaczyna poruszać coraz szybciej w dół.

Wykresy prędkości wyglądają następująco:



Przeanalizujemy dokładniej trzeci przypadek. W tym celu oprócz wykresu prędkości narysujemy wykres jej wartości bezwzględnej.



Uwaga! W każdym z opisanych przypadków przyspieszenie jest stałe i skierowane w dół, niezależnie od zwrotu prędkości w danej chwili.

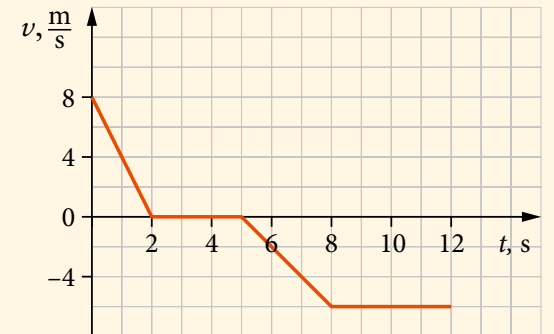
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Na wykresie pokazano zależność prędkości od czasu dla samochodu, który zahamował, a po chwili ruszył do tyłu.



a) Oblicz przyspieszenie samochodu w czasie hamowania.

b) Jak długo samochód się nie poruszał?

c) Z jakim przyspieszeniem pojazd rozpędzał się do tyłu?

Dane: odczytujemy dane z wykresu

Szukane: a_h – przyspieszenie podczas hamowania, Δt_p – czas postoju, a_r – przyspieszenie podczas rozpędzania

Rozwiązanie:

a) Podczas hamowania samochód w czasie $\Delta t = 2$ s zmienił prędkość od $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ do 0, czyli:

$$\Delta v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Przyspieszenie auta wyniosło zatem:

$$a_h = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a_h = \frac{-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Otrzymaliśmy przyspieszenie z przeciwnym znakiem niż prędkość, tak jak zawsze w czasie hamowania. Jest to zgodne z treścią zadania.

b) Z wykresu odczytujemy, że samochód nie poruszał się od chwili $t = 2$ s do chwili $t = 5$ s, czyli przez:

$$\Delta t_p = 5 \text{ s} - 2 \text{ s} = 3 \text{ s}$$

c) Podczas rozpędzania do tyłu samochód w czasie $\Delta t = 3$ s zmienił prędkość od 0 do $-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, co oznacza, że jego przyspieszenie wyniosło:

$$a_r = \frac{-6 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = -\frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Przyspieszenie samochodu podczas hamowania wynosiło $-4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Samochód nie poruszał się przez 3 s, a potem rozpędził się do tyłu z przyspieszeniem $-2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Uwaga. Ujemna współrzędna przyspieszenia niekoniecznie oznacza hamowanie ciała. Jeżeli samochód rozpędzał się do tyłu, to wartość jego prędkości była wyrażona **coraz mniejszą** liczbą ujemną (najpierw $-1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, potem $-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ itd.), mimo że jej wartość bezwzględna **rosła**.

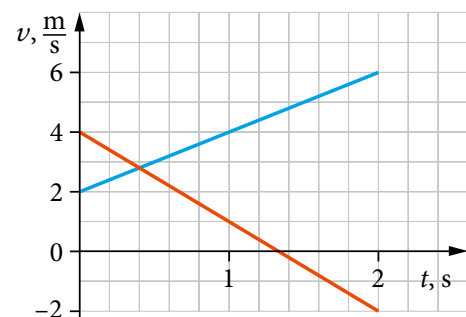
Bierzemy pod uwagę pierwszą część wykresu – prędkość samochodu maleje.

Bierzemy pod uwagę drugą część wykresu – prędkość samochodu wynosi zero.

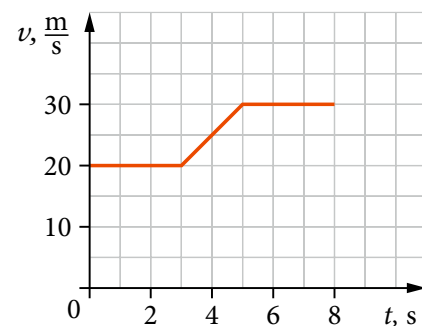
Bierzemy pod uwagę trzecią część wykresu – wartość prędkości rośnie.

Pytania i zadania

1. Znajdź w danych technicznych wybranego modelu samochodu, ile czasu zajmuje mu rozpędzenie się od zera do $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz średnie przyspieszenie samochodu w tym czasie.
2. **P** Zmiany prędkości dwóch ciał w czasie przedstawiono na wykresach. Odczytaj z nich prędkości początkowe i oblicz przyspieszenia.



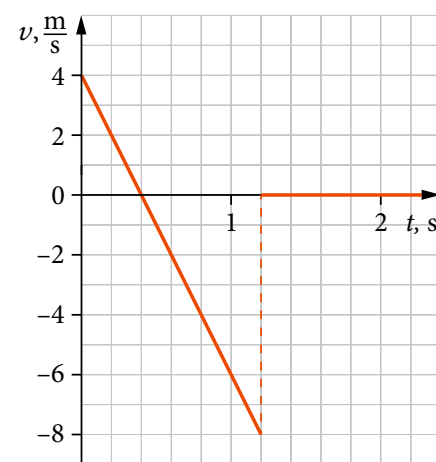
3. **P** Na wykresie poniżej przedstawiono zmiany prędkości podczas ruchu motocykla.



Oblicz:

- a) przyspieszenie średnie w czasie trwania tego ruchu,
- b) przyspieszenie chwilowe w chwili $t = 4 \text{ s}$,
- c) prędkość początkową i prędkość końcową, wyrażone w kilometrach na godzinę.

4. Piłka została wyrzucona z okna pionowo w górę, po czym spadła na ziemię obok budynku. Zależność jej prędkości od czasu przedstawia wykres.



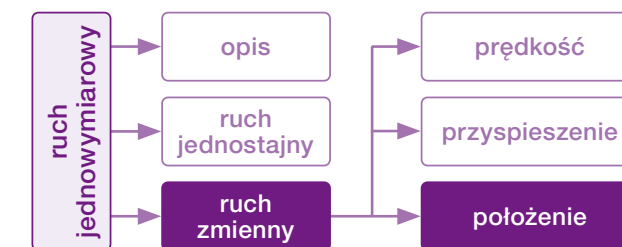
Oceń prawdziwość podanych zdań. Zapisz uzasadnienia swoich odpowiedzi.

- a) Od chwili $t = 0$ do chwili $t = 1,2 \text{ s}$ piłka poruszała się w dół.
 - b) Od chwili $t = 0$ do chwili $t = 0,4 \text{ s}$ piłka poruszała się w górę.
 - c) W chwili $t = 0,8 \text{ s}$ wartość prędkości piłki była większa niż w chwili $t = 0,2 \text{ s}$.
 - d) Wektor przyspieszenia piłki był zwrócony w dół podczas całego ruchu.
 - e) Ruch piłki w górę trwał krócej niż jej ruch w dół.
 - f) Piłka nie odbiła się od podłoża w zauważalny sposób.
5. Na Księżycu ciała spadają z przyspieszeniem ok. 6 razy mniejszym niż na Ziemi. Narysuj wykres zależności $v(t)$ dla ciała podrzuconego na Księżycu pionowo w górę z prędkością początkową $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



2.6

Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym



Ważne w tej lekcji:

- pole pod wykresem zależności $v(t)$,
- wyznaczanie położenia.

Przypomnij sobie:

- Przyspieszenie to iloraz zmiany prędkości i czasu, w jakim ta zmiana nastąpiła.
- Przyspieszenie w ruchu jednostajnie zmiennym jest stałe.

Dalsze rozważania o ruchu zmiennym

Opiszmy teraz sposób obliczania zmian położenia ciała w dowolnym ruchu na podstawie wykresu zależności prędkości od czasu $v(t)$. Ten ogólny sposób zastosujemy następnie do opisu ruchu jednostajnie zmiennego.

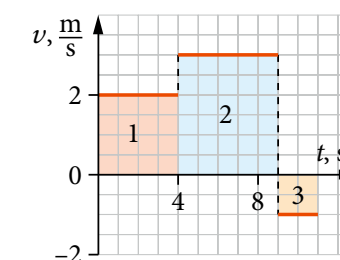
Pole pod wykresem zależności $v(t)$

Przeanalizujmy wykres zależności prędkości od czasu $v(t)$ zilustrowany na rysunku 2.22. Ciało, którego ruch badano, najpierw przez 4 s poruszało się z prędkością $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, potem przez 5 s – z prędkością $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a na koniec przez 2 s – z prędkością $-1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Rozważmy osobno każdy z etapów.

Etap 1.

Położenie ciała zmieniło się o:

$$\Delta x_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} = 8 \text{ m}$$



Rys. 2.22. Przykładowa zależność $v(t)$

Zwróćmy uwagę, że wielkości, które mnożymy, czyli $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i 4 s , na wykresie odpowiadają bokom pierwszego prostokąta. Ich iloczyn jest więc liczbowo równy polu tego prostokąta.

• **Etap 2.**

Zmiana położenia ciała wynosiła:

$$\Delta x_2 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 15 \text{ m}$$

co odpowiada polu drugiego prostokąta.

• **Etap 3.**

Prędkość ciała była ujemna, dlatego przemieszczenie ciała to:

$$\Delta x_3 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = -2 \text{ m}$$

Przemieszczenie jest ujemne, ponieważ ciało poruszało się w stronę przeciwną, niż wskazuje zwrot osi x . Natomiast **wartość bezwzględna** obliczonego przemieszczenia jest równa polu trzeciego prostokąta.

• **Łączne przemieszczenie** wynosi:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 8 \text{ m} + 15 \text{ m} + (-2 \text{ m}) = 21 \text{ m}$$

■ **Pole pod wykresem $v(t)$ – przypadek ogólny**

W opisanym powyżej przykładzie na każdym etapie ruchu zmiana położenia była równa polu pod wykresem $v(t)$. Jedynie w trzecim przypadku – gdy wykres znalazł się poniżej osi czasu – pole (które jest zawsze dodatnie) należało uwzględnić ze znakiem minus.

Tak samo możemy więc rozumować podczas całego czasu trwania ruchu i dla całego pola pod wykresem.

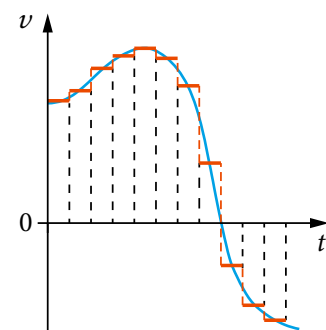
Tak samo będziemy postępować także przy innej liczbie schodków i innych wartościach czasu i prędkości niż w naszym przykładzie.

Najważniejsze, że każdy wykres – nawet krzywoliniowy – da się dowolnie dokładnie przybliżyć za pomocą wykresu schodkowego (rys. 2.23). Dlatego można przyjąć, że opisane wyżej rozumowanie dotyczy wszystkich wykresów zależności $v(t)$.

Zmiana położenia ciała w ruchu prostoliniowym jest równa polu pod wykresem zależności $v(t)$, przy czym dla fragmentów wykresu znajdujących się pod osią t odpowiadające im pola uwzględniamy ze znakiem minus.

W ramce na następnych stronach zobaczysz, jak można zastosować tę regułę do rozwiązywania zadań.

Zgodnie z naszą umową określenie „prędkość ujemna” oznacza, że współrzędna prędkości jest ujemna, czyli że ciało porusza się w stronę przeciwną do zwrotu osi x .



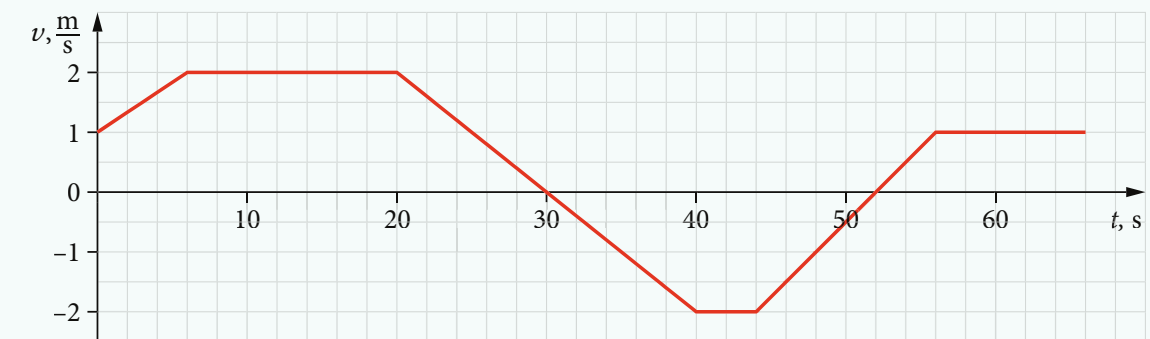
Rys. 2.23. Czerwony wykres schodkowy jest przybliżeniem niebieskiej krzywej

JEST NA TO SPOSÓB

Jak wyznaczyć położenie ciała na podstawie wykresu $v(t)$

W chwili $t = 0$ winda znajdowała się 10 m powyżej swojego najniższego położenia. Następnie poruszała się ze zmienną prędkością, którą przedstawia wykres poniżej. Jako wielkość dodatnią zaznaczono na nim prędkość podczas jazdy w górę.

Na jakiej wysokości znalazła się winda w chwili $t = 60 \text{ s}$?



PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Analizujemy wykres

Część informacji znajdziemy na wykresie, część – w treści zadania:

- prędkość dodatnia (część wykresu powyżej osi t) odpowiada jeździe windy w górę, a więc część ujemna – jeździe w dół,
- jedna kratka na osi poziomej to 2 s , a jedna kratka na osi pionowej to $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
- wykres jest narysowany aż do $t = 66 \text{ s}$, a więc **dalej** niż to konieczne do rozwiązania zadania.

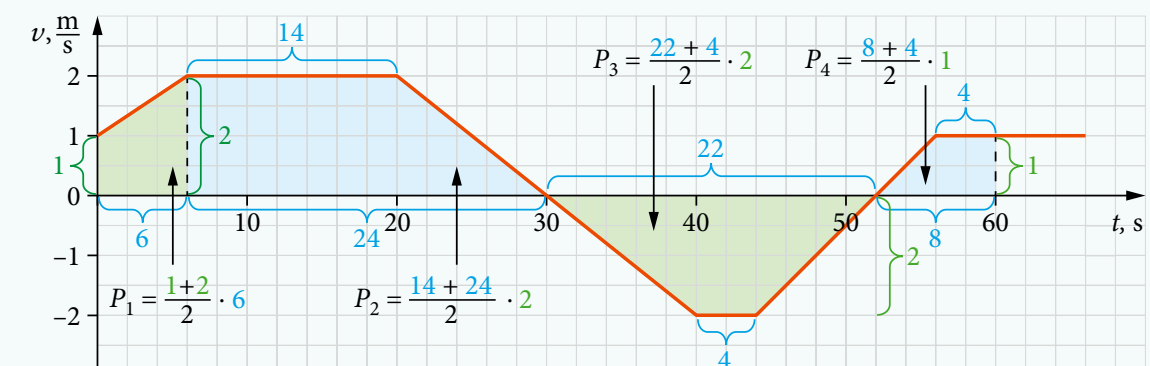
Krok 2. Przypomnijmy sobie, jak wyznaczyć zmianę położenia w ruchu zmiennym

Mówimy zwykle, że zmiana położenia (Δx) jest równa polu pod wykresem $v(t)$.

Jednak dla $v < 0$, gdy wykres znajduje się poniżej osi t , jest to raczej pole **nad** wykresem i trzeba je uwzględnić w obliczeniach ze znakiem minus.

Krok 3. Dzielimy wykres na fragmenty nad osią i pod nią, a następnie obliczamy odpowiednie pola

Korzystamy ze wzoru na pole trapezu (pierwszy fragment to trapez z podstawami w pionie).





W sumie:

$$\Delta x = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6 \text{ s} + \frac{14 \text{ s} + 24 \text{ s}}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{22 \text{ s} + 4 \text{ s}}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{4 \text{ s} + 8 \text{ s}}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 27 \text{ m}$$

Uwaga. Jeśli ci wygodniej, możesz dzielić pole na mniejsze fragmenty – prostokąty i trójkąty prostokątne.

Krok 4. Sprawdzamy, czy znamy już odpowiedź na pytanie zadane w treści zadania

Nie, nie znamy – nie pytano nas o zmianę położenia, ale o końcowe położenie. Wynosi ono:

$$10 \text{ m} + 27 \text{ m} = 37 \text{ m powyżej najniższego poziomu}$$

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Oblicz, na jakiej wysokości znajdowała się ta sama winda w chwili $t = 10 \text{ s}$.
- 2 Co się stało w chwili $t = 30 \text{ s}$?
- 3 Czy w chwili $t = 10 \text{ s}$ winda spoczywała?
- 4 W którym momencie winda znajdowała się najniżej? Na jakiej wtedy była wysokości?

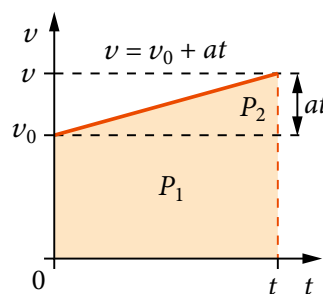
Wskazówka.

Aby odpowiedzieć na to pytanie, wyobraź sobie ruch windy. Kiedy poruszała się ona w górę, a kiedy w dół?

- 5 W którym momencie winda znalazła się najwyżej? Na jakiej wtedy była wysokości?

Wskazówka.

Możesz rozumować podobnie jak w zadaniu 4. Są dwa momenty, które warto wziąć pod uwagę – wskaż je.



Rys. 2.24. Wykres zależności $v(t)$ dla ruchu jednostajnie przyspieszonego

Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym

Zależność między zmianą położenia a polem pod wykresem $v(t)$ możemy zastosować w przypadku ruchu jednostajnie zmiennego. Wykres $v(t)$ dla tego ruchu przedstawiono na rysunku 2.24.

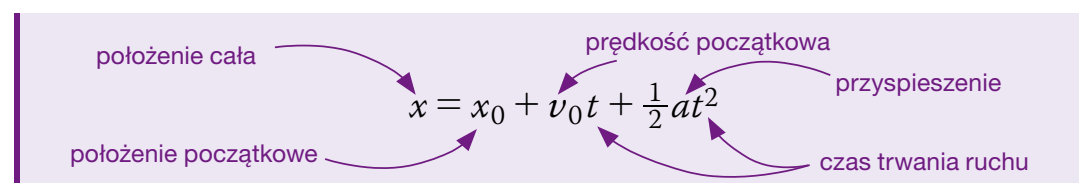
Pole pod tym wykresem najłatwiej obliczyć jako sumę pól prostokąta i trójkąta. Jak wiemy, to pole jest liczbowo równe zmianie położenia ciała:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot at \cdot t$$

Jeśli w chwili $t = 0$ ciało znajdowało się w punkcie x_0 , to w chwili t znajdzie się w punkcie:

$$x = x_0 + \Delta x$$

Stąd:



Zauważmy, że każdy ze składników powyższego wzoru opisuje położenie ciała w pewnym szczególnym przypadku:

Takie byłoby położenie ciała, gdyby się nie poruszało

Takie byłoby położenie ciała, gdyby zaczęło ruch z punktu $x_0 = 0$ i bez prędkości początkowej

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Takie byłoby położenie ciała, gdyby poruszało się ruchem jednostajnym od punktu $x_0 = 0$

Możesz sprawdzić, że taką samą postać wzoru otrzymamy, gdy prędkość będzie się zmniejszała, a także – gdy jej współrzędna będzie ujemna w całym rozważanym czasie ruchu lub w jego części. Powyższy wzór pokazuje, że zależność położenia od czasu w ruchu jednostajnie zmiennym jest opisana **funkcją kwadratową** – we wzorze występuje kwadrat czasu. Wykresem takiej zależności jest krzywa zwana **parabolą**.

Dodatek matematyczny 18
→ s. 301

Droga w ruchu jednostajnie zmiennym

Gdy interesuje nas droga przebyta przez ciało, a nie jego położenie, musimy wiedzieć, czy podczas ruchu ciało zawracało.

- Jeśli nie, to droga jest równa wartości bezwzględnej zmiany położenia.
- Jeśli tak, to osobno należy obliczyć drogi odpowiadające przemieszczeniom przebytym w różne strony.

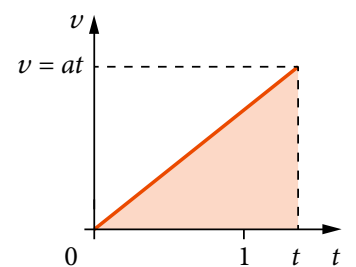
W wielu zadaniach nie zmienia się znak prędkości – prędkość jest dodatnia lub równa zero. Wtedy najwygodniej korzystać ze wzoru:

$$s = \frac{v_0 + v_k}{2} t$$

którego uzasadnienie wynika bezpośrednio z rysunku 2.24 na poprzedniej stronie. Tę zależność można stosować w każdym przypadku ruchu jednostajnie zmiennego. Natomiast w sytuacji, kiedy **prędkość początkowa wynosi zero**, a później $v > 0$, przydatny jest wzór:

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

Wynika on ze wzoru na położenie ciała, ale jeszcze łatwiej go uzasadnić bezpośrednio z wykresu $v(t)$, ponieważ pole pod wykresem jest polem trójkąta (rys. 2.25). Podstawa tego trójkąta wynosi t , a wysokość at , więc jego pole jest równe $\frac{1}{2} t \cdot at = \frac{1}{2} at^2$.



Rys. 2.25. Kiedy ciało rozpędza się ze stanu spoczynku ($v_0 = 0$), obszar pod wykresem $v(t)$ ma kształt trójkąta prostokątnego

■ Przykład 1.

Samolot poruszający się ruchem jednostajnie zmiennym rozpędził się od prędkości $200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ do prędkości $240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ na drodze 2200 m . Z jakim przyspieszeniem się poruszał?

Dane: $v_0 = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_k = 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $s = 2200 \text{ m}$

Szukane: $a = ?$

Rozwiązanie:

Znamy prędkość początkową i końcową samolotu, więc do obliczenia przyspieszenia brakuje czasu, w którym nastąpiła zmiana prędkości. Ten czas obliczymy ze wzoru: $s = \frac{v_0 + v_k}{2} t$.

 Po przekształceniu otrzymujemy z niego:

$$t = \frac{2s}{v_0 + v_k} = \frac{2 \cdot 2200 \text{ m}}{200 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 240 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10 \text{ s}$$

W takim razie:

$$a = \frac{v_k - v_0}{t} = \frac{240 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Przyspieszenie wynosiło $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

■ Badanie ruchu jednostajnie zmiennego

Doświadczenie 3

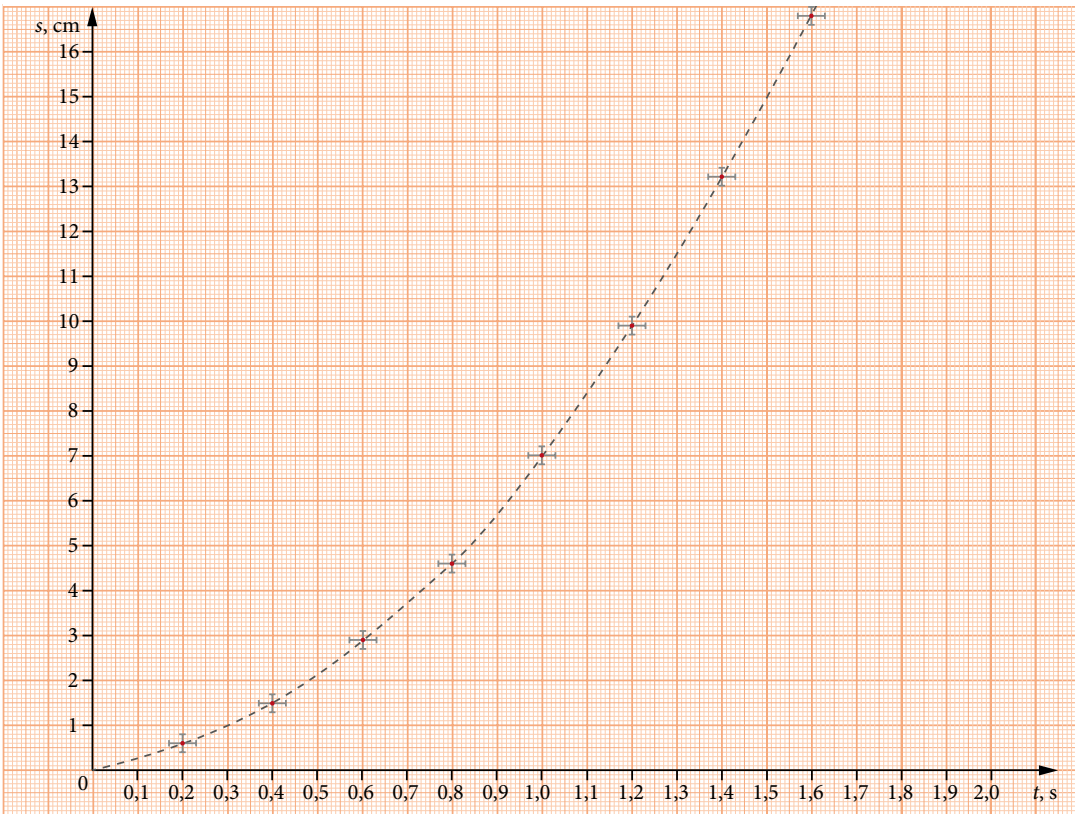


1. Przygotuj równię pochyłą, np. podeprzyj stół z jednej strony, aby był lekko nachylony. Sprawdź, czy przy takim nachyleniu ciało w kształcie walca (np. bateria D) stacza się z niego bez konieczności popychania.
2. Przygotuj miarkę i umocuj ją wzdłuż równi tak, aby punkt 0 skali znalazł się na górze.
3. Umieść baterię na wysokości punktu 0 miarki i puść. Sfilmuj ruch baterii.
4. Przedstaw na wykresie zależność drogi przebytej przez baterię od czasu (przyjmij, że $t = 0$ to moment puszczenia baterii).

Tabela 2.2

t, s	s, cm
0	0
0,20	0,6
0,40	1,5
0,60	2,9
0,80	4,6
1,00	7
1,20	9,9
1,40	13,2
1,60	16,8

Wyniki doświadczenia 3. zostały zebrane w tabeli 2.2 i na rysunku 2.26. Przyjęliśmy, że niepewność pomiaru czasu to odstęp czasowy między kolejnymi klatkami filmu ($\frac{1}{30} \text{ s} \approx 0,033 \text{ s}$), a niepewność pomiaru położenia wynosi 0,2 cm. Zauważmy, że punkty na wykresie nie układają się na prostej. Nic dziwnego, ponieważ wykres zależności $s(t)$ dla ruchu jednostajnie przyspieszonego to nie prosta, ale parabola. Tę krzywą dorysowaliśmy przerywaną linią.



Rys. 2.26. Wykres zależności $s(t)$ dla ruchu jednostajnie zmiennego badanego w doświadczeniu

■ Przykład 2.

Uczeń stojący na balkonie wystawił rękę poza barierkę i podrzucił piłeczkę pionowo w górę z prędkością $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W chwili rzucenia piłeczka znajdowała się na wysokości $y_0 = 15 \text{ m}$ nad ziemią. Przyjmij $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, pomini opór powietrza. Naszkicuj wykres zależności wysokości piłeczki nad ziemią od czasu. Odczytaj z wykresu:

- a) po jakim czasie piłeczka wzniesie się na maksymalną wysokość,
- b) na jaką maksymalną wysokość wzniesie się piłeczka,
- c) po jakim czasie od rzucenia piłeczka spadnie na ziemię.

Dane: $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $y_0 = 15 \text{ m}$, $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ **Szukane:** wykres $y(t)$, t_{max} , y_{max} , t_k

Rozwiązanie:

Ciało spadające swobodnie porusza się ruchem jednostajnie zmiennym z przyspieszeniem skierowanym w dół. Jeśli współrzędną pionową oznaczmy przez y , to położenie ciała w tym ruchu jest opisane przez zależność:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

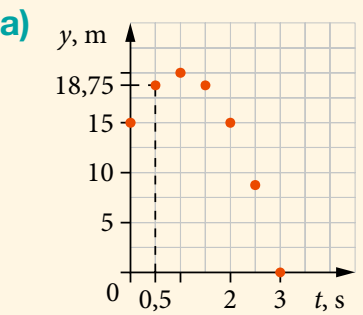
$$y = -5t^2 + 10t + 15$$

Aby narysować wykres, najpierw sporządzamy tabelę, w której będziemy zapisywać wysokości y w poszczególnych chwilach t .

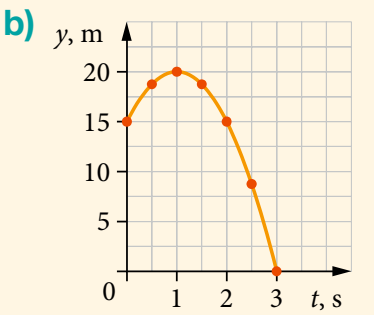
Do tabeli wpisujemy wartości y obliczone z powyższego wzoru.

t, s	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
y, m	15	18,75	20	18,75	15	8,75	0		

Zauważ, że wynik $y = 0$ oznacza, że piłeczka spadła na ziemię, dlatego nie wpisujemy dalszych wartości w tabeli powyżej. Rysujemy układ współrzędnych – w doborze skali pomoże nam tabela. Następnie zaznaczamy w nim punkty odpowiadające wynikom obliczeń (tak jak pokazują przerywane linie, rys. a).



Rysujemy krzywą przechodzącą przez otrzymane punkty – jest to fragment paraboli (rys. b). Z wykresu możemy odczytać odpowiedzi na pytania z treści zadania:



- a) Piłeczka wzniesie się na maksymalną wysokość po $t_{\text{max}} = 1 \text{ s}$.
- b) Maksymalna wysokość wynosi $y_{\text{max}} = 20 \text{ m}$.
- c) Na ziemię piłeczka spadnie po $t_k = 3 \text{ s}$.

Odpowiedź: Piłeczka wzniesie się na maksymalną wysokość 20 m po 1 s, a spadnie na ziemię po 3 s.

Wszystkie wielkości są wyrażone w jednostkach podstawowych układu SI, dzięki czemu możemy we wzorze nie zapisywać jednostek.

Pytania i zadania

- Przepisy wymagają, aby hamulce samochodu osobowego pozwalały hamować na suchej nawierzchni z przyspieszeniem $-5 \frac{m}{s^2}$ (jako dodatni przyjmujemy zwrot prędkości).
 - Ile czasu zajmuje zatrzymanie samochodu na suchej nawierzchni od prędkości $90 \frac{km}{h}$, jeśli porusza się on z przyspieszeniem określonym w przepisach?
 - Ile wyniesie droga przebyta przez samochód w tym czasie?
 - Narysuj w zeszycie wykresy zależności $v(t)$ i $s(t)$ dla czasu hamowania samochodu.
- Łabędź wzbija się z jeziora w powietrze w ten sposób, że macha energicznie skrzydłami i rozpędza się, biegnąc po powierzchni wody. Wiemy, że aby wznieść się w powietrze, musi osiągnąć prędkość $6 \frac{m}{s}$, oraz że rozpędza się od prędkości początkowej równej zero z przyspieszeniem o wartości $0,35 \frac{m}{s^2}$. Jak długo trwa jego start? Ile wyniesie przebyta przez niego droga, zanim wzbije się nad powierzchnię wody?



- P1 Rowerzysta poruszający się ruchem jednostajnie zmiennym zwolnił od prędkości $20 \frac{m}{s}$ do prędkości $10 \frac{m}{s}$ na drodze 75 m. Oblicz jego przyspieszenie.
- P2 Astronauta na Księżycu podrzucił pionowo w górę kamień. W chwili oderwania się od ręki kamień poruszał się z prędkością $3,2 \frac{m}{s}$ i znajdował na wysokości 1,80 m nad podłożem. Przyspieszenie grawitacyjne na Księżycu wynosi $1,6 \frac{m}{s^2}$.



Narysuj wykres przedstawiający zależność wysokości, na jakiej znajdował się kamień, od czasu. Podaj:

- na jaką maksymalną wysokość wzniósł się podrzucony kamień,
 - po jakim czasie od rzucenia to nastąpiło,
 - jak długo kamień leciał, zanim spadł na podłoże.
- Pociąg zaczął hamować od prędkości $100 \frac{km}{h}$. Wartość jego przyspieszenia wynosiła $0,3 \frac{m}{s^2}$. Jaką drogę przebędzie, zanim zwolni do $50 \frac{km}{h}$?
 - * Kamień rzucony pionowo w dół do studni o głębokości 24 m spadał przez 2 s. Oblicz prędkość, z jaką został wrzucony.

Analiza tekstu

Komu przyda się wiedza z fizyki

Być może zastanawiasz się nad wyborem studiów i dalszej drogi zawodowej. Zapewne masz już swoje pasje i preferencje, ale być może wydaje ci się, że nie mają one nic wspólnego z fizyką. Okazuje się jednak, że ta dziedzina jest wykorzystywana w wielu zawodach – również takich, które w pierwszej chwili zupełnie się z nią nie kojarzą.

Jeżeli ciekawią cię nauki medyczne, to w przyszłości fizyka pomoże ci w zrozumieniu technik **diagnostycznych**, takich jak ultrasonografia (USG), elektrokardiografia (EKG), elektroencefalografia (EEG), czyli badanie bioelektrycznej czynności mózgu, prześwietlenia wykonane za pomocą aparatury rentgenowskiej (RTG), czy też badania z wykorzystaniem rezonansu magnetycznego (MRI). Lekarz, który ma poprawnie zinterpretować uzyskane wyniki i postawić właściwą diagnozę, musi wiedzieć, jakie procesy zachodzą w ciele pacjenta podczas badania – nie tylko biologiczne, lecz także fizyczne.

Bardziej zaawansowana wiedza przyda ci się, jeśli zwiążesz swoją przyszłość z medycyną specjalistyczną.

Ortopeda musi mieć wiedzę z zakresu biomechaniki. Jest to nauka zajmująca się mechanicznym działaniem szkieletu oraz mięśni, które można porównać do układu maszyn prostych i siłowników.

W onkologii z kolei walczy się z nowotworami m.in. dzięki fizyce jądrowej. Powszechnie stosowane są naświetlania promieniami gamma, a w nowocześniejszych terapiach – wiązką protonów.

W Polsce urządzenie (cyklotron) wykorzystujące tę drugą metodę znajduje się w Krakowie,

ARCHITEKTURA

ELEKTRONIKA

FINANSE

GEOLOGIA

FIZYKA

MEDYCINA

SPORT

a leczenie prowadzone za jego pomocą wymaga ścisłej współpracy lekarzy i fizyków.

Wiele wspólnego zarówno z medycyną, jak i fizyką ma **sport**. Jeśli myślisz na przykład o karierze sportowca, trenera, rehabilitanta albo fizjoterapeuty sportowego, to fizyka przyda ci się w udoskonalaniu technik treningu. To właśnie dzięki niej zawodnicy są w stanie osiągać coraz lepsze wyniki we wszystkich dyscyplinach sportu. Znajomość praw fizyki pozwala także udoskonalać sprzęt i odzież sportową.



Stanowisko do naświetlania wiązką protonową wytworzoną przez cyklotron (Kraków-Bronowice)

Architektura łączy walory estetyczne budynków i innych konstrukcji z użytkowymi. Projektant musi przy tym uwzględniać właściwości fizyczne wielu różnych materiałów, takich jak stal, drewno, szkło czy beton. Istotne jest to, jakie mają one parametry mechaniczne, termiczne, a nawet optyczne.

Właściwości materiałów są ważne również w **geologii**. Być może zechcesz zawodowo zająć się opisywaniem przeszłości Ziemi na podstawie analizy jej skał, badać procesy zachodzące w skorupie ziemskiej albo prowadzić poszukiwania złóż minerałów. Jako geolog będziesz w pracy wykorzystywać m.in. sonar, czyli źródło ultradźwięków. Dobrze, jeśli będziesz wtedy rozumiał, jak się rozchodzą fale mechaniczne w różnych ośrodkach. Natomiast wiek badanych skał oszacujesz dzięki rozpadom promieniotwórczym, czyli skorzystasz z fizyki jądrowej.

Bardzo trudno jest dziś znaleźć sprzęt codziennego użytku bez elementów elektronicznych. Jeśli twoja przyszłość miałaby być związana z **elektroniką**, także będziesz korzystać z fizyki.

Być może interesujesz się **informatyką**. Pomyśl, czy nie chciałbyś zająć się nową, powiązaną z fizyką i prężnie rozwijającą się dziedziną, jaką jest modelowanie fizyczne procesów, czyli badanie ich za pomocą symulacji komputerowych. W ten sposób analizuje się np. pracę silnika czy kształt samolotu jeszcze przed ich wyprodukowaniem.

Zaawansowane modele fizyczne muszą być także coraz częściej uwzględniane podczas **projektowania gier komputerowych**. Jeśli chciałbyś to robić zawodowo, przyda ci się znajomość mechaniki, aby możliwie realistycznie odwzorować ruch obiektów, czy optyki, aby prawidłowo oddać ich oświetlenie.

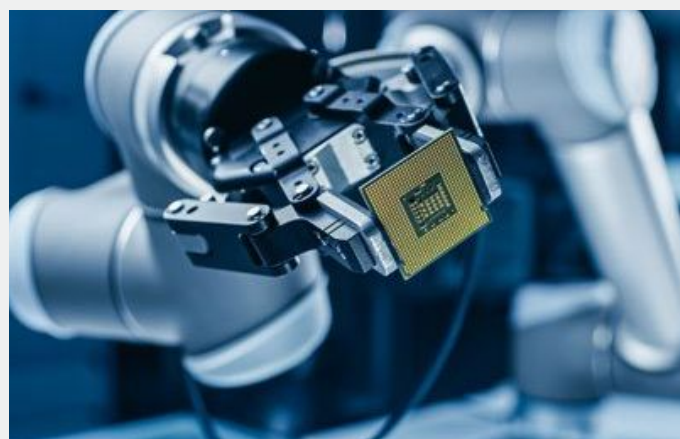


Inżynier z zestawem wirtualnej rzeczywistości

Programista musi też zadbać o odpowiednie efekty cząsteczkowe, czyli zachowanie się ognia, mgły, pyłu, kurzu czy falowanie gorącego powietrza. Tutaj przydadzą się także wiadomości z aerodynamiki i termodynamiki.

Jeżeli lubisz wszystko, co jest związane z robotami i ich konstruowaniem, być może w przyszłości wybierzesz studia z zakresu **mechatroniki i robotyki**.

Przyszły konstruktor musi przede wszystkim znać się na mechanice, działaniu silników elektrycznych, a także elementów elektronicznych i hydraulicznych. Jeżeli konstruowane urządzenie jest zaopatrzone w kamery i czujniki pozwalające na obserwację otoczenia i unikanie kolizji, to niezbędna jest również wiedza z zakresu optyki.



Robot przemysłowy

Również w **biologii** zrozumienie procesów zachodzących w organizmach żywych jest możliwe na drodze wyjaśnienia ich za pomocą modeli fizycznych.

Jeśli twoja kariera pójdzie w tym kierunku, zapewne będziesz badać przemiany energii

w organizmach, przesyłanie impulsów nerwowych albo działanie narządów ruchu oraz słuchu i wzroku.

Bartłomiej Piotrowski

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Do każdego z zawodów dopasuj nazwę działu fizyki, z którego dany specjalista powinien mieć wiedzę.

Uwaga. Do danego zawodu można dopasować kilka różnych działów.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| A. robotyk | I. mechanika |
| B. lekarz ortopeda | II. fizyka jądrowa |
| C. lekarz onkolog | III. termodynamika |
| D. projektant symulacji komputerowych | IV. elektryczność i magnetyzm |
| E. architekt | V. optyka |

2. Spróbuj podać przykład projektu (przedsięwzięcia), przy którym muszą współpracować specjaliści z co najmniej dwóch różnych dziedzin wymienionych w tekście.

3. Wybierz odpowiednie dokończenia zdań.

W prześwietleniach rentgenowskich wykorzystuje się **A/ B/ C/ D**, w badaniu USG wykorzystuje się **A/ B/ C/ D**, natomiast w badaniu EKG wykorzystuje się **A/ B/ C/ D**.

- A.** analizę impulsów elektrycznych wytwarzanych w trakcie pracy serca
- B.** oddziaływanie fali elektromagnetycznej z tkankami organizmu
- C.** zmianę temperatury ciała człowieka
- D.** oddziaływanie fali ultradźwiękowej z tkankami organizmu

4. Na niektórych uczelniach można podjąć studia na specjalności akustyka i inżynieria dźwięku. Zastanów się, w jakich dziedzinach może znaleźć zastosowanie zdobyta na takich studiach wiedza dotycząca fal dźwiękowych.

5. Wskaż zdania prawdziwe.

- A.** Medycyna i geologia to dwie odległe od siebie dziedziny. Jednak w pewnych sytuacjach korzystają one z tego samego działu fizyki.
- B.** Dużo łatwiej i taniej jest zbudować model pojazdu i przetestować jego właściwości aerodynamiczne w specjalnym tunelu, niż przeprowadzić symulację komputerową tego procesu.
- C.** Architekt nie musi znać właściwości fizycznych różnych materiałów, ponieważ projektuje wygląd danej budowli, a jej walorami użytkowymi i normami bezpieczeństwa zajmują się przedstawiciele innych zawodów.
- D.** Aby skonstruować samodzielnie poruszającego się autonomicznego robota, potrzeba wiedzy z wielu różnych działów fizyki.
- E.** Biomechanika jest nauką, z której skorzystają zarówno lekarz, biolog, jak i trener sportowy.

6. Jakie dziedziny fizyki powinien znać inżynier pracujący nad projektem polegającym na wyniesieniu specjalistycznego satelity na orbitę okołozemską? Uzasadnij krótko swój wybór.

Podsumowanie Ruch prostoliniowy

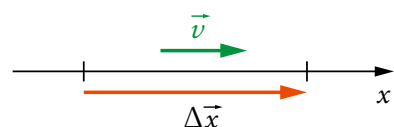
- **Punkt materialny** to model ciała, którego rozmiary pomijamy, a przypisujemy mu określoną masę.
- Aby opisać ruch ciała, musimy określić **układ odniesienia**, względem którego przeprowadzamy ten opis. W różnych układach odniesienia ruch ciała może być opisany w różny sposób.

- Prosta, po której porusza się ciało, możemy potraktować jak oś liczbową i oznaczyć jego położenie współrzędnymi.

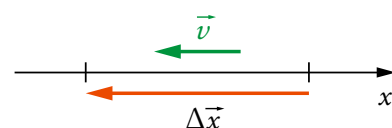
- **Prędkość** ciała to wielkość wektorowa, ale w ruchu prostoliniowym do jej opisu wystarczy jedna liczba – współrzędna prędkości:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0}$$

- ▶ **Zwrot** prędkości a znak jej współrzędnej:



- Ruch zgodny ze zwrotem osi: $\Delta x > 0$, $v > 0$.



- Ruch przeciwny do zwrotu osi: $\Delta x < 0$, $v < 0$.

- **Ruch jednostajny prostoliniowy** to ruch ze stałą prędkością po linii prostej.

- ▶ **Położenie:**

$$x(t) = x_0 + vt$$

gdzie: x – położenie w chwili t , x_0 – położenie początkowe, v – prędkość ciała.

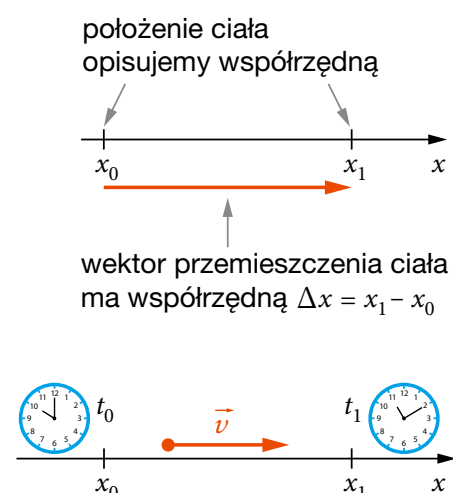
- ▶ **Droga:**

$$s = |v|t$$

gdzie: v – prędkość ciała, t – czas trwania ruchu.

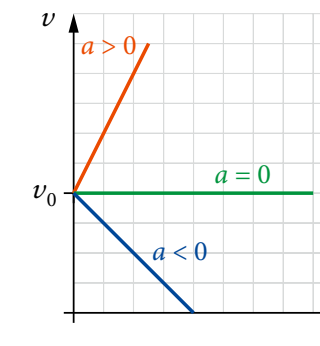
- **Przyspieszenie** to wielkość wektorowa opisująca, jak zmienia się prędkość ciała:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$



- **Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny** to ruch ze stałym przyspieszeniem po linii prostej.

Z wykresu zależności prędkości od czasu możemy odczytać, czy ciało przyspiesza, zwalnia, czy też jego przyspieszenie wynosi zero (czyli prędkość ciała pozostaje stała).



- ▶ **Prędkość** w ruchu jednostajnie zmiennym:

$$v = v_0 + at$$

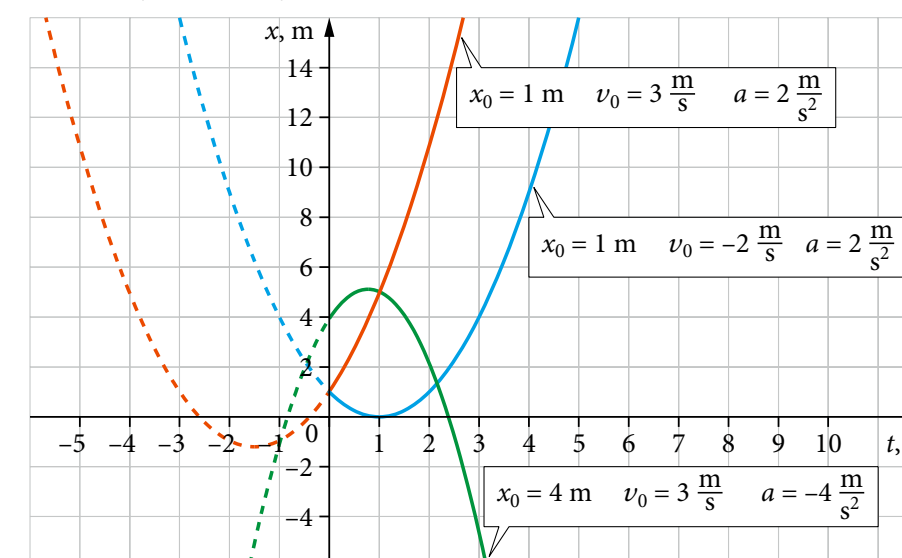
gdzie: v – prędkość, v_0 – prędkość początkowa, a – przyspieszenie, t – czas.

- ▶ **Położenie:**

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

gdzie: $x(t)$ – położenie ciała w chwili t , x_0 – początkowe położenie ciała, v_0 – prędkość początkowa ciała, a – przyspieszenie.

- ▶ **Wykresem funkcji $x(t)$** dla ruchu jednostajnie przyspieszonego jest parabola. Jej położenie w układzie współrzędnych zależy od wartości x_0 , v_0 i a .



- ▶ **Przemieszczenie** w dowolnym ruchu możemy obliczać jako pole pod wykresem $v(t)$, przy czym fragmenty poniżej osi t uwzględniamy ze znakiem ujemnym. Podobnie można obliczać drogę, wtedy jednak wszystkie pola uwzględniamy ze znakiem dodatnim.

W ruchu jednostajnie przyspieszonym można korzystać ze wzoru:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_k}{2} t$$

Dla $v \geq 0$ w ten sam sposób możemy obliczać drogę.

W przypadku **zerowej prędkości początkowej** i $a > 0$ do wyboru jest także wzór:

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

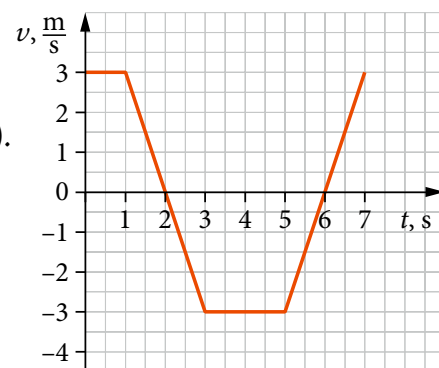
Sposób na zadanie

Wykorzystanie i przetwarzanie informacji zapisanych w postaci wykresu

Zadanie 1. Punkt materialny porusza się wzdłuż osi x . Na wykresie przedstawiono zależność jego prędkości od czasu $v(t)$.

Zanim zaczniesz rozwiązywać zadanie, dokładnie przeanalizuj wykres.

Aby obliczyć przyspieszenie, musisz wiedzieć, o ile zmieniła się współrzędna prędkości i w jakim czasie ta zmiana nastąpiła.



Zadanie 1.1 (0-1)

Z jakim przyspieszeniem poruszało się ciało w chwili $t = 6$ s? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zastanów się, jakim ruchem porusza się punkt materialny, gdy wykres zależności prędkości od czasu jest linią równoległą do osi t , a jakim ruchem – gdy wznosi się lub opada.

- A. 0 B. $0,33 \frac{m}{s^2}$ C. $3 \frac{m}{s^2}$ D. $6 \frac{m}{s^2}$

Rozwiązanie:

Ruch ciała możemy podzielić na cztery etapy. W etapach I i III prędkość była stała, czyli ruch był jednostajny, a w etapach II i IV zmieniała się liniowo, czyli ruch był jednostajnie zmienny.

Zadanie dotyczy chwili $t = 6$ s, która należy do IV etapu. Ten etap trwał od $t_1 = 5$ s do $t_2 = 7$ s, a prędkość zmieniła się od $v_1 = -3 \frac{m}{s}$ do $v_2 = 3 \frac{m}{s}$. Przyspieszenie wynosiło więc:

$$a = \frac{3 \frac{m}{s} - (-3 \frac{m}{s})}{7 s - 5 s} = \frac{6 \frac{m}{s}}{2 s} = 3 \frac{m}{s^2}$$

Odpowiedź: C

Kiedy wybierzesz prawidłową odpowiedź, zastanów się, dlaczego pozostałe są błędne. Pomoże ci to zauważyć i poprawić ewentualny błąd.

Zadanie 1.2 (0-1)

Dokończ poniższe zdanie. Zaznacz uzupełnienie zdania spośród A–C i jego uzasadnienie spośród 1–3.

Z wykresu wynika, że w chwili $t = 2$ s ciało

A.	zawróciło,	ponieważ	1.	z wykresu odczytujemy, że $x(2) = 0$.
B.	poruszało się ruchem jednostajnym,		2.	jego prędkość była równa zeru.
C.	wróciło do początku układu współrzędnych,		3.	współrzędna jego prędkości zmieniła znak.

Rozwiązanie:

Tuż przed chwilą $t = 2$ s prędkość ciała była jeszcze dodatnia, a chwilę później – ujemna. Tak więc prędkość zmieniła znak, a to oznacza, że ciało zawróciło. Wybieramy odpowiedzi A i 3.

Dlaczego pozostałe odpowiedzi są błędne? Co prawda prędkość w chwili $t = 2$ s jest rzeczywiście równa 0, ale jest to tylko prędkość **chwilowa**, a o ruchu jednostajnym możemy mówić tylko wtedy, gdy prędkość jest równa 0 w całym przedziale czasu.

Natomiast z wykresu $v(t)$ w ogóle nie można odczytać położenia ciała. Wykres ten mówi, jak położenie się **zmieniało**, ale nie wynika z niego, gdzie konkretnie na osi zaczął się ruch.

Odpowiedź: A-3

Pole pod wykresem zależności prędkości od czasu dla danego przedziału czasu jest liczbowo równe drodze przebytej przez ciało w tym czasie.

Zadanie 1.3 (0-2)

Oblicz drogę przebytą przez punkt materialny od $t = 0$ do $t = 7$ s.

Rozwiązanie:

Droga s przebyta przez punkt materialny w czasie od $t = 0$ do $t = 7$ s jest liczbowo równa polu powierzchni między wykresem $v(t)$ a osią czasu w tym przedziale czasu. Pole pod wykresem podzieliśmy na sześć figur, dla których potrafimy obliczyć pola. Całkowita droga pokonana przez punkt materialny to suma ich pól:

$$s = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6$$

$$P_1 = 3 \frac{m}{s} \cdot 1 s = 3 m \quad \text{– pole prostokąta o bokach 3 i 1}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 s \cdot 3 \frac{m}{s} = 1,5 m \quad \text{– pole trójkąta o podstawie 1 i wysokości 3}$$

$$P_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 s \cdot 3 \frac{m}{s} = 1,5 m \quad \text{– pole trójkąta o podstawie 1 i wysokości 3}$$

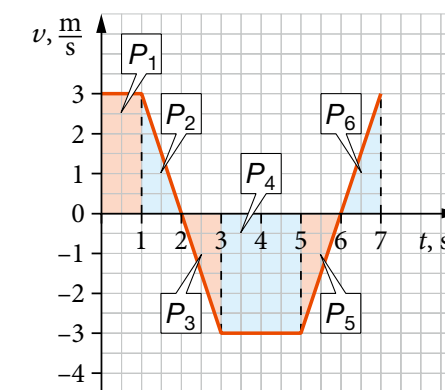
$$P_4 = 3 \frac{m}{s} \cdot 2 s = 6 m \quad \text{– pole prostokąta o bokach 3 i 2}$$

$$P_5 = \frac{1}{2} \cdot 1 s \cdot 3 \frac{m}{s} = 1,5 m \quad \text{– pole trójkąta o podstawie 1 i wysokości 3}$$

$$P_6 = \frac{1}{2} \cdot 1 s \cdot 3 \frac{m}{s} = 1,5 m \quad \text{– pole trójkąta o podstawie 1 i wysokości 3}$$

$$s = 3 m + 1,5 m + 1,5 m + 6 m + 1,5 m + 1,5 m = 15 m$$

Odpowiedź: W ciągu 7 s punkt materialny przebył 15 m.



Droga jest wyrażona w metrach, ponieważ każde pole zostało obliczone jako iloczyn prędkości i czasu: $\frac{m}{s} \cdot s = m$.

Warto zapamiętać!

- Właściwie interpretuj uzyskane wyniki obliczeń.
- Pole między wykresem zależności $v(t)$ a osią t jest liczbowo równe drodze przebytej przez ciało w danym przedziale czasowym.

Jeśli chcemy obliczyć przemieszczenie ciała, to przy polu pod osią t dopisujemy znak minus. Gdy natomiast obliczamy drogę, wtedy wszystkie pola uwzględniamy ze znakiem plus.

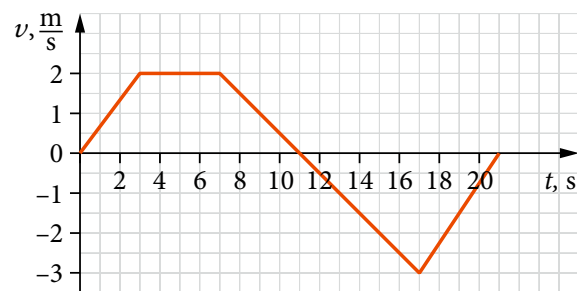


Zadanie analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Suwnica porusza się do przodu i do tyłu. Na wykresie przedstawiono zależność współrzędnej jej prędkości v od czasu t . Przyjęto, że dodatni zwrot osi, wzdłuż której poruszała się suwnica, oznacza kierunek do przodu.



Zadanie 1.1. Oblicz drogę pokonaną przez suwnicę w całym rozważanym czasie.

Zadanie 1.2. Wybierz poprawne zakończenie poniższego zdania A lub B oraz jego uzasadnienie spośród 1–3.

W chwili $t = 21$ s suwnica znalazła się w położeniu

A.	innym niż w chwili $t = 0$,	ponieważ	1.	w obu tych chwilach $v = 0$.
B.	tym samym co w chwili $t = 0$,		2.	droga przebyta przez suwnicę nie jest równa zeru.
			3.	poruszyła się tak samo daleko do przodu i do tyłu.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Pomiar prędkości

W Polsce spotyka się tzw. odcinkowy pomiar prędkości. Polega on na pomiarze czasu przejazdu pojazdu na określonym odcinku drogi. System rejestruje wykroczenie, jeżeli czas ten jest krótszy niż:

$$t_{\min} = \frac{\text{długość odcinka drogi}}{\text{maksymalna dozwolona prędkość}}$$

Pan Michał wjechał na obszar odcinkowej kontroli prędkości o długości 3 km. Maksymalna dozwolona prędkość na tym odcinku drogi to $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Dopiero po przejechaniu 300 m ze stałą prędkością $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zorientował się, że znajduje się na obszarze kontroli prędkości.

Z jaką maksymalną stałą prędkością pan Michał może pokonać pozostałą część drogi, aby system nie zarejestrował wykroczenia?

Uwaga. Urządzenie pomiarowe rejestruje wykroczenie, gdy średnia prędkość przejazdu jest nieco większa niż dozwolona. Prędkościomierz samochodu zawsze nieco zawyża rzeczywistą prędkość. Te dwa fakty pomijamy w rozwiązaniu.

Zadanie 2. Rzut pionowy w górę

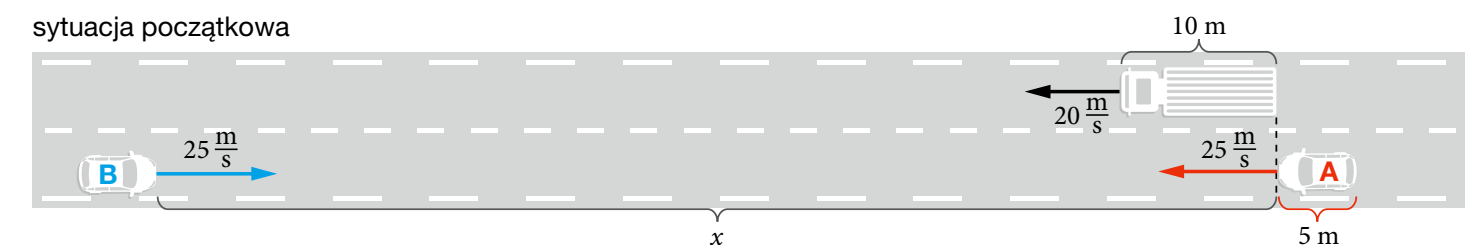
Astronauta znajdujący się na Księżycu podrzucił pionowo w górę kawałek skały. Kamień w chwili, gdy odrywał się od dłoni, znajdował się 2 m nad podłożem, a jego prędkość wynosiła $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Na Księżycu przyspieszenie grawitacyjne wynosi $1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Narysuj wykres przedstawiający zależność wartości prędkości kamienia od czasu dla całego czasu lotu w górę i w dół.

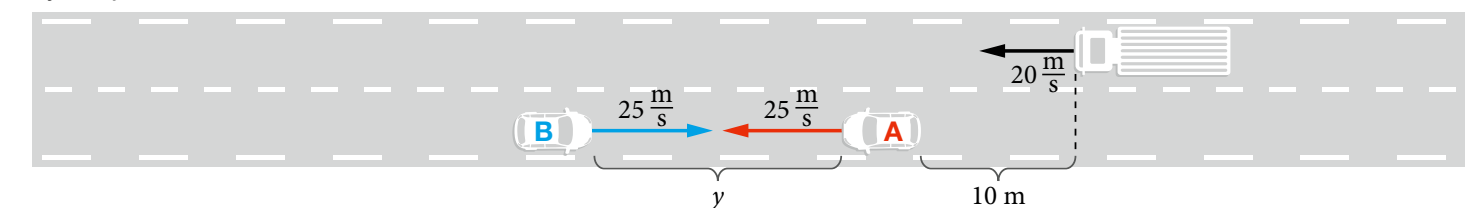
Zadanie 3. Bezpieczne wyprzedzanie

Rozważmy sytuację przedstawioną na rysunkach: pojazd A zaczyna wyprzedzać ciężarówkę, a z naprzeciwka nadjeżdża pojazd B. Oba pojazdy poruszają się z taką samą prędkością $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, natomiast ciężarówka – z prędkością $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Długość ciężarówki to 10 m, natomiast długość samochodu A to 5 m.

sytuacja początkowa



sytuacja końcowa



Uwaga. Na rysunkach nie są zachowane proporcje odległości.

Zadanie 3.1. Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Samochód A zmieni położenie z widocznego na górnym rysunku do przedstawionego na dolnym rysunku w czasie 4 s.	P	F
2.	Ciężarówka przejedzie 100 m w czasie przemieszczenia się pojazdu A z położenia widocznego na górnym rysunku do przedstawionego na dolnym rysunku.	P	F
3.	W czasie, gdy samochód A przemieści się z położenia widocznego na górnym rysunku do przedstawionego na dolnym rysunku, pojazd B przebędzie 125 m.	P	F

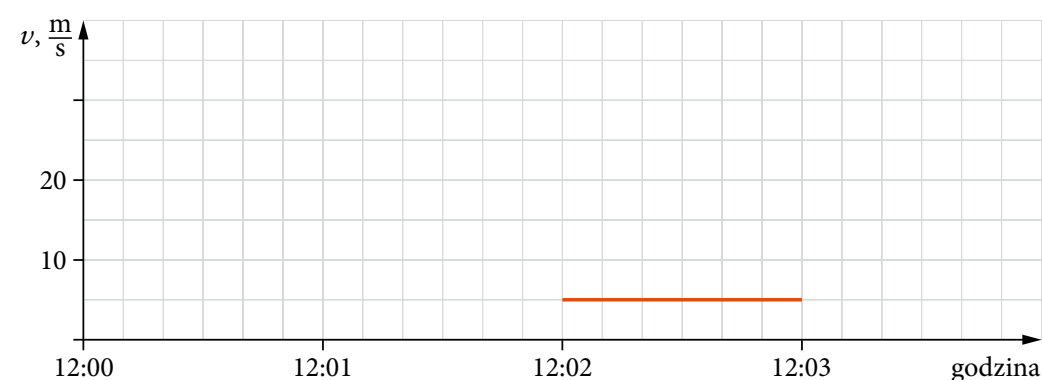
Zadanie 3.2. Wyprzedzanie jest bezpieczne, gdy pojazd A znajduje się w odległości 10 m przed wyprzedzaną ciężarówką, a pojazd B jest wtedy w takiej odległości od A, że do ich spotkania pozostanie co najmniej 5 s.

Oblicz minimalną początkową odległość x między pojazdami, aby wyprzedzanie ciężarówki było bezpieczne.

Zadanie 4. Ruch pociągu

Maszynista pociągu jadącego przez dłuższy czas ze stałą prędkością uruchomił hamulec 1500 m przed wjazdem przodu lokomotywy na stację, na której się nie zatrzymywał. Od tej chwili ruch pociągu był jednostajnie opóźniony. Po 1 min 40 s, dokładnie o godzinie 12:02:00, gdy przód lokomotywy wjeżdżał na stację, maszynista wyłączył hamulec i przejechał przez peron ze stałą prędkością. Następnie pociąg zaczął przyspieszać z przyspieszeniem $0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, aż osiągnął prędkość, z jaką się poruszał, zanim zaczął hamować.

Poniżej przedstawiono fragment wykresu $v(t)$ dla pociągu odpowiadający całemu czasowi przejazdu przez peron.



Zadanie 4.1. Jaką długość miał peron? Wskaż właściwą odpowiedź spośród A–D.

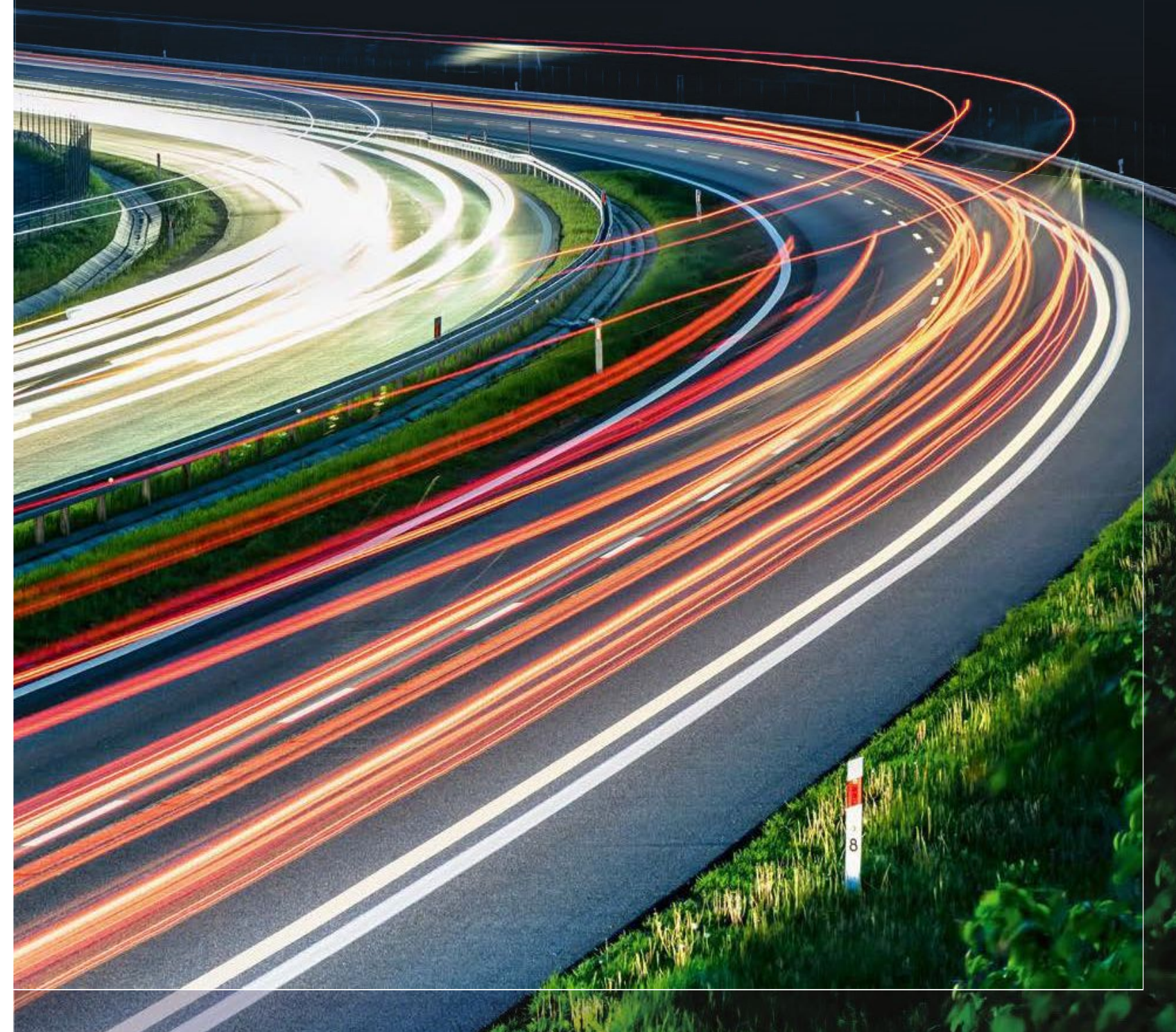
- A.** 150 m
- B.** 300 m
- C.** 600 m
- D.** 1200 m

Zadanie 4.2. Przerysuj wykres z treści zadania do zeszytu i uzupełnij go zgodnie z informacjami podanymi w zadaniu w całym zakresie czasu mieszczącym się na wykresie.

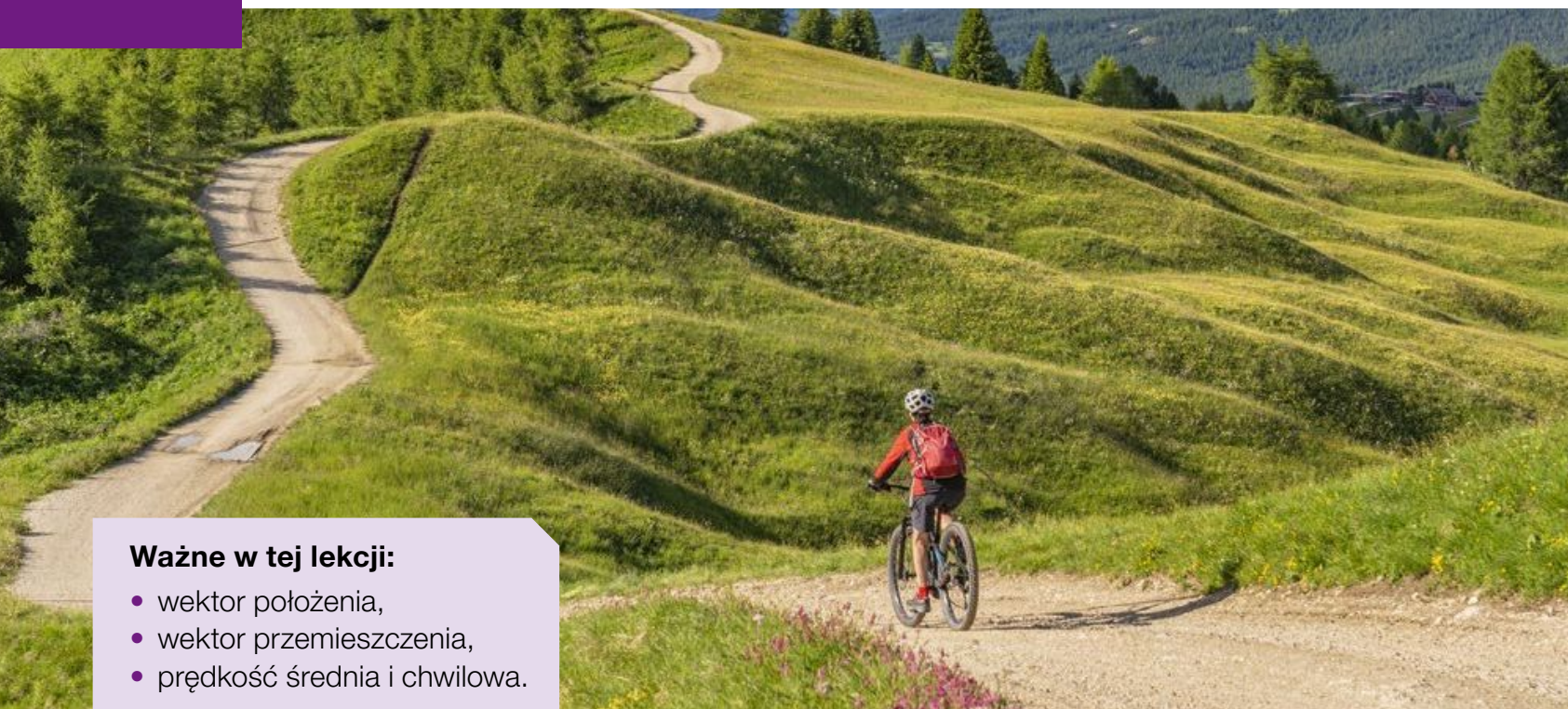
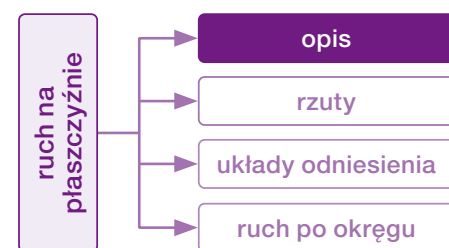
3. Ruch krzywoliniowy

1. Ruch krzywoliniowy
2. Rzut poziomy
3. Rzut ukośny – temat dodatkowy

4. Prędkość w różnych układach odniesienia
5. Ruch po okręgu
6. Przyspieszenie dośrodkowe



3.1 Ruch krzywoliniowy



Ważne w tej lekcji:

- wektor położenia,
- wektor przemieszczenia,
- prędkość średnia i chwilowa.

Przypomnij sobie:

- Punkt materialny to model ciała, którego rozmiary pomijamy, ale przypisujemy mu określoną masę.
- Wektor położenia łączy początek układu współrzędnych z ciałem.
- Przebytą drogę mierzymy wzdłuż toru – linii, po której porusza się ciało.
- Jednostką drogi w układzie SI jest metr.

Do tej pory zajmowaliśmy się ruchem takich ciał, które poruszały się po linii prostej. Od kształtu toru pochodzi nazwa tego ruchu: ruch prostoliniowy.

Tor ruchu i przebyta droga

Jednak w wielu sytuacjach ciała poruszają się po liniach krzywych, np. samochód na zakręcie, fotelik karuzeli, huśtawka (rys. 3.1), Księżyc obiegający Ziemię. Taki ruch nazywamy **krzywoliniowym**.

Ruch krzywoliniowy to taki ruch, którego torem nie jest linia prosta.

Do opisu ruchu prostoliniowego i krzywoliniowego używamy tych samych wielkości (droga, prędkość, przyspieszenie itd.). W szkole średniej zajmiemy się tylko ruchem krzywoliniowym na płaszczyźnie (patrz ramka na następnej stronie).

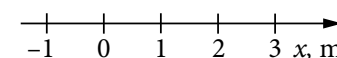
Rys. 3.1. Na huśtawce poruszamy się ruchem krzywoliniowym

Ruch krzywoliniowy a ruch prostoliniowy

RUCH PROSTOLINIOWY

1. Układ współrzędnych

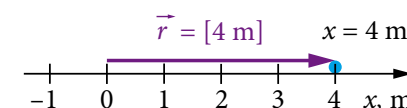
Układ współrzędnych składa się z **jednej osi**.



W fizyce do opisu położenia najczęściej używa się jednostek długości, np. metrów.

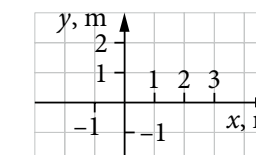
2. Wektor położenia ciała $\vec{r}$ prowadzi od początku układu współrzędnych do miejsca, gdzie znajduje się ciało

Można go opisać za pomocą **jednej współrzędnej**.

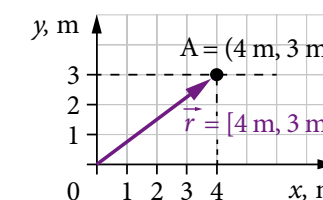


RUCH KRZYWOLINIOWY NA PŁASZCZYŹNIE

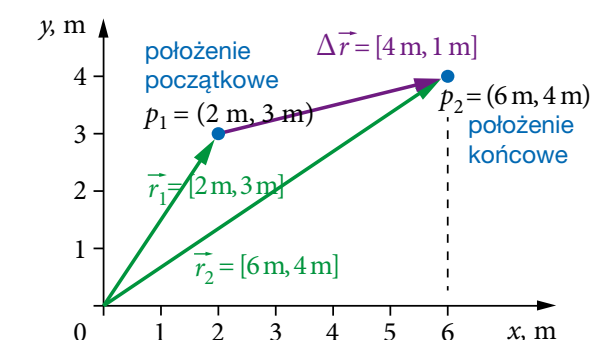
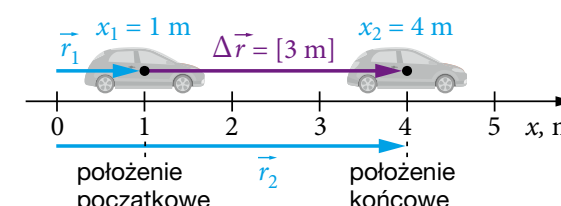
Układ współrzędnych na płaszczyźnie składa się z **dwóch osi**.



Można go opisać za pomocą **dwóch współrzędnych**.



3. Wektor przemieszczenia $\Delta\vec{r}$ prowadzi od początkowego do końcowego położenia ciała. Jest on równy różnicy wektorów położenia na końcu i na początku ruchu

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$


4. Wektor prędkości średniej wyznaczamy, dzieląc wektor przemieszczenia przez czas:

$$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

wektor prędkości średniej $\Delta\vec{r}$ przemieszczenie
 Δt czas ruchu

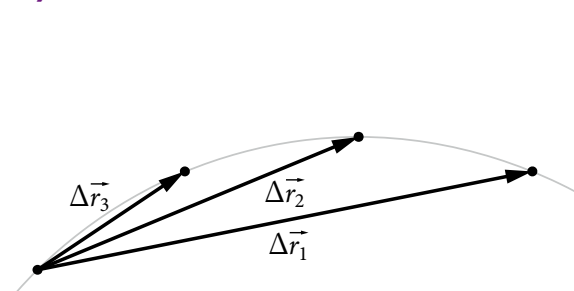
Jeżeli weźmiemy pod uwagę bardzo krótki czas Δt , otrzymamy **prędkość chwilową**.

Jak skierowany jest wektor prędkości

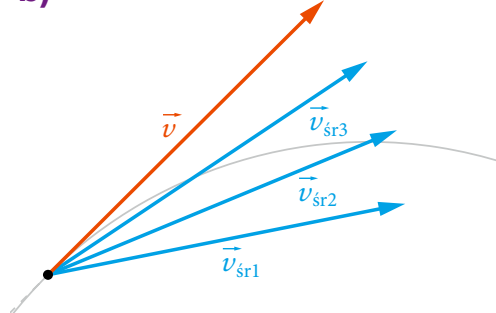
Na rysunku 3.2a widzisz wektory przemieszczenia $\Delta \vec{r}_1$, $\Delta \vec{r}_2$, $\Delta \vec{r}_3$ dla pewnego ciała poruszającego się po torze krzywoliniowym. Odpowiadają one coraz krótszym przedziałom czasu:

$$\Delta t_1 > \Delta t_2 > \Delta t_3$$

a)



b)

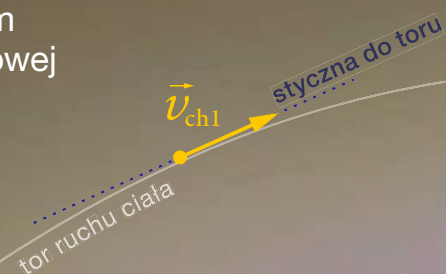


Rys. 3.2. Wektory przemieszczenia $\Delta \vec{r}$ (a) odpowiadają coraz krótszym przedziałom czasu, a wektory prędkości średniej $\vec{v}_{sr}$ (b) są skierowane tak samo jak odpowiadające im wektory przemieszczenia

Na rysunku 3.2b pokazano **wektory prędkości średniej** $\vec{v}_{sr1}$, $\vec{v}_{sr2}$ i $\vec{v}_{sr3}$, odpowiadające tym przedziałom czasu Δt_1 , Δt_2 i Δt_3 , dla których narysowano wektory $\Delta \vec{r}_1$, $\Delta \vec{r}_2$, $\Delta \vec{r}_3$ na rysunku 3.2a. Wektory prędkości średniej są skierowane tak samo jak odpowiednie wektory przemieszczenia. Widzimy, że im krótszy czas Δt , tym bardziej kierunek wektora prędkości średniej jest zbliżony do kierunku stycznej do toru (kierunku czerwonego wektora prędkości chwilowej $\vec{v}$).

Dodatki
matematyczne 15, 16
→ s. 299

W ruchu krzywoliniowym wektor prędkości chwilowej jest skierowany wzdłuż stycznej do toru ruchu ciała.

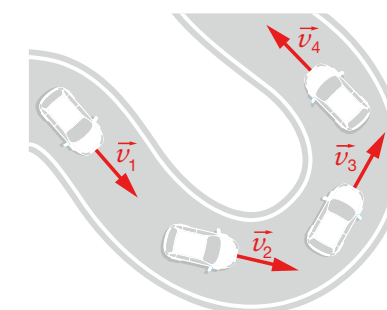


Strzała wystrzelona z łuku dobrze ilustruje zmiany kierunku wektora prędkości w ruchu krzywoliniowym.

W ruchu krzywoliniowym wektor prędkości chwilowej jest skierowany wzdłuż prostej stycznej do toru ruchu ciała (rys. 3.3).

Zwróćmy uwagę, że choć wektory przemieszczenia $\Delta \vec{r}_1$, $\Delta \vec{r}_2$, $\Delta \vec{r}_3$ są coraz krótsze, to długość wektorów $\vec{v}_{sr1}$, $\vec{v}_{sr2}$, $\vec{v}_{sr3}$ jest niemal stała. Dzieje się tak dlatego, że aby obliczyć kolejne wektory $\vec{v}_{sr}$, dzielimy coraz krótsze wektory $\Delta \vec{r}$ przez coraz krótszy czas Δt .

Na przykład jeśli skrócimy czas Δt dwukrotnie, to wartość przemieszczenia także zmniejszy się w przybliżeniu dwa razy, więc iloraz tych wielkości pozostanie praktycznie bez zmian.



Rys. 3.3. Kilka wektorów prędkości chwilowej skręcającego samochodu

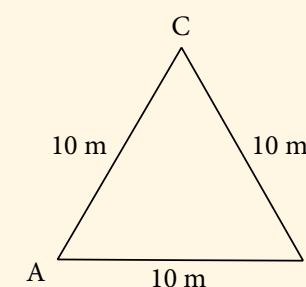
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYTE



■ Przykład

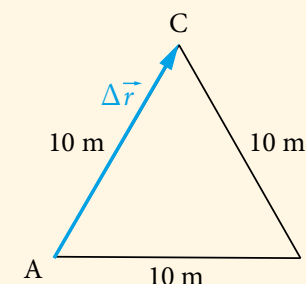
Kłomb w parku ma kształt trójkąta równobocznego o boku 10 m (patrz rysunek). Ania przeszła z punktu A do C po najkrótszej drodze, a Bożena przeszła najpierw z A do B, a potem z B do C.



- Narysuj wektor przemieszczenia całkowitego dla każdej z koleżanek i podaj jego wartość.
- Określ drogę przebytą przez każdą z nich.

Rozwiązanie:

a) Każda z dziewczyn przemieściła się z punktu A do C, a dla przemieszczenia nie ma znaczenia, jaką szły drogą. Tak więc wektor przemieszczenia jest taki sam dla obu koleżanek (przedstawia go rysunek poniżej). Wartość tego wektora to 10 m (tyle, ile bok trójkąta).



b) Ania przebyła najkrótszą możliwą drogę między punktami A i C, czyli drogą, jaką pokonała, jest równa długości wektora przemieszczenia $s_A = 10$ m. Bożena pokonała drogę równą dwóm bokom trójkąta: z A do B i potem z B do C, czyli 20 m.

Odpowiedź: Wektor przemieszczenia dla obu koleżanek jest taki sam, a jego wartość to 10 m. Ania pokonała drogę 10 m, a Bożena 20 m.

Zadania s. 106

Pytania i zadania

- P** Boisko piłkarskie jest prostokątem o bokach długości 70 m i 110 m. Kuba przebiegł po najkrótszej drodze między jego przeciwległymi narożnikami. Robert pokonał trasę między tymi samymi punktami, biegnąc najpierw wzdłuż linii końcowej boiska, a następnie wzdłuż linii bocznej.

 - Narysuj wektory całkowitego przemieszczenia piłkarzy.
Wskazówka. Pamiętaj, aby boisko narysować w skali.
 - O ile procent droga pokonana przez Roberta jest dłuższa od drogi pokonanej przez Kubę?
- Na rysunku przedstawiono orbitę komety poruszającej się wokół Słońca. Przerysuj ją do zeszytu, zaznacz kilka położów komety i naszkicuj wektor jej prędkości w każdym z nich.



Wskazówka. Gdy kometa znajduje się bliżej Słońca, porusza się szybciej. Warkocz komety jest skierowany zawsze od Słońca (jest to strumień materii zdmuchiwany przez promieniowanie słoneczne).

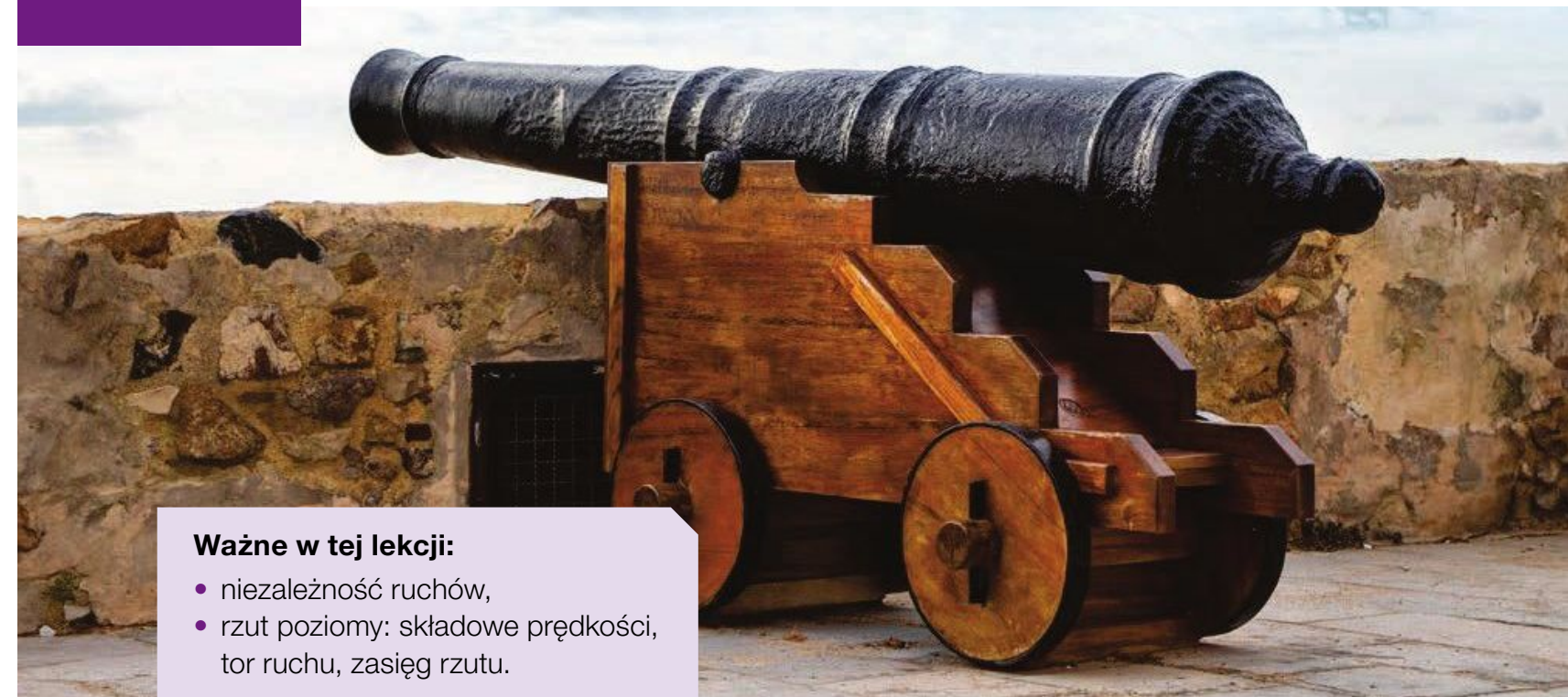
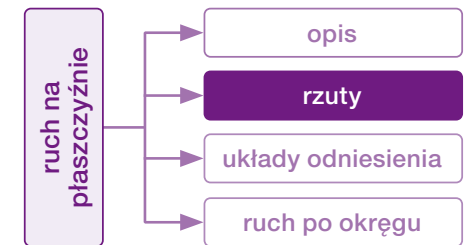
- Kierowca szukający w Łodzi domu znajomych przejechał 2 km na południe, a następnie 2 km na wschód i 2 km na północ.

 - Ile wyniosła droga, jaką przebył?
 - Określ wartość, kierunek i zwrot wektora całkowitego przemieszczenia tego kierowcy.
 - Zapisz współrzędne tego wektora. Przyjmij, że oś x skierowana jest na wschód.



Centrum Łodzi

3.2 Rzut poziomy

**Ważne w tej lekcji:**

- niezależność ruchów,
- rzut poziomy: składowe prędkości, tor ruchu, zasięg rzutu.

Przypomnij sobie:

- W ruchu jednostajnie zmiennym przyspieszenie jest wielkością stałą.
- Spadek swobodny i rzut pionowy to ruchy jednostajnie zmiennie.

Niezależność ruchów

Zasadę niezależności ruchów zaobserwujemy w prostym doświadczeniu.

Doświadczenie 4

- Przygotuj równię pochyłą, np. podeprzyj dwie nogi od stołu tak, aby był on lekko nachylony.
- Z wyższego końca stołu puść dwa ciała w kształcie kuli (np. piłeczki).
- W trakcie staczania się piłeczek jedną z nich lekko popchnij w stronę drugiej i obserwuj ich ruch. Czy piłeczki się zderzą? O czym to świadczy?



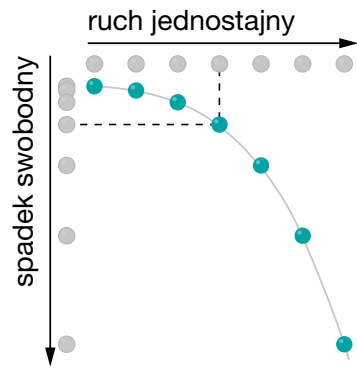
Jak mogliśmy zauważyć:

- jedna z piłeczek (na zdjęciu: niebieska) po prostu staczała się po równi,
- druga piłeczka (na zdjęciu: zielona) staczała się, a jednocześnie poruszała w kierunku prostopadłym (w bok).

Zaobserwowaliśmy, że ruch piłeczki w bok w żaden sposób nie wpłynął na jej ruch w dół. Dlatego piłeczki w końcu się zderzyły.

Jest to przykład ważnej zasady zwanej **zasadą niezależności ruchów**.

Ruch w jednym z wzajemnie prostopadłych kierunków odbywa się niezależnie od ruchu w drugim z tych kierunków.



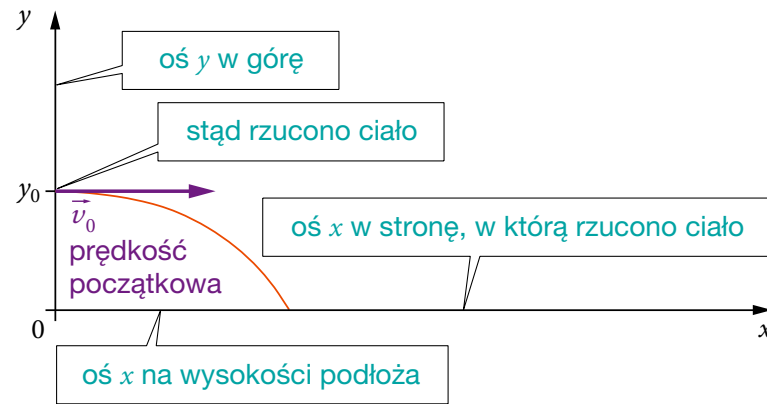
Rys. 3.4. Schemat rzutu poziomego

Rzut poziomy

Zasada niezależności ruchów pomaga badać **rzut poziomy**, czyli ruch ciała rzuconego z pewną prędkością skierowaną poziomo (rys. 3.4). Zgodnie z tą zasadą tak poruszające się ciało:

- w poziomie przemieszcza ze stałą prędkością,
- w pionie spada swobodnie.

Umiemy już opisywać zarówno ruch jednostajny, jak i spadek swobodny, więc możemy opisać rzut poziomy jako ich złożenie. W tym celu wprowadźmy układ współrzędnych i oznaczenia jak na rysunku 3.5.



Rys. 3.5. Wybór układu współrzędnych i oznaczeń wygodnych do opisu rzutu poziomego

Poniżej wiążemy znane nam informacje o ruchach z odpowiednimi ruchami w rzucie poziomym:

- ruch ze stałą prędkością (ruch jednostajny prostoliniowy) – ruch w poziomie,
- spadek swobodny (ruch jednostajnie zmienny bez prędkości początkowej) – ruch w pionie.

Przypomnij sobie 5, 6
→ s. 6

Spadek swobodny
→ s. 80

Tabela 3.1. Omówienie ruchu w pionie i poziomie dla rzutu poziomego

RUCH	w poziomie	w pionie
Kierunek ruchu	wzdłuż osi x , w prawo, od $x_0 = 0$	wzdłuż osi y , w dół, od y_0
Przyspieszenie	$a_x = 0$	$a_y = -g$ minus, ponieważ jest skierowane przeciwnie do osi y
Prędkość	$v_x = v_0 = \text{const}$ prędkość stała, równa prędkości, z jaką rzucono ciało	$v_y = -gt$ minus, ponieważ jest skierowana przeciwnie do osi y
Położenie	$x = v_0 t$	$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$

Składowe prędkości w rzucie poziomym

Wektor prędkości w rzucie poziomym, podobnie jak w każdym ruchu krzywoliniowym, jest skierowany stycznie do toru ruchu ciała. Można go rozłożyć na składowe: poziomą i pionową. Jak już wiesz, te składowe można opisać następująco:

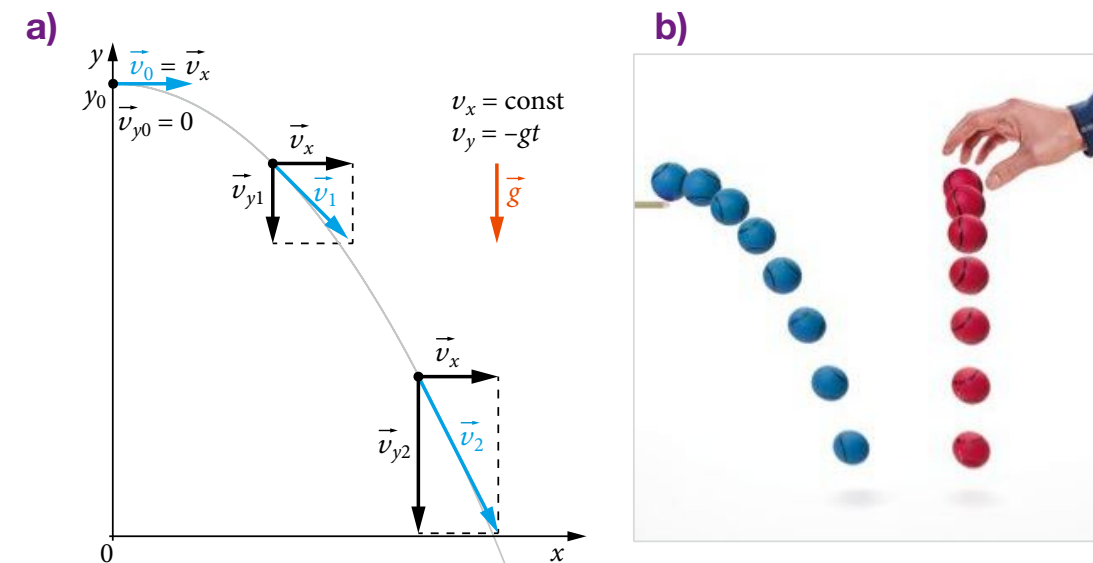
$$v_x = v_0 = \text{const}$$

$$v_y = -gt$$

Jeżeli interesuje nas wartość wektora prędkości, a nie tylko jego składowe, możemy skorzystać z twierdzenia Pitagorasa:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Na rysunku 3.6a przedstawiono tor ruchu spadającego ciała i jego położenie w trzech różnych chwilach. Składowa pozioma jego prędkości się nie zmienia, a wartość składowej pionowej stale wzrasta. Dlatego wartość prędkości jest coraz większa, a jej kierunek coraz bardziej zbliżony do pionowego. Nigdy jednak nie stanie się on pionowy – zawsze pozostanie pozioma składowa prędkości.



Rys. 3.6. a) rozkładanie na składowe wektora prędkości w rzucie poziomym, b) ilustracja rzutu poziomego i spadku swobodnego

W rzucie poziomym **składowa pozioma prędkości** jest stała (ruch jednostajny), a **składowa pionowa prędkości** zwiększa swoją wartość (ruch przyspieszony bez prędkości początkowej).

Tor rzutu poziomego

Przybliżony tor rzutu poziomego znasz z życia codziennego, a także z wcześniejszych ilustracji w tej lekcji. Aby opisać tę krzywą matematycznie, skorzystamy z wzorów na współrzędne ciała w zależności od czasu.

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

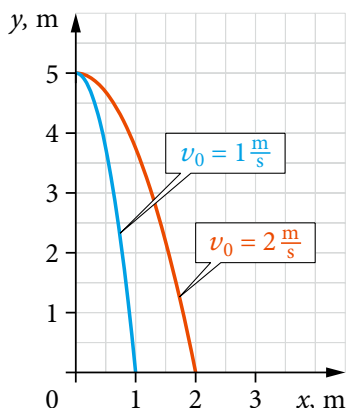
$$x = v_0 t$$

Drugi wzór pozwala wyrazić czas przez współrzędną x : $t = \frac{x}{v_0}$, co po podstawieniu do pierwszego wzoru i uporządkowaniu daje:

$$y = y_0 - \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

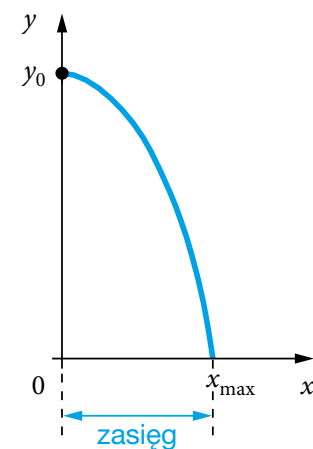
współrzędna pionowa wysokość, z jakiej rzucono ciało przyspieszenie grawitacyjne współrzędna pozioma wartość prędkości początkowej

Współczynnik $-\frac{g}{2v_0^2}$ jest stały, jest to więc równanie paraboli. Im większa jest prędkość początkowa, tym mniejsza wartość bezwzględna tego współczynnika, czyli tym łagodniej opadają ramiona paraboli. Możesz to zobaczyć na rysunku 3.7, gdzie mamy dwa wykresy dla różnych prędkości początkowych.



Rys. 3.7. Zależność $y(x)$ dla rzutu poziomego z wysokości 5 m przy $v_0 = 1 \frac{m}{s}$ i przy $v_0 = 2 \frac{m}{s}$

Dodatek matematyczny 18
→ s. 301



Rys. 3.8. Zasięg rzutu w rzucie poziomym

■ Zasięg rzutu poziomego

Kiedy badamy rzut poziomy, często interesuje nas, jak daleko doleci rzucony przedmiot. Nie chodzi tu jednak ani o odległość w linii prostej od punktu początkowego, ani o drogę przebytą wzdłuż toru, ale o **odległość pokonaną w poziomie** (rys. 3.8). Tę wielkość nazywamy **zasięgiem rzutu**.

W przyjętym przez nas układzie współrzędnych ($x_0 = 0$) jest to maksymalna wartość współrzędnej x , dlatego będziemy ją oznaczać $x_{\max}$. Zasięg rzutu to droga przebyta przez ciało w poziomie. Można więc sobie ją wyobrażać jako drogę przebytą przez cień ciała, gdy jest ono oświetlone z góry:

$$x_{\max} = v_0 t$$

gdzie t to czas, w jakim odbywał się ruch.

■ Przykład 1.

Piłkę wyrzucono z wysokości 3 m z prędkością skierowaną poziomo o wartości $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Oblicz zasięg rzutu.

Dane: $h = 3 \text{ m}$ – wysokość, z jakiej rzucono piłkę,
 $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – prędkość początkowa piłki

Szukane: $x_{\max}$ – zasięg rzutu

Rozwiązanie:

Korzystamy z zasady niezależności ruchów.

- Rozważenie ruchu w pionie pozwoli nam obliczyć czas ruchu.
- Rozważenie ruchu w poziomie pozwoli nam obliczyć drogę przebytą w poziomie, czyli szukany zasięg rzutu.

W pionie piłka poruszała się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. W czasie t całego ruchu przebyła drogę równą wysokości h , więc:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

stąd:

$$t^2 = \frac{2h}{g} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

W poziomie piłka poruszała się ze stałą prędkością v_0 , a w czasie t przebyła drogę równą szukanemu zasięgowi:

$$x_{\max} = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Po podstawieniu danych liczbowych:

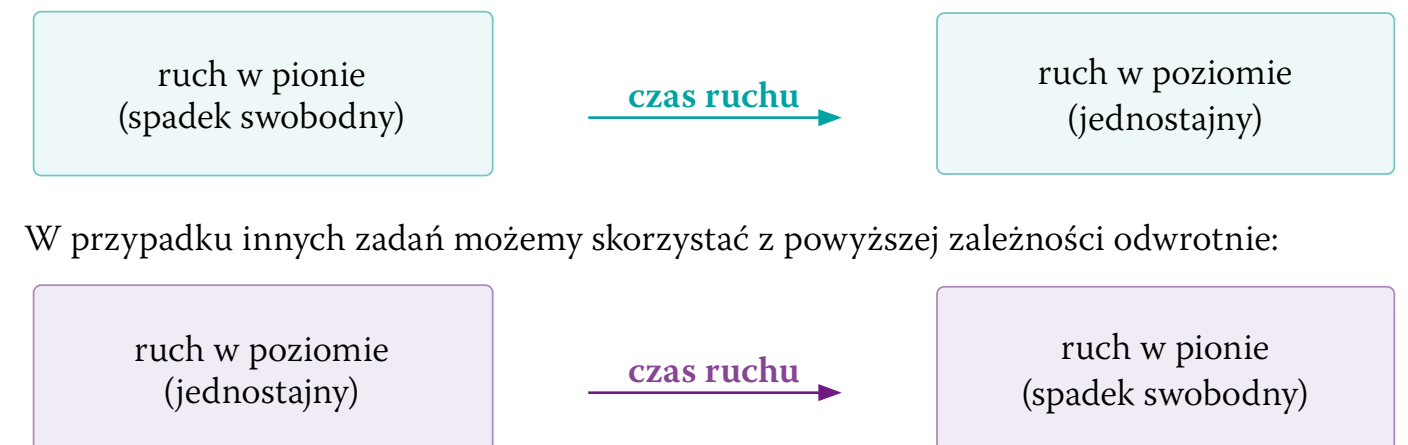
$$x_{\max} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 3,9 \text{ m}$$

Odpowiedź: Zasięg rzutu to ok. 3,9 m.

Niezależność ruchów – praktyczny sposób na zadania

Zasada niezależności ruchów to nie tylko ciekawe prawo przyrody, lecz także praktyczny sposób na rozwiązywanie zadań dotyczących rzutu poziomego. Korzystamy z faktu, że **czas ruchu w poziomie** jest taki sam jak czas ruchu **w pionie**.

Sposób rozwiązania przykładu 1. (na poprzedniej stronie) można przedstawić za pomocą diagramu:



W przypadku innych zadań możemy skorzystać z powyższej zależności odwrotnie:

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład 2.

Kamień został rzucony poziomo z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Po jakim czasie wektor jego prędkości będzie odchylony od pionu o 45° ? Ile wyniesie wtedy wartość prędkości kamienia?

Dane: $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\alpha = 45^\circ$ **Szukane:** v – prędkość kamienia

Rozwiązanie:

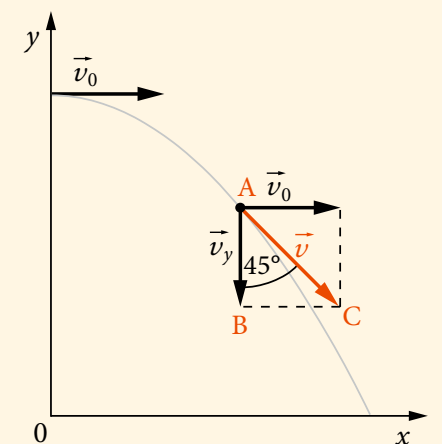
Na początku sporządzimy schematyczny rysunek sytuacji opisanej w zadaniu. Możemy z niego odczytać, że skoro kąt nachylenia prędkości do pionu wynosi 45° , to także kąt nachylenia prędkości do poziomu wynosi 45° .

Prostokąt utworzony przez wektory $\vec{v}_0$ i $\vec{v}_y$ jest zatem kwadratem, czyli wartości tych wektorów są równe: $v_y = v_0$.

Uwaga. Równość długości prędkości można też uzasadnić inaczej. Trójkąt ABC na rysunku jest prostokątny. Skoro jeden kąt ostry ma 45° , to drugi też ma 45° ($90^\circ + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$). Trójkąt ABC jest więc równoramienny, dlatego wartości $v_0 = v_y$.

Ruch w pionie odbywa się tak jak spadek swobodny. Przyspieszenie wynosi $a_x = -g = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, a prędkość początkowa jest równa zero. Mamy więc:

$$g = \frac{v_y}{t}, \quad \text{skąd} \quad t = \frac{v_y}{g}$$



Skoro wartości wektorów prędkości składowych są równe, to możemy zapisać:

$$t = \frac{v_0}{g}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$t = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0,5 \text{ s}$$

Z twierdzenia Pitagorasa (lub ze wzoru na długość przekątnej kwadratu, która w kwadracie o boku b wynosi $b\sqrt{2}$) otrzymujemy wartość prędkości:

$$v = v_0 \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Po czasie 0,5 s wektor prędkości będzie odchylony od pionu o 45° , a jego wartość będzie wynosiła ok. $7,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Uwaga. We wszystkich zadaniach pominiemy opór powietrza. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1. Z ustawionego poziomo karabinu znajdującego się na wysokości 1,5 m nad ziemią wystrzelono pocisk z prędkością $900 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Jak długo pocisk będzie się poruszał po linii prostej, zanim zacznie spadać?

b) Jak długo potrwa lot pocisku, nim uderzy on w ziemię?

2. **P1** Piłeczka tenisowa turlała się po poziomej podłodze balkonu z prędkością $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, aż wypadła za jego krawędź i spadła na ziemię 6 m poniżej. Jak daleko od balkonu upadła?

3. **P2** Piłkę wyrzucono z dużej wysokości z prędkością $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ skierowaną poziomo. Po jakim czasie wektor prędkości piłki będzie odchylony od pionu o 30° ?

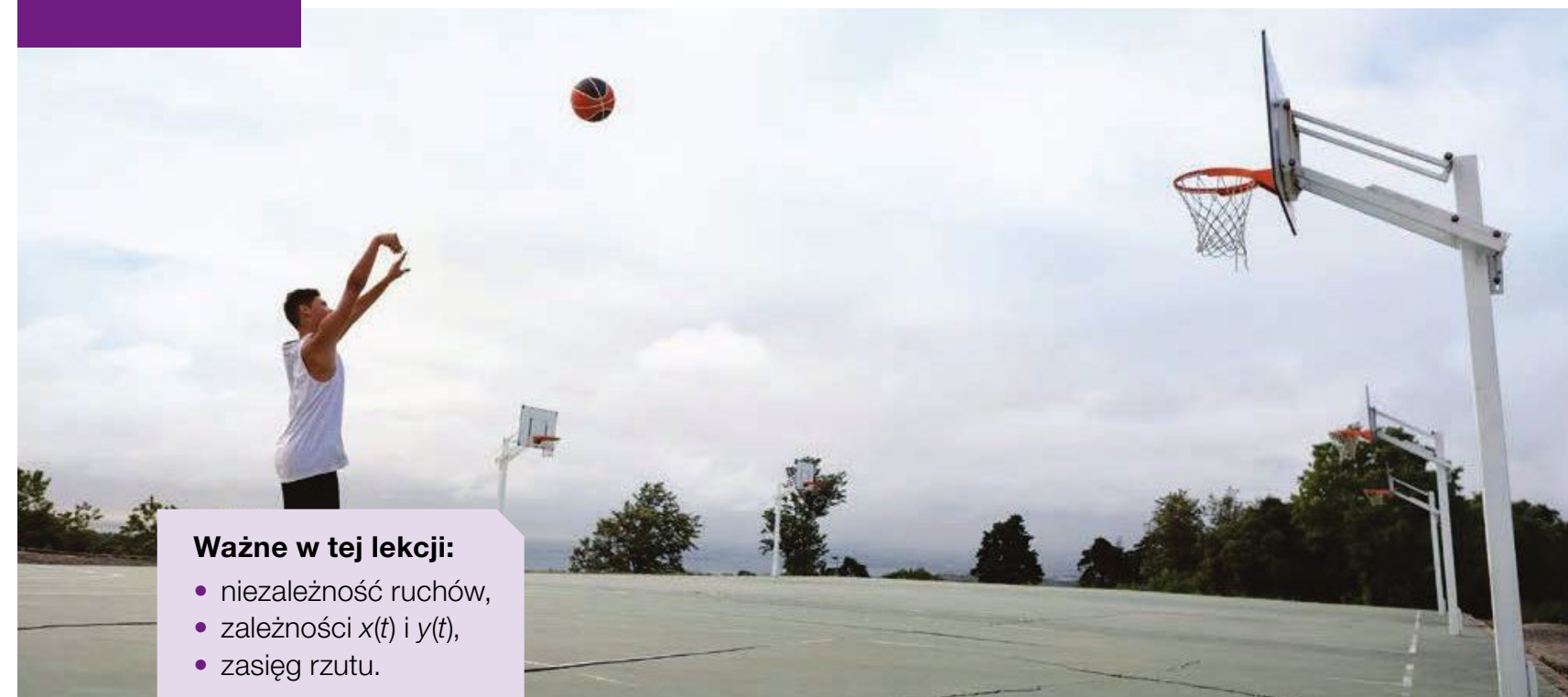
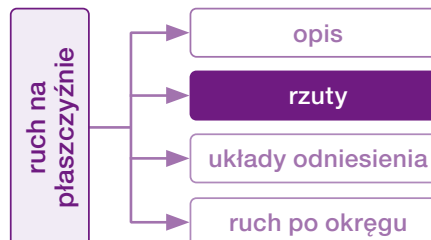
4. Kamień wyrzucono poziomo z wysokości 4 m z prędkością $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Pod jakim kątem względem ziemi będzie skierowany wektor jego prędkości tuż przed uderzeniem w ziemię?

Uwaga. Do rozwiązania tego zadania potrzebna jest znajomość funkcji trygonometrycznej tangens – patrz dodatek matematyczny 17 → s. 299–300.

5. Kamień wyrzucono z prędkością początkową $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ skierowaną poziomo. Zasięg tego rzutu wynosił 20 m. Z jakiej wysokości wyrzucono kamień?

6. Z doświadczeń wiadomo, że pocisk karabinowy typu SS109 wystrzelony poziomo w powietrzu z prędkością $910 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ z wysokości 10 m opada na ziemię po przebyciu 850 m. Oblicz zasięg tego pocisku z pominięciem oporów powietrza. Ile razy byłby większy?

3.3 Rzut ukośny



Ważne w tej lekcji:

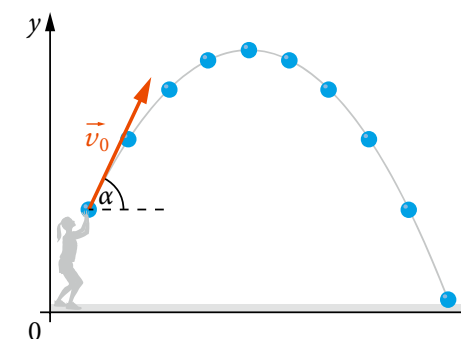
- niezależność ruchów,
- zależności $x(t)$ i $y(t)$,
- zasięg rzutu.

Przypomnij sobie:

- Możemy niezależnie badać ruch ciała w poziomie i pionie – zasada niezależności ruchów.
- W rzucie poziomym pozioma składowa prędkości jest stała, czyli w tym kierunku ciało porusza się ruchem jednostajnym.

Niezależność ruchów

Dowiedziałeś się już, jak opisać ruch ciała rzuconego poziomo lub pionowo. Te wiadomości można wykorzystać także wtedy, gdy ciało jest rzucone pod dowolnym kątem, czyli w **rzucie ukośnym**. Przykład takiego rzutu przedstawia zdjęcie powyżej i poniższy rysunek (rys. 3.9). Na rysunku widzimy dziewczynę, która rzuca piłkę z prędkością $\vec{v}_0$. Wektor prędkości jest nachylony pod kątem α do poziomu.



Rys. 3.9. Przykład rzutu ukośnego – dziewczyna rzuca piłkę pod pewnym kątem do poziomu



Rys. 3.10. Na zdjęciu stroboskopowym widać położenie piłki w równych odstępach czasu

Piłka najpierw się wznosi, a następnie opada, jednocześnie cały czas porusza się w poziomie.

W przypadku rzutu ukośnego ruch w pionie odbywa się niezależnie od ruchu w poziomie, tak jak w rzucie poziomym.

Rzut pionowy → s. 80

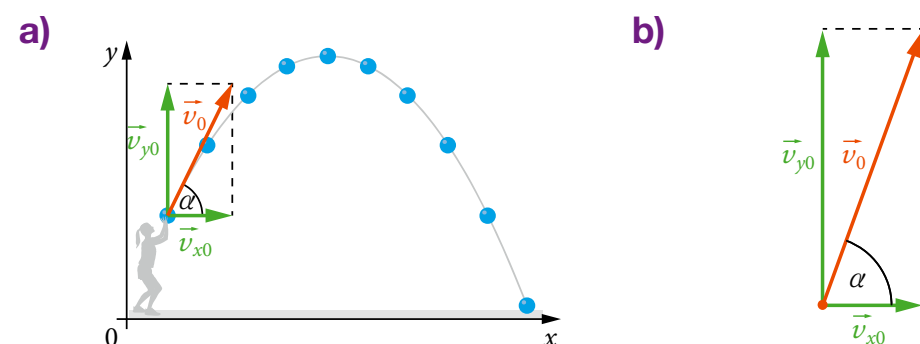
Mamy więc do czynienia z rzutem pionowym połączonym z ruchem jednostajnym w kierunku poziomym.

Zależność położenia od czasu w rzucie ukośnym

Aby dokładniej opisać każdy z tych ruchów, wektor prędkości początkowej musimy rozłożyć na odpowiednie składowe, czyli: pionową $\vec{v}_{y0}$ i poziomą $\vec{v}_{x0}$.

Rozkładu możemy dokonać graficznie, na rysunku (rys. 3.11). Sposób rachunkowy wymaga znajomości funkcji trygonometrycznych:

$$v_{y0} = v_0 \sin \alpha \quad v_{x0} = v_0 \cos \alpha$$



Rys. 3.11. Rozkład wektora prędkości początkowej na składowe. Na rysunku b) powiększyliśmy wektory z rysunku a)

Kiedy znamy składowe prędkości, możemy opisać położenie ciała w trakcie ruchu osobno w pionie i w poziomie.

Postępujemy podobnie jak w przypadku rzutu poziomego, tylko dodatkowo mamy prędkość początkową w pionie.

1. Dla ruchu w pionie:

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

pionowa prędkość początkowa v_{y0}
 początkowa wysokość y_0
 położenie w pionie y
 czas ruchu t
 przyspieszenie grawitacyjne g

2. Dla ruchu w poziomie (zakładamy, że ruch zaczyna się z punktu o współrzędnej $x = 0$, rys. 3.13, s. 115):

$$x = v_{x0}t$$

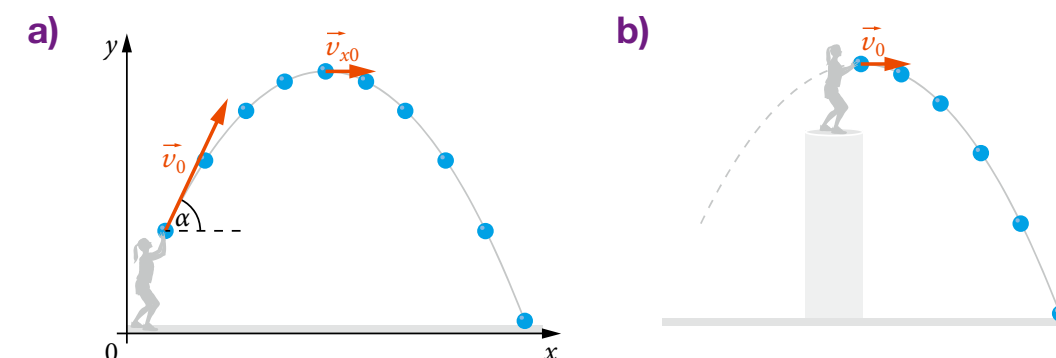
położenie w poziomie x
 czas ruchu t
 pozioma prędkość początkowa v_{x0}

Przypatrz się tym wzorom i odpowiednim wzorom dla ruchu poziomego na s. 109. Czym się różnią?

Tor rzutu ukośnego

Tak jak w rzucie poziomym torem ruchu w rzucie ukośnym jest fragment paraboli (rys. 3.12).

W najwyższym punkcie toru prędkość ciała rzuconego ukośnie ma kierunek poziomy ($\vec{v} = \vec{v}_{x0}$, rys. 3.12a). Dalszy ruch ciała odbywa się więc tak, jakby ciało zostało rzucone poziomo ($\vec{v}_0 = \vec{v}_{x0}$) z tego najwyższego punktu (rys. 3.12b).



Rys. 3.12. Porównanie rzutu ukośnego (a) i rzutu poziomego (b)

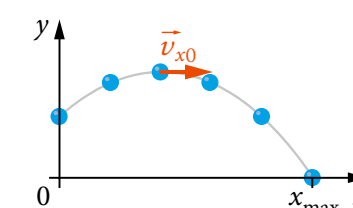
Możemy zatem powiedzieć, że tor rzutu poziomego jest **fragmentem toru rzutu ukośnego**.

Zasięg rzutu ukośnego

W rzucie ukośnym tak samo jak w rzucie poziomym zasięg rzutu to odległość pokonana przez ciało w poziomie. Jest to więc droga pokonana w ruchu jednostajnym z prędkością v_{x0} w czasie całego ruchu. Dla wybranego przez nas układu współrzędnych (rys. 3.13):

$$x_{\max} = v_{x0} \cdot t$$

gdzie t to czas ruchu.



Rys. 3.13. Zasięg w rzucie ukośnym



A to ciekawe

Ruch kropeł wody z fontanny to także przykład rzutu ukośnego. Podświetlenie fontanny pozwala łatwo rozpoznać kształt paraboli.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Piłkarz kopnął piłkę i nadał jej prędkość początkową $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ skierowaną pod kątem 70° do poziomu. W chwili kopnięcia piłka była pół metra nad ziemią. Na jaką maksymalną wysokość wzniesie się piłka? Jak długo będzie trwać wznoszenie? Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Dane: $v_0 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – prędkość początkowa, $\alpha = 70^\circ$ – kąt między prędkością początkową a poziomem, $y_0 = 0,5 \text{ m}$ – wysokość, na jakiej znajdowała się piłka w chwili kopnięcia

Szukane: y_{max} – maksymalna wysokość, t – czas wznoszenia się na wysokość y_{max}

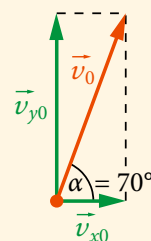
Rozwiązanie:

Rozłóżmy najpierw wektor prędkości początkowej na składowe. Jak widać z rysunku:

$$v_{x0} = v_0 \cos 70^\circ \approx 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,34 = 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{y0} = v_0 \sin 70^\circ \approx 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,94 = 4,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Piłka porusza się w górę ruchem jednostajnie zmiennym z przyspieszeniem o wartości g skierowanym w dół. Kiedy piłka wzniesie się na maksymalną wysokość, składowa pionowa prędkości chwilowej będzie równa zero. Nastąpi to po czasie:



$$t = \frac{v_{y0}}{g} = \frac{4,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,47 \text{ s}$$

Na podstawie zależności $y(t)$ możemy zapisać, że w tym momencie piłka znajdzie się na wysokości:

$$y_{\text{max}} = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$y_{\text{max}} = 0,5 \text{ m} + 4,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,47 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,47 \text{ s})^2 \approx 1,6 \text{ m}$$

Odpowiedź: Piłka osiągnie maksymalną wysokość ok. 1,6 m po czasie ok. 0,47 s od kopnięcia.

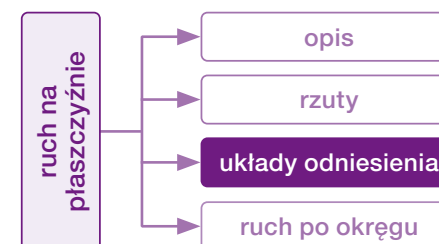
Uwaga. We wszystkich zadaniach pominiemy opór powietrza. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1. Piłkę wyrzucono pod kątem 30° do poziomu z prędkością początkową o wartości $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Narysuj rozkład wektora prędkości początkowej na składowe. Oblicz ich wartości z dokładnością do dziesiątych części metra na sekundę i zapisz na swoim rysunku.
2. **P** Siatkarz odbija pod kątem 60° do poziomu piłkę znajdującą się na wysokości 2,5 m i nadaje jej prędkość $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Na jaką maksymalną wysokość wzniesie się piłka? Po jakim czasie od odbicia to nastąpi?
3. Kulę armatnią wystrzelono pod kątem 70° do poziomu z prędkością początkową $100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zakładamy, że w chwili początkowej kula znajdowała się na poziomie podłoża. Oblicz zasięg strzału.
4. Piłkę wyrzucono pod kątem 60° do poziomu z punktu znajdującego się 2 m nad powierzchnią ziemi. Jej prędkość początkowa miała wartość $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Oblicz zasięg rzutu.

Wskazówka. Gdy będziesz obliczać czas lotu, zwróć uwagę na to, że kula najpierw się wznosi, a potem opada.

3.4

Prędkość w różnych układach odniesienia



Ważne w tej lekcji:

- obliczanie prędkości ciała w różnych układach odniesienia.

Przypomnij sobie:

- Ruch jest względny, jego opis zależy od układu odniesienia.
- Wektory można dodawać i odejmować.

■ Ruch wzdłuż jednej prostej

Mówiliśmy już o tym, że ruch jest względny, czyli zależy od wybranego układu odniesienia. Na przykład łódź może być w spoczynku względem unoszącego ją prądu rzeki, a poruszać się względem brzegu.

Pomyślmy teraz o motorówce, która porusza się zarówno względem wody, jak i względem brzegu.



Przypomnij sobie

WZGLĘDNOŚĆ RUCHU

Gdy mówimy o ruchu, musimy zawsze ustalić, względem jakiego **układu odniesienia** go rozpatrujemy.

Na przykład kierowca jadącego samochodu może siedzieć bez ruchu względem swojego pojazdu, a jednak poruszać się względem szosy. Nawet gdy zaparkuje, to nadal będzie się poruszał z powodu obrotu Ziemi, a także wraz z całą planetą okręzał Słońce.





A to ciekawe

Aby samolot mógł lecieć, musi osiągnąć odpowiednią prędkość. Chodzi tu o prędkość względem powietrza, bo to ona decyduje o oddziaływaniu powietrza ze skrzydłami. Dlatego najlepiej, gdy samoloty startują i lądują pod wiatr, bo wówczas do ich prędkości względem ziemi dodaje się prędkość wiatru. Wiele lotnisk ma więc pasy startowe o różnych kierunkach.

Prędkość względem różnych układów odniesienia

Przyjrzyj się rysunkowi. Motorówka płynie w dół rzeki. Piłka plażowa spływająca z nurtem rzeki pomoże nam obserwować ruch łodzi względem wody, a słup energetyczny – jej ruch względem brzegu.

Z jaką prędkością łódź porusza się **względem brzegu**?

W pewnej chwili dziób łodzi, piłka i słup znajdują się w jednej linii.

Sekundę później:

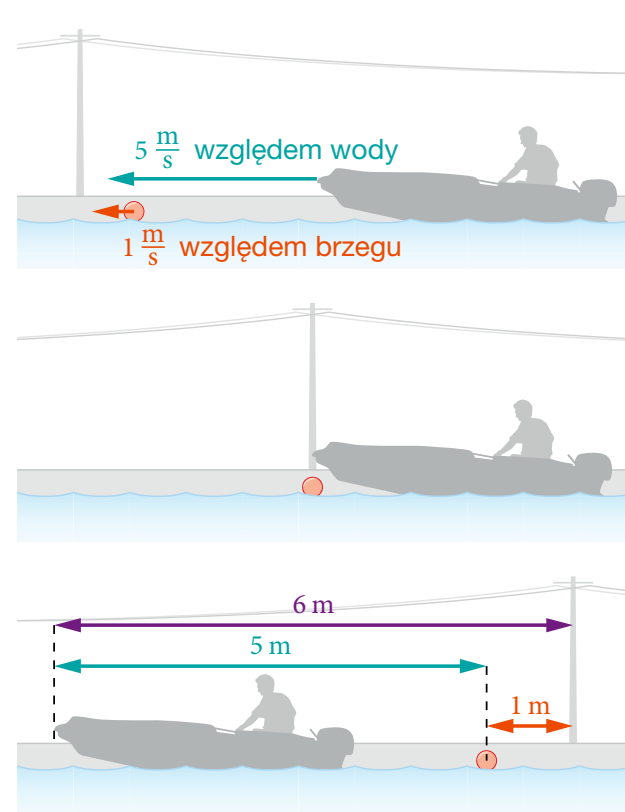
- piłka spłynęła o 1 m w dół rzeki,
- dziób łodzi znalazł się o 5 m przed piłką, a więc
- łódź przepłynęła 6 m względem brzegu.

Prędkość łodzi względem brzegu wynosiła więc $5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

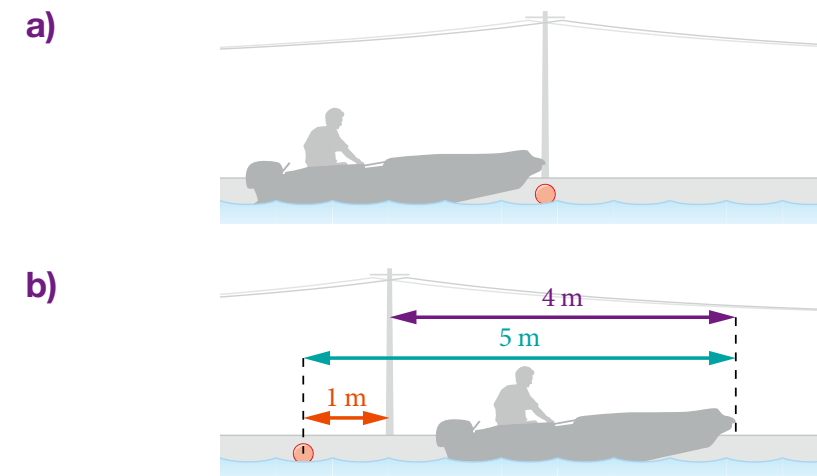
Ponieważ wszystkie rozważane prędkości są skierowane w tę samą stronę, więc możemy zapisać analogiczną równość wektorów:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u}$$

łódź względem brzegu łódź względem wody woda (i piłka) względem brzegu



działanie na wektorach, będzie to dodawanie (rys. 3.15), ponieważ dodawaniu przeciwnie skierowanych wektorów odpowiada odejmowanie ich wartości.



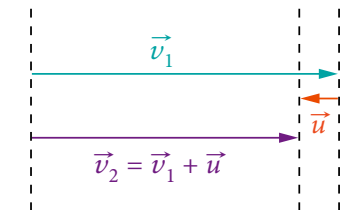
Rys. 3.14. Położenie łodzi, piłki i słupa energetycznego w pewnej chwili (a) i sekundę później (b). Motorówka porusza się w przeciwną stronę niż woda

Te rozważania można uogólnić. Mamy dwa układy odniesienia (oznaczmy je I – woda i II – brzeg) oraz poruszające się ciało (motorówka).

Jeśli ciało porusza się z prędkością $\vec{v}_1$ względem układu I, a układ I porusza się z prędkością $\vec{u}$ względem układu II, to prędkość $\vec{v}_2$ ciała względem układu II obliczamy jako sumę wektorów $\vec{v}_1$ i $\vec{u}$:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u}$$

Okazuje się, że ta sama równość obowiązuje również wtedy, gdy kierunki wektorów są różne.



Rys. 3.15. Dodawanie wektorów prędkości w sytuacji z rysunku 3.14

Zgodnie z przykładem w ramce mamy:
 $\vec{u}$ – prędkość wody względem brzegu,
 $\vec{v}_1$ – prędkość łodzi względem wody,
 $\vec{v}_2$ – prędkość wody względem brzegu

Ruch na płaszczyźnie

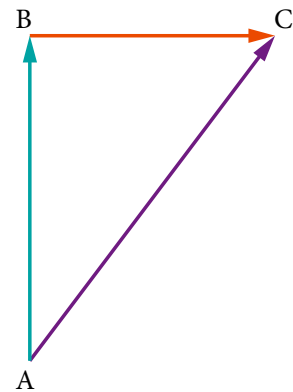
Zajmijmy się teraz dodawaniem prędkości o różnych kierunkach. Z taką sytuacją mamy do czynienia w poniższym doświadczeniu.

Doświadczenie 5

1. Przygotuj baterię w kształcie walca, np. typu D, oraz duży arkusz papieru (co najmniej formatu A3). Poproś drugą osobę o pomoc.
2. Połóż arkusz na stole i przesuwaj go ruchem jednostajnym.
3. Niech druga osoba pchnie baterię po arkuszu prostopadle do kierunku jego ruchu.
4. Wykonaj w zeszycie schematyczny rysunek obrazujący tę sytuację. Naskicuj wektory: prędkości arkusza względem stołu, prędkości baterii względem arkusza oraz prędkości baterii względem stołu.



Jeśli obserwujemy baterię z układu odniesienia związanego ze stołem, to widzimy, że jej ruch względem kartki odbywa się jednocześnie z ruchem całej kartki względem stołu. Jeśli bateria przesunęła się na kartce

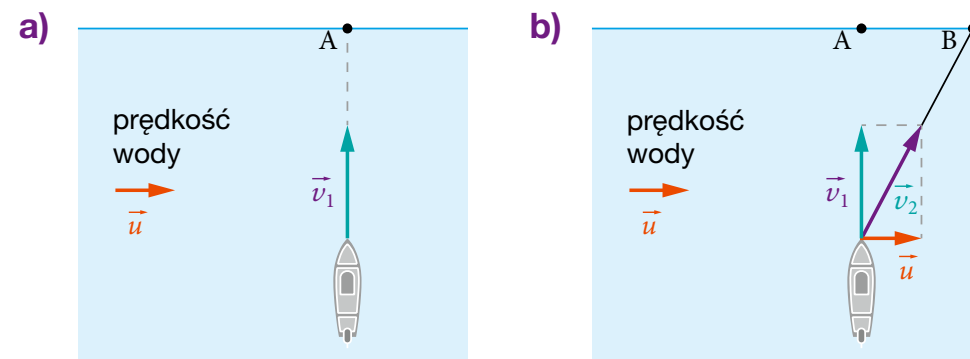


Rys. 3.16. Bateria względem stołu przemieściła się o $\overline{AC}$

z punktu A do B, to w układzie stołu musimy uwzględnić także fakt, że w tym samym czasie punkt B na kartce przesunął się względem stołu do punktu C (rys. 3.16).

Łódź płynąca w poprzek rzeki

Badaną w doświadczeniu 5. baterię możemy porównać do motorówki płynącej w poprzek rzeki (rys. 3.17).



Rys. 3.17. Motorówka płynąca prostopadłe do koryta rzeki: a) początkowo jest ustawiona dziobem w stronę punktu A, b) prąd rzeki znosi ją w dół do punktu B

Motorówka cały czas płynie ustawiona prostopadłe do koryta rzeki. Na początku jej dziób wskazuje punkt A wyznaczony na brzegu rzeki. Czy motorówka dopłynie do tego punktu?

Nie, ponieważ prąd wody znosi ją w dół rzeki.

Ruch motorówki jest więc złożeniem jej ruchu względem wody i ruchu wody względem brzegu. Podobnie ruch baterii względem stołu był złożeniem ruchu baterii względem kartki i ruchu kartki względem stołu.

kartka – rzeka
bateria – łódź
stół – brzeg rzeki

Zasada przeliczania wektora prędkości

Wektor $\vec{v}_1$ na rysunku powyżej oznacza prędkość motorówki w układzie odniesienia wody (układ I).

Aby wyznaczyć prędkość motorówki w układzie odniesienia brzegu (układ II), trzeba uwzględnić prędkość wody względem brzegu $\vec{u}$.

Przy wyznaczaniu prędkości motorówki względem brzegu obowiązuje **ta sama zasada** dodawania wektorów, co dla wektorów o jednakowych kierunkach:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u}$$

prędkość ciała w II układzie odniesienia prędkość ciała w I układzie odniesienia prędkość I układu odniesienia względem II

Zależność tę przedstawiono na rysunku 3.17b. Gdy narysujemy prostą wzdłuż wektora $\vec{v}_2$, znajdziemy na brzegu punkt B, do którego dopłynie motorówka.

Uzasadnienie sposobu przeliczania wektora prędkości

Rysunek 3.16 (s. 120) można zastosować także do opisu ruchu łodzi. Wówczas:

- $\overline{AC}$ jest wektorem przemieszczenia łodzi względem brzegu (z prędkością $\vec{v}_2$)
- $\overline{AB}$ jest wektorem przemieszczenia łodzi względem wody (z prędkością $\vec{v}_1$)
- $\overline{BC}$ jest wektorem przemieszczenia wody względem brzegu (z prędkością $\vec{u}$)

Są one ustawione w ten sposób, że od razu ilustrują dodawanie wektorów metodą trójkąta:

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$$

Gdy podzielimy obie strony tego równania przez czas Δt , otrzymamy:

$$\frac{\overline{AC}}{\Delta t} = \frac{\overline{AB}}{\Delta t} + \frac{\overline{BC}}{\Delta t}$$

Przemieszczenie podzielone przez czas to prędkość, a więc:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u}$$

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Przykład

W czasie bezwietrznej pogody balon unosi się względem powietrza z prędkością $v_u = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Z jaką wartością prędkości względem ziemi i w jakim kierunku względem niej będzie poruszał się przy wietrze wiejącym w kierunku poziomym z prędkością $v_w = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?

Dane: $v_u = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – prędkość balonu w bezwietrzny dzień, $v_w = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – prędkość wiatru
Szukane: v_b – prędkość balonu, α – kąt między ziemią (poziomem) a prędkością balonu

Rozwiązanie:

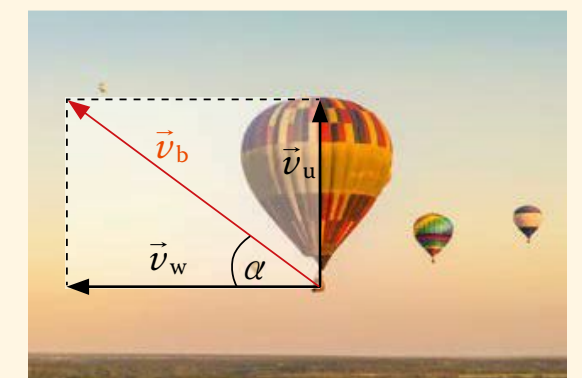
W czasie bezwietrznej pogody balon porusza się pionowo w górę z prędkością $\vec{v}_u$.

Gdy wieje wiatr, balon także porusza się do góry z prędkością $\vec{v}_u$, ale tylko względem powietrza. Natomiast względem ziemi dodatkowo przemieszcza się w kierunku poziomym z prędkością $\vec{v}_w$, w wyniku czego tor jego ruchu nie jest prostopadły do ziemi. Obie te prędkości mają wpływ na ruch balonu.

Aby wyznaczyć prędkość $\vec{v}_b$ balonu względem ziemi, należy dodać składowe poziomą i pionową prędkości (skorzystaliśmy z metody równoległoboku). Wektory prędkości składowych są do siebie prostopadłe, więc nasz równoległobok jest prostokątem (patrz rysunek). Długość wektora $\vec{v}_b$ możemy więc obliczyć za pomocą twierdzenia Pitagorasa:

$$v_b^2 = v_u^2 + v_w^2$$

$$v_b = \sqrt{v_u^2 + v_w^2} = \sqrt{(3 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (4 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



➔ Aby ustalić, w jakim kierunku przemieszcza się balon, musimy wiedzieć, ile wynosi kąt α między prędkością balonu a kierunkiem poziomym. Skorzystamy z funkcji trygonometrycznej sinus.

Z rysunku odczytujemy, że:

$$\sin \alpha = \frac{v_u}{v_b}, \quad \text{więc} \quad \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

Miarę kąta o takiej wartości funkcji sinus możemy odczytać z tablic matematycznych lub obliczyć na kalkulatorze.

$$\alpha \approx 37^\circ$$

Odpowiedź: Balon będzie się poruszał względem ziemi z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, kąt nachylenia wektora prędkości względem poziomu wyniesie ok. 37° .

1. Dwa samochody jadą po tym samym prostym odcinku szosy, jeden z prędkością $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a drugi z prędkością $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

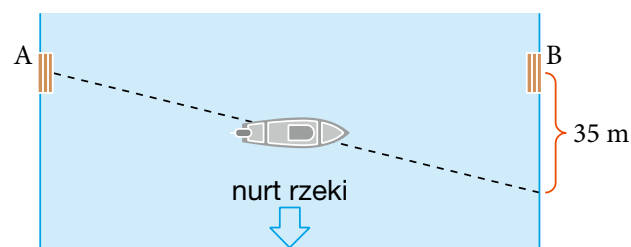
a) Ile wynosi wartość ich prędkości względnej? Rozważ dwa przypadki.

b) Na podstawie wyników zadania wyjaśnij, dlaczego czołowe zderzenie pojazdów jest tak groźne w skutkach.

Uwaga. Prędkość względna samochodów to prędkość jednego z nich w układzie odniesienia drugiego.

2. Motorówka płynie z prądem rzeki i pokonuje pewną drogę w czasie 2 h. Pod prąd pokonanie tego samego odcinka zajmuje jej aż 4 h. W jakim czasie motorówka przebyłaby tę samą drogę po jeziorze?

3. Joanna chciała przepłynąć łódką na drugi brzeg rzeki o szerokości 70 m i dotrzeć do pomostu B znajdującego się dokładnie naprzeciwko niej.



Gdy płynęła, jej łódka była cały czas ustawiona prostopadle do nurtu rzeki. W rezultacie Joanna osiągnęła drugi brzeg dokładnie 35 m w dół rzeki od pomostu.

Następnie przeciągnęła łódkę do pomostu B. W jaki sposób powinna skierować dziób łodzi w drodze powrotnej od pomostu B do pomostu A, aby przebyć jak najkrótszą drogę?

4. Z dziurawej rynny co 0,5 s spada kropla wody. Czy dwie kolejne krople poruszają się względem siebie ruchem jednostajnym czy jednostajnie przyspieszonym? Pomiń opór powietrza. Odpowiedź uzasadnij za pomocą wzoru lub wykresu.

5. **P** Pociąg jedzie na północ z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W pewnej chwili pasażer siedzący przodem do kierunku jazdy widzi kota przechodzącego w poprzek pociągu, ze strony lewej na prawą. Kot idzie z prędkością $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Jaka jest jego prędkość względem ziemi? Określ jej wartość oraz azymut, czyli kierunek, jaki tworzy ona z kierunkiem północnym.

6. Wiatr zachodni wieje z prędkością 2 węzłów. Jacht płynie na północ z prędkością 7 węzłów. Znajdź w odpowiednich źródłach wyjaśnienia pojęć występujących w poleceniach i je wykonaj.

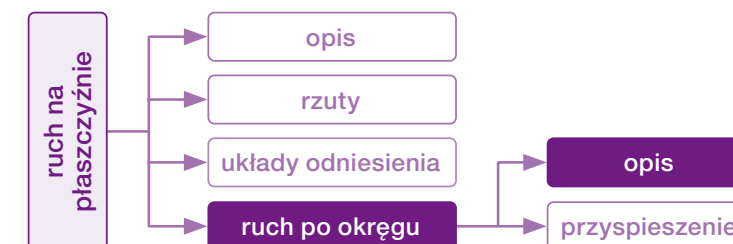
a) Określ kierunek i prędkość wiatru pozornego.

b) Opisz zmianę kierunku wiatru pozornego, gdy jacht płynący półwiatrem zaczyna przyspieszać.

c) Wyjaśnij, dlaczego wiatr wydaje się silniejszy, gdy jacht płynie bajdewindem.

3.5

Ruch po okręgu



Ważne w tej lekcji:

- opisywanie ruchu po okręgu,
- pojęcia: prędkość liniowa, prędkość kątowa, okres, częstotliwość.

Przypomnij sobie:

- W ruchu krzywoliniowym wektor prędkości chwilowej jest styczny do toru ruchu ciała.
- Częstotliwość określa, ile razy jakieś zjawisko powtarza się w ciągu 1 s. Na przykład 5 Hz (5 herców) oznacza 5 razy na sekundę.

Ruch jednostajny po okręgu

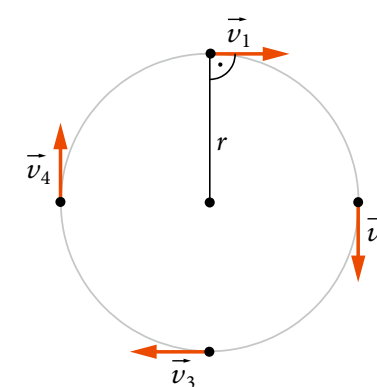
Zajmiemy się teraz dokładniejszym opisem jednego z najprostszych przypadków ruchu krzywoliniowego – ruchem jednostajnym po okręgu.

Ruch jednostajny po okręgu to taki ruch, w którym tor ma kształt okręgu, a wartość prędkości jest stała.

Przykładem takiego ruchu jest ruch motocyklisty na kolistym torze lub ruch krzeselka karuzeli. Również Ziemia okrąża Słońce po orbicie, która jest zbliżona do okręgu.

Wektor prędkości

W ruchu po okręgu wektor prędkości jest w każdej chwili skierowany wzdłuż stycznej do toru (rys. 3.18). Styczna do okręgu jest prostopadła do promienia, więc także wektor prędkości jest do niego prostopadły. Kierunek prędkości ulega zatem zmianie. Dlatego mówimy, że prędkość (jako wektor) się zmienia, choć jej wartość pozostaje stała.



$$v_1 = v_2 = v_3 = v_4$$

Rys. 3.18. Wektor prędkości w ruchu po okręgu jest styczny do okręgu

Okres i częstotliwość w ruchu jednostajnym po okręgu

W szkole podstawowej omawialiśmy ruch drgający. Do jego opisu służą pojęcia: **okres** i **częstotliwość**. Będziemy ich używać także w przypadku ruchu po okręgu.

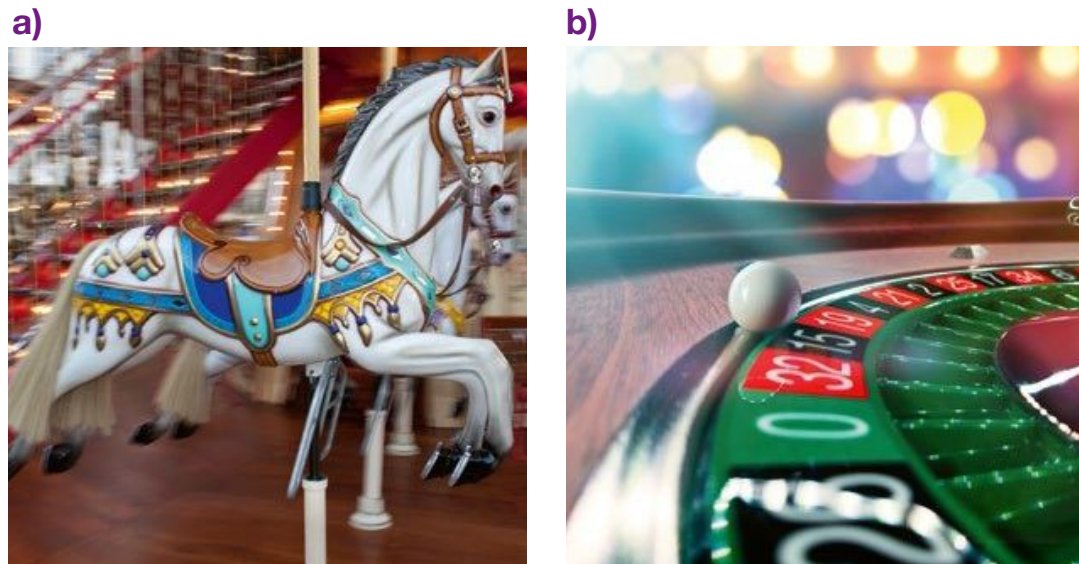
T – okres
 f – częstotliwość
 $f = \frac{1}{T}$

Okres w ruchu po okręgu to czas jednokrotnego obiegu okręgu przez ciało. Częstotliwość to liczba okrążeń wykonanych przez ciało w jednostce czasu. Częstotliwość jest równa odwrotności okresu.

Jednostką częstotliwości jest $\frac{1}{s}$, czyli **herc** ($1 \text{ Hz} = \frac{1}{s}$). Na przykład:

- jeśli punkt wykonuje jeden obieg w ciągu 10 s, to $T = 10 \text{ s}$, natomiast $f = \frac{1}{10} \text{ Hz}$,
- jeśli punkt wykonuje 10 obiegów w ciągu 1 s, to $T = \frac{1}{10} \text{ s}$, natomiast $f = 10 \text{ Hz}$.

Więcej przykładów znajdziesz na rysunku 3.19.

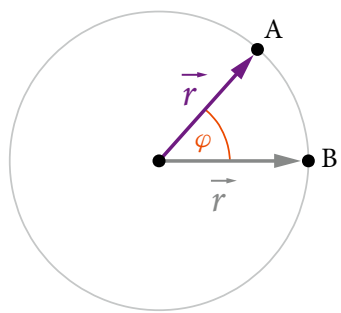


Rys. 3.19. a) konik na karuzeli okrąża jej środek w ciągu 20 s, a więc jego okres obiegu wynosi $T = 20 \text{ s}$, a częstotliwość to $f = \frac{1}{20} \text{ Hz}$, b) kulka ruletki okrąża środek tarczy w ciągu $\frac{1}{4} \text{ s}$, a więc jej okres obiegu wynosi $T = \frac{1}{4} \text{ s}$, a częstotliwość to $f = 4 \text{ Hz}$

Prędkość kątowna i prędkość liniowa

Nietrudno obliczyć, że z powodu obrotu Ziemi wokół własnej osi poruszasz się w tej chwili z prędkością ok. $1000 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ (względem układu odniesienia, który porusza się wraz z Ziemią wokół Słońca, ale się nie obraca). Trudno jednak powiedzieć, że Ziemia „kręci się bardzo szybko”, skoro wykonuje zaledwie jeden obrót na dobę. Dlatego też w przypadku opisu ruchu po okręgu często bardziej przydatna od zwykłej prędkości (zwanej też **prędkością liniową**) jest **prędkość kątowna**.

Spójrz na rysunek 3.20. W ciągu pewnego czasu t ciało przebyło drogę z punktu A do punktu B. Do każdego z tych punktów poprowadzono promień okręgu – nazywamy go promieniem wodzącym ciała w danym położeniu. Te promienie pozwalają zaznaczyć kąt φ , który pokazuje,



Rys. 3.20. Promień wodzący $\vec{r}$ zakreśla w czasie t kąt φ

jaką część kąta pełnego (czyli jaką część pełnego obiegu) pokonało ciało w danym czasie. Porównajmy:

- Długość łuku AB jest równa drodze s przebytej przez ciało – pozwoli nam ona obliczyć prędkość liniową (w metrach na sekundę): $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.
- Kąt φ pozwala nam obliczyć prędkość kątowną (w radianach na sekundę):

$$\text{prędkość kątowna} \rightarrow \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \leftarrow \begin{matrix} \text{pokonany kąt} \\ \text{czas ruchu} \end{matrix}$$

Uwaga. Kąt 1 radian możemy określić krótko jako „kąt równy 1”, dlatego również jednostkę prędkości kątownej $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ zapisujemy często w postaci $\frac{1}{s}$.

W odróżnieniu od prędkości liniowej prędkość kątowna nie zależy od wielkości okręgu, ale jest związana z okresem obiegu i częstotliwością. Pełnemu obiegowi odpowiada kąt $\varphi = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$. Czas trwania tego obiegu to okres obiegu T . Tak więc:

$$\text{prędkość kątowna} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \leftarrow \begin{matrix} \text{częstotliwość} \\ \text{okres} \end{matrix}$$

Na przykład jeśli obieg trwa 8 s, to:

- w czasie 8 s promień wodzący zatacza kąt $2\pi \text{ rad}$,
- w czasie 1 s promień wodzący zatacza kąt $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ ($\frac{1}{8} \cdot 2\pi \text{ rad}$),
- prędkość kątowna wynosi $\frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, czyli krótko $\frac{\pi}{4} \frac{1}{s}$, co łatwo obliczyć wprost z powyższego wzoru: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8 \text{ s}} = \frac{\pi}{4} \frac{1}{s}$.

Związek między prędkością liniową a prędkością kątowną

Podczas pełnego obiegu okręgu o promieniu r ciało pokonuje drogę równą długości okręgu: $s = 2\pi r$. Zajmuje to czas równy okresowi T . Tak więc wartość prędkości liniowej możemy zapisać jako:

$$\text{wartość prędkości liniowej} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \leftarrow \begin{matrix} \text{promień okręgu} \\ \text{okres} \end{matrix}$$

Ta równość pozwala zapisać zależność między wartością prędkości liniowej a prędkością kątowną:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \omega r$$

czyli:

$$\text{wartość prędkości liniowej} \rightarrow v = \omega r \leftarrow \begin{matrix} \text{promień okręgu} \\ \text{prędkość kątowna} \end{matrix}$$

Powyższych równości nie musisz uczyć się na pamięć. Jeśli tylko rozumiesz występujące w nich pojęcia, szybko je odtworzysz.

Symbol ω to mała grecka litera omega, a φ to mała grecka litera fi.

Dodatek matematyczny 19
 → s. 302

Dla Ziemi:
 $\omega \approx \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \text{ h}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{86400 \text{ s}}$
 $\omega \approx 7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Skoro $T = \frac{1}{f}$, to możemy też zapisać:
 $v = 2\pi r f$.

Ruch niejednostajny po okręgu

W ruchu jednostajnym po okręgu nie musimy rozróżniać średniej i chwilowej prędkości kątowej. Dla ruchów niejednostajnych takie rozróżnienie można wprowadzić podobnie jak dla prędkości liniowej. **Chwilową prędkość kątową** otrzymujemy, gdy $\Delta t \rightarrow 0$ (czytaj: Δt dąży do zera), czyli gdy rozważamy ruch w coraz krótszych odcinkach czasu Δt :

Kąt $\Delta\varphi$ wyrażamy w radianach.

$$\omega_{\text{ch}} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

chwilowa prędkość kątowa pokonany kąt
czas ruchu $\Delta t \rightarrow 0$

Symbol ε to mała grecka litera epsilon.

Podobnie jak w przypadku ruchu prostoliniowego może nas interesować, jak szybko zmienia się prędkość kątowa. Opisuje to wielkość zwana **przyspieszeniem kątowym** ε (czyt. epsilon).

Przyspieszenie kątowe to iloraz zmiany prędkości kątowej i czasu, w którym nastąpiła ta zmiana:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

przyspieszenie kątowe zmiana prędkości kątowej
czas, w jakim zmieniła się prędkość kątowa

Jednostką przyspieszenia kątowego jest $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Oblicz prędkość kątową oraz prędkość liniową końca wskazówki minutowej zegara na Zamku Królewskim w Warszawie. Przyjmij, że wskazówka porusza się jednostajnie, a odległość od osi obrotu do czubka wskazówki minutowej wynosi 140 cm.

Dane:

$r = 140 \text{ cm} = 1,4 \text{ m}$ – długość wskazówki, czyli promień okręgu, po którym porusza się końcówka wskazówki

Szukane:

v – prędkość liniowa, ω – prędkość kątowa

Rozwiązanie:

Prędkość kątowa wskazówki minutowej jest taka sama dla każdego zegara, ponieważ jej koniec zawsze obiega tarczę w czasie $T = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$, więc:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$\omega = \frac{2\pi}{3600 \text{ s}} \approx 0,0017 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Aby obliczyć prędkość liniową końca wskazówki, należy skorzystać ze wzoru:

$$v = \omega r$$

Po podstawieniu danych liczbowych otrzymujemy:

$$v = 0,0017 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1,4 \text{ m} \approx 0,0024 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Prędkość kątowa minutowej wskazówki zegara wynosi ok. $0,0017 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Prędkość liniowa końca wskazówki to ok. $2,4 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$.

1. W czasie wirowania bęben pralki wykonuje 1200 obrotów na minutę. Średnica bębna wynosi 40 cm. Rozważmy ruch skarpetki znajdującej się tuż przy ścianie bębna.

- Ile wynosi okres jej ruchu, a ile częstotliwość?
- Jaką drogę przebywa skarpetka w czasie jednego obrotu bębna?
- Oblicz prędkość liniową i kątową skarpetki.

2. Na wskazówce minutowej zegara były dwie mrówki: jedna na końcu wskazówki, a druga w połowie jej długości. Porównaj okresy, częstotliwości, prędkości liniowe i prędkości kątowe ich ruchu.

3. Winyłowa płyta gramofonowa wykonuje 33 obroty na minutę. Ile czasu zajmie jej obrócenie się o kąt $0,5$ radiana (ok. 30°)?

4. Rowerzysta jedzie z prędkością $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ po kołowym torze o średnicy 200 m.

- W jakim czasie pokona jedno okrążenie?
- Z jaką prędkością kątową się porusza?

5. W czasie jazdy po polu przednie koło traktora o średnicy 80 cm (patrz zdjęcie) wykonało 180 obrotów.

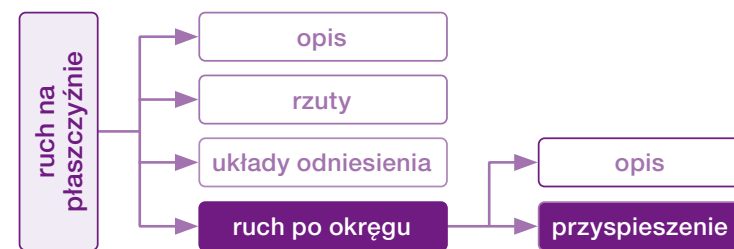


Zmierz odpowiednie odległości na zdjęciu i oblicz w przybliżeniu:

- ile obrotów wykonało w tym czasie jego tylne koło,
 - jaka była długość przebytej drogi oraz czas, w jakim pokonał ją traktor, jeśli poruszał się z prędkością $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
6. Karuzela na placu zabaw wykonywała 2 obroty na sekundę. Kiedy nikt jej już nie rozpędzał, na skutek sił tarcia zaczęła stopniowo zwalniać z przyspieszeniem kątowym $\varepsilon = -0,5 \frac{1}{\text{s}^2}$. Po jakim czasie się zatrzymała?

3.6

Przyspieszenie dośrodkowe



Ważne w tej lekcji:

- przyspieszenie w ruchu krzywoliniowym,
- przyspieszenie w ruchu jednostajnym po okręgu.

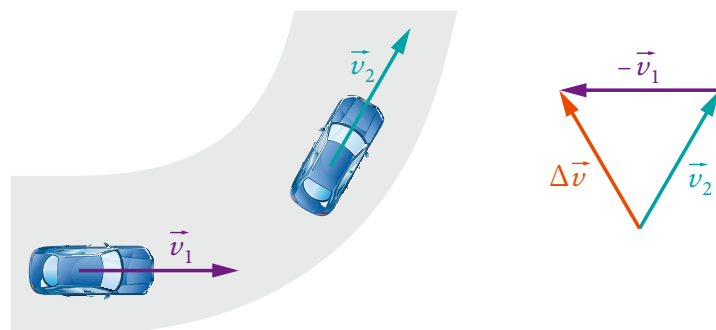
Przypomnij sobie:

- W ruchu jednostajnym po okręgu następuje zmiana wektora prędkości (wartość tego wektora jest stała, ale zmienia się jego kierunek).
- Wektor przyspieszenia opisuje zmiany wektora prędkości, a nie tylko zmiany wartości tego wektora.

Podobnie jak w ruchu prostoliniowym, w ruchu krzywoliniowym przyspieszenie opisuje, jak szybko zachodzą zmiany prędkości. Przyjrzyjmy się więc najpierw, jak może zmieniać się wektor prędkości.

■ Zmiany prędkości w ruchu krzywoliniowym

W ruchu krzywoliniowym zmiana wektora prędkości oznacza nie tylko zmianę wartości (hamowanie albo rozpędzanie), lecz także zmianę kierunku (skręcanie). Przykład takiej sytuacji pokazano na rysunku 3.21.

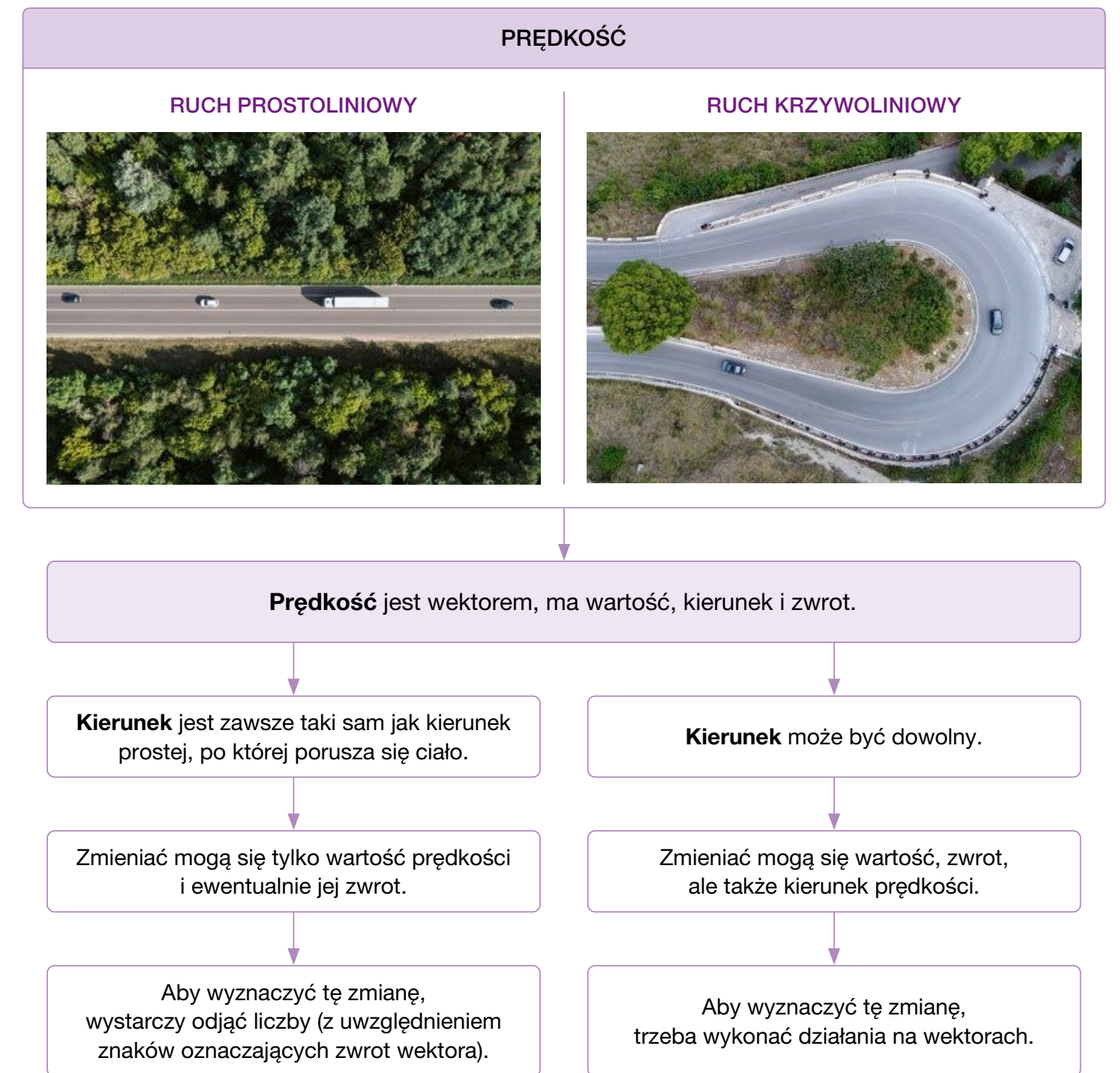


Rys. 3.21. Zmiana wektora prędkości samochodu

Widzisz na nim dwa położenia samochodu na zakręcie wraz z wektorami prędkości dla tych położenia. Zmianę wektora prędkości, czyli wektor:

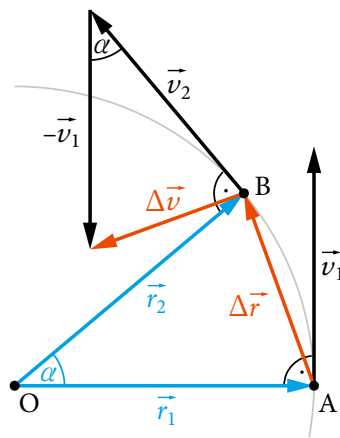
$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$

można wyznaczyć metodą trójkąta (albo metodą równoległoboku).



■ Zmiany prędkości w ruchu jednostajnym po okręgu

W szkole średniej zajmiemy się przede wszystkim przyspieszeniem w ruchu jednostajnym po okręgu. Wartość prędkości nie ulega wtedy zmianie, a zmienia się tylko kierunek prędkości. Taką zmianę możemy wyznaczyć metodą trójkąta albo metodą równoległoboku.



Rys. 3.22. Zmiana wektora prędkości w ruchu po okręgu

Definicja przyspieszenia w ruchu krzywoliniowym

Pora na ścisłą definicję przyspieszenia w ruchu krzywoliniowym. Brzmi ona dokładnie tak samo jak w przypadku ruchu prostoliniowego. Najpierw definiujemy przyspieszenie średnie.

Przyspieszeniem średnim $\vec{a}$ nazywamy iloraz wektora zmiany prędkości $\Delta\vec{v}$ i czasu Δt , w jakim ta zmiana nastąpiła:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

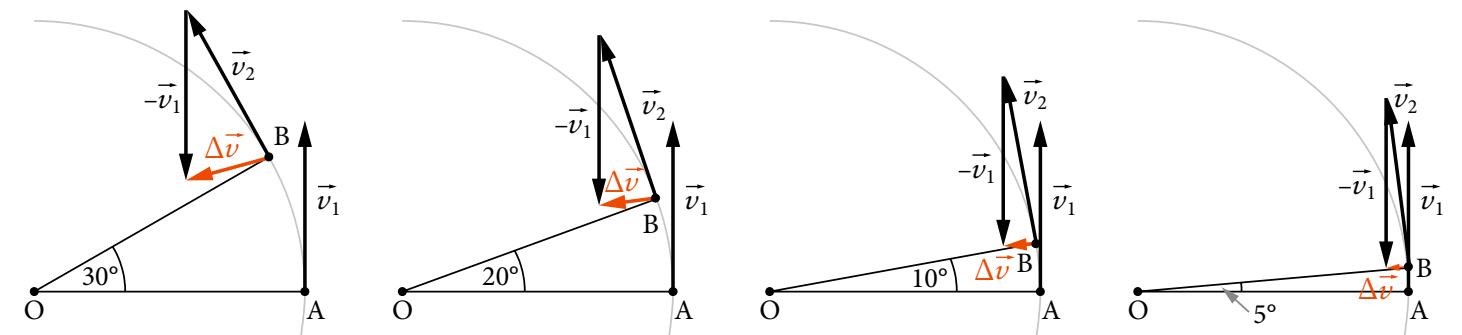
przyspieszenie średnie zmiana wektora prędkości czas, w jakim prędkość się zmieniła

Następnie stwierdzamy, że gdy **czas Δt staje się coraz krótszy**, wektor przyspieszenia średniego jest coraz **bliższy przyspieszeniu** chwilowemu. Wiemy już jednak, że choć definicja brzmi tak samo jak w przypadku ruchu prostoliniowego, to sytuacja jest nowa, ponieważ zmiana prędkości $\Delta\vec{v}$ może oznaczać także zmianę kierunku i zwrotu prędkości.

Kierunek i zwrot przyspieszenia w ruchu jednostajnym po okręgu

Ponieważ dzielenie wektora przez liczbę dodatnią nie zmienia jego kierunku ani zwrotu, więc przyspieszenie średnie $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ ma ten sam kierunek i zwrot co zmiana prędkości $\Delta\vec{v}$.

Zobaczmy więc, jak zmienia się kierunek wektora $\Delta\vec{v}$ dla coraz krótszego czasu Δt , a więc także dla coraz bliżej położonych punktów na okręgu (rys. 3.23).



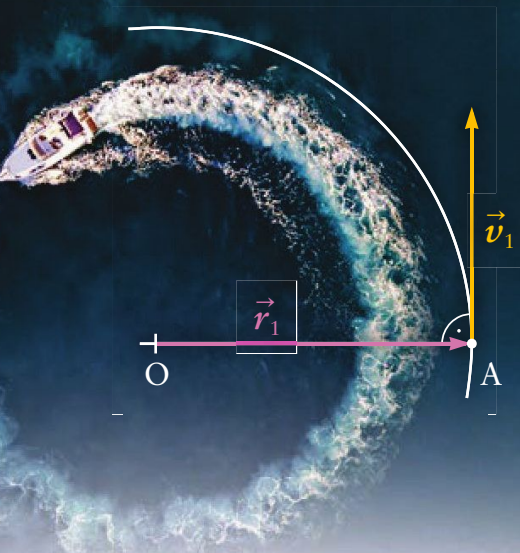
Rys. 3.23. Na rysunku widzimy zmiany kierunku wektora $\Delta\vec{v}$ dla coraz krótszych czasów ruchu, czyli coraz bliżej siebie położonych punktów A i B

Z rysunku wynika, że im krótszy czas Δt , z tym większą dokładnością wektor zmiany prędkości jest skierowany w stronę środka okręgu. Tak samo jest skierowany wektor przyspieszenia średniego. Możemy więc stwierdzić, że:

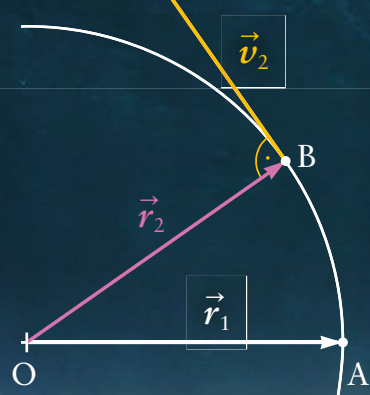
W ruchu jednostajnym po okręgu wektor przyspieszenia (chwilowego) jest skierowany w stronę środka okręgu. Dlatego nazywamy je przyspieszeniem dośrodkowym.

Zmiana prędkości w ruchu po okręgu

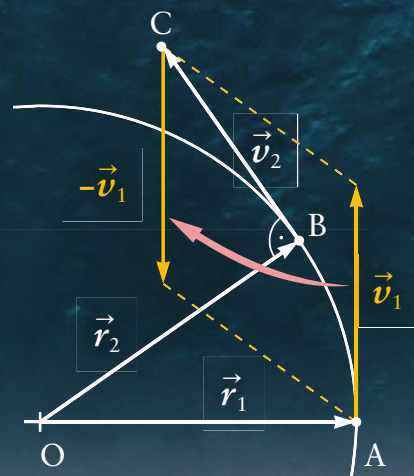
Każdy ruch po okręgu wiąże się ze zmianą prędkości liniowej ciała, które go wykonuje. Prześledźmy krok po kroku wyznaczanie tej zmiany.



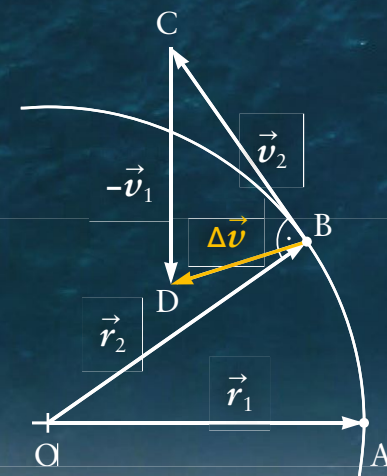
1 W pewnej chwili ciało znajduje się w punkcie A i porusza się z prędkością $\vec{v}_1$.



2 Po czasie Δt przemieszcza się do punktu B, a jego prędkość $\vec{v}_2$ ma tę samą wartość co $\vec{v}_1$, ale inny kierunek.



3 Zmieniamy zwrot wektora $\vec{v}_1$ i przesuwamy równolegle tak, aby jego początek był w punkcie C.



4 Rysujemy wektor zmiany prędkości:

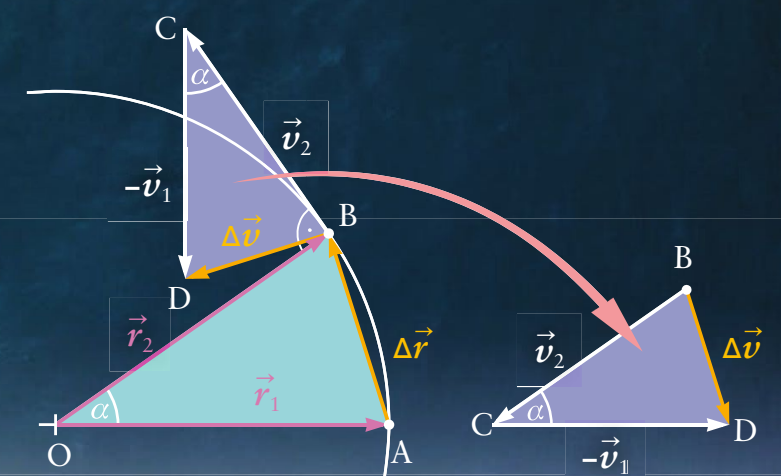
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$

Im krótszy czas Δt , z tym większą dokładnością wektor $\Delta\vec{v}$ jest skierowany w stronę środka okręgu.

Pomiędzy wartościami wektorów zachodzą równości:

$$v_1 = v_2 = v, \quad r_1 = r_2 = r$$

Możemy wyznaczyć wektory zmiany położenia $\Delta\vec{r}$ i zmiany prędkości $\Delta\vec{v}$.



5 Trójkąt równoramienny BCD ma taki sam kąt między ramionami jak trójkąt równoramienny BOA. Trójkąty mają ten sam kształt, więc w każdym z nich ramię jest tyle samo razy dłuższe od podstawy:

$$\frac{v_1}{\Delta v} = \frac{r_1}{\Delta r}, \quad \text{czyli} \quad \frac{v}{\Delta v} = \frac{r}{\Delta r}$$

Wartość przyspieszenia dośrodkowego

Do wyznaczenia wartości przyspieszenia dośrodkowego potrzebna nam będzie proporcja uzasadniona w infografice na s. 130–131:

$$\frac{v}{\Delta v} = \frac{r}{\Delta r} \rightarrow \Delta v = \frac{v}{r} \Delta r$$

Kiedy podzielimy strony wzoru przez bardzo krótki czas Δt , otrzymamy:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

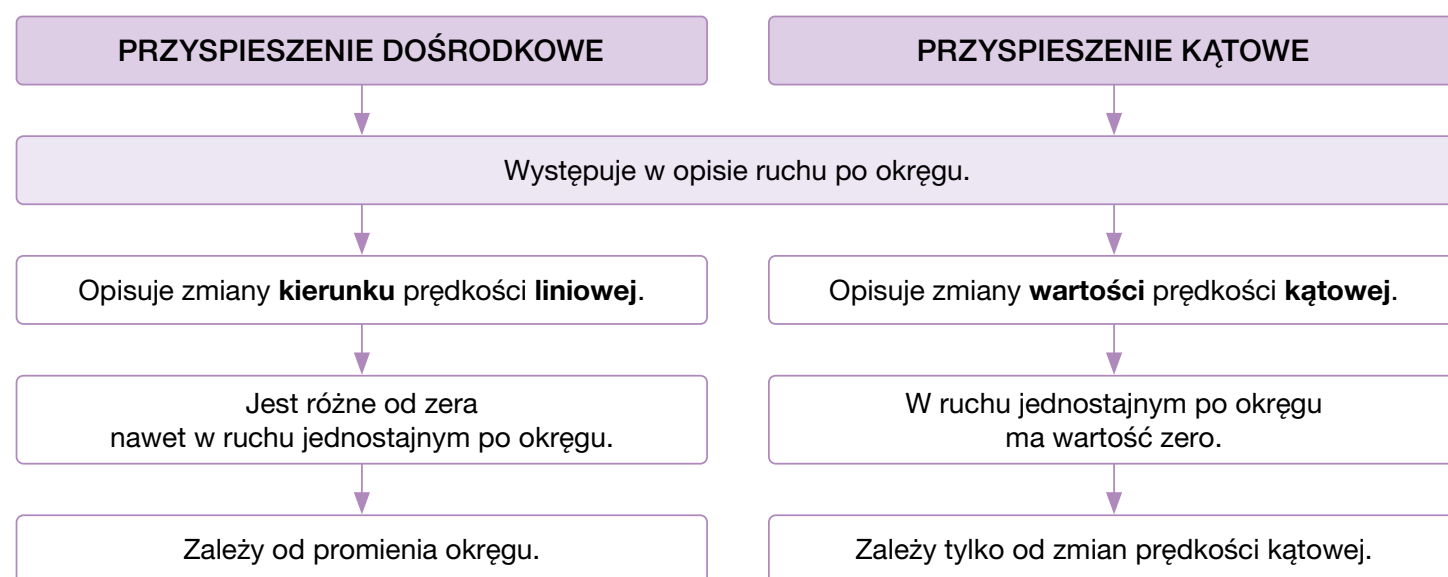
ale $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$ oraz $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$, więc otrzymujemy wzór:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

wartość przyspieszenia dośrodkowego wartość prędkości liniowej
promień okręgu, po którym porusza się ciało

Przyspieszenie dośrodkowe a przyspieszenie kątowe

Zwróćmy uwagę, że przyspieszenie dośrodkowe jest czymś całkiem innym niż przyspieszenie kątowe, opisane w poprzedniej lekcji.



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

- Oblicz wartość przyspieszenia dośrodkowego, z jakim porusza się ciało na równiku Ziemi. Przyjmij, że promień równikowy Ziemi wynosi 6378 km.
- Bęben pralki automatycznej w czasie wirowania wykonuje 1200 obrotów na minutę. Promień bębna wynosi 30 cm. Ile wynosi maksymalna wartość przyspieszenia dośrodkowego ubrania w pralce? W którym

- miejszu pralki przyspieszenie dośrodkowe uzyskuje tę maksymalną wartość?
- Oblicz prędkość, z jaką samochód powinien się poruszać po zakręcie o promieniu krzywizny 200 m, aby przyspieszenie dośrodkowe wynosiło $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
 - Ciało porusza się po okręgu o promieniu 2 m. Narysuj w zeszycie wykres zależności przyspieszenia dośrodkowego od prędkości ciała $a_d(v)$.

Projekt

Analiza ruchu za pomocą kamery



Cel projektu

Nauczysz się wykorzystywać telefon i komputer do badania ruchu ciał. Te umiejętności możesz wykorzystać do badania interesujących cię zjawisk.

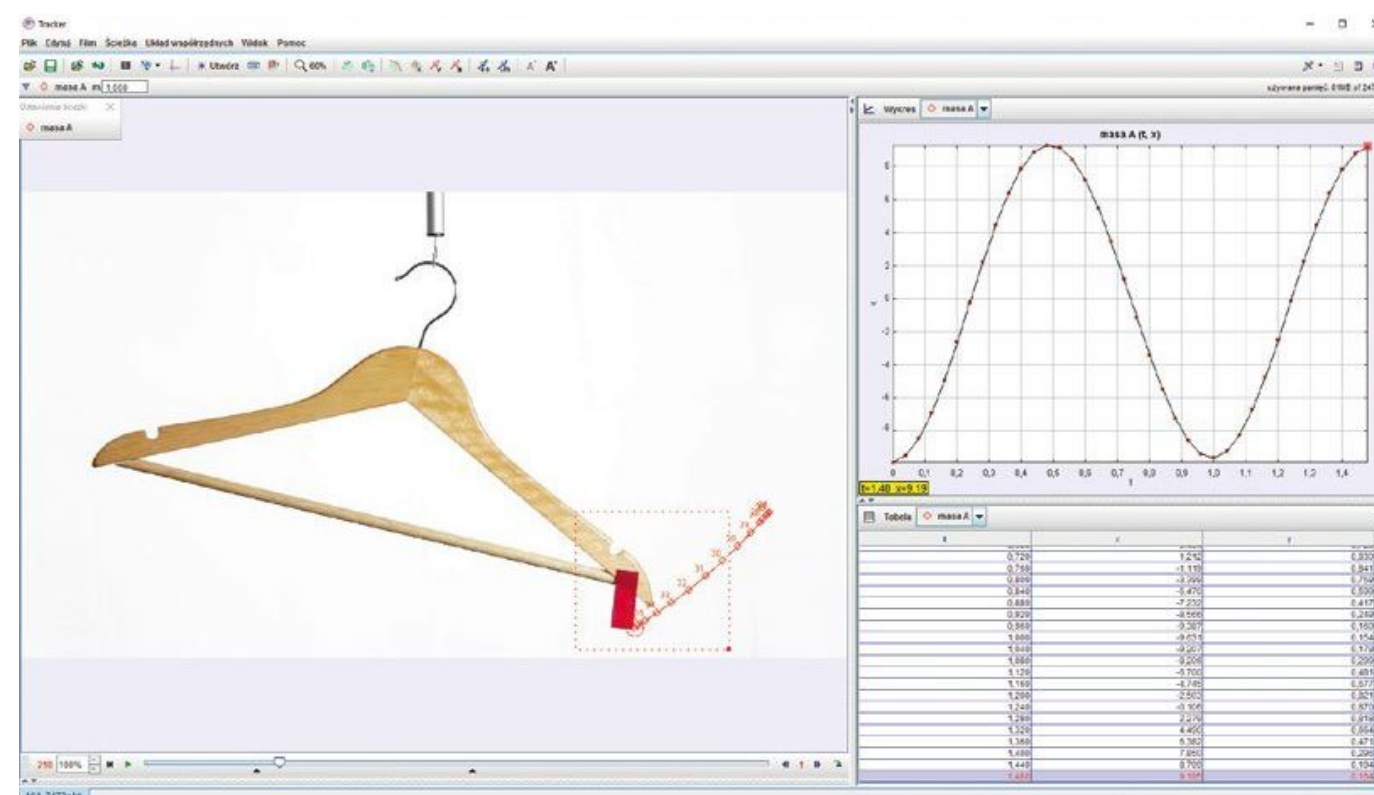
Wprowadzenie

Do tej pory wszystkie wykresy rysowaliśmy ręcznie, aby lepiej zrozumieć, w jaki sposób linia w układzie współrzędnych odpowiada wynikom doświadczenia. Skoro już to rozumiesz, możesz poznać program komputerowy, który pozwoli ci wykonywać wykresy znacznie szybciej. Przyda się to przy doświadczeniach z następnymi działami podręcznika.

Przebieg doświadczenia

- Pobierz program Tracker do analizy ruchu i zainstaluj go na swoim komputerze.
- Zapoznaj się z opisem polskiej wersji programu.
- Podczas wykonywania doświadczeń z poprzedniego działu nagrywałeś filmy dokumentujące ruch ciał. Przeanalizuj wybrane z nich za pomocą programu Tracker. Porównaj wykresy tworzone przez program z tymi, które rysowałeś ręcznie.
- Sfilmuj inne poruszające się ciała, np. pojazdy, i przeanalizuj ich ruch za pomocą programu Tracker. Zastanów się, co zrobić, aby twoje pomiary były jak najdokładniejsze.
- Spróbuj zbadać ruch w dwóch wymiarach, np. rzut poziomy albo ruch po okręgu. Możesz na przykład wykonać i porównać wykresy $v_x(t)$ i $v_y(t)$.

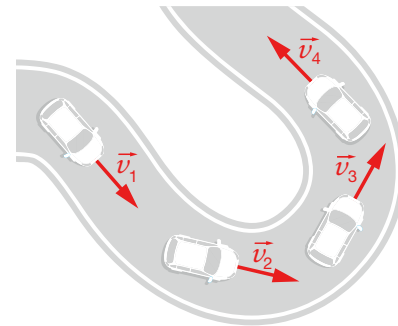
Na ilustracji poniżej przedstawiono analizę ruchu drgającego wykonaną przez program Tracker.



Podsumowanie Ruch krzywoliniowy

- W **ruchu krzywoliniowym** (m.in. w ruchu po okręgu) wektor prędkości jest skierowany wzdłuż stycznej do toru.
- Jeżeli mamy dwa układy odniesienia (I, II) i ciało porusza się względem układu I z prędkością $\vec{v}_1$, a układ I porusza się względem układu II z prędkością $\vec{u}$, to prędkość ciała względem układu II wynosi:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{u}$$



Rzut poziomy

współrzędne prędkości: **współrzędne położenia:**

$$v_x = v_0 = \text{const}$$

$$x = v_0 t$$

$$v_y = -gt$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

gdzie:

v_0 – współrzędna pozioma prędkości początkowej,

v_y – współrzędna pionowa prędkości w chwili t ,

(x, y) – współrzędne położenia ciała w chwili t ,

$(0, y_0)$ – początkowe współrzędne położenia ciała,

g – przyspieszenie grawitacyjne.

- Tor rzutu poziomego jest fragmentem paraboli.

Ruch w kierunku poziomym odbywa się niezależnie od ruchu w kierunku pionowym (zasada niezależności ruchów). W pionie mamy do czynienia ze spadkiem swobodnym (ruch z przyspieszeniem g), a w poziomie z ruchem jednostajnym (ze stałą prędkością).

- Ruch jednostajny po okręgu** to taki ruch, w którym tor ma kształt okręgu, a wartość prędkości jest stała:

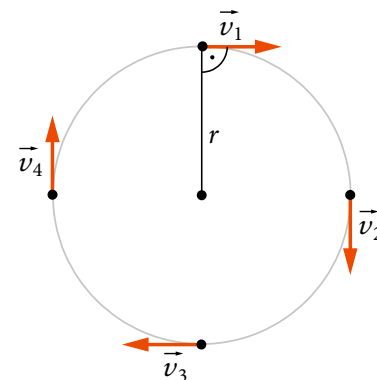
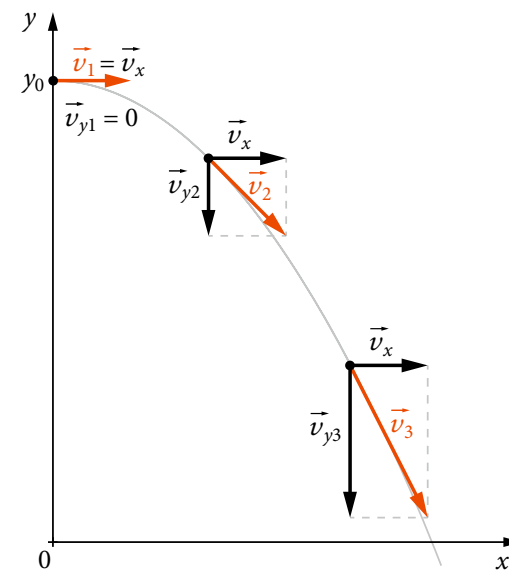
$$v_1 = v_2 = v_3 = v_4$$

- Okres T** w ruchu po okręgu to czas jednokrotnego obiegu okręgu przez ciało.

- Częstotliwość f** w ruchu po okręgu to liczba okrążeń wykonanych przez ciało w jednostce czasu. Częstotliwość jest równa odwrotności okresu:

$$f = \frac{1}{T}$$

- Jednostką częstotliwości jest **herc**: $1 \text{ Hz} = \frac{1}{s}$.



Prędkość liniowa:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

gdzie: r – promień okręgu, T – okres, f – częstotliwość.

Prędkość kąтова:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

gdzie: $\Delta\varphi$ – kąt, który zakreślił w czasie ruchu promień poprowadzony do ciała (patrz rys. obok), Δt – czas trwania ruchu.

- Jednostką prędkości kątowej jest $\frac{\text{rad}}{s}$, czyli $\frac{1}{s}$.

Związek między prędkością liniową a prędkością kątową:

$$v = \omega r$$

- W ruchu jednostajnym po okręgu nie zmienia się wartość wektora prędkości liniowej, ale zmieniają się jego kierunek i zwrot.

- Wartość **przyspieszenia dośrodkowego** obliczamy ze wzoru:

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

gdzie: v – prędkość liniowa, r – promień okręgu.

- Wektor przyspieszenia $\vec{a}_d$ jest skierowany w stronę środka okręgu, czyli jest prostopadły do wektora prędkości liniowej.

Przyspieszenie kątowe:

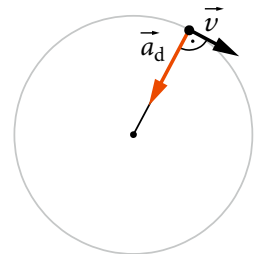
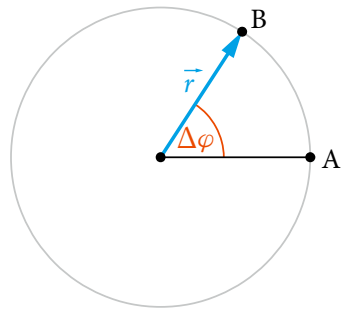
$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

gdzie: $\Delta\omega$ – zmiana prędkości kątowej, Δt – czas, w jakim ta zmiana nastąpiła.

- Jednostką przyspieszenia kątowego jest: $\frac{\text{rad}}{s^2}$, czyli $\frac{1}{s^2}$.

Zestawienie wielkości opisujących ruch po okręgu.

Wielkość liniowa	Wielkość kątowa	Związek między wielkością liniową i kątową
przyrost drogi Δs	przyrost kąta $\Delta\varphi$	$\Delta s = \Delta\varphi \cdot r$
prędkość liniowa $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ w ruchu jednostajnym po okręgu: $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$	prędkość kątowa $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ w ruchu jednostajnym po okręgu: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	$v = \omega \cdot r$



Sposób na zadanie

Korzystanie z praw fizyki i analiza informacji

Zadanie 1. Rowerzysta porusza się bez poślizgu po poziomym odcinku jezdni ze stałą prędkością o wartości $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Koła roweru mają średnicę 70 cm, a wentyl znajduje się w odległości 31 cm od osi obrotu koła. Wykonaj poniższe polecenia dla układu związanego z rowerem.

Zadanie 1.1 (0–1)

Oblicz różnicę dróg przebytych przez wentyl i punkt na obwodzie koła podczas jednego pełnego obrotu koła.

Rozwiązanie:

Wykonajmy rysunek. Zaznaczmy na nim promień koła $R = 35 \text{ cm}$ (połowa średnicy) oraz odległość środka wentyla od osi koła $r = 31 \text{ cm}$.

W układzie odniesienia związanym z ziemią zarówno ruch wentyla, jak i punktu na obwodzie koła to złożenie ruchu po okręgu wokół osi koła z ruchem prostoliniowym całego roweru.

W tym zadaniu wykonamy jednak obliczenia w układzie odniesienia roweru, w którym rower spoczywa, a tylko koło się obraca (tak jakbyśmy koło unieśli nad ziemię i kręcili nim swobodnie).

W czasie jednego obrotu koła zarówno punkt na obwodzie, jak i wentyl przebywają drogi równe długości okręgu, po których się poruszają.

Dla punktu na obwodzie koła: $s_p = 2\pi R$, a dla wentyla: $s_w = 2\pi r$.

Możemy teraz obliczyć każdą z tych dróg, a następnie ich różnicę. Obliczenia będą prostsze, jeśli zapiszemy i uprościmy wzór na różnicę tych dróg:

$$\Delta s = s_p - s_w = 2\pi R - 2\pi r = 2\pi(R - r) \quad \Delta s = 2\pi \cdot (35 \text{ cm} - 31 \text{ cm}) \approx 25 \text{ cm}$$

Odpowiedź: Szukana różnica dróg wynosi ok. 25 cm.

Zadanie 1.2 (0–2)

Oblicz wartość przyspieszenia dośrodkowego wentyla.

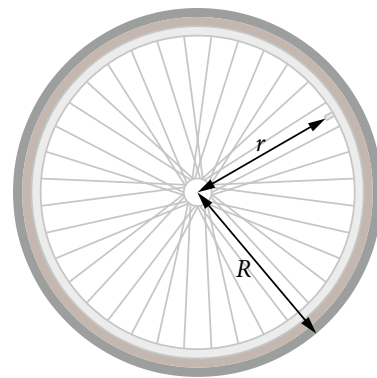
Rozwiązanie:

Do tej pory nie miało znaczenia, jak szybko porusza się rower. Teraz będziemy musieli skorzystać z tej informacji – przecież im szybciej jedzie rower, tym szybciej kręci się koło i tym większe jest przyspieszenie dośrodkowe.

Zauważ, że punkt na obwodzie koła dotykający w danej chwili ziemi nie porusza się względem ziemi. Wobec tego porusza się on względem ramy roweru z taką samą prędkością jak rama względem ziemi, czyli z prędkością $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Cały czas pamiętaj, w jakim układzie odniesienia masz rozwiązać zadanie.

Jeżeli to możliwe, warto wykonać rysunek obrazujący sytuację opisaną w zadaniu.



Dzięki przekształceniu wzorów możemy uprościć rachunki na liczbach.

Jeśli nie wiesz, jak rozwiązać zadanie, poszukaj w jego treści danych, z których jeszcze nie korzystałeś.

W czasie jednego obrotu koła, gdy punkt na obwodzie przebywa w układzie odniesienia roweru drogę $2\pi R$, wentyl przebywa drogę $2\pi r$. Prędkość wentyla stanowi więc ułamek $\frac{r}{R}$ prędkości roweru:

$$v_w = \frac{r}{R} v_{ro}$$

Po podstawieniu danych liczbowych mamy:

$$v_w = \frac{31}{35} \cdot 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{31}{35} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Stąd możemy obliczyć przyspieszenie dośrodkowe:

$$a_d = \frac{v_w^2}{r} \rightarrow a_d = \frac{(8,86 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0,31 \text{ m}} \approx 250 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Przyspieszenie dośrodkowe wentyla wynosi ok. $250 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadanie 1.3 (0–1)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wskaż właściwą odpowiedź. Przeszczenie wentyla tylnego koła względem ramy roweru po czasie równym jednemu okresowi ma wartość:

- A. 0 cm. B. 30 cm. C. 70 cm. D. 188 cm.

Rozwiązanie:

Po pełnym okresie obrotu koła wentyl wraca na początkowe miejsce (względem ramy – rower mógł tymczasem przebyć pewną drogę względem ziemi), więc przeszczenie jest zerowe.

Odpowiedź: A

Warto zapamiętać!

- Zanim rozpoczniesz rozwiązywać zadanie, zdecyduj i zapisz, w jakim układzie odniesienia opisujesz ruch.
- Droga jest skalarem, a przeszczenie wektorem. Droga jest zawsze nieujemna i mierzymy ją wzdłuż linii, po której porusza się ciało, a przeszczenie to wektor łączący początkowe i końcowe położenie ciała.
- Gdy koło toczy się bez poślizgu, prędkość liniowa punktu na obwodzie w układzie odniesienia środka koła jest równa prędkości, z jaką środek koła porusza się względem podłoża.

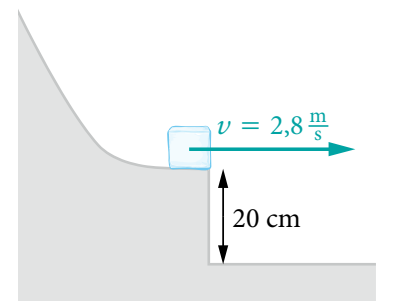
Skoro przed spadkiem kostka poruszała się poziomo, to prędkość początkowa dla tego spadku jest pozioma, a zatem mamy do czynienia z rzutem poziomym.

Zadanie 2. (0–2)

Kostka lodu ześlizguje się po równi pochyłej, a następnie, po przebyciu krótkiego poziomego odcinka, spada z wysokości 20 cm z poziomą prędkością o wartości $2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Oblicz, jak daleko od miejsca opuszczenia poziomego odcinka kostka spadła na ziemię.

Ruch poziomy to złożenie dwóch ruchów. Trzeba określić, który ruch (pionowy czy poziomy) należy wziąć pod uwagę przy obliczaniu szukanej wielkości.



Nie myl wektora przeszczenia z drogą przebytą przez ciało.

Nie zapominaj, w jakim układzie odniesienia rozwiązujesz zadanie.

Rozwiązanie:

Mamy obliczyć zasięg rzutu. W kierunku poziomym, czyli zgodnie z kierunkiem osi x , kostka porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością $v_x = 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zatem:

$$x_{\text{max}} = v_x t$$

gdzie t to czas ruchu kostki.

Czas ruchu kostki to także czas spadania kostki z wysokości $h = 20 \text{ cm}$. Możemy więc go obliczyć ze wzoru na wysokość w spadku swobodnym:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

Zanim podstawimy dane, sprawdźmy jednostkę:

$$[t] = \sqrt{\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}} = \sqrt{\text{s}^2} = \text{s}$$

Obliczamy czas spadania kostki:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 0,2 \text{ s}$$

Teraz możemy obliczyć szukaną odległość:

$$x_{\text{max}} = v_x t = 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,2 \text{ s} = 0,56 \text{ m}$$

Tę odległość nazywamy zasięgiem ruchu.

Odpowiedź: Kostka spadła na ziemię w odległości 0,56 m od miejsca, gdzie opuściła równię.

Warto zapamiętać!

- Rzut poziomy to złożenie ruchów: jednostajnego w kierunku poziomym i spadku swobodnego (ruchu jednostajnie zmiennego z przyspieszeniem o wartości g bez prędkości początkowej).

Zadania analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Na płycie winylowej obracającej się w tempie 33 obrotów na minutę siedzą dwie mrówki: jedna 5 cm od osi obrotu, a druga 7 cm od osi obrotu. Obie są nieruchome względem płyty.

Oblicz różnicę dróg przebytych przez mrówki w czasie jednego obrotu płyty względem podłoża oraz przyspieszenie dośrodkowe mrówki siedzącej dalej od osi.

Zadanie 2. Janek rzucił piłkę z wysokości 1,5 m. Prędkość początkowa piłki była skierowana poziomo i miała wartość $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Oblicz, jak daleko od Janka piłka upadła na ziemię.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

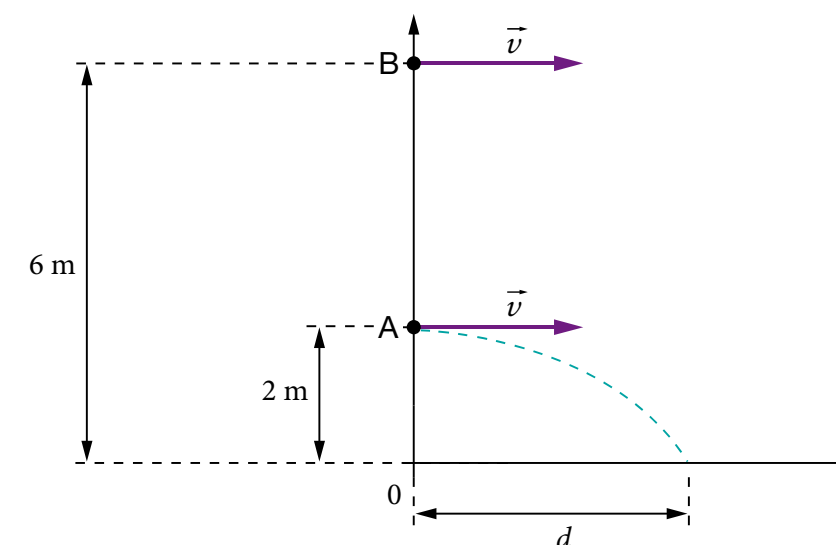
**Zadanie 1. Karuzela**

Dziecko siedzi na karuzeli w odległości 2 m od jej środka. Karuzela kręci się ze stałą prędkością kątową i w ciągu 1 minuty wykonuje 12 obrotów.

Oblicz prędkość liniową oraz prędkość kątową dziecka na karuzeli.

**Zadanie 2. Piłki**

Z dwóch punktów położonych jeden nad drugim wyrzucono jednocześnie piłki z jednakowymi prędkościami $\vec{v}$, skierowanymi poziomo. Piłkę A wyrzucono z wysokości 2 m, a piłkę B – z wysokości 6 m. Zasięg rzutu piłki A wyniósł d (patrz rysunek). Pomiń opór powietrza. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Czasy lotu piłki A i B oznaczmy odpowiednio t_A i t_B .

Zadanie 2.1. Oceń prawdziwość poniższych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

1.	Gdy obie piłki były w ruchu, w każdej chwili linia łącząca środki piłek była ustawiona pionowo.	P	F
2.	Gdy obie piłki były w ruchu, w każdej chwili piłka B znajdowała się 4 m nad piłką A.	P	F
3.	Zasięg rzutu piłki B był 3 razy większy niż zasięg piłki A.	P	F

Zadanie 2.2. Jak zmieniłby się czas t_A , gdyby opisane doświadczenie przeprowadzić na Księżycu, gdzie przyspieszenie grawitacyjne jest 6 razy mniejsze od ziemskiego?

Określ, czy ten czas byłby krótszy czy dłuższy niż na Ziemi. Ile razy?

Zadanie 2.3. Wykaż, że stosunek czasów $\frac{t_A}{t_B}$ na Księżycu byłby taki sam jak na Ziemi.

Zadanie 2.4. Chcemy wyrzucić piłkę B z taką prędkością, aby zasięg rzutu był równy d . Czy ta prędkość powinna być większa czy mniejsza od v ? Ile razy?

Zadanie 3. Ruch pociągu

W pociągu jadącym ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ pasażerowi podczas otwierania walizki wypadła na podłogę książka. Książka spadła z wysokości 2 m. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadanie 3.1. Wybierz poprawne dokończenie zdania.

W układzie odniesienia związanym z wagonem tor ruchu książki jest:

- A. prostą pionową.
- B. prostą poziomą.
- C. prostą nachyloną pod kątem ostrym do pionu.
- D. parabolą.

Zadanie 3.2. Wybierz poprawne dokończenie zdania.

W układzie odniesienia związanym z ziemią tor ruchu książki jest:

- A. prostą pionową.
- B. prostą poziomą.
- C. prostą nachyloną pod kątem ostrym do pionu.
- D. parabolą.

Zadanie 3.3. Określ drogę, jaką przebyła książka w układzie odniesienia związanym z wagonem.

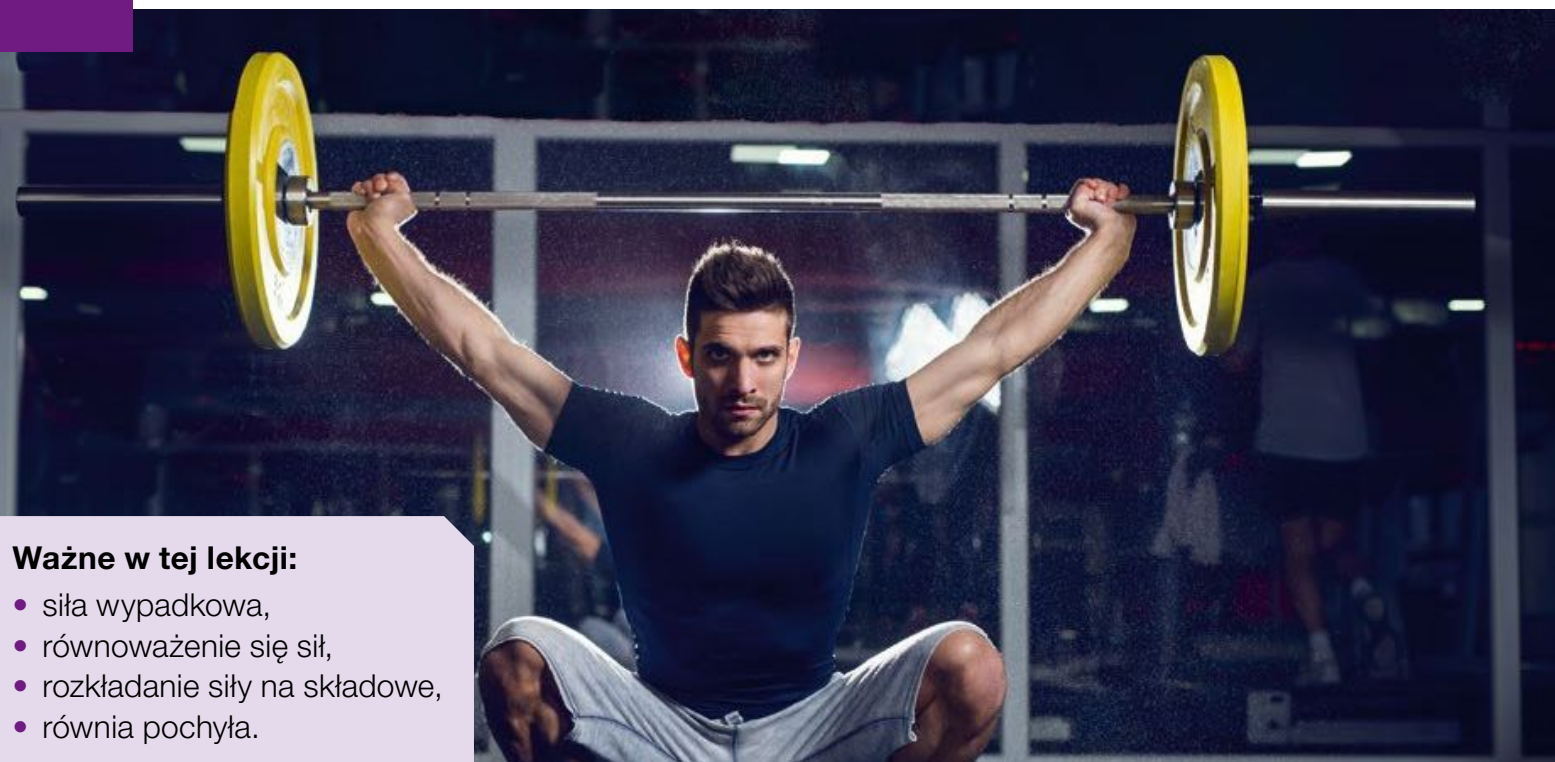
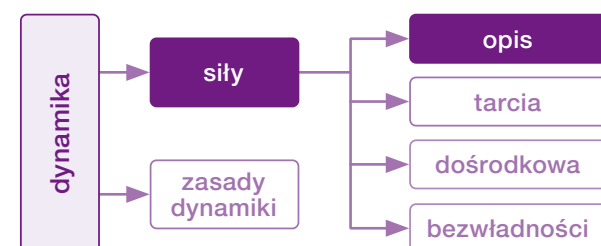
Zadanie 3.4. Uzasadnij, że droga, jaką przebyła książka w układzie odniesienia związanym z ziemią, jest większa od 12,8 m, a mniejsza od 15 m.

4. Ruch i siły

- | | |
|-------------------------------------|----------------------|
| 1. Siły | 4. Siła tarcia |
| 2. Pierwsza i druga zasada dynamiki | 5. Siła dośrodkowa |
| 3. Trzecia zasada dynamiki | 6. Siły bezwładności |



4.1 Siły



Ważne w tej lekcji:

- siła wypadkowa,
- równoważenie się sił,
- rozkładanie siły na składowe,
- równia pochyła.

Przypomnij sobie:

- Siła wypadkowa dwóch lub więcej sił to siła, która przyłożona do ciała, wywołałaby taki sam skutek jak wszystkie te siły łącznie.
- Wektory dodajemy metodą równoległoboku lub metodą trójkąta.

Przypomnij sobie 10, 11
→ s. 9

Dotychczas opisywaliśmy, **jak** poruszają się ciała. Teraz zajmiemy się tym, **dłaczego** poruszają się w taki sposób.

Jak wiesz ze szkoły podstawowej, ciała na siebie oddziałują, a wielkością służącą do opisu tych oddziaływań jest **siła**. To właśnie siła jest potrzebna, aby wprowadzić ciało w ruch, zatrzymać je albo zmienić jego prędkość. Przypomnijmy, że jednostką siły jest niuton:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Jak widzisz, jest to jednostka złożona. Dlaczego ma postać $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, powiemy przy okazji omawiania drugiej zasady dynamiki.

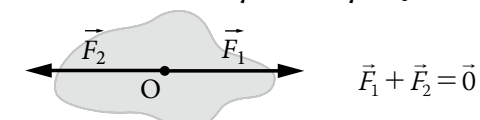
Siła wypadkowa

Często się zdarza, że na ciało działa jednocześnie wiele sił. W takiej sytuacji szukamy **siły wypadkowej**.

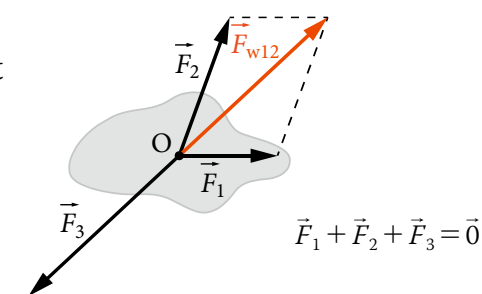
Wiemy już, że siła jest wektorem, a to znaczy, że aby wyznaczyć siłę wypadkową, należy dodać do siebie wektory wszystkich sił.

Równoważenie się sił

Kiedy suma dwóch lub więcej sił działających na ciało jest równa zero, mówimy, że siły się równoważą.



- Wypadkowa dwóch sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$, które działają wzdłuż tej samej prostej i mają jednakowe wartości, a przeciwne zwroty, jest równa zero

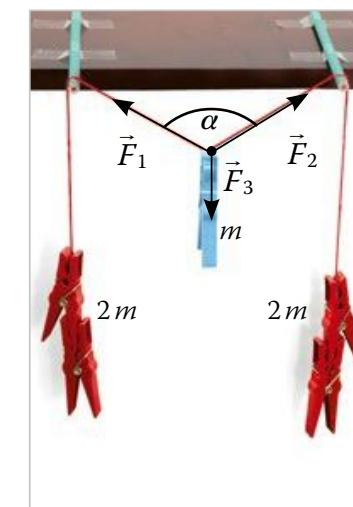


- Wypadkowa trzech pokazanych tu sił: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ i $\vec{F}_3$, jest równa zero (wypadkową $\vec{F}_{w12}$ sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ wyznaczono metodą równoległoboku)

Aby siły mogły się równoważyć, muszą działać na to samo ciało. Na przykład nacisk człowieka na podłogę i nacisk podłogi na stopy człowieka są równe co do wartości i przeciwnie skierowane, ale się nie równoważą, ponieważ są przyłożone do różnych ciał.

Doświadczenie 6

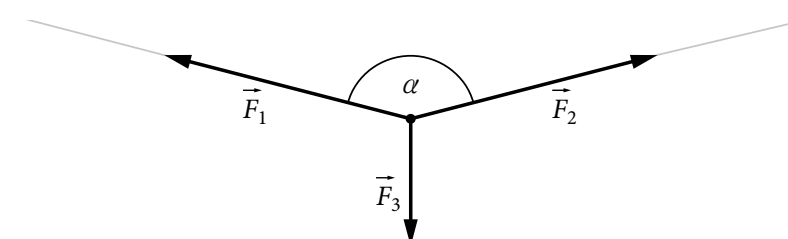
1. Za pomocą taśmy klejącej przyklej do brzegu stołu dwa okrągłe ołówki lub długopisy i przewieś przez nie nitkę lub żyłkę z klamerkami do białiny.
2. Przytrzymaj środkową klamerkę tak, aby odcinek nitki między ołówkami był poziomy, i puść. Klamerka opadnie do położenia, w którym siły będą się równoważyć. Kątomierzem zmierz kąt między nitkami (na zdjęciu α).
3. Pociągnij środkową klamerkę w dół i puść. Klamerka podniesie się do położenia równowagi. Ponownie zmierz kąt między nitkami.
4. Wyniki pomiarów w punktach 2. i 3. mogą się różnić ze względu na siłę tarcia. Pozwoli ci to określić średnią i niepewność pomiaru.
5. Wykonaj doświadczenie jeszcze w dwóch wersjach. Za pierwszym razem zawieś pośrodku dwie klamerki, a za drugim – trzy.



Dlaczego w doświadczeniu 6. jedna klamerka zawieszona pośrodku równoważy pozostałe klamerki? Zajmijmy się przypadkiem, gdy pośrodku znajduje się jedna klamerka, a po bokach – po dwie klamerki (tak jak na zdjęciu do doświadczenia). **Przeanalizujmy to stopniowo.**

• Etap 1.

Rysujemy siły działające na środek sznurka (w miejscu przypięcia niebieskiej klamerki).



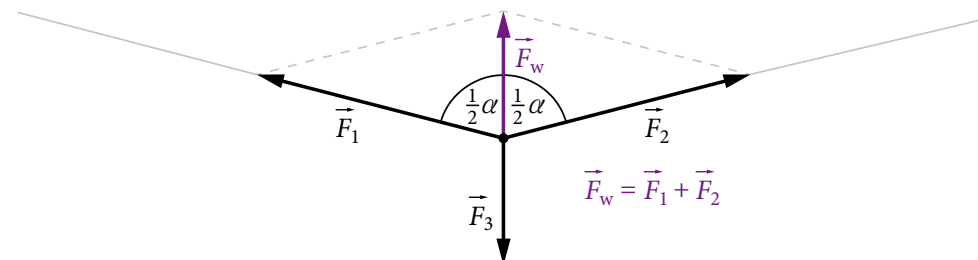
Siła $\vec{F}_3$ to ciężar jednej klamerki, a każda z sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ to siła naprężenia sznurka równa ciężarowi dwóch klamerek. A więc: $F_1 = F_2 = 2F_3$.

Rys. 4.1. Siły działające na środkową klamerkę w doświadczeniu 6.

Dodatek matematyczny 8
→ s. 294

• **Etap 2.**

Konstruujemy wypadkową sił $\vec{F}_1$ oraz $\vec{F}_2$. Korzystamy z metody równoległoboku.

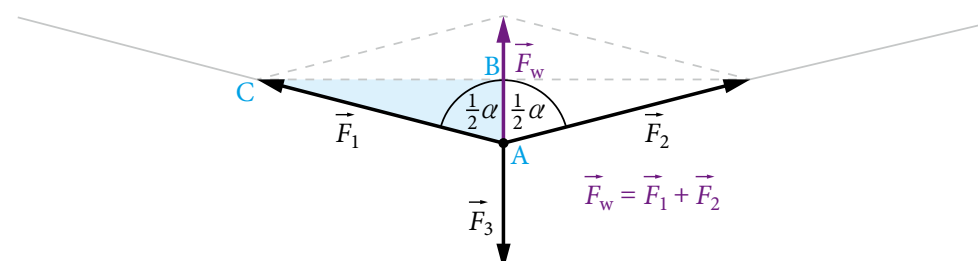


Rys. 4.2. Wyznaczenie siły wypadkowej $\vec{F}_w$ sił $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$

Skoro wszystkie trzy siły się równoważą, to $\vec{F}_3 = -\vec{F}_w$.

• **Etap 3.**

Korzystamy z trygonometrii, żeby obliczyć kąt α między nitkami.



Rys. 4.3. Trójkąt ABC, z którego korzystamy do obliczenia kąta α

Znajdujemy na rysunku trójkąt prostokątny ABC i zapisujemy:

$$\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{\frac{1}{2}F_w}{F_1} = \frac{\frac{1}{2}F_3}{2F_3} = \frac{1}{4}$$

$F_w = F_3$ – patrz etap 2.
 $F_1 = 2F_3$ – patrz etap 1.

Za pomocą kalkulatora lub tablic znajdujemy kąt, którego cosinus wynosi $\frac{1}{4}$. Ma on miarę:

$$\frac{\alpha}{2} \approx 75,5^\circ \rightarrow \alpha \approx 151^\circ$$

- Porównaj wynik swojego doświadczenia z wartością uzyskaną w obliczeniach. Czy mieści się ona w granicach niepewności twojego pomiaru?

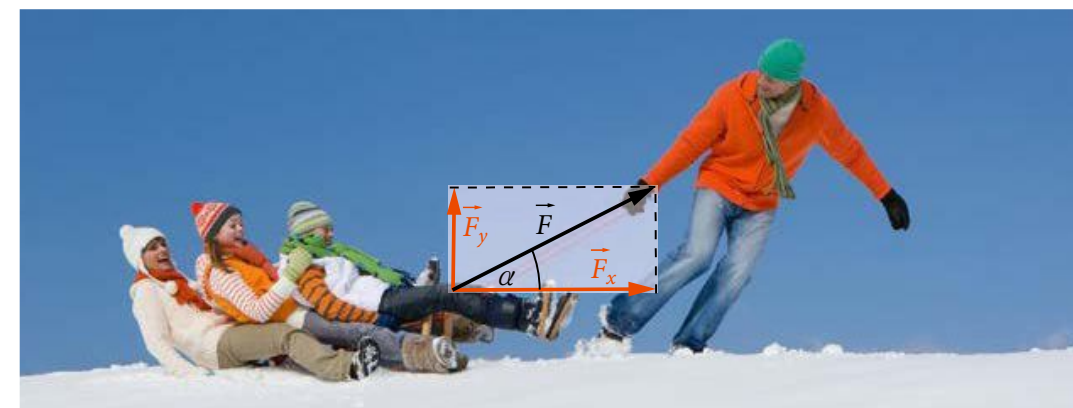
■ **Rozkładanie sił na składowe**

Operacją odwrotną do dodawania wektorów jest rozkład wektora na składowe. Przykład takiego działania przedstawiono na rysunku 4.4 (s. 145). Sznurek przymocowany do sanek jest ciągnięty przez mężczyznę pod pewnym kątem α do podłoża, a sanki poruszają się poziomo. Siłę $\vec{F}$, jaką mężczyzna działa na sanki, możemy przedstawić jako sumę dwóch sił: pionowej $\vec{F}_y$ i poziomej $\vec{F}_x$. Te siły nazywamy **składowymi sił** $\vec{F}$.

Każda ze składowych ma znaczenie dla ruchu sanek:

- składowa pozioma je napędza,
- składowa pionowa powoduje zmniejszenie ich nacisku na śnieg, czyli również – zmniejszenie siły tarcia.

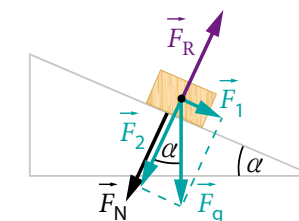
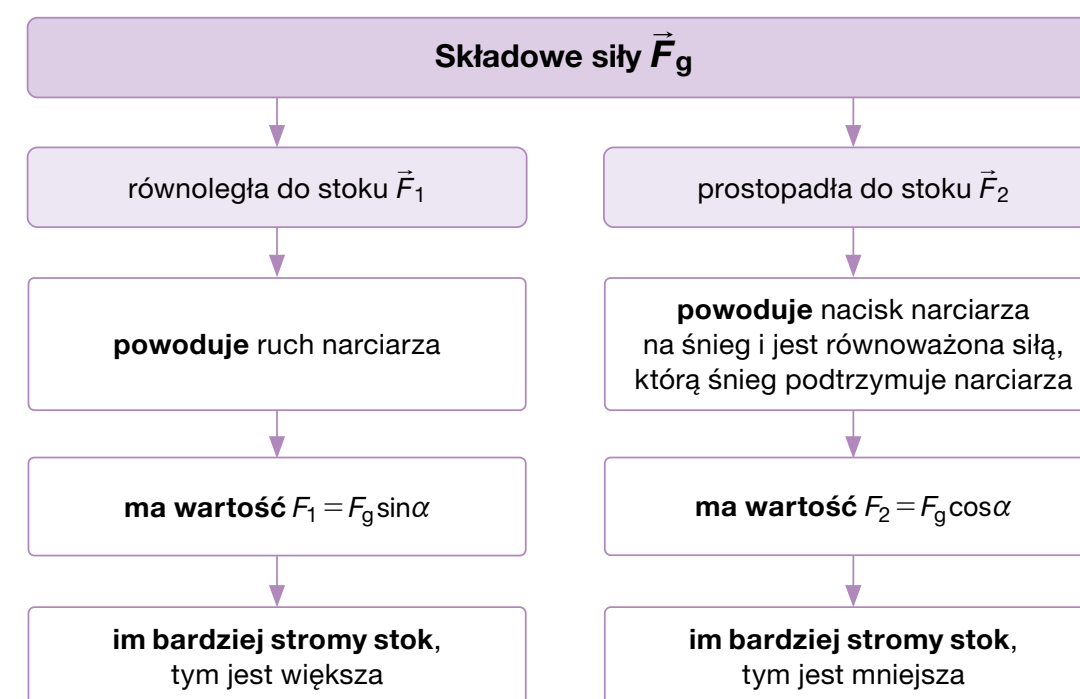
Siłę można rozłożyć na składowe na wiele sposobów, ponieważ kierunki składowych można wybrać dowolnie – tak, jak w danym przypadku jest nam najwygodniej.



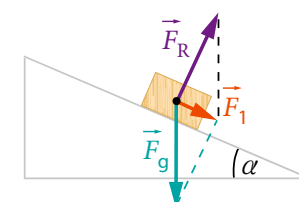
Rys. 4.4. Siłę $\vec{F}$ rozkładamy na składowe: $\vec{F}_x$, powodującą ruch, i $\vec{F}_y$, zmniejszającą nacisk sanek na podłoże

■ **Składowe siły ciężkości na równi pochyłej**

Na ilustracjach na kolejnych stronach przedstawiono narciarza na stoku (s. 146–147). Stok ten jest przykładem **równi pochyłej**. Tym razem siłę ciężkości $\vec{F}_g$ najwygodniej rozłożyć na składowe równoległą i prostopadłą do stoku.



Rys. 4.5. Na narciarza działa siła ciężkości $\vec{F}_g$ którą można rozłożyć na składowe $\vec{F}_1$ oraz $\vec{F}_2$. Narciarz naciska na śnieg siłą $\vec{F}_N$, a śnieg podtrzymuje go siłą $\vec{F}_R$. Siła $\vec{F}_R$ równoważy składową $\vec{F}_2$



Rys. 4.6. Inne spojrzenie: na narciarza działają siła ciężkości $\vec{F}_g$ i siła nacisku śniegu $\vec{F}_R$. Ich wypadkowa $\vec{F}_1$ powoduje ruch narciarza w dół stoku

Siła F_g (a więc też jej składowe) działa na narciarza. Natomiast narciarz działa na śnieg siłą F_N równą F_2 . Zgodnie ze znaną ci ze szkoły podstawowej trzecią zasadą dynamiki śnieg działa wtedy na narciarza przeciwnie skierowaną siłą F_R (rys. 4.5). Ta siła równoważy siłę F_2 . Natomiast siły F_1 nic nie równoważy (na razie pomijamy tarcie), więc powoduje ona ruch przyspieszony narciarza w dół stoku.

Dodatek matematyczny 17
→ s. 299–300

Wykonaj obliczenia dla pozostałych przypadków zbadanych w doświadczeniu i porównaj je z wynikami pomiarów.

Dodatek matematyczny 13
→ s. 297

Rozkład siły ciężkości na równi pochyłej

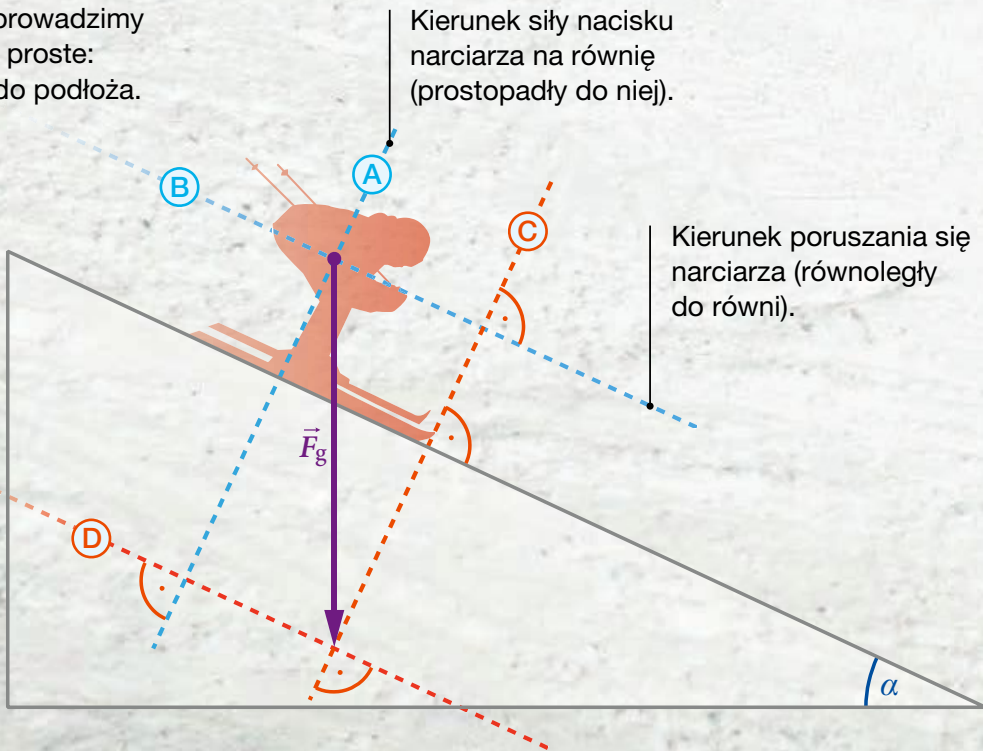
Na ciało znajdujące się na równi pochyłej działa siła ciężkości $\vec{F}_g$. Można ją rozłożyć na składowe: prostopadłą i równoległą do równi. Dla narciarza na zboczu (równi) składowa prostopadła do zbocza powoduje nacisk nart na śnieg, a równoległa – ruch narciarza.



Określenie kierunku sił składowych

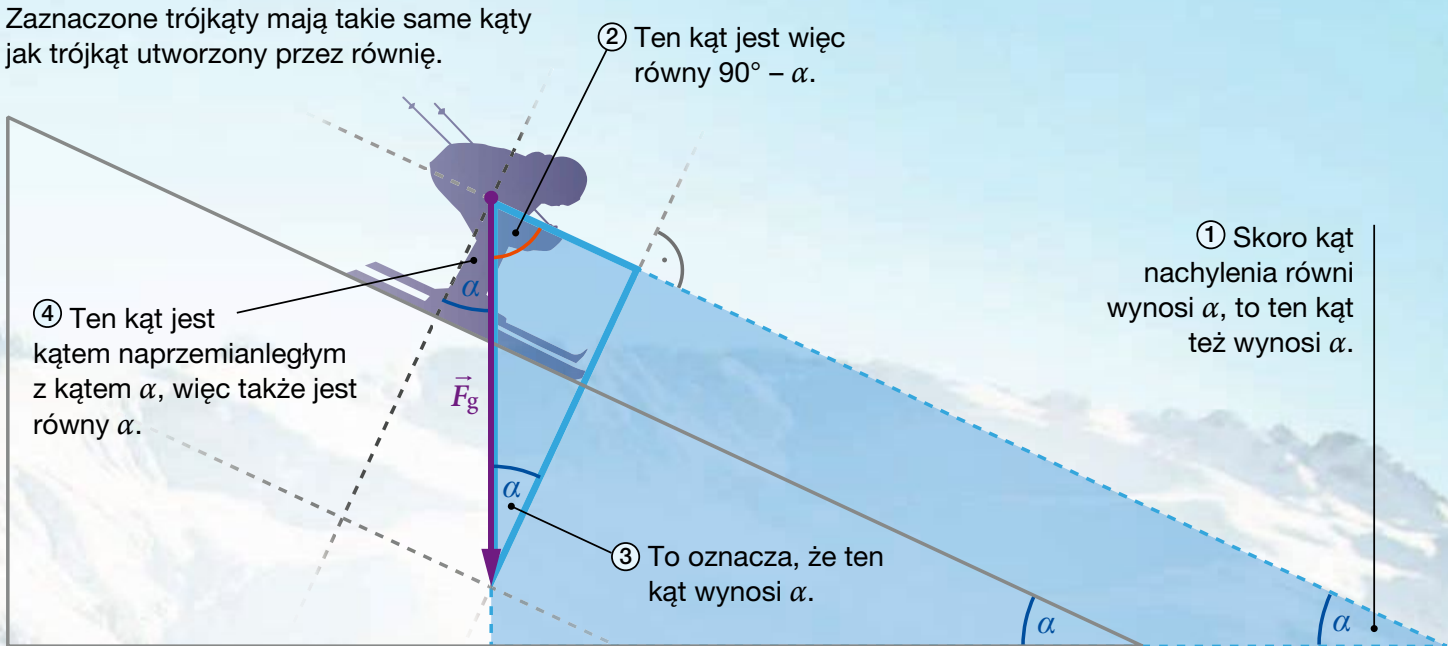
Aby rozłożyć siłę na składowe, prowadzimy przez jej punkt przyłożenia dwie proste: prostopadłą (A) i równoległą (B) do podłoża.

Przez koniec wektora $\vec{F}_g$ prowadzimy proste (C), (D) równoległe odpowiednio do prostych (A), (B).

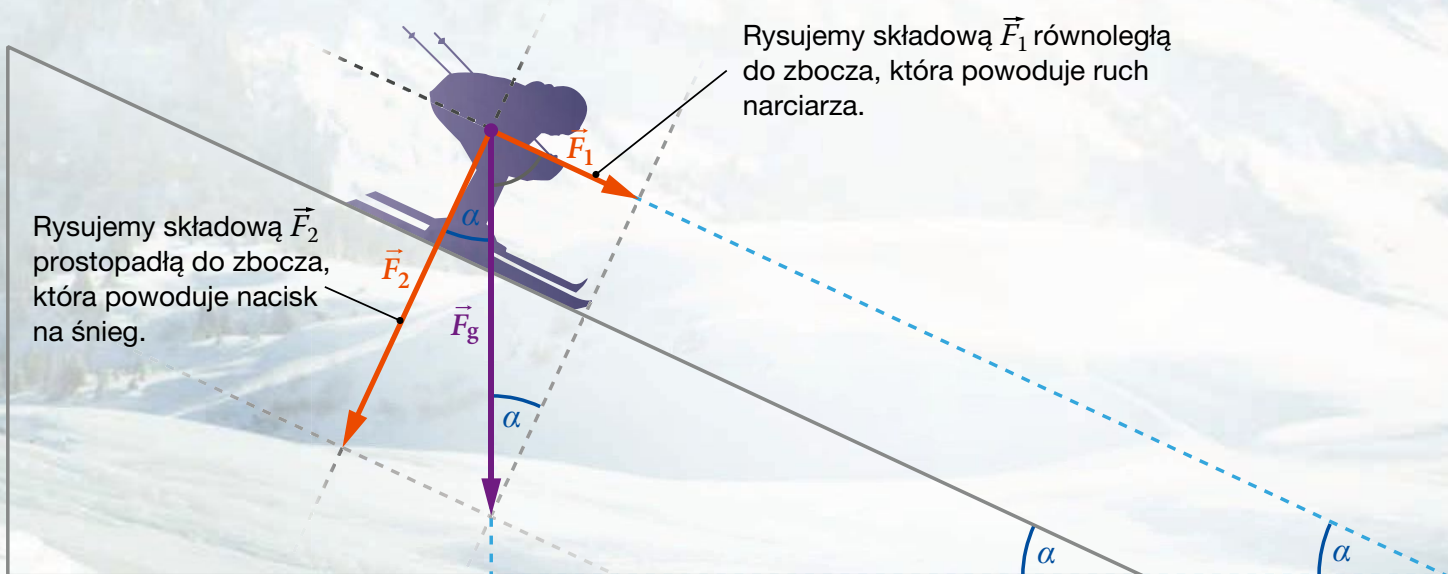


Wyznaczenie kątów

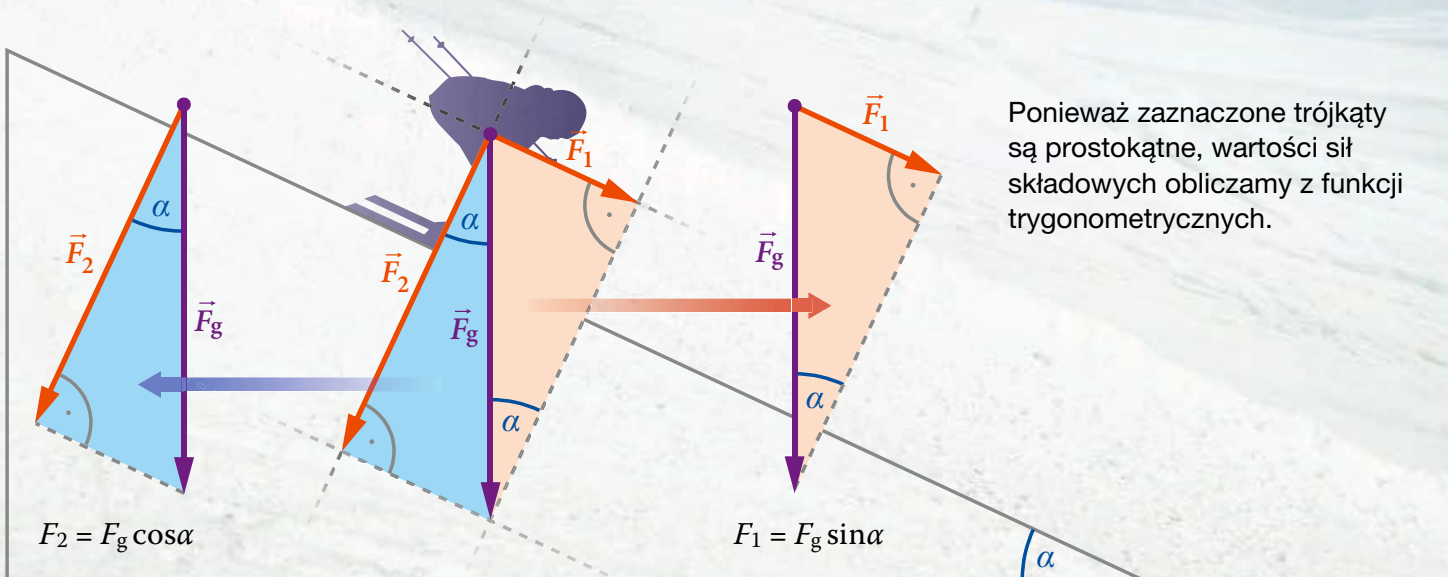
Zaznaczone trójkąty mają takie same kąty jak trójkąt utworzony przez równię.



Rysowanie wektorów sił składowych



Obliczanie wartości sił składowych



Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Samochód ma masę 1000 kg. Aby go poruszyć na luzie (biegu neutralnym) i bez zaciągniętego hamulca ręcznego, potrzebna jest siła 350 N. Jak mocno nachylona może być droga, aby samochód nie stoczył się z niej samorzutnie, gdy zostawimy go na luzie bez zaciągniętego hamulca ręcznego? O ile zmniejszy się nacisk samochodu na drogę w przypadku takiej pochyłości w stosunku do drogi poziomej?

Dane: $m = 1000 \text{ kg}$ – masa samochodu,

$F_{1 \text{ tocz}} = 350 \text{ N}$ – siła potrzebna do poruszenia samochodu

Szukane: α_{tocz} – szukany kąt nachylenia drogi, **zmiana siły nacisku**

Rozwiązanie:

Nachylona droga to przykład równi pochyłej. Ciężar samochodu $F_g = mg$ rozkładamy na siłę równoległą do drogi o wartości F_1 i prostopadłą do drogi o wartości F_2 , tak jak na rysunku.

Siły te (patrz infografika → s. 146–147) mają wartości:

$$F_1 = F_g \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$F_2 = F_g \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

Dla pewnego kąta α_{tocz} siła F_1 osiąga wartość $F_{1 \text{ tocz}} = 350 \text{ N}$ i wtedy samochód zaczyna się toczyć. Dla tego kąta możemy zapisać:

$$F_{1 \text{ tocz}} = mg \sin \alpha_{\text{tocz}} \rightarrow \sin \alpha_{\text{tocz}} = \frac{F_{1 \text{ tocz}}}{mg}$$

W naszym przypadku:

$$\sin \alpha_{\text{tocz}} = \frac{350 \text{ N}}{1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0,036$$

Za pomocą kalkulatora znajdujemy kąt, którego sinus wynosi 0,036, i otrzymujemy:

$$\alpha_{\text{tocz}} \approx 2^\circ$$

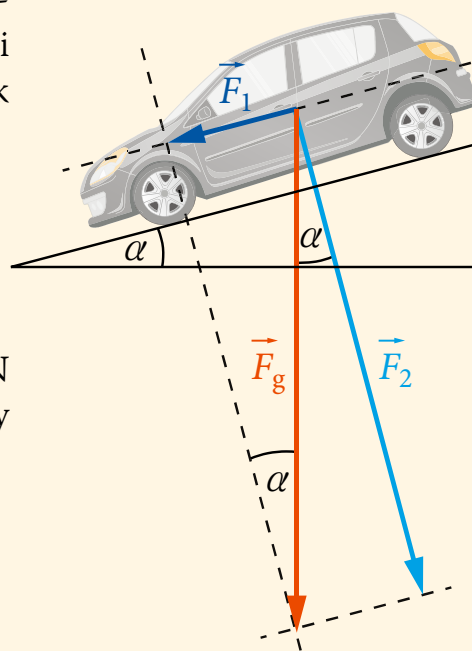
W tej sytuacji nacisk samochodu na drogę będzie stanowił następujący ułamek jego nacisku na poziomą drogę (czyli ciężaru samochodu):

$$\frac{F_2}{F_g} = \frac{mg \cos \alpha_{\text{tocz}}}{mg} = \cos \alpha_{\text{tocz}} = \cos 2^\circ \approx 0,9994 = 99,94\%$$

Odpowiedź: Samochód nie będzie się staczał, gdy nachylenie drogi nie przekroczy 2° .

Nacisk samochodu na drogę będzie o 0,06% mniejszy niż na poziomej drodze.

Uwaga. Aby popchnąć samochód, musimy pokonać opory ruchu, z których część to opory mechanizmu, a część – opory wynikające z toczenia opon po szosie. Te drugie zależą od nacisku samochodu na szosę, ale jak widać z drugiej części odpowiedzi, zmniejszenie nacisku jest tak niewielkie, że mogliśmy go nie brać pod uwagę podczas rozwiązywania zadania.



1. Narysuj w zeszycie dwa prostopadłe wektory sił o wartościach 3 N i 4 N. Przyjmij skalę 1 cm – 1 N. Znajdź wektor wypadkowej tych dwóch sił.

a) Zmierz linijką wartość wektora siły wypadkowej. Porównaj zmierzoną długość z wynikiem obliczeń z twierdzenia Pitagorasa.

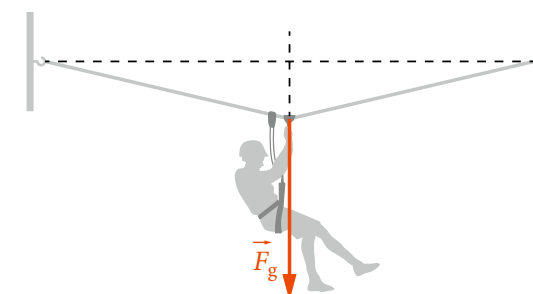
b) Zmierz kątomierzem kąt pomiędzy wektorem siły wypadkowej a wektorem siły 4 N. Porównaj zmierzony kąt z wynikiem obliczeń (z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych).

2. Na ciało działają dwie siły o równej wartości F . Wypadkowa tych dwóch sił również ma wartość F . Jaki jest kąt między tymi siłami? Narysuj w zeszycie opisaną sytuację.

3. i) Narciarz wraz z ubraniem i sprzętem ma masę 90 kg. Zjeżdża on szusem (tzn. prosto w dół) po stoku o nachyleniu 10° . Oblicz wartość siły, jaką naciska na śnieg.

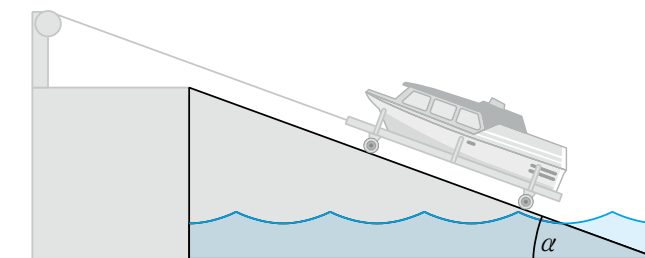
4. Aby samochód o masie 1100 kg ruszył na poziomej drodze, musi na niego działać siła 500 N. Jaką minimalną siłą trzeba działać, aby poruszyć ten sam samochód pod górę na drodze o kącie nachylenia 5° ? Przyjmij, że na obu drogach są takie same opory ruchu.

5. W parku linowym linę rozpięto pomiędzy dwoma drzewami. Jej końce przywiązano do haków, które z kolei przymocowano do pni drzew. Odległość między hakami wynosi 4 m, a długość liny 4,1 m. Na środku liny na uprząży wisi chłopak o masie 70 kg. Ile wynosi siła działająca na każdy z haków?



6. P Do wodowania łodzi lub wyciągania ich na brzeg wykorzystuje się układ złożony z pochylni schodzącej z lądu do wody,

wózka kołowego i wciągarki. Łódź wraz z wozkiem mają masę 250 kg. Pochylnia to równia pochyła o kącie nachylenia do poziomu 20° . Rozważamy sytuację, gdy cała łódź znajduje się nad wodą. Wykonaj polecenia, pomij siłę tarcia.



a) Rozłóż siłę ciężkości wózka z łodzią na składowe działające równoległe i prostopadłe do powierzchni równi.

b) Oblicz naprężenie liny, gdy łódź z wozkiem pozostaje nieruchoma na pochylni.

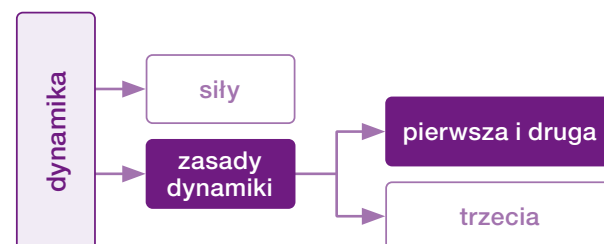
c) Oblicz łączną siłę nacisku kółek wózka na pochylnię.

7. Wykonaj doświadczenie.

a) Włącz elektroniczną wagę kuchenną. Naciśnij na szalkę mocno jednym palcem. Jakie jest wskazanie wagi? Na jego podstawie oblicz siłę naciskającą na szalkę.



b) Postaw na szalce butelkę wody mineralnej z nitką przywiązaną pod zakrętką. Ciągnij ze stałą siłą nitkę do góry, ale tak, aby nie podnieść butelki. Oblicz wartość siły, którą ciągniesz za nitkę. Jeśli nitka szybko się zrywa, oblicz maksymalną siłę jej naciągu.

**Ważne w tej lekcji:**

- opory ruchu,
- zasady dynamiki,
- niezależność ruchów.

Przypomnij sobie:

- Kiedy prędkość i przyspieszenie mają zgodne zwroty, ciało porusza się coraz szybciej, a kiedy zwroty są przeciwne – coraz wolniej.
- Ruch w jednym ze wzajemnie prostopadłych kierunków odbywa się niezależnie od ruchu w drugim z tych kierunków.

Opory ruchu

Czy ciało może się poruszać, gdy nie działa na nie żadna siła? Codzienne obserwacje mogą nie wystarczyć do odpowiedzi na to pytanie.

- Popchnięta szafa zatrzymuje się natychmiast, gdy przestaniemy ją pchać.
- Samochód na prostej, poziomej drodze jedzie jeszcze przez jakiś czas po wyłączeniu silnika, ale w końcu się zatrzymuje.
- Krążek hokejowy może przemieścić się na drugi koniec lodowiska, ale popchnięty po asfalcie zatrzyma się znacznie szybciej.

W rzeczywistości w każdej z opisanych sytuacji na ciało działają siły, które nazywamy **siłami oporów ruchu**: siła tarcia i siła oporu powietrza. Im mniejsze są te siły, tym dłuższą drogę pokonuje ciało bez zatrzymania.

Proste doświadczenie pozwoli nam obserwować ruch odbywający się z niewielkimi oporami.

Siły oporów ruchu:

- tarcie,
- opór ośrodka, np. powietrza.

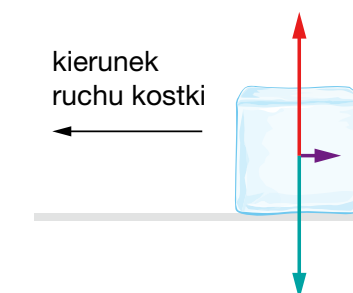
Doświadczenie 7

1. Mocno zmrożoną kostkę lodu pchnij po szybie leżącej na stole.
2. Obserwuj ruch kostki lodu.
3. Opisz siły działające na kostkę lodu.

Na kostkę lodu działają następujące siły (rys. 4.7):

- w kierunku pionowym: **siła ciężkości** i **siła nacisku podłoża** – te siły się równoważą, więc nie mają wpływu na ruch kostki,
- w kierunku poziomym: **niewielkie opory ruchu** – ta siła powoduje bardzo nieznaczne zmniejszenie prędkości, które trudno zaobserwować w doświadczeniu.

Dlatego kostka porusza się praktycznie ze stałą prędkością. Można przypuszczać, że gdyby oporów ruchu **nie było**, kostka w ogóle nie zmieniałaby prędkości.



Rys. 4.7. Siły działające na kostkę lodu poruszającą się po lodzie

Pierwsza zasada dynamiki

Na ogół nie da się zlikwidować oporów ruchu, można jedynie zrównoważyć je za pomocą innej siły. Kiedy samochód porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym, opory ruchu $\vec{F}_o$ są zrównoważone przez siłę $\vec{F}$ działającą do przodu (rys. 4.8). Jest to przykład zastosowania **pierwszej zasady dynamiki**, która brzmi:

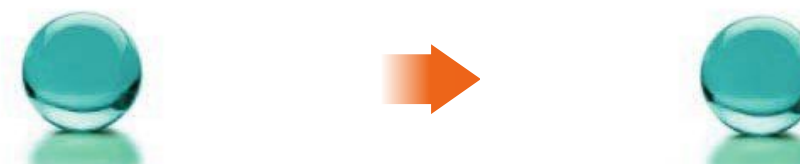
Jeśli na ciało nie działa żadna siła albo działające na nie siły się równoważą, to ciało spoczywające będzie nadal spoczywać, a ciało poruszające się wciąż będzie się poruszać z tą samą prędkością po linii prostej (patrz diagram poniżej).



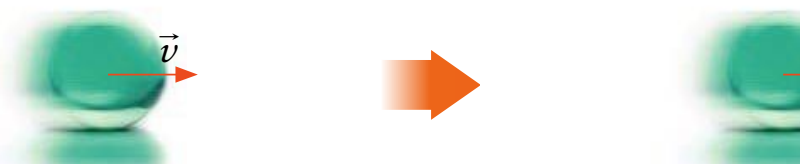
Rys. 4.8. Podczas jazdy ze stałą prędkością siły działające na pojazd się równoważą ($F_o = F$)

Kiedy siła wypadkowa jest równa zero, wtedy:

jeśli ciało spoczywało, to nadal będzie **spoczywać**,



jeśli ciało się poruszało, to nadal będzie się **poruszać**, bez zmiany prędkości (wartości, kierunku i zwrotu).



■ Bezwładność

Właściwość ciał polegająca na tym, że zmiana ich prędkości wymaga działania siły, nazywamy **bezwładnością**.

Na podstawie pierwszej zasady dynamiki można stwierdzić, że bezwładność jest cechą wszystkich ciał. Dlatego pierwszą zasadę dynamiki często nazywamy **zasadą bezwładności**.



Rys. 4.9. Arystoteles
(384 p.n.e. – 322 p.n.e.)

■ Od Arystotelesa do Newtona

Przez niemal dwa tysiące lat w nauce panował pogląd sformułowany przez **Arystotelesa**, że do utrzymania ciała w ruchu jednostajnym prostoliniowym jest konieczna siła. Arystoteles nie traktował oporów ruchu, np. tarcia, jako jednej z sił działających na ciało.

Dopiero **Galileusz** (1564–1642) na podstawie własnych doświadczeń wyraził pogląd, że do podtrzymania ruchu nie jest potrzebna żadna siła. On pierwszy zrozumiał, że jeżeli usuniemy przeszkody ruchu, to zniknie potrzeba podtrzymywania go przez siłę wypadkową.

Jednak Galileusz nie potrafił podać zasady bezwładności. Nie znał pojęcia siły ciężkości i dlatego przyjął, że gdyby ciało puszczane po powierzchni Ziemi miało poruszać się po prostej, to byłaby ona styczna do powierzchni Ziemi, więc po odpowiednio długim czasie ciało znalazłoby się na dużej wysokości, co – jak słusznie uznał – nie powinno się zdarzyć w sytuacji, gdy nie działa na nie żadna siła.

Zasadę bezwładności sformułował dopiero **Izaak Newton** w 1687 r. W dziele *Matematyczne podstawy filozofii przyrody* ujął ją następująco:

„Każde ciało pozostaje w stanie spoczynku lub w ruchu jednostajnym o stałym kierunku, dopóki nie zostanie zmuszone do zmiany tego stanu przez działające na nie siły”.



Rys. 4.10. Izaak Newton
(1643–1727)

■ Badanie zależności przyspieszenia od siły

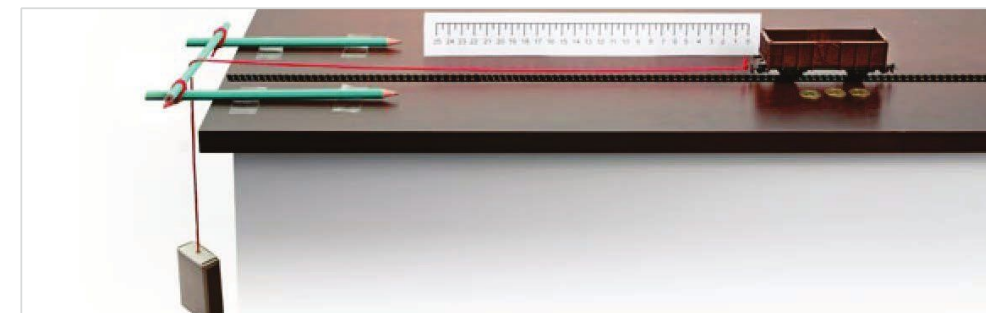
Gdy działające na ciało **siły się nie równoważą**, jego prędkość się zmienia, co oznacza, że **porusza się ono z pewnym przyspieszeniem**. Zbadamy, jak to przyspieszenie zależy od działającej siły.

A to ciekawe

Przykładem ciała, na które działają minimalne siły, jest sonda kosmiczna przebywająca z dala od ciał niebieskich, np. Voyager 1 (czyt. wojadżer), która w 2012 r. opuściła Układ Słoneczny i jako pierwszy pojazd zbudowany na naszej planecie rozpoczęła podróż międzygwiazdową. W odległości ponad 18 mld km od Słońca nasza gwiazda działa na nią siłą grawitacji o wartości ok. 25 mln razy mniejszej niż ciężar sondy na Ziemi. Jej prędkość (ok. $15 \frac{\text{km}}{\text{s}}$) pozostaje w tej sytuacji niemal stała.

Doświadczenie 8

1. Przygotuj mały, zabawkowy wagonik lub samochodzik. Od strony podwozia lub zderzaka przyczep nitkę długości ok. 70 cm tak, aby można było za nią ciągnąć pojazd. Drugi koniec nitki przyklej, np. taśmą klejącą, do wewnętrznej części pudełka od zapalek i nasuń na nie zewnętrzną część tego pudełka.
2. Postaw pojazd na stole, równoległe do jego dłuższej krawędzi. Za nim (patrzac od strony dłuższego boku stołu) umieść podziałkę centymetrową. Wykonaj bloczek z ołówków i taśmy klejącej (patrz zdjęcie). Przewieś przez niego nitkę przyczepioną do pojazdu.
3. Umieść z boku układu kamerę tak, aby mogła filmować ruch pojazdu wzdłuż podziałki.
4. Do wagonika lub pudełka na samochodziku włóż trzy monety jednogroszowe, a do pudełka wiszącego na sznurku – jedną. Puść pojazd od punktu 0 podziałki, a pudełko na nitce pociągnie go i wprawi w ruch przyspieszony. Sfilmuj ten ruch.
5. Powtórz doświadczenie jeszcze 3 razy – za każdym razem przekładaj po jednej monecie z pojazdu do wiszącego pudełka.
6. Na podstawie filmu wyznacz przyspieszenie układu w każdym przypadku. Możesz skorzystać z programu Tracker (patrz projekt → s. 133).
7. Oblicz siłę działającą na pojazd w każdym z przedstawionych przypadków. Zaznacz wartości przyspieszenia i siły na osiach układu współrzędnych. Narysuj wykres przedstawiający zależność przyspieszenia pojazdu (i całego układu) od działającej siły $a(F)$. Jaki kształt ma ten wykres?
8. Zastanów się nad rolą oporów ruchu w tym doświadczeniu i pomyśl, jak można je zminimalizować.



Jeżeli używasz samochodzika, przymocuj do jego dachu wewnętrzną część pustego pudełka od zapalek. Będziesz do niego wkładać monety obciążające samochodzik.

masa pudełka od zapalek = 4 g,
masa jednogroszowej monety = 1,64 g

Zauważ, że w kolejnych etapach doświadczenia masa m całego układu jest stała, równa sumie mas pojazdu, pudełka i monet. Chociaż pudełko porusza się w pionie, a wagonik w poziomie, przyspieszenie układu jest co do wartości takie samo jak w przypadku ciała o masie m poruszającego się po prostej.

Na podstawie tego doświadczenia nie tylko możemy stwierdzić, że przy stałej masie układu przyspieszenie rośnie wraz z działającą siłą, lecz także – jest do niej wprost proporcjonalne.

■ Badanie zależności przyspieszenia od masy

Zbadajmy, jak przyspieszenie ciała zależy od jego masy. W tym celu wykorzystajmy układ z poprzedniego doświadczenia.

Jeśli $m = \text{const}$, to przyspieszenie jest wprost proporcjonalne do działającej siły $a \sim F$.

Doświadczenie 9

1. Do wiszącego pudełka włóż monetę jednogroszową, a do wagonika lub pudełka na samochodziku – monetę jednozłotową. Puść pojazd i sfilmuj jego ruch.
2. Zważ wagonik lub samochodzik (wraz z zamocowaną na nim wewnętrzną częścią pudełka), nitkę z wiszącym pudełkiem i użytymi monetami.
3. Powtórz doświadczenie kilkakrotnie i za każdym razem zwiększaj liczbę monet włożonych do wagonika. Możesz dokładać od razu po kilka monet, aby w kolejnych pomiarach masa układu znacznie się różniła.
4. Sporządź wykresy zależności przyspieszenia od masy $a(m)$ i przyspieszenia od odwrotności masy $a(\frac{1}{m})$. Pamiętaj, że masa całego układu obejmuje także wiszące pudełko i jego zawartość. Który z narysowanych wykresów ma kształt prostej?

Jeśli $F = \text{const}$, przyspieszenie jest wprost proporcjonalne do odwrotności masy ciała: $a \sim \frac{1}{m}$.

Z doświadczenia wnioskujemy, że przyspieszenie wywołane przez stałą siłę jest odwrotnie proporcjonalne do masy ciała – wykres zależności $a(\frac{1}{m})$ jest linią prostą. Zgadza się to z codziennymi obserwacjami. Na przykład mocno obciążony samochód rozpędza się wolniej niż pusty.

Druga zasada dynamiki

Gdy połączymy wyniki z obu ostatnich doświadczeń, możemy sformułować **drugą zasadę dynamiki**:

Przyspieszenie, z jakim porusza się ciało o masie m , jest wprost proporcjonalne do siły wypadkowej $\vec{F}$ działającej na to ciało i odwrotnie proporcjonalne do jego masy. Kierunek i zwrot przyspieszenia są takie same jak kierunek i zwrot siły:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Zwróć uwagę, że zapis wektorowy $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ nie jest uzupełnieniem drugiej zasady dynamiki, ale zawiera całą jej treść, zapisaną wcześniej słownie:

- Przy dzieleniu wektora przez liczbę dodatnią nie zmienia się jego kierunek i zwrot, więc przyspieszenie jest skierowane tak jak siła.
- Dla wartości siły i przyspieszenia otrzymujemy zależność $a = \frac{F}{m}$, a z niej wynikają kolejne wnioski:
- Siła znajduje się w liczniku ułamka, więc jeśli ją zwiększymy, to tyle samo razy **zwiększy** się sam ułamek.
- Masa znajduje się w mianowniku ułamka, więc jeśli ją zwiększymy, to tyle samo razy **zmniejszy** się sam ułamek.

Jednostka siły

Wzór $a = \frac{F}{m}$ możemy zapisać również w przekształconej postaci $F = ma$. Na podstawie tego wzoru definiujemy jednostkę siły: jeden niuton to siła, która ciału o masie jednego kilograma nadaje przyspieszenie $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

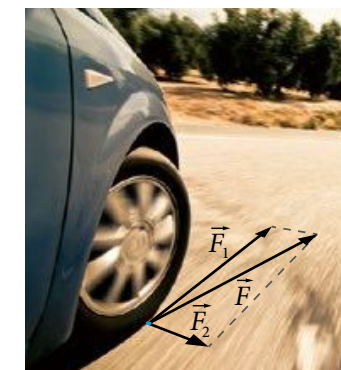
Mnożenie wektora przez liczbę
→ s. 47

Jednostka siły – **niuton**
 $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Ruch przyspieszony – różne możliwości

Poruszanie się z przyspieszeniem nie zawsze oznacza zwiększanie się wartości prędkości.

- Jeśli siła wypadkowa (a więc także przyspieszenie) jest skierowana zgodnie z wektorem prędkości, to wartość prędkości rośnie.
- Jeśli siła jest skierowana przeciwnie do prędkości, to wartość prędkości maleje.
- Siła prostopadła do wektora prędkości powoduje zmianę jego kierunku – jest tak zawsze w ruchu jednostajnym po okręgu (więcej w lekcji 4.5).
- Jeśli siła nie jest ani równoległa, ani prostopadła do kierunku ruchu, to możemy ją rozłożyć na składowe: równoległą i prostopadłą do tego kierunku. Składowa równoległa powoduje zmianę wartości prędkości, a składowa prostopadła – zmianę kierunku prędkości (rys. 4.11).



Rys. 4.11. Siłę wypadkową $\vec{F}$ działającą na samochód możemy rozłożyć na składowe:
• $\vec{F}_1$ powodującą zwiększenie wartości prędkości,
• $\vec{F}_2$ powodującą zmianę kierunku prędkości

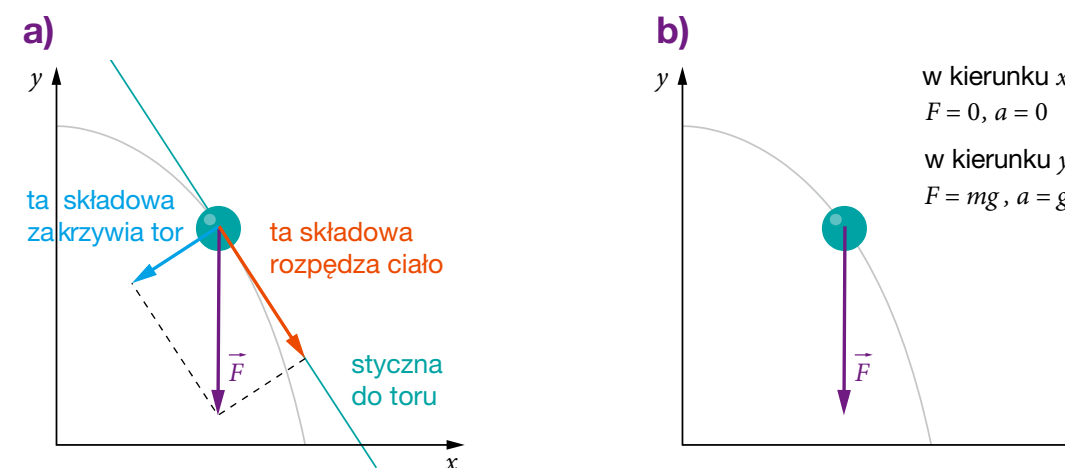
Niezależność ruchów

Możemy postąpić także inaczej: rozłożyć zarówno prędkość, jak i siłę na składowe zgodnie z kierunkami wybranego przez nas układu współrzędnych, np. składową poziomą i pionową. Każda ze składowych siły powoduje zmianę odpowiedniej składowej prędkości.

W ten właśnie sposób można wyjaśnić niezależność ruchów, omawianą przez nas dla rzutu poziomego, w którym siła ma kierunek pionowy. Jej pozioma składowa jest więc równa zero, dlatego ruch w kierunku poziomym jest jednostajny. Składowa pionowa tej siły jest równa ciężarowi ciała, dlatego ruch w pionie zachodzi tak jak spadek swobodny.

Niezależności ruchów
→ s. 107

Oba powyższe sposoby analizy przedstawia na przykładzie rzutu poziomego rysunek 4.12. Rozkład siły na składowe: styczną i prostopadłą do kierunku ruchu (rys. 4.12a), pozwala łatwiej zrozumieć, dlaczego ciało zmienia kierunek ruchu i dlaczego się rozpędza. Jednak do obliczeń wygodniejszy jest rozkład na składowe poziomą i pionową (rys. 4.12b).



Rys. 4.12. Dwa spojrzenia na rzut poziomy. Rozkład siły na składową prostopadłą i równoległą do kierunku ruchu ciała (a) oraz zgodnie z wybranym układem współrzędnych (b)

Masa jako miara bezwładności

Wiesz już, że bezwładność jest cechą ciała, z której powodu zmiana jego prędkości wymaga działania siły. Z drugiej zasady dynamiki wynika, że im większa jest masa ciała, tym trudniej zmienić jego prędkość. Bezwładność ciała jest więc tym większa, im większa jest jego masa.

Masa jest miarą bezwładności ciała.

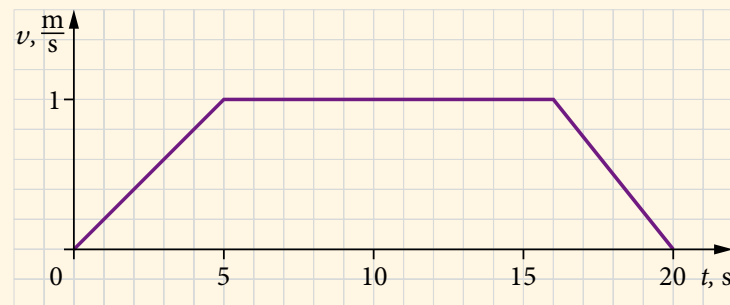
Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Dźwig podnosi betonowy element o masie 800 kg. Zmiany prędkości elementu przedstawia wykres. Oblicz wartość siły, jaką dźwig działała na ten element w chwili $t = 18$ s. W którą stronę była zwrócona ta siła? Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Dane: $m = 800$ kg, $t = 18$ s, **dane** z wykresu

Szukane: F – wartość siły, jaką dźwig działa na ciało, **zwrot** tej siły

Rozwiązanie:

Na początku **przeanalizujmy siły**.

Na podnoszony element działają dwie siły: siła ciężkości $\vec{F}_g$ oraz siła, którą działa dźwig $\vec{F}$. Ich wypadkowa, jeżeli jest różna od zera, powoduje, że element zmienia prędkość.

Rozważana chwila $t = 18$ s należy do przedziału czasu, kiedy prędkość podnoszonego elementu malała. Działo się tak, ponieważ wypadkowa była zwrócona przeciwnie do zwrotu prędkości (kierunku ruchu), czyli w dół.

Możemy to przedstawić na schematycznych rysunkach.

Między **wartościami** sił zachodzi zależność:

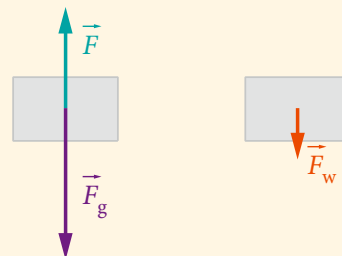
$$F_w = F_g - F$$

Możemy z niej wyznaczyć szukaną wartość siły F :

$$F = F_g - F_w$$

Potrzebujemy więc obliczyć siłę ciężkości i siłę wypadkową działające na betonowy element. Znamy masę elementu, więc bez problemu wyznaczymy siłę ciężkości:

$$F_g = mg = 800 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8000 \text{ N}$$



➔ Z wykresu możemy odczytać, że w czasie 4 s prędkość zmniejszyła się o $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a więc przyspieszenie miało wartość:

$$a = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s}} = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Siła wypadkowa miała zatem wartość:

$$F_w = ma = 800 \text{ kg} \cdot 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 200 \text{ N}$$

Teraz z zapisanej wcześniej zależności obliczamy szukaną wartość siły:

$$F = F_g - F_w$$

$$F = 8000 \text{ N} - 200 \text{ N} = 7800 \text{ N}$$

Odpowiedź: Dźwig działał na element siłą o wartości 7800 N, zwróconą w górę.

Uwaga. Pytano nas o zwrot siły F , a **nie** siły wypadkowej.

Obliczamy tylko wartość, więc nie interesuje nas znak.

Korzystamy z II zasady dynamiki.

- Samochód o masie 1500 kg jechał z prędkością $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a następnie w czasie 4 s rozprędził się do $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Oblicz siłę wypadkową, jaka spowodowała jego rozprędzenie.
- P** W przykładzie powyżej była mowa o dźwigu podnoszącym ciało o masie 800 kg.

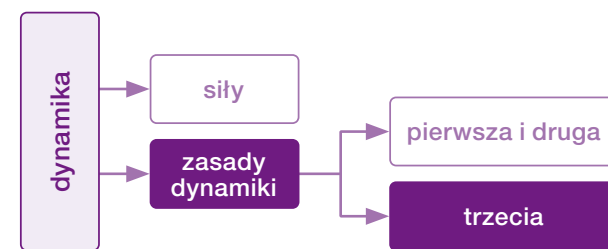
 - Oblicz wartość siły, jaką dźwig działał na element w chwili $t = 4$ s. Określ jej kierunek i zwrot.
 - Oblicz, na jaką wysokość dźwig podniósł element.
- Dwie kulki puszczone równocześnie z tą samą prędkością po torach, których widok z boku przedstawia rysunek. Kulka A ma do przebycia krótszą drogę. Jednak kulka B część swojej drogi przebędzie z większą prędkością. Która z kulek wygra ten wyścig? A może będzie remis?
- Wykonaj doświadczenie.
 - W dnie plastikowej butelki wykonaj otwór i od zewnątrz przewlec przez niego nie przywiązaną do gwoździka lub zapalki.
 - Zatkaj palcem otwór w dnie butelki. Nalej do niej tyle wody, aby ją obciążyć, ale jednocześnie nie nadwyrężyć nici, czyli tyle, aby nie była zbyt mocno naciągnięta i nie urwała się pod ciężarem butelki. Zakręć butelkę.
 - Powieś butelkę na nici. Uważaj, aby poniżej nie znalazły się przedmioty, które mogłyby zostać uszkodzone.
 - Do końca butelki z nakrętką przymocuj taką samą nitkę, jakiej używałeś wcześniej do jej powieszenia.
 - Ciągnij w dół wolny koniec nitki: za pierwszym razem szarp nitkę, za drugim – stopniowo zwiększaj siłę.
 - Czy urywa się dolna czy górna nitka? Od czego to zależy? Wyjaśnij wyniki doświadczenia.

Wskazówka. Rozważ tylko poziomą składową prędkości i jej zmiany zgodnie z zasadą niezależności ruchów.



4.3

Trzecia zasada dynamiki



Ważne w tej lekcji:

- wzajemność oddziaływań,
- opis zjawisk z zastosowaniem trzeciej zasady dynamiki.

Przypomnij sobie:

- Aby siły się równoważyły, muszą działać na to samo ciało.
- Ciało o większej masie trudniej wprawić w ruch.

■ Oddziaływania są wzajemne

Kiedy opisujemy oddziaływania, zawsze mówimy o oddziaływaniach między ciałami, np. o oddziaływaniu między piłką a piłkarzem, a nie tylko o oddziaływaniu jednego ciała na drugie.

Oddziaływania zawsze są **wzajemne**: gdy piłkarz uderzy nogą piłkę, piłka uderza piłkarza w nogę. Jeśli piłkarz kopnie piłkę mocno, może poczuć ból taki sam jak w sytuacji, gdy ktoś go uderzy.

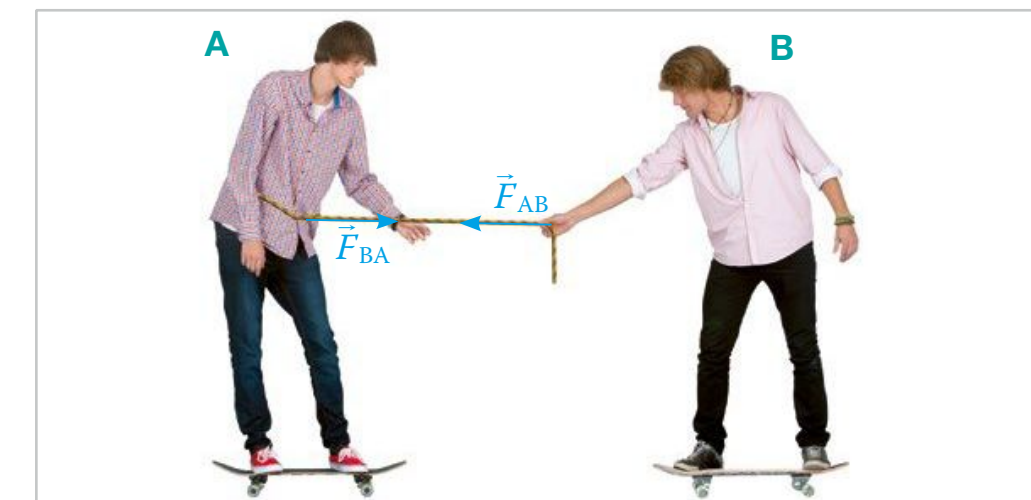
Warto pamiętać, że aby ciała na siebie oddziaływały, nie muszą wchodzić w bezpośredni kontakt (stykać się). Dzieje się tak na przykład wtedy, gdy magnes przyciąga stalową śrubę znajdującą się kilka centymetrów od niego (a więc także śruba przyciąga magnes).

■ Wzajemność oddziaływań

Wykonajmy proste doświadczenie, aby przekonać się o wzajemności oddziaływań.

Doświadczenie 10

1. Dwie osoby stoją naprzeciw siebie na jednakowych deskorolkach. Powinny przyjąć taką pozycję, aby po ewentualnym zadziałaniu siły przesuwali się z niewielkimi oporami w przód lub w tył.
2. Jedna z osób obwiązuje się w pasie liną (patrz zdjęcie).
3. Druga osoba chwyta wolny koniec liny i ciągnie. Co obserwujecie?



W doświadczeniu obserwujemy, że poruszają się obie osoby. Zauważmy, że ruch odbywa się wzdłuż tej samej prostej, ale w przeciwne strony. Fakt, że porusza się osoba obwiązana liną w pasie, nie zaskakuje. Ale kto ciągnie drugą z osób uczestniczących w doświadczeniu? Mimo wszystko ruch ten nie powinien nas dziwić, jeżeli przypomnimy sobie o wzajemności oddziaływań, omawianej na początku tematu.

Osoba A porusza się w prawo, a osoba B w lewo.

■ Trzecia zasada dynamiki

Wnioski z tego i innych doświadczeń prowadzą do sformułowania **trzeciej zasady dynamiki**, która brzmi:

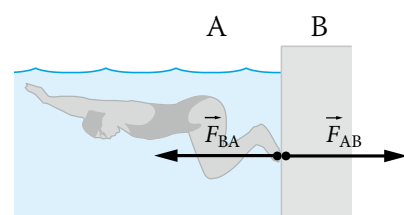
Gdy ciało A działa na ciało B siłą $\vec{F}_{AB}$, to ciało B działa na ciało A siłą $\vec{F}_{BA}$. Siły te mają jednakową wartość i jednakowy kierunek, ale przeciwne zwroty i są przyłożone do różnych ciał.

W zapisie wektorowym:
 $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$

Siły $\vec{F}_{AB}$ i $\vec{F}_{BA}$ są przejawami tego samego oddziaływania, dlatego są **równoczesne**, a ich natura jest jednakowa: albo są to dwie siły grawitacyjne, albo dwie siły magnetyczne itd. Gdy szafa stoi na podłodze i działa na nią pewną siłą nacisku, wtedy podłoga także działa na szafę pewną siłą nacisku. Pamiętaj, że siły wzajemnego oddziaływania się **nie równoważą** – są przyłożone do różnych ciał.

■ Równe siły – różne skutki

Bywa tak, że skutków działania jednej z sił wzajemnego oddziaływania nie możemy zaobserwować bezpośrednio. Gdy podczas zmiany



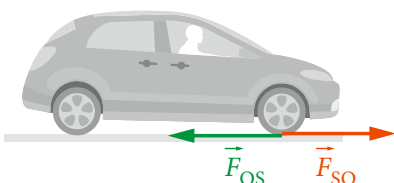
Rys. 4.14. Pływak pcha ścianę siłą $\vec{F}_{AB}$, a ściana pcha pływaka siłą $\vec{F}_{BA}$. To ta druga siła powoduje ruch pływaka

Rys. 4.13. Piłka oddziałuje na siatkę – powoduje zmianę jej kształtu, a siatka oddziałuje na piłkę – zatrzymuje ją

kierunku ruchu pływak odpycha się od ściany basenu, nie widzimy, że odpycha ją do tyłu. Ruchu ściany basenu nie obserwujemy, ponieważ razem z nią pływak pcha cały budynek i całą Ziemię, a jej ogromna masa sprawia, że siła mięśni jej nie przesunie w sposób zauważalny. Nie zmienia to jednak faktu, że siła, jaką pływak pcha ścianę, i siła, jaką ściana pcha pływaka, mają taką samą wartość.

Trzecia zasada dynamiki i wprawianie ciał w ruch

Trzecia zasada dynamiki zawsze towarzyszy nam wtedy, gdy chcemy wprawić w ruch własne ciało albo pojazd, w którym się znajdujemy. Nie da się zadziałać siłą na samego siebie. Dlatego aby poruszać się w określoną stronę, musimy zadziałać na inne ciało siłą skierowaną w stronę przeciwną. Zwróć uwagę na pływaka (rys. 4.14, s. 159): chce on popłynąć w lewo, a siła, którą działa na ścianę basenu, ma zwrot w prawo. Jeżeli płyniesz kajakiem, to wiosłami odpychasz wodę do tyłu, aby przemieszczać się do przodu. Podobnie opona samochodu działa na nawierzchnię szosy siłą $\vec{F}_{OS}$ skierowaną do tyłu, a szosa popycha samochód do przodu siłą $\vec{F}_{SO}$ (rys. 4.15).



Rys. 4.15. Siły wzajemnego oddziaływania między oponą a szosą

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZCIE



1. Gdy siedzący w kajaku człowiek wiosłuje, jego wiosło działa siłą na wodę, a nie na kajak. Dlaczego więc powoduje ruch kajaka?

2. Wśród poniższych przykładów A–D znajdź wszystkie pary:

- a) sił równoważących się,
- b) sił wzajemnego oddziaływania.

- A. Na podłodze stoi stół. Ziemia przyciąga go siłą grawitacji.
- B. Z dołu na stół naciska podłoga.
- C. Stół naciska na podłogę.
- D. Stół przyciąga Ziemię siłą grawitacji.

3. Wóz ciągnie konia do tyłu taką samą siłą, jaką koń ciągnie wóz do przodu. Dlaczego więc to wóz jedzie do przodu, a nie koń przesuwa się do tyłu?

Jest to stare zadanie. Jeśli chcesz, możesz je unowocześnić, zamieniając konia i wóz na traktor z przyczepą, ale problem fizyczny pozostanie bez zmian. Rozwiąż go.

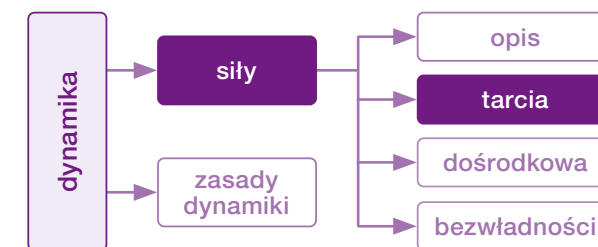
4. Wykonaj doświadczenie.

- a) Weź siłomierz. Jeśli go nie masz, użyj gumki recepturki (w takim wypadku zmierz jej długość).
- b) Do końców siłomierza przywiąż nitki. Przewieś je przez dwa krańce stołu (patrz zdjęcie) albo przez bloczki. Na nitkach powieś dwa jednakowe przedmioty. Odczytaj wskazania siłomierza albo zmierz, o ile rozciągnęła się gumka.



- c) Jakie będzie wskazanie siłomierza, jeśli zdejmiesz jeden z przedmiotów i przymocujesz koniec nitki do statywu lub krzesła?
- d) Wykonaj czynności opisane w punkcie c) i odczytaj wskazanie siłomierza. Czy twoje przypuszczenia się potwierdziły?

4.4 Siła tarcia



Ważne w tej lekcji:

- tarcie statyczne,
- tarcie kinetyczne,
- współczynnik tarcia.

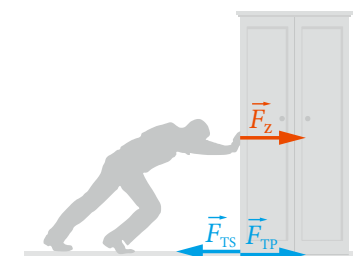
Przypomnij sobie:

- Tarcie to siła oporu ruchu, która utrudnia przemieszczanie się względem siebie dwóch stykających się ciał.
- Ciężar ciała na równi pochyłej można rozłożyć na składowe: prostopadłą do równi i równoległą do równi.

O sile tarcia wspominaliśmy już w lekcjach dotyczących pierwszej zasady dynamiki. Wtedy interesowało nas to, jak tę siłę zmniejszyć albo zrównoważyć za pomocą innej siły. Teraz zajmiemy się siłą tarcia dokładniej.

Jak działa siła tarcia

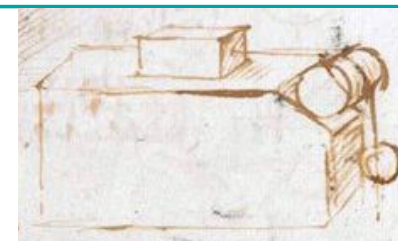
Gdy chcemy wprawić w ruch ciało stykające się z innym ciałem, np. skrzynkę stojącą na asfaltowej jezdni, między tymi dwoma ciałami pojawiają się siły tarcia. Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki na każde z tych ciał działa siła tarcia o takiej samej wartości.



Rys. 4.16. Podłoga działa na szafę siłą tarcia $\vec{F}_{TS}$, która równoważy przyłożoną do szafy siłę zewnętrzną $\vec{F}_z$. Szafa także działa na podłogę siłą tarcia $\vec{F}_{TP}$

A to ciekawe

Jako pierwszy doświadczałne badania tarcia prowadził Leonardo da Vinci. Jego eksperymenty były bardzo podobne do twoich – spójrz tylko na rysunek Leonarda i porównaj np. ze zdjęciem przy doświadczeniu na następnej stronie.





Doświadczenie 11

1. Przygotuj układ doświadczalny podobny do wykorzystywanego w doświadczeniu na s. 153. Tym razem jednak zamiast wagonika przymocuj do sznurka wewnętrzną część pudełka od zapalek.
2. Połóż pojemnik z wewnętrznej części pudełka od zapalek na szorstkim podłożu, np. tekturze. Włóż do niego dwie monety jednozłotowe (patrz zdjęcie).
3. Do wiszącego pudełka włóż monetę jednogroszową i przytrzymaj pojemnik. Puść go dopiero, gdy wiszące pudełko przestanie się kołysać.
4. Dodawaj do wiszącego pudełka kolejne monety, aż pojemnik leżący na tekturze zacznie się przesuwac (pamiętaj, aby za każdym razem ostrożnie puszczac pojemnik dopiero wtedy, gdy wiszące pudełko przestanie się poruszać).
5. Ostrożnie (tak, aby nie wprawić w ruch pojemnika leżącego na stole) wyjmij jedną z monet z wiszącego pudełka. Co obserwujesz?
6. Przesuń delikatnie pojemnik po tekturze. Co widzisz?
7. Powtórz doświadczenie, ale zamiast tektury użyj książki z lakierowaną okładką. Jak zmieniły się wyniki?

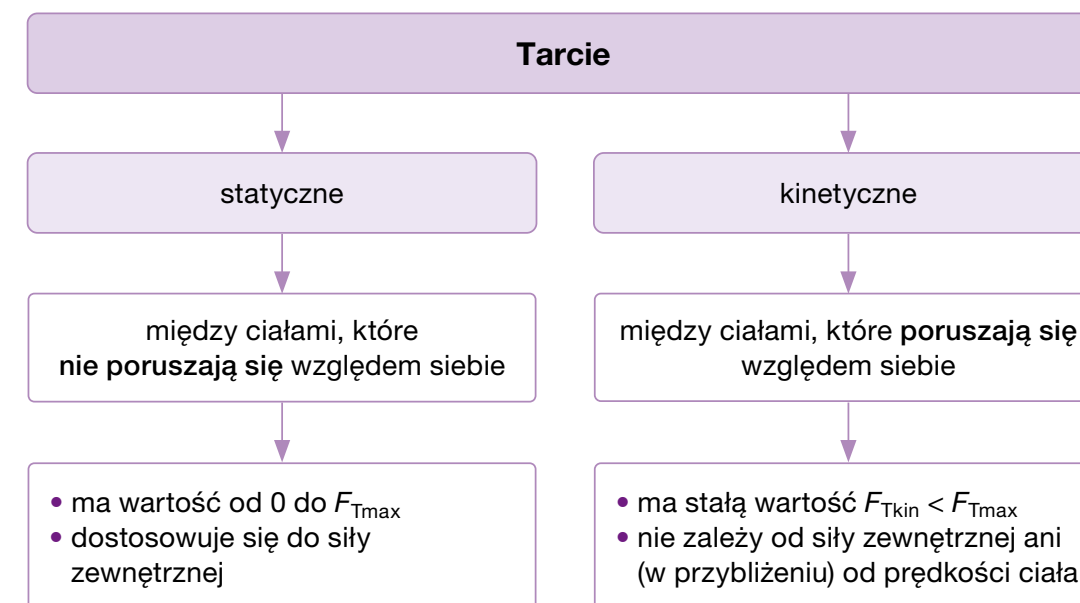
W doświadczeniu obserwowaliśmy, że:

- początkowo pudełko się nie poruszało, choć nitka ciągnęła je coraz większą siłą,
- dopiero przy pewnej wartości siły zewnętrznej pudełko zaczęło się poruszać,
- siła potrzebna do tego, aby utrzymać w ruchu popchnięte pudełko, była mniejsza niż siła potrzebna do wprawienia go w ruch.

Kiedy siła zewnętrzna F próbuje poruszyć ciało, pojawia się siła tarcia F_T , która ją równoważy.	Im większa siła zewnętrzna, tym większa siła tarcia.	Jednak wartość siły tarcia nie może przekroczyć maksymalnej wartości F_{Tmax} (tutaj: 3 N). Gdy $F > F_{Tmax}$, ciało zaczyna się poruszać.	Kiedy ciało zaczyna się poruszać, wartość siły tarcia zmniejsza się skokowo do wartości F_{Tkin} (tutaj: 2,5 N).

Tarcie statyczne i tarcie kinetyczne

Widzieliśmy, że siła tarcia zależy od tego, czy ciało się porusza. Dlatego musimy rozróżniać dwa rodzaje tarcia – tarcie statyczne i tarcie kinetyczne (patrz diagram na następnej stronie).



Przykłady tarcia statycznego

Rozróżnienie tarcia statycznego i tarcia kinetycznego może nie być oczywiste.

Kiedy człowiek próbuje lekko przesunąć but po podłodze, między podeszwą a podłogą zaczynają działać siły tarcia. Kiedy zacznie iść, tarcie nie znika – podeszwa i podłoga nie poruszają się przecież względem siebie. Tarcie między butami idącego człowieka a podłogą jest więc przykładem tarcia statycznego (rys. 4.17). Fakt, że człowiek się porusza, nie ma znaczenia. Ważne jest to, że stykające się ciała (podeszwa i podłoga) nie poruszają się względem siebie.

Podobnie jest z oponą samochodu i asfaltem. Jeśli tylko auto nie wpadnie w poślizg, działa między nimi siła tarcia statycznego, dzięki której pojazd może się poruszać. Dlatego właśnie na śliskiej nawierzchni trudno jest ruszyć.

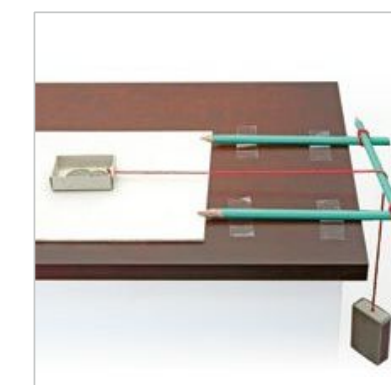


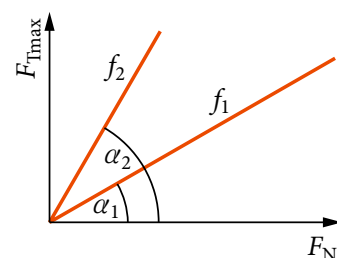
Rys. 4.17. Dzięki sile tarcia statycznego F_{TN} działającej na nogę jest możliwy ruch człowieka. Łatwo zaobserwować skutki braku siły tarcia, gdy próbujemy chodzić po lodzie

Współczynniki tarcia

Doświadczenie 12

1. Wykorzystaj układ z poprzedniego doświadczenia.
2. Do wiszącego pudełka wkładaj monety jednogroszowe aż do chwili, gdy układ zacznie się poruszać.
3. Ciężar leżącego na stole pojemnika z monetami jest równy sile F_N nacisku pojemnika na podłogę. Przyjmijmy, że maksymalna wartość tarcia statycznego F_{Tmax} jest w przybliżeniu równa ciężarowi wiszącego pudełka z monetami. Oszacuj niepewność wyznaczenia F_N i F_{Tmax} . Zapisz wartości F_N i F_{Tmax} .
4. Powtórz doświadczenie kilka razy i za każdym razem dokładaj do pojemnika na stole po dwie monety.
5. Sporządź wykres zależności $F_{Tmax}(F_N)$. Wyznacz jego współczynnik kierunkowy.





Rys. 4.18. Wykres zależności maksymalnej wartości tarcia statycznego od siły nacisku dla $f_1 = 0,4$ i $f_2 = 3$

Na podstawie analizy wyników doświadczenia możemy stwierdzić, że wykres $F_{T\max}(F_N)$ jest linią prostą (rys. 4.18). Oznacza to, że maksymalna siła tarcia statycznego jest wprost proporcjonalna do siły nacisku:

$$F_{T\max} = f_s \cdot F_N$$

gdzie f_s nazywamy **współczynnikiem tarcia statycznego**. Jest on równy współczynnikowi kierunkowemu prostej $F_{T\max}(F_N)$ (rys. 4.18).

Zwróć uwagę, że wyrażenie $f_s \cdot F_N$ pozwala obliczyć tylko maksymalną wartość siły tarcia statycznego. Jeśli wartość siły zewnętrznej F_z (patrz rys. 4.16, s. 161) jest mniejsza od $F_{T\max} = f_s \cdot F_N$, to siła tarcia statycznego ma wartość F_z .

W przypadku tarcia kinetycznego zachodzi podobna zależność:

$$F_{T\text{kin}} = f_k \cdot F_N$$

Tabela 4.1

Powierzchnie	f_s	f_k
Stal po lodzie	0,03	0,014
Stal po stali	0,2	0,1
Lina po drewnie	0,5	0,3
Buty po lodzie	0,1	0,05
Opony po suchym asfalcie	1,0	0,75
Opony po mokrym asfalcie	0,7	0,5
Opony po zaśnieżonym asfalcie	0,3	0,02
Drewno po drewnie	0,5	0,3
Lód po lodzie	0,1	0,02
Szkło po szkłe	0,9	0,4
Narta po śniegu	0,14	0,1

gdzie f_k to **współczynnik tarcia kinetycznego**.

Współczynnik ten można wyznaczyć na podstawie doświadczenia podobnego do opisanego na poprzedniej stronie. W tym celu należy ustalić, jakie obciążenie jest potrzebne, aby lekko poruszone pudełko się nie zatrzymywało, ale poruszało jednostajnie.

Jak już wiesz, tarcie kinetyczne jest mniejsze od maksymalnej wartości tarcia statycznego, co oznacza, że $f_k < f_s$.

Współczynnik tarcia zależy od rodzaju trących powierzchni, na przykład dla gumy na papierze ściernym jest wielokrotnie większy niż dla stali na lodzie. W tabeli 4.1 podano przybliżone wartości przykładowych współczynników tarcia.

Wyznaczanie współczynnika tarcia za pomocą równi pochyłej

Na podstawie wyników doświadczenia 12. można wyznaczyć współczynnik tarcia statycznego. Da się to jednak zrobić także w prostszy sposób: za pomocą równi pochyłej.

A to ciekawe

Gdy samochód jedzie bez poślizgu, między oponą a asfaltem występuje tarcie statyczne. Jeśli natomiast pojazd wpadnie w poślizg – mamy do czynienia z tarcem kinetycznym. Maksymalne tarcie statyczne jest większe od tarcia kinetycznego, więc szybciej można zatrzymać samochód, który jedzie bez poślizgu. Fakt ten wykorzystano w układach hamulcowych ABS, które zapobiegają blokowaniu się kół poprzez krótkotrwałe zmniejszenie siły, z jaką klocki hamulcowe działają na tarcze hamulcowe, przymocowane do kół.



Doświadczenie 13 – obowiązkowe

Wyznaczanie wartości współczynnika tarcia

1. Przygotuj przedmiot, który posłuży za równię pochyłą, np. sztywną tekturę, oraz kątomierz i niewielki klocek.
2. Ustaw kątomierz obok równi tak, aby można było odczytywać kąt jej nachylenia. Na równi umieść klocek.
3. Powoli zwiększaj kąt nachylenia równi.
4. W chwili, gdy klocek zacznie się zsuwać, odczytaj kąt nachylenia równi.



Siłę $\vec{F}_g$ możemy rozłożyć na składowe (rys. 4.19):

- składowa równoległa do równi $\vec{F}_1$ powoduje zsuwanie się ciała z równi i w chwili, gdy ciało zaczyna się poruszać, jest równa $F_{T\max}$,
- składowa prostopadła do równi $\vec{F}_2$ powoduje nacisk ciała na równię, a więc $F_2 = F_N$.

Przypomnijmy wzory na wartości tych składowych:

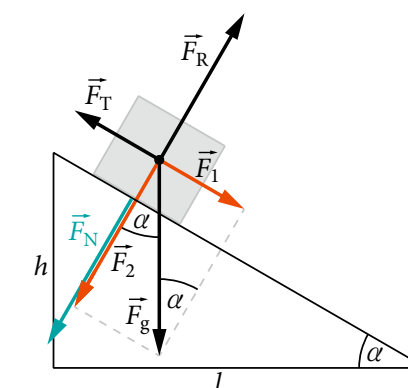
$$F_1 = F_g \sin \alpha \quad F_2 = F_g \cos \alpha$$

Możemy zatem wyznaczyć współczynnik tarcia statycznego:

$$f_s = \frac{F_{T\max}}{F_N} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_g \sin \alpha}{F_g \cos \alpha} = \tan \alpha$$

Wystarczy więc zmierzyć kąt α , przy jakim ciało zaczyna się poruszać, i obliczyć na kalkulatorze jego tangens.

Podobnie możemy wyznaczyć współczynnik tarcia kinetycznego. W tym przypadku należy doświadczalnie wyznaczyć kąt, przy jakim pchnięte ciało będzie zsuwać się ruchem jednostajnym, i wykonać obliczenia dla tego kąta.



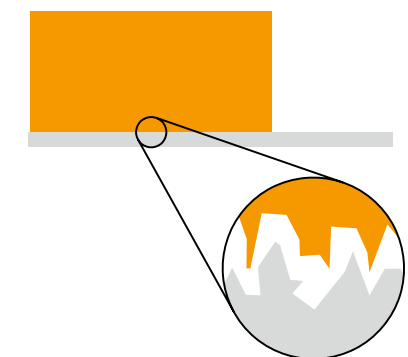
Rys. 4.19. Rozkład sił na równi pochyłej dla zsuwającego się klocka

Mikroskopowa przyczyna występowania sił tarcia

Zbadaliśmy, **jak** działają siły tarcia. Aby wyjaśnić, **dlaczego** działają, musimy przyjrzeć się trącym powierzchniom w dużym powiększeniu. Zauważymy wtedy nierówności nawet na pozornie gładkich powierzchniach. To właśnie te nierówności są przyczyną tarcia.

Dlatego wygładzanie powierzchni powoduje zmniejszenie tarcia. Okazuje się jednak, że dzieje się tak tylko do pewnego momentu. Gdy powierzchnie staną się bardzo gładkie, współczynnik tarcia, a wraz z nim siła tarcia ponownie staną się bardzo duże. Za taki efekt odpowiedzialne są siły oddziaływań między atomami i cząsteczkami.

W rzeczywistości powierzchnie, które wydają nam się gładkie, w skali mikroskopowej są bardzo nierówne, a powierzchnia styku między nimi jest niewielka. Stosunkowo łatwo można więc zrywać wiązania powstające między atomami obu powierzchni. Gdyby dwie powierzchnie były idealnie gładkie i idealnie przylegały do siebie, wtedy oddziaływania międzyatomowe byłyby bardzo duże, a siła tarcia pomiędzy dwiema takimi powierzchniami – ogromna.



Rys. 4.20. Przyczyną tarcia są nierówności na stykających się powierzchniach (powiększenie ok. 10 tys. razy)

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Na równi pochyłej o kącie nachylenia $\alpha = 35^\circ$ postawiono drewniany klocek. Współczynnik tarcia statycznego klocka o równię wynosi $f_s = 0,5$, a kinetycznego $f_k = 0,45$. Czy klocek zsunie się z równi? Jeśli tak, to z jakim przyspieszeniem? Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Dane: $\alpha = 35^\circ$ – kąt nachylenia równi, $f_s = 0,5$ – współczynnik tarcia statycznego, $f_k = 0,45$ – współczynnik tarcia kinetycznego, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ – przyspieszenie grawitacyjne

Szukane: a – przyspieszenie

Rozwiązanie:

Przeanalizujemy najpierw siły.

Narysujemy sytuację opisaną w zadaniu.

Na klocek działa **siła ciężkości** $F = mg$, którą rozłożyliśmy na dwie składowe:

- równoległą do równi: $F_{\parallel} = F \sin \alpha = mg \sin \alpha$
- prostopadłą do równi: $F_{\perp} = F \cos \alpha = mg \cos \alpha$

Składowa prostopadła odpowiada za nacisk klocka na równię i jest równoważona przez **siłę nacisku równi na klocek** F_R .

Oprócz tego na klocek działa **siła tarcia** F_T .

Sprawdzamy teraz, czy klocek się poruszy.

Siła tarcia statycznego pomiędzy klockiem a równią może mieć wartość co najwyżej:

$$F_{T\max} = f_s F_{\perp} = f_s mg \cos \alpha$$

Po podstawieniu kąta α i współczynnika tarcia statycznego otrzymujemy:

$$F_{T\max} \approx 0,41 \cdot mg$$

Natomiast składowa równoległa siły ciężkości ma wartość:

$$F_{\parallel} = mg \sin \alpha \approx 0,57 \cdot mg$$

Tak więc siła $F_{\parallel}$ przeważa i klocek zacznie się zsuwać.

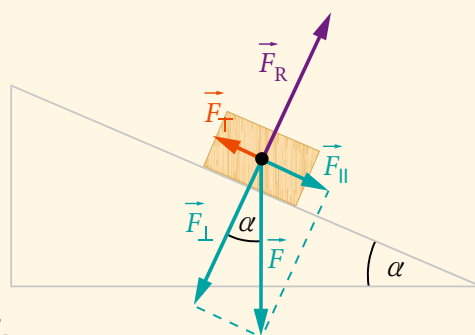
Obliczamy przyspieszenie.

Skoro klocek się porusza, musimy brać pod uwagę tarcie kinetyczne:

$$F_T = f_k F_{\perp} = f_k mg \cos \alpha \approx 0,37 \cdot mg$$

Siła wypadkowa powodująca zsuwanie się klocka ma wartość:

$$F = F_{\parallel} - F_T = 0,57 \cdot mg - 0,37 \cdot mg = 0,2 \cdot mg$$



➡ Przyspieszenie klocka wyniesie więc:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0,2 \cdot mg}{m} = 0,2 \cdot g = 0,2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Odpowiedź: Klocek będzie się zsuwał z przyspieszeniem $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

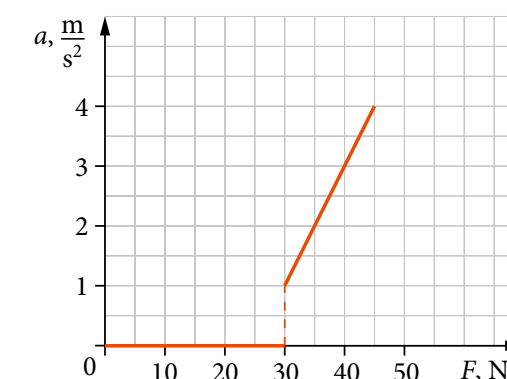
1. Czy lokomotywa ciągnąca pociąg mogłaby mieć stukrotnie mniejszą masę i nadal spełniać swoje zadanie? Uzasadnij swoją odpowiedź.
2. Na drewnianym stole leży drewniany klocek o masie 2 kg.
 - a) Jaką siłą trzeba go pchać, aby się poruszył?
 - b) Jaką siłą trzeba go pchać, aby utrzymać go w ruchu?
3. Współczynnik tarcia statycznego opony o suchy asfalt wynosi 1,0. Oblicz, jakie może być maksymalne przyspieszenie samochodu na suchej poziomej drodze, jeśli jego silnik ma dostatecznie dużą moc.

Wskazówki:

- ▶ To nieprawda, że przyspieszenie samochodu może być dowolnie duże, jeśli silnik jest odpowiednio mocny. Zastanów się dlaczego.
 - ▶ Przyjmij, że nacisk samochodu na szosę jest równy jego ciężarowi.
 - ▶ Możesz założyć, że samochód ma napęd na cztery koła.
4. **P** Ze stoku o kącie nachylenia 20° zsuje się (czyli zjeżdża prosto w dół) narciarz. Jego masa wraz z ekwipunkiem to 75 kg. Oblicz,

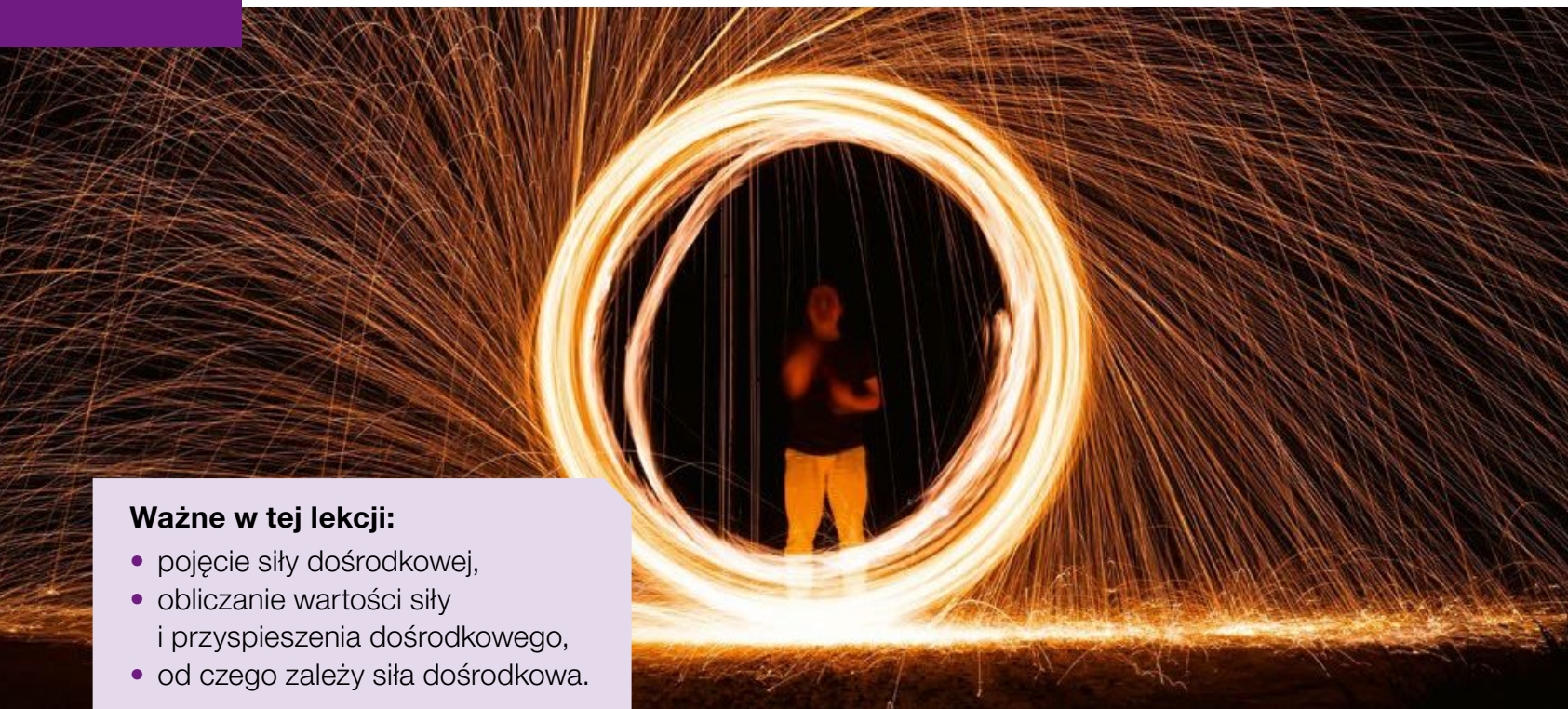
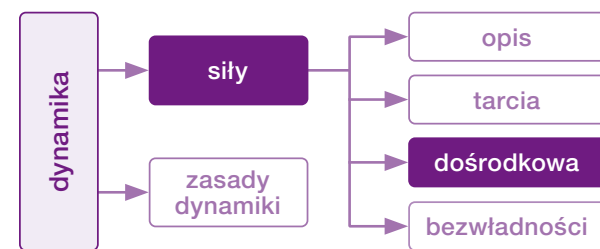
ile wyniesie jego przyspieszenie, jeśli pominiemy tarcie. Ile będzie równe przyspieszenie, jeśli przyjmujemy, że siła tarcia wynosi 35 N? Ile wyniesie w takim przypadku współczynnik tarcia kinetycznego?

5. Do pudełka z książkami stojącego na podłodze przyłożono poziomo siłę, której wartość rośnie w czasie. Na wykresie przedstawiono przyspieszenie pudełka w zależności od przyłożonej siły.



- a) Dlaczego przyspieszenie rośnie skokowo dla siły o wartości 30 N?
- b) Wyznacz na podstawie wykresu masę pudełka, współczynnik tarcia statycznego i współczynnik tarcia kinetycznego. Przyjmij $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

4.5 Siła dośrodkowa



Ważne w tej lekcji:

- pojęcie siły dośrodkowej,
- obliczanie wartości siły i przyspieszenia dośrodkowego,
- od czego zależy siła dośrodkowa.

Przypomnij sobie:

- Zgodnie z drugą zasadą dynamiki przyczyną zmiany prędkości jest niezrównoważona siła.
- Wartość przyspieszenia ciała poruszającego się po okręgu o promieniu r z prędkością o stałej wartości v wyraża się wzorem $a = \frac{v^2}{r}$.

Ruch po okręgu → s. 123

Kiedy na ciało nie działa żadna siła, porusza się ono po prostej. Aby zmienić kierunek jego ruchu, musimy na nie działać siłą. Z taką sytuacją mamy do czynienia w poniższym doświadczeniu.

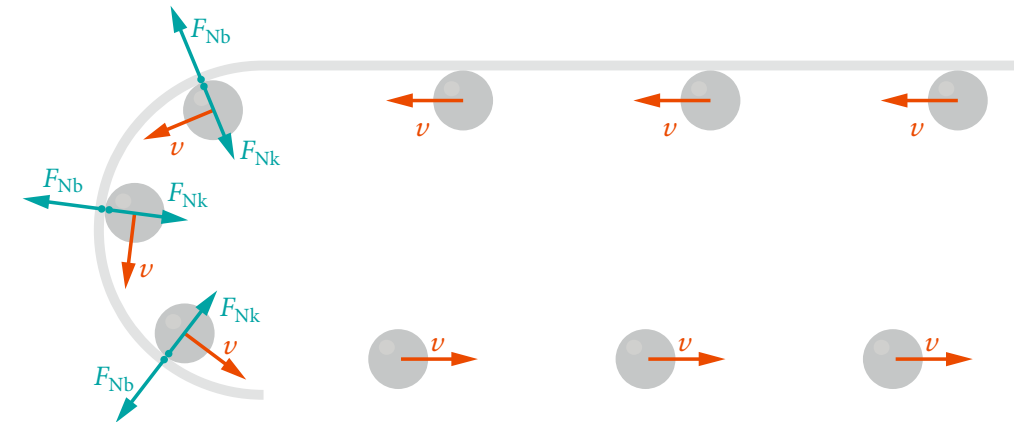
Doświadczenie 14

1. Kawałek podłużnej blaszki o długości ok. 1 m zwiń na jednym końcu w pętlę w kształcie łuku okręgu i połącz na stole. Jeśli blaszka jest lekka, przymocuj ją do stołu plasteliną.
2. Wzdłuż prostego odcinka blaszki puść kulkę w stronę zakrzywionego końca. Obserwuj jej ruch.



Opory ruchu są niewielkie, dlatego możemy przyjąć, że wartość prędkości kulki w trakcie doświadczenia jest stała. Obserwujemy, że kulka najpierw

porusza się ruchem prostoliniowym, a gdy kończy się prosty odcinek blaszki, zaczyna się poruszać po okręgu. Jaka siła zmusza ją do zmiany kierunku prędkości? Kulka naciska na blaszkę siłą $\vec{F}_{Nb}$, więc zgodnie z trzecią zasadą dynamiki blaszka naciska na kulkę siłą $\vec{F}_{Nk}$ (rys. 4.21).



Rys. 4.21. Siła, jaką blaszka naciska na kulkę, powoduje zmianę kierunku jej ruchu

To właśnie siła $\vec{F}_{Nk}$ powoduje zmianę kierunku ruchu kulki. Gdy kończy się blaszka, kulka znowu porusza się ruchem prostoliniowym, ponieważ nie ma już ciała, którego oddziaływanie zakrzywiałoby tor jej ruchu.

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki $\vec{F}_{Nb} = \vec{F}_{Nk}$, siły mają ten sam kierunek, przeciwny zwrot i są przyłożone do różnych ciał.

Siła dośrodkowa

Wynik naszego doświadczenia można wyjaśnić za pomocą dwóch znanych ci już faktów.

To już wiesz	To też już wiesz	W takim razie
Aby ciało skrzyło, musi na nie działać siła prostopadła do wektora prędkości.	W ruchu po okręgu prędkość jest prostopadła do promienia okręgu.	Aby ciało poruszało się po okręgu, musi na nie działać siła skierowana wzdłuż promienia okręgu i w stronę jego środka.

Z tym faktem jest związane ważne pojęcie:

Siłę powodującą ruch po okręgu nazywamy siłą dośrodkową.

Ta nazwa określa skutek działania siły, podobnie jak sformułowania „siła rozpędzająca ciało” albo „siła hamująca ciało”. Natomiast niczego nie mówi o naturze tej siły. Funkcję siły dośrodkowej mogą pełnić różne siły, np. magnetyczna, grawitacji, nacisku blaszki na kulkę itp.



Przypomnij sobie

PRZYSPIESZENIE DOŚRODKOWE

Jeżeli ciało porusza się ruchem jednostajnym po okręgu, to jego przyspieszenie jest skierowane wzdłuż promienia w stronę środka okręgu. Dlatego nazywamy je przyspieszeniem dośrodkowym. Jego wartość można obliczyć ze wzoru:

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

wartość przyspieszenia dośrodkowego wartość prędkości liniowej promień okręgu

■ Siła dośrodkowa i przyspieszenie dośrodkowe

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki przyspieszenie wywołane przez siłę ma **taki sam kierunek i taki sam zwrot** jak wywołująca je siła.

Tak więc wszystko się zgadza: przyspieszenie w ruchu jednostajnym po okręgu skierowane jest do środka okręgu, a wobec tego taki sam kierunek i zwrot ma siła powodująca ten ruch (rys. 4.22).

Skoro znamy wzór na przyspieszenie dośrodkowe, możemy go podstawić do wzoru $F = ma$ i otrzymamy wzór na siłę dośrodkową:

$$F_d = \frac{mv^2}{r}$$

wartość siły dośrodkowej masa ciała prędkość liniowa promień okręgu

Intuicyjne wyjaśnienie znaczenia czynników wpływających na wartość siły dośrodkowej znajdziesz w ramce poniżej.

Od czego zależy siła dośrodkowa?

Aby ciało poruszało się po okręgu, potrzebna jest **siła tym większa**:

im **większa masa**



► Znacznie trudniej jest utrzymać krążącą na linie kulę o masie ponad 7 kg niż jabłko o masie 10 dag.

im **mniejszy promień** okręgu



► Gdy zakręt jest bardzo ostry, może się okazać, że siła tarcia opon o asfalt nie wystarczy, aby samochód utrzymał się na drodze.

im **większa prędkość**



► Aby bezpiecznie pokonać ostry zakręt, należy zmniejszyć prędkość. Wtedy do zmiany kierunku ruchu pojazdu wystarcza mniejsza siła.

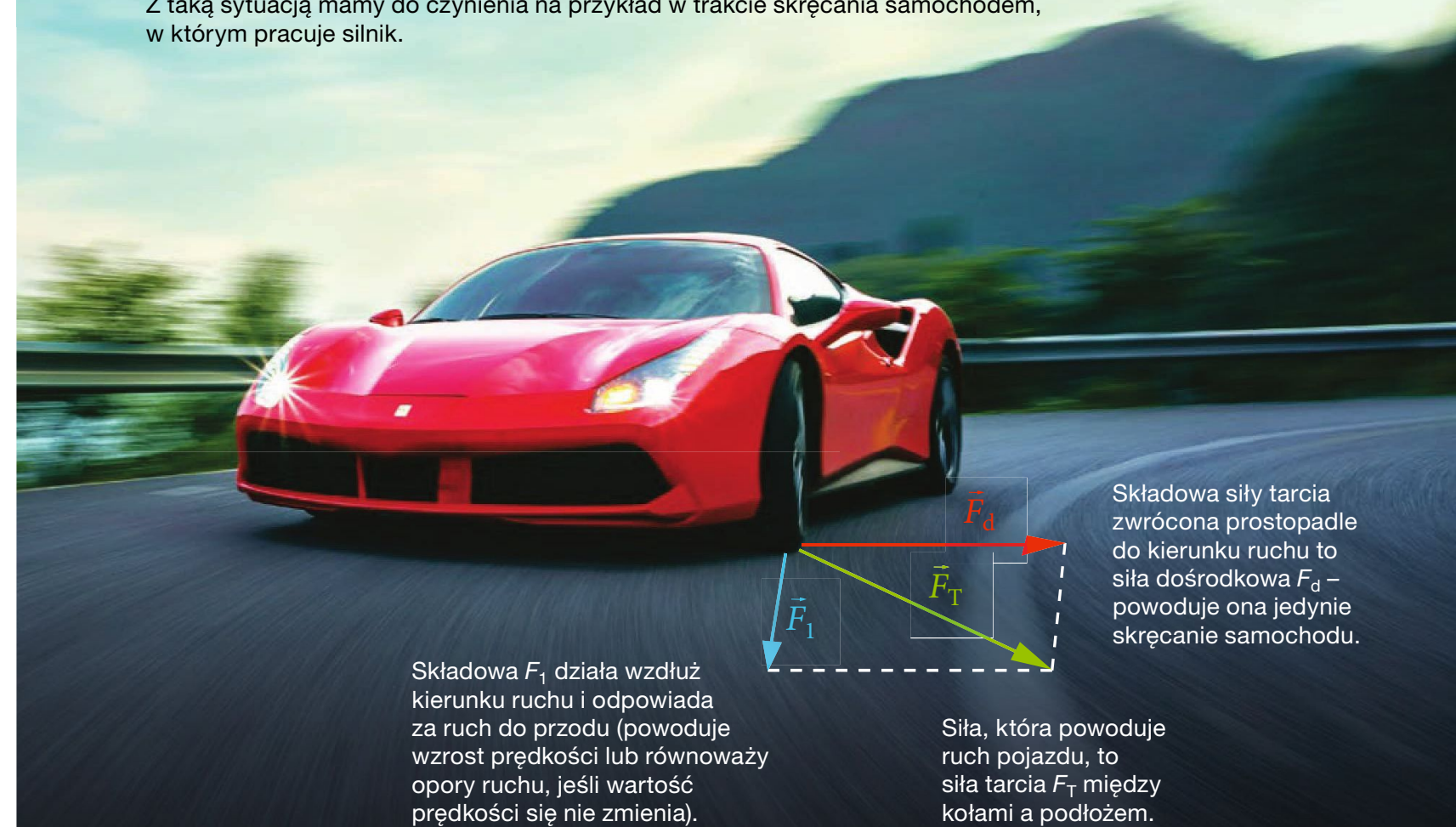
Siły w ruchu krzywoliniowym

Z drugiej zasady dynamiki wiemy, że niezrównoważona siła działająca wzdłuż kierunku ruchu powoduje zmianę wartości prędkości, czyli rozpędzanie lub hamowanie ciała. Siła działająca prostopadle do wektora prędkości ciała (siła dośrodkowa) powoduje, że porusza się ono po okręgu. A co w sytuacji, gdy na ciało działa niezrównoważona siła, której kierunek nie jest ani styczny, ani prostopadły do kierunku ruchu?

Wtedy możemy taką siłę potraktować jak złożenie dwóch sił składowych:

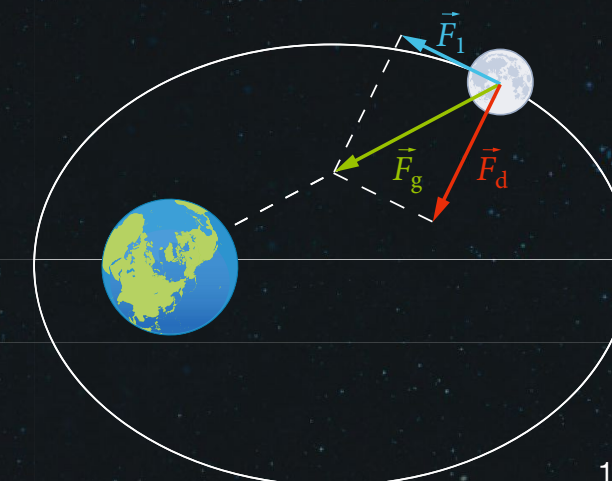
- równoległej do kierunku ruchu, która będzie powodować zmianę wartości prędkości,
- prostopadłej, która będzie siłą dośrodkową, zmieniającą kierunek ruchu.

Z taką sytuacją mamy do czynienia na przykład w trakcie skręcania samochodem, w którym pracuje silnik.



Innym przykładem, gdy siła dośrodkowa jest jedynie składową siły rzeczywistej, jest ruch ciała niebieskiego na orbicie eliptycznej, np. księżycy wokół planety. W takim ruchu prędkość księżycy ciągle się zmienia: jest największa najbliżej planety i najmniejsza – w najdalszym położeniu.

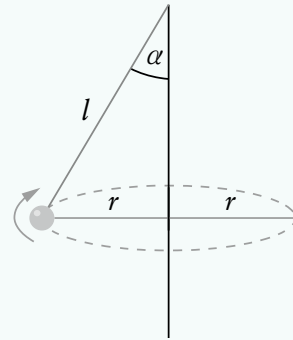
Jedna składowa siły grawitacji F_g działa wzdłuż toru ruchu i powoduje zmianę wartości prędkości, a druga składowa F_d działa prostopadle do toru ruchu – pełni funkcję siły dośrodkowej i powoduje jedynie zmianę kierunku ruchu.



JEST NA TO SPOSÓB

Jak wyznaczyć siłę dośrodkową będącą wypadkową różnych sił

Na nici o długości $l = 20$ cm została zawieszona mała kulka. Odchyłono ją od pionu o $\alpha = 40^\circ$ i popchnięto tak, aby poruszała się po okręgu, przy czym nica stale jest odchylona od pionu o ten sam kąt. Oblicz prędkość liniową kulki oraz okres jej obiegu po okręgu. Pomiń masę nici, rozmiary kulki i opory ruchu.



PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Zastanawiamy się, jakie siły działają na kulkę

Na kulkę działają:

- siła ciężkości $\vec{F}_g$, zwrócona w dół,
- siła naciągu nici $\vec{F}_n$, skierowana wzdłuż nici.

Innych sił nie rozważamy (ponieważ mamy pominąć opory ruchu).

Wypadkowa wymienionych sił powoduje ruch po okręgu, czyli jest siłą dośrodkową.

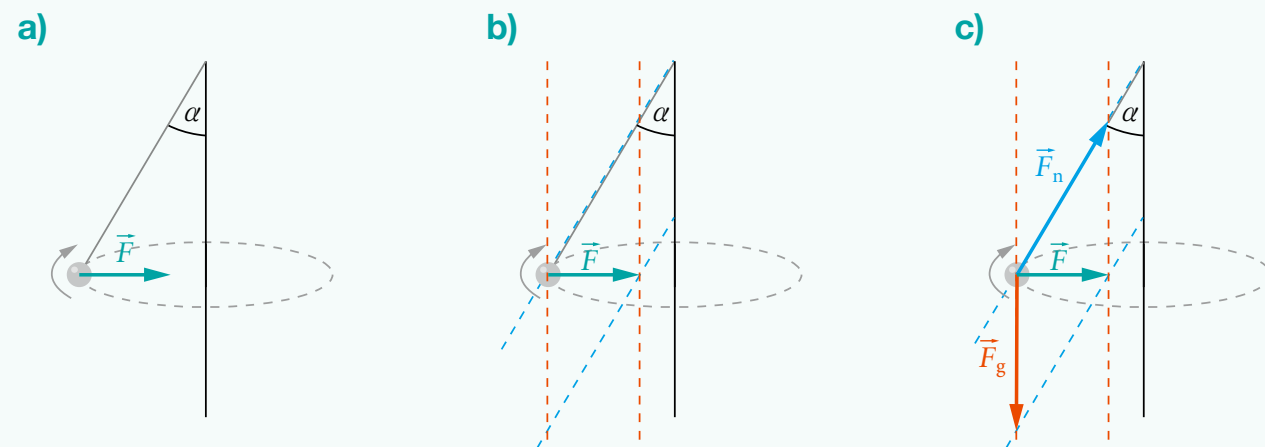
Uwaga. Skoro kulka porusza się po okręgu, to działająca na nią siła wypadkowa pełni funkcję siły dośrodkowej. W naszym przypadku siłą wypadkową jest wypadkowa siły ciężkości i siły pochodzącej od naciągu nici.

Krok 2. Rysujemy wektory sił

Znamy kierunki sił $\vec{F}_g$ i $\vec{F}_n$, ale nie znamy ich wartości. Jeśli narysujemy wektory o nieodpowiednich wartościach, to ich wypadkowa nie będzie skierowana do środka okręgu – dlatego nasz szkic zaczynamy od siły wypadkowej (rys. a).

Teraz musimy dorysować równoległobok sił tak, aby siła $\vec{F}$ była jego przekątną. W tym celu rysujemy kierunek działania **siły ciężkości (pionowy)**, a **kierunek działania siły naciągu nici** jest już na rysunku, ponieważ ta siła działa wzdłuż nici. Prowadzimy proste równoległe do tych prostych przez koniec wektora $\vec{F}$ (rys. b).

Teraz możemy już narysować wektory $\vec{F}_g$ i $\vec{F}_n$ (rys. c).



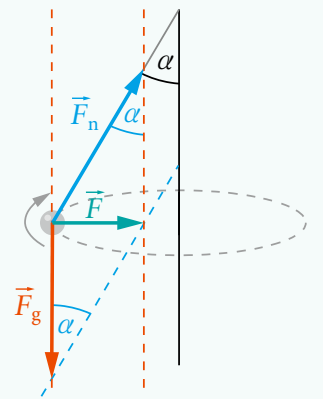
Krok 3. Korzystamy z trygonometrii

Wykonanie czytelnego rysunku w poprzednim kroku przyda się nam, aby zauważyć zależności między wektorami. Są tu trzy wektory, ale siła $\vec{F}_n$ w tym zadaniu nas nie interesuje. Zapisujemy zależność:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{F_g}$$

Stąd:

$$F = F_g \operatorname{tg} \alpha$$



Krok 4. Wykonujemy obliczenia

Wiemy już, że: $F = F_g \operatorname{tg} \alpha$. Ponieważ F jest siłą dośrodkową, a F_g to siła ciężkości, zatem możemy zapisać:

$$\frac{mv^2}{r} = mg \operatorname{tg} \alpha$$

Widzimy, że masa się skróci, a więc ostateczny wynik nie będzie od niej zależał. Brakuje nam promienia r . Aby go wyznaczyć, musimy znowu skorzystać z trygonometrii (patrz rysunek przy treści zadania):

$$\frac{r}{l} = \sin \alpha \quad \rightarrow \quad r = l \sin \alpha$$

Stąd:

$$\frac{v^2}{l \sin \alpha} = g \operatorname{tg} \alpha \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{gl \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$v \approx 1,03 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ze wzoru na prędkość liniową:

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi l \sin \alpha}{T}$$

wyznaczamy okres obiegu kulki:

$$T = \frac{2\pi l \sin \alpha}{v} \approx 0,8 \text{ s}$$

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Oblicz siłę naciągu nici w przykładzie powyżej, jeżeli kulka miałaby masę 10 g.
- 2 Przy jakim kącie α w przykładzie powyżej siła dośrodkowa byłaby równa ciężarowi kulki?
- 3 Wykaż, że okres obiegu kulki można obliczyć ze wzoru:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$$

Prędkość liniowa:

$$v = \frac{s}{t}$$

• drogą s jest obwód okręgu: $s = 2\pi r$

• czas, w jakim ciało zatacza okrąg, jest równy okresowi: $t = T$

• okres jest równy odwrotności częstotliwości: $T = \frac{1}{f}$

• zatem:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

Badanie siły dośrodkowej

Intuicyjnie rozumiemy zależności między siłą dośrodkową a prędkością liniową, promieniem okręgu i masą. Teraz sprawdzimy te zależności doświadczalnie.

Bezpośredni pomiar prędkości liniowej w ruchu po okręgu jest trudny, zatem w doświadczeniu będziemy mierzyć częstotliwość, z jaką ciało wykonuje obroty.

Gdy znamy częstotliwość, wartość prędkości liniowej możemy obliczyć ze wzoru: $v = 2\pi r f$.

Doświadczenie 15 – obowiązkowe

Badanie siły dośrodkowej

1. Przygotuj: półlitrową plastikową butelkę z wodą, elektroniczną wagę kuchenną, pół metra żyłki wędkarskiej albo śliskiej nitki, rurkę ze starego długopisu, kilkucentymetrowy kawałek kolorowej nitki, linijkę, klipsy biurowe lub inne podobne przedmioty o masie kilku gramów każdy, dające się łatwo przywiązywać i łączyć, metronom, np. online albo w telefonie komórkowym.
2. Schemat doświadczenia przedstawiono na fotografii. Wystarczy nieznaczne ruchy dłoni, aby wprawić klips na żyłkę w szybki ruch po okręgu. Zawieszona kolorowa nitka (w lupce na zdjęciu) pozwala utrzymać stały promień okręgu, a na podstawie wskazań wagi można wyznaczyć siłę, jaką klips ciągnie żyłkę (jak w zadaniu 7b s. 149). Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki siła ta jest co do wartości równa sile dośrodkowej, jaką żyłka ciągnie klips.
3. Poruszaj dłonią tak, aby częstotliwość ruchu klipsa na żyłce była równa częstotliwości kliknięć metronomu (po kilku próbach powinieneś nabrać wprawy). Wyznacz siłę dośrodkową dla trzech różnych częstotliwości.
4. Zbadaj, jak zmienia się siła przy zmianie masy ciała (możesz dołączać kolejne klipsy). Pomiary należy wykonać dla takiej samej częstotliwości i przy takim samym promieniu okręgu (możesz przyjąć promień i jedną z częstotliwości zastosowanych w punkcie 3.).
5. Wyznacz zależność siły dośrodkowej od promienia okręgu. Ta część doświadczenia jest o tyle trudna, że musimy zmieniać promień, ale zachowywać tę samą wartość prędkości liniowej. Ze wzoru $v = 2\pi r f$ wynika, że jeśli ma być ona zachowana, to zwiększenie promienia okręgu n razy musi pociągać za sobą zmniejszenie częstotliwości – również n razy. Dla trzech wybranych promieni ustal takie częstotliwości, aby prędkość pozostawała taka sama, i wprowadź ich wartości do metronomu (wskazówka 1.).

Wskazówki:

1. Jeśli przykładowo promień dla pierwszego pomiaru ustalimy na $r_1 = 16$ cm, a częstotliwość f_1 na 3 obroty na sekundę (czyli 3 Hz), to dla promienia $r_2 = 20$ cm częstotliwość f_2 powinna wynosić 2,4 Hz ($r_2 = r_1 \cdot 1,25$, więc $f_2 = \frac{f_1}{1,25}$). Tak samo możemy określić częstotliwości dla kolejnych promieni, np. dla $r_3 = 24$ cm otrzymujemy $f_3 = 2$ Hz.
2. Promień okręgu mierzymy między wylotem rurki a środkiem klipsa przy napiętej żyłce.
3. Siła ciężkości powoduje opadanie klipsa. Ruch powinien być na tyle szybki, aby było to niezauważalne.

Siła dośrodkowa a prędkość kątowna

Wzór na siłę dośrodkową można przekształcić tak, aby zamiast prędkości liniowej występowała w nim prędkość kątowa:

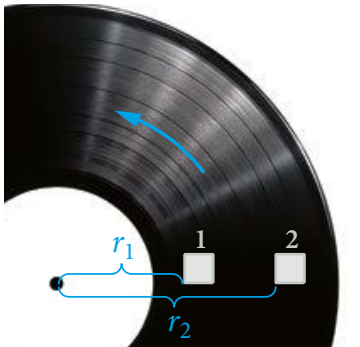
$$F_d = \frac{mv^2}{r} = \frac{m(\omega r)^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r$$

Zaskoczenie może budzić fakt, że zgodnie ze wzorem $F_d = \frac{mv^2}{r}$ siła dośrodkowa jest odwrotnie proporcjonalna do promienia, a zgodnie ze wzorem $F_d = m\omega^2 r$ jest do niego wprost proporcjonalna.

Nie ma tutaj jednak sprzeczności, ponieważ mowa o dwóch różnych sytuacjach.

1. Jeżeli dwa ciała poruszają się **z taką samą prędkością liniową**, to do pokonania łuku o mniejszym promieniu potrzeba większej siły. Na przykład kiedy samochód pokonuje zakręty z tą samą prędkością, większa siła jest potrzebna, aby pokonać ostrzejszy zakręt.
2. Jeżeli dwa ciała poruszają się **z taką samą prędkością kątową**, to do pokonania łuku o większym promieniu potrzeba większej siły. Na przykład kiedy na obracającej się płycie leżą jednakowe pudełka, większa siła jest potrzebna, aby utrzymało się na płycie pudełko leżące dalej od środka płyty (rys. 4.23).

Korzystamy z zależności $v = \omega r \rightarrow$ s. 125



Rys. 4.23. Skoro $r_2 > r_1$, to na pudełko 2 musi działać większa siła, aby zostało na płycie, niż na 1

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

■ Przykład

Samochód jedzie z prędkością $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Przed nim znajduje się zakręt o promieniu krzywizny $r = 80$ m. Czy samochód wpadnie w poślizg, jeśli kierowca nie zwolni? Współczynnik tarcia statycznego między asfaltem a oponą wynosi $f_s = 0,7$, a współczynnik tarcia kinetycznego między nimi jest równy $f_k = 0,5$.

Dane: $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – prędkość samochodu, $r = 80$ m – promień zakrętu, $f_s = 0,7$ – współczynnik tarcia statycznego, $f_k = 0,5$ – współczynnik tarcia kinetycznego

Szukane: czy siła dośrodkowa utrzyma samochód na zakręcie?

Rozwiązanie:

Samochód wpadnie w poślizg, jeżeli tarcie będzie za małe, aby utrzymać go na zakręcie. W przypadku skręcającego samochodu rolę siły dośrodkowej odgrywa siła tarcia. Jest to tarcie statyczne (patrz $\rightarrow$ s. 163). Może ono przyjąć maksymalną wartość:

$$F_{T\max} = f_s mg$$

ponieważ siła nacisku samochodu na szosę jest równa jego ciężarowi mg .

Z kolei wartość siły dośrodkowej, potrzebnej, aby samochód pokonał zakręt, wynosi:

$$F_d = \frac{mv^2}{r}$$

Skoro mamy porównać te dwie siły, możemy obliczyć ich iloraz:

$$\frac{F_{T\max}}{F_d} = f_s mg \cdot \frac{r}{mv^2} = \frac{f_s gr}{v^2}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$\frac{F_{T\max}}{F_d} = \frac{0,7 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 80 \text{ m}}{(20 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 1,4$$

Tak więc $F_{T\max} = 1,4F_d > F_d$.

Odpowiedź: Samochód nie wpadnie w poślizg.

Uwaga. Odpowiedź nie zależy od masy samochodu. Dzieje się tak, ponieważ samochód o 2 razy większej masie naciska na drogę 2 razy większą siłą.

1. **P** Samochód jedzie z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Przyjmij, że współczynnik tarcia statycznego między oponą a drogą wynosi $f_s = 0,7$, i oblicz najmniejszy dopuszczalny promień okręgu, po jakim może poruszać się ten pojazd.

2. Droga skręca wzdłuż łuku o promieniu $r = 50 \text{ m}$. Współczynnik tarcia statycznego między oponą a szosą wynosi $f_s = 0,7$. Oblicz maksymalną prędkość, z jaką można jechać po tym zakręcie.

3. Gdyby zwiększyć nacisk samochodu na asfalt bez zwiększania jego masy, taki pojazd mógłby pokonywać zakręty z większą prędkością. Dowiedz się, jak ten efekt osiąga się w samochodach wyścigowych.

4*. W pralce automatycznej o masie 70 kg znajduje się tylko jedna rzecz – namoknięty sweter o masie 4 kg . Z jaką częstotliwością może się obracać bęben pralki, aby nie zaczęła ona podskakiwać? Ile to obrotów na minutę? Średnica bębna wynosi 40 cm . Pomiń wymiary swetra.

5. Wyjaśnij na podstawie rozwiązania poprzedniego zadania.

a) Pralki są celowo obciążane kawałkami metalu. Po co się to robi? Przecież lepsza pralka byłaby łatwiejsza do transportu.

b) Kiedy w pralce zaczyna się program wirowania, najpierw przez dłuższy czas bęben obraca się powoli, choć silnik pozwoliłby na większe przyspieszenie kątowe. Dlaczego?

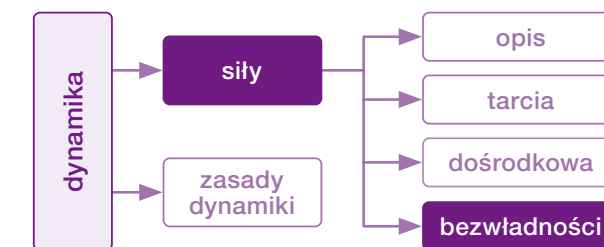
6. Wyobraź sobie, że Ziemia obraca się coraz szybciej. Przy jakim okresie obrotu siła przyciągania grawitacyjnego na równiku byłaby zbyt mała, aby ciała mogły się utrzymać na powierzchni planety (ich ciężar wynosiłby zero)? Przyjmij $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

7. Oszacuj prędkość kątową karuzeli przedstawionej na zdjęciu.



Wskazówka. Zmierz kąt odchylenia łańcucha od pionu. Postaraj się wybrać taki łańcuch, aby perspektywa nie zniekształciła kąta.

4.6 Siły bezwładności



Ważne w tej lekcji:

- siły bezwładności w układach nieinercjalnych,
- odróżnianie siły dośrodkowej od odśrodkowej.

Przypomnij sobie:

- Położenie ciała określamy zawsze względem wybranego układu odniesienia.
- Jeśli wypadkowa sił działających na ciało jest równa zero, to ciało pozostaje w stanie spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym (pierwsza zasada dynamiki).
- Jeśli wypadkowa F_w sił działających na ciało o masie m nie jest równa zero, to ciało porusza się z przyspieszeniem $a = \frac{F_w}{m}$ (druga zasada dynamiki).

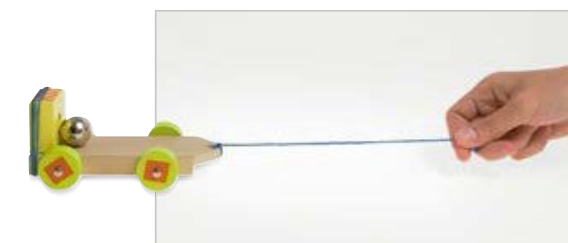
Układy inercjalne i nieinercjalne

Zapewne spotkałeś się z sytuacją, gdy pasażerowie przewracają się przy gwałtownym hamowaniu autobusu. Aby wyjaśnić to zjawisko, przeprowadzimy proste doświadczenie.

Doświadczenie 16 – obowiązkowe

Demonstrowanie działania siły bezwładności

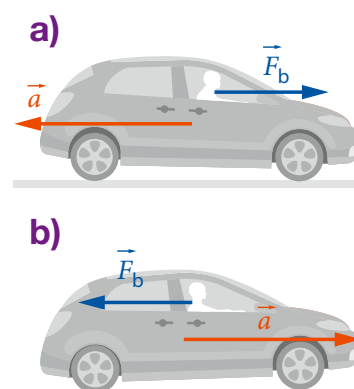
1. Na wózku umieść kulkę.
2. Rozpędź wózek tak, aby kulka poruszała się razem z nim.
3. Zatrzymaj gwałtownie wózek i zaobserwuj, co dzieje się z kulką.
4. Sfilmuj to samo doświadczenie kamerą telefonu umocowanego na wózku.
5. Jaką analogię zauważasz między wynikiem doświadczenia a tym, co dzieje się z pasażerami hamującego samochodu lub autobusu?



Wynik doświadczenia inaczej wyjaśni obserwator na zewnątrz, a inaczej obserwator jadący w pojeździe.



Rys. 4.24. Podczas wypadku na pasażerów działają ogromne siły bezwładności



Rys. 4.25. Siła bezwładności jest zawsze skierowana przeciwnie do przyspieszenia układu

Obserwator zewnętrzny

Gdy patrzysz z zewnątrz, możesz podać następujące wyjaśnienie:

- Kulka porusza się wraz z wózkiem ruchem jednostajnym.
- W pewnym momencie na wózek zaczyna działać siła, w wyniku czego zmniejsza on swoją prędkość i w końcu się zatrzymuje.
- Ta siła nie działa jednak na kulkę, więc kontynuuje ona swój ruch jednostajny prostoliniowy, zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki.

Podobnie sytuację w hamującym autobusie opisze osoba stojąca na przystanku.

Obserwator w pojeździe

Inaczej wygląda opis tego samego zjawiska z punktu widzenia osoby znajdującej się w pojeździe.

- Dla tej osoby w spoczynku jest pojazd.
- W pewnym momencie kulka zaczyna toczyć się do przodu.
- Obserwator w pojeździe wyciąga wniosek, że na kulkę zadziałała pewna siła.

Podobna siła powoduje przewracanie się do przodu pasażerów hamującego autobusu. Z kolei gdy pojazd gwałtownie przyspiesza, pasażerowie odczuwają siłę ciągnącą ich w tył. Nazywamy je **siłami bezwładności**. Te siły nie wynikają z oddziaływania z żadnym ciałem. Nie da się wskazać ciała, które pchałoby lub ciągnęło pasażerów w opisanych przypadkach.

Działanie siły bezwładności obserwujemy tylko dlatego, że układ odniesienia (pojazd) porusza się ruchem zmiennym. Taki układ nazywamy **układem nieinercyjnym**. W przeciwieństwie do niego układ związany z obserwatorem, który nie porusza się ruchem zmiennym, nazywamy **układem inercyjnym**.

W układzie inercyjnym działają wyłącznie rzeczywiste siły, związane z oddziaływaniem ciał. W układzie nieinercyjnym działają także siły bezwładności, wynikające ze zmiany prędkości tego układu.

Działanie sił bezwładności jest związane z **ruchem zmiennym** układu odniesienia, dlatego np. łatwo zauważamy hamowanie i przyspieszanie autobusu, nawet gdy nie patrzymy przez okno.

A to ciekawe

Z pomiaru siły bezwładności działającej na ciało o znanej masie możemy wyznaczyć przyspieszenie układu. Na tej zasadzie działa akcelerometr, czyli przyrząd do bezpośredniego pomiaru przyspieszenia. Sercem tego urządzenia jest mały ciężarek, którego ruchy pod wpływem sił bezwładności są odczytywane przez odpowiednie czujniki. W akcelerometr jest wyposażona większość smartfonów. Aby skorzystać z przyrządu, należy zainstalować odpowiednią aplikację, np. Phyphox.

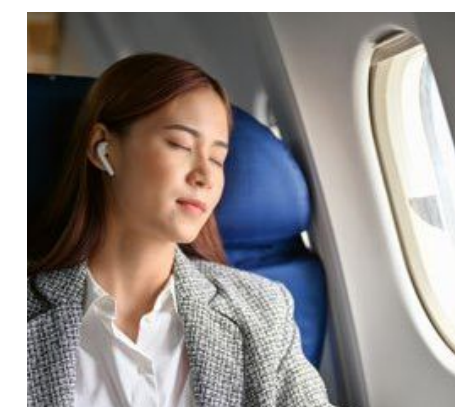


Zasada względności

Ruchu jednostajnego nie możemy wykryć w podobny sposób jak wykrywamy ruch zmienny, ponieważ w każdym układzie inercyjnym wszystkie zjawiska fizyczne przebiegają jednakowo. Ten fakt nazywamy **zasadą względności Galileusza**. Oznacza ona, że jeżeli np. zamkniemy oczy w lecącym ze stałą prędkością samolocie odrzutowym, będziemy mieli wrażenie, jakbyśmy byli w spoczynku.

Z zasady względności wynika, że nie ma takich doświadczeń fizycznych, które moglibyśmy przeprowadzić wewnątrz samolotu odrzutowego, aby wyznaczyć jego prędkość. Określenie „wewnątrz samolotu” oznacza w tym przypadku całkowity brak kontaktu ze światem zewnętrznym, czyli np. gdy nie możemy wyrzucić przez okno.

Natomiast kiedy samolot zacznie przyspieszać, bez trudu odczuwamy, że się porusza. Jednak wtedy stanie się on układem nieinercyjnym.



Rys. 4.26. Jeśli będziesz miał w samolocie zamknięte oczy, a samolot będzie miał stałą prędkość, to będziesz miał wrażenie, że spoczywasz

Wartość siły bezwładności

Wyobraźmy sobie ciało mogące przemieszczać się niemal bez tarcia po podłodze autobusu (jak np. piłka lub walizka na kółkach). Jeśli autobus rusza z przyspieszeniem $\vec{a}$ względem ziemi, to ciało pozostaje względem niej nieruchomo, ale względem autobusu porusza się z przyspieszeniem o wartości a , tylko przeciwnie skierowanym.

Podobnie jest przy hamowaniu – tym razem przyspieszenie ciała względem autobusu jest skierowane do przodu, czyli także przeciwnie do przyspieszenia autobusu względem ziemi.

Skoro w układzie nieinercyjnym ciało o masie m porusza się z przyspieszeniem o wartości a , to obserwator w tym układzie stwierdzi, że zadziałała na nie siła o wartości $F_b = ma$. Siła bezwładności jest skierowana przeciwnie do przyspieszenia układu, więc w zapisie wektorowym otrzymamy zależność:

$$\vec{F}_b = -m\vec{a}$$

siła bezwładności masa ciała przyspieszenie układu odniesienia

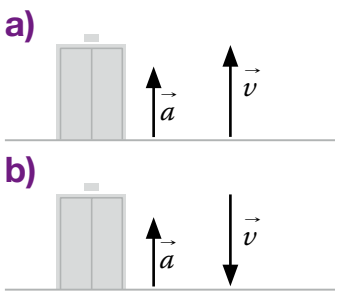
Oczywiście w układzie nieinercyjnym oprócz sił bezwładności na ciało działają także siły rzeczywiste, będące skutkiem oddziaływania z innymi ciałami.

Przeciążenie

Kiedy znajdujesz się w windzie, która rusza w górę, wydaje ci się, że twój ciężar się zwiększa. Podobnie jest, gdy winda hamuje podczas jazdy w dół. Co więcej, jeśli w windzie staniesz na wadze sprężynowej, ona tylko potwierdzi te odczucia – wskaże większy wynik niż w spoczynku lub w ruchu jednostajnym (rys. 4.27).



Rys. 4.27. Waga sprężynowa w windzie zwiększy swoje wskazanie podczas gwałtownego ruszania w górę lub hamowania przy jeździe w dół



Rys. 4.28. Winda ruszająca (przyspieszająca) w górę (a) i hamująca przy jeździe w dół (b)

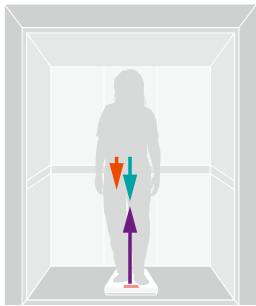
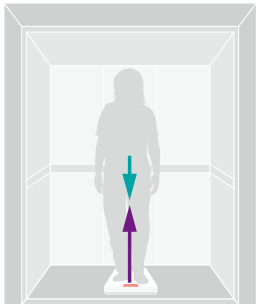
Zauważ, że w obu tych przypadkach przyspieszenie jest skierowane w górę (rys. 4.28).

Gdy przyspieszenie układu odniesienia jest skierowane w górę, wtedy pozornie zwiększa się ciężar ciała. To zjawisko nazywamy przeciążeniem.

Z przeciążeniem mamy więc do czynienia, kiedy:

- winda rusza w górę,
- winda hamuje, poruszając się w dół.

Wiesz jednak, że podczas ruchu windy twoja masa się nie zmienia. Ziemia również przyciąga cię stale tą samą siłą, czyli nie zmienia się twój ciężar. Przyczynę występowania przeciążenia wyjaśnimy z dwóch punktów widzenia.

Obserwator w windzie (układ nieinercyjny)	Obserwator na zewnątrz (układ inercyjny)
Przyspieszenie a jest skierowane w górę, więc na pasażera działa siła bezwładności skierowana w dół . Ta siła dodaje się do ciężaru pasażera .	Waga naciska na stopy pasażera pewną siłą F , która nie tylko równoważy jego ciężar , ale nadaje mu przyspieszenie a , aby poruszał się razem z windą.
	
Waga podtrzymuje pasażera i równoważy sumę sił, a więc działa siłą F równą: $F = mg + ma$. Siła wypadkowa działająca na pasażera jest równa zeru. Pasażer się nie porusza (względem windy).	Wypadkowa siły nacisku wagi na stopy oraz ciężaru jest skierowana w górę i ma wartość ma . Tak więc $ma = F - mg$, czyli: $F = mg + ma$ Zwiększoną siłę oddziaływania między stopami a wagą pasażer odczuwa jako zwiększenie ciężaru.

Siły działające poziomo omówiliśmy w przypadku pojazdu.

Wyjaśnienie jest więc podobne do wyjaśnienia sił bezwładności działających w poziomie. Różnica polega na naszych odczuciach.

- Na ogół nie działają na nas siły w poziomie, więc siłę bezwładności traktujemy jako nowe zjawisko.
- W pionie zawsze działa na nas siła ciężkości, więc siłę bezwładności odczuwamy jako jej zwiększenie albo zmniejszenie.

Niezależnie od sposobu wyjaśnienia otrzymujemy ten sam wniosek co do wartości siły nacisku na wagę:

$$F_N = mg + ma$$

Niedociążenie

Odwrotnie zjawiska zachodzą wtedy, gdy przyspieszenie windy jest skierowane w dół. Dzieje się tak, kiedy (rys. 4.29):

- winda rusza w dół,
- winda hamuje, jadąc w górę.

W układzie nieinercyjnym siła bezwładności działa w górę, a więc odejmuje się od ciężaru ciała. Z punktu widzenia obserwatora zewnętrznego część siły ciężkości służy do nadania pasażerowi przyspieszenia takiego, jakie ma winda, więc nacisk wagi na stopy musi zrównoważyć tylko pozostałą część tej siły.

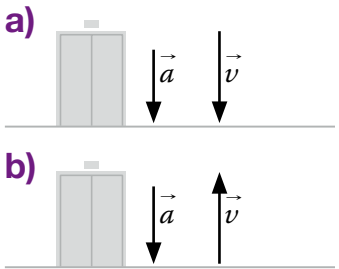
Z obu punktów widzenia otrzymujemy ten sam wzór opisujący nacisk stóp na wagę:

$$F_N = mg - ma$$

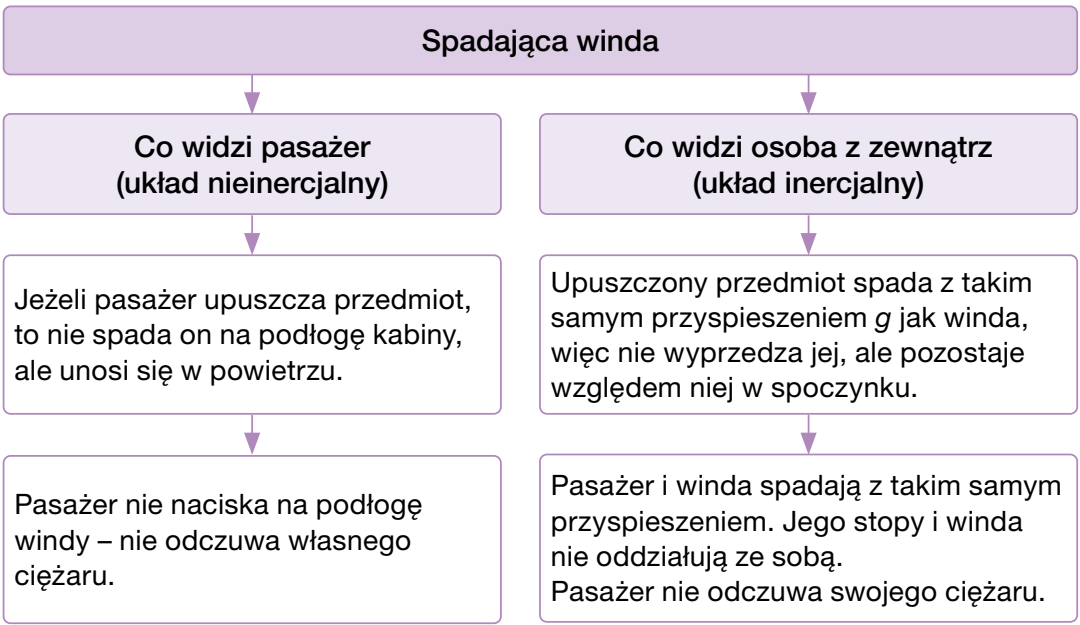
Nieważkość

Z ostatniego wzoru wynika, że jeżeli $a = g$, to siła nacisku na wagę $F_N = 0$. Z taką sytuacją mielibyśmy do czynienia w windzie spadającej swobodnie (czyli poruszającej się z przyspieszeniem g w dół).

Pozorne zmniejszenie się ciężaru ciał do zera z powodu przyspieszonego ruchu układu odniesienia nazywamy nieważkością.



Rys. 4.29. Winda ruszająca (przyspieszająca) w dół (a) i hamująca przy jeździe w górę (b)



NIEWAŻKOŚĆ NA ORBICIE

Stan nieważkości wcale nie oznacza, że nie działają żadne siły. Oczywiście można sobie wyobrazić głęboki kosmos, gdzie siły grawitacji można pominąć, ale nie jest to jedyna możliwość. Nieważkość można określić jako stan, gdy mimo sił działających na układ ciał, ciała wewnątrz układu nie wywierają na siebie nacisku. Taka sytuacja ma miejsce na przykład w stacji kosmicznej na orbicie. Siły działające na orbicie można rozważać w dwóch układach odniesienia: **inercyjnym** i **nieinercyjnym**.

Układ inercjalny – obserwator na zewnątrz stacji w spoczynku względem Ziemi

Dla obserwatora znajdującego się w inercyjnym układzie odniesienia, czyli takim, który jest nieruchomy lub porusza się jednostajnie prostoliniowo, np. względem Ziemi, sytuacja wygląda następująco.

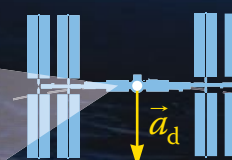
Astronauta i stacja kosmiczna poruszają się w taki sam sposób (z takim samym przyspieszeniem) względem Ziemi, a w związku z tym pozostają względem siebie w spoczynku i astronauta w stacji znajduje się w stanie nieważkości.

Astronauta i stacja poruszają się po orbicie z taką samą prędkością v prostopadłą do siły grawitacji.

Siła grawitacji działająca na stację jest znacznie większa niż działająca na astronautę, ale stacja ma także wielokrotnie większą masę niż astronauta. Zatem siła grawitacji działająca na każde z nich nadaje im takie samo przyspieszenie dośrodkowe.

Układ nieinercjalny – obserwator wewnątrz stacji, np. znajdujący się w niej astronauta

Stacja kosmiczna poruszająca się po orbicie ma stałe przyspieszenie dośrodkowe, więc jest dla astronauty nieinercyjnym układem odniesienia.

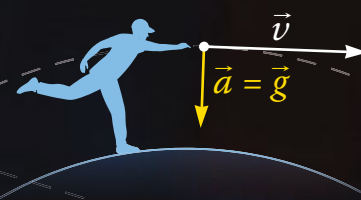


W takim układzie na astronautę działa siła bezwładności (w tym przypadku siła odśrodkowa) wynikająca z ruchu przyspieszonego układu odniesienia (stacji). Równoważy ona siłę grawitacji działającą na astronautę, więc astronauta pozostaje nieruchomy względem stacji i znajduje się w stanie nieważkości.

Ruch na orbicie jako rzut poziomy



Jeśli pominiemy opory ruchu, to w kierunku poziomym kamień porusza się cały czas z prędkością v , natomiast w kierunku pionowym – spada swobodnie z przyspieszeniem ziemskim g .



Jeśli rzucilibyśmy kamień dostatecznie mocno i nadali mu odpowiednio dużą prędkość (ok. $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$), to jego spадanie zostałoby zrównoważone przez zakrzywienie powierzchni Ziemi, więc nie spadłby, ale okręzał Ziemię.

W kierunku prostopadłym do powierzchni Ziemi poruszałby się z przyspieszeniem ziemskim g .

Ruch stacji kosmicznej i astronauty na orbicie możemy traktować więc tak jak nieustanne spadanie swobodne dwóch kamieni rzuconych równocześnie poziomo z taką samą prędkością.



Wykonamy proste doświadczenie, aby móc zaobserwować nieważkość.

Doświadczenie 17

- 1. W dnie plastikowej butelki zrób mały otwór i napełnij butelkę wodą. Doświadczenie wykonaj nad wanną albo dużą miską.
- 2. Gdy trzymasz butelkę pionowo, woda wylewa się przez otwór.
- 3. Zatkaj palcem otwór, przez który wylewa się woda, a potem równocześnie puść butelkę i odkryj otwór.
- 4. Butelka spada swobodnie. Obserwuj, co się dzieje podczas jej lotu.

W czasie spadku butelki woda jest przyciągana przez Ziemię siłą taką samą jak zwykle.

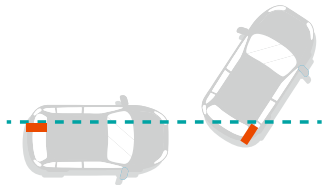
Stan nieważkości nie oznacza braku grawitacji.

Zatem siła grawitacji powodowała, że woda spadała. Jednak butelka spadała tak samo szybko jak woda, więc woda jej nie wyprzedzała. Dlatego w czasie spadania butelki nie obserwowaliśmy wylewania się z niej wody.

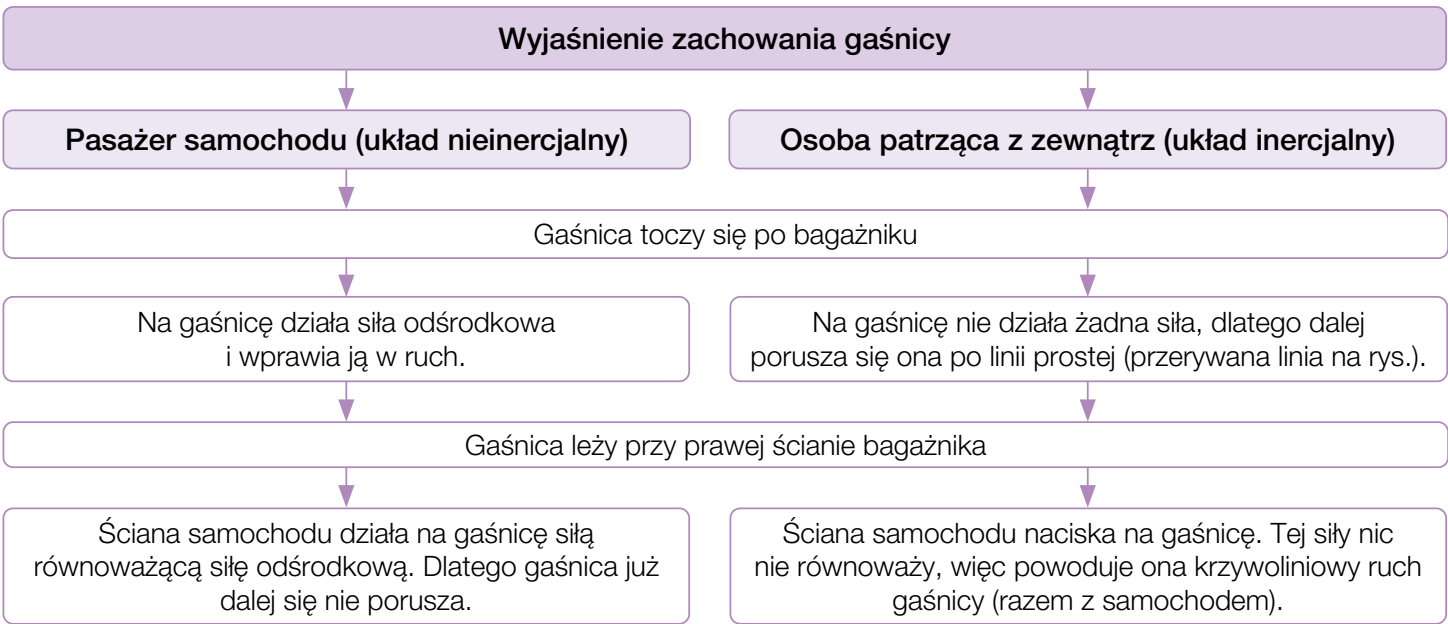
Siła odśrodkowa

Siły bezwładności występują w **każdym układzie** poruszającym się ruchem **z przyspieszeniem**. Ponieważ w ruchu po okręgu (nawet jednostajnym) mamy do czynienia z przyspieszeniem (dośrodkowym), więc zawsze występuje w nim siła bezwładności. Nazywamy ją **siłą odśrodkową**, ponieważ jest zwrócona od środka okręgu na zewnątrz.

Możemy ją łatwo odczuć na karuzeli albo w skręcającym samochodzie. Jest to siła pozorna, więc w układzie inercyjnym możemy wyjaśnić wszystkie zjawiska bez działania tej siły. Oto przykład. W bagażniku samochodu (rys. 4.30) znajdowała się gaśnica. Kiedy samochód skręcił w lewo, gaśnica przetoczyła się w prawo.



Rys. 4.30. Gaśnica mogąca poruszać się swobodnie w skręcającym samochodzie



Przykład z gaśnicą przekonuje nas, że siła odśrodkowa ma taką samą wartość jak rzeczywista siła, która z punktu widzenia układu inercyjnego powoduje ruch ciała. Zatem do obliczania jej wartości można używać wzoru na siłę dośrodkową:

$$F_{od} = \frac{mv^2}{r}$$

wartość siły odśrodkowej masa ciała prędkość ciała
promień okręgu, po którym porusza się ciało

Do tego samego wniosku dojdziemy, jeżeli do wzoru $F = ma$ podstawimy wzór na przyspieszenie dośrodkowe.

Zwrot siły bezwładności

Siła bezwładności jest zawsze skierowana przeciwnie niż przyspieszenie układu. Zbierzmy w jednej tabeli rozważane dotąd przypadki.

Sytuacja	Przyspieszenie układu	Siła bezwładności
Samochód rusza	do przodu →	do tyłu ←
Samochód hamuje	do tyłu ←	do przodu →
Winda rusza w górę	do góry ↑	w dół ↓ (obserwujemy ją jako zwiększenie ciężaru)
Winda rusza w dół	w dół ↓	do góry ↑ (obserwujemy ją jako zmniejszenie ciężaru)
Ruch po okręgu albo zakręcie	do środka okręgu ↻	od środka na zewnątrz ↻ (siła odśrodkowa)

Doświadczenie z siłą odśrodkową

Działanie siły odśrodkowej możemy w efektowny sposób zademonstrować za pomocą prostych przyrządów.

Doświadczenie 18

- 1. Napełnij małe wiaderko (np. po serku) do połowy wodą.
- 2. Przywiąż do rączki wiaderka linkę, a następnie wpraw całość w szybki ruch po okręgu w płaszczyźnie pionowej.
- 3. Dlaczego woda się nie wylewa, gdy wiaderko jest odwrócone do góry dnem?



Odpowiedź na pytanie z doświadczenia zależy od układu odniesienia.

Dla uproszczenia rozważamy przypadek, gdy woda się nie wylewa, ale także nie naciska na denko wiaderka.

Dlaczego woda się nie wylewa

Układ nieinercyjny (np. ślimak siedzący na wiaderku)

Na wodę w wiaderku działa siła odśrodkowa. Równoważy ona siłę ciężkości, więc woda się nie wylewa.

Układ inercyjny (np. człowiek prowadzący doświadczenie)

Na wodę w wiaderku działa tylko siła ciężkości. Powoduje ona jej ruch z przyspieszeniem skierowanym w dół. Jednak wiaderko porusza się po okręgu, czyli także z przyspieszeniem skierowanym w dół (ponieważ w najwyższym punkcie toru „do środka” oznacza „w dół”). Dlatego woda nie porusza się względem wiaderka.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Wyobraź sobie stację kosmiczną w kształcie torusa („obwarzanka”) o zewnętrznej średnicy 200 m poruszającą się z wyłączonymi silnikami w dużej odległości od ciał niebieskich (tak daleko, że oddziaływanie grawitacyjne między stacją a dowolnym ciałem niebieskim jest pomijalnie małe). Torus obraca się z pewną prędkością kątową ω . Astronauci odczuwają siłę odśrodkową jako sztuczną grawitację.

a) Z jaką prędkością kątową powinna się obracać stacja, aby siła odśrodkowa działająca na astronautę była równa jego ciężarowi na Ziemi? Ile powinien wynosić okres obrotu stacji?

b) Które ściany byłyby dla astronautów podłogą, a które sufitem?

Dane: $d = 200 \text{ m}$ – średnica zewnętrzna torusa

Szukane: ω , T – prędkość kątowa i okres obrotu stacji dla zadanego warunku

Rozwiązanie:

a) Z treści zadania wynika, że siła odśrodkowa $F_{\text{od}} = m\omega^2 r$ działająca na astronautę powinna być równa sile ciężkości $F_g = mg$ działającej na człowieka na Ziemi. Możemy więc zapisać:

$$m\omega^2 r = mg$$

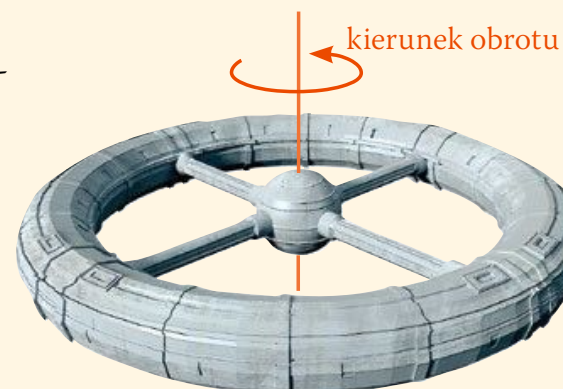
gdzie: m – masa człowieka, g – przyspieszenie ziemskie, r – promień okręgu, po którym porusza się astronauta i $r = \frac{1}{2}d = 100 \text{ m}$.

Z powyższego równania wyznaczamy szukaną prędkość kątową:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$\omega = \sqrt{\frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{100 \text{ m}}} \approx 0,31 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



Ze wzoru $\omega = \frac{2\pi}{T}$ wyznaczamy okres obrotu stacji i obliczamy:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx \frac{2\pi}{0,31 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 20 \text{ s}$$

b) Siła odśrodkowa działa zawsze prostopadle do osi obrotu w kierunku zewnętrznym. Z treści zadania wiemy, że astronauci odczuwają ją jako siłę ciężkości. Oznacza to, że ściana znajdująca się bliżej osi obrotu będzie dla nich sufitem, a przeciwległa do niej – podłogą.

Odpowiedź: Siła odśrodkowa będzie równa ciężarowi astronauty na Ziemi przy prędkości kątowej stacji ok. $0,31 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Przy takiej prędkości okres obrotu stacji będzie wynosił ok. 20 s. Sufitem będzie dla astronautów ściana od strony osi obrotu.

Uwaga. Gdybyśmy umieli zbudować tak wielką stację kosmiczną, bardzo prawdopodobne, że sztuczną grawitację zawdzięczałaby ona właśnie obrotowi wokół własnej osi. Raz wprawiona w ruch obrotowy, mogłaby kręcić się bez końca, ponieważ w przestrzeni kosmicznej nie ma oporu powietrza. Nie musiałaby także znajdować się z dala od wszelkich ciał niebieskich – mogłaby równie dobrze orbitować wokół Ziemi lub innej planety.

1. Podczas wypadku samochodowego pojazd jadący z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zatrzymał się w czasie 0,5 s. Przyjmij, że poruszał się ruchem jednostajnie zmiennym.

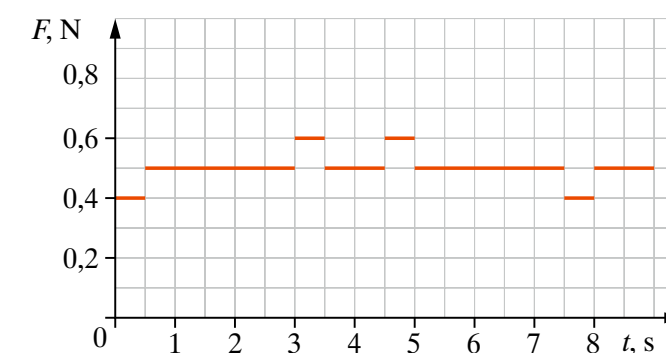
a) Oblicz siłę bezwładności działającą na kierowcę o masie 70 kg. Ile razy większa była ta siła od siły ciężkości?

b) Oblicz drogę przebytą przez samochód w 0,5 s.

2. Samochód jedzie po zakręcie o promieniu krzywizny 50 m. Przy jakiej prędkości siła odśrodkowa odczuwana przez kierowcę ma wartość dwa razy mniejszą niż jego ciężar?

3. Dwóch uczniów miało za zadanie zarejestrować wskazania siłomierza podczas przemieszczania się windy między kolejnymi piętrami. Na siłomierzu wisiał ciężarek o masie 50 g. Jeden z uczniów uruchomił kamerę telefonu komórkowego skierowaną na siłomierz, gdy winda ruszała z trzeciego piętra. Uczniowie odczytali potrzebne

dane z filmu i narysowali wykres, który widzisz poniżej. Sporządź na jego podstawie wykresy zależności $a(t)$, $v(t)$ i $x(t)$ dla windy. Przyjmij zwrot w górę za dodatni. Na którym piętrze znajdowała się winda, gdy uczniowie zakończyli pomiary?



4. Z jaką prędkością kątową powinniśmy kręcić wiaderkiem na sznurku (patrz doświadczenie 18. na s. 185), aby woda się nie wylewała? Jaki powinien być okres obiegu wiaderka?

Przyjmij dla uproszczenia, że cała woda znajduje się w odległości 50 cm od osi obrotu.

Projekt Siła Coriolisa

Cel projektu

Poznasz siłę bezwładności zwaną siłą Coriolisa (czyt. koriolisa) i zaobserwujesz jej działanie w doświadczeniu. Zrozumiesz mechanizm działania tej siły z punktu widzenia układu inercyjnego oraz jej wpływ na zjawiska zachodzące na naszej planecie.

Wprowadzenie

Siła odśrodkowa nie jest jedyną siłą bezwładności działającą w obracającym się układzie odniesienia. Gdy znajdujące się w takim układzie ciało porusza się względem układu, działa na nie także siła Coriolisa. W układzie nieinercyjnym jej działanie można wyjaśnić dążeniem ciała do zachowania prędkości liniowej.

Zadania do wykonania

1. Przeprowadź następujące doświadczenie. Znajdź na placu zabaw karuzelę podobną do przedstawionej na zdjęciu. Wpraw karuzelę w ruch i wejdź na nią. Połóż piłeczkę na płycie karuzeli i potocz ją od brzegu płyty w stronę środka. Obserwuj ruch piłeczki.



2. Zejdź z karuzeli. Znowu wpraw w ruch karuzelę i potocz piłeczkę od brzegu płyty w stronę środka. Obserwuj ruch piłeczki.
3. Naskicuj ruch piłeczki w układzie odniesienia karuzeli i w zewnętrznym układzie odniesienia.
4. Znajdź informacje na temat siły Coriolisa. Dowiedz się, jak wyjaśniamy jej powstawanie z punktu widzenia układu inercyjnego. Możesz skorzystać z różnych źródeł informacji, np. książek i filmów (także dostępnych w internecie). Zapisz, z jakich źródeł korzystasz.
5. Dowiedz się, jakie znaczenie ma siła Coriolisa dla zjawisk w atmosferze Ziemi.
6. Można spotkać się z poglądem, że siła Coriolisa jest odpowiedzialna za kierunek wiru przy odpływie podczas wylewania wody z wanny. Sprawdź doświadczalnie, czy rzeczywiście tak jest. Dowiedz się, jak obliczamy wartość siły Coriolisa, i oszacuj tę wartość dla porcji wody wylewającej się z wanny. Czy przedstawiony pogląd jest prawdziwy?

Podsumowanie Ruch i siły

- Wielkością opisującą oddziaływanie jest **siła**. Siła jest wektorem o określonych cechach: wartości, kierunku, zwrocie i punkcie przyłożenia.

▶ Jednostką siły jest **niuton**: $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

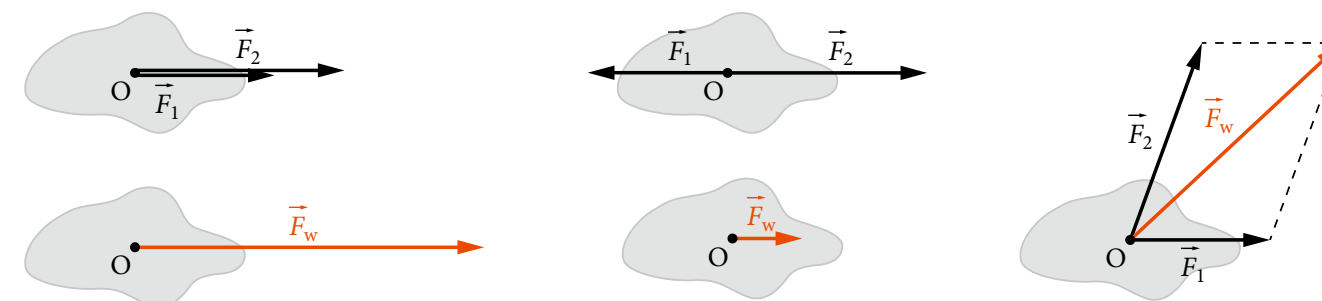
▶ Aby siły się równoważyły, muszą działać na to samo ciało, a ich suma wektorowa musi wynosić $\vec{0}$.

▶ Dodawanie dwóch sił o wspólnym punkcie przyłożenia oraz:

a) jednakowych kierunkach i zwrotach $F_w = F_1 + F_2$

b) jednakowych kierunkach i przeciwnych zwrotach $F_w = |F_1 - F_2|$

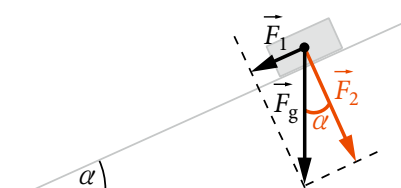
c) różnych kierunkach – metoda równoległoboku $\vec{F}_w = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$



▶ Rozkładanie siły na składowe

$$F_1 = F_g \sin \alpha$$

$$F_2 = F_g \cos \alpha$$



Zasady dynamiki

▶ Pierwsza zasada dynamiki

Jeśli na ciało nie działa żadna siła albo działające na nie siły się równoważą, to ciało spoczywające będzie nadal spoczywać, a ciało poruszające się będzie poruszać się z tą samą prędkością po linii prostej.

▶ Druga zasada dynamiki

Przyspieszenie, z jakim porusza się ciało o masie m , jest wprost proporcjonalne do siły wypadkowej $\vec{F}$ działającej na to ciało i odwrotnie proporcjonalne do jego masy:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Kierunek i zwrot przyspieszenia są takie jak kierunek i zwrot siły.

▶ Trzecia zasada dynamiki

Gdy ciało A działa na ciało B siłą $\vec{F}_{AB}$, to ciało B działa na ciało A siłą $\vec{F}_{BA}$. Siły te mają jednakową wartość i ten sam kierunek, ale przeciwne zwroty i są przyłożone do różnych ciał.

Rodzaje tarcia



► **Siła tarcia statycznego** może przyjmować różne wartości wynoszące od zera do F_{Tmax} :

$$F_{Tmax} = f_s \cdot F_N$$

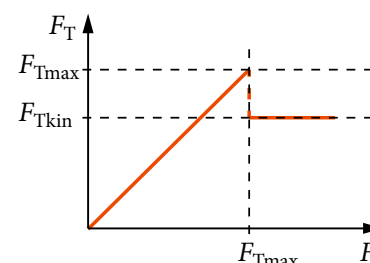
gdzie: f_s – współczynnik tarcia statycznego, F_N – siła nacisku.

► **Siła tarcia kinetycznego** F_{Tkin} jest mniejsza niż maksymalna wartość tarcia statycznego. Zależność siły F_{Tkin} od siły nacisku F_N przedstawia wzór:

$$F_{Tkin} = f_k \cdot F_N$$

gdzie: f_k – współczynnik tarcia kinetycznego, F_N – siła nacisku.

► Zależność między współczynnikami tarcia: $f_s > f_k$.



■ Siłę powodującą ruch po okręgu nazywamy **siłą dośrodkową**:

$$F_d = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$$

gdzie: m – masa ciała poruszającego się po okręgu, v – prędkość liniowa, r – promień okręgu, ω – prędkość kątowa.

■ **Siły bezwładności** $\vec{F}_b$ to siły pozorne, które nie wynikają z żadnych oddziaływań. Ich działanie obserwujemy tylko wtedy, gdy układ odniesienia porusza się ruchem przyspieszonym:

$$\vec{F}_b = -m\vec{a}$$

■ W **układzie inercjalnym** działają wyłącznie rzeczywiste siły, wynikające z oddziaływania ciał.

■ W **układzie nieinercjalnym** oprócz sił rzeczywistych działają siły pozorne, związane ze zmianą prędkości układu odniesienia.

■ Gdy siła bezwładności działa w tym samym kierunku co siła grawitacji, jej działanie odczuwamy jako pozorne zwiększenie ciężaru ciała – **przeciążenie**, jego pozorne zmniejszenie – **niedociążenie** lub pozorny brak ciężaru – **nieważkość**. Przeciążenie występuje np. w windzie ruszającej w górę, a niedociążenie – w windzie ruszającej w dół. Nieważkość natomiast występuje m.in. na stacji kosmicznej na orbicie Ziemi.

■ Obracający się układ odniesienia jest układem nieinercjalnym. Działa w nim siła bezwładności, zwana **siłą odśrodkową**:

$$F_{od} = \frac{mv^2}{r} = F_d$$

Siła ta jest skierowana wzdłuż promienia i zwrócona na zewnątrz okręgu, po którym porusza się ciało.

Sposób na zadanie

Stosowanie praw fizyki i modelowanie zjawisk

Zadanie 1. (0–1)

Wskaż właściwe dokończenie poniższego zdania.

Zastanów się, jaką wartość może mieć siła wypadkowa działająca na spoczywający kamyczek.

Jeśli na spoczywający kamyczek działają tylko trzy siły: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ oraz $\vec{F}_3$, których wartości są równe odpowiednio: $F_1 = 3 \text{ N}$, $F_2 = 4 \text{ N}$ oraz $F_3 = 5 \text{ N}$, to siła będąca wypadkową $\vec{F}_2$ i $\vec{F}_3$, czyli suma $\vec{F}_2 + \vec{F}_3$, ma wartość:

A. 1 N.

B. 3 N.

C. $\sqrt{41} \text{ N}$.

D. 9 N.

Rozwiązanie:

Jeżeli ciało spoczywa, to oznacza, że wypadkowa wszystkich działających na nie sił wynosi zero.

Wiemy, że na ciało działają trzy siły, więc aby ich wypadkowa wynosiła zero, suma dwóch z nich musi być co do wartości równa trzeciej sile i mieć przeciwny zwrot.

W zadaniu jest pytanie o sumę sił oznaczonych jako 2 i 3:

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_1$$

To oznacza, że szukana wartość to 3 N, bo tyle wynosi wartość siły $\vec{F}_1$.

Zauważ, że nie musimy znać kątów między kierunkami sił, aby odpowiedzieć na to pytanie.

Wartości sił $\vec{F}_2$ i $\vec{F}_3$ również nie są nam potrzebne.

Wartość ich sumy to F_1 – i ta wartość nam wystarczy, aby wskazać odpowiedź.

Odpowiedź: B

Warto zapamiętać!

- Jeżeli ciało spoczywa, to stąd możemy wnioskować, że działająca na nie siła wypadkowa wynosi zero. Ale nie odwrotnie: jeśli siła wypadkowa wynosi zero, ciało może spoczywać, ale może także poruszać się ruchem jednostajnym (zgodnie z pierwszą zasadą dynamiki).

Zadanie 2. (0–1)

Kostka lodu ześlizguje się niemal bez tarcia po równi pochyłej.

Wybierz właściwe dokończenie zdania spośród A–C

oraz jego uzasadnienie spośród 1–3. Pomiń tarcie i opory powietrza.

Kostka lodu, ślizgając się po równi, cały czas się topi, a jej przyspieszenie

Przyspieszenie zawsze jest związane z siłą działającą na ciało. Trzeba wskazać odpowiednią siłę. Najlepiej w tym celu wykonać rysunek.

A.	wzrasta,	ponieważ	1.	maleje masa kostki.
B.	maleje,		2.	nie zależy od masy kostki.
C.	nie zmienia się,		3.	maleje siła wypadkowa działająca na kostkę.

Rozwiązanie:

Jeżeli ciało zsuwa się z równi, to działa na nie siła ciężkości: $F_g = mg$. Siłę tę rozkładamy na składowe: siłę $\vec{F}_2$ prostopadłą do równi i siłę $\vec{F}_1$ równoległą do równi (patrz rys.). Składowa prostopadła jest równoważona przez siłę reakcji równi.

Za zsuwanie się ciała z równi odpowiada składowa równoległa:

$$F_1 = mg \sin \alpha$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki $F_1 = ma$, gdzie a to przyspieszenie ciała. Możemy przyrównać te dwa wzory na siłę F_1 i wyznaczyć z nich a :

$$ma = mg \sin \alpha \rightarrow a = g \sin \alpha$$

Przyspieszenie ciała zsuwającego się bez tarcia po równi pochyłej nie zależy więc od masy ciała. Obie wielkości występujące we wzorze na przyspieszenie nie zmieniają się podczas ruchu ciała, czyli przyspieszenie jest stałe.

Odpowiedź: C-2

Warto zapamiętać!

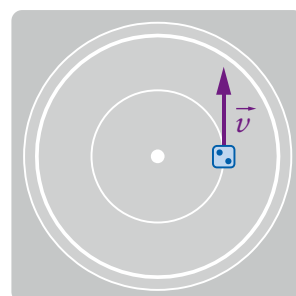
- Siła ściąająca ciało z równi, czyli składowa siły ciężkości równoległa do równi, jest proporcjonalna do masy ciała. Dlatego przyspieszenie ciała jest niezależne od masy.

Zadanie 3. Na tarczy gramofonu wykonującej 45 obrotów na minutę położono kostkę do gry o masie m . Nie porusza się ona względem tarczy. Odległość kostki od osi obrotu wynosi r , a wymiary samej kostki pomijamy. Współczynnik tarcia statycznego między tarczą gramofonu a kostką to f_s , a współczynnik tarcia kinetycznego między tymi powierzchniami to f_k .

Na rysunku zaznaczono wektor prędkości liniowej kostki $\vec{v}$.

Kierunek i zwrot siły można rozpoznać po jej skutkach.

Zauważ, że wektor prędkości jest styczny do narysowanego okręgu.

**Zadanie 3.1 (0–1)**

Wybierz właściwe zakończenie zdania.

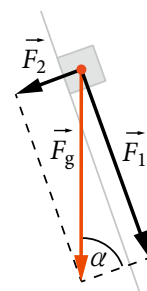
Siła tarcia działająca na kostkę:

- A.** ma taki sam kierunek i zwrot jak wektor $\vec{v}$.
- B.** ma taki sam kierunek jak wektor $\vec{v}$, ale przeciwny zwrot.
- C.** ma kierunek prostopadły do wektora $\vec{v}$ i zwrot w stronę osi obrotu tarczy.
- D.** ma kierunek prostopadły do wektora $\vec{v}$ i zwrot w stronę od osi obrotu tarczy.

Rozwiązanie:

Siła tarcia działająca na kostkę powoduje jej ruch po okręgu. Zatem jest to siła dośrodkowa, czyli zwrócona w stronę środka okręgu.

Odpowiedź: C

**Zadanie 3.2 (0–1)**

Wybierz właściwe zakończenie zdania spośród A–C i jego uzasadnienie spośród 1–3.

Siła tarcia między kostką a tarczą ma wartość

A.	$f_k mg$,	ponieważ	1.	kostka porusza się po okręgu.
B.	$f_s mg$,		2.	nacisk kostki na tarczę jest równy jej ciężarowi mg .
C.	$\frac{mv^2}{r}$,		3.	między kostką a tarczą działa siła tarcia kinetycznego.

Rozwiązanie:

Podobnie jak w zadaniu 3.1 do udzielenia odpowiedzi wystarczy obserwacja, że siła tarcia pełni w opisanej sytuacji funkcję siły dośrodkowej. Tak więc do obliczenia wartości tej siły możemy wykorzystać wzór na siłę dośrodkową.

Wzór $F = f_s mg$ nie ma tu zastosowania, ponieważ opisuje tylko maksymalną możliwą wartość siły tarcia statycznego. Jednak na ogół siła tarcia nie osiąga swojej maksymalnej wartości, a tylko taką, jaka jest niezbędna do utrzymania ciała w spoczynku.

Tym bardziej nie jest nam potrzebny współczynnik tarcia kinetycznego, ponieważ kostka nie ślizga się po tarczy gramofonu. To, że cała tarcza się obraca, nie ma tu znaczenia – jeśli wybieramy między tarcie statycznym a kinetycznym, ważny jest tylko ruch lub spoczynek trących powierzchni względem siebie nawzajem.

Odpowiedź: C-1

Zastanów się także nad odpowiedziami, których nie wybrałeś. Dlaczego uważasz je za błędne? Dzięki temu nie przeoczysz istotnych informacji w zadaniu.

Warto zapamiętać!

- Nazwy *siła dośrodkowa* używamy na określenie każdej siły powodującej zmianę kierunku ruchu. Tą siłą może być np. siła tarcia.
- Siłę dośrodkową działającą na ciało o masie m poruszające się z prędkością v po okręgu o promieniu r obliczamy ze wzoru: $F_d = \frac{mv^2}{r}$.

Zadania analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie 1. Na spoczywające ciało działają cztery siły: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ oraz $\vec{F}_4$. **Wskaż równość prawdziwą.**

- A.** $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$
- B.** $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3 - \vec{F}_4$
- C.** $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 - \vec{F}_3 - \vec{F}_4$
- D.** $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

Zadanie 2. Ciało ześlizguje się bez tarcia z równi pochyłej nachylonej do poziomu pod kątem 20° . **Oblicz jego przyspieszenie.**

Zadanie 3. Samochód o masie 1000 kg jedzie z prędkością $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Droga skręca w lewo, a promień krzywizny zakrętu wynosi $r = 100 \text{ m}$. Współczynnik tarcia kinetycznego opony o asfalt to $f_k = 0,75$, a współczynnik tarcia statycznego między tymi ciałami wynosi $f_s = 1$.

a) Jak zwrócona jest siła tarcia działająca na samochód względem kierunku jego ruchu?

A. w lewo B. w prawo C. do przodu D. do tyłu

b) Oblicz wartość tej siły.

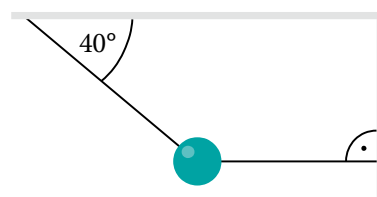
Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

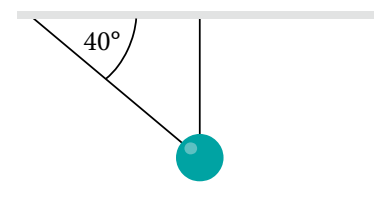


Zadanie 1. Siły naciągu

Kula o masie 10 kg spoczywa, zawieszona na dwóch linach, z których jedna jest zamocowana do sufitu, a druga – do ściany. Lina zamocowana do ściany jest ustawiona poziomo, natomiast lina zaczepiona do sufitu tworzy z sufitem kąt 40° , tak jak przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1



Rysunek 2

Zadanie 1.1. Oblicz siły naciągu każdej z lin. Przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Wskazówka. Przerysuj ilustrację do zeszytu. Narysuj siły działające na kulę.

Zadanie 1.2. Jak zmieni się rozwiązanie zadania, jeśli kulę powiesimy w sposób przedstawiony na rysunku 2.?

Zadanie 2. Tarcie statyczne

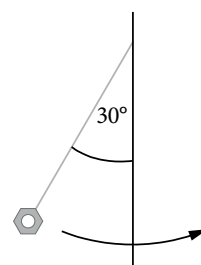
Książka o masie $m = 0,5 \text{ kg}$ położona na płaskim stole lekko uniesionym z jednej strony pozostaje w spoczynku. Kąt nachylenia blatu stołu do poziomu wynosi α .

Co można powiedzieć o współczynniku tarcia statycznego między książką a stołem?



Zadanie 3. Wahania nakrętki

Na nitce o długości 1,5 m powieszono stalową nakrętkę o masie 30 g. Nitkę odchyłono od pionu i puszczono. Zaczęła się bujać na nici z bardzo małymi oporami ruchu. W najniższym punkcie toru nakrętka porusza się z prędkością $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Oblicz siłę naprężenia nici w najniższym punkcie toru.

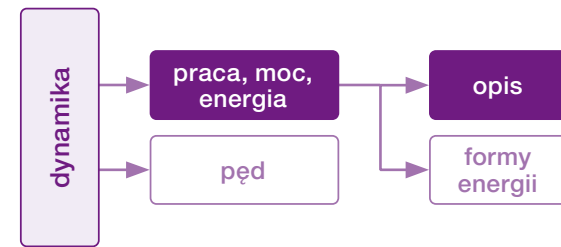
5. Energia i pęd

1. Praca i energia
2. Moc
3. Energia potencjalna i energia kinetyczna

4. Pęd
5. Zderzenia
6. Pęd a zasady dynamiki



5.1 Praca i energia

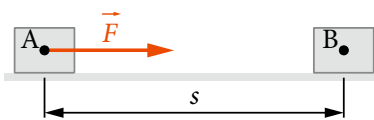


Ważne w tej lekcji:

- pojęcie pracy wraz ze wzorami,
- pojęcie energii i jej przekazywanie,
- zasada zachowania energii.

Przypomnij sobie:

- Jeśli na ciało działa siła, a ciało przemieszcza się w kierunku zgodnym z jej kierunkiem, to praca wykonana nad ciałem jest równa iloczynowi siły i drogi.
- Praca jest wielkością skalarną, a jej jednostką jest džul: $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$.



Rys. 5.1. Ciało przemieściło się od punktu A do B, w tej sytuacji $W = Fs$

Praca

Słowo praca ma w fizyce inne znaczenie niż w mowie codziennej. Przypomnijmy, że gdy na ciało działa siła $\vec{F}$, a ciało się przemieszcza i pokonuje drogę s **zgodnie z kierunkiem i zwrotem tej siły**, to pracę obliczamy ze wzoru:

$$W = Fs$$

praca wartość siły
przebyta droga

Nazwa **dżul** pochodzi od nazwiska brytyjskiego fizyka Jamesa Joule'a, stąd symbol J.

Ze wzoru $W = Fs$ wynika, że jednostką pracy jest niuton razy metr ($\text{N} \cdot \text{m}$). Ta jednostka ma własną nazwę – džul (J).

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Wkrótce zajmiemy się przypadkami, gdy kierunki wektorów siły i przemieszczenia ciała nie są zgodne. Na razie jednak przypomnimy inne ważne pojęcie.

Pojęcie energii

Poniżej opisaliśmy i porównaliśmy trzy sytuacje.



Aby podnieść ciężarek, musimy wykonać pracę.



Aby rozpędzić młotek, musimy wykonać pracę.



Aby napiąć łuk, musimy wykonać pracę.

Gdy ciężarek będzie spadać, może wykonać pracę, np. wybić dziurę w ziemi.

Dzięki temu młotek może wykonać pracę, np. wbić gwóźdź.

Łuk także może wykonać pracę i rozpędzić strzałę.

W każdym z przypadków mieliśmy do czynienia z magazynowaniem pracy, czyli z **energiją**. Powtórzmy nasze opisy z użyciem pojęcia energii.

Kiedy podnosimy ciężarek, dostarczamy mu energię. Gdy ciężarek uderzy w podłoże, może oddać tę energię.

Kiedy rozpędzamy młotek, dostarczamy mu energię. Młotek może oddać tę energię, kiedy hamuje, wbijając gwóźdź.

Kiedy napinamy łuk, dostarczamy mu energię. Łuk może oddać tę energię, kiedy się prostuje, rozpędzając strzałę.

Poszczególne formy (rodzaje) energii mają swoje nazwy.

Kiedy ciało znajduje się wyżej, ma większą **energię potencjalną grawitacji**.

Kiedy ciało porusza się szybciej, ma większą **energię kinetyczną**.

Kiedy ciało sprężyste zostaje odkształcone, zyskuje **energię potencjalną sprężystości**.

Zależność między pracą a energią możemy podsumować następująco:

Jeśli ciało może wykonać pracę, to mówimy, że ma energię.

Jednostka energii

Skoro energia to „zmagazynowana praca”, zatem mierzymy ją w takich samych jednostkach jak pracę – w **dżulach** (J).

Praca a zmiana energii

Stwierdzenie, że „energia to zmagazynowana praca”, możemy teraz potraktować także ilościowo. Na przykład:

- jeśli podniesienie ciężarka wymaga wykonania pracy 100 J, to zyskuje on energię 100 J,
 - kiedy ciężarek wykonuje pracę 100 J, zmniejsza swoją energię o 100 J.
- Możemy zatem sformułować ogólną zasadę.

Zmiana energii wynikająca z wykonania pracy jest równa tej pracy:

$$\Delta E = W$$

Praca jako sposób przekazu energii

Na zależność między pracą a energią można popatrzeć także z drugiej strony. Jeśli podnoszę ciężarek, to zwiększam jego energię, ale tracę własną. Można więc powiedzieć, że przekazuję swoją energię ciężarkowi.

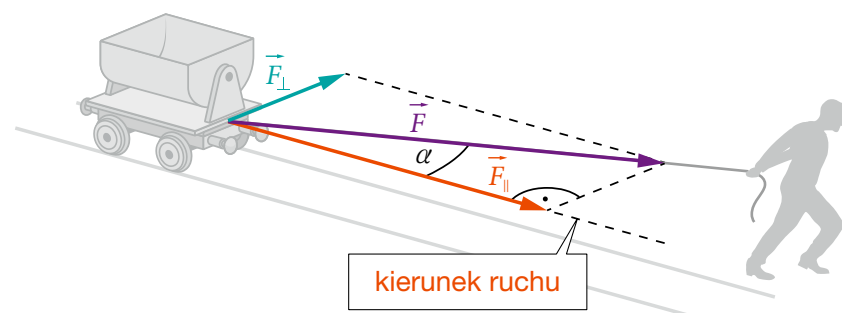
Praca to sposób przekazywania energii między ciałami.

Obliczanie pracy – przypadek ogólny

Znajomość związku pracy z energią pomoże nam zrozumieć sposób obliczania pracy w sytuacji, gdy kierunek ruchu ciała nie odpowiada kierunkowi działania siły. Taką sytuację mamy na rysunku 5.3.

Siłę $\vec{F}$, którą mężczyzna ciągnie wagonik, można rozłożyć na dwie składowe:

1. $\vec{F}_{\parallel}$ równoległą do kierunku ruchu wagonika – tylko ta siła wykonuje pracę,
2. $\vec{F}_{\perp}$ prostopadłą do kierunku ruchu wagonika – ona nie wykonuje pracy.



Rys. 5.3. Ciągąc wagonik po szynach, człowiek działa siłą $\vec{F}$, ale zgodna z kierunkiem ruchu wagonika jest tylko składowa oznaczona na rysunku $\vec{F}_{\parallel}$

Ponieważ $F_{\parallel}s = Fscos\alpha$, możemy zapisać:

$$W = F_{\parallel}s = Fscos\alpha$$

składowa działającej siły równoległa do kierunku ruchu pokonana droga
praca działająca siła kąt między działającą siłą a kierunkiem ruchu

Jest to wzór ogólny, obejmujący także szczególne sytuacje takie jak:

- Siła działa w stronę, w którą przesuwa się ciało (rys. 5.1, s. 196):

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow \cos\alpha = 1, \text{ a więc } W = Fs$$

- Siła działa przeciwnie do ruchu ciała (np. kiedy ciało zwalnia):

$$\alpha = 180^\circ \rightarrow \cos\alpha = -1, \text{ a więc } W = -Fs$$

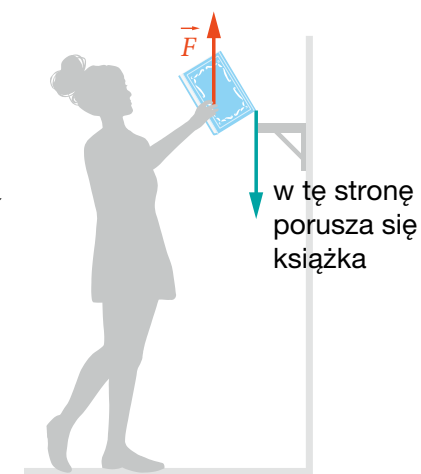
- Siła działa prostopadłe do ruchu ciała (np. podczas ruchu po okręgu):

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \cos\alpha = 0, \text{ a więc } W = 0$$

Obliczanie pracy – dwa ważne przypadki

- I Siła działa (jest zwrócona) w stronę przeciwną niż porusza się ciało. **Praca jest ujemna**, ponieważ w tym przypadku siła powoduje zmniejszenie energii ciała.

- Kiedy z półki ruchem jednostajnym zdejmujemy książkę, działamy siłą równoważącą ciężar. Ale energia potencjalna książki się zmniejsza.

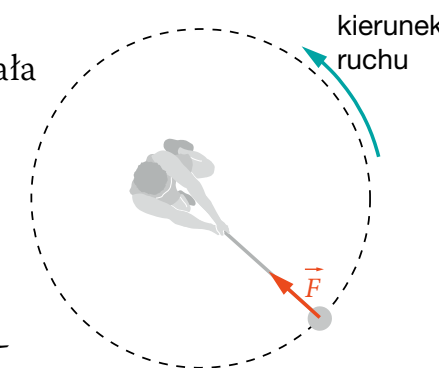


- Siła hamująca rozpędzony wózek powoduje zmniejszenie jego energii kinetycznej.

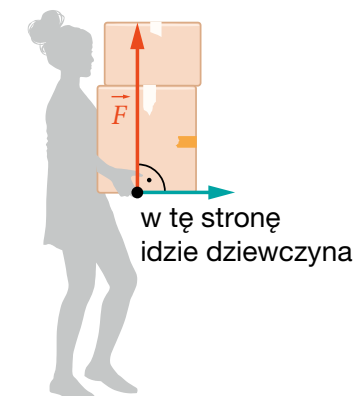


- II Siła działa prostopadłe do kierunku ruchu ciała. **Praca jest równa zero**, ponieważ w tym przypadku siła nie powoduje zmiany energii ciała.

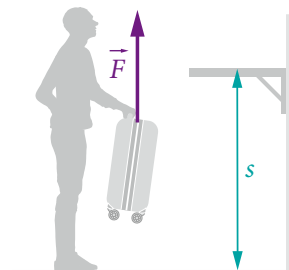
- W ruchu jednostajnym po okręgu nie zmienia się prędkość, a więc także energia kinetyczna ciała jest stała. Siła dośrodkowa, prostopadła do chwilowego kierunku ruchu, nie wykonuje pracy.



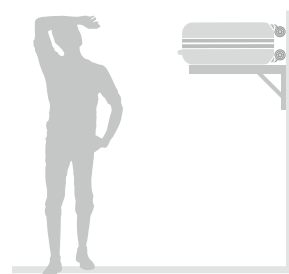
- Kiedy przenosimy kartony, idąc po poziomej drodze, nie zmieniamy ich energii potencjalnej.



a) Człowiek wykonuje pracę



b) Walizka zyskała energię, a człowiek ją stracił



Rys. 5.2. a) człowiek wkłada walizkę na półkę, b) kiedy już ją włożył, jest zmęczony



Rys. 5.4. Znosząc ciężkie rzeczy po schodach, nie zyskujemy energii

Praca zerowa i ujemna a zmęczenie

Człowiek, który trzyma w rękach ciężkie pudło, zmęczy się, choć nie wykonuje pracy. Wynika to jedynie z funkcjonowania ludzkiego organizmu: mięśnie człowieka stale drżą, gdy są napięte.

Podobnie nie zyskujemy energii, gdy znosimy po schodach ciężkie przedmioty, ponieważ organizm nie ma żadnej możliwości, aby tę energię przekształcić w formę użyteczną dla siebie. Taką możliwość dałoby nam odpowiednie urządzenie, np. gdybyśmy opuszczali przedmiot na sznurku napędzającym prądnice.

Zasada zachowania energii

Pojęcie energii jest niezwykle ważne. Niemal wszystkie zjawiska zachodzą dzięki przemianom energii. Energia nie może zniknąć ani powstawać z niczego, może tylko zmieniać formę (jeden rodzaj energii przechodzi w inny, np. energia kinetyczna w potencjalną) i być przekazywana między ciałami. Mówi o tym jedno z najważniejszych praw fizyki.

Zasada zachowania energii:

W układzie izolowanym całkowita energia wszystkich ciał nie ulega zmianie, może zmieniać się jedynie jej forma.

Sąsiednia galaktyka, M31 w Andromedzie, przyciąga nas ok. 30 bln razy słabiej niż Ziemia.

Przez układ izolowany rozumiemy taki układ ciał, w którym ciała mogą oddziaływać na siebie nawzajem, ale nie oddziałują z ciałami spoza układu.

Jest to oczywiście wyidealizowany model, ponieważ nawet bardzo odległa galaktyka oddziałuje na nas minimalną siłą grawitacji.

Jeśli jednak oddziaływanie z otoczeniem jest na tyle niewielkie, że można je pominąć, to układ traktujemy jako izolowany.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Na podłodze stoi kartonowe pudło z książkami. Jego całkowita masa wynosi 12 kg. Współczynnik tarcia kinetycznego między pudłem a podłogą wynosi 0,3. Oblicz, jaką pracę wykonamy, gdy przesuniemy je ruchem jednostajnym o 5 m.

Dane: $m = 12 \text{ kg}$ – masa pudełka,

$s = 5 \text{ m}$ – droga, jaką ma pokonać pudełko,

$f = 0,3$ – współczynnik tarcia kinetycznego między podłogą a pudełkiem

Szukane: W – praca



➡ Rozwiązanie:

Aby przesunąć pudełko, trzeba przezwyciężyć siłę tarcia kinetycznego. Tak więc wykonana praca będzie równa:

$$W = F_T s \quad (1)$$

gdzie F_T jest siłą tarcia kinetycznego.

Tę siłę obliczamy ze wzoru:

$$F_T = f F_N \quad (2)$$

gdzie F_N jest siłą nacisku pudełka na podłogę. Jest ona równa ciężarowi pudełka:

$$F_N = F_g = mg \quad (3)$$

Tak więc do wzoru (1) podstawiamy wzory (2) i (3) i otrzymujemy:

$$W = F_T s = f F_N s = f m g s$$

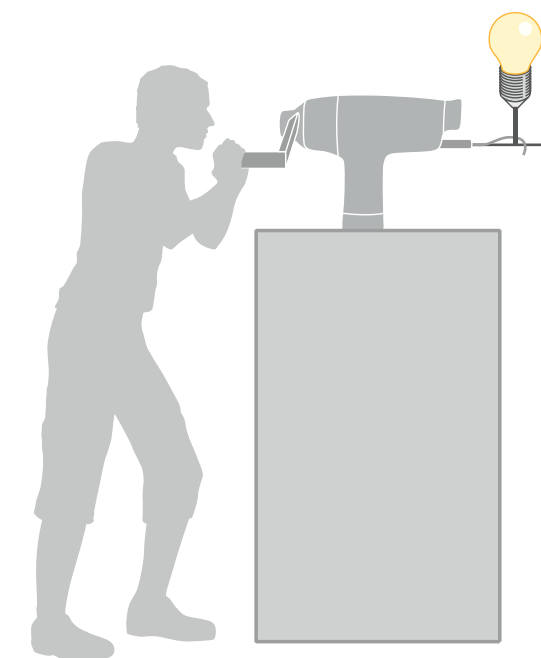
Po podstawieniu danych (w tym $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) otrzymujemy:

$$W = 0,3 \cdot 12 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 180 \text{ J}$$

Odpowiedź: Aby przesunąć pudełko, należy wykonać pracę 180 J.

Uwaga. Aby pudełko w ogóle zaczęło się poruszać, trzeba dodatkowo wykonać pracę nad jego rozpędzaniem, czyli przekazać mu energię, która zmieni się w jego energię kinetyczną. Nie uwzględniliśmy jej jednak w obliczeniach, ponieważ tę energię odzyskujemy pod koniec ruchu, gdy pudełko ostatni odcinek drogi może pokonać z rozpędu.

1. Siła potrzebna do pchania samochodu wynosi 250 N. Jaką pracę wykona kierowca, który musi przepchać swój zepsuty samochód o 40 m?
2. **P** Wojtek przesunął o 2 m szafę o masie 80 kg. Współczynnik tarcia kinetycznego między podstawą szafy i podłogą wynosi 0,4. Oblicz pracę, jaką wykonał Wojtek.
3. Chłopiec ciągnie sanki, na których siedzi jego siostra, po poziomej drodze długości 30 m. Działa on siłą 60 N, która tworzy z poziomem kąt 45° . Oblicz pracę wykonaną przez chłopca.
4. **i** Podczas jazdy motocykla energia chemiczna paliwa zmienia się w różne formy energii. Które z nich są z punktu widzenia motocyklisty użyteczne, a które stanowią straty energii? Skorzystaj z infografiki na następnych stronach.
5. Na rysunku widzisz chłopaka, który kręci korbą i w ten sposób napędza prądnice zasilającą żarówkę. Opisz, jakie przemiany energii zachodzą w tej sytuacji.



Formy energii

Energia występuje w wielu postaciach i może się przekształcać z jednej formy w inną. Oto z jakimi formami energii wiąże się jazda na motocyklu.



Energia akustyczna
Hałas silnika lub użycie klaksonu to wytworzenie fali dźwiękowej, czyli emisja energii akustycznej.



Energia promieniowania
Energia światła emitowanego przez reflektory to energia promieniowania.



Energia elektryczna
Zapłon silnika benzynowego lub działanie reflektorów są możliwe dzięki energii elektrycznej. Dlatego w motocyklu jest prądnica, która wytwarza prąd elektryczny.



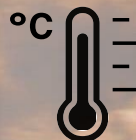
Energia chemiczna
Dzięki energii zmagazynowanej w wiązaniach chemicznych cząsteczek paliwa w baku są możliwe praca silnika i ruch pojazdu.



Energia potencjalna grawitacji
Jest ona związana z wysokością, zatem się zmienia, gdy pojazd wjeżdża na wzniesienie lub z niego zjeżdża.

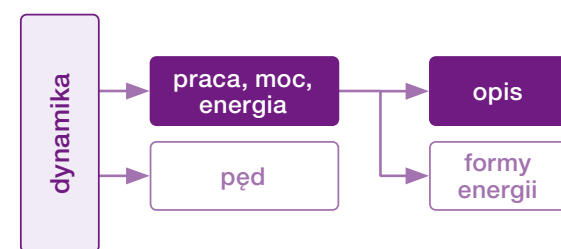


Energia kinetyczna
Wiąże się z ruchem – z im większą prędkością porusza się motocykl, tym większą ma energię kinetyczną.



Energia wewnętrzna
Praca silnika oraz opory ruchu sprawiają, że motocykl się rozgrzewa, czyli zwiększa swoją energię wewnętrzną.

5.2 Moc



Ważne w tej lekcji:

- pojęcie mocy wraz ze wzorami,
- pola pod wykresami $P(t)$ oraz $F(s)$.

Przypomnij sobie:

- Wykonana praca to iloczyn działającej siły (lub jej składowej równoległej do kierunku ruchu) i pokonanej drogi.
- Praca to sposób przekazywania energii: ciało wykonujące pracę traci energię, a ciało, nad którym wykonujemy pracę, zyskuje energię.

Moc i jej jednostka

W wielu sytuacjach interesuje nas nie to, jak duża praca została wykonana albo z jak wielką energią mamy do czynienia, ale to, jak szybko wykonano tę pracę albo jak szybko zaszła przemiana energii. Wielkością, która to opisuje, jest moc.

Moc jest wielkością określającą, jak szybko jest wykonywana praca. Liczbowo moc jest równa pracy wykonanej w czasie 1 s.

Jeśli na przykład silnik wykonuje pracę 600 J w ciągu 2 s, to na 1 s przypada 300 J. Mówimy, że taki silnik ma moc 300 $\frac{J}{s}$ (dżuli na sekundę), czyli 300 W (watów). Ten przykład pokazuje, że wzór na moc ma postać:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E}{t}$$

praca zmiana energii
moc czas

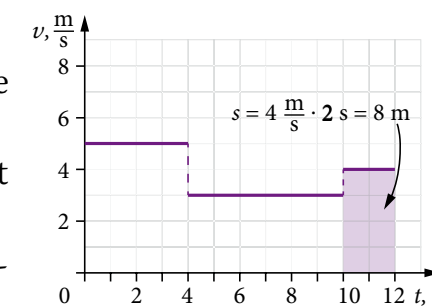
Jak już wspomnieliśmy, jednostką mocy jest wat: $1 \text{ W} = 1 \frac{J}{s}$.

Litera W jest symbolem pracy (w druku jest wtedy pisana kursywą), ale także wata, który jest jednostką mocy. Uważaj, żeby się nie pomylić!

Przypomnij sobie

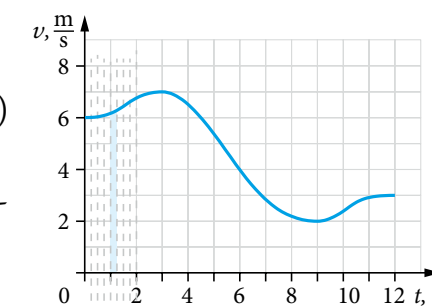
1. Prędkość ciała zmienia się kilkakrotnie podczas ruchu:

- możemy obliczyć drogę dla każdego z odcinków osobno ze wzoru $s = vt$,
- powierzchnia pod wykresem dla każdego odcinka to prostokąt o bokach v i t ,
- więc pole pod wykresem (suma pól tych prostokątów), to całkowita droga (suma dróg na poszczególnych etapach).



2. Prędkość ciała zmienia się w sposób ciągły:

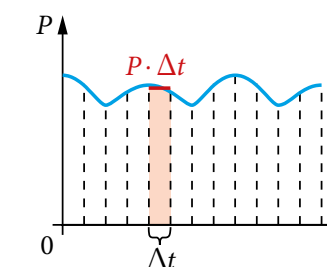
- możemy przybliżyć taką ciągłą zmianę dużą (ale skończoną) liczbą skokowych zmian,
- im drobniejszy podział, tym dokładniej łączne pole prostokątów zgadza się z przebytą drogą,
- pole pod wykresem jest więc równe przebytej drodze.



Wykorzystanie pola pod wykresem $P(t)$

Wzór definiujący moc łatwo przekształcić do postaci $W = Pt$. Moc pozwoli nam obliczyć pracę, gdy znamy czas, przez jaki urządzenie pracowało z taką mocą. Gdy się ona zmienia, ale tych zmian jest niewiele, możemy obliczyć pracę wykonaną na każdym etapie i dodać wyniki. Jeżeli natomiast zmiana mocy następuje w sposób ciągły, to podobnie jak w przypadku drogi lub przemieszczenia możemy skorzystać z obliczania pola pod wykresem (rys. 5.5).

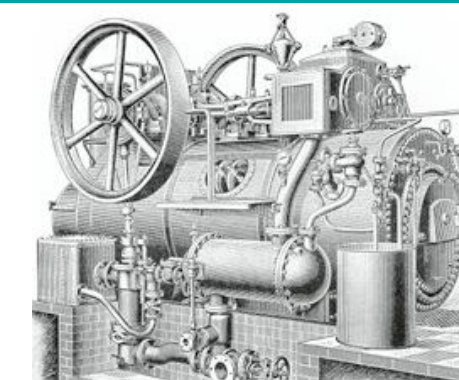
- Każdy ciągły wykres możemy przybliżyć wąskimi schodkami.
- Wysokość schodka jest w przybliżeniu stała, co odpowiada stwierdzeniu, że w krótkim czasie moc zmienia się bardzo nieznacznie.
- To pozwala skorzystać ze wzoru $W = Pt$, tak jakby moc była stała.
- W krótkim czasie Δt wykonana praca wynosi $P \cdot \Delta t$, co jest równe polu zacięniowanego prostokąta (rys. 5.5).
- W takim razie całe pole pod wykresem, złożone z wielu takich schodków, jest równe całej wykonanej pracy.

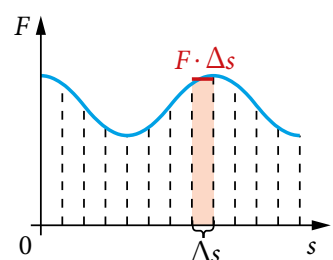


Rys. 5.5. Praca jest równa polu pod wykresem zależności $P(t)$

A to ciekawe

Moc silników samochodowych często jest wyrażana w koniach mechanicznych: $1 \text{ KM} = 735,5 \text{ W}$. Ta tradycyjna jednostka mocy wywodzi się z XVIII w., kiedy powstawały pierwsze maszyny parowe. James Watt (1736–1819) ulepszył silnik parowy Thomasa Newcomena (czyt. njukamena) i zajął się produkcją maszyn parowych. Ponieważ jego klientów interesowało, ile koni pociągowych zastępuje silnik, dlatego moc silnika maszyny parowej przeliczano właśnie na liczbę koni.





Rys. 5.6. Praca jest równa polu pod wykresem zależności $F(s)$

Wykorzystanie pola pod wykresem $F(s)$

Zauważmy, że w analogiczny sposób możemy obliczać pracę wykonaną przez zmienną siłę.

Założmy, że siła działa w tę stronę, w którą porusza się ciało. W tym przypadku potrzebujemy wykresu $F(s)$. Pole pod wykresem możemy przybliżyć schodkami, z których każdy jest równy pracy wykonanej na małym odcinku drogi Δs (rys. 5.6).

Jeśli siła działa w inną stronę, a nawet gdy jej kierunek się zmienia, możemy postąpić podobnie, ale wtedy zamiast samej siły F musimy na pionowej osi odłożyć jej składową $F_{\parallel} = F \cos \alpha$.

Moc i prędkość

Jeśli pchamy wagonik siłą 400 N ze stałą prędkością $0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, to w czasie 1 s wagonik przejedzie drogę 0,2 m, a więc my wykonamy pracę $W = 400 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} = 80 \text{ J}$. To znaczy, że moc wynosi 80 W.

Zauważ, że tyle samo uzyskamy, gdy pomnożymy wartości siły i prędkości: $80 = 400 \cdot 0,2$. Nie jest to przypadkowa zbieżność, o czym możemy się upewnić dzięki przekształcaniu wzorów:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = F \frac{s}{t} = F \cdot v$$

Ten wzór obowiązuje przy założeniu, że siła działa zgodnie z kierunkiem ruchu. W przeciwnym wypadku możemy skorzystać ze wzoru $W = F_{\parallel}s$, z którego otrzymamy $P = F_{\parallel}v$.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Silnik pracował ze zmienną mocą, co przedstawiono na wykresie. Oblicz pracę wykonaną przez silnik.

Dane: odczytujemy z wykresu

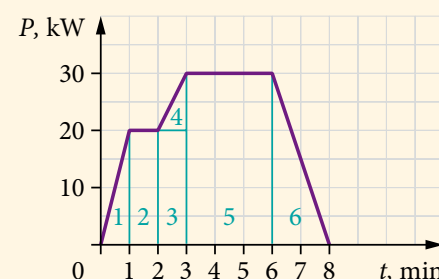
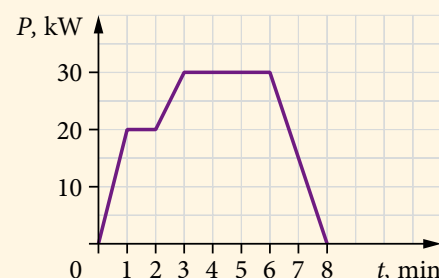
Szukane: W – praca wykonana przez silnik

Rozwiązanie:

Pole pod wykresem $P(t)$ można podzielić na trójkąty i prostokąty. Podział zaproponowany przez nas widzicie na wykresie obok – składa się on z 6 figur.

Suma ich pól jest równa wykonanej pracy, a więc:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ min} \cdot 20 \text{ kW} + 1 \text{ min} \cdot 20 \text{ kW} + 1 \text{ min} \cdot 20 \text{ kW} + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ min} \cdot 10 \text{ kW} + 3 \text{ min} \cdot 30 \text{ kW} + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ min} \cdot 30 \text{ kW} = \\ &= 175 \text{ kW} \cdot \text{min} = 175\,000 \text{ W} \cdot 60 \text{ s} \end{aligned}$$



Ostatecznie otrzymujemy:

$$W = 10\,500\,000 \text{ J} = 10,5 \text{ MJ}$$

Odpowiedź: Silnik wykonał pracę 10,5 MJ.

Uwaga. Jednostką wyniku zawsze jest iloczyn jednostek na osiach. Czasami trzeba ją przeliczyć, ponieważ np. kilowatominuta nie jest przyjętą jednostką pracy.

Pole pod wykresem możesz podzielić na jakie chcesz figury, np. na dwa trapezy. Części będzie mniej, ale obliczenia będą nieco bardziej złożone.

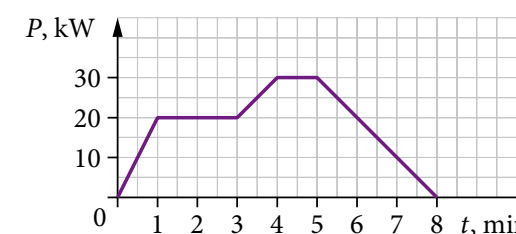
1. Wykonaj obliczenia i odpowiedz na poniższe pytania.

a) Jaką pracę wykona silnik o mocy 800 W w czasie 50 s?

b) W jakim czasie silnik o mocy 2 kW wykona pracę 60 kJ?

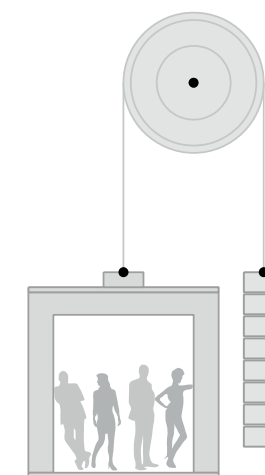
c) Jaką moc ma silnik, który w czasie 2 min wykonuje pracę 3000 J?

2. **P** Silnik pracował ze zmienną mocą, co przedstawiono na wykresie. Jaką pracę wykonał silnik w ciągu 8 minut?



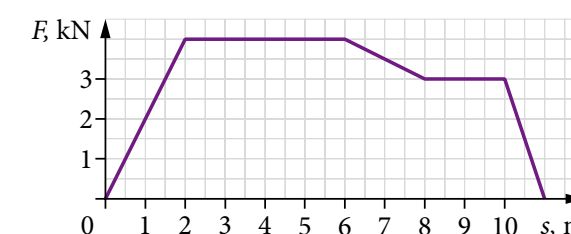
3. Kabina windy o dopuszczalnej ładowności 600 kg ma masę 800 kg. Została zawieszona na linie przewleczonej przez bęben napędzany silnikiem. Na drugim końcu liny przymocowano przeciwwagę.

Zgodnie z obowiązującymi normami ciężar przeciwwagi powinien być równy sumie ciężaru kabiny i połowy ciężaru dopuszczalnej ładowności. Silnik windy działa w ten sposób, że niezależnie od obciążenia kabiny winda porusza się z prędkością



$v = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Oblicz maksymalną moc, z jaką silnik windy pracuje w czasie ruchu ze stałą prędkością. Pomiń opory ruchu. Przyjmij $g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

4. Lokomotywa ciągnęła wagon zmienną siłą, której zależność od przebytej drogi przedstawia wykres. Oblicz pracę wykonaną przez lokomotywę.



5. Siła oporów ruchu działająca na samochód o masie 1200 kg jadący po poziomym terenie z prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ wynosi 600 N.

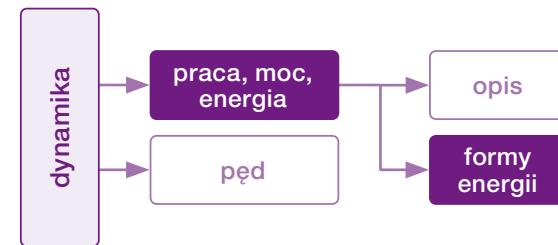
a) Oblicz moc silnika samochodu w opisanej sytuacji.

b) Oblicz moc silnika tego samego samochodu wjeżdżającego ze stałą prędkością $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ na wzniesienie o nachyleniu 5% (co oznacza, że tangens kąta nachylenia stoku do poziomu wynosi 0,05). Ponieważ głównym składnikiem siły oporu jest opór powietrza, przyjmij, że jest ona jednakowa na poziomej i na pochyłej drodze.

c) W dowodzie rejestracyjnym samochodu jego moc jest określana za pomocą jednej konkretnej liczby. Z treści tego zadania wynika jednak, że moc zależy od sytuacji. Jak to wyjaśnić?

5.3

Energia potencjalna i energia kinetyczna



Ważne w tej lekcji:

- pojęcia energii potencjalnej i kinetycznej,
- poziom odniesienia,
- sprawność,
- analiza ruchu ciał.

Przypomnij sobie:

- Energię związaną z położeniem ciała względem Ziemi (albo innego ciała niebieskiego, na którym moglibyśmy się znaleźć) nazywamy energią potencjalną grawitacji (energiją potencjalną ciężkości).
- Energia kinetyczna ma związek z ruchem ciała. Jest równa pracy, jaką należy wykonać, aby rozpędzić ciało od stanu spoczynku do danej prędkości.

Energię potencjalną sprężystości omówimy przy okazji badania ruchu drgającego w cz. 2 podręcznika.



Zajmiemy się teraz dwiema formami energii, z którymi szczególnie często spotykamy się zarówno w życiu codziennym, jak i w zadaniach z fizyki: energią potencjalną grawitacji oraz energią kinetyczną.

Energię potencjalną grawitacji będziemy nazywać po prostu energią potencjalną, ponieważ innymi rodzajami energii potencjalnej na razie nie będziemy się zajmować.

Zacznijmy od prostego, ale efektownego doświadczenia, w którym następuje przemiana pomiędzy tymi dwoma formami energii.

Doświadczenie 19

1. Jeden koniec nici przymocuj do stojaka a do drugiego przymocuj kulkę. Możesz też koniec nici o długości ok. 1 m przymocować do futryny otwartych drzwi, a do drugiego przywiązać jabłko.
2. Postaw kredkę i odchyl kulkę na nici tak, aby dotykała kredki (jak na zdjęciu). Jeżeli zdecydowałeś się zrobić doświadczenie z jabłkiem, to usiądź na krześle i odchyl jabłko na nitce od pionu tak, aby zbliżyło się do twojej twarzy.
3. Puść kulkę (jabłko) bez nadawania jej prędkości początkowej. Czy wracająca kulka przewróci kredkę? Czy wracające jabłko może cię uderzyć?

W doświadczeniu w czasie ruchu w dół energia potencjalna kulki (albo jabłka) zamieniała się w kinetyczną, a w czasie ruchu w górę – na odwrót. Z powodu oporów ruchu pewna część energii zamieniała się w energię wewnętrzną.

Zgodnie z zasadą zachowania energii końcowa energia potencjalna kulki nie mogła być większa od początkowej, więc wracająca kulka nie mogła się znaleźć wyżej niż na początku doświadczenia.

Obliczanie zmiany energii potencjalnej

Jeśli podnosimy ciało o masie m na wysokość h ruchem jednostajnym w pionie, to:

1. musimy działać siłą o wartości $F = mg$, aby zrównoważyć ciężar ciała,
2. przesuwamy je o drogę $s = h$.

W takim razie wykonamy pracę:

$$W = Fs = mgh$$

Okazuje się, że gdy wykonujemy pracę przeciw sile grawitacji i bez oporów ruchu, nie ma znaczenia, czy podnosimy ciało w pionie, czy też po bardziej skomplikowanym torze (rys. 5.7). Praca jest zawsze taka sama, równa zmianie energii potencjalnej:

$$\Delta E_p = W = mgh$$

Wykonana praca (z lewej) prowadzi do zmiany energii potencjalnej (w środku). Masa ciała (m) i przyspieszenie grawitacyjne (g) są stałymi. Wysokość, na jaką podniesiono ciało (h), jest zmienną.

Energia potencjalna i poziom odniesienia

W sposób opisany powyżej możemy obliczać jedynie **zmianę energii potencjalnej**. A jak obliczyć samą energię?

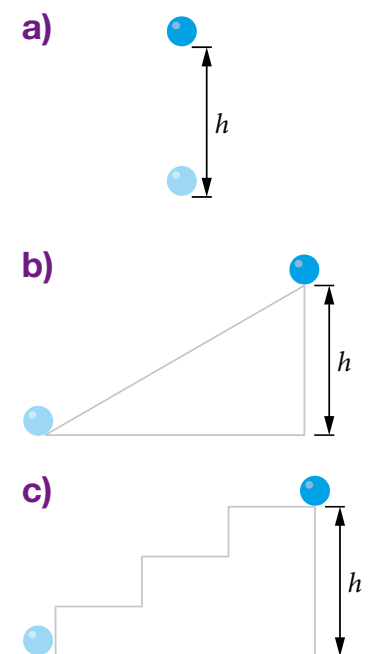
- Najczęściej nie jest to nam do niczego potrzebne, ponieważ badamy tylko zmiany energii, np. chcemy się dowiedzieć, ile energii potencjalnej zamieniło się w energię kinetyczną.
- Jeśli jednak chcemy obliczyć energię potencjalną, musimy przyjąć umowny poziom, na jakim energia potencjalna wynosi zero, czyli **poziom odniesienia**.

Wartość energii zależy od wyboru poziomu odniesienia. Na przykład kubek stojący na stoliku ma inną energię potencjalną względem stolika a inną względem podłogi. Po przyjęciu poziomu odniesienia możemy zapisać wzór na energię potencjalną w postaci:

$$E_p = mgh$$

energia potencjalna (z lewej) jest równa iloczynowi masy ciała (m), przyspieszenia grawitacyjnego (g) oraz wysokości nad poziomem odniesienia (h).

przy czym h oznacza teraz wysokość ponad przyjętym poziomem.



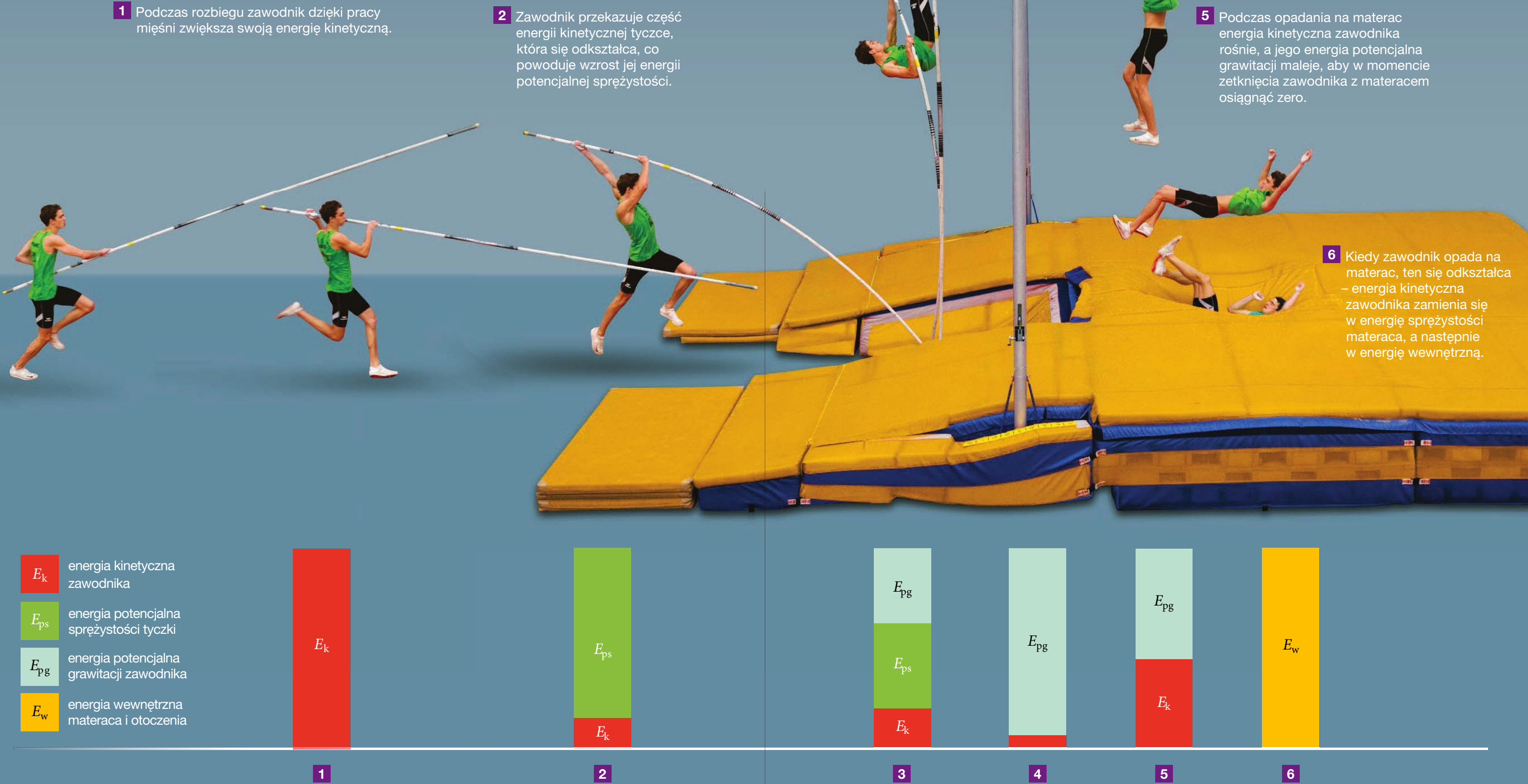
Rys. 5.7. Niezależnie od sposobu przemieszczenia kulki na wysokość h wykonywana praca jest taka sama

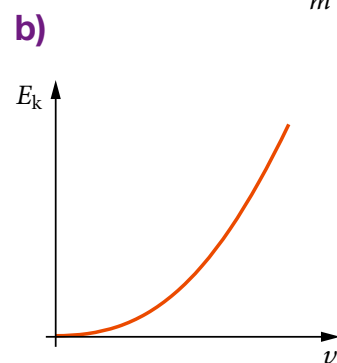
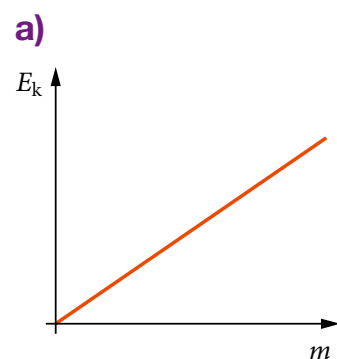


Rys. 5.8. Schodzący turyści mają już mniejszą energię potencjalną, niż mieli podczas noclegu na piętrze schroniska

Przemiany energii

Codziennie mamy do czynienia z przemianami jednej formy energii w inną, np. dzięki zjedzeniu posiłku możemy się poruszać (energia chemiczna zmienia się w kinetyczną). Prześledźmy przemiany energii w czasie wykonywania przez zawodnika skoku o tyczce.





Rys. 5.9. Szkic zależności energii kinetycznej: a) od masy przy ustalonej prędkości, b) od prędkości przy ustalonej masie

■ Energia potencjalna grawitacji jako energia układu ciał

Na ogół mówimy, że ciało ma energię potencjalną grawitacji. Warto jednak pamiętać, że w tym przypadku chodzi właściwie o energię nie samego ciała, ale układu złożonego z ciała i Ziemi. Jak się przekonasz, ma to znaczenie dla dobrego zrozumienia zasady zachowania energii.

■ Obliczanie energii kinetycznej

Wzór na energię kinetyczną znasz już ze szkoły podstawowej:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

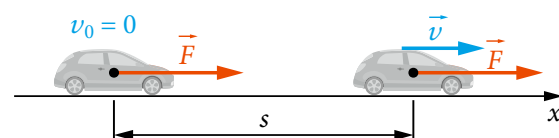
energia kinetyczna masa ciała prędkość ciała

Wynika z niego, że energia kinetyczna (rys. 5.9):

- jest proporcjonalna do masy, więc jest większa np. dla ciężarówki niż dla samochodu osobowego poruszającego się z taką samą prędkością,
- jest proporcjonalna do kwadratu prędkości, a więc rośnie z prędkością bardzo szybko – jeżeli samochód zwiększy prędkość trzykrotnie, jego energia kinetyczna wzrośnie aż dziewięć razy.

■ Wyprowadzenie wzoru na energię kinetyczną

Znamy już wzór na tę formę energii – zajmijmy się jego uzasadnieniem. Aby rozpędzić ciało (np. samochód) o masie m od stanu spoczynku do danej prędkości v , musimy przez pewien czas t działać na nie siłą o wartości F (rys. 5.10). Siła ta nada ciału przyspieszenie $a = \frac{F}{m}$.



Rys. 5.10. Praca wykonywana przez siłę $\vec{F}$ powoduje zwiększenie energii kinetycznej samochodu

Ponieważ prędkość początkowa samochodu jest równa zeru ($v_0 = 0$), a przyspieszenie jest stałe, więc przebędzie on drogę:

$$s = \frac{1}{2}at^2$$

Obliczmy pracę, jaka zostanie wykonana przez stałą siłę F działającą w trakcie rozpędzania ciała od stanu spoczynku do danej prędkości v na drodze s .

$$W = Fs$$

Wobec tego:

$$W = Fs = ma \cdot \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}m(at)^2$$

Ciało rozpędzamy od $v_0 = 0$ do prędkości v , więc: $\Delta v = v = at$.

Droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym:
 $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$,
 gdzie v_0 to prędkość początkowa.

$\Delta v = v_k - v_0$, gdzie:
 v_k – prędkość końcowa,
 v_0 – prędkość początkowa

Dlatego też pracę możemy w tym przypadku wyrazić następująco:

$$W = \frac{1}{2}mv^2$$

Skoro stwierdziliśmy, że energia kinetyczna ciała jest równa pracy potrzebnej do jego rozpędzenia, to możemy tę energię wyrazić za pomocą wyprowadzonego powyżej wzoru:

$$E_k = W = \frac{1}{2}mv^2$$

■ Opory ruchu a energia

Sumę $E_p + E_k$ nazywamy **energiami mechaniczną**. W odróżnieniu od całkowitej energii układu ta energia nie jest zachowana, ponieważ na skutek oporów ruchu ciała się rozgrzewają (rys. 5.11), a ich energia mechaniczna zmienia się w energię wewnętrzną (termiczną).

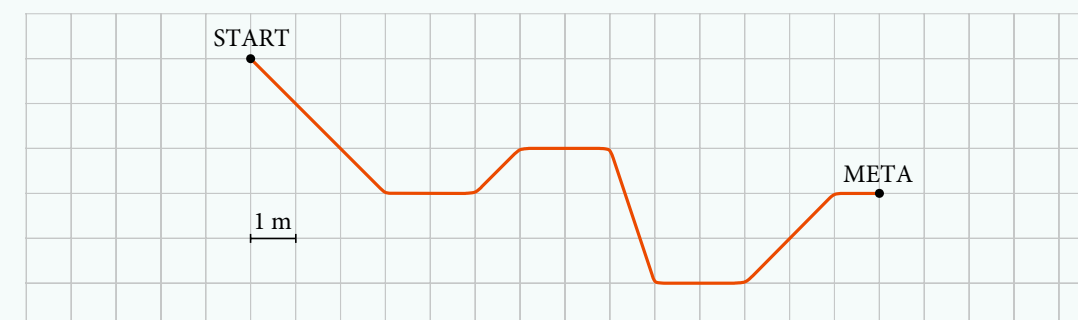
Wiemy jednak, że w przypadku wielu zjawisk opory ruchu można pominąć, a wtedy w obliczeniach energia mechaniczna pozostaje stała. Pozwala to w prosty sposób rozwiązywać zadania dotyczące takich zjawisk, nawet gdy ich przebieg jest skomplikowany (patrz poniżej).

Rys. 5.11. Pod wpływem oporu powietrza ciała się rozgrzewają. Na zdjęciu bolid przecinający atmosferę

JEST NA TO SPOSÓB

Jak wykorzystać zasadę zachowania energii do wyznaczenia prędkości

Na rysunku pokazano uproszczony schemat toru kolejki górskiej z wesołego miasteczka (widok z boku). Oblicz prędkość wagonika na mecie, jeżeli rozpoczął on jazdę z zerową prędkością. Pomiń opory ruchu.



PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROKU

Krok 1. Analizujemy energię na początku i na końcu ruchu

Przyjmijmy oznaczenia:

m – masa wagonika (może występować w obliczeniach),

v – szukana końcowa prędkość wagonika,

$h = 3 \text{ m}$ – różnica poziomów między startem a metą (odczytana z rysunku).

Ponieważ pomijamy opory ruchu, interesuje nas tylko energia potencjalna i kinetyczna. Przyjmijmy poziom mety za poziom odniesienia dla energii potencjalnej. Zapiszmy wzory na każdą z tych form energii na starcie i na mecie. Aby uporządkować te informacje, zapiszmy je w tabeli.



ENERGIA	START	META
Energia kinetyczna	$E_{k1} = 0$	$E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2$
Energia potencjalna	$E_{p1} = mgh$	$E_{p2} = 0$
Razem – energia mechaniczna	$E_1 = mgh$	$E_2 = \frac{1}{2}mv^2$

Krok 2. Zapisujemy równość wynikającą z zasady zachowania energii

Energia na starcie jest równa energii na mecie:

$$E_1 = E_2$$
$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

Krok 3. Wyznaczamy szukaną wielkość (prędkość v)

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad | : m$$
$$gh = \frac{1}{2}v^2 \quad \text{zamieniamy stronami}$$
$$\frac{1}{2}v^2 = gh \quad | \cdot 2$$
$$v^2 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Krok 4. Podstawiamy dane, obliczamy wartość liczbową i jej jednostkę

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m}} \approx 7,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$[v] = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Końcowa prędkość kolejki wynosiła ok. $7,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Uwaga. To zadanie moglibyśmy rozwiązać na podstawie praw mechaniki i rozważyć zmiany prędkości na każdym z czterech odcinków toru z osobna, jednak byłoby to bardzo żmudne.

Sprawdź, czy rozumiesz

- 1 Z jaką prędkością uderza w ziemię piłka upuszczona z wysokości 3 m?
- 2 Z jaką prędkością należy podrzucić do góry piłkę, aby wzniosła się na wysokość 3 m?
- 3 Z jaką prędkością poruszała się kolejka opisana w przykładzie w najniższym punkcie toru?

Sprawność

Chociaż energia nigdy nie znika, w przemianach energii tylko jej część zmienia się w formy, które są dla nas użyteczne.

Jeśli na przykład dźwig pobiera 1000 J energii elektrycznej, której 800 J zmienia się w energię potencjalną podnoszonego ładunku, a pozostałe 200 J – w energię wewnętrzną, to mówimy, że sprawność takiego urządzenia wynosi 0,8, czyli 80%.

Sprawność to stosunek uzyskanej energii użytecznej do energii dostarczonej:

energia użyteczna

$$\eta = \frac{E_u}{E_d}$$

energia dostarczona

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Pudełko popchnięto po podłodze z prędkością początkową $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Współczynnik tarcia kinetycznego między pudełkiem a podłogą wynosi 0,3. Jaką drogę przebędzie pudełko, zanim się zatrzyma?

Dane: $v_p = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ – prędkość początkowa pudełka, **Szukane:** s – droga, jaką przejedzie pudełko
 $f = 0,3$ – współczynnik tarcia kinetycznego

Rozwiązanie:

Masę pudełka oznaczmy literą m . Pudełko naciska na podłogę siłą równą swojemu ciężarowi:

$$F_N = mg$$

Wobec tego siła tarcia wynosi:

$$F_T = fF_N = fmg$$

Sposób I (z zasad dynamiki)

Siła tarcia nada pudełku przyspieszenie o zwrocie przeciwnym do prędkości i o wartości:

$$a = \frac{F}{m} = fg$$

To przyspieszenie pozwoli wyhamować od prędkości v_p do zera w czasie:

$$t = \frac{v_p}{a} = \frac{v_p}{fg}$$

W tym czasie pudełko przejedzie drogę:

$$s = \frac{v_p + v_k}{2} t = \frac{v_p + 0}{2} t = \frac{v_p}{2} t = \frac{v_p}{2} \cdot \frac{v_p}{fg} = \frac{v_p^2}{2fg}$$

Po podstawieniu wartości liczbowych otrzymujemy:

$$s = \frac{(1 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 0,3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 0,17 \text{ m} \quad [s] = \frac{(\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{m}$$



Sposób II (z własności pracy i energii)

Na drodze s siła tarcia wykona pracę:

$$W = -F_T \cdot s = -fmg s$$

(minus postawiliśmy dlatego, że zwrot wektora siły jest przeciwny do zwrotu wektora przemieszczenia).

Ta praca jest równa zmianie energii kinetycznej:

$$\Delta E_k = -\frac{1}{2}mv^2$$

(minus postawiliśmy ze względu na zmniejszanie się energii).

Tak więc:

$$fmg s = \frac{1}{2}mv^2 \quad | : m$$

$$fg s = \frac{1}{2}v^2 \quad | : fg$$

$$s = \frac{v^2}{2fg}$$

Otrzymaliśmy ten sam wzór, co w sposobie I, a więc obliczenia i wynik będą takie same.

Odpowiedź: Pudełko zatrzyma się po przebyciu ok. 17 cm.

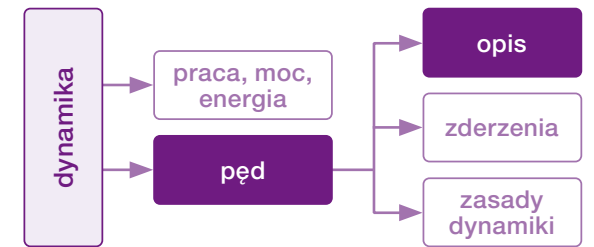
1. Tatarnik o masie 80 kg wraz z ekwipunkiem o masie 40 kg wspiął się na szczyt Mnicha o wysokości 2068 m n.p.m. Wspinaczkę rozpoczął ze schroniska nad Morskim Okiem na wysokości 1410 m n.p.m. O ile zwiększyła się jego energia potencjalna?



2. Samochodzik o masie 50 g, puszczone z równi pochyłej o wysokości 20 cm, jedzie z rozpędu po podłodze, hamowany siłą tarcia o wartości 0,02 N. Jaką drogę pokona po podłodze? Pomiń straty energii podczas zjazdu z równi.

3. **P** Z jaką prędkością należy popchnąć po podłodze pudełko, aby przejechało 2 m? Współczynnik tarcia kinetycznego między pudełkiem a podłogą wynosi 0,4.
4. Stalowa kulka została zawieszona na nierozciągliwej nitce o długości 1 m. Układ odchyłono od pionu o kąt 30° i puszczono swobodnie. Z jaką prędkością będzie się poruszać kulka w swoim najniższym położeniu? Pomiń masę nitki i opory ruchu.
5. Na jaką wysokość wzniesie się kamień podrzucony pionowo w górę z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$? Pomiń opór powietrza. Rozwiąż to zadanie na podstawie:
 - a) zasad dynamiki,
 - b) zasady zachowania energii.
6. Silnik o sprawności 80% napędza dreżynę, która podczas jazdy pokonuje opory ruchu o łącznej wartości 100 N. Jaką energię zużyje silnik, gdy dreżyna pokona 2 km?

5.4 Pęd



Ważne w tej lekcji:

- pojęcie pędu,
- zasada zachowania pędu,
- odrzut.

Przypomnij sobie:

- Trzecia zasada dynamiki mówi, że jeżeli ciało A działa na ciało B pewną siłą, to ciało B działa na ciało A siłą o takiej samej wartości i tym samym kierunku, ale przeciwnym zwrocie.

Definicja pędu

Wyprowadzimy teraz ważną wielkość fizyczną: **pęd**. Łączy ona dwie wielkości stosowane do opisu ruchu ciał: masę i prędkość.

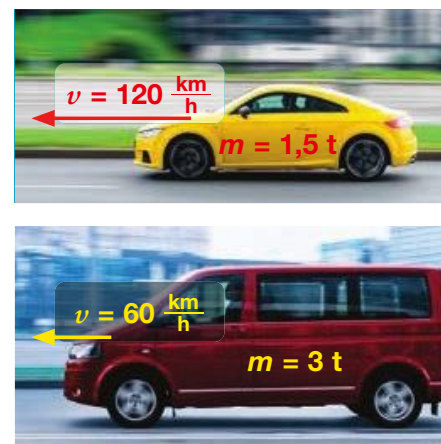
Dodatkowo pęd – podobnie jak energia – podlega zasadzie zachowania, dzięki czemu łatwiej jest przewidywać wyniki wielu zjawisk mechanicznych, m.in. zderzeń ciał.

Pędem ciała nazywamy iloczyn jego masy i prędkości:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Z tej definicji wynika, że:

1. pęd jest wektorem,
2. jego kierunek i zwrot są takie same, jak kierunek i zwrot prędkości,
3. wartość pędu obliczamy, mnożąc masę przez wartość prędkości:
 $p = mv$,
4. jednostką pędu w układzie SI jest $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Rys. 5.12. Oba pojazdy mają ten sam pęd

Badanie zderzenia ciał

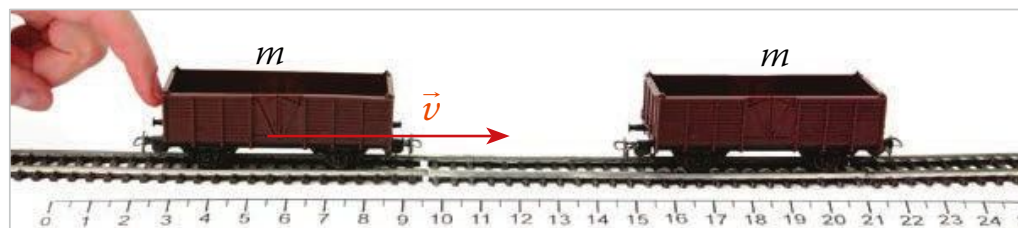
Wykonamy teraz dwa doświadczenia, w których można zaobserwować, co dzieje się z pędem w czasie oddziaływania na siebie ciał.

Doświadczenie 20 – obowiązkowe

Badanie zderzeń ciał

1. Przygotuj dwa jednakowe wagoniki i prosty odcinek torów.
2. Jeden z wagoników postaw na końcu toru, a drugi pośrodku. Obok toru połóż miarkę.
3. Ustaw kamerę tak, aby filmowała cały odcinek torów, i ją włącz.
4. Puść wagonik stojący na końcu toru w kierunku drugiego tak, aby po zderzeniu złączyły się one i dalej poruszały razem. Jeśli wagoniki nie łączą się automatycznie, możesz przykleić do nich w odpowiednich miejscach kawałki dwustronnej taśmy klejącej.
5. Wyznacz prędkość wagonika przed zderzeniem i prędkość, z jaką poruszały się połączone ze sobą wagoniki. Co zauważasz?

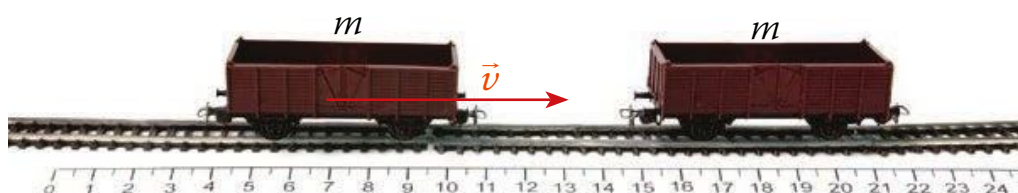
Wskazówka. Jeśli nie masz kolejki, możesz użyć dwóch jednakowych samochodzików puszcanych na gładkim stole. Nie zapomnij o przyklejeniu do ich zderzaków dwustronnej taśmy klejącej.



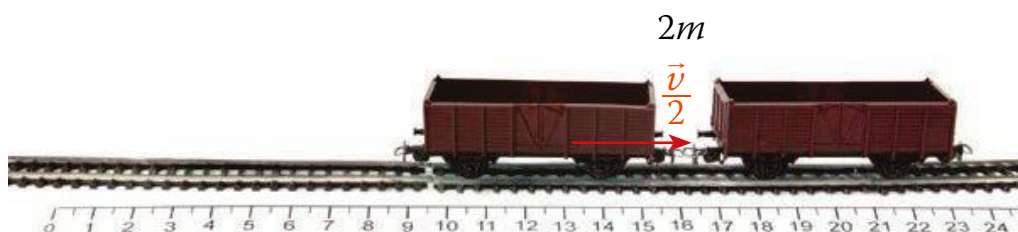
Powyższe doświadczenie pokazuje, że szybki ruch ciała o mniejszej masie może się zmienić w wolniejszy ruch ciała o większej masie.

W naszym doświadczeniu pojedynczy wagonik poruszał się z prędkością ok. $30 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, a po połączeniu wagoniki poruszały się razem z prędkością ok. $15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, a więc dwukrotnie wolniej.

- Przed zderzeniem: $\vec{p}_1 = m\vec{v}$.



- Po zderzeniu: $\vec{p}_2 = 2m \cdot \frac{1}{2}\vec{v} = m\vec{v}$.



Po zderzeniu mamy dwa razy większą masę poruszającą się z dwa razy mniejszą prędkością, co daje taki sam pęd układu wagoników jak przed zderzeniem. Widzimy, że łączny pęd wagoników się **nie zmienił**.

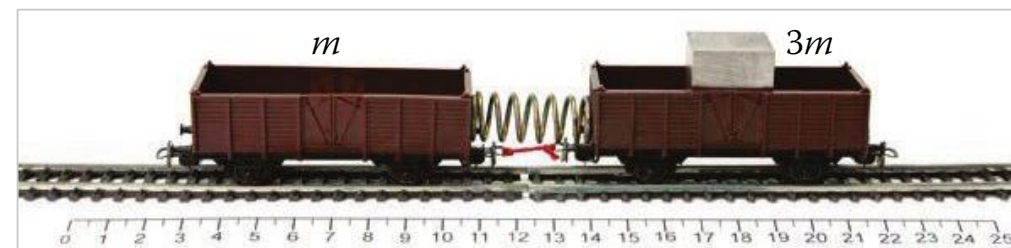
Pęd układu przed zderzeniem to pęd poruszającego się wagonika. Pęd spoczywającego wagonika wynosi zero.

Badanie odrzutu ciał

Odrzut to zjawisko, w którym dwa ciała początkowo nieruchome na skutek wzajemnego oddziaływania zaczynają poruszać się w przeciwnie strony. Zbadamy to zjawisko za pomocą wagoników (albo samochodzików) użytych do poprzedniego doświadczenia.

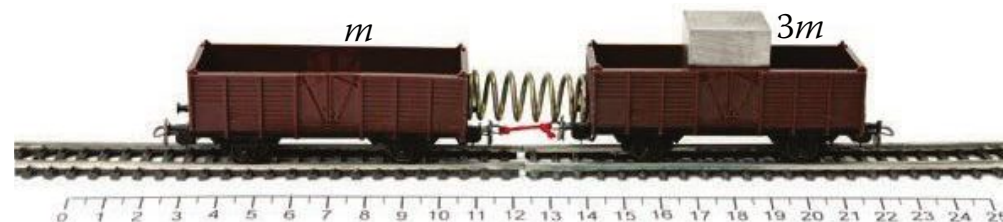
Doświadczenie 21

1. Zważ osobno każdy z wagoników.
2. Jeden z wagoników tak dodatkowo obciąż, aby jego masa po obciążeniu była trzykrotnie większa od masy pustego wagonika.
3. Zwiąż wagoniki nitką tak, aby móc umieścić między nimi ściśniętą sprężynę. Włóż sprężynę między wagoniki (patrz zdjęcie).
4. Ostrożnie (z zachowaniem zasad bezpieczeństwa) przepal nitkę i obserwuj, który wagonik porusza się z większą prędkością.
5. Jeśli chcesz, możesz sfilmować to doświadczenie i wyznaczyć prędkości wagoników. Porównaj iloraz prędkości wagoników z ilorazem ich mas.

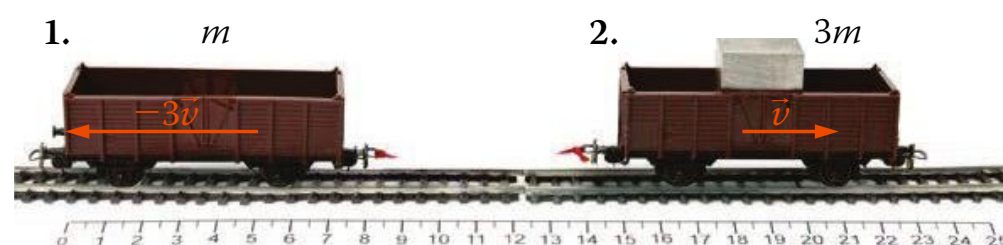


W doświadczeniu łatwo zaobserwować, że wagonik o **większej masie** porusza się **wolniej**. Jeśli wykonałeś wystarczająco dokładne pomiary, mogłeś stwierdzić, że porusza się on z **tyle razy** mniejszą prędkością, ile razy większą ma masę. Oznacza to, że pędy wagoników po odrzucie miały jednakową wartość, ale przeciwne zwroty, więc ich **suma** była **równa zero**, tak samo jak przed zwolnieniem sprężyny.

- Przed zwolnieniem sprężyny wagoniki spoczywają, więc $\vec{p} = \vec{0}$.



- Po zwolnieniu sprężyny: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m \cdot (-3\vec{v}) + 3m \cdot \vec{v} = \vec{0}$.



Zatem również w tym doświadczeniu (tak jak w poprzednim) w wyniku oddziaływania ciał ich łączny **pęd nie uległ zmianie**.

Zasada zachowania pędu

Okazuje się, że efekty naszych doświadczeń nie były przypadkami jednostkowymi, ale ilustrowały jedno z podstawowych praw fizyki – zasadę zachowania pędu.

Jeśli na układ ciał nie działają siły zewnętrzne lub działające siły się równoważą, to suma pędów ciał w tym układzie nie ulega zmianie.

Na skutek oddziaływań między ciałami należącymi do układu mogą zmieniać się pędy poszczególnych ciał, ale nie suma pędów w całym układzie.

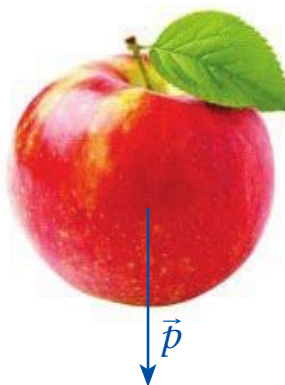
Zwróćmy uwagę, że:

- zasada zachowania pędu obowiązuje wtedy, gdy na układ **nie oddziałują siły zewnętrzne** (lub gdy się one równoważą),
 - trzeba wziąć pod uwagę **wszystkie** oddziałujące ciała.
- W przeciwnym wypadku łatwo o pomyłkę (patrz ramka).

Czy spadające jabłko ma pęd znikąd?

Spadające jabłko porusza się coraz szybciej, a więc jego pęd rośnie. Nie jest to sprzeczne z zasadą zachowania pędu, należy ją tylko uważnie stosować.

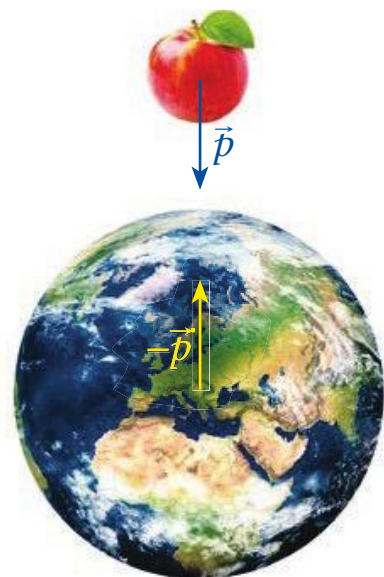
To zjawisko można opisać na dwa sposoby.



I

Nasz układ ciał składa się tylko z jabłka.

Na jabłko działa niezrównoważona siła zewnętrzna – siła ciężkości. W tym przypadku zasada zachowania pędu nie ma zastosowania.



II

Nasz układ ciał składa się z jabłka i Ziemi.

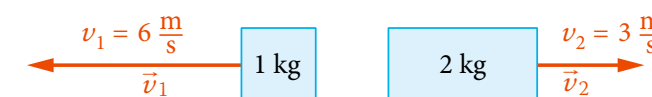
Ziemia przyciąga jabłko i nadaje mu pewien pęd. Ale jabłko także przyciąga Ziemię. Ruchu Ziemi nie obserwujemy, ponieważ zmiana jej prędkości wynikająca z oddziaływania z jabłkiem jest minimalna, ale ta minimalna prędkość pomnożona przez ogromną masę Ziemi daje pęd o takiej samej wartości jak pęd jabłka.

Zasada zachowania pędu jest spełniona.

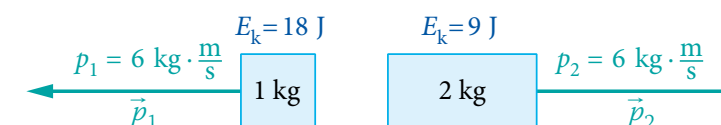
Praktyczne wnioski z wektorowego charakteru pędu

Pęd jest wektorem, a energia kinetyczna – skalarom i zawsze liczbą nieujemną. Ma to swoje znaczenie praktyczne. Pędy dodają się jak wektory, a więc suma dwóch niezerowych pędów może być równa zeru, a dwóch niezerowych energii kinetycznych – nie.

Oto przykład dwóch ciał i ich prędkości.



Możemy obliczyć ich pędy i energie kinetyczne.



Łączny pęd ma wartość: $0 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Łączna energia: 27 J

Jak widzimy w powyższym przykładzie, pędy redukowały się do zera, ponieważ są wektorami przeciwnymi. Natomiast energie kinetyczne jako liczby dodatnie nigdy się nie redukują.

Uwaga. Jak wiesz, każde ciało składa się z cząsteczek poruszających się w różne strony. Suma ich pędów jest zerem, natomiast suma ich energii jest większa od zera i często bardzo duża – stanowi ona część energii wewnętrznej ciała.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Nadmuchiwany materac o masie 2 kg płynie po wodzie z prędkością $10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Na materac wrzucono piłeczkę o masie $0,2 \text{ kg}$ i prędkości poziomej $50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, prostopadłej do prędkości materaca. Piłeczka zatrzymała się na materacu. W którą stronę i z jaką prędkością piłeczka z matercem popłyną dalej?

Dane: $v_1 = 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ – prędkość materaca, $m_1 = 2 \text{ kg}$ – masa materaca,
 $v_2 = 50 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ – prędkość piłeczki, $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ – masa piłeczki

Szukane: v – prędkość materaca z piłeczką

Rozwiązanie:

Obliczmy wartości pędów ze wzoru $p = mv$.

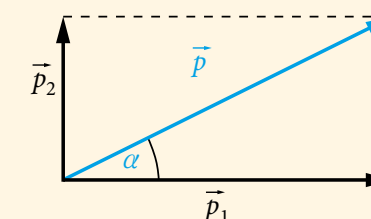
materac: $p_1 = 2 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 20 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

piłeczka: $p_2 = 0,2 \text{ kg} \cdot 50 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 10 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Pędy mają różne kierunki, musimy więc dodać ich wektory, a nie wartości: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$.

Ponieważ wektory są prostopadłe, wartość pędu możemy obliczyć z twierdzenia Pitagorasa:

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2$$



Podstawiamy obliczone wcześniej wartości pędów materaca i piłeczki:

$$p = \sqrt{(20 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}})^2 + (10 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}})^2} \approx 22,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Możemy teraz obliczyć prędkość układu złożonego z materaca i piłeczki z przekształconego wzoru $p = mv$:

$$v = \frac{p}{m} = \frac{22,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{2 \text{ kg} + 0,2 \text{ kg}} = 10,2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Kierunek wektora prędkości, czyli kierunek ruchu układu, jest taki sam jak kierunek wektora $\vec{p}$. Możemy go opisać za pomocą kąta α , który wyznaczymy z funkcji tangens:

$$\text{tg} \alpha = \frac{p_2}{p_1} = \frac{10 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{20 \text{ kg} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = \frac{1}{2}$$

a więc:

$$\alpha \approx 27^\circ$$

Odpowiedź: Materac skręci o ok. 27° i popłynie dalej z prędkością ok. $10,2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

1. Rozważmy dwa ciała:

- dzik o masie 200 kg biegnie z prędkością $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$,
- pocisk karabinowy o masie 10 g leci z prędkością $1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Spróbuj ocenić bez wykonywania obliczeń, które z opisanych wyżej ciał ma większy pęd oraz które z nich ma większą energię kinetyczną.

b) Wykonaj obliczenia i sprawdź, czy twoje przypuszczenia były słuszne.

2. Wagon o masie 8 t, toczący się z prędkością $2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, zderzył się z wagonem o masie 20 t, poruszającym się w przeciwnym kierunku po tym samym prostym torze z prędkością $1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wagony złączyły się i potoczyły dalej wspólnie. W którą stronę i z jaką prędkością poruszały się po zderzeniu?

Wskazówka. Pęd można wyrażać w różnych jednostkach. W tym zadaniu najwygodniejsza będzie jednostka $1 \text{ t} \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

3. **P** Po lodzie sunął drewniany klocek o masie 0,5 kg. Jego prędkość wynosiła $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Z kierunku prostopadłego do

kierunku ruchu klocka wbito w niego rzutkę do gry w darta o masie 25 g, poruszającą się z prędkością poziomą $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. W którą stronę i z jaką prędkością pojedzie dalej drewniany klocek z wbitym rzutką?

4. Pocisk został wystrzelony ze strzelby o masie n razy większej od masy tego pocisku. Podaj iloraz:

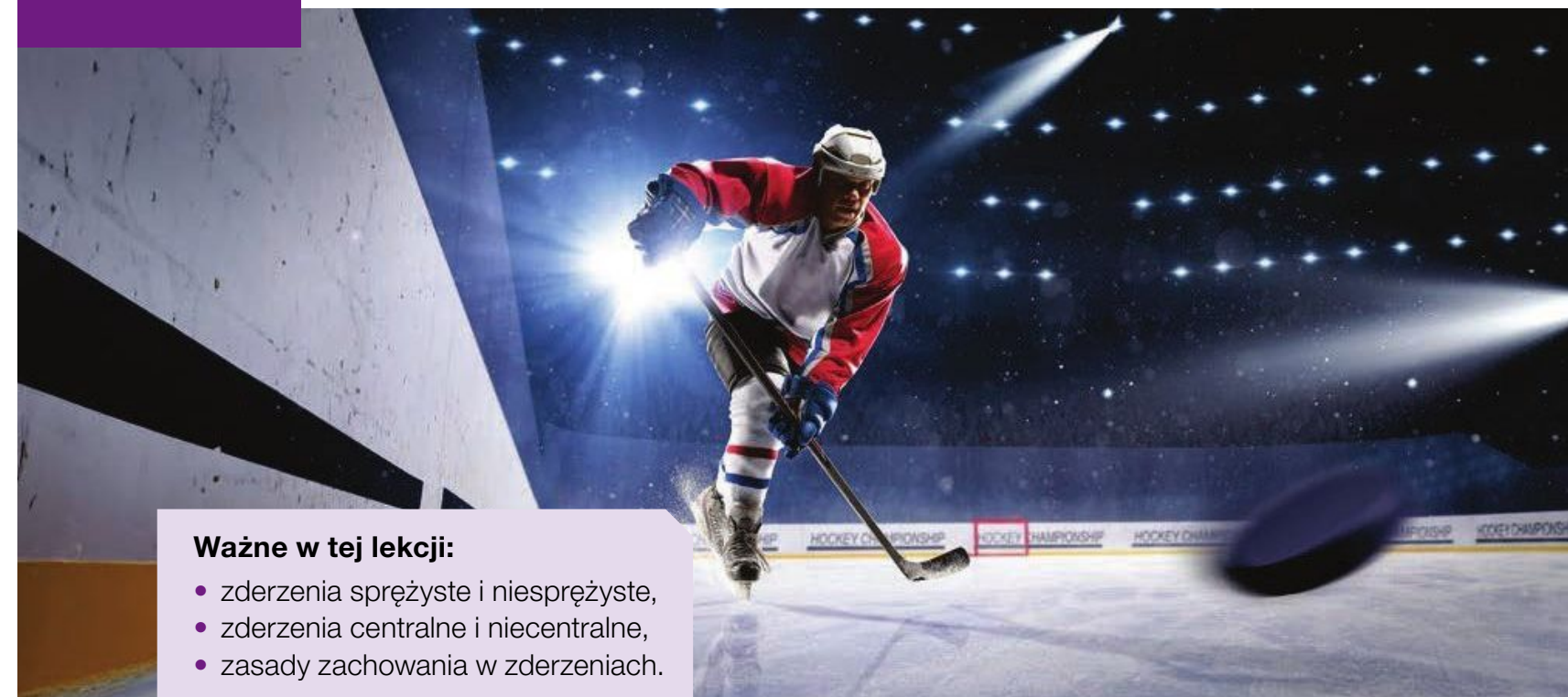
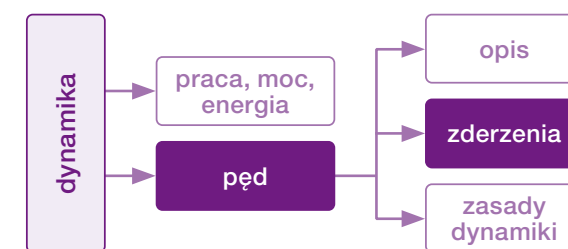
- a) wartości pędów strzelby i pocisku,
- b) wartości prędkości strzelby i pocisku,
- c) energii kinetycznych strzelby i pocisku.

5. Dowiedz się, co to była hakownica. Uzasadnij, że oparcie haka o mur (drzewo) nie tylko było wygodne dla żołnierzy, lecz także pozwalało uzyskać większą prędkość kuli.

Wskazówka. Skorzystaj z wyników poprzedniego zadania.



5.5 Zderzenia



Ważne w tej lekcji:

- zderzenia sprężyste i niesprężyste,
- zderzenia centralne i niecentralne,
- zasady zachowania w zderzeniach.

Przypomnij sobie:

- Energia kinetyczna może się zmieniać w inne formy energii, m.in. w energię wewnętrzną ciał.
- Jeśli na układ nie działają siły zewnętrzne lub działające na niego siły się równoważą, to suma pędów ciał w tym układzie się nie zmienia (zasada zachowania pędu).

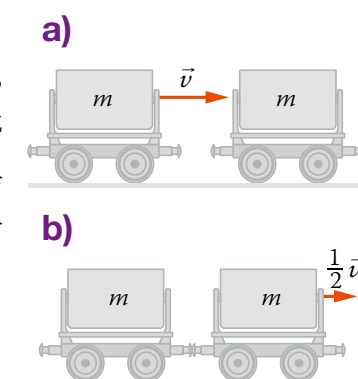
Zderzenie wagoników i energia kinetyczna

Przypomnijmy doświadczenie 20. ze s. 218. Wagonik uderzył w drugi, stojący wagonik i dalej oba poruszały się razem, ale dwa razy wolniej niż wcześniej jechał pojedynczy wagonik (rys. 5.13). Jest to zgodne z zasadą zachowania pędu. Sprawdźmy teraz, czy także energia kinetyczna była zachowana w tym zjawisku.

• Przed zderzeniem: $E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2$

• Po zderzeniu: $E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot (2m) \cdot \left(\frac{1}{2}v\right)^2 = \frac{1}{4}mv^2 = \frac{1}{2}E_{k1}$

Z obliczeń wynika, że energia kinetyczna po zderzeniu była mniejsza niż przed nim. Jest tak, ponieważ energia kinetyczna jest **tylko jedną z form energii** i może się zmieniać w inne formy. Najczęściej – tak właśnie było w tym przypadku – zmienia się ona w energię wewnętrzną (termiczną). Po zderzeniu części wagoników, którymi się one zderzyły, stały się odrobinę cieplejsze niż przed nim.



Rys. 5.13. Dwa wózki przed zderzeniem (a) i po nim (b)

Zderzenia sprężyste i niesprężyste

Zderzenia możemy podzielić na sprężyste, w których energia kinetyczna jest zachowana, i niesprężyste, w których nie jest zachowana.

We wszystkich zderzeniach jest zachowana energia całkowita, co zazwyczaj nie ma znaczenia praktycznego. Nie jesteśmy w stanie prześledzić, o ile rozgrzały się ciała i ich otoczenie, ani tego wykorzystać. W badaniu zderzeń ważniejsze jest to, że zachowany jest pęd.

Zderzenia	Energia kinetyczna	Energia całkowita	Pęd
sprężyste	zachowana	zachowana	zachowany
niesprężyste	niezachowana	zachowana	zachowany

Inny podział to zderzenia centralne i niecentralne (patrz ramka poniżej oraz s. 233–235).

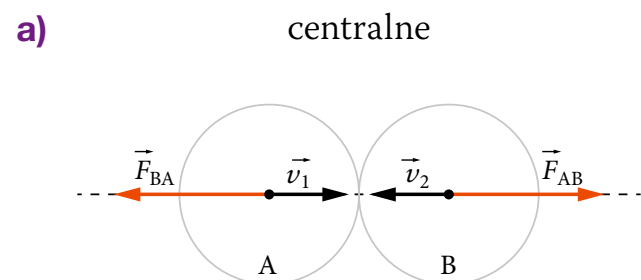
Zderzenia a pomiar dużych prędkości

Zasadę zachowania pędu możemy wykorzystać do wyznaczenia masy albo prędkości ciała, jeśli bezpośredni pomiar jest niemożliwy albo bardzo trudny. Najczęściej trudności dotyczą pomiaru bardzo dużych prędkości.

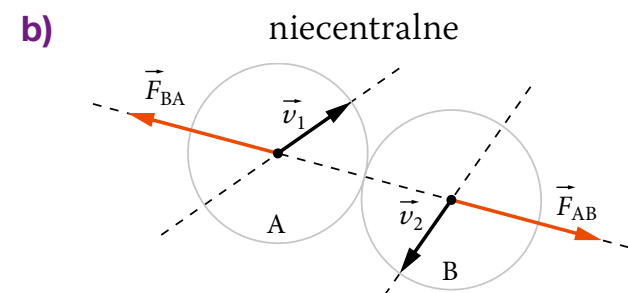
Gdy sfilmujemy ruch kuli karabinowej, nawet szybka kamera zarejestruje tylko rozmytą smugę. Eksperci w policji i wojsku mają specjalne kamery do rejestracji ruchu pocisku, ale są to urządzenia niezwykle kosztowne. Znacznie łatwiej jest strzelić w drewniany klocek o odpowiednio dobranej masie i zmierzyć prędkość jego ruchu, a prędkość pocisku obliczyć na podstawie zasady zachowania pędu.

Zderzenia kul i walców

Zderzenia możemy podzielić na: **centralne** (rys. a) i **niecentralne** (rys. b). W obu przypadkach będziemy zakładać, że wektory sił wzajemnego oddziaływania kul leżą na prostej przechodzącej przez ich środki.



Wektory prędkości $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ kul przed zderzeniem **leżą** na prostej przechodzącej przez ich środki



Wektory prędkości $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ kul przed zderzeniem **nie leżą** na prostej przechodzącej przez ich środki

A to ciekawe

Konstruktorzy samochodów projektują nadwozia w taki sposób, aby w momencie zderzenia jak najwięcej energii kinetycznej samochodu było absorbowane podczas kontrolowanych odkształceń. Dzięki temu zderzenie trwa dłużej i mniejsze są siły bezwładności działające na pasażerów pojazdu. Aby sprawdzić, jak zachowuje się pojazd podczas zderzenia, najpierw symuluje się je na komputerze, a następnie przeprowadza testy zderzeniowe (patrz zdjęcie).



Pomiar prędkości rzutki

W szkole nie będziemy oczywiście wykonywać doświadczeń z bronią palną, jednak nawet bezpośredni pomiar prędkości rzutki do gry w darta jest na tyle trudny, że warto skorzystać z zasady zachowania pędu.

Doświadczenie 22 – obowiązkowe

Badanie zderzeń ciał i wyznaczanie prędkości

1. Na stole postaw kartonowe pudełko.
2. Poproś drugą osobę, aby filmowała przebieg doświadczenia, lub umocuj kamerę na statywie. Analizować film będzie łatwiej, jeśli na pudełku zaznaczysz odcinek znanej długości.
3. Rzuć energicznie rzutką tak, aby wbiła się w pudełko.
4. Na podstawie filmu wyznacz prędkość pudełka z wbicią rzutką, a następnie oblicz prędkość rzutki przed zderzeniem. Zastanów się, jakie jeszcze pomiary trzeba w tym celu wykonać.

Wskazówka. Ze względu na tarcie między pudełkiem a stołem prędkość pudełka wyznacz za pomocą kilku pierwszych klatek filmu po wbiciu się rzutki.



W naszym doświadczeniu pudełko z wbicią rzutką poruszało się z prędkością $15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Ponieważ masa pudełka wraz z rzutką była 17,7 razy większa niż masa samej rzutki, przed zderzeniem rzutka poruszała się 17,7 razy szybciej niż po nim, czyli z prędkością ok. $2,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Uwaga. Jak widać na zdjęciu, pod koniec ruchu rzutka nie była ustawiona poziomo. Pamiętajmy jednak o zasadzie niezależności ruchów. Wynika z niej, że również zasada zachowania pędu może być stosowana do każdego kierunku osobno. Spadanie rzutki wywołane siłą ciężkości nie zmienia jej poziomej składowej prędkości, czyli również poziomej składowej pędu.

Uwaga!

Rzutki są ostro zakończone. Nie wolno nimi rzucać w stronę ludzi, zwierząt ani przedmiotów, które mogłyby zostać uszkodzone.



Zamiana jednostek:
 $15 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 0,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

■ Badanie zderzenia sprężystego ciał o jednakowej masie

Zderzenie sprężyste, czyli takie, kiedy nie ma strat energii kinetycznej, jest idealizacją realnych zderzeń, w których takie straty zawsze występują. Jednak w wielu sytuacjach straty są tak małe, że można je pominąć. Tak jest na przykład wtedy, gdy zderzają się kule bilardowe albo monety sunące po stole.



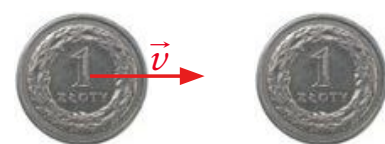
Doświadczenie 23 – obowiązkowe

Badanie zderzeń ciał

1. Na poziomym, gładkim stole połóż dwie monety jednozłotowe.
2. Uderz w jedną z nich linijką tak, aby wprowadzona w ruch, poruszała się po linii łączącej środki obu monet.
3. Obserwuj, co się stanie po ich zderzeniu.

W wyniku zderzenia jedna moneta przestała się poruszać, a druga – przejęła jej energię i pęd.

Przed:



$$\begin{aligned} p &= mv & p &= 0 \\ E_k &= \frac{1}{2}mv^2 & E_k &= 0 \end{aligned}$$

Po:



$$\begin{aligned} p &= 0 & p &= mv \\ E_k &= 0 & E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

Łatwo zauważyć, że przy takim przebiegu zjawiska zachowane są zarówno energia, jak i pęd. Ale czy możliwy jest inny wynik, zgodny z obiema zasadami zachowania?

Okazuje się, że łatwo podać inny przykład takich prędkości końcowych obu monet, dla których zostaje zachowana tylko jedna z tych wielkości: albo energia kinetyczna, albo pęd. Nie da się jednak znaleźć takich prędkości, dla których zachowane byłyby jednocześnie energia i pęd (patrz ramka poniżej).

Zderzenie sprężyste ciał o jednakowej masie

Ciało (np. moneta) o masie m uderza z prędkością $\vec{v}$ w drugie identyczne, spoczywające ciało. Załóżmy, że po zderzeniu:

- uderzające ciało porusza się z prędkością $\vec{u}_1$,
- uderzone ciało porusza się z prędkością $\vec{u}_2$.

W zderzeniu sprężystym są zachowane pęd i energia kinetyczna, stąd:

$$\begin{aligned} \text{dla współrzędnych pędów} \\ mv &= mu_1 + mu_2 \quad | : m \\ v &= u_1 + u_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{dla energii kinetycznych} \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 \quad | : \frac{1}{2}m \\ v^2 &= u_1^2 + u_2^2 \end{aligned}$$



Podstawmy v z lewego równania do prawego:

$$(u_1 + u_2)^2 = u_1^2 + u_2^2$$

Stosujemy wzór skróconego mnożenia:

$$\begin{aligned} u_1^2 + 2u_1u_2 + u_2^2 &= u_1^2 + u_2^2 & | - (u_1^2 + u_2^2) \\ 2u_1u_2 &= 0 \end{aligned}$$

Stąd $u_1 = 0$ lub $u_2 = 0$, czyli:

1. albo uderzone ciało się nie poruszy ($u_2 = 0$), a uderzające przeniknie przez nie i będzie poruszało się dalej – co nie jest możliwe,
2. albo uderzone ciało zacznie się poruszać, a uderzające się zatrzyma ($u_1 = 0$).

■ Zderzenie sprężyste ciał o różnej masie

Wykonajmy teraz doświadczenie, które mimo prostego przebiegu ma zaskakujący wynik.

Doświadczenie 24

1. Doświadczenie należy przeprowadzić nad twardym podłożem. Aby wykonać je w pomieszczeniu, trzeba wybrać miejsce, w którym pod sufitem nie będzie żadnych delikatnych elementów, np. szklanych.
2. Weź w jedną dłoń piłeczkę pingpongową, a w drugą – podobnej wielkości piłeczkę kauczukową.
3. Trzymaj piłeczki ok. metra nad ziemią, jedną w jednej, a drugą w drugiej ręce, w odległości kilku centymetrów od siebie. Ustaw je jedna nad drugą tak, aby środek piłeczki pingpongowej znajdował się dokładnie nad środkiem piłeczki kauczukowej.
4. Upuść piłeczki jednocześnie i obserwuj, co się wydarzy, gdy po odbiciu od ziemi piłeczka kauczukowa poruszająca się w górę zderzy się ze spadającą piłeczką pingpongową.



Aby wyjaśnić wynik tego doświadczenia za pomocą obliczeń, przyjmijmy następujące założenia:

- masa piłeczki kauczukowej jest 20 razy większa niż masa piłeczki pingpongowej,
- w chwili zderzenia piłeczki mają prędkości o jednakowej wartości, ale skierowane przeciwnie.

Przeanalizuj teraz ramkę „Jest na to sposób” na następnej stronie – obliczyliśmy w niej końcową prędkość każdej z piłeczek.

W podobny sposób można rozwiązywać wiele zadań dotyczących zderzeń sprężystych.

W rzeczywistości piłeczka pingpongowa porusza się w chwili zderzenia nieco szybciej od kauczukowej, ale ta różnica jest niewielka (dlaczego?), więc ją pomijamy.

JEST NA TO SPOSÓB

Jak wykorzystać zasady zachowania do opisu zderzenia

Piłeczka pingpongowa o masie m leciała w dół z prędkością o wartości u , a piłeczka kauczukowa o masie $20m$ leciała w górę z prędkością o takiej samej wartości. Piłeczki zderzyły się sprężysto i centralnie. Oblicz ich prędkości po zderzeniu.

PRZEANALIZUJ ROZWIĄZANIE KROK PO KROK

Krok 1. Porządkujemy informacje

W rozważanym zjawisku ruch jest jednowymiarowy. Niech więc nasza oś współrzędnych będzie skierowana w górę. To oznacza, że prędkości i pędy mające zwrot w dół będziemy zapisywać jako ujemne.

Ponieważ w zjawisku występuje dużo wielkości, możemy je uporządkować w tabeli.

Ciało	Masa	Bezpośrednio przed zderzeniem			Bezpośrednio po zderzeniu		
		współrzędna prędkości	współrzędna pędu	energia kinetyczna	współrzędna prędkości	współrzędna pędu	energia kinetyczna
piłeczka pingpongowa	m	$-u$	$-mu$	$\frac{1}{2}mu^2$	$v = ?$	mv	$\frac{1}{2}mv^2$
piłeczka kauczukowa	$20m$	u	$20mu$	$\frac{1}{2} \cdot 20mu^2$	$V = ?$	$20mV$	$\frac{1}{2} \cdot 20mV^2$

Krok 2. Zapisujemy zasadę zachowania pędu i zasadę zachowania energii

Wzory na pęd i energię mamy już przygotowane w tabeli, możemy zapisać równania:

pęd: $-mu + 20mu = mv + 20mV \quad | : m$
energia: $\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2} \cdot 20mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot 20mV^2 \quad | : \frac{1}{2}m$

Po uproszeniu otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} 19u = v + 20V \\ 21u^2 = v^2 + 20V^2 \end{cases}$$

W tym układzie prędkość początkowa u jest dana, natomiast v i V (prędkości po zderzeniu) są szukane (w wyniku powinniśmy otrzymać je zapisane jako wielokrotności u).

Krok 3. Rozwiązujemy układ równań

Z pierwszego równania możemy wyznaczyć $v = 19u - 20V$ i podstawić to wyrażenie do drugiego równania:

$$21u^2 = (19u - 20V)^2 + 20V^2$$

Po uproszeniu otrzymujemy równanie kwadratowe:

$$21V^2 - 38u \cdot V + 17u^2 = 0$$

współczynnik a współczynnik b współczynnik c

ogólna postać równania kwadratowego:
 $ax^2 + bx + c = 0$

wyróżnik trójmianu kwadratowego:
 $\Delta = b^2 - 4ac$

Stąd:

$$\Delta = (38u)^2 - 4 \cdot 21 \cdot 17u^2 = 16u^2$$
$$\sqrt{\Delta} = 4u > 0$$

pierwiastki równania kwadratowego:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Otrzymujemy dwa rozwiązania:

$$V_1 = u \quad \text{lub} \quad V_2 \approx 0,81u$$

Dla każdego z nich z równania $v = 19u - 20V$ obliczamy prędkość v i otrzymujemy dwa rozwiązania:

$$v_1 = -u \quad \text{lub} \quad v_2 \approx 2,8u$$

Krok 4. Analizujemy sens fizyczny rozwiązań

- Pierwsze z rozwiązań: $V = u, v = -u$ odpowiada sytuacji przed zderzeniem. Po zderzeniu piłeczki nie mogą mieć takich prędkości jak przed nim, ponieważ musiałyby przez siebie przeniknąć.
- Drugie z rozwiązań $V = 0,81u, v = 2,8u$, opisuje, co stało się po zderzeniu:
 - piłeczka kauczukowa zmniejszyła nieco swoją prędkość, ale nadal leciała w górę,
 - piłeczka pingpongowa poleciała w górę znacznie szybciej.

Odpowiedź: Po zderzeniu obie piłeczki będą leciały w górę: piłeczka pingpongowa z prędkością $2,8u$, a piłeczka kauczukowa z prędkością $0,82u$.

Sprawdź, czy rozumiesz

- Dlaczego nie zapisaliśmy minusa przy energii kinetycznej piłeczki, kiedy poruszała się w dół?
- Oblicz stosunek prędkości piłeczek po zderzeniu.
- Jak zmieniłoby się równanie $19u = v + 20V$, gdyby stosunek mas piłeczek wynosił nie 20, ale 100?

D Zderzenia ciał i wybór układu odniesienia

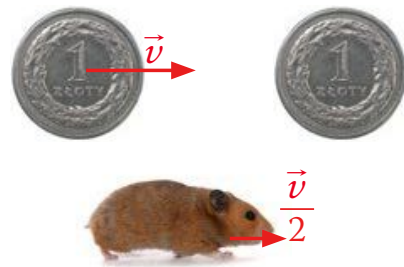
Često rozwiązanie zadania staje się znacznie łatwiejsze, kiedy odpowiednio wybierzemy układ odniesienia. W skrajnym przypadku może się nawet okazać, że nie trzeba wykonywać żadnych obliczeń.

Należy tylko pamiętać, że zasada zachowania pędu obowiązuje w **układach inercjalnych**.

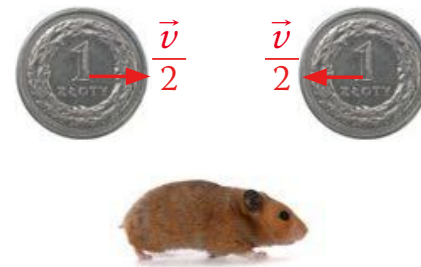
Przypomnijmy sytuację z doświadczenia 23, s. 226, w której rozpędzona moneta uderza w drugą, spoczywającą. Przypatrzmy się temu zjawisku z punktu widzenia chomika, który porusza się w tę samą stronę co pierwsza moneta, ale dwa razy wolniej (rys. 5.14, s. 230).

Dla chomika obie monety poruszają się naprzeciwko siebie z prędkościami $\frac{v}{2}$ (rys. 5.14b). Sytuacja jest w pełni symetryczna, więc po zderzeniu także muszą się rozbiec z jednakowymi prędkościami – nie ma przecież żadnego powodu, aby jedna z monet poruszała się szybciej od drugiej.

a) Układ odniesienia stołu



b) Układ odniesienia chomika



Rys. 5.14. To samo zderzenie w różnych inercjalnych układach odniesienia: zewnętrznym (a) i związanym z poruszającym się ciałem (chomikiem) (b)

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

- Mamy dwa identyczne ciała. Jedno ciało uderza z prędkością v w drugie, spoczywające ciało.
 - Zderzenie jest niesprężyste. Oblicz prędkość końcową ciał po złączeniu.
 - Zderzenie jest niesprężyste, ale ciała się nie łączą. Podaj trzy różne możliwe przykłady prędkości ciał po zderzeniu.
- Wyobraź sobie samochody wykonane w taki sposób, że ich zderzenie byłoby zderzeniem sprężystym. Czy jazda takim pojazdem byłaby bezpieczniejsza?
- Pocisk karabinowy o masie 10 g utkwiał w drewnianym klocku o masie 2 kg i spowodował, że zaczął on sunąć po stole z prędkością $2 \frac{m}{s}$.
 - Z jaką prędkością nadleciał pocisk?
 - Jaką część początkowej energii pocisku stanowi końcowa energia kinetyczna klocka z wbitym pociskiem?
 - Co się stało z resztą energii?
- Dwa jednakowe ciała poruszały się naprzeciwko siebie, jedno z prędkością v , a drugie z prędkością $3v$. Z jakimi prędkościami będą się poruszać po zderzeniu centralnym sprężystym?

Wskazówka. Możesz wykonać obliczenia, ale jeśli chcesz ich uniknąć, to przeczytaj fragment podręcznika „Zderzenia ciał i wybór układu odniesienia” s. 229–230.

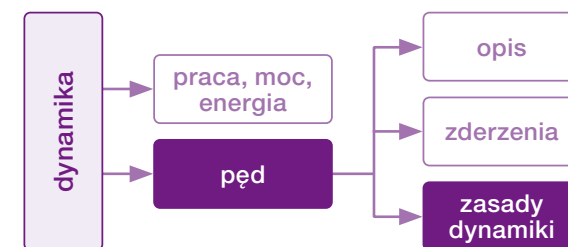
- Na stole leżą dwie monety: jednogroszowa (o masie $1,64 \text{ g} \approx \frac{5}{3} \text{ g}$) i jednozłotowa (o masie 5 g). Jedna uderza w drugą z prędkością v . Oblicz i zapisz w zeszycie prędkości, z jakimi będą się poruszać monety po zderzeniu centralnym sprężystym, jeśli:
 - lżejsza moneta uderzyła w cięższą,
 - cięższa moneta uderzyła w lżejszą.



Zwróć uwagę na zwrot (znak) prędkości. Następnie wykonaj odpowiednie doświadczenie i sprawdź, czy wyniki twoich obliczeń zgadzają się z rzeczywistością. Możesz ograniczyć się do sprawdzenia zgodności jakościowej (czy prędkość się zmniejsza czy zwiększa oraz jaki jest jej zwrot).

5.6

Pęd a zasady dynamiki



Ważne w tej lekcji:

- druga zasada dynamiki,
- niezależność ruchów.

Przypomnij sobie:

- Jeżeli wypadkowa siła działająca na ciało jest równa zero, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym (pierwsza zasada dynamiki).
- Jeśli wypadkowa F_w sił działających na ciało o masie m nie jest równa zero, to ciało porusza się z przyspieszeniem $a = \frac{F}{m}$ (druga zasada dynamiki).

Pęd a pierwsza zasada dynamiki

Pierwszą zasadę dynamiki bardzo łatwo wypowiedzieć tak, aby wykorzystać w niej pojęcie pędu:

Jeśli na ciało nie działa żadna siła albo działające siły się równoważą, to pęd tego ciała nie ulega zmianie.

Jak widzimy, jest to po prostu zasada zachowania pędu, ale dla układu składającego się tylko z jednego ciała.

Pęd a druga zasada dynamiki

Drugą zasadę dynamiki zapisujemy w postaci równości:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \text{ czyli } \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Otrzymaliśmy proporcję, którą możemy przekształcić do postaci:

$$m\Delta \vec{v} = \vec{F}\Delta t$$

Druga zasada dynamiki

→ s. 154

$\vec{v}_p$ – prędkość początkowa,
 $\vec{v}_k$ – prędkość końcowa,
 $\vec{p}_p$ – pęd początkowy,
 $\vec{p}_k$ – pęd końcowy,
 $\Delta\vec{p}$ – zmiana pędu

Lewą stronę możemy teraz przekształcić do postaci:

$$m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_k - \vec{v}_p) = m\vec{v}_k - m\vec{v}_p = \vec{p}_k - \vec{p}_p = \Delta\vec{p}$$

Stąd:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

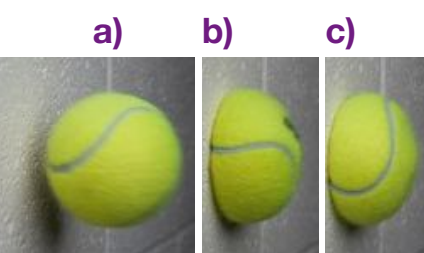
zmiana pędu siła stała w czasie czas

Powyższa zależność to inna postać **drugiej zasady dynamiki**. Warto wiedzieć, że w tej właśnie postaci sformułował ją Izaak Newton.

■ Zastosowanie drugiej zasady dynamiki powiązanej z pędem

Tę postać drugiej zasady dynamiki uzasadniliśmy dla przypadku, kiedy siła i przyspieszenie pozostają stałe. Jednak obowiązuje ona również wtedy, gdy te wielkości ulegają zmianie.

Rozpatrzmy przypadek odbijania się piłki od ściany. Siła, jaką ściana działa na piłkę, zmienia się w czasie. Z tego powodu trudno byłoby korzystać w obliczeniach z zależności $a = \frac{F}{m}$, mimo że dla każdej chwili z osobna jest spełniona. Wzór $\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$ pozwala łatwo obliczyć średnią wartość siły działającej na piłkę.



Rys. 5.15. W miarę, jak piłka się odkształca, rośnie siła oddziaływania ze ścianą

■ Pęd a zasada niezależności ruchów

Niezależnie od tego, czy stosujemy zasady dynamiki w postaci z działu „Ruch i siły”, czy też w postaci z pędem, zawsze możemy korzystać z zasady niezależności ruchów.

Kiedy badamy ruch na płaszczyźnie, równanie:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t$$

możemy zapisać w postaci równań dla poszczególnych współrzędnych:

$$\Delta p_x = F_x \Delta t \quad \Delta p_y = F_y \Delta t$$

D ■ Uzasadnienie zasady zachowania pędu na podstawie zasad dynamiki

Zasadę zachowania pędu można udowodnić na podstawie zasad dynamiki Newtona.

Założmy, że ciało A w naszym układzie oddziałuje na ciało B siłą $\vec{F}$. Wtedy ciało B oddziałuje na ciało A siłą $-\vec{F}$. Czas oddziaływania Δt jest jednakowy dla obu ciał. Zgodnie z drugą zasadą dynamiki:

- pęd ciała A zmienia się o:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{F}\Delta t$$

- pęd ciała B zmienia się o:

$$\Delta\vec{p}_2 = -\vec{F}\Delta t$$

Suma tych zmian to: $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \vec{0}$.

A to ciekawe

Niemiecka matematyczka Emmy Noether (czyt. neter) 1882–1935 zaczynała karierę naukową w czasach, kiedy kobiety zatrudnione na uczelniach stanowiły przypadki jednostkowe na skalę Europy.

Na uniwersytet w Getyndze zaprosił ją David Hilbert – jeden z najwybitniejszych matematyków w historii. Na głosy, że kobieta nie powinna znaleźć się z mężczyznami w senacie uczelni, odpowiedział słynnymi słowami „Senat to przecież nie łaźnia!”.

Jednak stanowisko profesorskie Noether objęła dopiero w 1918 roku, kiedy dzięki ruchowi feministycznemu kobiety zaczynały zyskiwać prawa obywatelskie.

Tymczasem oprócz sformułowania twierdzenia nazwanego jej nazwiskiem, wiążącego symetrię praw fizyki z zasadami zachowania, Noether dokonała wielu wybitnych odkryć i zapisała się w historii matematyki jako jedna z jej najgenialniejszych postaci.



■ Zasady zachowania w fizyce

Zasada zachowania pędu nie stanowi jednak tylko wniosku płynącego z zasad dynamiki. Podobnie jak zasada zachowania energii jest ona jednym z najważniejszych praw przyrody. Ma zastosowanie nawet podczas opisywania zjawisk zachodzących w mikroświecie, do których nie można stosować zasad mechaniki Newtona.

Zasada zachowania pędu jest przydatna także w badaniu zjawisk, w których zmienia się masa ciała, np. ruchu rakiety o masie zmniejszającej się wraz ze spalaniem paliwa.

Zasady zachowania energii, pędu czy ładunku elektrycznego to fundamentalne prawa przyrody. Wynikają z niezmienności praw fizyki:

- mimo upływu czasu (zasada zachowania energii),
- mimo zmiany położenia w przestrzeni (zasada zachowania pędu).

Także inne zasady zachowania są związane ze stałością praw przyrody. Odkryła to i udowodniła na początku XX w. niemiecka badaczka Emmy Noether (patrz „A to ciekawe” powyżej). Jej twierdzenie jest bardzo ogólne, dlatego można je zastosować do różnych praw fizyki.

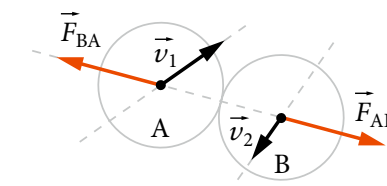


Rys. 5.16. Masa startującej rakiety bardzo szybko się zmienia

■ Zderzenia niecentralne

Zasada niezależności ruchów zastosowana do zmian pędu pozwoli nam badać zderzenia niecentralne, o których wspomnieliśmy w poprzedniej lekcji.

Przypomnijmy, że w takich zderzeniach wektory prędkości przed zderzeniem **nie leżą** na prostej przechodzącej przez środki ciał (rys. 5.17). Przyjmujemy natomiast założenie, że wektory sił wzajemnego oddziaływania ciał leżą na prostej przechodzącej przez ich środki.



Rys. 5.17. Prędkości oraz siły wzajemnego oddziaływania ciał zderzających się niecentralnie

To oznacza, że zderzające się ciała są idealnie śliskie – nie działa między nimi siła tarcia (styczna do ich powierzchni). Takie założenie pozwoli nam uniknąć rozważań o wprawianiu zderzających się ciał w obrót. Oczywiście siły te są równe i przeciwnie skierowane – zgodnie z trzecią zasadą dynamiki.

Doświadczenie 25

1. Na dużej kartce w kratkę narysuj linie zgodnie ze wzorem na rysunku a), a następnie połóż na nich monety 1 zł tak, jak pokazano na rysunku b).
2. Przesuń lewą monetę zgodnie ze strzałką. Przekonasz się, że gdy monety się zetkną, prosta łącząca ich środki będzie tworzyła kąt ok. 45° z poziomymi prostymi. Następnie odsuń lewą monetę do pierwotnego położenia.
3. Co się stanie, kiedy lewą monetę wprawimy w szybki ruch w stronę pokazaną przez strzałkę? Jak obie monety będą się poruszać po zderzeniu? Zapisz lub przedstaw w formie rysunku swoje przewidywania, a następnie sprawdź je doświadczalnie.

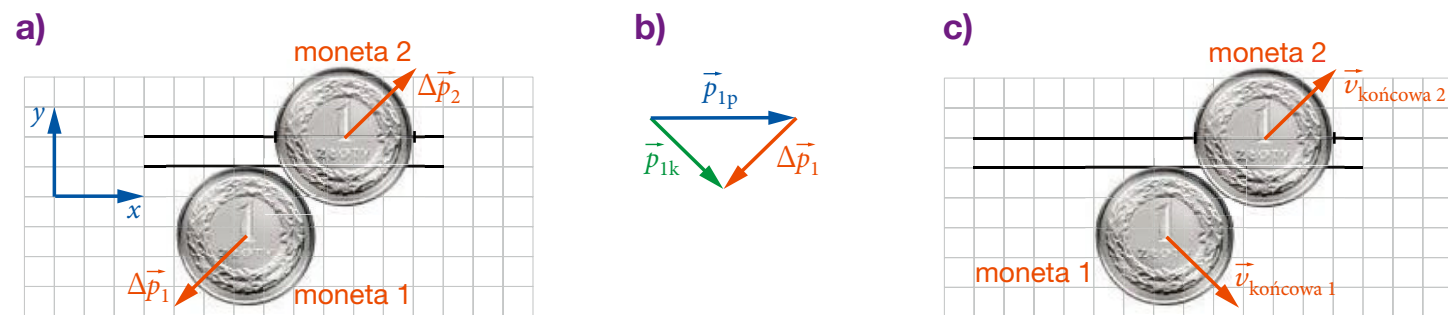
Zderzenie dwóch identycznych ciał, z których jedno początkowo spoczywa, badaliśmy już w doświadczeniu 23. Wtedy jednak zderzenie było centralne. Jak pamiętasz, ruchoma moneta się zatrzymała, a cały swój pęd przekazała monecie nieruchomej.

Ani zasada zachowania pędu, ani zasada zachowania energii nie wykluczają, że efekt doświadczenia 25. mógłby być taki sam. Dlaczego więc tym razem wynik był inny? Aby to wyjaśnić, przypomnijmy, że siła powoduje zmianę pędu tylko wzdłuż kierunku swojego działania.

Wobec tego po zderzeniu monety nie będą się poruszać równolegle do osi x (rys. 5.18).

- Moneta 2 zaczęła się poruszać w stronę, w którą działa siła wzajemnego oddziaływania monet (prosta łącząca środki monet w chwili zderzenia), ponieważ początkowy pęd tej monety był równy zeru.
- Moneta 1 skręciła, ponieważ wektor zmiany pędu dodał się do jej początkowego, niezerowego pędu.

Dokładne obliczenia końcowych prędkości monet przedstawiono w ramce na następnej stronie.



Rys. 5.18. a) wektory zmiany pędu monet są wektorami przeciwnymi, skierowanymi tak jak wektory sił wzajemnego oddziaływania tych ciał, b) końcowy pęd monety 1 to suma jej pędu początkowego oraz wektora zmiany jej pędu, c) prędkości monet po zderzeniu skierowane są symetrycznie względem osi x

Zderzenia niecentralne i zmiana układ odniesienia

W poprzedniej lekcji pokazaliśmy, jak zmiana układu odniesienia pozwala uprościć rozwiązanie zadania o zderzeniach. Dotyczy to również zderzeń niecentralnych.

Zawsze możemy wybrać inercjalny układ odniesienia, który przed zderzeniem porusza się razem z jednym z ciał, a więc w tym układzie to ciało spoczywa.

Spróbuj wyznaczyć końcowe pędy monet w innym układzie odniesienia, tak aby było to prostsze niż w ramce poniżej.

Zasady zachowania w zderzeniu niecentralnym

Wprowadźmy oznaczenia.

Numer monety	Masa	Prędkość początkowa	Prędkość końcowa	Uwagi
1	m	$[v, 0]$	$[v_x, v_y]$	Początkowo moneta poruszała się wzdłuż osi x .
2	m	$[0, 0]$	$[u, u]$	Współrzędne wektora prędkości są równe, ponieważ moneta porusza się pod kątem 45° do osi.

Aby obliczyć końcowe prędkości obu monet w zależności od prędkości monety 1 przed zderzeniem, musimy skorzystać z zasady zachowania pędu dla każdej ze współrzędnych z osobna.

$$\text{W kierunku osi } x: mv = mv_x + mu$$

$$\text{W kierunku osi } y: 0 = mv_y + mu$$

$$\text{Po uproszczeniu: } v_x = v - u, v_y = -u$$

Zderzenie było sprężyste, więc możemy skorzystać z zasady zachowania energii:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2}m(u^2 + u^2)$$

(Zgodnie z twierdzeniem Pitagorasa wektor $[v_x, v_y]$ ma wartość $\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$). Stąd:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + 2u^2$$

Za v_x i v_y podstawiamy wyrażenia wyznaczone wyżej z zasady zachowania pędu:

$$v^2 = (v - u)^2 + (-u)^2 + 2u^2$$

Po uproszczeniu: $u = \frac{1}{2}v$, a stąd: $v_x = \frac{1}{2}v$, $v_y = -\frac{1}{2}v$.

Tak więc moneta 1 oddali się od miejsca zderzenia z prędkością $[\frac{1}{2}v, -\frac{1}{2}v]$, a moneta 2 – z prędkością $[\frac{1}{2}v, \frac{1}{2}v]$.

Prędkości mają więc równą wartość. Każda z nich ma współrzędne o jednakowej wartości bezwzględnej, a więc nachylona jest pod kątem 45° względem osi x , wzdłuż której początkowo poruszała się pierwsza moneta.



Pytania i zadania

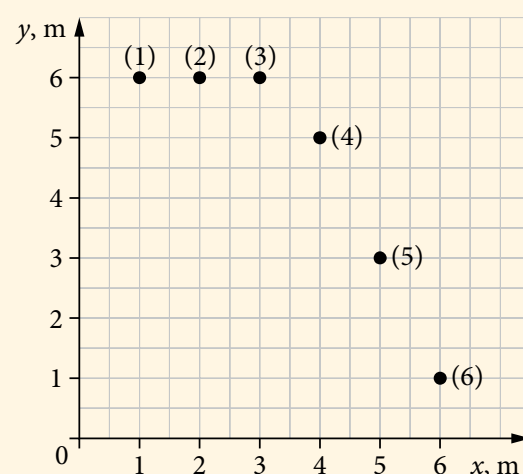
ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Ciało o masie 2 kg poruszało się ruchem jednostajnym prostoliniowym. W pewnym momencie przez czas $\Delta t = 0,01$ s działała na nie stała siła, która spowodowała zmianę wartości i kierunku prędkości. Na rysunku przedstawiono położenia ciała w odstępach jednosekundowych (kolejność oznaczają liczby w nawiasach).

- Znajdź na rysunku punkt, w którym miało miejsce działanie siły, i odczytaj jego współrzędne.
- Uzasadnij, że siła działała wzdłuż osi y .
- Oblicz wartość działającej siły.



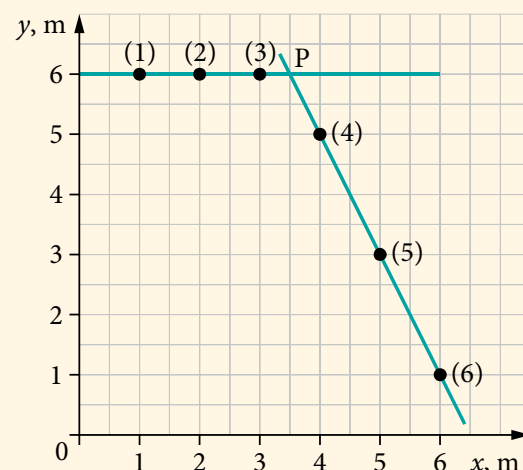
Dane: $m = 0,2$ kg – masa ciała, $\Delta t = 0,01$ s – czas działania siły, **dane** odczytane z wykresu

Szukane: współrzędne punktu P, **kierunek** siły, F – wartość siły

Rozwiązanie:

a) Czas działania siły był bardzo krótki w stosunku do czasu ruchu (0,01 s wobec 6 s), więc na rysunku toru ruchu nie będzie widać łuku odpowiadającego torowi w czasie działania siły – zobaczymy tylko załamanie toru.

Wystarczy więc dorysować prostą oznaczającą tor przed zderzeniem i prostą oznaczającą tor po zderzeniu. Ich punkt przecięcia to miejsce, gdzie zadziałała siła. Jak widać z rysunku, jest to punkt o współrzędnych (3,5; 6).



Odpowiedź: Siła zadziałała w punkcie o współrzędnych (3,5; 6).

b) Korzystamy z zasady niezależności ruchów. Zarówno przed zadziaływaniem siły, jak i po nim współrzędna x ciała zwiększała się co sekundę o 1 m. To oznacza, że składowa v_x prędkości się nie zmieniała, a więc składowa siły F_x wynosiła zero. Zatem siła zadziałała tylko wzdłuż osi y .

c) Wiemy już, że siła $\vec{F}$ działała pionowo w dół, możemy więc zapisać jej współrzędne jako $\vec{F} = [0, -F]$. W czasie Δt siła ta spowodowała zmianę pionowej składowej pędu o Δp_y .

Zgodnie z zasadą niezależności pędów drugą zasadę dynamiki w postaci $\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t$ możemy zapisać dla każdej współrzędnej z osobna. Nas interesuje współrzędna pionowa:

$$\Delta p_y = (-F) \Delta t \quad F = -\frac{\Delta p_y}{\Delta t} \quad (1)$$

Pozostało więc wyznaczyć pionową współrzędną zmiany pędu, czyli $\Delta p_y = p_{y2} - p_{y1}$, gdzie p_{y2} to końcowa, a $p_{y1} = 0$ początkowa współrzędna pędu w kierunku y .



- Początkowo ciało poruszało się tylko w poziomie, a więc $p_{y1} = 0$.
- Końcowa prędkość ciała miała – jak możemy odczytać z wykresu – składową pionową $v_{y2} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Stąd:

$$p_{y2} = mv_{y2} = 0,2 \text{ kg} \cdot (-2 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = -0,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta p_y = p_{y2} - p_{y1} = -0,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 = -0,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Z równości (1) otrzymujemy:

$$F = -\frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{-0,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,01 \text{ s}} = 40 \text{ N}$$

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

Odpowiedź: Działająca siła miała wartość 40 N.

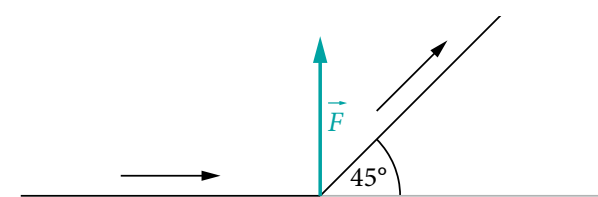
Na wykresie 4 kratki = 2 m, kropki zaznaczano co 1 s.

- Piłeczka tenisowa o masie 57 g miała kontakt z rakietą przez 0,05 s. W tym czasie zmieniła prędkość z $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ na $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, przy czym zwrot prędkości zmienił się na przeciwny. Oblicz średnią wartość siły działającej na piłeczkę.

Wskazówka. W obliczeniach różne zwroty możemy oznaczać jak liczby o przeciwnym znaku: $\Delta v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} - (-30 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- P** Ciało o masie 2 kg poruszało się ze stałą prędkością o wartości $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Przez krótki czas, równy 0,005 s, działała na nie stała siła prostopadła do pierwotnego kierunku ruchu. Spowodowała ona, że ciało skrzyło o 45° względem początkowego kierunku ruchu (patrz rys.). Oblicz wartość siły oraz wartość prędkości ciała po jej zadziaływaniu.

Wskazówka. Pamiętaj o zasadzie niezależności ruchów.

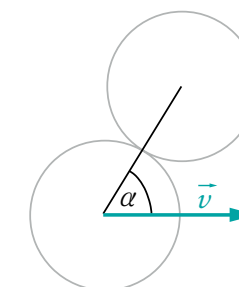


- Ciało o masie 1 kg poruszało się ze stałą prędkością o wartości $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Przez krótki czas, równy 0,01 s, działała na nie stała siła.

Spowodowała ona, że ciało skrzyło o 90° , ale dalej poruszało się z prędkością o tej samej wartości. Oblicz wartość siły. Określ jej kierunek i zwrot.

- Moneta poruszająca się z prędkością $[v, 0]$ uderza sprężysto w spoczywającą cięższą od niej monetę. W rezultacie zderzenia cięższa moneta zaczyna poruszać się z prędkością $[\frac{v}{6}, \frac{v}{6}]$, a lżejsza – z prędkością $[\frac{v}{6}, -\frac{5}{6}v]$. Oblicz stosunek mas monet trzema sposobami: z zasady zachowania pędu dla kierunku osi x , z zasady zachowania pędu dla kierunku y oraz z zasady zachowania energii.

- Dwie jednakowe monety zderzyły się sprężysto. Tuż przed zderzeniem jedna z monet spoczywała, a druga poruszała się z prędkością $\vec{v}$ o wartości $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, skierowaną pod kątem $\alpha = 60^\circ$ względem prostej łączącej środki monet. Wyznacz prędkości monet po zderzeniu.



Analiza tekstu

Czy można biegać po wodzie

Jedną z ulubionych zabaw dzieci jest bieganie po kałużach. Rozbryzgiwanie wody i błota w ciepły letni dzień może sprawić niemało frajdy [...] W bieganiu po wodzie chodzi jednak o wykonanie przynajmniej kilku kroków po wodzie przed wpadnięciem do niej. Czy jest to możliwe? [...] W celu udzielenia odpowiedzi powołamy eksperta [...]. Będzie nim bazyliszek zwyczajny *Basilliscus basilliscus*. Jaszczurka ta, jak większość innych bazyliszków, występuje w Ameryce Południowej i jest największym stworzeniem, o którym wiadomo, że biegać po wodzie potrafi. [...]



Bieg po wodzie różni się od biegu po lądzie między innymi tym, że środek masy zwierzęcia znajduje się praktycznie cały czas na tej samej wysokości. W takim razie przebieganie nogami musi wytwarzać prawie stałą siłę równoważącą grawitację. Jest ona sumą siły reakcji F_R na rozpędzanie wody przez na przemian wciskane w wodę nogi jaszczurki, siły parcia F_P wody na stopę oraz siły F_{NP} związanej z napięciem powierzchniowym odkształconej powierzchni wody. Bilans ten zakłada, że jaszczurka wyciąga nogę, zanim zamknie się bąbel powietrza tworzony w fazie wciskania kończyny w wodę. Jest tak w przypadku biegu bazyliszka. Gdyby bąbel się zamknął, to siły F_P i F_{NP} zostałyby zastąpione siłą oporu o przeciwnym znaku, związaną z koniecznością wyciągnięcia uwięzionej w wodzie nogi.

Siła F_{NP} jest proporcjonalna do obwodu stopy, czyli rozmiaru zwierzęcia w pierwszej potęgze, więc jej wkład do kompensowania ciężaru (proporcjonalnego do sześcienu rozmiaru) pominiemy (jest on zauważalny tylko dla najmniejszych bazyliszatek).

Siła parcia F_P jest proporcjonalna do objętości bąbla, a jej znaczenie w bilansie sił zależy od efektywnej powierzchni stopy. Nawet dla obdarzonego pod tym względem szczerze przez naturę bazyliszka wkład jest niewielki. Dlatego najistotniejsza jest siła F_R .

Średnią siłę reakcji można oszacować, wykorzystując równość:

$$F_R \cdot \Delta t = \Delta p$$

Z analizy wymiarowej wynika, że zmiana pędu (Δp) jest proporcjonalna do iloczynu masy wody mogącej zająć miejsce bąbla $m = dV^*$ i średniej prędkości nogi u , natomiast czas jest stosunkiem głębokości zanurzenia nogi (w przypadku bazyliszka maksymalnie jest ona równa długości nogi, proporcjonalnej do rozmiaru zwierzęcia r) do prędkości u . Ostatecznie uzyskujemy:

$$F_R \propto dV \cdot u \cdot \frac{u}{r} \propto d \cdot r^2 \cdot u^2$$

Symbol $\propto$ oznacza, że wielkości są do siebie proporcjonalne.

* gdzie d to gęstość wody, a V to objętość bąbla

Prędkość u okazuje się słabo zależeć od rozmiaru zwierzęcia. Powoduje to, że o ile młode, ważące kilka gramów, osobniki mogą generować siłę przekraczającą ich ciężar ponad dwukrotnie, to największe jaszczurki (o masie około 200 g) generują siłę ledwie pozwalającą na bieganie po wodzie. Z tego względu młode mogą uciekać kilkanaście i więcej metrów, a najstarszym (jaszczurki rosną całe życie) udaje się przebiec zaledwie kilka metrów. Zajmijmy się teraz ludźmi.

Żeby móc biegać po wodzie jak bazyliszek, trzeba by mieć stopy w proporcji do wzrostu jak bazyliszek, zwinność i długość nóg jak

bazyliszek oraz przebiegać nimi tak szybko, żeby kwadrat prędkości był tyle razy większy, ile razy jesteśmy od bazyliszka więksi, przy czym ważna jest tylko średnia pionowej składowej prędkości zanurzanej nogi. [...] Krótko mówiąc, w taki sposób biegać po wodzie się nie da. A co by się stało, gdyby założyć płetwy? Nic nie stoi na przeszkodzie, żeby spróbować. Jeden krok na pewno da się zrobić.

Piotr Zalewski, *Czy można biegać po wodzie?*, „Delta” 2010, nr 07

Pytania i zadania do tekstu

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



1. Czy człowiek może przejść po wodzie bez zamoczenia nóg? Jeśli uważasz że tak, zaproponuj sposób.
2. Bazyliszek biega po wodzie, aby uciec drapieżnikom. Jak inne zwierzęta poruszają się po wodzie i do czego wykorzystują tę zdolność?
3. Pewien człowiek o masie 70 kg ma stopy o powierzchni 150 cm² każda. Z jaką prędkością powinien wciskać w dół wodę jedną stopą, aby siła reakcji równoważyła jego ciężar? Załóż, że człowiek zanurza stopę na głębokość 8 cm.
4. Artykuł, który właśnie czytałeś, pochodzi z czasopisma „Delta”. Zajrzyj na stronę internetową pisma, wybierz jeden interesujący cię artykuł, przeczytaj go i zapisz w kilku zdaniach, czego się dowiedziałeś.

Podsumowanie Energia i pęd

■ Praca: $W = Fs \cos \alpha = F_{\parallel} \cdot s$

gdzie: F – wartość działającej stałej siły, s – droga, α – kąt między wektorem siły a kierunkiem ruchu ciała.

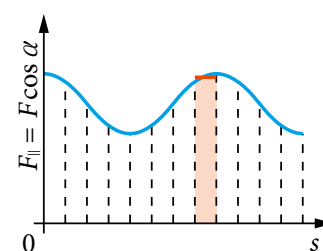
► Jednostką pracy jest **dżul**: $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$.

► W zależności od kąta między wektorem siły a kierunkiem ruchu ciała wartość pracy:

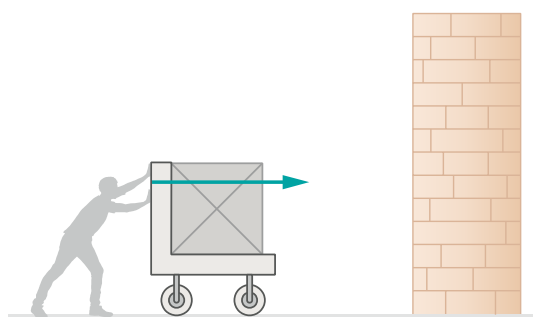
- jest maksymalna, gdy $\alpha = 0^\circ$,
- wynosi zero, gdy $\alpha = 90^\circ$,
- jest ujemna, gdy $\alpha > 90^\circ$ i $\alpha \leq 180^\circ$.

► W dowolnym przypadku praca jest równa polu pod wykresem zależności $F \cos \alpha$ od drogi.

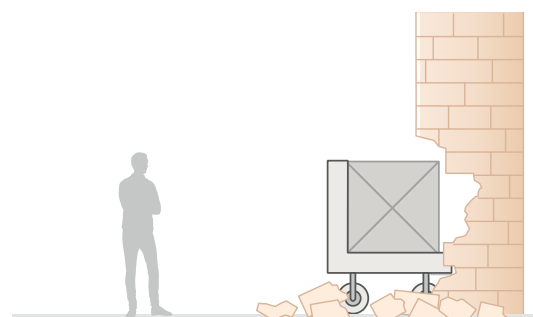
- Gdy siła zmienia wartość, ale działa stale zgodnie z kierunkiem ruchu ciała ($\alpha = 0^\circ$), możemy posłużyć się wykresem $F(s)$, ponieważ $F \cos 0^\circ = F$, bo $\cos 0^\circ = 1$.



■ Jeśli ciało może wykonać pracę, to mówimy, że ma **energię**. Obrazowo można to przedstawić w ten sposób: energia to „zmagazynowana praca”.



Człowiek wykonuje pracę, rozpędzając wózek. Wózek zyskuje energię, a człowiek ją traci.



Wózek wykonuje pracę i to on traci energię.

► Praca to sposób przekazywania energii.

- Rakieta, która uderzając w piłeczkę tenisową ją rozpędza, wykonuje pracę W .
- Piłeczka zyskuje energię równą tej pracy.
- Rakieta traci energię równą tej pracy.



■ Moc:

$$P = \frac{W}{t}$$

gdzie: W – wykonana praca, t – czas wykonywania pracy.

► Jednostką mocy jest **wat**:

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

► Jeżeli stała siła działa w tę samą stronę, w którą porusza się ciało, to:

$$P = Fv$$

gdzie: F – stała siła działająca na ciało, v – prędkość, z jaką porusza się ciało.

► Ze wzoru na moc można wyznaczyć pracę: $W = Pt$, a jeżeli zmiana mocy następuje w sposób ciągły, to praca jest równa polu pod wykresem $P(t)$.

■ Energia potencjalna grawitacji

Jest to energia związana z wysokością, na jakiej znajduje się ciało:

$$E_p = mgh$$

gdzie: m – masa ciała, h – wysokość ciała względem ustalonego poziomu odniesienia, g – przyspieszenie ziemskie.

■ Energia kinetyczna

Jest to energia związana z ruchem ciała:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

gdzie: m – masa ciała, v – wartość prędkości ciała.

Forma energii	Wzór	Jest równa zero, gdy...	Rośnie, gdy...	Maleje, gdy...
kinetyczna	$E = \frac{1}{2}mv^2$	ciało spoczywa	rozpędzamy ciało	ciało zwalnia
potencjalna grawitacji	$E = mgh$	ciało znajduje się na poziomie umownie przyjętym za zerowy	ciało przemieszcza się w górę	ciało przemieszcza się w dół

■ Zasada zachowania energii

W układzie izolowanym całkowita energia wszystkich ciał nie ulega zmianie, może zmieniać się jedynie jej forma:

$$E_c = \text{const}$$

■ Sprawność:

$$\eta = \frac{E_u}{E_d}$$

gdzie: E_u – energia użyteczna, E_d – dostarczona energia.

■ Pęd:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

gdzie: m – masa ciała, $\vec{v}$ – prędkość ciała.

► **Druga zasada dynamiki** zapisana z wykorzystaniem pojęcia pędu:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \Delta t$$

gdzie: $\Delta \vec{p}$ – zmiana pędu, $\vec{F}$ – działająca siła, Δt – czas działania siły.

► Zasada zachowania pędu

Jeśli na układ ciał nie działają siły zewnętrzne lub działające na niego siły zewnętrzne się równoważą, to suma pędów ciał w układzie nie ulega zmianie:

$$\vec{p}_c = \text{const}$$

- Inaczej można powiedzieć, że suma pędów początkowych ciał w danym układzie jest równa sumie pędów końcowych ciał w tym układzie.

Uwaga. Mowa o sumie **wektorów** pędów (wyznaczanej np. za pomocą reguły równoległoboku), a nie o sumie ich wartości.

■ Zderzenia

► Zderzenia sprężyste

Zachowują energię kinetyczną (energia przed zderzeniem i po nim jest taka sama) i jest też spełniona zasada zachowania pędu.

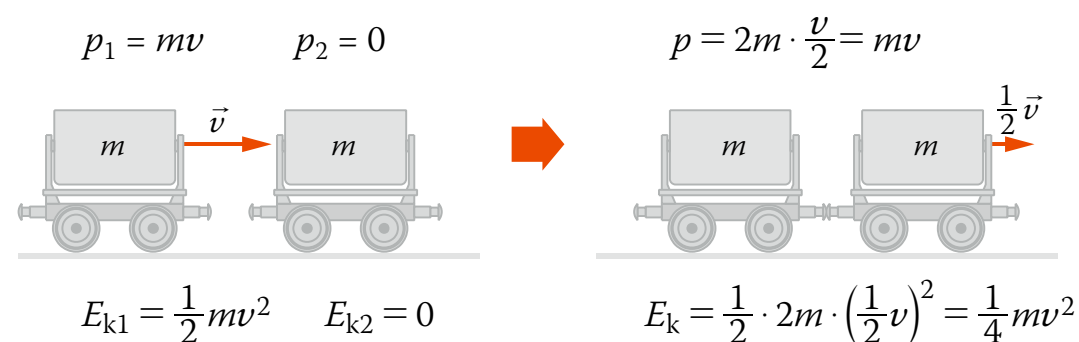
Ogólnie dla dwóch zderzających się ciał:

$$\text{dla energii kinetycznych} \quad \frac{1}{2}m_1v_{1p}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2p}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1k}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2k}^2$$

$$\text{dla pędów} \quad m_1\vec{v}_{1p} + m_2\vec{v}_{2p} = m_1\vec{v}_{1k} + m_2\vec{v}_{2k}$$

► Zderzenia niesprężyste

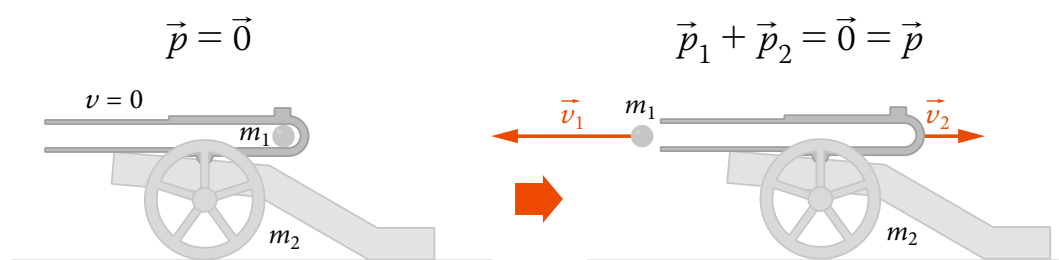
Pęd jest zachowany, ale energia kinetyczna nie jest zachowana (zmienia się ona w inne formy energii). Przykładem jest zderzenie ciał, które łączą się i zaczynają poruszać wspólnie.



► Jeżeli przed zderzeniem dwie kule lub dwa walce poruszają się względem siebie tak, że ich wektory prędkości leżą na prostej przechodzącej przez środki tych ciał, to mówimy o **zderzeniu centralnym**.

■ Odrzut

To zjawisko, w którym dwa ciała, początkowo nieruchome, na skutek wzajemnego oddziaływania zaczynają się poruszać w przeciwnne strony.



Sposób na zadanie

Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych

Zadanie 1. Wózek o masie m zjechał z pewnej wysokości z równi pochyłej i jechał dalej po poziomej drodze, aż zderzył się ze stojącym wózkiem o masie $4m$. W wyniku zderzenia pojechał z powrotem w kierunku równi i wjechał na nią na wysokość równą 36% wysokości początkowej. Pomijamy opory ruchu.

Zadanie 1.1 (0–3)

Wykonując odpowiednie obliczenia, sprawdź, czy zderzenie było sprężyste.

Przypomnij sobie podstawowe własności takiego zderzenia.

Rozwiązanie:

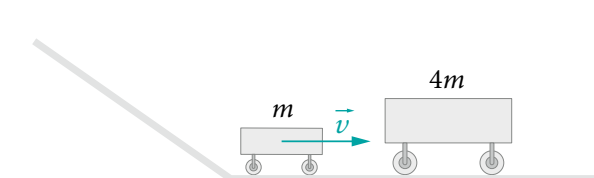
Naszkicujmy przebieg zjawiska na kolejnych ilustracjach. Przy tej okazji możemy wprowadzić brakujące oznaczenia potrzebnych wielkości.

Do zadań warto wykonywać ilustracje (jeśli nie ma ich w treści). Pomaga to lepiej zrozumieć omawiane zjawisko. Jeżeli składa się ono z kilku etapów, to można zilustrować te kolejne fazy.

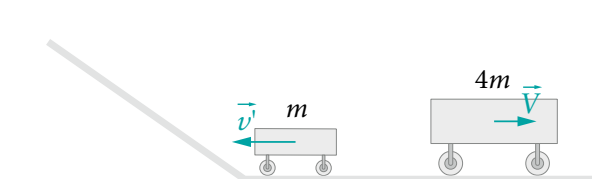
1) początkowa sytuacja



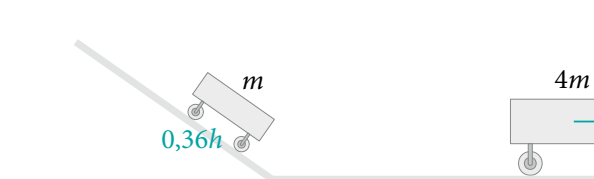
2) po zjechaniu wózka z równi



3) po zderzeniu wózków



4) końcowa sytuacja



Wysokość h mierzymy w pionie między środkiem wózka na równi i na poziomej drodze.

Na skutek zjazdu z wysokości h (rys. 2) lżejszy wózek uzyskał prędkość v , a więc zgodnie z zasadą zachowania energii:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

Stąd:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Pomijamy opory ruchu, więc możemy przyrównać początkową energię potencjalną i końcową energię kinetyczną.

Analogicznie, prędkość v' pozwoliła mu wjechać na wysokość $0,36h$ (rys. 4), a więc:

$$v' = \sqrt{2g \cdot 0,36h} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{2gh} = 0,6v$$

W zderzeniach zawsze jest zachowany pęd. Wektory zmiany pędów wózków mają te same wartości i kierunki, ale przeciwne zwroty. Zmiana pędu lżejszego wózka wynosiła:

$$\Delta p = mv - (-mv') = mv + mv' = mv + m \cdot 0,6v = 1,6mv$$

Skoro o tyle zmienił się pęd lżejszego wózka, to właśnie taki pęd zyskał cięższy wózek. A ponieważ początkowo spoczywał, więc wartość końcowa jego pędu wyniosła ostatecznie $1,6mv$. Stąd końcowa prędkość cięższego wózka wynosiła:

$$\Delta p = 1,6mv = 4m \cdot V \rightarrow V = \frac{1,6mv}{4m} = 0,4v$$

Energia kinetyczna jest zachowana tylko w zderzeniach sprężystych. To oznacza, że po przeliczeniu energii kinetycznej będziemy wiedzieć, czy zderzenie było sprężyste czy niesprężyste.

Sprawdzamy, czy energia kinetyczna była zachowana podczas zderzenia. Przed zderzeniem lżejszy wózek miał prędkość v , a cięższy się nie poruszał, więc suma ich energii kinetycznych wynosiła:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2$$

Po zderzeniu lżejszy wózek miał prędkość $0,6v$, a cięższy $0,4v$, więc suma ich energii kinetycznych to:

$$E_{k2} = \frac{1}{2}m(0,6v)^2 + \frac{1}{2} \cdot 4m(0,4v)^2 = 0,18mv^2 + 0,32mv^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

Tak więc energia kinetyczna była zachowana.

Odpowiedź: Zderzenie było sprężyste.

Zadanie 1.2 (0–1)

Po osiągnięciu 36% początkowej wysokości wózek o masie m zatrzymał się i ponownie zaczął zjeżdżać. **Czy dogoni cięższy wózek**, jeśli tor będzie dostatecznie długi? Uzasadnij odpowiedź.

Rozwiązanie:

Korzystamy z wyników zadania 1.1. Po zjeździe z równi lżejszy wózek znowu ma prędkość o wartości $0,6v$, ale zwróconą w prawo. Cięższy wózek ucieka mu z prędkością $0,4v$, więc jeśli będą jechać dostatecznie długi, to lżejszy wózek go dogoni.

Ponieważ pominęliśmy opory ruchu.

Wprawdzie pogoń zaczęła się wtedy, kiedy cięższy wózek już od jakiegoś czasu się poruszał, ale skoro mamy tor dowolnej długości, to wózek poruszający się z większą prędkością musi dogonić wózek wolniejszy.

Warto zapamiętać!

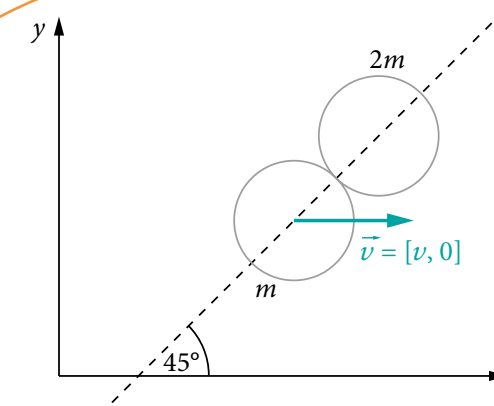
- W każdym zderzeniu jest zachowany łączny pęd zderzających się ciał. Natomiast energia kinetyczna jest zachowana tylko w niektórych zderzeniach, nazywanych sprężystymi. W innych – jej część zmienia się w inne formy energii.
- W zadaniach, w których nie ma danych liczbowych, należy potraktować wielkości zapisane literami jako dane i wykonać odpowiednie przekształcenia na wzorach. Często trzeba wprowadzić własne oznaczenia wielkości, o których nie ma mowy w treści zadania, jeśli mają znaczenie dla przebiegu zjawiska.

Zadanie 2. Na gładkim stole leżały dwa metalowe krążki o jednakowej średnicy, ale o różnych masach m i $2m$. Krążek o masie m popchnięto wzdłuż osi x w stronę krążka o masie $2m$ z prędkością o wartości $v = 12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Krążki zderzyły się **sprężystie**, ale **niecentralnie**.

W odróżnieniu od zderzeń niesprężystych suma energii kinetycznych ciał przed zderzeniem i po nim jest taka sama.

Oznacza to, że wektory prędkości ciał przed zderzeniem nie leżą na prostej przechodzącej przez ich środki.

Rysunek przedstawia sytuację tuż przed zderzeniem. Przerwaną linią zaznaczono na nim prostą przechodzącą przez środki obu krążków.

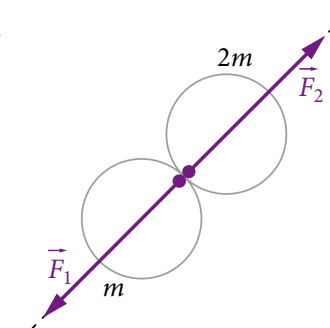


Zadanie 2.1 (0–1)

Naszkicuj w zeszycie krążki w chwili zderzenia i dorysuj siły, jakimi działały na siebie w tej chwili. Zachowaj właściwy kierunek i zwrot oraz proporcję wartości sił.

Rozwiązanie:

Przy zderzeniu siły działają wzdłuż promieni krążków. Siły wzajemnego oddziaływania mają równe wartości i przeciwne zwroty (każda z nich jest przyłożona do innego ciała).



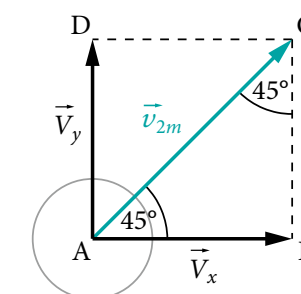
Długość wektorów na rysunku może być dowolna, ponieważ ani nie znamy wartości sił, ani nie mamy podanej skali. Ważne, aby oba wektory miały jednakową długość.

Zadanie 2.2 (0–1)

Uzasadnij, że w przyjętym układzie współrzędnych po zderzeniu współrzędne prędkości krążka o masie $2m$ były sobie równe.

Rozwiązanie:

Na krążek o masie $2m$ działała siła o kierunku zgodnym z prostą łączącą środki krążków w chwili zderzenia. Nadała ona nieruchomemu krążkowi pęd (czyli również prędkość) w takim kierunku, jaki ma ta prosta. Oznacza to, że prędkość tworzy z osią x kąt 45° . Gdy rozłożymy tę prędkość na składowe V_x i V_y , otrzymamy kwadrat – w takim razie współrzędne prędkości wzdłuż obu osi były jednakowe.



Znamy ten kąt z rysunku zamieszczonego w treści zadania.

$$V_x = V_y$$

Skoro wektor $\vec{v}_{2m}$ jest skierowany pod kątem 45° do osi x , to pod takim samym kątem musi być skierowany względem osi y . Jak widzimy na rysunku, czworokąt ABCD jest kwadratem.

Zadanie 2.3 (0–3)

Oblicz prędkości krążków po zderzeniu. Zapisz je za pomocą współrzędnych.

Rozwiązanie:

Zgodnie z wynikiem zadania 2.2 końcową prędkość cięższego krążka można zapisać w postaci:

$$\vec{v}_{2m} = [u, u]$$

gdzie u jest równe każdej z (nieznanych jeszcze) współrzędnych.

Współrzędne prędkości lżejszego krążka po zderzeniu nie muszą być równe, więc zapiszmy je jako:

$$\vec{v}_m = [v_{mx}, v_{my}]$$

Skoro mamy do czynienia ze zderzeniem sprężystym, to możemy zapisać zasadę zachowania pędu i zasadę zachowania energii kinetycznej.

1. Zgodnie z zasadą niezależności ruchów da się zapisać zasadę zachowania pędu dla każdej współrzędnej z osobna.

$$\text{dla współrzędnej } x: \quad mv = mv_{mx} + 2mu \rightarrow v_{mx} = v - 2u \quad (1)$$

$$\text{dla współrzędnej } y: \quad 0 = mv_{my} + 2mu \rightarrow v_{my} = -2u \quad (2)$$

2. Zapiszmy teraz wzory na energię kinetyczną:

$$\bullet \text{ lżejszy krążek przed zderzeniem: } E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\bullet \text{ cięższy krążek przed zderzeniem: } E_{k2} = 0 \text{ (krążek spoczywał)}$$

$$\bullet \text{ lżejszy krążek po zderzeniu: } E_{k1k} = \frac{1}{2}mv_m^2 = \frac{1}{2}m(v_{mx}^2 + v_{my}^2)$$

$$\bullet \text{ cięższy krążek po zderzeniu: } E_{k2k} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot v_{2m}^2 = m(u^2 + u^2) = 2mu^2$$

Możemy zatem zapisać równanie:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_{mx}^2 + v_{my}^2) + 2mu^2 \rightarrow v^2 = v_{mx}^2 + v_{my}^2 + 4u^2$$

Podstawiamy do niego wyrażenia na v_{mx} (1) i v_{my} (2), otrzymane z zasady zachowania pędu:

$$v^2 = (v - 2u)^2 + (-2u)^2 + 4u^2$$

Po przekształceniu za pomocą wzoru skróconego mnożenia i uproszczeniu otrzymujemy:

$$vu = 3u^2$$

Ponieważ wiemy, że $u \neq 0$, więc możemy powyższe równania podzielić stronami przez u :

$$u = \frac{1}{3}v = 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Ponownie korzystamy z równań (1) i (2), aby obliczyć współrzędne prędkości lżejszego krążka:

$$v_{mx} = v - 2u = v - 2 \cdot \frac{1}{3}v = \frac{1}{3}v = 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_{my} = -2u = -\frac{2}{3}v = -8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Odpowiedź: Prędkość lżejszego krążka po zderzeniu ma współrzędne: $[4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, -8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}]$, a prędkość cięższego: $[4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, 4 \frac{\text{cm}}{\text{s}}]$.

Warto zapamiętać!

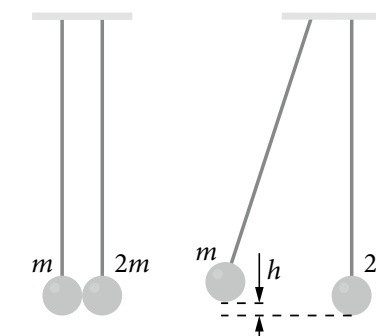
- Zgodnie z zasadą niezależności ruchów możemy osobno rozważać ruch wzdłuż każdej osi układu współrzędnych.

Zadania analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



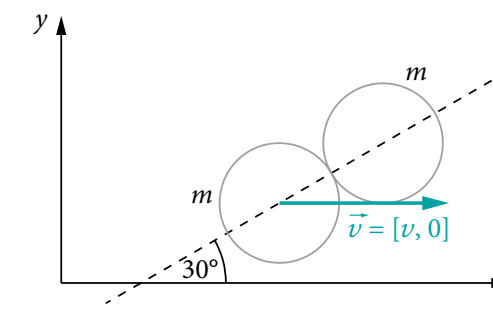
Zadanie 1. Na dwóch nitkach jednakowej długości zawieszono dwie różne kulki: jedną o masie m , a drugą o masie $2m$. Nitki ustawiono tak, że kulki się stykały. Następnie wychylono lżejszą kulkę o niewielki kąt, tak że wzniosła się na wysokość h powyżej najniższego położenia, i puszczono. W najniższym położeniu lżejsza kulka zderzyła się z cięższą. Po odbiciu lżejsza podniosła się tylko na wysokość $\frac{h}{16}$.



Uzasadnij, że zderzenie nie było sprężyste. Oblicz, jaki procent początkowej energii kinetycznej zamienił się w inne formy energii.

Uwaga. Założenie o niewielkim kącie pozwala przyjąć, że żadna nitka nie odchyliła się o więcej niż 90° ani przed zderzeniem, ani po nim.

Zadanie 2. Na stole leżały dwie monety o jednakowej masie. Jedna z nich została wprowadzona w ruch wzdłuż osi x z prędkością $10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Monety zderzyły się sprężysto, tak jak przedstawia rysunek (nie jest to zderzenie centralne).



Wyznacz prędkości monet po zderzeniu i zapisz ich współrzędne w układzie przedstawionym na rysunku.

Wskazówka. Przedstaw prędkość uderzonej monety po zderzeniu w postaci $[\sqrt{3}u, u]$.

Zadania powtórzeniowe

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

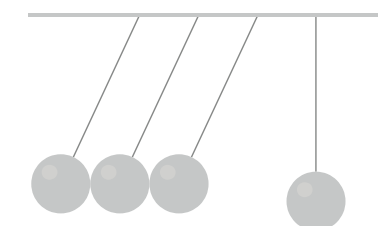
**Zadanie 1. Zderzenie sprężyste**

Rozważmy ponownie sytuację z zadania analogicznego nr 1 powyżej. Tym razem jednak zderzenie kulek jest sprężyste.

Oblicz prędkość kulek tuż po zderzeniu.

Zadanie 2. Kołyska Newtona

Kołyska Newtona to prosty przyrząd, który pozwala zademonstrować prawa zachowania w mechanice (patrz rysunek). Nauczyciel zamierza puścić trzy odchyłone kule, aby uderzyły w czwartą kulę z prędkością v . Zderzenie będzie doskonale sprężyste. Jeden z uczniów postawił hipotezę, że po zderzeniu czwarta kula odskoczy z prędkością $3v$, a trzy pierwsze kule się zatrzymają.

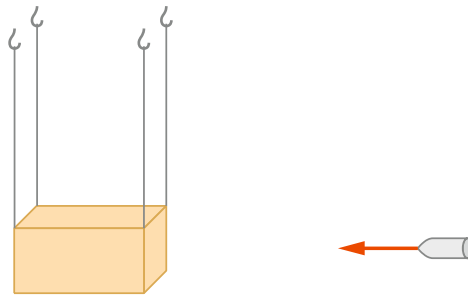


Odwołaj się do odpowiednich zasad zachowania w mechanice i sprawdź, czy hipoteza jest prawdziwa.

Zadanie 3. Wahadło balistyczne

Wahadło balistyczne służy do pomiaru prędkości pocisków wystrzeliwanych z broni palnej. Jego głównym elementem jest klocek zawieszony na linach, w którym grzęzną wystrzeliwane pociski. Gdy pocisk trafia w wahadło, wychyla się ono z położenia równowagi. Przeprowadza się wówczas pomiar kąta wychylenia lub wysokości, na jaką się wzniosło.

Wykonaj polecenia dla następujących danych: długość każdej z czterech lin $l = 1,6$ m, masa wahadła $m_w = 4$ kg, masa pocisku użytego do pomiarów $m_p = 8$ g. Przyjmij przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



Zadanie 3.1. Oblicz wartość prędkości pocisku przed uderzeniem w klocek, jeśli wiadomo, że po jego ugrzęgnięciu w nim układ odchylił się od pionu o kąt 30° .

Wskazówka. Możesz założyć, że czas wbijania się pocisku w klocek jest znacznie mniejszy niż czas ruchu klocka do maksymalnego wychylenia.

Zadanie 3.2. Oblicz energię kinetyczną pocisku przed uderzeniem w klocek i porównaj ją z energią kinetyczną układu w momencie tuż po zatrzymaniu pocisku w klocku.

Zadanie 3.3. Wyjaśnij, z czego wynikają straty energii kinetycznej przy zderzeniu pocisku z wahadłem.

Zadanie 3.4. Wahadło (bez pocisku) wychylono z położenia równowagi i puszczono swobodnie. Pocisk wystrzelony poziomo z prędkością $800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ trafił w wahadło w chwili, gdy przechodziło ono przez położenie równowagi, i w nim ugrzązł. W efekcie spowodował zatrzymanie układu.

Oblicz wysokość, z jakiej puszczono swobodnie wahadło.

Wskazówka. Skorzystaj z zasady zachowania energii dla opadającego wahadła oraz z zasady zachowania pędu dla zderzenia pocisku z wahadłem.

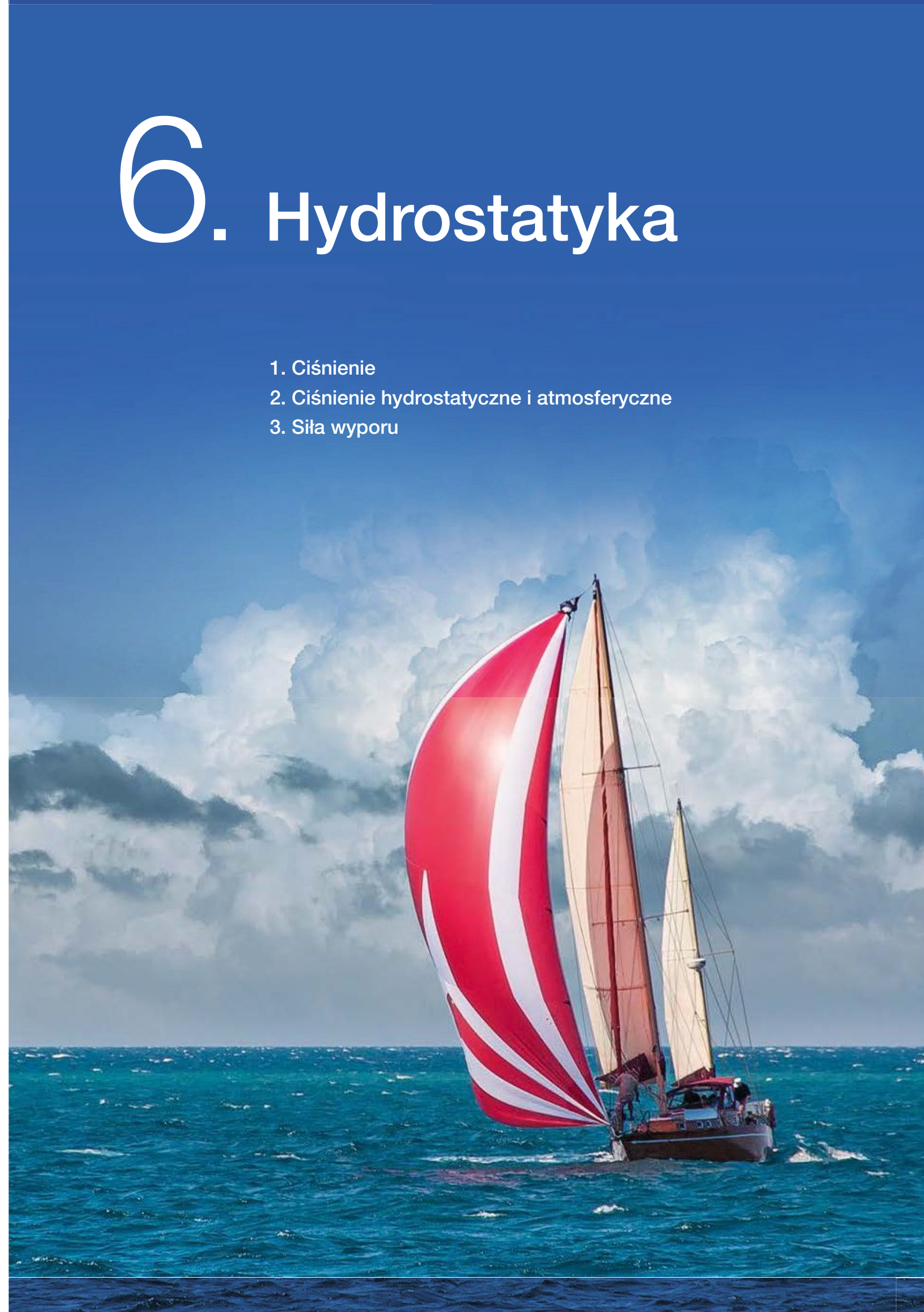
Zadanie 4. Chwilowe działanie siły

Gdy krążek hokejowy o masie 170 g sunął po lodzie z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, został uderzony kijem w kierunku prostopadłym do pierwotnego kierunku ruchu. Uderzenie trwało $0,05$ s. W rezultacie krążek skręcił o 70° .

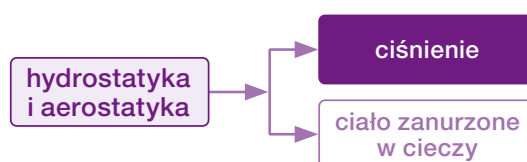
Oblicz wartość prędkości krążka po uderzeniu oraz średnią wartość siły, z jaką został uderzony.

6. Hydrostatyka

1. Ciśnienie
2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne
3. Siła wyporu



6.1 Ciśnienie



Ważne w tej lekcji:

- wywierane ciśnienie,
- prawo Pascala,
- urządzenia hydrauliczne.

Przypomnij sobie:

- Ciśnienie to wielkość opisująca siłę działającą na jednostkę powierzchni.
- Ciecz lub gaz przenosi wywierane na nią ciśnienie równomiernie we wszystkich kierunkach (przyrost ciśnienia jest jednakowy w całej objętości cieczy lub gazu).

W przyrodzie, technice i w życiu codziennym występuje wiele sytuacji, kiedy ważna jest nie tylko siła, którą jedno ciało naciska na drugie, lecz także pole powierzchni, na jaką rozkłada się ta siła. Przykłady takich sytuacji znajdują się w ramce na następnej stronie.

Do opisu takich sytuacji służy wielkość zwana **ciśnieniem**, opisująca siłę działającą na jednostkę powierzchni.

Ciśnienie to stosunek wartości siły nacisku do pola powierzchni, na którą działa ta siła:

$$p = \frac{F}{S}$$

ciśnienie siła nacisku
pole powierzchni

Z definicji ciśnienia wynika, że jego jednostką w układzie SI jest $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, czyli **paskal**.

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Często używaną np. w meteorologii wielokrotnością paskala jest hekto-paskal (1 hPa = 100 Pa). Jak przekonamy się później, powszechnie stosowane są także jednostki ciśnienia spoza układu SI.

Inne jednostki ciśnienia
→ s. 267

Ciśnienie wokół nas

Oto przykłady sytuacji, w których jest ważna nie tyle sama siła nacisku, ile ciśnienie, czyli siła nacisku w przeliczeniu na jednostkę powierzchni.

Człowiek w butach zapada się w miękkim śniegu, ale na nartach może na nim stać, ponieważ jego ciężar rozkłada się na większą powierzchnię.



Mówimy, że narciarz wywiera na śnieg **mniejsze ciśnienie** niż człowiek w butach.

Łoś jest cięższy od dzika, ale łatwiej mu chodzić po bagnie, ponieważ jego racice mają dużo większą powierzchnię niż racice dzika.



Łoś wywiera na podłoże **mniejsze ciśnienie** niż dzik.

Samochód ciężarowy ma nawet kilkanaście kół, inaczej niszczyłby drogę. Nacisk pojazdu rozkłada się na większą powierzchnię, więc asfalt go wytrzymuje.

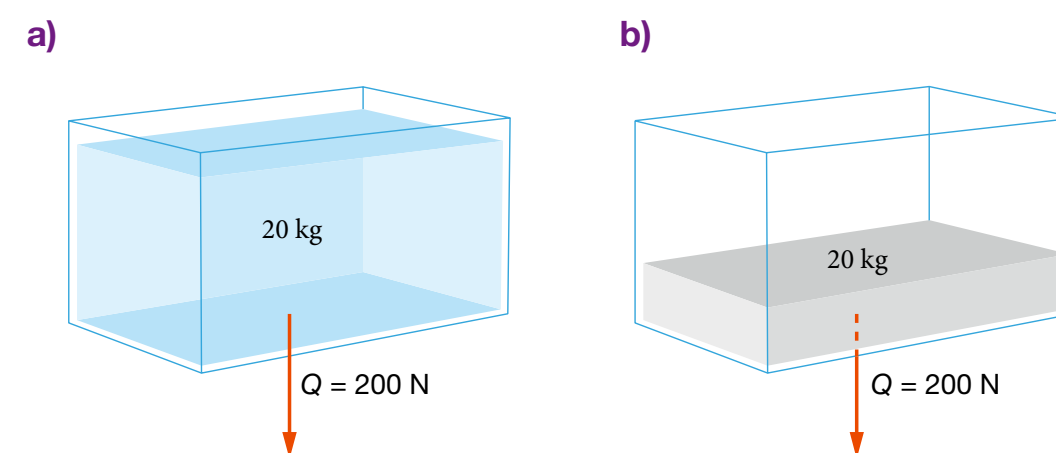


Większa liczba kół to mniejszy nacisk jednego koła, a więc – **mniejsze ciśnienie** wywierane na drogę.

Ciśnienie wywierane przez ciecz i przez ciało stałe

Pojęcie ciśnienia dotyczy nie tylko sytuacji, gdy ciało naciska na podłoże. Wyobraź sobie dwa jednakowe akwaria (rys. 6.1). Do jednego wlewamy 20 litrów (czyli 20 kg) wody, a do drugiego wkładamy dopasowaną do wielkości dna sztabkę aluminium, także o masie 20 kg. Woda i aluminium wywierają takie samo ciśnienie na dna akwariów.

Woda i aluminium mają ten sam ciężar, a każde z akwariów ma dno tej samej wielkości.

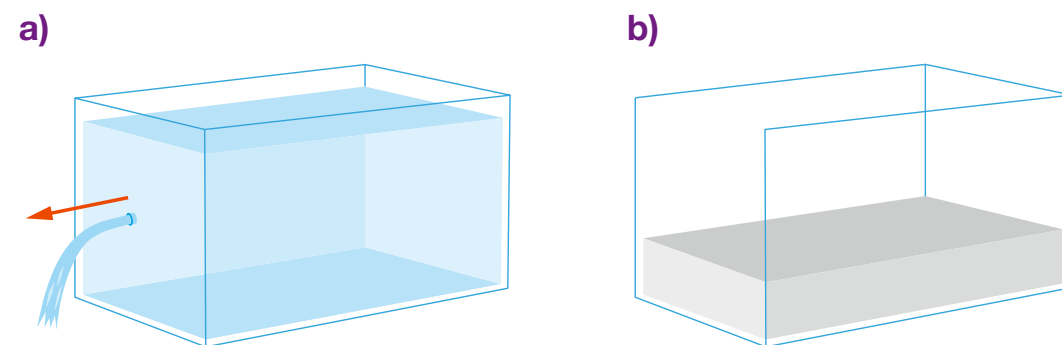


Rys. 6.1. Zarówno 20 kg wody (a), jak i 20 kg aluminium (b) wywierają na dno akwarium taki sam nacisk

Zasadnicza różnica pojawia się dopiero wtedy, gdy interesuje nas ciśnienie wywierane na **ścianki** akwarium.

Zauważmy, że gdyby w jednej ze ścianek akwarium z wodą był otwór, woda by przez niego wypływała (rys. 6.2a). Ścianka musi więc działać siłą powstrzymującą wodę, a w takim razie woda także musi działać siłą na ściankę.

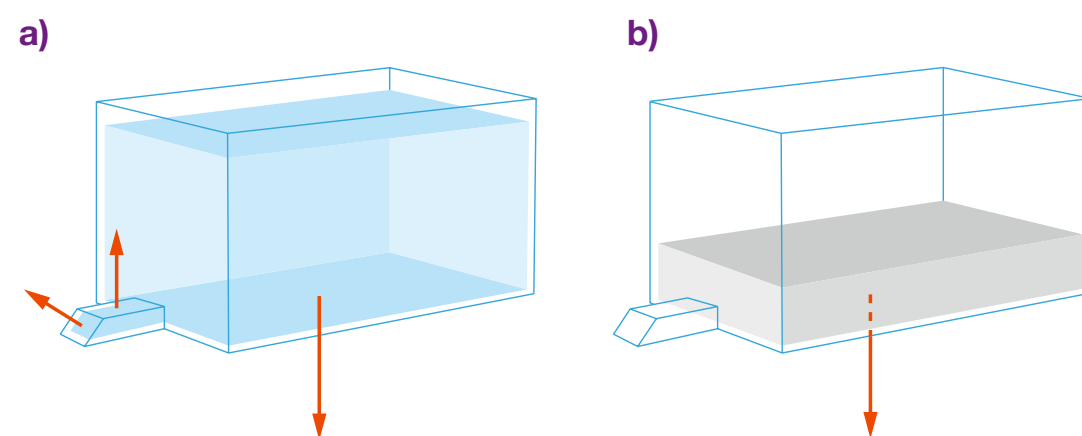
Natomiast sztabka aluminium naciska tylko na dno, ale nie na ścianki (rys. 6.2b). Ścianek mogłoby w ogóle nie być, a sztabka i tak nie rozlałaby się na boki.



Rys. 6.2. a) woda naciska na ścianki, a te powstrzymują wodę przed wylaniem się z naczynia, b) ciało stałe nie oddziałuje ze ściankami – po usunięciu jednej ściany pozostaje na swoim miejscu

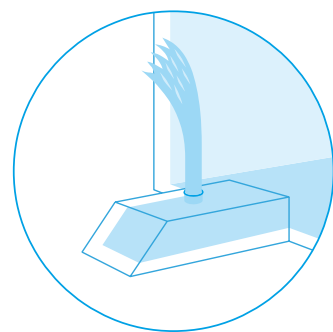
■ Ciśnienie na górną ściankę

Wyobraźmy sobie teraz, że akwarium rozszerza się przy dnie. Jeżeli w naczyniu jest woda, to **zawsze będzie ona naciskać na ścianki prostopadle i zawsze w stronę zewnętrzną** – nawet jeśli to oznacza, że siła nacisku jest skierowana w górę (rys. 6.3a).



Rys. 6.3. Siła nacisku wody może działać nawet w górę (a), natomiast siła nacisku sztabki – tylko w dół (b)

Aby się o tym przekonać, wystarczy pomyśleć, jak byłby skierowany strumień wody, gdyby w określonym miejscu wywiercić otwór w ścianie naczynia (rys. 6.4).



Rys. 6.4. Woda wypływa w górę

Siła nacisku cieczy na ścianki naczynia albo zanurzone ciało jest zawsze prostopadła do powierzchni, na którą ciecz naciska. Siłę tę nazywamy również siłą parcia.

Tymczasem sztabka aluminium po poszerzeniu dna ciągle naciska jedynie na dno, siłą skierowaną w dół (rys. 6.3b, s. 252).

■ Woda przenosi swoje ciśnienie

Dlaczego woda pod wpływem siły ciężkości, działającej na nią **w dół**, może działać siłą skierowaną w różne strony? Otóż woda pod wpływem nacisku ulega sprężeniu.

Zmiana objętości wody jest minimalna, dlatego w wielu sytuacjach ją pomijamy. Kiedy jednak chodzi o przenoszenie ciśnienia, ma ona zasadnicze znaczenie.

Cząsteczki sprężonej wody zbliżają się nieco do siebie, więc zaczynają się odpychać. Ponieważ cząsteczki cieczy mogą swobodnie przemieszczać się po całym naczyniu, więc zgęszczenie rozchodzi się w całej objętości.

Możemy więc mówić nie tylko o ciśnieniu wywieranym przez ciecz na ścianki naczynia, lecz także o jej ciśnieniu w danym punkcie. W cieczy może nie być żadnego ciała, co nie przeszkadza nam mówić o panującym w niej ciśnieniu.

Ciśnienie cieczy w danym punkcie określa, jaką siłą działałaby ona na ciało, gdybyśmy je w niej zanurzyli.

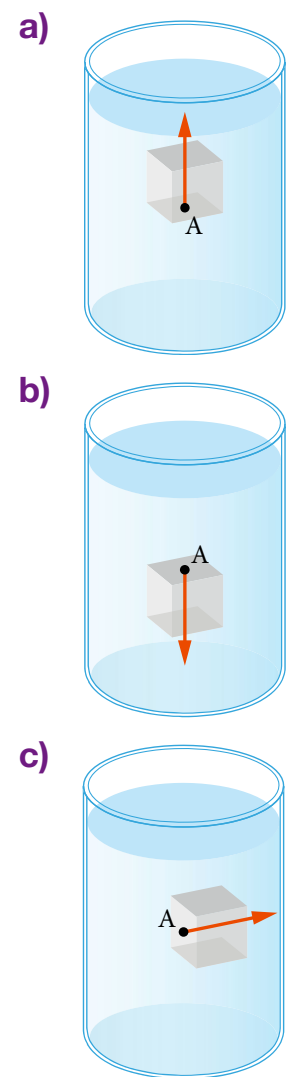
Gdy znamy ciśnienie cieczy w danym punkcie, możemy wyznaczyć wartość siły działającej na daną powierzchnię, ale nie jej kierunek, ponieważ ten zależy od ustawienia powierzchni zanurzonego ciała (rys. 6.5). Dlatego ciśnienia nie określamy jako wielkości wektorowej.

A to ciekawe

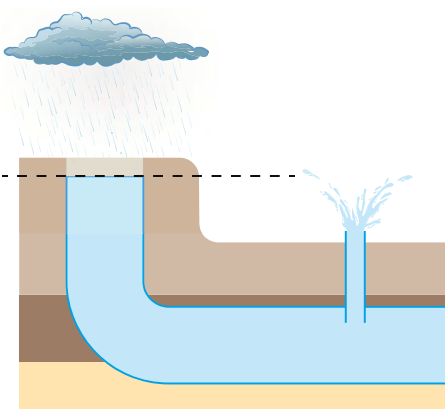
Wielki Basen Artezyjski w Australii to jeden z obszarów na świecie, w którym głęboko pod ziemią znajduje się woda pod wysokim ciśnieniem. Wystarczy wywiercić studnię, aby woda wytrysnęła z niej jak w fontannie, bez potrzeby użycia pomp.

W głębi kontynentu jest to jedyne źródło wody pitnej.

Skąd bierze się ta woda? Otóż spływa ona pomiędzy nieprzepuszczalnymi warstwami skał z miejsc położonych wyżej, a jednocześnie bliżej oceanu, gdzie częściej padają deszcze.



Rys. 6.5. Znajomość ciśnienia w punkcie A pozwala obliczyć **wartość** siły, jaka zadziała na ściankę umieszczonego w tym punkcie ciała o określonej wielkości, ale kierunek i zwrot tej siły zależą od tego, jak umieścimy ciało



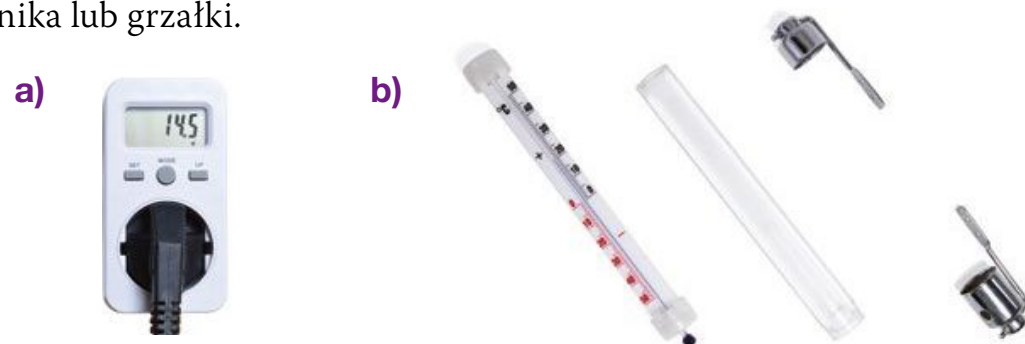
Przyrządy do wykonywania doświadczeń z działów 6.–8.

Do doświadczeń będą potrzebne:

- strzykawki 20 cm^3 (10 sztuk) oraz 2 cm^3 (2 sztuki) – takie jak na zdjęciu przy doświadczeniu 26 i 27., przezroczyste, z przezroczystym tłoczkiem bez gumowej nakładki,
- wężyk do łączenia strzykawek (np. cewnik urologiczny, z którego obetniesz niepasujące końcówki).

Do każdego doświadczenia używaj nowych strzykawek, ponieważ ich tłoczki ścierają się przy wielokrotnym przesuwaniu.

W wielu doświadczeniach będą potrzebne: elektroniczna waga kuchenna oraz czajnik elektryczny albo grzałka elektryczna. Watomierz (zdjęcie a) pozwoli ci zmierzyć energię dostarczaną do czajnika lub grzałki.



Przygotuj także termometr – możesz kupić tani termometr zaokienny i częściowo go rozbrajać, aby zbiorniczek z cieczą znalazł się na wierzchu (zdjęcie b).

Dodatkowo będziemy używać sprzętów kuchennych: naczyń, sztućców, tłuczka do mięsa itp.

■ Prawo Pascala

Ciecz może nie tylko wywierać ciśnienie spowodowane swoim własnym ciężarem, lecz także przenosić ciśnienie wywierane na nią przez siłę zewnętrzną. Z taką sytuacją mamy do czynienia na przykład wtedy, gdy naciskamy na tłok strzykawki.

Doświadczenie 26

1. Przygotuj dwie strzykawki 20 cm^3 i wężyk do ich połączenia.
2. W jednej ze strzykawek zrób gwoździem kilka niewielkich otworów: z boku i obok wylotu. Zachowaj konieczną ostrożność.
3. Połącz strzykawki wężykiem w ten sposób, aby w obu strzykawkach i wężyku znajdowała się woda bez bąbelków powietrza (samodzielnie wymyśl, jak to zrobić).
4. Ustaw strzykawki nad wanną albo dużą miską wylotami do góry.
5. Naciskaj równomiernie tłok strzykawki bez otworów. Obserwuj, jak zachowuje się woda.

W doświadczeniu 26. obserwujemy, że woda wylewa się przez otwory z drugiej strzykawki – tym gwałtowniej, im mocniej naciskamy na tłok pierwszej. Oznacza to, że **ciśnienie wody rośnie w całej jej objętości**.

Analogicznie zachowuje się gaz. Gdy na przykład pompujesz koło roweru, ciśnienie zwiększa się równomiernie w całej dętce (rys. 6.6). Mówi o tym prawo Pascala:

Nacisk wywierany na ciecz lub gaz powoduje jednakowy przyrost ciśnienia w całej objętości cieczy lub gazu.

Przejdźmy teraz do praktycznych zastosowań tego prawa.

■ Urządzenia hydrauliczne

Zbudujmy proste urządzenie, które pozwala zwielokrotnić działającą siłę.

Doświadczenie 27

1. Przygotuj dwie strzykawki (bez otworów): 20 cm^3 i 2 cm^3 , napełnione do połowy wodą.
2. Połącz strzykawki wężykiem tak, aby był on wypełniony wodą bez bąbelków powietrza.
3. Weź jedną strzykawkę w jedną, a drugą – w drugą dłoń. Dociskaj kciukiem jeden tłoczek i staraj się go poruszyć, a drugim kciukiem przeciwdziałaj tej sile i nie dopuść do ruchu tłoczka. Czy na oba musisz działać taką samą siłą?
4. Przesuń teraz tłoczek strzykawki 2 cm^3 do oporu. Porównaj przesunięcie obu tłoczków.

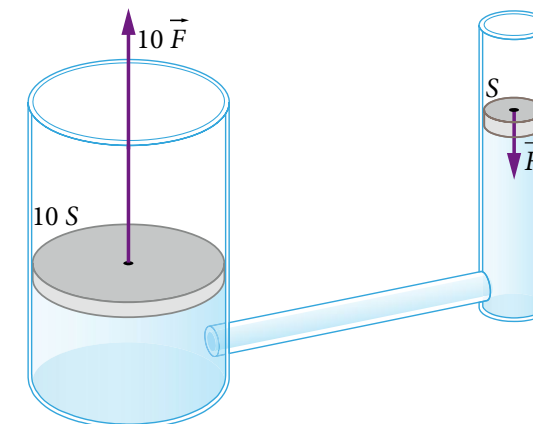


Rys. 6.6. Podczas pompowania koła ciśnienie zwiększa się w całej dętce



Rozważmy teraz układ przedstawiony na rysunku 6.7. Przypomina on układ z naszego doświadczenia, tyle że powierzchnia jednego z tłoków jest 10 razy większa niż drugiego.

Kiedy naciśniemy mniejszy tłok, woda przeniesie ciśnienie aż na duży tłok. Ciśnienie wody przy tłokach będzie jednakowe, więc siły będą różne. Jeżeli naciśniemy mały tłok siłą F , to woda naciśnie duży tłok siłą $10F$.

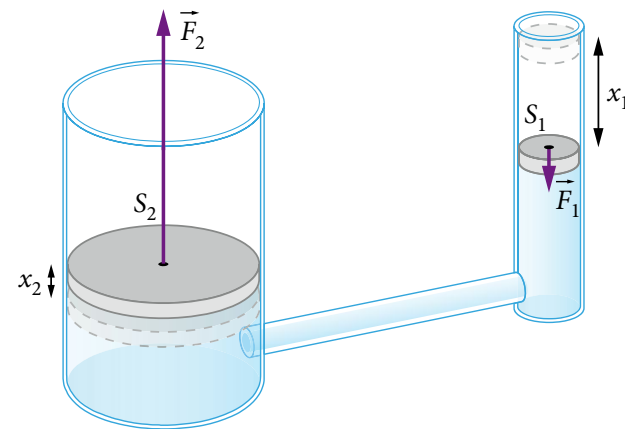


Rys. 6.7. Zastosowanie prawa Pascala w układzie dwóch tłoków

Możemy zatem podnieść np. 50-kilogramowy worek cementu, naciskając na mały tłok dużo mniejszą siłą – taką, jaka jest potrzebna do podniesienia 5-litrowej butelki wody mineralnej.

■ Urządzenia hydrauliczne – przypadek ogólny

Zobaczmy teraz, jak podobne urządzenie działa w ogólnym przypadku, dla dowolnych powierzchni tłoków S_1 i S_2 .



Rys. 6.8. Małe przesunięcie dużego tłoka otrzymujemy przez duże przesunięcie małego tłoka

Ciśnienie w obu cylindrach jest takie samo:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

Stąd:

W obu proporcjach po wymnożeniu po przekątnych otrzymujemy to samo.

$$\begin{array}{l} \text{siła działająca na pierwszy tłok} \quad F_1 \\ \text{siła działająca na drugi tłok} \quad F_2 \end{array} = \frac{S_1}{S_2} \begin{array}{l} \text{powierzchnia pierwszego tłoka} \\ \text{powierzchnia drugiego tłoka} \end{array}$$

Ta równość mówi, że siła jest proporcjonalna do powierzchni tłoka. Zastanówmy się teraz nad wykonaną pracą. Z prawego do lewego cylindra przepompowaliśmy ciecz o objętości V . Ciecz w cylindrze ma kształt walca, więc jej objętość to pole podstawy razy wysokość:

$$V = S_1 \cdot x_1 = S_2 \cdot x_2$$

Stąd:

$$x_2 = \frac{S_1}{S_2} x_1$$

Dzięki powyższej zależności otrzymujemy, że praca W_1 , wykonana przy przesuwaniu pierwszego tłoka, jest równa pracy W_2 , wykonywanej przez drugi tłok:

$$W_2 = F_2 x_2 = F_2 \frac{S_1}{S_2} x_1 = F_2 \frac{F_1}{F_2} x_1 = F_1 x_1 = W_1$$

Możemy więc być spokojni o zasadę zachowania energii.

■ Przykłady urządzeń hydraulicznych

Na takiej właśnie zasadzie działają hamulce hydrauliczne samochodu, prasa hydrauliczna, podnośniki hydrauliczne w warsztatach samochodowych (rys. 6.9) i wiele innych maszyn. W większości z nich ciśnienie wytwarzamy nie przez nacisk tłoka, ale za pomocą pompy elektrycznej tłoczącej ciecz do siłownika.



Rys. 6.9. Podnośnik hydrauliczny pozwala podnieść samochód w warsztacie

Siłownik to urządzenie podobne do strzykawki, ale wykonane ze stali i dostosowane do znacznie większych ciśnień. Pompowana do niego ciecz powoduje przesuwanie tłoka, który jest w stanie wykonać pracę, np. podnieść samochód.



Rys. 6.10. Przewody systemu hydraulicznego w koparce

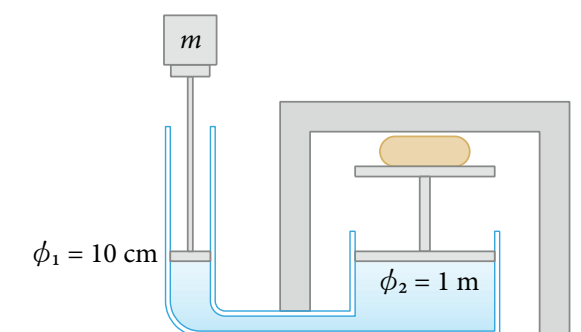
Dodatkową zaletę urządzeń hydraulicznych stanowi to, że przewód z cieczą pod ciśnieniem może być długi i giętki (rys. 6.10), co ułatwia przenoszenie siły w potrzebne miejsce.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



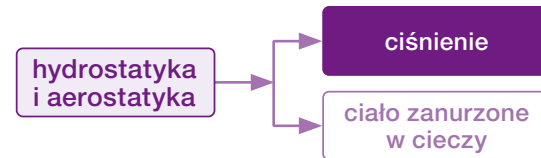
1. Narciarz wraz ze sprzętem i ubraniem ma masę 100 kg. Każda z jego nart ma w przybliżeniu kształt prostokąta o długości 2 m i szerokości 0,07 m. Oblicz, jakie ciśnienie narciarz wywiera na poziome podłoże.
2. Na okrągły tłok siłownika o średnicy 10 cm ciecz robocza wywiera ciśnienie 200 kPa. Oblicz, jaką siłą działa siłownik.
3. Na rysunku przedstawiono schemat prostej prasy hydraulicznej. Obciążnik o masie $m = 20$ kg naciska na mniejszy tłok, dzięki czemu większy tłok może działać bardzo dużą siłą F na prasowane ciało. Oblicz wartość tej siły. Pomiń masę cieczy i tłoków.



Uwaga. Symbol ϕ oznacza średnicę.

4. Obejrzyj film *What Happens When Matter is Pushed to the Extreme* na kanale SciShow w serwisie YouTube i zapisz trzy spośród opisanych w nim sposobów uzyskiwania bardzo wysokich ciśnień.

6.2

Ciśnienie
hydrostatyczne
i atmosferyczne

Ważne w tej lekcji:

- ciśnienie wywierane przez słup cieczy lub gazu,
- wyjaśnianie zjawisk związanych z ciśnieniem.

Przypomnij sobie:

- Gęstość substancji to wielkość określająca masę jednostki objętości tej substancji.
- Ciśnienie to stosunek wartości siły nacisku F do pola powierzchni S , na którą działa ta siła.

Gęstość

Zanim przejdziemy do naszego głównego tematu, przypomnimy prostą, ale ważną wielkość fizyczną znaną ci ze szkoły podstawowej.

Gęstość to wielkość opisująca masę jednostki objętości substancji:

$$d = \frac{m}{V}$$

gęstość $\rightarrow$ masa substancji / objętość substancji

Jednostką gęstości w układzie SI jest $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (kilogram na metr sześcienny). Często używamy też jednostki $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

A to ciekawe

Styropian jest lekki, ponieważ składa się z kuleczek zastygłej piany, z dużą ilością powietrza. Podobną strukturę mają aerozele, jednak w ich przypadku pęcherzyki powietrza mają rozmiary rzędu nanometrów, a ścianki są tak cienkie, że powietrze stanowi niemal całą objętość. Aerozele mają gęstość zaledwie od kilku do kilkunastu razy większą niż powietrze, a mimo to zachowują stały kształt. Jak widać na zdjęciu, są też dobrymi izolatorami ciepła.



W przypadku przedmiotów niejednorodnych albo wykonanych z różnych substancji mówimy o **gęstości średniej**. Obliczamy ją z tego samego wzoru $d = \frac{m}{V}$, tyle że m jest teraz całkowitą masą przedmiotu, a V – jego całkowitą objętością (patrz słoik na rys. 6.11).



Rys. 6.11. Średnia gęstość tego półlitrowego słoika to ok. $0,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, sześć razy mniej niż gęstość szkła, ponieważ słoik wypełniony jest powietrzem

Prawo naczyń połączonych

Zbadamy teraz, jak zachowuje się poziom cieczy w dwóch połączonych otwartych naczyniach o różnej średnicy.

Doświadczenie 28

- Wyjmij tłoczki z dwóch strzykawk: 2 cm^3 i 20 cm^3 (lub innych dwóch o różnej średnicy). Połącz strzykawki wężykiem.
- Ustaw strzykawki otwartymi końcami do góry. Możesz skorzystać ze statywu lub poprosić drugą osobę o pomoc.
- Do szerszej strzykawki nalewaj wody w porcjach po ok. 2 cm^3 . Obserwuj, jak zmienia się poziom cieczy w obu strzykawkach.
- Sprawdź, czy twoje obserwacje ulegną zmianie, gdy jedna ze strzykawk będzie przechylona.



Widzimy, że poziom wody w strzykawkach jest jednakowy. Tak samo jest w przypadku naczyń o bardziej skomplikowanych kształtach (rys. 6.12).



Rys. 6.12. Prawo naczyń połączonych obowiązuje dla wszystkich naczyń niezależnie od ich kształtu i szerokości

A to ciekawe

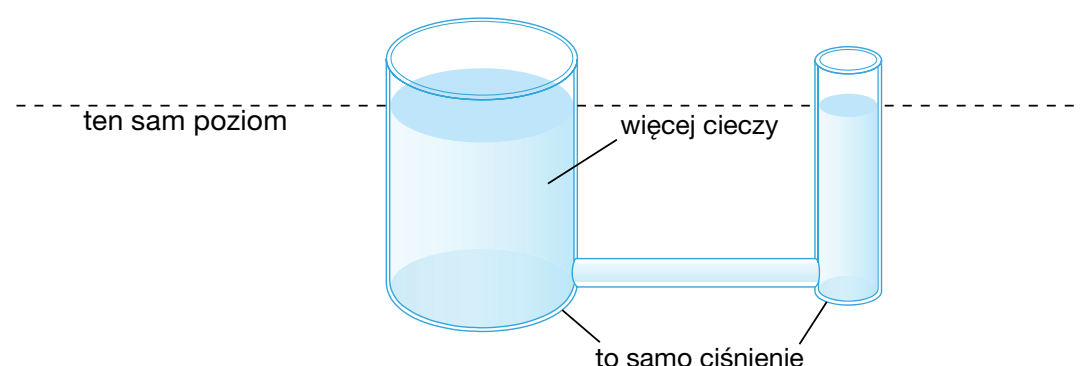
Kapilara to najczęściej bardzo cienka szklana rurka, używana m.in. w laboratoriach chemicznych. Gdy zanurzamy ją w cieczy, ciecz samorzutnie zaczyna ją wypełniać do pewnego poziomu. Jak to możliwe? Otóż prawo naczyń połączonych dotyczy tylko naczyń dostatecznie szerokich. W przypadku naczyń o bardzo małej średnicy siła grawitacji jest równoważona przez przyciąganie międzycząsteczkowe pomiędzy cieczą a ściankami kapilary. To zjawisko nazywamy włoskowatością. W podobny sposób woda z rozpuszczonymi solami mineralnymi dociera z korzeni drzewa aż do czubka korony (woda zachowuje się jak sznur koralu, który wciąż ciągnięty do góry, nie ulega zerwaniu), a suchy ręcznik przerzucony przez brzeg wanny staje się cały wilgotny, gdy jego róg dotyka wody.



W naczyniach połączonych i otwartych od góry ciecz dąży do wyrównania poziomu.

Urządzenia hydrauliczne
→ s. 256

Prawo naczyń połączonych wydaje się oczywiste, dopóki nie zauważymy, że w tych naczyniach znajdują się różne ilości cieczy (rys. 6.13). Mamy tu jednak sytuację podobną jak w urządzeniach hydraulicznych, tylko że bez tłoka. Mniejsza ilość wody może zrównoważyć większą, ponieważ wywierają one **to samo ciśnienie**.



Rys. 6.13. Równowaga wody w naczyniach połączonych

Z prawa naczyń połączonych wynika ważny wniosek:

Ciśnienie hydrostatyczne, czyli ciśnienie wywierane przez słup cieczy, nie zależy od kształtu naczynia ani od jego przekroju poprzecznego.

Z tego faktu skorzystamy podczas wyprowadzania wzoru na ciśnienie hydrostatyczne.

■ Obliczanie ciśnienia hydrostatycznego

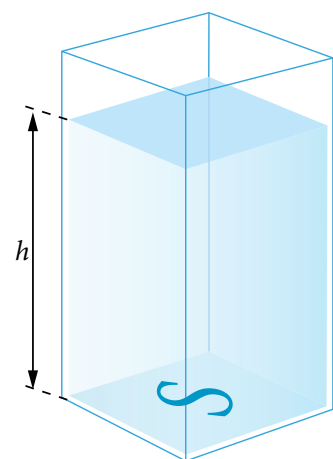
Ciśnienie hydrostatyczne najłatwiej wyznaczyć w przypadku, gdy ścianki naczynia są pionowe.

Wyobraźmy sobie prostopadłościenną naczynię z dnem o polu powierzchni S , wypełnioną cieczą do wysokości h (rys. 6.14). Możemy wyznaczyć kolejno następujące wielkości:

- objętość cieczy: $V = Sh$
- masa cieczy: $m = dV = dSh$
- ciężar cieczy: $Q = m \cdot g = dSh \cdot g = dgh \cdot S$

W naczyniu o pionowych ściankach ciecz naciska na dno siłą równą jej ciężarowi, a więc wywiera ciśnienie:

$$p = \frac{Q}{S} = \frac{dgh \cdot S}{S} = dgh$$



Rys. 6.14. Naczynie, w którym słup wody ma wysokość h , a powierzchnia podstawy wynosi S

Ciężar (siłę ciężkości) oznaczamy F_g lub Q .

W ten sposób wyprowadziliśmy wzór na ciśnienie słupa cieczy, czyli ciśnienie hydrostatyczne:

$$p = dgh$$

ciśnienie hydrostatyczne gęstość cieczy wysokość słupa cieczy przyspieszenie ziemskie

Obliczenia wykonaliśmy dla naczynia w kształcie prostopadłościanu, ale zgodnie z prawem naczyń połączonych kształt naczynia nie ma wpływu na ciśnienie wywierane na dno. Dlatego nasz wzór można stosować do słupa cieczy w dowolnym naczyniu.

Zwróć uwagę, że pole powierzchni S dna nie występuje we wzorze na ciśnienie. To pole jest natomiast istotne, gdy chcemy obliczyć **siłę** nacisku cieczy (czyli siłę parcia) na ciało w niej zanurzone, na dno naczynia albo na jego ścianki.

Pole powierzchni S się skróciło, ponieważ w szerszym naczyniu mieści się woda o większym ciężarze, ale rozkłada się on na większą powierzchnię dna.

■ Ciśnienie na określonej głębokości

Wykonamy teraz doświadczenie, które pomoże ci lepiej zrozumieć, co to jest wysokość słupa cieczy.

Doświadczenie 29

1. Nakłuj gwoździem w dwóch miejscach, położonych jedno nad drugim, pustą butelkę po wodzie mineralnej. Zachowaj konieczną ostrożność.
2. Postaw butelkę w misce albo w zlewie.
3. Napełnij butelkę wodą.
4. Oceń na podstawie kształtu strumieni wody, z którego z otworów wypływa ona szybciej. Jak sądzisz, czy ciśnienie wody zależy od głębokości?

Ciśnienie cieczy w określonym punkcie jest tym większe, im wyższy jest **ponad nim** słup cieczy, czyli im głębiej się ten punkt znajduje.

Wysokości słupa cieczy nie należy mylić z wysokością ponad dnem naczynia (rys. 6.15).



Rys. 6.15. Słupy cieczy nad dwoma otworami, będącymi na różnej wysokości

Im głębiej się zanurzamy, tym wyższy słup wody mamy **nad** sobą i tym większe ciśnienie wody na nas działa.

Na głębokości 10 m ciśnienie wynosi:

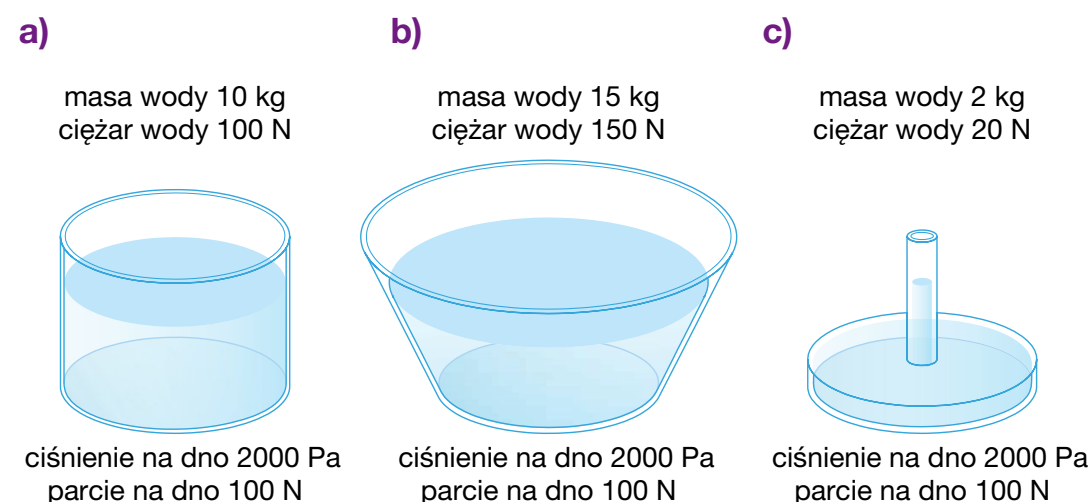
$$p = dgh \approx 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 100\,000 \text{ Pa} = 1000 \text{ hPa}$$

Ze szkoły podstawowej możesz pamiętać, że ta wartość jest równa ciśnieniu atmosferycznemu, o którym niedługo powiemy więcej.

■ Paradoxs hydrostatyczny

Przypatrzyć się naczyniom na rysunku 6.16. W każdym z nich wysokość słupa cieczy jest taka sama. Z tego wynika, że również ciśnienie wywierane przez wodę na dno jest takie samo. Ponieważ dodatkowo dna mają jednakową powierzchnię, więc również siła parcia wody na dno jest w każdym naczyniu taka sama.

Sytuacja na rysunku 6.16a jest oczywista – woda naciska na dno siłą równą swojemu ciężarowi. Jednak zupełnie inaczej jest na rysunkach 6.16b i 6.16c.



Rys. 6.16. Parcie na dno naczynia nie musi być równe ciężarowi cieczy

Zwłaszcza ostatni przykład jest dość zaskakujący. Okazuje się, że za pomocą wody o niewielkim ciężarze i odpowiedniego naczynia możemy uzyskać bardzo dużą siłę, jeśli wlejemy tę wodę do bardzo cienkiej pionowej rurki.

Takie doświadczenie przeprowadził w XVII w. Blaise Pascal (czyt. bléz paskal). Użył do niego drewnianej beczki i długiej, wąskiej rurki (rys. 6.17). Choć ciężar wody w rurce był niewielki, wytworzyła ona tak duże ciśnienie, że beczkę rozsadziło.

Ze względu na niespodziewany przebieg tego zjawiska nazwano je **paradoksem hydrostatycznym**.

Rys. 6.17. Schemat doświadczenia Pascala

Na cześć Blaise'a Pascala nazwano jednostkę ciśnienia.

■ Wyjaśnienie paradoksu hydrostatycznego

Przed chwilą pisaliśmy, że we wszystkich naczyniach przedstawionych na rysunku 6.16 przy dnie panuje **takie samo ciśnienie** i na dno działa **taka sama siła parcia**. Dowiedziałeś się, że dla obu tych wielkości kształt naczynia nie ma znaczenia, mimo że inna jest ilość wody, a więc także jej ciężar.

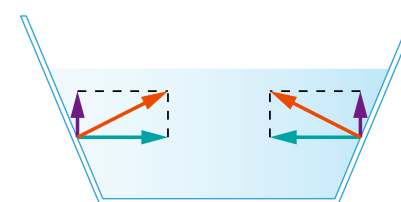
Gdzie więc podziła się część ciężaru wody w sytuacji z rysunku 6.16b? I co ciekawsze, skąd wzięła się dodatkowa siła w sytuacji z rysunku 6.16c i w doświadczeniu Pascala?

Okazuje się, że odpowiada za to oddziaływanie wody ze ściankami (patrz ramka poniżej).

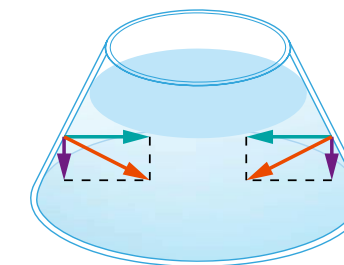
Wyjaśnienie paradoksu hydrostatycznego

• Z punktu widzenia sił

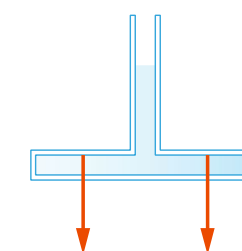
Woda naciska na ścianki naczynia. W takim razie zgodnie z trzecią zasadą dynamiki także ścianki naciskają na wodę. Jak działają te siły w zależności od kształtu naczynia?



Siły, którymi ścianki działają na wodę, mają **pionowe składowe** skierowane w górę. Te **składowe** podtrzymują wodę i odciążają dno. **Poziome składowe** tych sił się równoważą.



Siły, którymi ścianki działają na wodę, mają **pionowe składowe** skierowane w dół. Te **składowe** dopychają wodę do dna. **Poziome składowe** tych sił się równoważą.



W tym przypadku **siły** nacisku ścianek na wodę są pionowe i w całości dopychają wodę do dna.

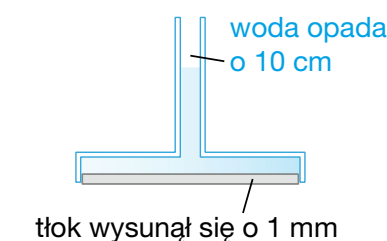
• Z punktu widzenia energii

Jeśli w ostatnim naczyniu zastąpić dno tłokiem, to niewielkiemu przesunięciu tłoka odpowiada znaczna zmiana poziomu wody w rurce.

Jednak wykonana praca jest taka sama:

$$\text{mała siła} \cdot \text{duża droga} = \text{duża siła} \cdot \text{mała droga}$$

Podobnie działają urządzenia hydrauliczne (s. 256).



■ Ciśnienie atmosferyczne

Choć powietrze ma niewielką gęstość, nad naszymi głowami znajduje się jego warstwa o grubości wielu kilometrów. Dlatego wywiera ono dość duże ciśnienie na powierzchnię Ziemi i wszystkie znajdujące się na niej ciała. Ile wynosi to ciśnienie? Możemy je zmierzyć za pomocą prostych przyrządów.

Doświadczenie 30

1. Przygotuj strzykawkę 20 cm³, elektroniczną wagę kuchenną, zapalki, metalową zakrętkę od słoika, mocny i nierozciągliwy sznurek (ok. 20 cm) oraz 5-litrową butlę wody mineralnej.
2. Postaw butlę na wadze, a wagę wytaruj (jeśli nie można – zapisz wskazanie wagi).
3. Przywiąż jeden koniec sznurka do uchwytu butli, a drugi do tłoczka strzykawki.
4. Trzymając strzykawkę za skrzydełka, ciągnij ją do góry. Zapisz, przy jakim wskazaniu wagi tłoczek się porusza. Pozwoli to obliczyć siłę tarcia, jaką trzeba przezwyciężyć przy wyciąganiu tłoczka.
5. Wsuń tłoczek strzykawki tak, aby ją całkowicie opróżnić. Z zachowaniem zasad bezpieczeństwa przypal zapalką wylot strzykawki, poczekaj chwilę, aż się nadtopi, a następnie rozgnieć go na zakrętce od słoika tak, aby się zakleił.
6. Kiedy strzykawka ostygnie, sprawdź, czy jej wylot nie przepuszcza powietrza – po niewielkim przesunięciu i puszczeniu tłoczek powinien wracać do pozycji bliskiej początkowego położenia.
7. Trzymając strzykawkę za skrzydełka, ciągnij ją do góry. Zaobserwuj, przy jakim wskazaniu wagi tłoczek się porusza. Oblicz siłę potrzebną do poruszenia tłoczka.
8. Różnica sił wyznaczonych w punktach 4. i 7. to siła potrzebna do przezwyciężenia nacisku powietrza na tłok strzykawki od zewnątrz, czyli od dołu.
9. Wyznacz pole powierzchni tłoczka strzykawki. W tym celu zmierz, o ile centymetrów należałoby przesunąć tłoczek, aby nabrać do strzykawki 20 cm³ płynu. Następnie skorzystaj ze wzoru na objętość walca (taki kształt ma obszar wewnątrz strzykawki): $V = Sh$, gdzie V – objętość, S – powierzchnia podstawy, h – wysokość.
10. Oblicz ciśnienie atmosferyczne.

Jak słyszymy w każdej prognozie pogody, ciśnienie atmosferyczne wynosi ok. 1000 hPa (hektopaskali), czyli ok. 100 000 Pa. W doświadczeniu powinieneś uzyskać zbliżony wynik. Takie ciśnienie oznacza, że na twoje ciało, którego powierzchnia wynosi ok. 2 m², działają ze wszystkich stron siły o łącznej wartości ok. 200 000 N. Jest to tyle, ile wynosi ciężar 20-tonowego ciągnika siodłowego (tira) z naczepą.

W jaki sposób wytrzymujemy nacisk powietrza? Po prostu wewnątrz naszego ciała także panuje takie ciśnienie. Człowiek jest w stanie wytrzymać ciśnienie wielokrotnie większe, jeśli tylko odpowiednio zmieni się ciśnienie wewnątrz jego organizmu. Tak właśnie dzieje się w przypadku płetwonurków (patrz „A to ciekawe” na s. 265)



A to ciekawe

Na głębokości 50 m sam słup wody wywiera na nurka ciśnienie 5 razy większe od atmosferycznego, a dodatkowo jeszcze – przenosi ciśnienie atmosferyczne. Suma wartości sił działających ze wszystkich stron na jego ciało jest więc równa ciężarowi 120-tonowego wagonu (ciało człowieka ma ok. 2 m² powierzchni). Nurek bez problemu wytrzymuje takie ciśnienie, ponieważ w miarę zanurzania się powietrze z butli jest mu dostarczane pod coraz większym ciśnieniem, odpowiadającym ciśnieniu zewnętrznemu. Dzięki temu również ciśnienie wewnątrz organizmu nurka dostosowuje się do ciśnienia zewnętrznego.

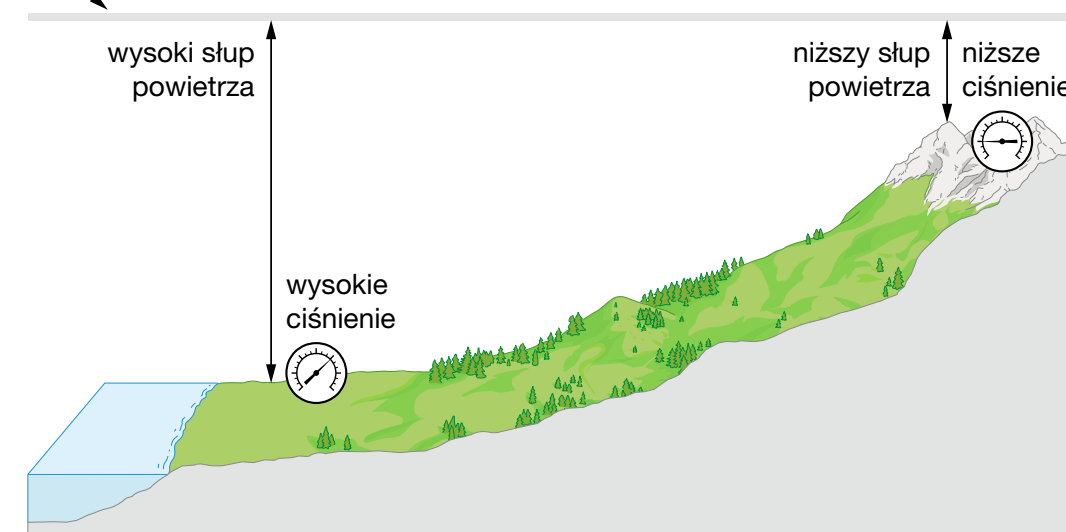


■ Od czego zależy ciśnienie atmosferyczne

Ciśnienie powietrza zmienia się nieznacznie wraz z pogodą. Zwykle wyższe ciśnienie towarzyszy słonecznej pogodzie, a niższe – opadom. Znacznie większe zmiany ciśnienia zaobserwujemy podczas wyprawy w góry.

Nic dziwnego – gdy znajdujemy się wyżej, słup powietrza nad nami ma mniejszą wysokość. Naszą atmosferę można by porównać do oceanu: wysokie góry to miejsca położone płycej, a niziny – głębiej (rys. 6.18).

Umowna góra granica atmosfery (w rzeczywistości powietrze nie kończy się tak nagle).



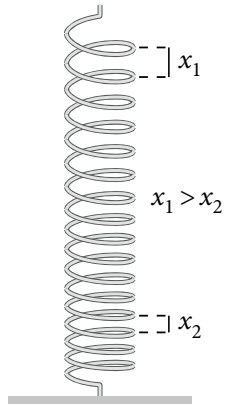
Rys. 6.18. W górach znajduje się nad nami niższy słup powietrza

■ Nadwyżka ponad ciśnienie atmosferyczne

Ciśnienie hydrostatyczne na dnie morza albo cylindra z wodą działa **oprócz**, a nie zamiast ciśnienia atmosferycznego.

Analogicznie, gdy pompujemy dętkę w kole roweru, a manometr wskazuje ciśnienie 3 atmosfery, to tak naprawdę ciśnienie powietrza w dętce wynosi aż 4 atmosfery, ponieważ manometr podaje **tylko** różnicę między ciśnieniem w dętce a ciśnieniem atmosferycznym.

1 atmosfera (1 atm) to jednostka ciśnienia równa w przybliżeniu ciśnieniu atmosferycznemu, patrz s. 267.



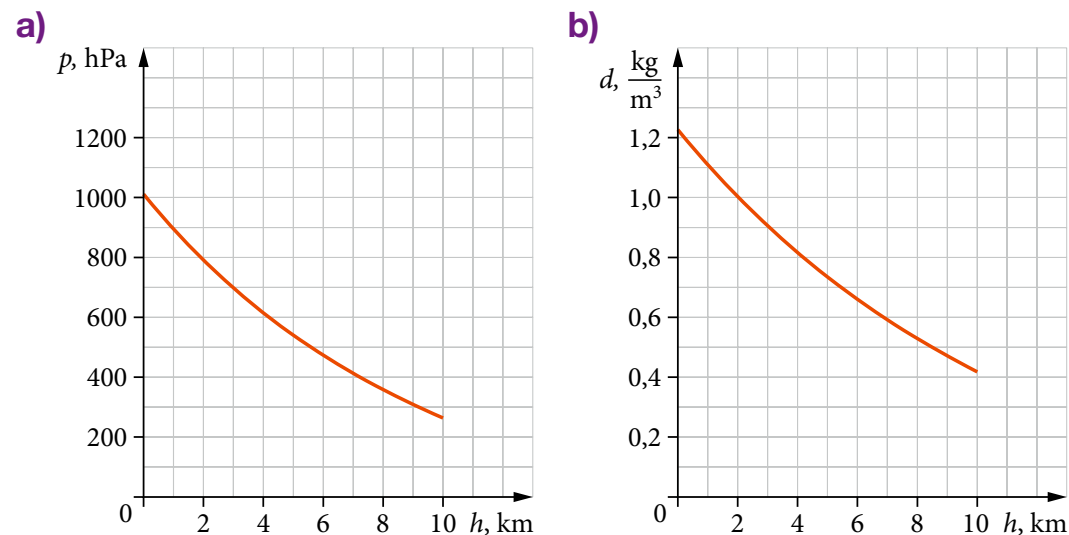
Rys. 6.19. Sprężyna, ściśnięta pod własnym ciężarem

Powietrze spręża się pod własnym ciężarem

Pomiędzy zmianami ciśnienia w słupie cieczy i w słupie powietrza jest ważna różnica. W przypadku cieczy zmianom ciśnienia towarzyszą tylko minimalne zmiany gęstości. Dlatego we wzorze $p = dgh$ możemy po prostu mówić o gęstości cieczy i się nie przejmować, że bliżej dna gęstość jest nieznacznie większa.

Tymczasem atmosfera ziemna nie urywa się nagle – po prostu powietrze staje się stopniowo coraz bardziej rozrzedzone (rys. 6.20).

Powietrze sprężające się pod własnym ciężarem można porównać do ustawionej pionowo długiej sprężyny. Im niżej, tym większy nacisk części sprężyny znajdującej się powyżej i tym gęściej ułożone zwoje (rys. 6.19).



Rys. 6.20. Zależność ciśnienia atmosferycznego (a) i gęstości powietrza (b) od wysokości n.p.m.



Rys. 6.21. Gdy pijesz przez słomkę, oranżadę do niej wciąga ciśnienie atmosferyczne



Rys. 6.22. Słup wody o wysokości 10 m wywiera ciśnienie równe atmosferycznemu. Dlatego nie można wciągnąć wody na większą wysokość za pomocą pompy umieszczonej na górze

Zjawiska wynikające z ciśnienia powietrza

Ciśnienia atmosferycznego na co dzień nie zauważamy, ponieważ towarzyszy nam przez całe życie. Jednak to ono odpowiada za wiele obserwowanych przez nas zjawisk. Gdy pijesz wodę przez słomkę (rys. 6.21), to nie ty działasz siłą na wodę. Cieczy nie da się przemieszczać w ten sposób, że się ją ciągnie (spróbuj dłonią wyciągnąć wodę z kubka!). To powietrze atmosferyczne wypycha wodę do twoich ust. Ty usuwasz powietrze ze słomki, robisz tylko wolne miejsce, które woda może zająć. Podobnie gdy wyciągamy pompą wodę ze studni. W rzeczywistości ciśnienie powietrza pcha wodę w górę, a pompa tylko usuwa powietrze z rury. Jeśli studnia będzie zbyt głęboka, to ciśnienie atmosferyczne okaże się zbyt małe, aby podnieść wodę (rys. 6.22). Wtedy pompę trzeba umieścić na dnie studni.

Gdyby wodę zastąpić znacznie cięższą cieczą, np. rtęcią, wystarczyłoby znacznie niższy jej słup, aby zrównoważyć ciśnienie atmosferyczne. W ten sposób działa barometr rtęciowy – dziś już rzadko używany przyrząd do pomiaru ciśnienia atmosferycznego.

A to ciekawe

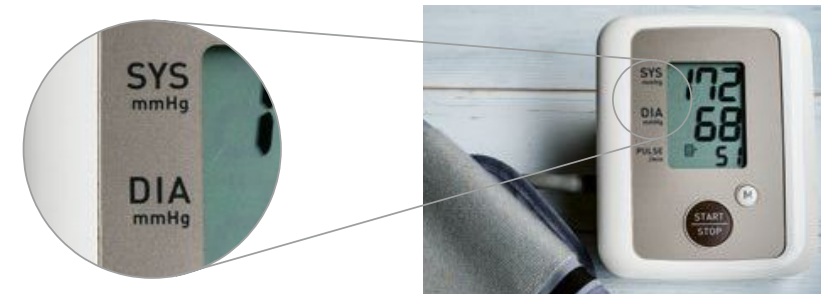
Dawniej sądzono, że w głębinach oceanów woda sprężona pod ciężarem wyżej leżących warstw ma na tyle dużą gęstość, że wraki zatopionych statków nie opadają na dno. Wówczas nie dało się tego sprawdzić. Obecnie wiemy, że nawet na kilku kilometrach głębokości, pod ciśnieniem kilkaset razy większym od atmosferycznego, gęstość wody rośnie tylko o kilka procent. O tym, że wraki okrętów opadają na dno, możemy się przekonać, oglądając je np. przez okno batyskafu.



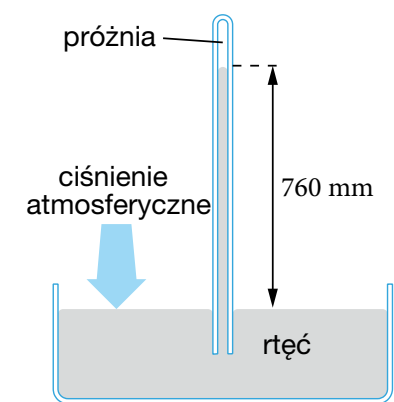
Tradycyjne jednostki ciśnienia

Ponieważ przez wiele lat podstawowym przyrządem do pomiaru ciśnienia atmosferycznego był barometr rtęciowy (rys. 6.23), do użytku weszła jednostka ciśnienia **milimetr słupa rtęci** (mmHg), odpowiadająca ciśnieniu wywołanemu przez słup rtęci o wysokości 1 mm.

Dziś ta jednostka zachowała się w medycynie, gdzie służy do określania ciśnienia krwi (rys. 6.24). Kiedy lekarz powie, że twoje ciśnienie krwi wynosi 120/75, to znaczy, że przy skurczu serca wynosi ono 120 mmHg, a przy rozkurczu 75 mmHg. Oczywiście chodzi tutaj o nadwyżkę ponad ciśnienie atmosferyczne.



Rys. 6.24. Ciśnienie krwi mierzymy w mmHg



Rys. 6.23. Zasada działania barometru rtęciowego, 1000 hPa $\approx$ 760 mmHg

Na co dzień stosowane są także inne tradycyjne jednostki ciśnienia: atmosfera fizyczna, atmosfera techniczna i bar (tabela 6.1). Różnią się one od siebie nieznacznie, a każda z nich jest w przybliżeniu równa ciśnieniu atmosferycznemu.

Tabela 6.1. Jednostki ciśnienia spoza układu SI

Różne jednostki ciśnienia			
atmosfera fizyczna	atmosfera techniczna	bar	psi
1013,25 hPa	980,665 hPa	1000 hPa	$1 \text{ psi} = \frac{0,435 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{(0,0254 \text{ m})^2} = 6894,76 \text{ Pa}$

Anglosaska jednostka ciśnienia to funt-siła na cal kwadratowy (*pound-force per square inch*, psi). Z tą jednostką możesz się spotkać w informacji na oponach roweru o zalecanej wartości ciśnienia (rys. 6.25), zwykle jednak towarzyszy jej odpowiednik w barach.



Rys. 6.25. Informacja o zalecanej wartości ciśnienia na oponie roweru

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

W rurce o kształcie litery U znajdują się:

- ciecz nr 1 – olej o gęstości $0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$,
- ciecz nr 2 – woda o gęstości $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$,
- ciecz nr 3 o nieznannej gęstości.

Ciecze są w równowadze. Na podstawie danych z rysunku wyznacz gęstość cieczy nr 3.

Dane: $d_1 = 0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $d_2 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Szukane: d_3 – gęstość cieczy nr 3

Rozwiązanie:

Skoro ciecze są w równowadze, to ciśnienie wywierane przez ciecze w lewym ramieniu jest takie samo jak ciśnienie wywierane przez ciecze w prawym ramieniu. Dzięki temu będziemy mogli zapisać równanie:

ciśnienie w lewym ramieniu = ciśnienie w prawym ramieniu

Wzór na ciśnienie:
 $p = dgh$

To równanie możemy zapisać od razu z danymi liczbowymi, należy jednak pamiętać, aby jednostki były zawsze takie same, np. wysokości słupa cieczy w cm, a gęstość w $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

- Lewe ramię: 3 cm oleju i 5 cm wody
- Prawe ramię: 4,5 cm nieznannej cieczy i 4 cm wody

$$0,9 \cdot 3 \cdot g + 1 \cdot 5 \cdot g = d_3 \cdot 4,5 \cdot g + 1 \cdot 4 \cdot g$$

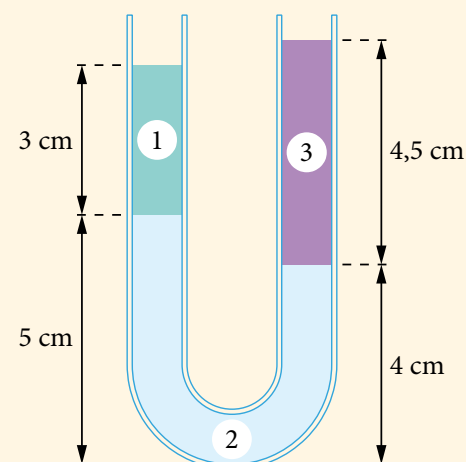
Po podzieleniu stronami przez przyspieszenie ziemskie g i wymnożeniu liczb otrzymujemy:

$$2,7 + 5 = 4,5d_3 + 4$$

Rozwiązaniem tego równania jest liczba 0,82, a więc:

$$d_3 = 0,82 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Odpowiedź: Nieznana ciecz ma gęstość $0,82 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.



1. Najgłębsze miejsce na Ziemi to Rów Mariański. Jego dno znajduje się 10 900 m pod poziomem morza.

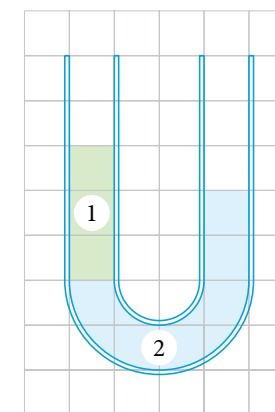
- a) Oblicz, jakie panuje tam ciśnienie wody. Przyjmij gęstość słonej wody równą $1,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

- b) Ile razy większe jest to ciśnienie od ciśnienia atmosferycznego?

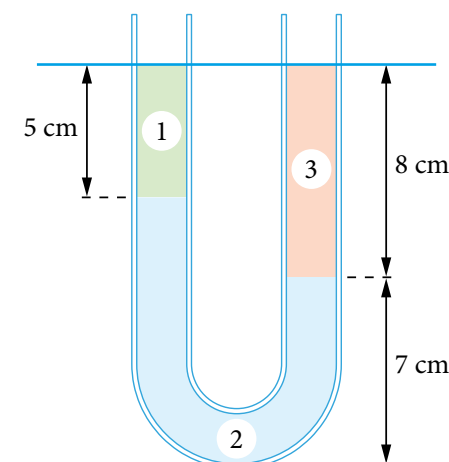
2. Jaka musi być minimalna średnica przyssawki, aby dało się za jej pomocą podnieść stołek o masie 7 kg?



3. Wyznacz stosunek gęstości cieczy znajdujących się w naczyniu na rysunku. Skorzystaj z kratek.



4. P W rurce o kształcie litery U znajdują się trzy niemieszające się ciecze. Ciecz nr 1 ma gęstość $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a ciecz nr 3 ma gęstość $1,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Na podstawie danych na rysunku wyznacz gęstość cieczy nr 2.



5. Rurkę w kształcie litery U o pojemności 10 cm^3 ustawiono ramionami do góry. Oblicz, ile oleju o gęstości $0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ możemy wlać do jednego z ramion rurki, jeśli znajduje się w niej już 8 cm^3 wody.

Wskazówka. Rozważ sytuację, gdy poziom oleju dojdzie do brzegu ramienia rurki. Jaki będzie wtedy poziom wody w drugim ramieniu?

Co się stanie, jeśli spróbujemy dolać więcej oleju?

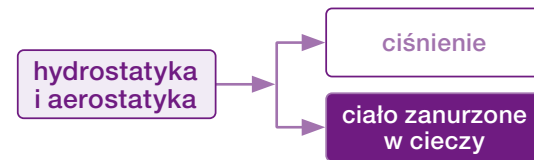
6. Przeczytaj opis doświadczenia i spróbuj przewidzieć jego wynik. Następnie wykonaj doświadczenie i sprawdź, czy twoje przypuszczenia się potwierdziły.

Uwaga. Doświadczenie najwygodniej wykonać nad wanną lub dużą miską, ponieważ użyta w nim woda może się wylać. Przydatna będzie pomoc drugiej osoby.

- a) Przygotuj giętą rurę o wewnętrznej średnicy ok. 2 cm i o długości ok. 2 m.
b) Napełnij rurę wodą.
c) Jeden koniec rury zatkał palcem. Poproś drugą osobę, aby powoli podnosiła drugi koniec. Czy zmienia się nacisk na twój palec? Czy zmienia się ciężar wody w rurze? Wyjaśnij zaobserwowane zjawisko.



6.3 Siła wyporu



Ważne w tej lekcji:

- prawo Archimedeasa,
- obliczanie siły wyporu,
- warunki pływania ciał.

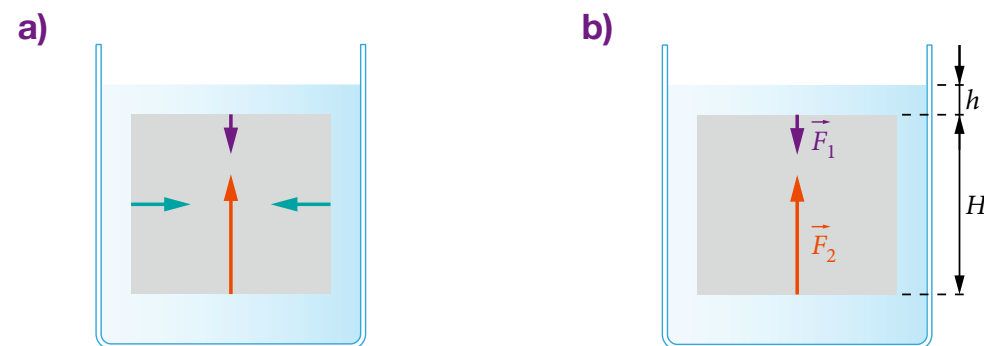
Przypomnij sobie:

- Siła parcia cieczy na zanurzone ciało jest prostopadła do jego powierzchni.
- Ciśnienie hydrostatyczne zależy od głębokości, czyli od wysokości słupa cieczy ponad danym punktem.

Siłę wyporu i opisujące ją prawo Archimedeasa znasz ze szkoły podstawowej. Teraz zajmiemy się tym zagadnieniem nieco dokładniej.

■ Ciało całkowicie zanurzone w cieczy

Wyobraźmy sobie ciało w kształcie graniastosłupa ustawione pionowo w wodzie lub innej cieczy. Na jego ścianki działają siły parcia związane z ciśnieniem cieczy (rys. 6.26a).



Rys. 6.26. Pochodzenie siły wyporu działającej na ciało całkowicie zanurzone w cieczy

- Siły działające na ścianki boczne się równoważą.
- Siła działająca na dolną ściankę jest większa niż siła działająca na górną ściankę, ponieważ dolna znajduje się głębiej w naczyniu (rys. 6.26b). Wypadkowa tych dwóch sił jest skierowana w górę. To właśnie ona jest znaną ci **siłą wyporu**.

Obliczmy teraz wartość siły wyporu. Przyjmijmy, że górna podstawa graniastosłupa znajduje się na głębokości h , dolna na głębokości $h + H$, natomiast gęstość cieczy w naczyniu wynosi d_{cieczy} . Ciśnienie hydrostatyczne wywierane na ciało:

$$\text{na górze } p_1 = d_{\text{cieczy}}gh \quad \text{na dole } p_2 = d_{\text{cieczy}}g(h + H)$$

Kiedy każde z tych ciśnień pomnożymy przez powierzchnię ścianki S , otrzymamy siłę nacisku wody na ściankę:

$$\text{na górze: } F_1 = d_{\text{cieczy}}gh \cdot S \quad \text{na dole: } F_2 = d_{\text{cieczy}}g(h + H) \cdot S$$

Wypadkowa tych dwóch sił to siła wyporu:

$$F_w = d_{\text{cieczy}}g(h + H) \cdot S - d_{\text{cieczy}}gh \cdot S$$

$$F_w = d_{\text{cieczy}}gS(h + H - h) = d_{\text{cieczy}}gSH = d_{\text{cieczy}}gV$$

$V = SH$ jest objętością graniastosłupa

Zauważmy, że wyznaczona wielkość:

$$d_{\text{cieczy}}gV = d_{\text{cieczy}}V \cdot g = m_{\text{cieczy}}g$$

jest równa ciężarowi cieczy o takiej objętości, jaką ma graniastosłup.

Dla ciał o innym kształcie obliczenia są znacznie trudniejsze, ale prowadzą do takiego samego wniosku.

Na ciało całkowicie zanurzone w cieczy działa **siła wyporu**, skierowana w górę, równa co do wartości ciężarowi takiej objętości cieczy, jaką objętość ma zanurzone ciało.

Ciałem, które pływa po powierzchni cieczy zanurzone tylko częściowo, zajmiemy się za chwilę.

■ Warunki pływania ciała

Na ciało zanurzone w cieczy działają siła ciężkości i siła wyporu. Od tego, która z nich jest większa, zależy, czy ciało będzie pływać czy zatonić. Ale od czego zależy to, która jest większa? Zauważ, że wartości tych sił można opisać bardzo podobnymi wzorami:

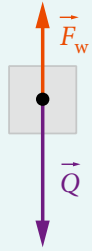
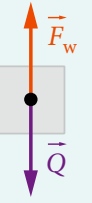
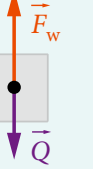
$$\begin{array}{lcl} \text{siła wyporu} & \rightarrow & F_w = d_{\text{cieczy}}gV \\ \text{siła ciężkości} & \rightarrow & Q = d_{\text{ciała}}gV \end{array}$$

średnia gęstość ciała

objętość ciała

Siła ciężkości $Q = mg$,
a masa ciała $m = dV$.

W takim razie mamy trzy możliwości:

Średnia gęstość ciała jest większa od gęstości cieczy	Średnia gęstość ciała jest równa gęstości cieczy	Średnia gęstość ciała jest mniej od gęstości cieczy
$d_{\text{ciała}} > d_{\text{cieczy}}$ $Q > F_w$	$d_{\text{ciała}} = d_{\text{cieczy}}$ $Q = F_w$	$d_{\text{ciała}} < d_{\text{cieczy}}$ $Q < F_w$
		
Siła ciężkości przeważa, ciało tonie	Siły się równoważą, ciało swobodnie unosi się w cieczy	Siła wyporu przeważa, ciało wypływa na powierzchnię

Zwróćmy uwagę na określenie **średnia gęstość ciała**. Okręt wykonany ze stali ma średnią gęstość mniejszą od gęstości wody, ponieważ pod pokładem ma bardzo dużo powietrza – dlatego może pływać po wodzie.

■ Ciało częściowo zanurzone w cieczy

Jeżeli ciało ma odpowiednio małą gęstość, to wynurza się na powierzchnię. Co się teraz dzieje z siłami parcia wody?

- Siły działające na boczne ścianki ciała nadal się równoważą.
- Górna ścianka nie jest już zanurzona, więc nie działa na nią siła parcia wody.
- Parcie wody działa na dolną ściankę.

Siła wyporu jest po prostu równa sile parcia na dolną ściankę (rys. 6.27). Obliczmy wartość tej siły.

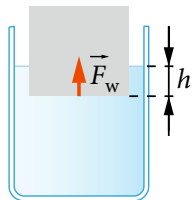
$$F_w = pS = d_{\text{cieczy}}ghS = d_{\text{cieczy}} \cdot Sh \cdot g$$

Ponieważ Sh to objętość zanurzonej części ciała, więc:

$$d_{\text{cieczy}} \cdot Sh$$

to masa wody o objętości równej objętości zanurzonej części ciała. Po pomnożeniu przez g otrzymujemy jej ciężar.

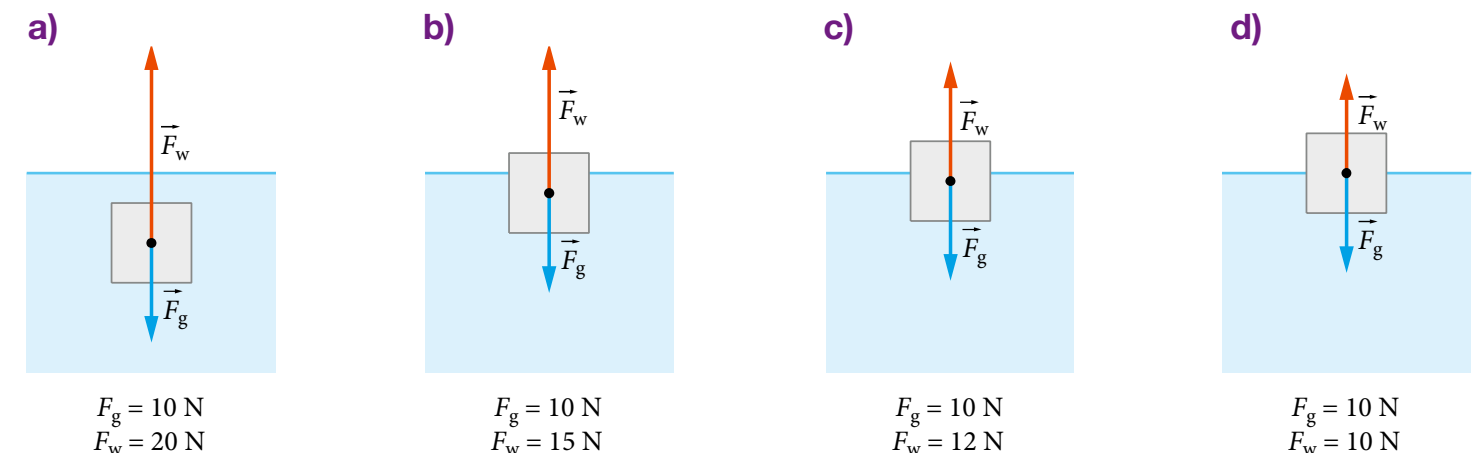
Zatem siła wyporu ma taką wartość jak ciężar wody o objętości równej objętości **zanurzonej części ciała**. Im jest ona mniejsza, tym mniejsza jest siła wyporu.



Rys. 6.27. W przypadku ciała pływającego po powierzchni cieczy siła wyporu to po prostu siła parcia na dolną powierzchnię ciała

Dlatego, gdy lekkie ciało wynurza się na powierzchnię cieczy, siła wyporu stopniowo maleje (rys. 6.28a–c). Kiedy siła wyporu jest na tyle niewielka, że tylko równoważy jego ciężar, ciało nie wynurza się bardziej (rys. 6.28d).

Kiedy ciało pływa po powierzchni cieczy, siła wyporu równoważy jego ciężar.



Rys. 6.28. W miarę wynurzania się ciała maleje siła wyporu

■ Co wynika ze stopnia zanurzenia

Z równości ciężaru i siły wyporu $Q = F_w$ możemy wyciągnąć ważny wniosek. Wyjdziemy od równości:

$$m_{\text{ciała}}g = d_{\text{cieczy}} \cdot V_{\text{zan}} \cdot g$$

gdzie: $m_{\text{ciała}}$ – masa ciała, d_{cieczy} – gęstość cieczy, V_{zan} – objętość zanurzonej części ciała.

Podstawiamy do powyższego wzoru za masę ciała:

$$m_{\text{ciała}} = d_{\text{ciała}}V_{\text{ciała}}$$

i skracamy po obu stronach równości przyspieszenie ziemskie g . Otrzymujemy:

$$d_{\text{ciała}}V_{\text{ciała}} = d_{\text{cieczy}}V_{\text{zan}}$$

Stąd:

$$\frac{V_{\text{zan}}}{V_{\text{ciała}}} = \frac{d_{\text{ciała}}}{d_{\text{cieczy}}}$$

Ta zależność pozwala nam błyskawicznie określać gęstość ciała, jeżeli znamy gęstość cieczy, w której ono pływa.

Jeśli na przykład drewniany klocek pływa po wodzie zanurzony w 60% swojej objętości, to znaczy, że jego gęstość stanowi 60% gęstości wody, czyli wynosi $0,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

$$Q = m_{\text{ciała}}g$$

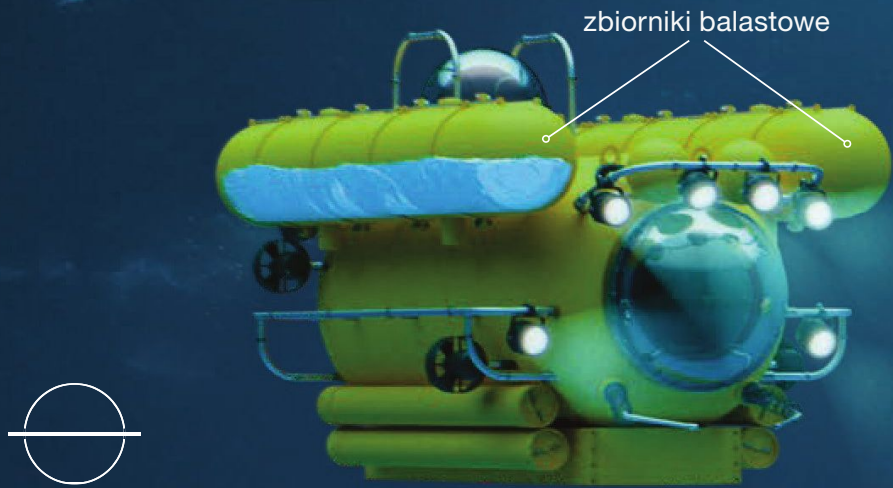
$$F_w = d_{\text{cieczy}} \cdot V_{\text{zan}} \cdot g$$

Gęstość wody

$$d = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

WARUNKI PŁYWANIA CIAŁ

Na to, co dzieje się z ciałem zanurzonym w cieczy, mają wpływ dwie siły: siła ciężkości i siła wyporu. Od relacji między tymi siłami zależy, czy ciało wypłynie, zatoni, czy pozostanie na stałej głębokości. Aby sterować głębokością zanurzenia łodzi podwodnej, możemy zmieniać średnią gęstość łodzi.



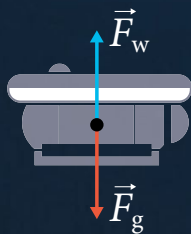
RÓWNOWAGA

Ciało pozostaje zanurzone na stałej głębokości wtedy, gdy jego gęstość jest równa gęstości cieczy.

Przy wypełnieniu zbiorników balastowych wodą do odpowiedniego poziomu, średnia gęstość łodzi i wody będą takie same i łódź pozostanie zanurzona na stałej głębokości.

RÓWNOŚĆ GĘSTOŚCI I RÓWNOWAGA SIŁ

Ciało pozostanie na stałej głębokości, gdy siła ciężkości F_g i wyporu F_w będą się równoważyć.



$$F_g = F_w$$

Masa to iloczyn gęstości d i objętości V :
 $m = d \cdot V$

Objętość V i przyspieszenie ziemskie g można uprościć.

Siły ciężkości F_g i wyporu F_w równoważą się wtedy, gdy gęstość ciała jest taka sama jak gęstość cieczy.

$$F_g = m \cdot g$$

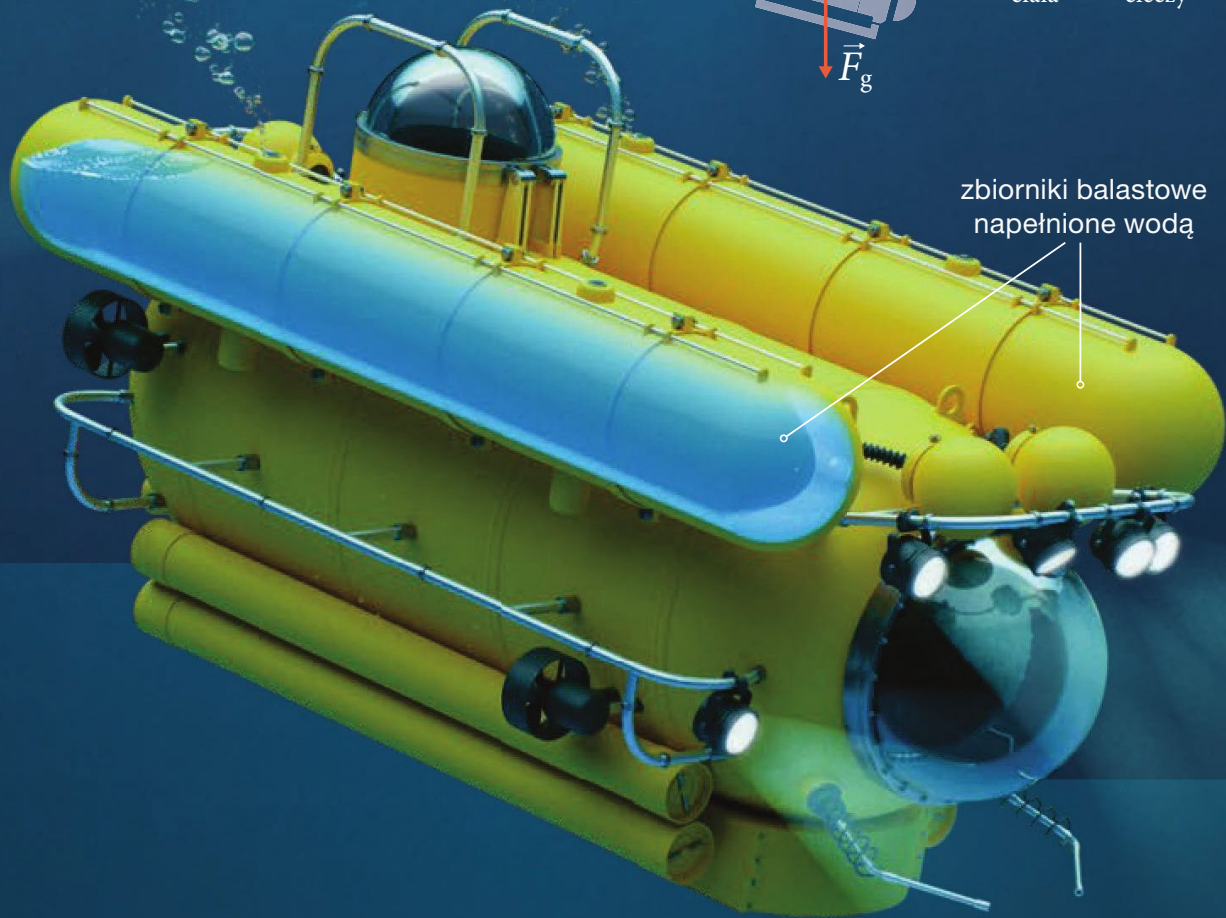
$$F_g = d_{\text{ciała}} \cdot V_{\text{ciała}} \cdot g$$

$$d_{\text{ciała}} \cdot \cancel{V} \cdot \cancel{g} = d_{\text{cieczy}} \cdot \cancel{V} \cdot \cancel{g}$$

$$d_{\text{ciała}} = d_{\text{cieczy}}$$

$$F_w = d_{\text{cieczy}} \cdot V_{\text{cieczy}} \cdot g$$

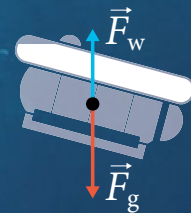
Objętość wypartej cieczy jest taka sama jak objętość zanurzonego ciała:
 $V_{\text{cieczy}} = V_{\text{ciała}} = V$



ZANURZANIE

Ciało tonie, gdy jego gęstość jest większa od gęstości cieczy.

Gdy łódź podwodna ma się zanurzyć, napełniane są wodą specjalne zbiorniki balastowe. Średnia gęstość łodzi staje się większa od gęstości wody i łódź się zanurza.

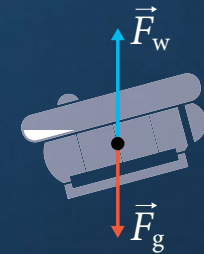


$$F_g > F_w$$
$$d_{\text{ciała}} > d_{\text{cieczy}}$$

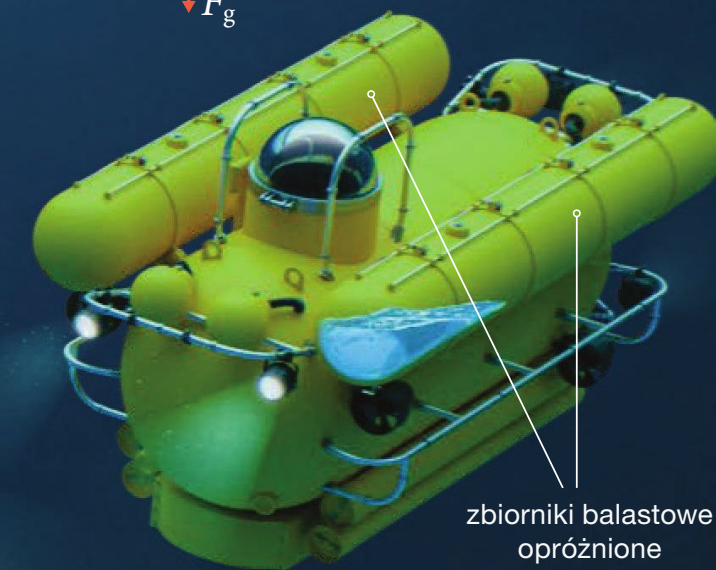
WYNURZANIE

Ciało się wynurza, gdy jego gęstość jest mniejsza od gęstości cieczy.

Aby łódź się wynurzyła, do zbiorników balastowych wtłacza się powietrze, które wypycha wodę na zewnątrz. Powietrze ma mniejszą gęstość niż woda, więc średnia gęstość całej łodzi także staje się mniejsza niż gęstość wody – łódź wypływa na powierzchnię.



$$F_g < F_w$$
$$d_{\text{ciała}} < d_{\text{cieczy}}$$

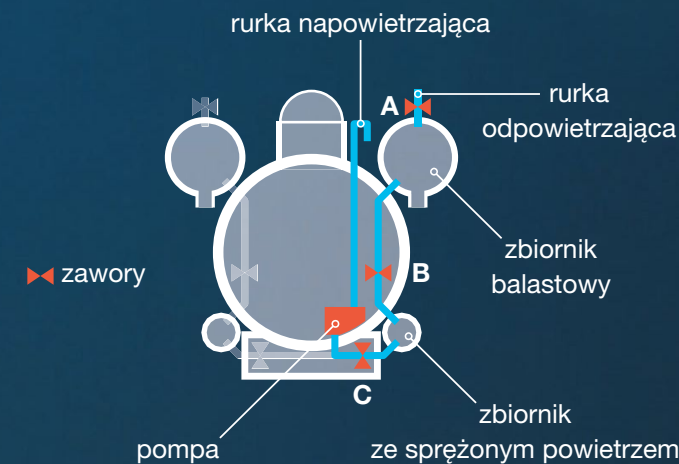


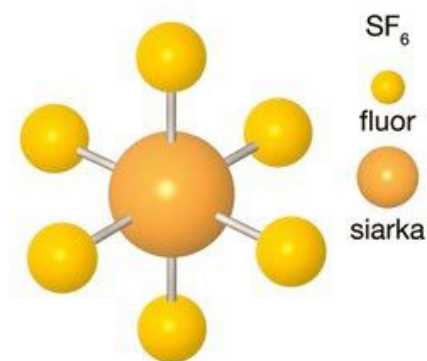
JAK W UPROSZCZENIU DZIAŁA SYSTEM BALASTOWY W ŁODZI PODWODNEJ?

Aby łódź się zanurzyła, otwiera się zawór **A**. Dzięki temu powietrze wydostaje się przez odpowietrznik, woda wlewa się do zbiornika balastowego przez otwór w jego dnie.

Aby się wynurzyć, przy zamkniętym zaworze **A** otwiera się zawór **B** i sprężone powietrze zmagazynowane w specjalnym wysokociśnieniowym zbiorniku wypycha wodę ze zbiornika balastowego przez otwór w dnie.

Po wynurzeniu przy zamkniętym zaworze **B** i otwartym zaworze **C** pompa poprzez rurkę napowietrzającą może uzupełnić powietrze w zbiorniku wysokociśnieniowym. Po napełnieniu zbiornika ze sprężonym powietrzem łódź jest gotowa do kolejnego zanurzenia.





A to ciekawe

Nawet sformułowanie „pływać po powierzchni gazu” może mieć sens. Oczywiście gaz wypełnia zawsze całe naczynie i nie tworzy powierzchni, nad którą znajdowałyby się próżnia. Jednak gaz o dużej gęstości, taki jak sześćiofluorek siarki SF_6 , może się utrzymywać na dnie naczynia, podczas gdy nad nim znajduje się lżejsze powietrze. Po niewidocznej powierzchni SF_6 można nawet puścić stateczek, co możesz zobaczyć w filmie *Gaz, który obniża głos* w serwisie YouTube na kanale: Nauka. To lubię.

Prawo Archimedesesa

Możemy teraz sformułować prawo Archimedesesa obejmujące przypadki: ciała całkowicie zanurzonego i ciała pływającego po powierzchni cieczy.

Prawo Archimedesesa:

Na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu, skierowana w górę, równa co do wartości ciężarowi takiej objętości cieczy, jaką ma zanurzona część ciała.

Wyparta ciecz

Przypomnijmy, że za pomocą cylindra miarowego można zmierzyć objętość ciała, np. stalowej kulki. Wystarczy wrzucić ją do cylindra z wodą i odczytać, o ile podniósł się poziom cieczy. Na rysunku 6.29 podniósł się on od 20 cm^3 do 30 cm^3 . Tak więc:

- objętość wody = 20 cm^3
- łączna objętość wody i kulki = 30 cm^3
- objętość kulki = 10 cm^3

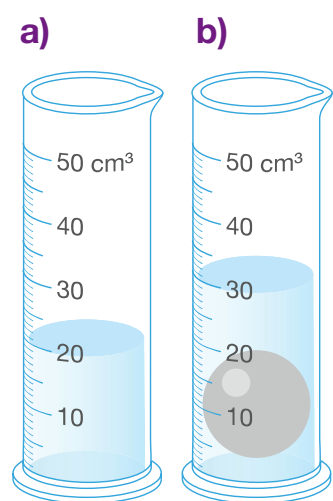
W takiej sytuacji mówimy, że kulka wyparła 10 cm^3 wody.

Również okręt wypiera wodę, ale wzrost poziomu morza jest zbyt mały, aby go zaobserwować.

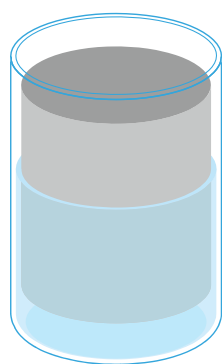
Wyparta ciecz a siła wyporu

Pojęcie wypartej cieczy bywa używane do krótszego sformułowania prawa Archimedesesa: „Wartość siły wyporu jest równa ciężarowi wypartej cieczy”. Jednak takie sformułowanie nie zawsze jest trafne.

Jeśli do naczynia z niewielką ilością wody włożymy odpowiednio dopasowany klocek drewna, będzie on pływał, choć cała woda ma ciężar mniejszy od jego ciężaru (rys. 6.30). Jak to możliwe? Siła wyporu wynika z ciśnienia, którym woda działa na dolną ściankę ciała. To ciśnienie zależy od wysokości słupa wody, a nie od jej ciężaru. Parcie wody na dno naczynia może być większe od ciężaru wody i tak samo jest z jej parciem na dolną ściankę pływającego ciała. Pływanie ciała w małej ilości wody jest więc inną postacią paradoksu hydrostatycznego.



Rys. 6.29. Cylinder miarowy z wodą (a) i po wrzuceniu kulki (b)



Rys. 6.30. Drewniany klocek dopasowany do naczynia może pływać nawet w małej ilości wody

Prawo Archimedesesa dla gazów

Wszystko, co mówiliśmy do tej pory w odniesieniu do cieczy, można zastosować także do gazów, m.in. powietrza. Zgodnie z prawem Archimedesesa działają baloniki wypełnione lżejszym od powietrza helem oraz duże balony, napełnione helem albo – częściej – gorącym powietrzem. Z punktu widzenia maksymalizacji siły wyporu najlepszy byłby gaz najlżejszy, czyli wodór, ale jak wiemy, jest on niebezpieczny ze względu na możliwość wybuchu.

Pytania i zadania

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



■ Przykład

Na siłomierzu zawieszono metalowy przedmiot. Gdy zanurzono go w wodzie, siłomierz wskazywał $0,17 \text{ N}$, a gdy w glicerynie – wskazywał $0,14 \text{ N}$. Oblicz masę, objętość i gęstość przedmiotu. Z jakiego metalu mógł zostać wykonany? Do obliczeń przyjmij $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Dane: $F_{\text{woda}} = 0,17 \text{ N}$, $F_{\text{gliceryna}} = 0,14 \text{ N}$ **Szukane:** m , V , d

Rozwiązanie:

Przeanalizujmy siły działające na ciało.

Na przedmiot zanurzony w cieczy działają siła ciężkości $\vec{F}_g$ (w dół), siła wyporu $\vec{F}_w$ (w górę) i siła, którą ciągnie go siłomierz $\vec{F}$ (w górę). Te trzy siły się równoważą, więc między ich wartościami zachodzi związek:

$$F_g = F_w + F$$

Zgodnie z trzecią zasadą dynamiki wartość siły $\vec{F}$ jest równa wartości siły, jaką przedmiot działa na siłomierz, a więc to tę siłę wskazuje przyrząd.

Zapiszmy wzory na poszczególne siły.

Siła ciężkości ciała się nie zmienia i wynosi: $F_g = mg$. Natomiast siła wyporu zależy od cieczy, w której przedmiot został zanurzony:

$$\text{dla gliceryny } F_{wg} = d_g Vg \quad \text{dla wody } F_{ww} = d_w Vg$$

gdzie: $d_g = 1300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ – gęstość gliceryny (odczytujemy z tablic), $d_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ – gęstość wody, V – objętość ciała.

Ostatecznie zapisujemy więc dwa równania:

$$\text{dla gliceryny } mg = d_g Vg + F_{\text{gliceryna}} \quad \text{dla wody } mg = d_w Vg + F_{\text{woda}} \quad (1)$$

Lewe strony równań są takie same, więc przyrównujemy prawe i obliczamy objętość ciała:

$$d_g Vg + F_{\text{gliceryna}} = d_w Vg + F_{\text{woda}}$$

$$d_g Vg - d_w Vg = F_{\text{woda}} - F_{\text{gliceryna}}$$

$$Vg(d_g - d_w) = F_{\text{woda}} - F_{\text{gliceryna}}$$

$$V = \frac{F_{\text{woda}} - F_{\text{gliceryna}}}{g(d_g - d_w)}$$



➡ Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$V = 10^{-5} \text{ m}^3 = 10 \text{ cm}^3$$

$$[V] = \frac{\text{N}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}^3}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{kg}} = \text{m}^3$$

Obliczmy masę i gęstość ciała.

Teraz z dowolnego równania (1) można obliczyć siłę ciężkości działającą na przedmiot, a z niej – masę:

$$F_g = mg \rightarrow m = \frac{F_g}{g}$$

Obliczenia zrobimy dla wody. Najpierw obliczamy siłę wyporu:

$$F_{ww} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,1 \text{ N}$$

a stąd siła ciężkości jest równa:

$$F_g = 0,1 \text{ N} + 0,17 \text{ N} = 0,27 \text{ N}$$

Masa przedmiotu wynosi zatem:

$$m = \frac{F_g}{g} = 0,027 \text{ kg} = 27 \text{ g}$$

Na tej podstawie obliczamy gęstość metalu: $d = \frac{m}{V} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Odpowiedź: Przedmiot ma masę 27 g, objętość 10 cm³ i gęstość 2,7 $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Przedmiot mógł zostać wykonany z aluminium.

Warto obliczyć siłę ciężkości także z drugiego równania, żeby sprawdzić, czy aby nie popełniliśmy błędu.

1. Stalową śrubę o masie 50 g zawieszono na siłomierzu, a następnie całkowicie zanurzono w wodzie. Co wskaże siłomierz?
2. Stalowa śruba pływa po powierzchni rtęci. W jakiej części swojej objętości śruba jest zanurzona?
3. Na siłomierzu zawieszono aluminiową śrubę. Gdy śrubę zanurzono w alkoholu etylowym, siłomierz wskazywał 0,34 N. Co wskaże siłomierz, gdy śrubę zanurzymy w wodzie?
4. **P** Sztabkę wyglądającą na złotą zawieszono na siłomierzu. Gdy zanurzono ją w wodzie, siłomierz wskazał 0,44 N, a gdy zanurzono w glicerynie – wskazał 0,42 N. Oblicz gęstość sztabki. Czy rzeczywiście mogła być wykonana ze złota?

5. Na wadze kuchennej postawiono naczynie z wodą. Waga wskazała 400 g. Jakie będzie wskazanie wagi, gdy zanurzymy w niej stalową nakrętkę o masie 30 g, zawieszoną na nitce tak, aby nie dotykała dna? Spróbuj to przewidzieć, a następnie sprawdź doświadczalnie swoje przypuszczenia.

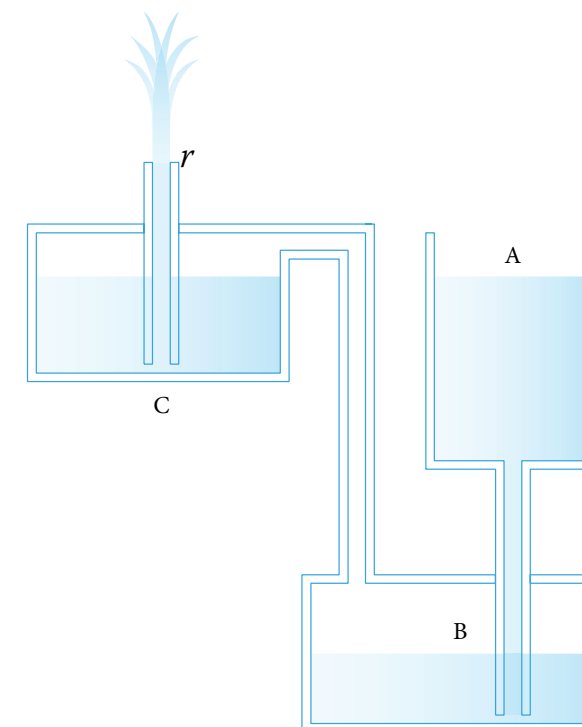


Projekt Fontanna Herona

Wprowadzenie

Łatwo zbudować fontannę, gdy ma się do dyspozycji pompę albo wieżę ciśnień. Ale czy można wykonać takie urządzenie bez mechanicznego napędu, i to tak, aby wylot wody znajdował się wyżej niż jej zbiornik?

Okazuje się, że można, a rozwiązanie tego problemu podał już w I w. n.e. Heron z Aleksandrii. Schemat jego wynalazku przedstawiono na ilustracji.



Zadania

1. Wyjaśnij na podstawie schematu, jak działa fontanna Herona. Zwróć uwagę na poniższe kwestie.

- Czy można powiedzieć, że woda w górę tryska pod wpływem siły ciężkości? Jeśli tak – jak to możliwe? Jeśli nie – czy to znaczy, że fontanna działałaby także w stanie nieważkości? I jaka w takim razie siła powoduje ruch wody w górę?
 - Dlaczego zbiornik A jest od góry otwarty, natomiast zbiorniki B i C są zamknięte?
 - Wyobraź sobie, że rurkę r przedłużamy. Do jakiej wysokości wypełniłaby ją woda?
 - Jakie właściwości wody, a jakie – powietrza wykorzystano w fontannie?
 - Jak to możliwe, że mimo braku pompy woda tryska na wysokość wyższą niż poziom wody w którymkolwiek ze zbiorników?
 - Fontannę można zbudować tak, aby tryskająca woda wpływała później do zbiornika A. Czy to znaczy, że zbudowaliśmy perpetuum mobile? Dlaczego?
2. Zbierz i przedstaw wiadomości o Heronie z Aleksandrii, jego odkryciach i wynalazkach. Możesz skorzystać z książek:
 - Andrzej Drzewiński, Jacek Wojtkiewicz, *Opowieści z historii fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
 - Anna Świderkówna, *Hellenika*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
 3. Zbuduj działającą fontannę Herona. Spróbuj wykonać swój model tak, aby woda tryskała na jak największą wysokość.
 - Możesz zajrzeć do licznych instrukcji w internecie, ale potraktuj je tylko jako inspirację dla własnego pomysłu.
 - Jeśli chcecie zorganizować w szkole konkurs, ustalcie dodatkowe warunki, np. maksymalną wielkość urządzenia.

Podsumowanie Hydrostatyka

- **Ciśnienie** to stosunek wartości siły nacisku F do pola powierzchni S , na którą działa ta siła:

$$p = \frac{F}{S}$$

- ▶ Jednostką ciśnienia jest **paskal**: $1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

- Siły nacisku cieczy na ścianki naczynia albo na zanurzone ciało są w każdym miejscu prostopadłe do powierzchni naczynia albo ciała. Łączną siłę działającą na płaską powierzchnię nazywamy **siłą parcia**.

■ Prawo Pascala

Zwiększenie ciśnienia zewnętrznego powoduje jednakowy przyrost ciśnienia w całej objętości cieczy lub gazu.

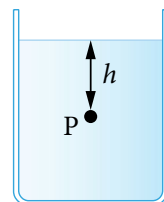
- **Gęstość** to wielkość opisująca masę jednostki objętości substancji:

$$d = \frac{m}{V}$$

gdzie: m – masa substancji, V – jej objętość.

- **Ciśnienie hydrostatyczne** (wywierane przez słup cieczy z powodu jej ciężaru) zależy od gęstości d cieczy i wysokości h słupa cieczy **ponad punktem pomiaru**:

$$p = dgh$$



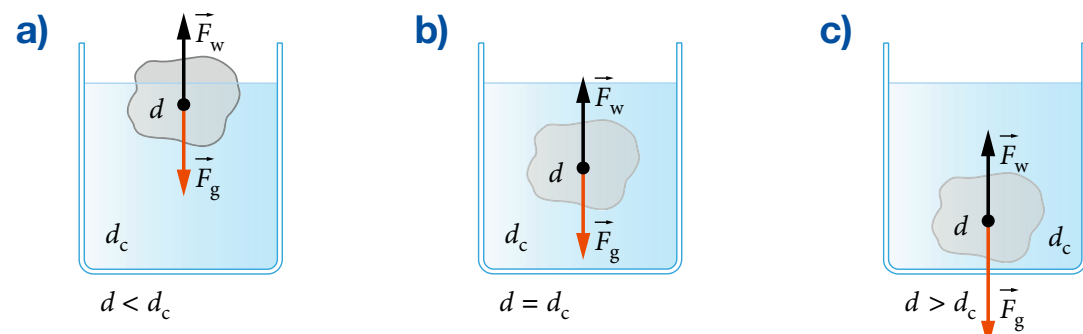
■ Prawo Archimiedesa

Na ciało zanurzone w cieczy działa siła wyporu, skierowana w górę, równa co do wartości ciężarowi takiej objętości cieczy, jaką ma zanurzona część ciała:

$$F_w = d_c V g$$

gdzie: d_c – gęstość cieczy, V – objętość zanurzonej części ciała, g – przyspieszenie ziemskie.

- ▶ Ciało pływa po powierzchni cieczy, gdy jego średnia gęstość jest mniejsza od gęstości cieczy (rys. a). Gdy średnia gęstość ciała jest większa od gęstości cieczy, ciało opada na dno (rys. c). W przypadku równych gęstości ciało się unosi, swobodnie zanurzone w cieczy (rys. b).



- ▶ Gdy ciało pływa po powierzchni cieczy, siła wyporu równoważy jego ciężar (rys. a).

Sposób na zadanie

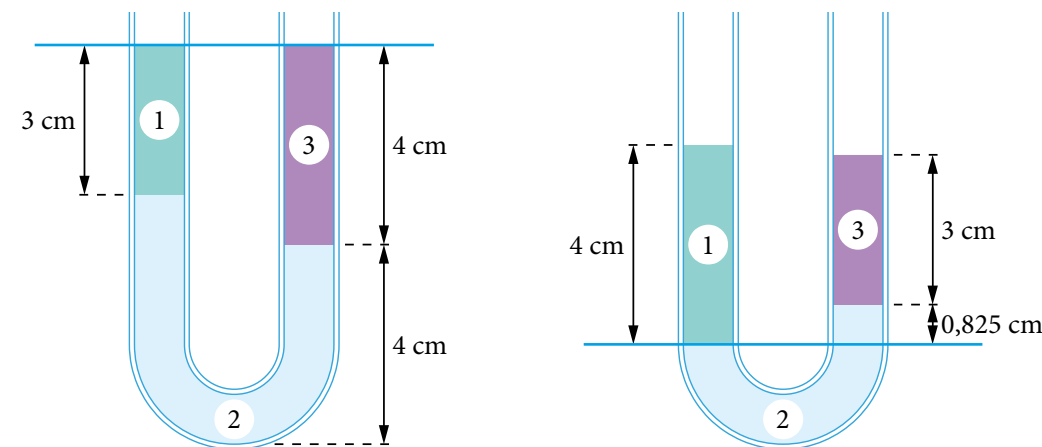
Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych

Zadanie 1. (0–3)

Na każdym z rysunków przedstawiono rurkę w kształcie litery U, do której nalano trzy niemieszające się ciecze, oznaczone numerami 1, 2, 3. Ten sam numer oznacza tę samą ciecz na obu rysunkach. Ciecz numer 2 to woda. **Wyznacz gęstości pozostałych cieczy.**

Znamy więc (albo możemy sprawdzić w tablicach) jej gęstość, $d_w = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Spójrz uważnie na każdy rysunek: czy poziom cieczy w obu rurkach jest taki sam? Na ogół tak nie jest.



Kiedy rozwiązujesz zadanie, przypomnij sobie, czy kiedyś rozwiązywałeś podobne. W tym przypadku zbliżony, choć prostszy był przykład ze s. 268. Przeczytaj go teraz jeszcze raz.

Taki plan rozwiązania możesz sobie zapisać – wtedy w czasie obliczeń nie zapomnisz, co jeszcze było do zrobienia.

Rozwiązanie:

Mamy wyznaczyć dwie wielkości – gęstości dwóch cieczy. Każdy z rysunków pozwoli nam zapisać jedno równanie. W ten sposób otrzymamy dwa równania z dwiema niewiadomymi.

Porównanie ciśnień na pierwszym rysunku.

Lewe ramię rurki: 3 cm cieczy nr 1 i 5 cm wody Prawe ramię rurki: 4 cm cieczy nr 3 i 4 cm wody

$$d_1 \cdot 3 \cdot g + 1 \cdot 5 \cdot g = d_3 \cdot 4 \cdot g + 1 \cdot 4 \cdot g$$

Dla uproszenia nie zapisaliśmy jednostek, ale musimy być konsekwentni – długości mierzymy w centymetrach, masę w gramach, a gęstości w $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Po podzieleniu stronami przez g i uporządkowaniu otrzymujemy równanie:

$$3d_1 - 4d_3 = -1 \quad (1)$$

Porównanie ciśnień na drugim rysunku.

Nie wiemy, jak wysoko nad dnem rurki znajduje się niebieska kreska. To nam nie przeszkadza – w obu ramionach pod kreską znajduje się woda i w obu wywiera ona to samo ciśnienie. Możemy porównać ciśnienia na poziomie niebieskiej kreski.

Jeśli cię to nie przekonuje, możesz po każdej stronie równania dopisać „+ p_0 ”, gdzie p_0 jest ciśnieniem wody od poziomu kreski do dna. Zobaczysz jednak, że dopisane p_0 się skracają.

Lewa rurka: 4 cm cieczy nr 1

Prawa rurka: 3 cm cieczy nr 3 i 0,825 cm wody

$$d_1 \cdot 4 \cdot g = d_3 \cdot 3 \cdot g + 1 \cdot 0,825 \cdot g$$

Po podzieleniu stronami przez g i uporządkowaniu mamy:

$$4d_1 - 3d_3 = 0,825 \quad (2)$$

Rozwiązanie równań.

Otrzymaliśmy układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi, którymi są szukane przez nas gęstości. Z równania (1) wyznaczamy np. d_3 :

$$3d_1 - 4d_3 = -1 \rightarrow d_3 = 0,25 + 0,75d_1 \quad (3)$$

i podstawiamy do równania (2), z którego wyznaczymy d_1 :

$$4d_1 - 3(0,25 + 0,75d_1) = 0,825 \rightarrow d_1 = 0,9$$

Podstawiamy teraz tę wartość do równania (3) i otrzymujemy:

$$d_3 = 0,925$$

Sprawdzamy, jakich jednostek używaliśmy, zanim dla uproszczenia pominęliśmy je w zapisie.

Odpowiedź: Ciecz numer 1 ma gęstość $0,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a ciecz numer 3 – gęstość $0,925 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Warto zapamiętać!

- Jeśli w naczyniu w kilku warstwach znajduje się kilka cieczy, to zgodnie z prawem Pascala ciśnienie wywierane przez nie na dno jest sumą ciśnień wywieranych przez każdą z nich.
- Ciecze w ramionach rurki w kształcie litery U mogą mieć różny poziom, ale w obu ramionach wywierają to samo ciśnienie na najniższy poziom.
- Jeśli w zadaniu mamy dwie niewiadome, to zazwyczaj potrzebujemy dwóch równań.
- W zapisie równania możemy dla uproszczenia pominąć jednostki, ale wtedy musimy wszędzie stosować je konsekwentnie.

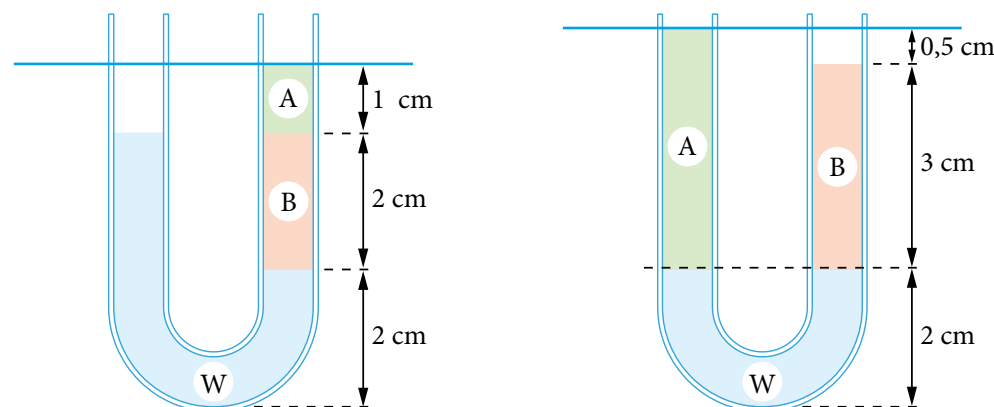
Zadanie analogiczne

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE



Zadanie. Trzy niemieszające się ciecze: A, B i W, gdzie W to woda, nalano do dwóch rurek w kształcie litery U. Poziom cieczy w rurkach zaznaczono na rysunkach.

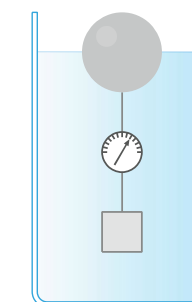
Oblicz gęstości cieczy A i B.

**Zadania powtórzeniowe**

ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZAPISZ W ZESZYCIE

**Zadanie 1. Gęstość materiału**

Przedmiot o masie 1 kg połączono za pomocą dwóch kawałków sznurka z siłomierzem i styropianową kulką. Następnie przedmiot wraz z siłomierzem umieszczono w wodzie (patrz rys.). Po ustaniu drgań stwierdzono, że siłomierz wskazuje 8 N.

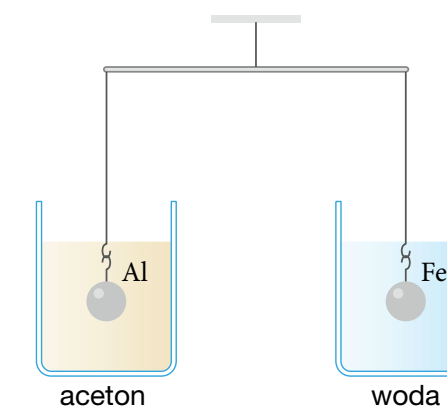


Zadanie 1.1. Oblicz gęstość materiału, z którego wykonano przedmiot (pomiń wpływ obecności sznurka na wskazania siłomierza). Przyjmij gęstość wody $d_w = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ i przyspieszenie ziemskie $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Zadanie 1.2. Oceń, czy wartość siły naciągu sznurka między styropianową kulką a siłomierzem może być mniejsza niż między siłomierzem a przedmiotem. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Równowaga kulek

Aluminiową kulkę o masie m_1 zanurzono w acetonie, a żelazną kulkę o masie m_2 – w wodzie. Po zawieszeniu kulek na niciach (tak jak na rysunku) okazało się, że układ jest w równowadze. To oznacza, że siły naciągu nici, na których zawieszono kulki, są jednakowe.



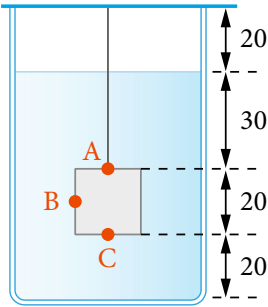
Zadanie 2.1. Wyznacz stosunek mas kulek $\frac{m_1}{m_2}$.

Zadanie 2.2. Uzasadnij, że na podstawie danych z zadania nie da się wyznaczyć mas każdej kulek z osobna.

Zadanie 2.3. Określ, w którą stronę przechyli się pręt z kulkami, kiedy kulki wyjmemy z cieczy i wytrzymemy. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 3. Kłosek w naczyniu

W naczyniu z alkoholem etylowym zanurzono **sześcienny** aluminiowy klocek. Wisi on na cienkiej linie, przywiązanej do pokrywki kubka. Na rysunku podano wielkości w **milimetrach**.



Zadanie 3.1. Oblicz ciśnienie, jakie alkohol wywiera:

- na górą ścianę kłosa w punkcie A,
- na boczną ścianę kłosa w punkcie B, położonym w **połowie** wysokości kłosa,
- na dolną ścianę kłosa w punkcie C.

Zadanie 3.2. Niech F_g oznacza siłę parcia wody na górą powierzchnię kłosa, a F_d siłę parcia wody na dolną powierzchnię.

Wskaż poprawną relację spośród A–C między wartościami tych sił oraz uzasadnienie spośród 1–3.

A.	$F_g < F_d$	ponieważ	1.	siła ciężkości działa zawsze w dół.
B.	$F_g = F_d$		2.	ciśnienie hydrostatyczne jest proporcjonalne do wysokości słupa cieczy.
C.	$F_g > F_d$		3.	woda jest praktycznie nieściśliwa i w całym naczyniu ma tę samą gęstość.

Zadanie 3.3. Oblicz wartość siły naciągu nici.

Tabele

Tabela 1. Międzynarodowy układ jednostek SI

Lp.	Jednostka	Nazwa i symbol
Jednostki podstawowe		
1.	długości	metr (m)
2.	masy	kilogram (kg)
3.	czasu	sekunda (s)
4.	natężenia prądu elektrycznego	amper (A)
5.	temperatury termodynamicznej	kelwin (K)
6.	światłości	kandela (cd)
7.	ilości materii	mol

Na podstawie powyższych jednostek podstawowych zostały zdefiniowane jednostki pochodne.

Tabela 2. Wielokrotności i podwielokrotności jednostek

Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik	Przedrostek		Mnożnik
Z	zetta	10^{21}	k	kilo	10^3	μ	mikro	10^{-6}
E	eksa	10^{18}	h	hekto	10^2	n	nano	10^{-9}
P	peta	10^{15}	da	deka	10^1	p	piko	10^{-12}
T	tera	10^{12}	d	decy	10^{-1}	f	femto	10^{-15}
G	giga	10^9	c	centy	10^{-2}	a	atto	10^{-18}
M	mega	10^6	m	mili	10^{-3}	z	zepto	10^{-21}

Tabela 3. Wartości funkcji trygonometrycznych

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
0°	0,0000	1,0000	0,0000	50°	0,7660	0,6428	1,1918
5°	0,0872	0,9962	0,0875	55°	0,8192	0,5736	1,4281
10°	0,1736	0,9848	0,1763	60°	0,8660	0,5000	1,7321
15°	0,2588	0,9659	0,2679	65°	0,9063	0,4226	2,1445
20°	0,3420	0,9397	0,3640	70°	0,9397	0,3420	2,7475
25°	0,4226	0,9063	0,4663	75°	0,9659	0,2588	3,7321
30°	0,5000	0,8660	0,5774	80°	0,9848	0,1736	5,6713
35°	0,5736	0,8192	0,7002	85°	0,9962	0,0872	11,4301
40°	0,6428	0,7660	0,8391	90°	1,0000	0,0000	–
45°	0,7071	0,7071	1,0000				

Tabela 4. Wybrane stałe fizyczne i matematyczne

Przyspieszenie ziemskie	$g = 9,81 \frac{m}{s^2} \approx 10 \frac{m}{s^2}$
Prędkość światła	$c = 299\,792\,458 \frac{m}{s} \approx 300\,000 \frac{km}{s}$
Ciśnienie atmosferyczne na poziomie morza	1013 hPa $\approx 10^5$ Pa
Masa Ziemi	$M_Z = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
Liczba pi – stosunek obwodu koła do jego średnicy	$\pi = 3,141592\dots$

Tabela 5. Gęstość substancji*

Substancja	Gęstość		Substancja	Gęstość	
	$\frac{g}{cm^3} \left(\frac{kg}{litr} \right)$	$\frac{kg}{m^3}$		$\frac{g}{cm^3} \left(\frac{kg}{litr} \right)$	$\frac{kg}{m^3}$
Gazy			Ciała stałe		
Dwutlenek węgla	0,0018	1,8	Aluminium (glin)	2,7	2 700
Hel	0,00016	0,16	Cyna	7,3	7 300
Metan	0,00066	0,66	Lit (najlżejszy metal)	0,53	530
Powietrze	0,0012	1,2	Lód	0,92	920
Tlen	0,0013	1,3	Miedź	9	9 000
Wodór	0,00008	0,08	Ołów	11	11 000
Ciecze			Platyna	21	21 000
Aceton	0,79	790	Srebro	11	11 000
Alkohol etylowy (spirytus)	0,79	790	Stal (średnio)	7,8	7 800
Benzyna (średnio)	0,72	720	Szkło (średnio)	2,4	2 400
Gliceryna	1,3	1 300	Złoto	19	19 000
Olej słonecznikowy	0,92	920	Żelazo	7,9	7900
Rtęć	14	14 000	Źródło: <i>Tablice fizyczne</i> , Wydawnictwo Adamantan, Warszawa 1995. Dane zaokrąglono do dwóch cyfr znaczących. * Gęstości substancji podano w temperaturze pokojowej i pod ciśnieniem 1013 hPa.		
Woda	1	1 000			
Woda słona (z oceanu – zasolenie 3,5%)	1,03	1030			

Tabela 6. Współczynniki tarcia statycznego (f_s) i kinetycznego (f_k)

Powierzchnie	f_s	f_k	Powierzchnie	f_s	f_k
Stal po lodzie	0,03	0,014	Opony po zaśnieżonym asfalcie	0,3	0,02
Stal po stali	0,2	0,1	Drewno po drewnie	0,5	0,3
Lina po drewnie	0,5	0,3	Lód po lodzie	0,1	0,02
Buty po lodzie	0,1	0,05	Szkło po szkłe	0,9	0,4
Opony po suchym asfalcie	1,0	0,75	Narta po śniegu	0,14	0,1
Opony po mokrym asfalcie	0,7	0,5	Metal po drewnie	0,55	0,35

Spis doświadczeń obowiązkowych

Doświadczenia	Numer doświadczenia	Strona
Wyznaczanie wartości współczynnika tarcia	13	165
Badanie siły dośrodkowej	15	174
Demonstrowanie działania siły bezwładności	16	177
Badanie zderzeń ciał	20	218
Badanie zderzeń ciał i wyznaczenie prędkości	22	225
Badanie zderzeń ciał	23	226

Spis infografik

Rozmiary i masy	22–23
Prędkości w przyrodzie	62–63
Zmiana prędkości w ruchu po okręgu	130–131
Rozkład siły ciężkości na równi pochyłej	146–147
Siły w ruchu krzywoliniowym	171
Nieważkość na orbicie	182–183
Formy energii	202–203
Przemiany energii	210–211
Warunki pływania ciał	274–275

Spis dodatków matematycznych

1. Działania na potęgach 289

2. Zaokrąglanie wyniku 289

3. Notacja wykładnicza 290

4. Jednostki i przedrostki 291

5. Cyfry znaczące 292

6. Przekształcanie najprostszych wzorów 292

7. Przekształcanie wzorów – przypadek ogólny 293

8. Dodawanie wektorów 294

9. Dodawanie dwóch wektorów prostopadłych do siebie 294

10. Wektor przeciwny 295

11. Mnożenie wektora przez liczbę 295

12. Odejmowanie wektorów 296

13. Rozkład wektora na składowe 297

14. Wykresy w układzie współrzędnych 298

15. Styczna do okręgu 299

16. Styczna do krzywej 299

17. Funkcje trygonometryczne 299

18. Parabola 301

19. Miara łukowa kąta – radian 302

1 Działania na potęgach

Dla $a, b \in R$ i dla liczb całkowitych n i k zachodzą równości:

$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$

$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}, a \neq 0$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0$

gdzie a i b to podstawy potęg, a n i k to ich wykładniki.

Przykład 1. POTĘGI LICZBY DZIESIĘĆ

$10^3 = 1000$

$10^0 = 1$

$10^8 = 100\,000\,000$
8 zer

$10^{-1} = 0,1$

$10^{-2} = 0,01$

$10^{-8} = 0,000\,000\,01$
8 miejsc po przecinku

Jaki wykładnik – tyle zer.

Jaki wykładnik – tyle miejsc po przecinku.

Przykład 2. MNOŻENIE POTĘG DZIESIĄTKI

$10^4 \cdot 10^3 = 10^{4+3} = 10^7$, bo $10\,000 \cdot 1000 = 10\,000\,000$

Ta sama zasada obowiązuje przy wykładnikach ujemnych:

$10^4 \cdot 10^{-3} = 10^{4+(-3)} = 10^1$

Dodajemy wykładniki (lub liczbę zer).

Dodajemy wykładniki (jeden z nich jest ujemny).

Przykład 3. DZIELENIE POTĘG DZIESIĄTKI

$10^5 : 10^3 = 10^{5-3} = 10^2$, bo $100\,000 : 1000 = 100$

$10^5 : 10^{-3} = 10^{5-(-3)} = 10^{5+3} = 10^8$, bo $10\,000 : \frac{1}{1000} = 100\,000 \cdot 1000 = 100\,000\,000$

Odejmujemy wykładniki.

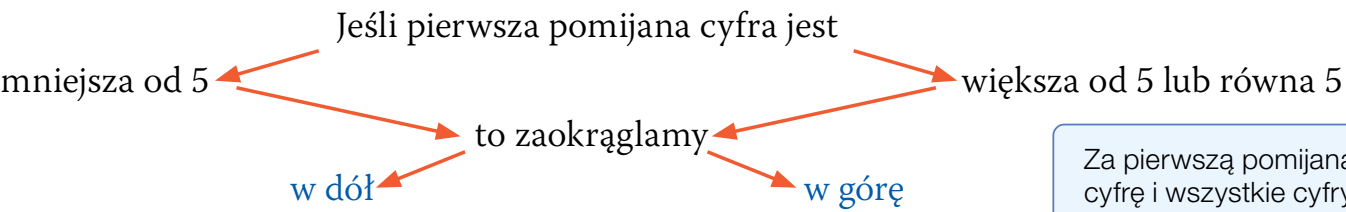
Przykład 4. KWADRAT POTĘGI DZIESIĄTKI

$(10^3)^2 = 10^{3 \cdot 2} = 10^6$, bo $(10^3)^2 = 10^3 \cdot 10^3 = 10^{3+3}$

$(10^{-3})^2 = 10^{-3 \cdot 2} = 10^{-6}$, bo $\left(\frac{1}{10^3}\right)^2 = \frac{1}{(10^3)^2} = \frac{1}{10^6}$

Mnożymy wykładniki.

2 Zaokrąglanie wyniku



Za pierwszą pomijaną cyfrę i wszystkie cyfry za nią podstawiamy zera.

Przykład 1. ZAOKRĄGLANIE DO DZIESIĄTEK

$2762 \approx 2760$

$2765 \approx 2770$

pierwsza pomijana cyfra



**Przykład 2. ZAOKRĄGLANIE DO SETEK**

$$38\textcolor{red}{0}7 \approx 3800 \quad \text{pierwsza pomijana cyfra} \quad \textcolor{red}{3}875 \approx 3900$$

Przykład 3. ZAOKRĄGLANIE DO CZĘŚCI SETNYCH

$$2,65\textcolor{red}{3}217 \approx 2,65 \quad 2,65\textcolor{red}{7}28 \approx 2,66$$

Przykład 4. ZMIANA KILKU CYFR

Czasami przy zaokrąglaniu w górę trzeba zmienić więcej niż jedną cyfrę:

Zaokrąglanie do setek:

$$99\textcolor{red}{5}9 \approx 10\,000$$

(nie ma cyfry większej niż 9)

Zaokrąglanie do części tysięcznych:

$$0,51\textcolor{red}{9}5 \approx 0,52$$

(nie ma cyfry większej niż 9)

3 Notacja wykładnicza

Notacja wykładnicza liczby dodatniej to zapis w postaci: $a \cdot 10^k$, gdzie k jest liczbą całkowitą, natomiast liczba a spełnia warunek $1 \leq a < 10$.

Bardzo duże i bardzo małe liczby wygodnie jest zapisywać w notacji wykładniczej.

Przykład 1. ZAMIANA NOTACJI WYKŁADNICZEJ NA ZWYKŁY ZAPIS LICZBY

$$5 \cdot 10^6 = 5 \cdot 1\,000\,000 = 5\,000\,000$$

$$2,3 \cdot 10^8 = 2,3 \cdot 100\,000\,000 = \underbrace{230\,000\,000}_{8 \text{ cyfr}}$$

$$5 \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 0,000\,000\,001 = 0,000\,000\,005$$

$$1,5 \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 0,000\,001 = 0,000\,001\textcolor{red}{5}$$

6. miejsce po przecinku

Za pierwszą cyfrą (dwójką) jest jeszcze 8 cyfr, ale nie wszystkie muszą być zerami.

Pierwsza cyfra stoi na 6. miejscu po przecinku.

Przykład 2. MNOŻENIE, DZIELENIE I POTĘGOWANIE W NOTACJI WYKŁADNICZEJ

Możemy osobno wykonać działania na potęgach o podstawie 10 i na pozostałych liczbach:

$$(2,1 \cdot 10^5) \cdot (3 \cdot 10^2) = 6,3 \cdot 10^7$$

$$2,1 \cdot 3 = 6,3$$

$$10^5 \cdot 10^2 = 10^7$$

$$\frac{2,7 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^{-6}} = 0,9 \cdot 10^{4-(-6)} = 0,9 \cdot 10^{10}$$

$$2,7 : 3 = 0,9$$

Dodajemy wykładniki dziesiątki.

Odejmujemy wykładniki dziesiątki.



Wynik trzeba doprowadzić do postaci, w której obok potęgi dziesiątki stoi liczba między 1 a 10 (tylko wtedy mówimy o notacji wykładniczej):

$$0,9 \cdot 10^{10} = 9 \cdot 10^9, \text{ bo } 0,9 = 9 \cdot 0,1 = 9 \cdot 10^{-1} \text{ i } 9 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{10} = 9 \cdot 10^9$$

Podobnie obliczamy:

$$(1,2 \cdot 10^{-3})^2 = 1,2^2 \cdot (10^{-3})^2 = 1,2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3 \cdot 2} = 1,44 \cdot 10^{-6}$$

$$(4 \cdot 10^{-3})^2 = 16 \cdot 10^{-6} = 1,6 \cdot 10^{-5}$$

$$16 = 1,6 \cdot 10 = 1,6 \cdot 10^1 \text{ i } 1,6 \cdot 10^1 \cdot 10^{-6} = 1,6 \cdot 10^{-5}$$

Zazwyczaj nie piszemy 10^1 , a po prostu 10.

Przykład 3. DODAWANIE I ODEJMOWANIE W NOTACJI WYKŁADNICZEJ

Zanim wykonamy te działania, musimy przekształcić liczby tak, aby miały ten sam wykładnik.

$$1,2 \cdot 10^5 + 2,3 \cdot 10^6 = 1,2 \cdot 10^5 + 23 \cdot 10^5 = 24,2 \cdot 10^5 = 2,42 \cdot 10^6$$

$$2,3 \cdot 10^6 = 2,3 \cdot 10 \cdot 10^5$$

$$1,2 + 23$$

$$1,5 \cdot 10^4 - 4,21 \cdot 10^6 = 1,5 \cdot 10^4 - 421 \cdot 10^4 = -419,5 \cdot 10^4 = -4,195 \cdot 10^6$$

$$4,21 \cdot 10^6 = 4,21 \cdot 100 \cdot 10^4$$

$$1,5 - 421$$

4 Jednostki i przedrostki**Przykład 1. ZAMIANA PRZEDROSTKA NA NOTACJĘ WYKŁADNICZĄ**

Aby przeliczyć 200 nm na metry, sprawdzamy w tablicach, jakiej części metra jest równy jeden nanometr: $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$.

Wobec tego:

$$200 \text{ nm} = 200 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$200 = 2 \cdot 100 = 2 \cdot 10^2$$

$$10^2 \cdot 10^{-9} = 10^{2+(-9)} = 10^{-7}$$

Przykład 2. ZAMIANA NOTACJI WYKŁADNICZEJ NA PRZEDROSTEK

Aby wyrazić $2,14 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$ w terahercach (THz), najpierw sprawdzamy w tablicach, ilu hercom jest równy 1 teraherc: $1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz}$.

Trzeba więc zapisać liczbę $2,14 \cdot 10^{11}$ tak, aby występowało w niej 10^{12} :

$$2,14 \cdot 10^{11} = 0,214 \cdot 10 \cdot 10^{11} = 0,214 \cdot 10^{12}$$

iloczyn 11 dziesiątek, czyli brakuje nam jednej do 10^{12} więc liczbę 2,14 przez 10 dzielimy

Zatem $2,14 \cdot 10^{11} \text{ Hz} = 0,214 \text{ THz}$.

$$2,14 = 0,214 \cdot 10$$



5 Cyfry znaczące

Wynik pomiaru odległości zapisano na kilka sposobów:

$$0,023 \text{ km} = 23 \text{ m} = 2300 \text{ cm} = 23\,000 \text{ mm}$$

Cyfry zaznaczone na niebiesko to **cyfry znaczące**. Występują one w każdym z powyższych zapisów, niezależnie od wybranego przedrostka. Są to więc **wszystkie cyfry z wyjątkiem zer na końcu i na początku liczby**.

Zauważ, że kiedy tę samą równość zapiszemy w notacji wykładniczej, wtedy dwójka i trójka pojawiają się jako **jedyne** cyfry przed potęgą dziesiątki:

$$2,3 \cdot 10^{-2} \text{ km} = 2,3 \cdot 10^1 \text{ m} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ cm} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ mm}$$

Jeśli nie pamiętasz, jak zapisywać w notacji wykładniczej – patrz dodatek matematyczny 3, s. 290.

Przykład ZAOKRĄGLANIE DO DWÓCH CYFR ZNACZĄCYCH

Zaokrąglaj poniższe liczby do dwóch cyfr znaczących.

- a) 0,8715234 b) 6792,13 c) 0,005523

W każdym przypadku zapisujemy potrzebne zera i przecinki, a w miejscach, gdzie pojawiają się dwie cyfry znaczące, o których była mowa w poleceniu, zostawiamy kreseczki:

- a) 0, _ _ b) _ _ 00 c) 0,00 _ _

Teraz widzimy, z jaką dokładnością trzeba zaokrąglić daną liczbę:

- a) do części setnych b) do setek c) do czterech miejsc po przecinku

Zaokrąglamy i wpisujemy odpowiednie cyfry nad kreseczkami:

- a) 0, 8 7 b) 6 8 0 0 c) 0,0 0 5 5

Jeśli nie pamiętasz, w jaki sposób zaokrąglamy liczby – patrz dodatek matematyczny 2, s. 289.

6 Przekształcanie najprostszych wzorów

Wiele wzorów fizycznych ma postać:

$$A = B \cdot C \quad \text{albo} \quad A = \frac{B}{C}$$

Można je przekształcać tak samo jak przy rozwiązywaniu równań, np. mnożyć i dzielić obie strony przez wielkości różne od zera.

Przykład 1. PRZEKSZTAŁCANIE WZORU W POSTACI $A = B \cdot C$

Wyznacz F ze wzoru $W = F \cdot s$.

$$\begin{aligned} W &= F \cdot s & | : s & \text{dzielimy obie strony przez } s \\ \frac{W}{s} &= F & & \text{szukaną wielkość chcemy mieć po lewej stronie} \\ F &= \frac{W}{s} & & \text{Zamieniamy stronami i otrzymujemy:} \end{aligned}$$

Przykład 2. PRZEKSZTAŁCANIE WZORU W POSTACI $A = \frac{B}{C}$

Wyznacz t ze wzoru $v = \frac{s}{t}$.

$$\begin{aligned} v &= \frac{s}{t} & | \cdot t & \\ vt &= s & | : v & \\ t &= \frac{s}{v} \end{aligned}$$

Wyznaczana wielkość musi być w liczniku, więc zabieramy ją z mianownika, dlatego mnożymy obie strony przez t .

Wzór ma postać wzoru z przykładu 1.

Przykład 3. SPRYTNE PRZEKSZTAŁCANIE WZORÓW

Prostym sposobem na przekształcanie wzorów jest wyobrażenie sobie konkretnych niewielkich liczb, które spełniają równanie:

wyznaczamy F	wyznaczamy t
$W = F \cdot s$	$v = \frac{s}{t}$
$10 = 5 \cdot 2$	$2 = \frac{6}{3}$
$5 = \frac{10}{2}$	$3 = \frac{6}{2}$
$F = \frac{W}{s}$	$t = \frac{s}{v}$

Ogólnie możemy zapisać:

7 Przekształcanie wzorów – przypadek ogólny

Bardziej skomplikowane wzory przekształcamy tak samo jak równania matematyczne.

Przykład PRZEKSZTAŁCANIE WZORU

Wyznacz v z zależności $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= mgh & | \cdot 2 & \\ mv^2 &= 2mgh & | : m & \\ v^2 &= 2gh \end{aligned}$$

Wielkości są nieujemne, więc możemy wyciągnąć pierwiastek z obu stron:

$$v = \sqrt{2gh}$$

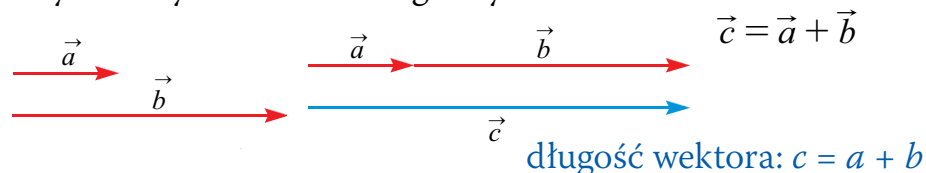
Nie trzeba każdego przekształcenia zapisywać osobno. W naszym przykładzie można je zapisać jako $| \cdot \frac{2}{m}$.

Wielkość g to przyspieszenie ziemskie, a h to wysokość, więc obie są nieujemne.



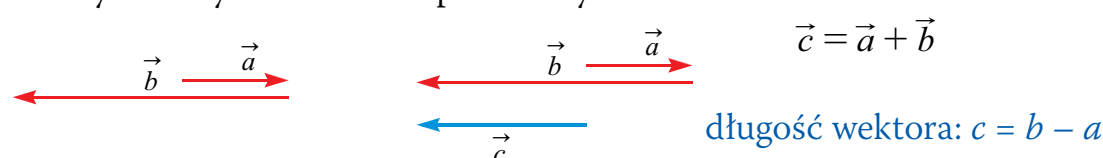
8 Dodawanie wektorów

- o tym samym kierunku i zgodnych zwrotach



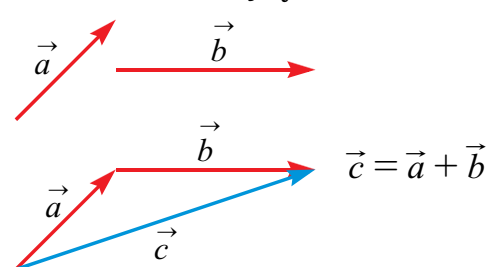
Dodawanie wektorów często stosujemy w dynamice, gdy dodajemy siły działające na dane ciało.

- o tym samym kierunku i przeciwnych zwrotach

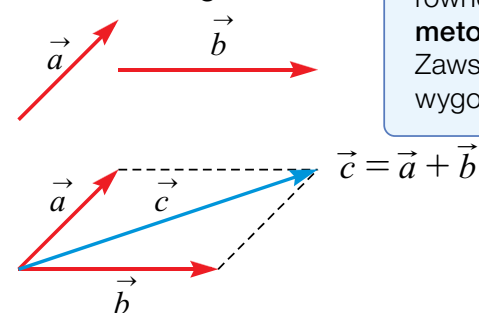


- o różnych kierunkach

metoda trójkąta



metoda równoległoboku



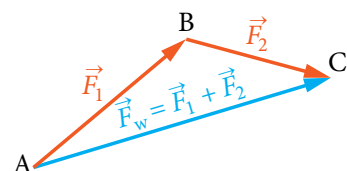
Dodawanie wektorów **metodą trójkąta** jest równoważne **metodzie równoległoboku**. Zawsze możesz wybrać tę wygodniejszą.

Aby dodać dwa wektory metodą trójkąta, rysujemy wektory składowe w ten sposób, że koniec pierwszego wektora i początek drugiego znajdują się w jednym punkcie. Gdy połączymy początek pierwszego wektora i koniec drugiego, otrzymamy sumę wektorów.

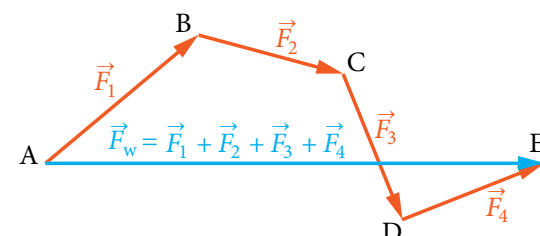
- dodawanie więcej niż dwóch wektorów

Jeżeli mamy więcej niż dwa wektory, to przesuwamy kolejne wektory tak, aby koniec wcześniejszego wektora i początek kolejnego znajdowały się w jednym punkcie. Kiedy przesuniemy ostatni wektor składowy, wektor wypadkowy wszystkich wektorów będzie łączył początek pierwszego wektora z końcem ostatniego (rys. b). W tym przypadku metodą trójkąta nazywamy także **metodą wieloboku**.

a)



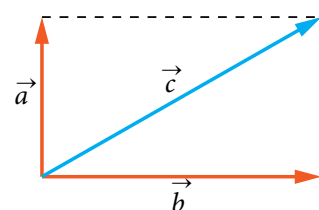
b)



9 Dodawanie dwóch wektorów prostopadłych do siebie

Szczególnym przypadkiem dodawania wektorów o różnych kierunkach jest dodawanie dwóch wektorów do siebie prostopadłych. Jeśli znamy długości obu wektorów, możemy wyznaczyć długość wypadkowego wektora z twierdzenia Pitagorasa (patrz rysunek).

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Przykład DODAWANIE SIŁ PROSTOPADŁYCH

Na jedno ciało działają dwie prostopadłe siły o wartościach 50 N i 120 N. Oblicz wartość siły wypadkowej.

Rozwiązanie:

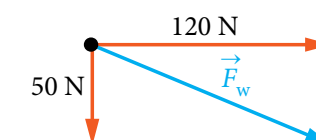
Wektor siły wypadkowej jest sumą wektorów sił składowych. Możemy go wyznaczyć metodą równoległoboku – w tym przypadku równoległobok jest prostokątem.

Z twierdzenia Pitagorasa mamy:

$$(F_w)^2 = (50 \text{ N})^2 + (120 \text{ N})^2$$

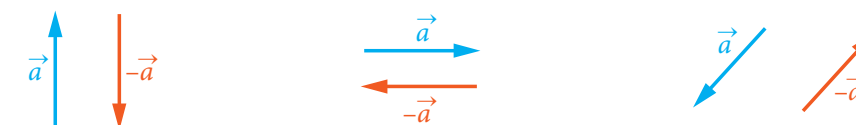
Wykonujemy obliczenia:

$$F_w = \sqrt{16\,900} \text{ N} = 130 \text{ N}$$



10 Wektor przeciwny

Wektorem przeciwnym do wektora $\vec{a}$ nazywamy wektor o tej samej wartości i tym samym kierunku, ale przeciwnym zwrocie. Oznaczamy go $-\vec{a}$.



Suma wektora i wektora do niego przeciwnego jest równa wektorowi zerowemu:

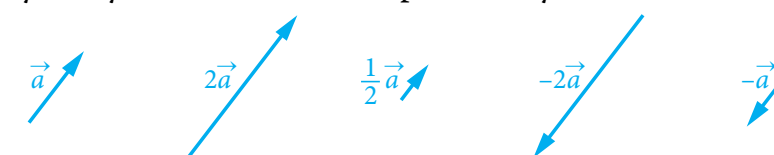
$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

Analogicznie jest w przypadku liczb, np. $2 + (-2) = 0$.

11 Mnożenie wektora przez liczbę

Kiedy wektor $\vec{a}$ mnożymy przez liczbę rzeczywistą x , to:

- wartość wektora mnożymy przez $|x|$,
- kierunek pozostawiamy bez zmian,
- jeśli $x < 0$, to otrzymany wektor ma zwrot przeciwny do wektora $\vec{a}$.



Kiedy mnożymy wektor przez liczbę -1 , otrzymujemy wektor przeciwny:

$$-1 \cdot \vec{a} = -\vec{a}$$

Tak samo jest w przypadku liczb, np. $-1 \cdot 2 = -2$.



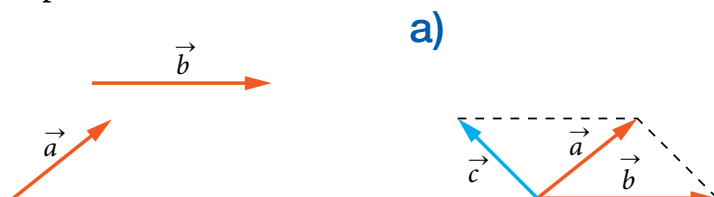
12 Odejmowanie wektorów

Odejmowanie wektorów polega na dodaniu wektora przeciwnego:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

Tak samo jest w przypadku liczb, np. $5 - 2 = 5 + (-2)$.

Jeżeli wektory mają różne kierunki, to można je odjąć dwoma sposobami:



Sposób 1. – rysunek a)

Wektor $\vec{a}$ jest sumą wektorów $\vec{b}$ i $\vec{c}$, czyli $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

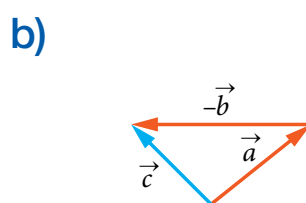
Z tego wynika, że $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

Sposób 2. – rysunek b)

Odjęcie od wektora $\vec{a}$ wektora $\vec{b}$ jest równoważne dodaniu do wektora $\vec{a}$ wektora o przeciwnym zwrocie niż wektor $\vec{b}$.

Zapis $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ jest równoważny zapisowi $\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Z odejmowaniem wektorów mamy do czynienia przede wszystkim wtedy, gdy obliczamy zmianę wielkości wektorowej, np. zmianę wektora prędkości $\Delta \vec{v}$.

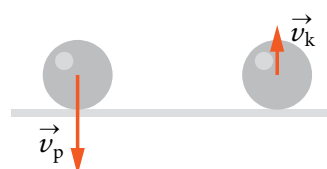


Odejmowanie wektorów, podobnie jak odejmowanie liczb, nie jest przemienne.

Wektor o zwrocie przeciwnym do wektora $\vec{b}$ to wektor $-\vec{b}$.

Przykład 1. ZMIANA WEKTORA PRĘDKOŚCI PODCZAS PIONOWEGO ODBICIA

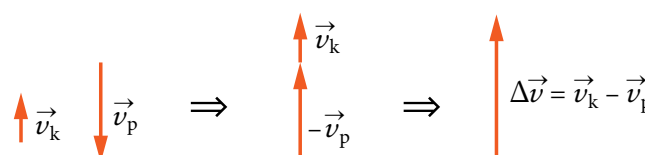
Wyznacz średnie przyspieszenie piłki (wartość, kierunek i zwrot), dla której wektory prędkości tuż przed uderzeniem w ziemię i tuż po odbiciu zostały przedstawione na rysunku. Czas zderzenia piłki z ziemią to 0,04 s. Wartość prędkości, z jaką piłka uderza w ziemię to $v_p = 6 \frac{m}{s}$, natomiast wartość prędkości, z jaką piłka się odbija, to $v_k = 3 \frac{m}{s}$.



Rozwiązanie:

Wyznaczamy zmianę wektora prędkości (patrz rysunek):

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_k - \vec{v}_p$$



Wartość wektora jest zatem równa: $\Delta v = v_k + v_p$. Po podstawieniu danych otrzymujemy:

$$\Delta v = 3 \frac{m}{s} + 6 \frac{m}{s} = 9 \frac{m}{s}$$

Wartość przyspieszenia obliczamy ze wzoru: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Podstawiamy dane liczbowe i otrzymujemy:

$$a = \frac{9 \frac{m}{s}}{0,04 s} = 225 \frac{m}{s^2}$$



Przykład 2. ZMIANA WEKTORA PRĘDKOŚCI, PRZYPADK OGÓLNY

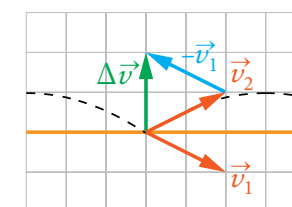
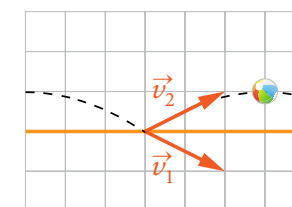
Piłka uderza w podłogę pod pewnym kątem i odbija się bez strat energii. Wektory jej prędkości tuż przed uderzeniem w podłogę ($\vec{v}_1$) oraz tuż po uderzeniu ($\vec{v}_2$) przedstawiono na rysunku. Wyznacz różnicę tych wektorów.

Skala na rysunkach: 1 kratka = $1 \frac{m}{s}$.

Rozwiązanie:

Mamy wyznaczyć wektor $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. W tym celu do wektora $\vec{v}_2$ dodajemy wektor przeciwny do $\vec{v}_1$.

Jak widać, zgodnie z przyjętą skalą wektor $\Delta \vec{v}$ ma wartość $2 \frac{m}{s}$.



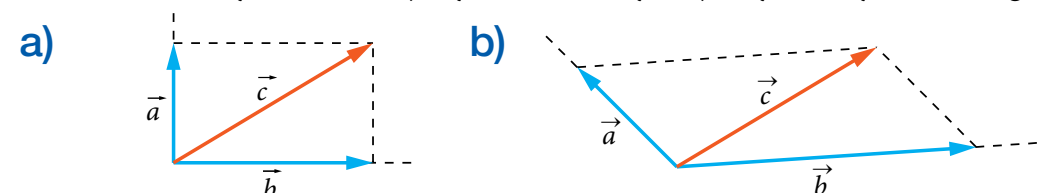
13 Rozkład wektora na składowe

Skoro dwa wektory można zastąpić jednym (dodawanie wektorów), to również jeden wektor można zastąpić dwoma. Taka operacja nosi nazwę **rozkładania wektora na składowe**.

Wektor można rozłożyć na składowe na wiele różnych sposobów. Podobnie jest z liczbami. Każdą liczbę można przedstawić jako sumę dwóch liczb na wiele sposobów, np.:

$$2 = 1 + 1 = 4 + (-2) = 0,1 + 1,9 = \dots$$

Wektor rozkładamy na składowe o takich kierunkach, które są ważne z punktu widzenia rozpatrywanego zagadnienia fizycznego. Najczęściej są to składowe do siebie prostopadłe (rys. a). Jednak możemy też inaczej (rys. b) – otrzymujemy wtedy równoległobok.

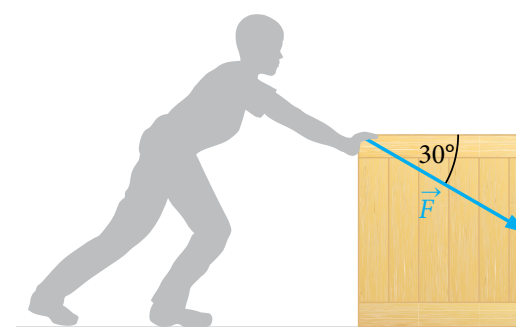


Przykład ROZKŁAD WEKTORA NA SKŁADOWE PROSTOPADŁE

Pracownik pcha po podłodze skrzynkę, działając na nią siłą o wartości $F = 200 \text{ N}$, skierowaną pod kątem 30° do poziomu (patrz rysunek). Składowa $\vec{F}_\parallel$ tej siły równoległa do podłoża tej siły odpowiada za przesuwanie skrzynki, natomiast składowa $\vec{F}_\perp$ prostopadła do podłoża odpowiada za zwiększenie nacisku skrzynki na podłogę.

a) Wyznacz graficznie składowe $\vec{F}_\parallel$ oraz $\vec{F}_\perp$ tej siły.

b) Z zależności między długościami boków w trójkącie o kątach 30° , 60° , 90° wyznacz wartości sił $F_\parallel$ oraz $F_\perp$.



**Rozwiązanie:**

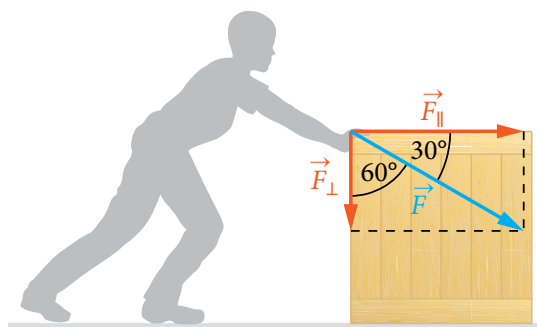
a) Na rysunku obok wyznaczyliśmy graficznie składowe wektora $\vec{F}$.

b) Z własności trójkąta o kątach 30° , 60° , 90° wiemy, że długość krótszej przyprostokątnej jest dwukrotnie mniejsza niż długość przeciwprostokątnej, a więc:

$$F_{\perp} = 0,5 \cdot F \quad F_{\perp} = 0,5 \cdot 200 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

W trójkącie o kątach 30° , 60° , 90° długość dłuższej przyprostokątnej jest $\sqrt{3}$ raza większa niż długość krótszej przyprostokątnej, zatem:

$$F_{\parallel} = \sqrt{3} \cdot F_{\perp} \\ F_{\parallel} = \sqrt{3} \cdot 100 \text{ N} \approx 1,73 \cdot 100 \text{ N} = 173 \text{ N}$$

**14 Wykresy w układzie współrzędnych**

W fizyce wiele zależności przedstawiamy za pomocą wykresów.

Przykład ZALEŻNOŚĆ DROGI OD CZASU

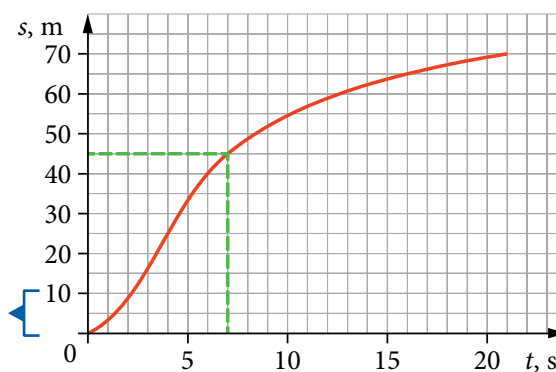
Na rysunku przedstawiono wykres zależności drogi od czasu podczas ruchu rowerzysty. Na podstawie wykresu oblicz prędkość średnią rowerzysty w pierwszych siedmiu sekundach ruchu.

Rozwiązanie:

Zanim zaczniesz korzystać z wykresu, najpierw dokładnie zapoznaj się z jego osiami i skalą na osiach. Dopiero potem odczytaj potrzebne ci dane.

Oznaczenie osi:
droga (symbol s)
mierzona w metrach (m)

Podziałka:
dwie kratki to 10 m,
więc jedna kratka
to 5 m



Zielone linie:
w chwili $t = 7 \text{ s}$
rowerzysta miał za sobą
 $s = 45 \text{ m}$ drogi

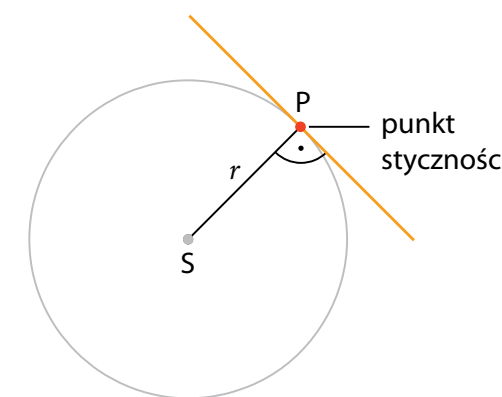
Oznaczenie osi:
czas (symbol t)
mierzony
w sekundach (s)

Podziałka: pięć kratek to 5 s, więc jedna kratka to 1 s

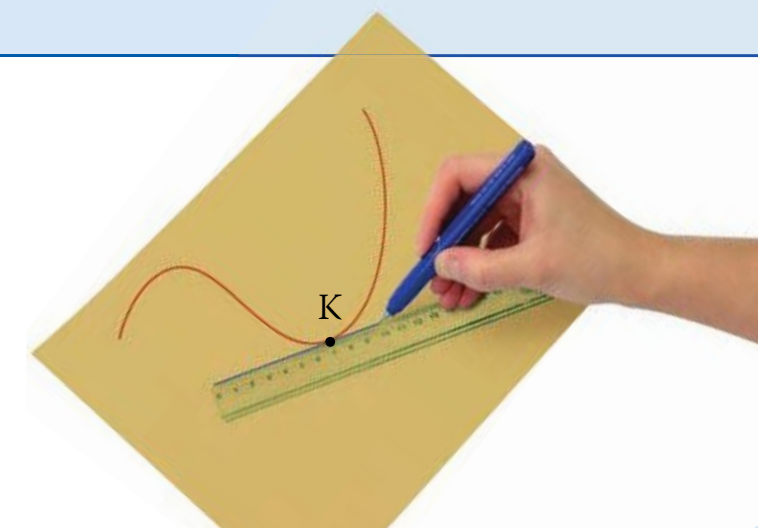
Po odczytaniu danych z wykresu możemy obliczyć, że średnia prędkość rowerzysty w pierwszych siedmiu sekundach jazdy wynosiła $\frac{45 \text{ m}}{7 \text{ s}} \approx 6,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 23 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

**15 Styczna do okręgu**

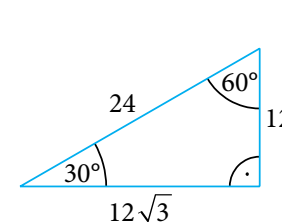
Prostą, która z okręgiem ma tylko jeden punkt wspólny, nazywamy **styczną**. Styczna do okręgu jest prostopadła do promienia łączącego punkt styczności ze środkiem okręgu (patrz rysunek obok).

**16 Styczna do krzywej**

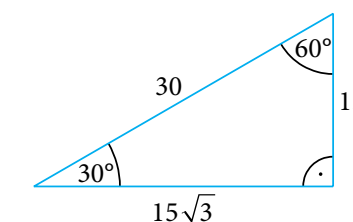
Styczne możemy prowadzić także do innych krzywych. Aby wyznaczyć styczną do krzywej w punkcie K, korzystamy z przezroczystej linijki. Przykładamy ją tak, aby stykała się z krzywą (patrz zdjęcie obok).

**17 Funkcje trygonometryczne**

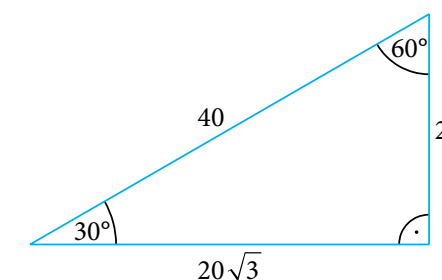
Trójkąty na rysunkach poniżej mają jednakowe kąty. Choć długości ich boków są różne, to w każdym z trójkątów stosunki tych długości są takie same: najkrótszy bok stanowi połowę najdłuższego, średni jest $\sqrt{3}$ raza dłuższy od najkrótszego itd. Podobnie jest w innych trójkątach prostokątnych: gdy znamy kąty, możemy jednoznacznie określić stosunki boków.



$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2} \\ \frac{12\sqrt{3}}{12} = \sqrt{3} \\ \frac{12\sqrt{3}}{24} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2} \\ \frac{15\sqrt{3}}{15} = \sqrt{3} \\ \frac{15\sqrt{3}}{30} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{20}{40} = \frac{1}{2} \\ \frac{20\sqrt{3}}{20} = \sqrt{3} \\ \frac{20\sqrt{3}}{40} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



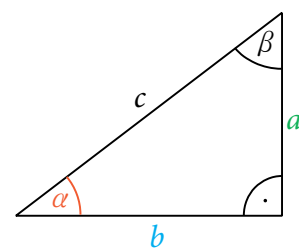


Stosunki boków w trójkącie prostokątnym nazywamy **funkcjami trygonometrycznymi**.

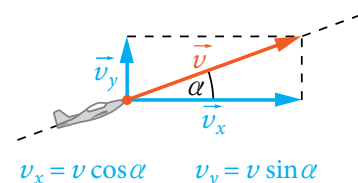
- ▶ sinus (czyt. s-inus) kąta: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
- ▶ cosinus (czyt. kos-inus) kąta: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
- ▶ tangens kąta: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych wszystkich kątów możemy obliczyć za pomocą kalkulatora naukowego. Z kolei na podstawie wartości funkcji trygonometrycznej, możesz obliczyć na kalkulatorze wartość kąta. Zwykle klawisz służący do obliczania kąta o danym sinusie oznaczony jest $\sin^{-1}$. Nie zapomnij wybrać miary kątów w stopniach (DEG lub D). Tangens na kalkulatorach zwykle oznaczany jest $\tan$, a nie tg .

Poznane pojęcia przydają się m.in. do **obliczania składowych prostopadłych wektora** (patrz rysunek obok).



▶ W trójkącie prostokątnym można wyznaczyć funkcje trygonometryczne kątów α i β



▶ Jeżeli samolot porusza się pod kątem α do poziomu, możemy rozłożyć jego prędkość na składowe pionową i poziomą

Przykład 1. WYKORZYSTANIE FUNKCJI TANGENS

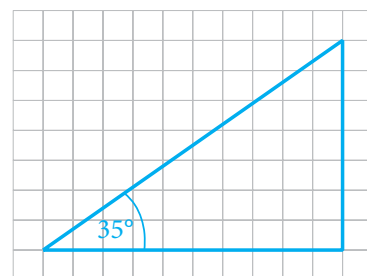
Jak na papierze w kratkę bez użycia kątomierza narysować kąt o mierze 35° ?

Rozwiązanie:

Za pomocą kalkulatora naukowego obliczamy tangens danego kąta:

$$\operatorname{tg} 35^\circ = 0,7002 \approx 0,7$$

Teraz wystarczy narysować trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 7 i 10 krutek, a jego mniejszy kąt ostry będzie równy 35° .



Przykład 2. WYKORZYSTANIE FUNKCJI SINUS

Wyciąg narciarski ma długość 800 m, a jego górna stacja znajduje się o 200 m wyżej niż dolna. Pod jakim kątem do poziomu jest nachylony stok góry?

Rozwiązanie:

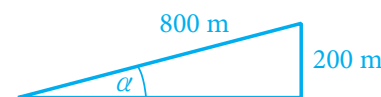
Szkicujemy sytuację opisaną w zadaniu.

Możemy teraz obliczyć sinus szukanego kąta:

$$\sin \alpha = \frac{200 \text{ m}}{800 \text{ m}} = 0,25$$

Za pomocą kalkulatora naukowego obliczamy miarę kąta:

$$\alpha \approx 14,5^\circ$$



W większości kalkulatorów służy do tego przycisk oznaczony $\sin^{-1}$.

18 Parabola

Zaznaczmy w układzie współrzędnych kilka punktów, których współrzędne x i y spełniają równanie $y = x^2$ np.: $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$, ponieważ $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$.

Możemy także zaznaczyć punkty $(-1, 1)$, $(-2, 4)$, $(-3, 9)$, ponieważ $(-1)^2 = 1$, $(-2)^2 = 4$, $(-3)^2 = 9$. Współrzędne nie muszą być liczbami całkowitymi np. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, ponieważ $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$.

Zaznaczone punkty układają się na jednej krzywej. Okazuje się, że wszystkie punkty spełniające równanie $y = x^2$ leżą na tej samej krzywej, którą nazywamy **parabolą**.

Ogólniej, parabola to wykres każdej zależności między wielkościami, której wzór ma postać:

$$\text{druga wielkość} = \text{stała}_1 \cdot (\text{pierwsza wielkość})^2 + \text{stała}_2 \cdot (\text{pierwsza wielkość}) + \text{stała}_3$$

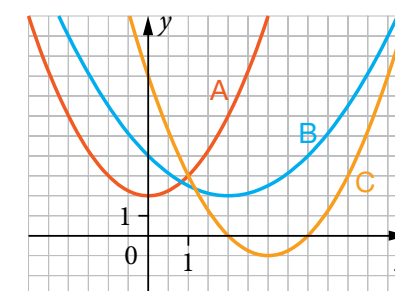
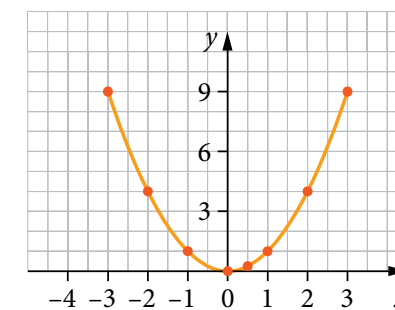
Tak jest w przypadku zależności położenia x od czasu t w ruchu jednostajnie zmiennym:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

Uwaga. Wykres jest fragmentem paraboli. Cała parabola jest linią nieskończoną, lecz wielkości fizyczne mają swoje najmniejsze i największe wartości.

Oto kilka przykładów parabol (patrz wykres obok).

$$\text{A: } y = x^2 + 2 \quad \text{B: } y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4 \quad \text{C: } y = x^2 - 6x + 8$$



Przykład TOR RUCHU

Tor rzuconej piłki badano w układzie współrzędnych, w którym oś x jest skierowana poziomo, a oś y – pionowo i $y = 0$ m odpowiada poziomowi ziemi, a $x = 0$ m – punktowi, z którego wyrzuciono piłkę. Okazało się, że kształt tego toru można opisać wzorem:

$$y = -0,2x^2 + 2x + 3$$

Naszkicuj wykres tego toru i odczytaj z niego:

- ▶ na jaką maksymalną wysokość wzniosła się piłka,
- ▶ z jakiej wysokości została wyrzucona,
- ▶ jak daleko od punktu wyrzucenia spadła na ziemię.

Rozwiązanie:

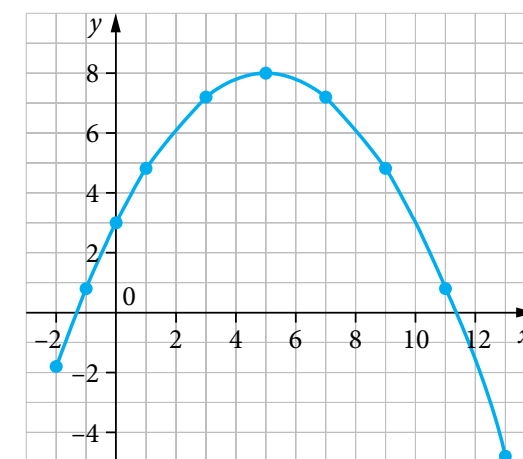
Obliczamy wartość y dla kilku różnych x .

x	-2	-1	0	1	3	5	7	9	11	13
y	-1,8	0,8	3	4,8	7,2	8	7,2	4,8	0,8	-4,8

Zaznaczamy te punkty w układzie współrzędnych i szkicujemy wykres.

Z wykresu możemy odczytać, że:

- ▶ piłka została rzucona z wysokości 3 m,
- ▶ wzniosła się na maksymalną wysokość 8 m,
- ▶ upadła niecałe 12 m od miejsca, z którego została wyrzucona.





19 Miara łukowa kąta – radian

Podział kąta na 360 (a nie np. na 100) równych części jest czysto umowny. Bardziej naturalną miarą kąta jest miara łukowa wyrażona w radianach.

Aby określić miarę łukową kąta, rysujemy okrąg o środku w wierzchołku tego kąta i **porównujemy długość łuku wewnątrz kąta** z długością promienia R okręgu. Jeden radian to kąt, dla którego łuk ma taką samą długość jak promień (rysunek obok).

Obwód okręgu wynosi $2\pi R$, zatem kąt pełny (360°) ma 2π radianów, a kąt półpełny (180°) ma π radianów. Kąt prosty (90°) ma $\frac{\pi}{2}$ radianów.

$$1 \text{ radian} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,3^\circ$$

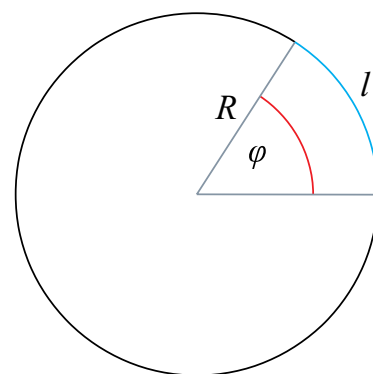
Radian oznacza się skrótem rad. Długość łuku okręgu l wiąże się z miarą łukową kąta φ (czyt. fi) w następujący sposób:

$$l = \varphi R, \quad \text{czyli } \varphi = \frac{l}{R}$$

gdzie R jest promieniem okręgu.

Gdy korzystamy ze wzoru $\varphi = \frac{l}{R}$, jednostki się skracają i otrzymujemy kąt jako wielkość bezwymiarową. Dlatego zamiast „kąt o mierze 0,2 rad” możemy napisać po prostu „kąt o mierze 0,2”.

Jednostkę rad dopisujemy, jeżeli chcemy podkreślić, że mamy do czynienia z kątem.



► Dla łuku $l = R$ kąt $\varphi = 1$ rad

Przykład 1. KORZYSTANIE Z RADIANÓW

Wskaźówka zegara o długości 12 cm obróciła się o kąt 0,2 rad. Jaką drogę przebył punkt na końcu wskaźówki?

Rozwiązanie:

Korzystamy ze wzoru $l = \varphi R$:

$$l = 0,2 \cdot 12 \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$$

Zwróć uwagę, że gdyby kąt był podany w stopniach, rozwiązanie byłoby bardziej skomplikowane.

Przykład 2. PRZELICZANIE STOPNI NA RADYANY

Przelicz kąt 110° na radiany.

Rozwiązanie:

Kąt pełny to 360° , czyli 2π radianów. Możemy więc zapisać proporcję:

$$\frac{\alpha}{110^\circ} = \frac{2\pi}{360^\circ}$$

Otrzymujemy z niej:

$$\alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot 110^\circ}{360^\circ} \approx 1,92 \text{ rad}$$

Odpowiedzi i wskazówki do wybranych zadań

Przypomnij sobie

$$\text{Zadanie 2. } v = \frac{s}{t} = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Zadanie 3. a) } 600 \text{ m, b) } 40 \text{ s}$$

$$\text{Zadanie 4. } t = \frac{s}{v} = 45 \text{ s}$$

$$\text{Zadanie 5. } v = \frac{2\pi r}{T} \approx 30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\text{Zadanie 6. } a_m \approx 2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, a_s \approx 5,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Wskazówka. Pamiętaj, aby przeliczyć prędkość na metry na sekundę.

$$\text{Zadanie 7. } v = gt, \text{ na Ziemi } 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ na Księżycu } 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Zadanie 8. } F = ma = 480 \text{ N}$$

$$\text{Zadanie 9. a) } a = \frac{F_{\text{op}}}{m} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ b) } t = \frac{v_0}{a} = 69 \text{ s}$$

$$\text{Zadanie 10. } m = \frac{F}{a} = 20 \text{ kg}$$

$$\text{Zadanie 11. } W = Fs = 400 \text{ kJ}$$

$$\text{Zadanie 12. } s = \frac{E_k}{F_T} = 4 \text{ m}$$

$$\text{Zadanie 13. } P = \frac{E}{t} = 10 \text{ W}$$

$$\text{Zadanie 14. } t = \frac{W}{P} = 50 \text{ s}$$

$$\text{Zadanie 15. a) } E_p = mgh = 75 \text{ J, b) } W = E_p = 75 \text{ J}$$

$$\text{Zadanie 16. } W = \Delta E_k = 1025 \text{ J}$$

$$\text{Zadanie 17. } E_k = \frac{mv^2}{2} = 625 \text{ kJ}$$

Dział 1. Wprowadzenie

1.1. Badania w fizyce

$$\text{Zadanie 1. } 3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

$$\text{Zadanie 3. ok. } \frac{2}{3} \text{ odległości Ziemi od Słońca}$$

1.3. Wstęp do analizy danych pomiarowych

Jest na to sposób

$$\text{Zadanie 1. } \frac{\Delta F}{F} = 13\%$$

$$\text{Zadanie 2. } (100 \pm 3) \text{ g}$$

$$\text{Zadanie 3. } (100 \pm 1) \text{ g}$$

$$\text{Zadanie 5. nie wynika – wyjaśnij dlaczego}$$

1.4. Opisywanie zależności między wielkościami

$$\text{Zadanie 1. cena} = 2l + 15$$

$$\text{Zadanie 4. a) } v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ b) } 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1.5. Wielkości wektorowe

$$\text{Zadanie 4. c) } \vec{b}, \text{ d) } \vec{f}$$

$$\text{Zadanie 5. } |\vec{w}| = \sqrt{13} \text{ cm} \approx 3,6 \text{ cm}$$

Dział 2. Ruch prostoliniowy

2.1. Opis ruchu prostoliniowego

$$\text{Zadanie 1. d) } x = 3 \text{ km lub } x = -1 \text{ km}$$

$$\text{Zadanie 4. b) całkowite przemieszczenie } \Delta x = 2 \text{ m}$$

2.2. Prędkość w ruchu prostoliniowym

$$\text{Zadanie 3. } 23,6 \text{ razy}$$

$$\text{Zadanie 4. } 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.3. Ruch jednostajny prostoliniowy

$$\text{Zadanie 1. } v = \frac{s}{t} = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Zadanie 2. } s = vt = 14 \text{ mil morskich} \approx 26 \text{ km}$$

$$\text{Zadanie 3. ciało E: } x(t) = -0,2 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot t - 1 \text{ cm}$$

$$\text{Zadanie 4. } v \approx 0,44 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.4. Ruch prostoliniowy zmienny

Zadanie 2. ok. $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. **Wskazówka.** Dla każdego z odcinków ruchu podano dwie z trzech wielkości v , s , t . Oblicz trzecią z nich, wtedy łatwo obliczysz całkowity czas, całkowitą drogę i prędkość średnią.

$$\text{Zadanie 3. ok. } 112 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\text{Zadanie 4. } t_2 = \frac{v_{\text{sr}} - v_1}{v_2 - v_{\text{sr}}} \cdot \frac{s_1}{v_1} = 20 \text{ min, } s = 560 \text{ km}$$

Zadanie 5. **Wskazówka.** Wykres będzie miał postać linii łamanej.

Zadanie 6. **Wskazówka.** Wykres będzie się składał z kilku poziomych odcinków, podobnie jak wykres w treści zadania 5.

2.5. Przyspieszenie w ruchu zmiennym

$$\text{Zadanie 1. } \textbf{Wskazówka.} \text{ Najpierw przelicz } \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ na } \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{Zadanie 2. Wykres czerwony: } v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Zadanie 3. a) } 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ b) } 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\text{c) } v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}, v_k = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Zadanie 5. **Wskazówka.** Skorzystaj z ramki na s. 80.

2.6. Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym

Jest na to sposób

Zadanie 1. 27 m

Zadanie 2. Winda przestała jechać w górę i od razu zaczęła jechać w dół.

Zadanie 3. nie (wyjaśnij, co się wtedy działo)

Zadanie 4. na początku ruchu, $h = 10$ m

Zadanie 5. dla $t = 30$ s, $h = 57$ m

Zadanie 1. a) $t = 5$ s, b) $s = 62,5$ m, c) **Wskazówka.**

Wykres $s(t)$ jest fragmentem paraboli. Znajdź $s(t)$

dla kilku wartości t , zaznacz punkty w układzie współrzędnych i poprowadź przez nie krzywą.

Zadanie 2. $t_r = \frac{v_k}{a} \approx 17$ s, $s \approx 51$ m

Zadanie 3. $t = \frac{2s}{v_0 + v_k} = 5$ s stąd $a = \frac{\Delta v}{t} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 4. a) 5 m, b) 2 s, c) 4,5 s

Zadanie 5. **Wskazówka.** Najłatwiej obliczyć najpierw czas hamowania $t = 46,3$ s, stąd droga $s = 965$ m.

Zadanie 6. $v_0 = \frac{h}{t} - \frac{1}{2}gt = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, skierowana w dół

Zadanie analogiczne

Zadanie 1.1. 30 m

Zadanie 1.2. B-3. **Uwaga.** W zadaniu widzimy różnicę między przemieszczeniem całkowitym (w tym wypadku równym 0) a drogą.

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1. $v_2 = \frac{s - s_1}{\frac{s}{v_{sr}} - \frac{s_1}{v_1}} \approx 48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Uwaga. Możesz także obliczać po kolei: czas przejazdu całego odcinka, czas przejazdu początkowych 0,5 km, czas przejazdu pozostałej części drogi.

Zadanie 2. **Wskazówka.** Z wykresu ma wynikać, że maksymalną wysokość (22 m) kamień osiągnął po 5 s od podrzucenia.

Zadanie 3.1. FPP

Zadanie 3.2. 500 m

Zadanie 4.1. B

Zadanie 4.2. Z wykresu ma wynikać, że na samym początku i na samym końcu pociąg miał prędkość $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, zaczął hamować o 12:00:20, a skończył przyspieszać o 12:03:40.

Dział 3. Ruch krzywoliniowy

3.1. Ruch krzywoliniowy

Zadanie 1. b) o 38%

3.2. Rzut poziomy

Zadanie 1. a) ani chwili – tor pocisku jest

zakrzywiony na całej długości,

b) $t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 0,55$ s

Zadanie 2. $x_{\max} = v_0 t = 1,1$ m, $t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = 1,1$ s

Zadanie 3. $v_y = \sqrt{3} v_0$, $v_y = gt$ więc $t = 0,69$ s

Uwaga. Założenie o dużej wysokości oznacza, że piłka nie zdążyła jeszcze spaść na ziemię, zanim wektor prędkości osiągnął kierunek dany w zadaniu.

Zadanie 4. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{v_0} = 4,47$, więc $\alpha = 77^\circ$

Zadanie 5. $y_0 = \frac{gx_{\max}^2}{2v_0^2} = 20$ m.

Wskazówka. Możesz najpierw wyprowadzić wzór, ale możesz też zacząć od obliczenia czasu spadania.

Zadanie 6. o ok. połowę więcej (1,5 raza więcej)

3.3. Rzut ukośny – temat dodatkowy

Zadanie 1. $v_{x0} = v_0 \cos \alpha = 13,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$v_{y0} = v_0 \sin \alpha = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 2. $y_{\max} = 2,84$ m

Zadanie 3. $x_{\max} = v_x t \approx 640$ m

Zadanie 4. $x_{\max} = v_x t \approx 36$ m. **Wskazówka.** Możesz obliczyć czas wznoszenia się piłki i wysokość, na jaką się wzniosła, a potem czas spadania z tej wysokości. Inny sposób to zapisanie wzoru na $x(t)$ i obliczenie t , dla jakiego $y = 0$. Ta druga metoda wymaga rozwiązania równania kwadratowego.

3.4. Prędkość w różnych układach odniesienia

Zadanie 2. 2 h 40 min. **Wskazówka.** W zadaniu jest mowa o pewnej drodze – ani nie jest ona dana, ani nie można jej obliczyć. Jednak nie jest to konieczne. Oznaczmy: s – droga, v – prędkość łodzi względem wody, u – prędkość nurtu rzeki. Z jaką prędkością płynie łódź w górę rzeki względem jej brzegów? A w dół rzeki? Dla każdego z tych przypadków: prędkość = droga / czas. Kiedy z układu tych dwóch równań wyeliminujesz u , dostaniesz zależność między s i v , a na jej podstawie obliczysz szukany czas.

Zadanie 3. W górę rzeki, pod kątem 30° w stosunku do kierunku nurtu.

Zadanie 5. $v = 5,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, azymut 11°

Zadanie 6. a) 7,3 kn, wieje z kierunku o azymucie 344° (czyli z kierunku odchylonego o 16° na zachód od kierunku północnego)

3.5. Ruch po okręgu

Zadanie 1. c) $v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\omega = 126 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Zadanie 2. **Wskazówka.** Nie musisz obliczać tych wielkości, aby je porównać.

Zadanie 3. $\omega = 3,456 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, stąd $t = 0,145$ s

Zadanie 4. b) $\omega = \frac{v}{r} = 0,056 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Zadanie 5. **Wskazówka.** Aby rozwiązać podpunkt a), wystarczy obliczyć stosunek średnic kół, a w tym celu – zmierzyć je na rysunku. W podpunkcie b) jest nam potrzebna średnica przedniego koła w metrach.

Zadanie 6. $T = \frac{\Delta \omega}{\varepsilon} = 25$ s

3.6. Przyspieszenie dośrodkowe

Zadanie 1. $a_d = 4\pi \frac{R}{T^2} \approx 0,034 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 2. $a_d = \frac{v^2}{r} \approx 4700 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ przy samym brzegu bębna (promień r jest tam większy, ale jest też większa prędkość liniowa)

Zadanie 3. $v = \sqrt{a_d r} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 4. **Wskazówka.** We wzorze prędkość występuje w kwadracie, a więc wykres będzie parabolą, a nie linią prostą.

Zadania analogiczne

Zadanie 1. $\Delta s = 12,6$ cm, $a_d \approx 0,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 2. $x_{\max} \approx 5,5$ m

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1. $\omega = 1,26 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $v = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 2.2. $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, więc na Księżycu czas byłby ok. $\sqrt{6}$ razy większy

Zadanie 2.3. **Wskazówka.** Wyprowadź wzór na $\frac{t_A}{t_B}$.

Zadanie 2.4. **Wskazówka.** Ile razy dłuższy jest czas spadku z wysokości 6 m niż z wysokości 2 m?

Zadanie 3.4. **Wskazówka.** Jak w układzie odniesienia ziemi zmieniło się położenie książki w pionie, a jak w poziomie?

Dział 4. Ruch i siły

4.1. Siły

Zadanie 1. a) **Wskazówka.** Długość zmierzona nie musi być idealnie równa obliczonej, powinna być jej równa z dokładnością do niepewności pomiaru. b) 37°

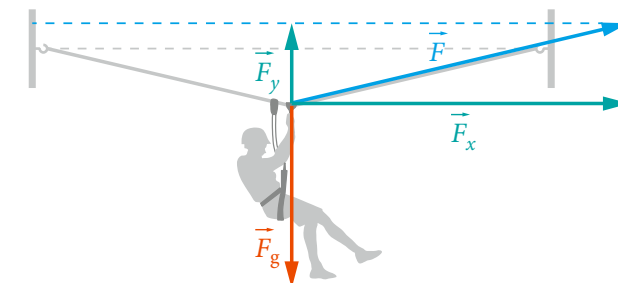
Zadanie 2. **Wskazówka.** Jak będzie wyglądał równoległobok sił?

Zadanie 3. $F = mg \cos \alpha = 870$ N

Zadanie 4. $F_{\min} = F + mg \sin \alpha \approx 1440$ N

Zadanie 5. $F = \frac{2,05}{0,45} \cdot 0,5mg \approx 1560$ N. **Wskazówka.**

Szukana siła jest równa sile $\vec{F}$, którą jedna z połówek liny (na rysunku – prawa połówka) działa na bloczek z zawieszonym na nim chłopakiem. Siłę $\vec{F}$ możemy rozłożyć na składowe. Składowa pozioma będzie równoważona przez analogiczną składową siły od lewej połowy liny. A co będzie z pionową składową?



Zadanie 6. b) $F = mg \sin \alpha \approx 840$ N,

c) $F_N = mg \cos \alpha \approx 2300$ N

4.2. Pierwsza i druga zasada dynamiki

Zadanie 1. $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 3000$ N

Zadanie 2. a) $F = 8160$ N, b) $h = 15,5$ m. **Wskazówka.** W tej części zadania nie ma mowy o siłach, musisz po prostu wyznaczyć drogę przebytą przez element na podstawie wykresu $v(t)$.

Zadanie 3. **Wskazówka.** Nie myl średniej prędkości kulki z jej prędkością na końcu toru.

4.3. Trzecia zasada dynamiki

Zadanie 3. **Wskazówka.** Rozważ siły działające na konia, a następnie osobno siły działające na wóz.

4.4. Siła tarcia

Zadanie 2. a) $F_T = f_s mg = 9,8$ N

Zadanie 3. $a = g$

Zadanie 4. bez tarcia $a_1 = 3,36 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, z tarcciem $a_2 = a_1 - \frac{F_{\text{T}}}{m} = 2,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $f = \frac{F_{\text{T}}}{mg} = 0,048$

Zadanie 5. b) $m = 5 \text{ kg}$, $f_{\text{k}} = 0,5$, $f_{\text{s}} = 0,6$. **Wskazówka.** Gdy pudełko się porusza, jego przyspieszenie zależy od przyłożonej siły F zgodnie ze wzorem: $a = \frac{F - f_{\text{k}}mg}{m}$, gdzie f_{k} jest współczynnikiem tarcia kinetycznego. Na podstawie wykresu możesz teraz wyznaczyć masę i f_{k} .

4.5. Siła dośrodkowa

Jest na to sposób

Zadanie 1. $F_{\text{n}} = \frac{mg \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha} = \frac{mg}{\cos \alpha} \approx 0,13 \text{ N}$

Zadanie 2. $\operatorname{tg} \alpha = 1$, $\alpha = 45^\circ$

Zadanie 1. $R = \frac{v^2}{f_{\text{s}}g} = 91 \text{ m}$

Zadanie 2. $v = \sqrt{f_{\text{s}}gr} = 18,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 67 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 4. $f = \sqrt{\frac{(m+M)g}{2\pi^2md}} \approx 4,8 \text{ Hz} = 290 \frac{1}{\text{min}}$

Zadanie 6. $T = \sqrt{\frac{4\pi^2R}{g}} \approx 1,5 \text{ h}$, gdzie R jest promieniem Ziemi

Zadanie 7. $\omega = \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{R}} \approx 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ($\alpha \approx 45^\circ$ – kąt między łańcuchem i pionem, $R \approx 8 \text{ m}$ – odległość krzeselka od osi obrotu). **Wskazówka.** Rozmiary oszacuj, porównując je ze wzrostem osób na zdjęciu. Kąt zmierz na zdjęciu.

4.6. Siły bezwładności

Zadanie 1. a) $\frac{F_{\text{b}}}{F_{\text{g}}} = 3500 \text{ N}$, ok. 5 razy,

b) $s = \frac{1}{2} v_0 \Delta t = 6,25 \text{ m}$

Zadanie 2. $v = \sqrt{\frac{gr}{2}} = 15,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Zadanie 3. W chwili zakończenia pomiarów winda była znowu na 3. piętrze.

Zadanie 4. $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{r}} = 4,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $T \leq 1,4 \text{ s}$

Zadania analogiczne

Zadanie 2. $a = g \sin \alpha \approx 3,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Zadanie 3. b) 6250 N

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.1. lewa lina 156 N, prawa lina 119 N

Wskazówka. Jak narysować wektory poszczególnych sił? Jeśli nie wiesz, przypomnij sobie „Jest na to sposób” ze s. 172–173.

Zadanie 1.2. **Wskazówka.** Siła naciągu lewej liny ma pewną składową poziomą. Jaka siła ją równoważy? Jaki stąd wniosek?

Zadanie 2. $f \geq \operatorname{tg} \alpha$

Zadanie 3. $F_{\text{n}} \approx 0,37 \text{ N}$. **Wskazówka.** Gdyby nakrętka spoczywała w najniższym punkcie, siła naprężenia nici równoważyłaby ciężar nakrętki. Co się zmienia, gdy nakrętka się porusza?

Dział 5. Energia i pęd

5.1. Praca i energia

Zadanie 1. $W = 10 \text{ kJ}$

Zadanie 2. $W = 630 \text{ J}$

Zadanie 3. $W = F \cos \alpha \approx 1270 \text{ J}$

Zadanie 5. **Wskazówka.** Organizm człowieka zamienia energię chemiczną pożywienia w energię kinetyczną.

5.2. Moc

Zadanie 1. a) $W = 40 \text{ kJ}$, b) $t = 30 \text{ s}$, c) $P = 25 \text{ W}$

Zadanie 2. $W = 9000 \text{ kJ}$

Zadanie 3. $P = Fv = 2400 \text{ W}$

Zadanie 4. $W = 34,5 \text{ kJ}$

Zadanie 5. a) $P = F_{\text{op}}v = 15 \text{ kW}$, b) kąt nachylenia $\alpha = 2,86^\circ$, $P = (F_{\text{op}} + mg \sin \alpha)v \approx 30 \text{ kN}$

Uwaga. Możesz korzystać z przybliżenia, że dla niewielkich kątów $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$.

5.3. Energia potencjalna i energia kinetyczna

Jest na to sposób

Zadanie 1. $v = \sqrt{2gh} \approx 7,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 2. $v = 7,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 3. $v_{\text{n}} = 9,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 1. $\Delta E_{\text{p}} = mg\Delta h \approx 775 \text{ kJ}$

Zadanie 2. $s = \frac{mgh}{F_{\text{T}}} \approx 4,9 \text{ m}$

Zadanie 3. $v = \sqrt{2sfg} \approx 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 4. $v = \sqrt{2gl(1 - \cos 30^\circ)} \approx 1,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 5. $h = \frac{v^2}{2g} = 1,3 \text{ m}$

Zadanie 6. $W = \frac{Fs}{\eta} = 250 \text{ kJ}$

5.4. Pęd

Zadanie 2. $v = 0,14 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, w stronę, w którą początkowo jechał cięższy wagon

Zadanie 3. $v_{\text{k}} = 24 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, klocek zmieni kierunek o 37°

5.5. Zderzenia

Zadanie 1. a) $v_{\text{k}} = \frac{v}{2}$

Zadanie 3. a) $v_{\text{poc}} = 402 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, b) ok. 0,5%

5.6. Pęd a zasady dynamiki

Zadanie 1. $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \approx 90 \text{ N}$

Zadanie 2. $F = 1200 \text{ N}$, $v = \sqrt{2}v_0 \approx 4,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Zadanie 3. $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 283 \text{ N}$.

Wskazówka. Skoro siła miała stały kierunek, to **nie była** to siła dośrodkowa, która zmienia kierunek w miarę gdy ciało skręca. Możesz skorzystać z zasady niezależności ruchów. Jak zmieniła się prędkość w kierunku, w którym ciało poruszało się pierwotnie, a jak w kierunku prostopadłym do niego?

Zadanie 4. $\frac{M}{m} = 5$

Zadanie 5. moneta uderzająca: $\left[15 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, -5 \sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right]$,
moneta uderzona: $\left[5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, 5 \sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}\right]$

Zadania analogiczne

Zadanie 1. Z początkowej energii kinetycznej pozostanie $\frac{27}{32}$, czyli ok. 16% zamieni się w inne formy energii. To jednocześnie dowodzi, że zderzenie było niesprężyste.

Zadanie 2. Moneta uderzająca $\left[\frac{1}{4}v, -\frac{\sqrt{3}}{4}v\right]$, moneta uderzona $\left[\frac{3}{4}v, \frac{\sqrt{3}}{4}v\right]$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1. lżejsza kulka $\frac{1}{3}v$ w lewo, cięższa kulka $\frac{2}{3}v$ w prawo, gdzie $v = \sqrt{2gh}$ jest prędkością lżejszej kulki tuż przed zderzeniem

Zadanie 2. **Wskazówka.** Pamiętaj, że zderzenie ma być sprężyste.

Zadanie 3.1. $v = \frac{m_{\text{w}} + m_{\text{p}}}{m_{\text{p}}} \sqrt{2gl(1 - \cos 30^\circ)} = 1030 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Wskazówka. Gdy pocisk grzęźnie w klocku, znaczna część energii się rozprasza. Później jednak wahadło porusza się z niewielkimi oporami i można założyć, że cała jego energia kinetyczna zamieniła się w potencjalną.

Zadanie 3.2. przed uderzeniem ponad 4200 J, po zderzeniu ok. 8,4 J

Zadanie 3.4. 13 cm

Zadanie 4. $v = v_x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = 14,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$,
 $F = \frac{mv_x \operatorname{tg} \alpha}{\Delta t} = 46,7 \text{ N}$

Dział 6. Hydrostatyka

6.1. Ciśnienie

Zadanie 1. $p = \frac{mg}{S} = 3,5 \text{ kPa}$

Zadanie 2. $F = p \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 1570 \text{ N}$

Zadanie 3. $F = \left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)^2 mg = 20 \text{ kN}$

6.2. Ciśnienie hydrostatyczne i atmosferyczne

Zadanie 1. $p = 139 \text{ MPa} \approx 1400 p_{\text{atm}}$

Uwaga. Przelicz gęstość na $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadanie 2. $d = 2 \sqrt{\frac{mg}{\pi p}} = 3 \text{ cm}$

Zadanie 4. $d_2 = 1,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Zadanie 5. $V = 1,7 \text{ cm}^3$

6.3. Siła wyporu

Zadanie 1. $F = mg \left(1 - \frac{d_{\text{wody}}}{d_{\text{stali}}}\right) = 0,43 \text{ N}$

Zadanie 2. 56%

Zadanie 3. $F = F_{\text{alk}} \frac{d_{\text{Al}} - d_{\text{wody}}}{d_{\text{Al}} - d_{\text{alkoholu}}} = 0,3 \text{ N}$.

Uwaga. Zamiast wyprowadzać ostateczny wzór, możesz najpierw obliczyć masę lub objętość śruby.

Zadanie 4. $d = 7,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, a więc nie było to złoto.

Zadanie analogiczne

Zadanie. $d_{\text{A}} = 0,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $d_{\text{B}} = 0,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Zadania powtórzeniowe

Zadanie 1.1. $d_{\text{p}} = \frac{m}{V_{\text{p}}} = \frac{md_{\text{wg}}}{F_{\text{g}} - F_{\text{s}}} = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,
gdzie: $F_{\text{g}} = 10 \text{ N}$, $F_{\text{s}} = 8 \text{ N}$, $m = 1 \text{ kg}$

Zadanie 1.2. Może, jeżeli siłomierz będzie miał średnią gęstość mniejszą od wody.

Zadanie 2.1. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \frac{d_{\text{wody}}}{d_{\text{Fe}}}}{1 - \frac{d_{\text{acetonu}}}{d_{\text{Al}}}} = 1,23$

Zadanie 2.2. **Wskazówka.** Aby uzasadnić, że nie da

się wyznaczyć każdej z mas, możesz podać dwa różne przykłady mas, które spełniają warunki zadania.

Zadanie 3.1. $p_A = 232 \text{ Pa}$, $p_B = 310 \text{ Pa}$, $p_C = 387 \text{ Pa}$

Zadanie 3.2. A-2

Zadanie 3.3. $F = x^3 (d_{\text{klocka}} - d_{\text{cieczy}})g = 0,15 \text{ N}$, gdzie x jest długością krawędzi sześcianu

Indeks

A
Arystoteles 152
atmosfera fizyczna 267
–techniczna 267

B
bar 267
barometr 267
bezwładność 152
błędy przypadkowe 31
–systematyczne 31

C
ciśnienie 250
–atmosferyczne 264, 265
–hydrostatyczne 260
częstotliwość 124

D
dodawanie wektorów 46
dopasowanie prostej do wykresu 69
droga 5, 58, 102
–w ruchu jednostajnie zmiennym 87
druga zasada dynamiki 11, 154, 232
dżul 14, 196, 198

E
energia 15, 197
–kinetyczna 15, 197, 212
–mechaniczna 213
–potencjalna grawitacji 15, 197
–, sprężystości 197

F
fontanna Herona 279
formy energii 202

funkcja liniowa 39
funt-siła na cal kwadratowy 267
G
Galileusz 152
gęstość 258

H
herc 124

K
kapilara 259
kierunek wektora 45

Ł
łódź podwodna 274

M
międzynarodowy układ jednostek miar (układ SI) 28
milimetr słupa rtęci 267
moc 204

N
neutron 154
Newton, Izaak 152
niedociążenie 181
niepewność bezwzględna 34
–pojedynczego pomiaru 30
–maksymalna wartości średniej 31, 32
–względna 33
nieważkość 181, 182
niezależność ruchów 107, 155
Noether, Emmy 233
notacja wykładnicza 24

O
odejmowanie wektorów 47
odrzut 219
okres 124

P
paradoks hydrostatyczny 262
Pascal, Blaise 262
paskal 250
pęd 217
pierwsza zasada dynamiki 11, 151
podwielokrotności jednostek 29
pole pod wykresem 83, 205, 206
położenie w ruchu jednostajnie zmiennym 86
pomiar 27
–bezpośredni 70
–pośredni 70
praca 14, 196
prawo Archimedesesa 276
–naczyń połączonych 259
–Pascala 254
prędkość 6, 60
–chwilowa 7, 62
–kątowna 124
–liniowa 124
–średnia 7, 61, 72
–w ruchu jednostajnie zmiennym 78
–w ruchu krzywoliniowym 104
–w ruchu po okręgu 123
–względem różnych układów odniesienia 118
proporcjonalność odwrotna 40
–prosta 35
przeciążenie 179
przedrostki 29
przemiany energii 210
przemieszczenie 56, 58
przyspieszenie 8, 76
–chwilowe 77
–dośrodkowe 128, 131, 170
–kątowne 126

–średnie 77
punkt materialny 55
R
radian 302
równia pochyła 145–147
ruch jednostajnie przyspieszony 8
–zmienny 77

ruch jednostajny po okręgu 123
–prostoliniowy 6, 65
–, droga 67
ruch krzywoliniowy 102
rzut pionowy 80
–poziomy 107
–ukośny 113

S
siła 9, 142
–bezwładności 178
–Coriolisa 188
–dośrodkowa 169, 184
–odśrodkowa 184
–składowa 144
–tarcia 161
–wypadkowa 10, 142

–wyporu 271
skalar 44
składowa siły 144
spadek swobodny 80
sprawność 215
Ś
średnia wartość prędkości 72

T
tarcie 10, 161
–kinetyczne 162
–statyczne 162
tor ruchu 5, 102
Tracker 133
trzecia zasada dynamiki 13, 159

U
układy inercjalne 178
–nieinercjalne 178
układ SI 28

W
wat 204
Watt, James 205
wektor 44

–położenia 56
–przemieszczenia 46
wielokrotności jednostek 29
współczynniki tarcia 163
wzajemność oddziaływań 158
względność ruchu 5, 54, 118, 179

Z
zależność liniowa 38
zasada dynamiki, druga 11, 154, 232
–, pierwsza 11, 151
–, trzecia 13, 159
zasada względności 179
zasada zachowania energii 16, 200
–pędu 220
zasięg rzutu poziomego 110
–ukośnego 115
zderzenia 218, 223
–centralne 224
–niecentralne 224, 233
–niesprężyste 224
–sprężyste 224
zwrot wektora 45

Indeks nazw obcojęzycznych z wymową

acceleration, czyt. akselerejszyn 8
Basiliscus basiliscus, czyt. basiliskus basiliskus 238
Blaise Pascal, czyt. blez paskal 262
Coriolis, czyt. koriołis 188
constans, czyt. konstans 8
cosinus, czyt. kos-inus 300
CrashCourse, czyt. krasz kors 51
da Vinci, czyt. da winczi 161
Einstein, czyt. ajnsztajn 20
force, czyt. fors 9
Kurzgesagt, czyt. kurzgezagt 51
Mars Climate Orbiter, czyt. mars klajmet orbiter 28
MinutePhysics, czyt. majniut fizyks 51
Newcomen, czyt. niukamen 205
Newton, czyt. niuton 21, 29, 152, 232, 233, 247
Noether, czyt. neter 233
Phyphox, czyt. fifoks 178

pound-force per square inch, czyt. pałnd fors per skler yncz 267
QuickTime Player, czyt. klik tajm plejer 68
Scientific American, czyt. sajentyfyk amerykan 51
Scientium, czyt. sc-ientium 51
SciFun, czyt. sajfan 51
SciShow, czyt. sajszoł 51, 257
sinus, czyt. s-inus 300
système international d'unitès, czyt. system ęternasjonal djunitę 28
Tracker, czyt. traker 133, 153
What Happens When Matter is Pushed to the Extreme, czyt. łot hepens len meter is puszt tu de ekstrim 257
velocity, czyt. velosyti 6
Veritasium, czyt. weritasi-um 51
Voyager, czyt. wojadżer 152
YouTube, czyt. jutjub 51, 257, 276

Literatura polecana

Bardziej zaawansowany podręcznik

David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, *Podstawy fizyki*, t. 1–5, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.

Nietypowe zadania i doświadczenia

Juliusz Domański, Józefina Turło, *Nieobliczeniowe zadania z fizyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997.

Juliusz Domański, *Domowe zadania doświadczalne z fizyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

Jan Gaj, *Laboratorium fizyczne w domu*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1982.

Związki fizyki z innymi dziedzinami nauki i techniki

Mieczysław Drobner, *Instrumentoznawstwo i akustyka*, Polskie Wydawnictwo Muzyczne, Kraków 1997.

Alyn C. Duxbury, Alison B. Duxbury, Keith A. Sverdrup, *Oceany świata*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002.

Krzysztof Ernst, *Fizyka sportu*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2010.

Krzysztof Ernst, *Einstein na huśtawce, czyli fizyka zabaw, gier i zabawek*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2003.

Robert Greenler, *Tęcze, glorie i halo, czyli niezwykle zjawiska optyczne w atmosferze*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1998.

Marcin Popkiewicz, Aleksandra Kradaś, Szymon Malinowski, *Nauka o klimacie*, Wydawnictwo Nieoczywiste i Post Factum, Warszawa – Katowice 2019.

Cathleen Shamieh, *Elektronika dla bystrzaków*, Septem, Gliwice 2020.

Knut Schmidt-Nielsen, *Dlaczego tak ważne są rozmiary zwierząt. Skalowanie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1994.

Knut Schmidt-Nielsen, *Fizjologia zwierząt*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008.

Konrad Widelski, *Spotkanie z elektroniką*, Wydawnictwa Kominikacji i Łączności, Warszawa 2001.

Astronomia

Andrzej Branicki, *Na własne oczy. O samodzielnych obserwacjach nieba i Ziemi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2013.

Hannu Karttunen, Pekka Kröger, Heikki Oja i in., *Astronomia ogólna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2020.

Historia fizyki

Andrzej Drzewiński, Jacek Wojtkiewicz, *Opowieści z historii fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.

Andrzej Kajetan Wróblewski, *Historia fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.

Andrzej Kajetan Wróblewski, *Historia fizyki w Polsce*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2020.

Andrzej Kajetan Wróblewski, *Prawda i mity w fizyce*, Iskry, Warszawa 1987.

Andrzej Kajetan Wróblewski, *Uczeni w anegdocie*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

Literatura popularnonaukowa

Brian Cox, Jeff Forshaw, *Kwantowy Wszechświat. Dlaczego zdarza się wszystko, co może się zdarzyć*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2014.

Brian Cox, Jeff Forshaw, *Dlaczego $E = mc^2$ (i dlaczego powinno nas to obchodzić)*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2013.

Andrzej Dragan, *Kwantechizm, czyli klatka na ludzi*, Fabuła Frazza, Warszawa 2019.

Christoph Drösser, *Fizyka. Daj się uwieść*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011.

Michio Kaku, *Fizyka rzeczy niemożliwych: naukowa wyprawa do świata fajerów, pól siłowych, teleportacji i podróży w czasie*, Prószyński Media, Warszawa 2011.

Michio Kaku, *Hiperprzestrzeń. Wszechświaty równoległe, pętle czasowe i dziesiąty wymiar*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2011.

Jim Al-Khalili: *Kwanty. Przewodnik dla zdeorientowanych*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2015.

Michał Krupiński, *Ryzik fizyk, czyli sens niepoważnych eksperymentów naukowych*, Wydawnictwo Feeria, Łódź 2018.

Don Lincoln: *Kwantowa granica. LHC – wielki zderzacz hadronów*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2010.

Gerard Milburn, *Inżynieria kwantowa*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

O kwantach i smokach. Fizyka według «Delt», Agata Meissner, Krzysztof Meissner, Krzysztof Turzyński (red.), Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2016.

Ian Stewart: *17 równań które zmieniły świat*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2013.

Jearl Walker, *Latający cyrk fizyki*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2018.

Frank Wilczek, Betsy Devine, *W poszukiwaniu harmonii. Wariacje na tematy z fizyki współczesnej*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2007.

Pełny tekst artykułu ze s. 238–239 dostępny jest pod adresem:

<https://www.deltami.edu.pl/media/issues/2010/07/delta-2010-07.pdf>

Spis działów w pozostałych częściach

Część 2

7. Wstęp do zjawisk cieplnych

8. Termodynamika

9. Bryła sztywna

10. Ruch drgający

11. Fale

12. Zjawiska falowe

Część 3

13. Grawitacja i elementy astronomii

14. Pole elektryczne

15. Prąd stały

16. Pole magnetyczne

17. Indukcja elektromagnetyczna i prąd przemienny

Część 4

18. Optyka

19. Fizyka atomowa

20. Fizyka jądrowa

21. Elementy fizyki relatywistycznej

Autorzy rysunków:

Elżbieta Buczkowska – s. 171 (ciała nieb.), 265, **Rafał Buczkowski** – s. 276g, **Zuzanna Dudzic** – s. 113–114, 115g, 149d, 171 (poza ciałami nieb.), 199 (lewy dół, prawa góra), 207d, 242 (armaty), 262, 263, 297, **Andrzej Dukata** – s. 6 (4b–d, 5a–c), 7, 12, 14, 17, 37–39, 41–43, 48, 58–59, 61, 65, 66–67, 70–71, 73, 75, 77–84, 86–89, 94, 95d, 96–98, 100, 104, 109–111, 131, 134ś, 135, 139, 143–145, 149g, 155–156, 159, 165, 167, 169g, 172–173, 187, 189–190, 192g, 196, 209, 213, 223–224, 236–237, 245, 247–248, 257, 266, 268–270, 272–273, 279–284, 296d, 298d, 299–302, 305, **Paulina Jarmusik** – s. 69g, **Ewa Kaletyn** – s. 146–147, **Krzysztof Mrawiński** – s. 120 (margines), 137 (bez lodu), 175, 205, 206 (r. 5.6), 240g, **Joanna Ptaś** – s. 5, 6 (4a), 13, 45g, 50ś, 56–57, 60, 99, 105g, 106i, 118–119, 120 (a, b), 122i, 123, 130g, 134gd, 136, 148, 151 (auto), 161, 166 (tekstura), 184 (auto), 262, 273, 276ś, 297–298, **Marcin Ptaś** – s. 182–183, 198 (wagonik), **Wojciech Sendal** – s. 274–275, **Ewa Sowulewska** – s. 10, 11, 25, 30, 33, 40, 45p, 46–47, 49, 50gd, 69d, 85, 95g, 103, 105 (trójkąty), 108, 115 (margines), 116, 119 (margines), 122p, 124, 128, 137 (lód), 151 (lód), 157, 160, 162, 166 (bez tekstury), 169 (w ramce), 178, 180–181, 184 (bez auta), 192 (plyta), 194, 198, 199 (lewa góra, prawy dół), 201, 206d, 207 (wykresy), 212, 221, 234–235, 240d, 243, 251–253, 255–256, 260, 262i, 266 (sprężyna), 267, 276d, 277, 294–295, 296g, 297–298.

Infografiki: **Małgorzata Burakowska** – s. 104–105, 202–203, 210–211, **Ewa Kaletyn** – s. 146–147, **Marcin Ptaś** – s. 182–183; **Wojciech Sendal** – s. 274–275, **Emilia Węgiel** – s. 22–23, 62–63, 130–131, 171.

Zdjęcie na okładce: Getty Images/Moment/Kevin Kobs.

Zdjęcia: **Agencja Wyborcza.pl:** Tomasz Stanczak s. 20 (Centrum Nauki i Techniki EC1); **Archiwum NE** s. 11, 234, 235, 267 (opona roweru); **BE&W:** Alamy Stock Photo – Antonio Gil s. 35, Arterra Picture Library s. 217 (dzik), Juergen Hasenkopf s. 196, NASA Image Collection s. 152 (sonda kosmiczna), NASA Photo s. 182–183 (astronauta), petographer s. 230 (chomik), Pictorial Press Ltd. s. 233 (Emmy Noether), Science History Images s. 29, SeaTops s. 258 (batyskaf), Vadzim Sadouski s. 19, Danita Delimont RM – David R. Frazier s. 127, NATURE PICTURE LIBRARY – Bence Mate s. 238, Science Photo Library – CDC s. 22 (komar), Science Source – s. 22 (atom uranu), s. 258 (aerożel), Ted Kinsman s. 232; **Depositphotos:** Voraorn s. 267 (ciśnieniomierz); **Getty Images:** Brand X Pictures – fStop Images – Caspar Benson s. 178 (crash test), Creatas – Getty Images Plus/Jupiterimages s. 202 (reflektor motocyklowy), E+ - andresr s. 91 (kobieta przy tablicy), bucky_za s. 83, RoBeDeRo s. 55 (kręgle), EyeEm – Christoph Oberschneider s. 60 (chłopak na rowerze), Image Source – Andrew Brookes s. 63 (diament), Gonçalo Barriga s. 113 (wrzut piłki do kosza), imageBROKER – Manfred Bail s. 266 (blok), iStock Editorial – Getty Images Plus/yusnizam s. 117 (wioślarze), iStock/Getty Images Plus – agrobacter s. 130 (woda w tle), Anatoly Morozov s. 30 (miernik), AndrewHalsall s. 23 (góra lodowa), Artur Didyk s. 202–203 (motocykl), Cylonphoto s. 76 (prędkościomierz), darul ulum s. 203 (ikona motocyklisty), DNY59 s. 151 (kulki), InspirationGP s. 266 (picie przez słomkę), Kerkez s. 26 (pomiar ściany), Lugaaa s. 176, mbbirdy s. 146–147, michal_staniewski s. 72 (samolot), Moto-rama s. 203 (ikona koła), Uwe Moser s. 102 (rower), VSanandhakrishna s. 179 (waga), **Михаил Руденко** s. 63 (laser), Moment – MirageC s. 31 (linijki), The Image Bank Unreleased – Walter Geiersperger s. 53, ullstein bild s. 62 (łazik księżycowy), Westend61 s. 170 (rzut młotem), s. 251 (ciężarówka); **ESO:** European Southern Observatory/CFHT – CC Attribution 3.0 Unported license s. 171 (gwiazdy); **Forum:** Grzegorz Kozakiewicz s. 91 (Cyklotron), Interfoto/HERMANN HISTORICA GmbH s. 222; **Indigo:** Science Photo Library s. 90 (człowiek na Księżycu); spacephotos com s. 28 (Mars Climate Orbiter); **NASA:** NASA Visualization Technology Applications and Development (VTAD) s. 182–183 (model 3D Międzynarodowej Stacji Kosmicznej); **Shutterstock:** Aastels s. 126, Aerial-motion s. 44 (holownik), Africa Studio s. 31 (zioła na wadze), Akaberka s. 240, Aleksey H s. 31 (stoper), Alessandro Colle s. 130 (motorówka), Allexxandar s. 21 (zaćmienie Słońca), Allexxandar s. 63 (galaktyka), Andrey Lobachev s. 226 (złotówka), s. 230 (złotówka), Anton Starikov s. 30 (linijka i ołówek), Anton_AV s. 129 (droga z góry), Aongsir s. 208 (rollercoaster), argus s. 23 (Ziemia), Artsiom P s. 233 (rakietą), Avigator Fortuner s. 60 (samochód wyścigowy), Beate Rhomberg s. 141, Bee Bonnet s. 197 (podnoszenie ciężarka), beerlogoff s. 121, blew_s s. 62 (bambus), BOKEH STOCK s. 72 (Pendolino), BongkarnGraphic s. 179 (kobieta w samolocie), Canities s. 182–183 (Ziemia), CB studio s. 202 (ikona klaksona), Chones s. 16, Claudio Caridi s. 63 (Merkury), conrado s. 225 (crash test), Creative Cat Studio s. 255 (pompowanie opony), Daniel Gale s. 13, DavideAngelini s. 102 (huśtawka), Denis Belitsky s. 20 (Droga Mleczna), designleo s. 91 (tło), Dima Zel s. 62 (rakietą), Dionisvera s. 220 (jabłko), Dmitrydesign s. 65, donatas1205 s. 175, Dudarev Mikhail s. 22 (piramida), Dusan Petkovic s. 142, Eduard Valentinov s. 257, Ekaterina Pokrovsky s. 139, ETIENjones s. 177 (karuzela), Eugene Onischenko s. 223, Ev. Safronov s. 204, Evannovostro s. 170 (znak drogowy), Federico Rostagno s. 270, fokke baarssen s. 15 (farma wiatrowa), Fotopositief s. 124 (konik), GaroManjikian s. 23 (Droga Mleczna), GLF Media s. 129 (kręta droga z góry), Gorodenkoff s. 24, 92, GROGL s. 251 (dziewczyna na biegówkach), GUNDAM_Ai s. 54 (motocykl – prędkościomierz), Haggardous50000 s. 217 (samochody), hareluya s. 158 (piłka), Hung Chung Chih s. 40, hxdbzxy s. 71, I.K.Media s. 250, iliuta goean s. 90 (łabędź), Ink Drop s. 106, Jacek Chabraszewski s. 9 (kasztan), Jasmina Andonova s. 44 (elektryzujące się włosy), Jim Cumming s. 252 (łoś), Joel_420 s. 8, JordiVendrell s. 28 (hantle), Jose AS Reyes s. 155, Juice Verve s. 145, Kamenetskiy Konstantin s. 163 (dziewczyna), Kitthanes s. 46, KN s. 54 (motocykl w ruchu), Krzysztof Bubel s. 101, Kuttelvaserova Stuchelova s. 64, Ljupco Smokovski s. 74, Luis Molinero s. 62 (dziewczyna z megafonem), Maciej Dubel s. 216, Magnito s. 26 (klepsydra), Maji Design s. 202 (ikona zasilania), MariaLev s. 202 (ikona reflektora), Mark_studio s. 82 (motocykl), marketa1982 s. 265, Marques s. 22 (pustynia), Master1305 s. 113 (piłkarz), mathagraphics s. 22 (bakteria), max dallocco s. 220 (Ziemia), Melinda Nagy s. 115, MikeBraune s. 188, Mikeledray s. 259 (słoik), Minerva Studio s. 62 (tornado), My Good Images s. 62 (turystka w górach), Natalia Bratslavsky s. 9 (kasztanowiec), Natata s. 152 (Arystoteles, Newton), Netfalls Remy Musser s. 124 (ruletka), New Africa s. 197 (lucniczka), new vave s. 22 (człowiek), Nicku s. 205, Olgysha s. 76 (krewetka), Ollyy s. 5, Pat Stornebrink s. 267 (wrak), Peter Maerky s. 22 (tęcza), PHOTOCREO Michal Bednarek s. 79, Pixel-Shot s. 158 (pchanie samochodu), pixfly s. 18, PoohFotoz s. 75, puruan s. 203 (ikona baku), PV productions s. 117 (kierowca), Repina Valeriya s. 249, Rich Carey s. 274–275 (głębia oceanu), RossHelen s. 200 (zejście po schodach), S.Myshkovsky s. 104, sdecoret s. 55 (Ziemia), Sebastian_Photography s. 107 (armata), Sergej Onyshko s. 128, Sergey Kelin s. 209, Sharkshock s. 73, simple icon s. 203 (ikona termometru), sirtravelalot s. 231, Sky Antonio s. 150, slowmotiongli s. 62 (gepard), Spencer Hopkins s. 195, spline_x s. 254 (watomierz), Stocksnapper s. 161 (zapalka), Surachet Jo s. 168 (taniec z ogniem), Suwan Wanawattanawong s. 224, Taffpixture s. 82 (Księżyc), tamapapat s. 123, Thomas Barrat s. 118, Trzykropy s. 197 (wbijanie gwoździa), tuulijumala s. 28 (stoper), Valdis Skudre s. 28 (miarka), VanHart s. 62 (dryf kontynentów), vetre s. 27 (waga), Virrage Images s. 56, Vitalii Matokha s. 15 (wspinaczka), Vitaly Raduntsev s. 200 (pudło z książkami), vvvita s. 170 (kręta droga), Vytautas Kielaitis s. 213, Windofchange64 s. 31 (miarka), Yauhen_D s. 164, yousang s. 171 (samochód na zakręcie), 3DMI s. 256; **University of Cambridge:** Department of Engineering, Institute for Manufacturing s. 161 CC-BY-NC-ND 4.0 license (rysunek Leonarda da Vinci); **Thinkstock/Getty Images:** Hemera/Gunter Hofer s. 23 (Saturn); **TurboSquid** s. 274–275 (model batyskafu); **Wikipedia:** Wikimedia/Joymaster s. 27 (wzorzec długości – Ratusz Głównego Miasta Gdańska); **Marcin Braun** s. 32; **Anna Budzyńska** s. 251; **Miłosz Budzyński** s. 36, 41, 80, 109, 119, 133, 149, 154, 174, 208 (doświadczenie), s. 225 (doświadczenie). s. 254 (doświadczenia), s. 255 (doświadczenie), s. 259 (naczynia połączone, doświadczenie, nabieranie płynu pipetą), s. 264, 268, 269, 278; **Maciej Wróbel** s. 10, 159, 170 (siła dośrodkowa), s. 185, 210, 211; **Agnieszka Żak** s. 9 (siłomierz), s. 21 (pryzmat), s. 67, 88, 107 (doświadczenie), s. 143, s. 151 (doświadczenie), s. 153, 157, 160, 162, 163 (doświadczenie), s. 165, 168 (doświadczenie), s. 177 (wózek), s. 184, 218, 219, 226 (doświadczenie), s. 227, 230 (doświadczenie), s. 299.

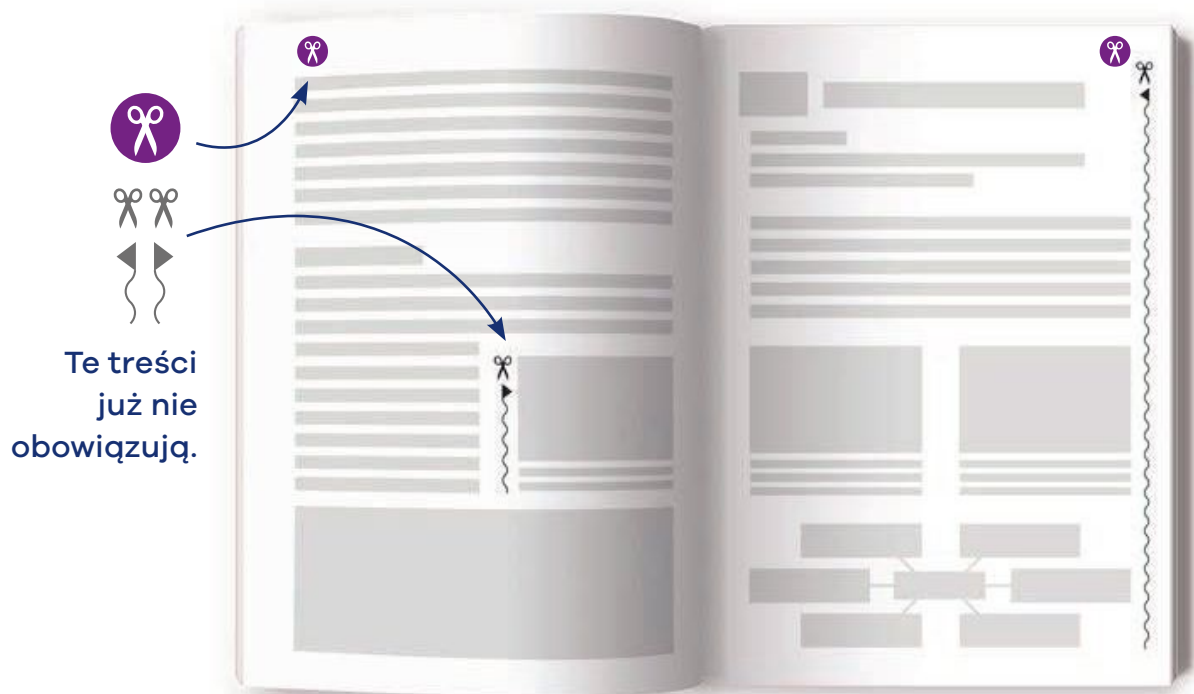
Wydawnictwo Nowa Era oświadcza, że podjęło starania mające na celu dotarcie do właścicieli i dysponentów praw autorskich wszystkich zamieszczonych utworów. Wydawnictwo Nowa Era, przytaczając w celach dydaktycznych utwory lub fragmenty, postępuje zgodnie z art. 27¹ ust. 1 ustawy o prawie autorskim. Jednocześnie Nowa Era oświadcza, że jest jedynym podmiotem właściwym do kontaktu autorów tych utworów lub innych podmiotów uprawnionych w przypadkach, w których twórcy przysługuje prawo do wynagrodzenia.

Za co polubisz podręczniki **NOWE Zrozumieć fizykę?**

- ★ Małe porcje tekstu, schematy, wypunktowania
- ★ Liczne ilustracje i atrakcyjne infografiki
- ★ Przykłady i podobne do nich zadania do samodzielnego rozwiązania
- ★ Dodatki matematyczne w jednym miejscu
- ★ *Wiesz, umiesz, zdasz* – powtarzanie materiału i przygotowanie do matury



**W podręczniku znajdziesz oznaczenia treści,
które od września 2024 r. nie są już wymagane.**



Fioletowa ikona na górze strony wskazuje, że na tej stronie znajdują się treści, które nie są wymagane – oznaczono je szarą ikoną i falką.

Nowa Era Sp. z o.o.



www.nowaera.pl



nowaera@nowaera.pl



Centrum Kontaktu: 58 721 48 00

ISBN 978-83-267-4976-6



9 788326 749766